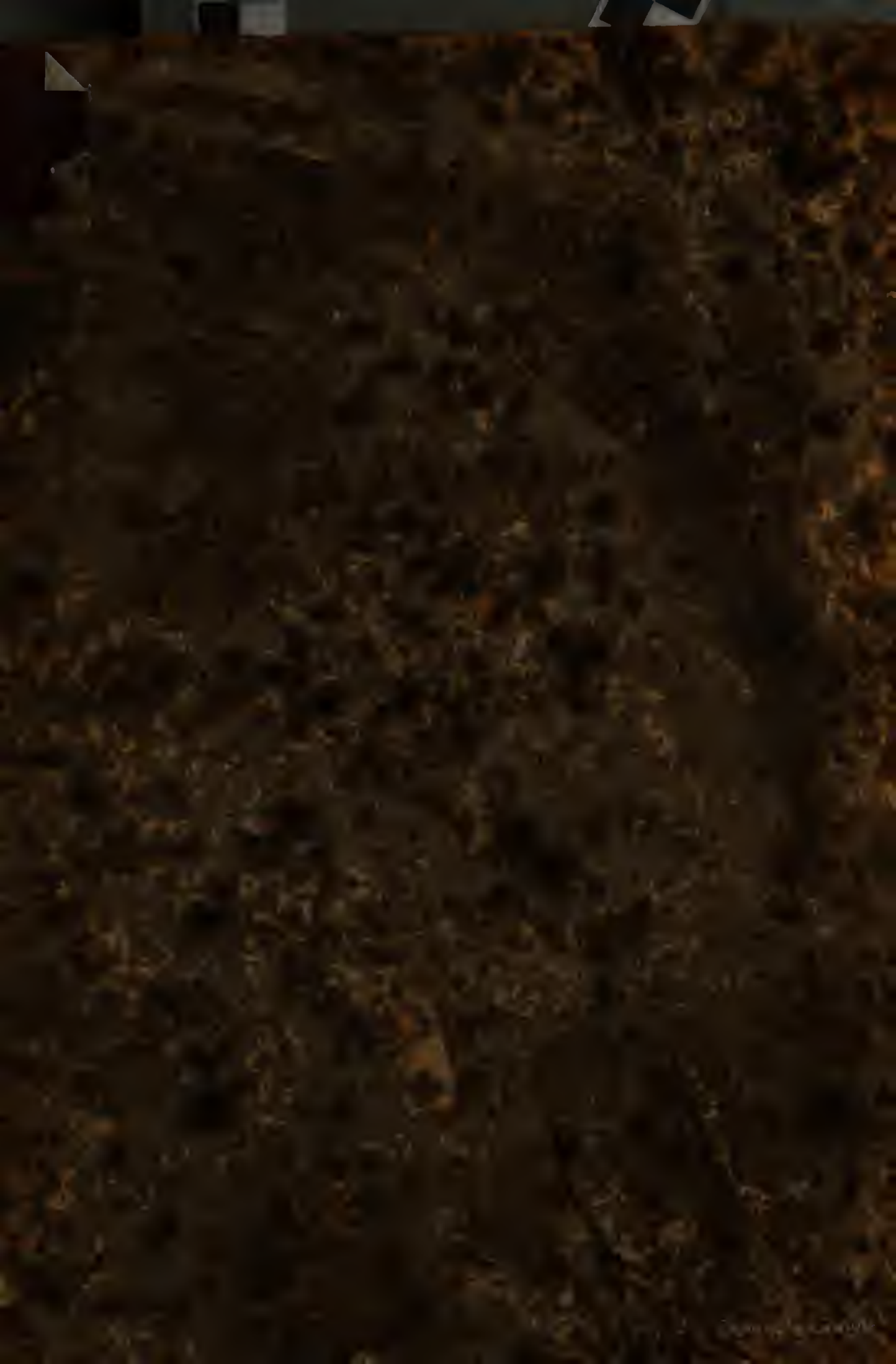


XXXIII
7
13
TECA NAZ.
Emanuele III
XII I
F
13.

LES

ŒUVRES Mathematiques

DE

SIMON STEVIN,

Augmentèz

Par ALBERT GIRARD.

LES

ŒUVRES Mathematiques

DE

SIMON STEVIN de Bruges.

Ou ſont inſerées les

MEMOIRES MATHEMATIQVES,

Eſquelles s'eſt exercé le Tres-haut & Tres-illuſtre Prince MAURICE de NASSAU, Prince d'Aurenge, Gouverneur des Provinces des Païs-bas unis, General par Mer & par Terre, &c.

Le tout reveu, corrigé, & augmenté

Par ALBERT GIRARD Samielois, Mathematicien.

BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" NAPOLI

A LEYDE

Chez Bonaventure & Abraham Elſevier, Imprimeurs ordinaires de l'Univerſité, ANNO CIↃ IↃ C XXXIV.

A Tres-hauts & Tres-puiſſants Seigneurs,

Meſſeigneurs les

ESTATS GENERAUX
DE PAÏS BAS UNIS,

ET

A Tres-haut & Tres-illuſtre Prince,

Monſeigneur le

PRINCE D'AURENGE,

Gouverneur deſdites Provinces, General
par Mer & par Terre, &c.

MESSEIGNEVRS,

Voici une pauvre vefve avec onze enfans orphelins, auſquels le mari & pere, decedé il y a un an, n'a laiſſé qu'une bonne reputation d'avoir fidelement ſervi, & employé tout ſon temps a la recerche des plus beaux ſecrets des Mathematiques; ayant eſté ravi lors qu'il projettoit d'en laiſſer quelques monuments, utiles a la poſterité, & de ſa propre invention : leſquels il euſt luy meſme ap-

porté aux pieds de vos Seigneuries Tres-illuſtres, ſi Dieu luy euſt donné le loiſir de les parachever : Mais en ayant diſpoſé autrement, il ne nous en reſte rien de complet, que la verſion des œuvres du feu ſieur STEVIN, auſquelles il a adjouſté pluſieurs beaux eſclarciſſemens, comme pourront cognoiſtre ceux qui confereront les originaux avec ſa traduction, qui luy a couſté beaucoup de temps & de peine. Or, comme il avoit conſacré toute ſon induſtrie au ſervice de cet eſtat & Republique ; auſsi n'avons nous deu nous adreſſer à d'autres qu'a ceux qui en ont la Seigneurie & le Gouvernement, pour leur faire preſent de cet ouvrage, qui ſe recommandera de ſoy meſme comme nous eſperons : Et pourra eſtre utile deſormais à ceux qui ſont encor' en eſtat & condition de ſervir aux occaſions auſquelles il s'eſt porté durant ſa vie. Nous ſupplions doncques Tres-humblement vos Tres-illuſtres Seigneuries, & notamment auſsi voſtre Excellence, Monſeigneur, de recevoir d'un œil favorable, ce qui a eſté entrepris & advancé par le premier auteur, à l'uſage & pour les exercices ordinaires en cette ſcience, de feu de haute memoire, Monſeigneur le Prince d'Aurenge, frere de V. E. qui en a cheri & eſtimé l'ouvrier & l'ouvrage en ſa premiere langue : afin que parlant à preſent François, & enrichi de pluſieurs notables additions, il ſoit communiqué ſous la pro-

protection de vos Tres-illuſtres noms, à ceux qui n'entendoient pas cy-devant ſon langage, & qui font grand eſtat de la pratique de ſes enſeignemens, telle qu'elle ſe trouve plus exactement obſervée en vos armées & expeditions militaires : leſquelles nous prions Dieu vouloir benir & faire proſperer de plus en plus, & nous faire la grace d'eſtre recognus,

MESSEIGNEVRS,

De vos Tres-illuſtres Seigneuries, & de voſtre
EXCELLENCE,

Les Tres-humbles & Tres-obeiſſans ſubjets ſerviteurs & ſervantes, la vefve & les enfans orphelins de feu

ALBERT GIRARD.

Le

Le contenu du preſent œuvre, diviſé en ſix Volumes,

Aſſavoir:

I. L'ARITHMETIQUE, *Contenant:* Les Computations des nombres Arithmetiques ou vulgaires: auſſi l'Algebre, avec les equations des cinq quantitez.

Les ſix livres D'ALGEBRE DE DIOPHANTE D'ALEXANDRIE: dont les quatre premiers ſont de la traduction de *Simon Stevin*; & les deux derniers ſont nouvellement traduicts par *Albert Girard, Samielois.*

La PRACTIQVE D'ARITHMETIQVE de *Simon Stevin*, contenant: LES TABLES D'INTEREST, LA DISME; Item un Traicté des Incommeſurables grandeurs: avec l'Explication du dixieſme livre d'Euclide.

Suivent les Memoires Mathematiques du PRINCE MAVRICE DE NASSAV.

II. LA COSMOGRAPHIE, *Contenant:* LA DOCTRINE DES TRIANGLES, LA GEOGRAPHIE, & L'ASTRONOMIE.

III. LA PRACTIQVE DE GEOMETRIE.

IV. L'ART PONDERAIRE, OU LA STATIQVE.

V. L'OPTIQVE.

Et apres les ſuſdites Memoires,

VI. LA CASTRAMETATION,
LA FORTIFICATION PAR ESCLUSES,
LA FORTIFICATION.

LE PRE-

LE PREMIER LIVRE D'ARITHMETIQVE

DES DEFINITIONS.

PREMIERE PARTIE DES DEFINITIONS

De l'Arithmetique & des nõbres Arithmetiques.

PArce que l'Arithmetique (ce qui eſt auſſi commun aux autres ars) s'explique par mots comme ſignes de l'affection de l'ame, leſquels ſe denotent par eſcriptures; Il nous faut premierement deſcripre la ſignification des propres vocables de ceſte ſcience. Car avant que l'on comprenne la matiere de la doctrine, il convient entendre les motz par leſquels on l'explique. Nous ferons doncques noſtre premier livre de leurs definitions, deſcripuant touſiours du commencement (au tant qu'il nous ſera poſſible) ce qui conſiſte premier en la nature.

AVERTISSEMENT A L'APPRENTIF.

VEu qu'il viendra bien à poinct ſoubs aucunes definitions, d'argumenter des proprietez des nombres (leſquelles l'apprentif pour le premier n'eſt pas tenu de ſçavoir) il m'a ſemblé bon l'advertir comment nous avons appliqué tels argumens diſtinctement avec leurs tiltres ſoubs leurs definitions, a fin que pour le premier ſe contentant des definitioos, & de leurs explications, il puiſſe à ſon plus grand prouffit les paſſer oultre.

DEFINITION I.

Arithmetique eſt la ſcience des nombres.

DEFINITION II.

Nombre eſt cela, par lequel s'explique la quantité de chaſcune choſe.

EXPLICATION.

Comme l'unité eſt nombre par lequel la quantité d'uoe choſe expliquée ſe dict un: Et deux par lequel on la nomme deux: Et demi par lequel on l'appelle demi: Et racine de trois par lequel on la nomme racine de trois, &c.

QVE L'UNITE EST NOMBRE.

PLuſieurs perſonoes voulans traicter de quelque matiere difficile, ont pour couſtume de declarer, cõment beaucoup d'empeſchemens les ont deſtourbes en leur conception, cõme autres occupations plus neceſſaires; de ne s'eſtre longuement exercé en icelle eſtude, &c. à fin qu'il leur tourneroit à moindre prejudice ce en quoy il ſe pourroyent avoir abuſé, ou pluſtoſt, comme eſtiment les aucuns, à fin qu'on diroit, *S'il a ſceu executer cela eſtant ainſi deſtourbé, qu'euſt il faict s'il euſt eſté libre?* Nous ſçaurions faire le ſemblable en ce que nous voulons icy dire de l'Unité, mais non pas en verité, car je n'ay point ſeulement leu à bon loiſir, & ſans empeſchement d'autres affaires, tous les Philoſophes anciens & modernes, que je trouvois traicter de ceſte matiere, mais j'ay auſſi communique de bouche avec quelques doctes, certes de ce temps pas des moindres, & en ceſte matiere d'autre opinion que nous: Mais pourquoy cela? par ce que je doubtois en ce que je propoſois de l'Unité? Non certes, car j'en eſtois ainſi aſſeuré, comme ſi la Nature meſme me l'euſt dict de ſa propre bouche, voire je le voyois (comme ſe font auſſi de brief ceux qui ne ſont pas du tout aueugles) par infiniz effects, qui n'ont point meſtier de preuve: Pourquoy donc? A fin que je ſerois d'autant mieux pourveu, contre toutes objections que j'en attendois.

Or doncques pour venir à la matiere; Il eſt notoire que l'on dict vulgairement; que l'Unité ne ſoit point nombre, ains ſeulement ſon principe, ou commencement, & tel en nombre comme le poinct en la ligne; ce que nous nions, & en pouvons argumenter en ceſte ſorte:

La partie eſt de meſme matiere qu'eſt ſon entier,
L'unité eſt partie de multitude d'unitez,
Ergo l'unité eſt de meſme matiere qu'eſt la multitude d'unitez;
Mais la matiere de multitude d'unitez eſt nombre,
Doncques la matiere d'unité eſt nombre.

Et qui le nie, faict comme celuy, qui nie qu'une piece de pain ſoit du pain. Nous pourrions auſſi dire ainſi:

Si du nombre donné l'on ne ſoubſtraict nul nombre, le nombre donné demeure,
Soit trois le nombre donné, & de [illegible] ſoubſtrayons un, qui n'eſt point nombre comme tu veux.
Doncques le nombre donné demeure, c'eſt à dire qu'il y reſtera encore trois, ce qui eſt abſurd.

Nous pourrions auſſi reciter pluſieurs ſubtiles & ſophiſtiques queſtions, qui nous ont eſté propoſées de bouche par les ſuſdictes perſonnes, enſemble noſtre reſutation

ſitation d'icelles, & mille abſurdités en ſuivantes: mais les omettant (car il empliroit bien un particulier & grand volume) & à fin de ne perdre huile & labeur, venons aux cauſes meſmes, la cognoiſſance deſquelles donne parfaicte intelligẽce. Il faut doncques ſçavoir, que les hommes j'adis voyans, qu'il leur eſtoit meſtier de parler & avoir intelligẽce de la quantité des choſes, ils nõmoient chaſque choſe ſimple, un; & quand à la meſme eſtoit appliquée encore une autre, les appelloient enſemble deux, & quand la propoſée ſimple choſe eſtoit diviſée en deux parties egales, ils nommoient chaſcune partie demy, &c.

Puis conſiderans que un, deux, trois, demy, tiers, &c. eſtoient noms propres, & cõvenables, pour l'explication de ladicte quantité, ils ont veu qu'il eſtoit neceſſaire de comptendre toutes ces eſpeces ſoubs un gente (car telle eſt leur maniere de faire en tous autres ſemblables, comme bled, orge, avoine, ils le nomment en genre Grain; aigle, tourterelle, roſignol, en gente Oſeau) lequel genre ils appelloient nombre; Eſtant doncques par les principes ou cauſes meſmes chaſcun d'iceux nombre, ſans doubte ils ſuivent leur opinion errante, qui en après ſans conſideration des cauſes, ont exclu l'unité. Mais quelcun me pourra maintenant dire ſelon la commune ſentence des Philoſophes, que pour traicter ordonnéement de quelque quantité, la Nature teſmoigne qu'il faut commencer de ſon principe, comme il appert en la quantité grande, de laquelle le manifeſte principe eſt le poinct, mais il y a icy queſtion de la quantité qui ſe dict nombre, il y faut donc dire du principe ou commencement du nombre: Certes je ne le concede pas ſimplement, ains l'affeirme par la ſuivante 3 definition, car veu que la communante & ſimilitude de grandeur & nombre, eſt ſi univerſelle qu'il reſemble quaſi identité, ſans doubte le nombre aura quelque choſe en ſoy, qui ſe refere au poinct. Mais que ſera ce? Ils diſent l'unité: O heure infortunée en laquelle fut premierement produicte ceſte definition du principe du nombre! O cauſe de difficulte & d'obſcurite de ce qui en la Nature eſt facile & clair! O dommageable advis de ceux qui l'ont concede, ce qui nous a faict tel avancement en l'Arithmetique, comme il euſt eſte à la Geometrie, s'ils euſſent concedé que le poinct ſoit quelque partie de la ligne, car comme de ceſtuy-la n'euſt ſuivi que abſurd, ainſi (parce que du faux ne procede que faux) de ceſtuy-cy. Mais quelle communaute (je vous ſupplie) y a il entre l'unite & le poinct? certes nulle ſetvant au propos; car deux unitez (comme ils diſent) ſont nombre, mais deux, voire mille poincts ne ſont nulle ligne: L'unité eſt diviſible en parties (vray eſt qu'ils le nient, mais mille leurs diſtinctions ne ſont pas ſuffiſantes, de pouvoir ainſi opprimer la nature du nombre, qu'elle ne manifeſte par force ſon eſſence, es Arithmetiques operations de pluſieurs Aurheurs, comme cotre autres par l'abſolute partition de l'unité de la 33. queſtion du 4. livre, & la 12. 13. 14. 15. queſtion du cinquieſme livre du Prince des Arithmeticiens Diophante) le poinct eſt indiviſible: L'unite eſt partie du nombre, le poinct n'eſt pas partie de la ligne, & ainſi des autres: L'unite doncques n'eſt point telle en nombre comme le poinct en ligne. Qu'eſt-ce donc qui luy correſpond? Ie di que ceſt 0 (qui ſe dict vulgaitement Nul, & que nous nommions commencement en [illegible]ante 3. definition) ce que ne teſmoignent pas ſeulement leurs parfaictes & genetales communautez, mais auſſi les irrefutables effects. Les communautez ſont telles:

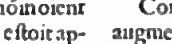
Comme le poinct eſt ajoinct de la ligne, & luy meſme pas ligne, ainſi eſt 0 ajoinct du nombre, & luy meſme pas nombre.

Comme le poinct ne ſe diviſe pas en parties, Ainſi le 0 ne ſe diviſe en parties.

Comme beaucoup de poincts, voire & qu'ils fuſſent de multitude infinie, ne ſont pas ligne; ainſi beaucoup des 0, encore qu'ils fuſſent en multitude infinie, ne ſont nul nombre.

Comme la ligne AB ne ſe peut augmenter par addition du poinct C, ainſi ne ſe peut du nombre D 6, augmenter par l'addition de E 0, car ajouſtant 0 à 6 ils ne ſont enſemble que 6.

Mais ſi l'on concede que A B ſoit prolongee juſques au poinct C, ainſi que A C



ſoit une continue ligne, alors A B s'augmente par l'aide du poinct C; Et ſemblablement ſi l'on concede que D 6, ſoit prolongé juſques en E 0, ainſi que D E 60 ſoit un continue nombre faiſant ſoixante, alors D 6 s'augmente par l'aide du nul 0, & ainſi eo pluſieurs autres que nous paſſons outre pour briefveté.

Quant aux effects, nous pourrions dite du commencement de quantité algebraique, defini à la ſuivante 14. definition, auſſi du commencemant defini à la deuxieſme definition de la NISME, par les conſtuctions, deſquelles il appert ſuffiſamment, que le 0 eſt le vray & naturel commencement, lequel comme ferme fondement nous à conduict à quelques inventions deſcriptes (telles qu'elles ſont) au ſuivant: Mais à fin que l'on n'eſtime que je veux propoſer outtecuideement, mes tuventions à telle preuve, nous prendrons autre matiere ſuffiſante, non pas d'autheurs de peu d'eſtime, mais entre autres les tables de Ptolemée, Alfonſe, Nicolas Coperne, Iehan de Monttoial, & ſemblables, eſquelles la deſcription, ou ſignification du poinct geomettique, ſe rencontte ſouvent entre les nombres. Ptennons pour exemple les tables des Sinus des Iehan de Montroial, la ou chaſque degré eſt une ligne oblique, de laquelle la longuer eſt la $\frac{1}{360}$ de la peripheric du circle, l'extremite de laquelle ligne, eſt le poinct Marhematique dont nous avons dict cy deſſus: Mais avec quoy eſt ſignifié chaſcun d'iceux, qui ſont juſques à nonante? certes (en mon exemplaire) par 0 au commencement de chaſque premiere colomne, & ſemblables exemples ſont fort communs en pluſieurs autres tables. Or ſi encore le 0 ne fuſt pas cela en nombre, ce que le poinct eſt en ligne, leſdicts grands mathematiciens, voire la nature avec eux, ont en ceci tous falli; Soit ainſi, doncques au poinct ſe teſete quelque autre choſe que 0, poſons que ce ſoit ſelon voſtre opinion 1, & en examinons la verité, mettant 1 pour le commencement ou extreme poinct (par exemple) du 3. degre, auquel correſpond 523360 (je parle de la table de Iean de Montroial, la ou le demi diametre faict 10000000) mais ceci eſt faux, car à 1, comme demonſtre ladicte table, correſpond 526265: Ou bien pour veoir double tencontre, il appert que 0, commencement du nombre, correſpond à 0, poinct & commencement du quadrant, à l'encontre duquel tu veux mettre 1, mais à 1 correſpond 2909. Doncques 1 ne ſignifie pas le poinct, mais 0; Et qui ne le peut veoir l'auteur de Nature, ayc pitié de ſes infortunez yeulx, car la faute n'eſt pas en l'object, ains à la veüe que nous ne luy ſçavons pas donnet.

QVE NOMBRE N'EST POINCT QVANTITE DISCONTINVE.

NOvs pourrions icy deſcripte pluſieurs inconveniens, procedez du ſuſdict faux fondement, mais veu qu'il auroit bien meſtier d'un traicte particulier, ce ne ſera

ne ſera pas icy ſon lieu: Mais parce que nous avons dict cy deſſus, que 6. prolongé juſques en 0, faict un continue nombre de ſoixante, contre le vulgaire, *Nombre eſt quantité diſcontinue ou diſioincte:* il nous faut encore refuter ceſte impropte definition ainſi:

Tout ce qui n'eſt qu'une quantité, n'eſt point quantité diſioincte;

Soixante ſelon qu'il eſt nombre, eſt une quantité (à ſçavoir un nombre.)

Soixante doncques ſelon qu'il eſt nombre, n'eſt point quantité diſioincte.

Quant à ce que vous diviſez par voſtre imagination, ceſte propoſée unique & entiere quantité en ſoixante unitez (ce que pourries faire par meſme raiſon en trente dualitez, ou vingt trinitez, &c.) & que puis apres vous definez le diviſé, ce n'eſt pas definition du propoſé dont il eſt queſtion: vous pourriez ſemblablement diviſer la propoſée grandeur par l'imagination en ſoixante parties, & puis par meſme raiſon la definir eſtre quantité diſcontinue, ce qui eſt abſurd. Comme doncques la generale communauté de grandeur & nombre aux autres, ainſi en ceſtuy-cy; à ſçavoir à une continue grandeur, correſpond le contioue nombre qu'on luy attribue, & telle diſcontinuité que puis apres reçoit la grandeur par quelque diviſion, ſemblable diſcontinuite reçoit auſſi ſon nombre. Et à fin d'en parler par exemple, le nombre eſt quelque choſe telle en grandeur, comme l'humidité en l'eau. car comme ceſte-cy s'eſtend par tout & en chaſque partie de l'eau; Ainſi le nombre deſtiné à quelque grandeur s'eſtend par tout & en chaſque partie de ſa grandeur: Item comme à une continue eau correſpond une continue humidité, ainſi à une continue grandeur correſpond un continue nombre: Item comme la continue humidité de l'entiere eau, ſouffre la meſme diviſion & diſioinction que ſon eau; Ainſi le continue nombre ſouffre la meſme diviſion & diſioinction que ſa grandeur; De ſorte que ſes deux quantitez ne ſe peuvent diſtinguer par continue & diſcontinue, dont nous pourrions exhiber pluſieurs argumens, mais nous le conclurons par ceſte leur contradiction. *Nombre* (diſent ils) *eſt quantité diſioincte*, & alieurs au contraire, *Nombre eſt quantité conjoincte ou compoſée de multitude d'unitez:* Certes ſi les unitez ſont conjoinctes, elles ne ſont pas diſioinctes, ny par conſequent leur conjoinction, ne produict point quantite diſioincte. Nous accomplirons la reſte par la premiere Theſe de nos Theſes Mathematiques.

Definition III.

Les characteres par leſquels ſe denotent les nombres ſont dix: à ſçavoir 0 ſignifiant commencement de nombre, Et 1. un, Et 2. deux, Et 3. trois, Et 4. quatre, Et 5. cinq, Et 6. ſix, Et 7. ſept, Et 8. huict, Et 9. neuf.

Definition IV.

Chaſques trois characteres d'un nombre s'appellent membre, deſquels le premier, ſont les premiers trois characteres à la dextre; Et le ſecond membre, les trois characteres ſuivants vers la feneſtre; Et ainſi par ordre du troiſieſme membre, & autres ſuivants, tant qu'il y en aura au nombre propoſé.

Explication.

Soit quelque nombre tel 357876297. Les 297. s'appellent premier membre, & 876 ſecond, & 357. troiſieſme.

Definition V.

Le premier characterе du premier membre commençant à dextre vers la feneſtre, ſignifie ſimplement ſa valeur, le ſecond autant de fois dix qu'il contient unitez, le troiſieſme autant des fois cent qu'il contient unitez; Et le premier characterе du ſecond membre, autant de fois mille qu'il contient unitez; & ainſi par dixieſme progreſſion des autres characteres contenus en tout nombre propoſé.

Explication.

Soit quelque nombre tel 756871307892 76. Doncques ſelon ceſte definition le premier characterе 6, faict ſix, & le 7. ſuivant ſeptante, & le 2. ſuivant deux cent, & le 9. neuf mille, & ainſi des autres. Pour doncques expliquer ce nombre, on mettera ſur chaſque premier characterе de chaſque membre (excepte le premier) un poinct; Puis on dira, ſeptante cinq mille mille mille mille (à ſçavoir autant des fois mille qu'il y a des poincts depuis le 7. juſques à la fin) ſix cents huictante ſept mille mille mille, cent trente mille mille, ſept cents huictante neuf mille, deux cents ſeptante ſix.

Definition VI.

Nombre Arithmetique eſt celuy qu'on explique ſans adjectif de grandeur.

Explication.

Le nombre a deux eſpeces, deſquelles l'une eſt expliquée par adjectif de grandeur, comme les nombres quarrez, cubiques, racines, quantitez, &c. leſquels nous appellons nombres Geometriques, & ſeront definiz à la ſeconde partie ſuivante; l'autre eſpece eſt ſimplement expliquee ſans ledict adjectif, comme un, deux, trois, trois cinequieſmes, &c. Nous appellons tels nombres par diſtinction de l'autre eſpece, nombres Arithmetiques.

Definition VII.

Nombre entier eſt unité, ou compoſée multitude d'unitez.

Definition VIII.

Nombres entre eux premiers ſont ceux qui n'ont point de multitude d'unitez pour commune meſure.

Explication.

Comme 5 & 7 ou 10 & 13 & ſemblables: par ce qu'ils n'ont point de multitude d'unitez, qui leur ſoit commune meſure, s'appellent nombres entre eux premiers.

Definition IX.

Nombres entre eux compoſez ſont ceux qui ont multitude d'unitez pour commune meſure.

Explication.

Comme 9 & 12, par ce que nombre de multitude d'unitez, à ſçavoir 3, eſt leur commune meſure, ils s'appellent nombres entre eux compoſez.

Definition X.

Nombre rompu, eſt partie ou parties de nombre entier.

Explication.

Comme eſtant un diviſé en trois parties egales, une des meſmes eſt nombre rompu, qu'on deſcript ainſi $\frac{1}{3}$, & s'appelle un tiers. Ou eſtant 1 parti en quatre parties egales, trois des meſmes eſt nombre rompu: lequel ſe deſcript ainſi $\frac{3}{4}$, & s'appelle trois quarts. ou eſtant 1 parti en trois parties egales, ſept de telles parties eſt nombre rompu qu'on deſcript ainſi $\frac{7}{3}$, & s'appelle ſept troiſieſmes.

Definition XI.

Numerateur de rompu, eſt le nombre ſuperieur explicant la multitude des parties y contenues.

EXPLICATION.

Soyent trois quarts deſcripts ainſi $\frac{3}{4}$, doncques le 3. s'appelle numerateur, par ce qu'il explique au nombre la multitude des parties contenues au meſme rompu: car $\frac{3}{4}$ eſt un rompu compoſé de quartes, & le 3. nous monſtre (comme en nombrant) que des meſmes quartes il en y a trois, d'ou il eſt appellé numerateur.

DEFINITION XII.

Nominateur de rompu, eſt le nombre inferieur explicant ſa qualité.

EXPLICATION.

Soyent trois quarts eſcripts ainſi $\frac{3}{4}$: l'inferieur nombre donc 4. parce qu'il explique ſa qualité ou qu'il nomme quel rompu, c'eſt à ſçavoir un rompu de quartes, on l'appelle nominateur.

DEFINITION XIII.

Rompu premier, eſt celuy duquel le numerateur & nominateur ſont nombres entre eux premiers.

EXPLICATION.

Comme $\frac{3}{7}$ ou $\frac{3}{5}$ & ſemblables.

LA SECONDE PARTIE, DES DEFINITIONS DES NOMBRES GEOMETRIQVES.

APRES que les anciens avoyent appereeu la vertu de la progreſſion des nombres, comme ceux-cy 2. 4. 8. 16. 32, &c. ou 3. 9. 27. 81. 243, &c. la ou le premier multiplié par ſoy, donne pour ptoduict le ſecond de l'ordre, puis le ſecond autrefois multiplié par le premier, donne le troiſieſme de l'ordre, & le troiſieſme multiplie par le premier donne le quatrieſme de l'ordre, & ainſi des autres; car 2. par ſoy faict le 4, le meſme par 2. faict 8, & ceſtuy-cy par 2. faict 16, &c. Semblablement 3. par ſoy faict 9, le meſme par 3. faict 27, & ceſtuy-cy par 3. faict 81, &c. Ils ont veu qu'il eſtoit neceſſaire, de donner des propres noms à ces nombres, par leſquels on les pourroit diſtinctement ſignifier, appellans le premier en l'ordre *Prime*, que nous ſignifierons par ①, & le deuxieſme en l'ordre ils le nommoient *Seconde*, que nous denoterons par ②, & ainſi des autres, par exemple:

① 2. ② 4. ③ 8. ④ 16. ⑤ 32. ⑥ 64, &c.

Item:

① 3. ② 9. ③ 27. ④ 81. ⑤ 243. ⑥ 729, &c.

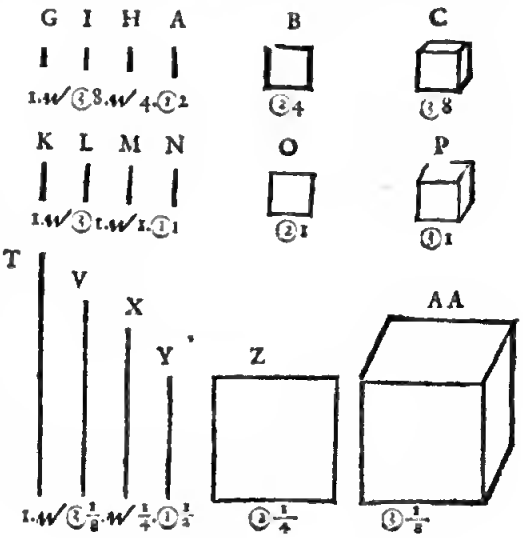
Puis voyans que ce premier nombre, eſtoit comme coſté de quarré, & le ſecond ſon quarré, & le troiſieſme le cube du premier, &c. & que ceſte ſimilitude des nombres & grandeurs, manifeſtoit pluſieurs ſecrets des nombres, ils leur ont auſſi attribué les noms des grandeurs, appellans le premier *Coſté*, le ſecond *Quarré*, le troiſieſme *Cube*, &c. & conſequemment tous ces nombres en general *Nombres Geometriques*. Mais conſideté l'utilité de la parfaicte intelligence de la communauté de ces nombres avec leurs grandeurs, nous deſcriprons ces grandeurs par ordre comme leur fondement, en ceſte ſorte:

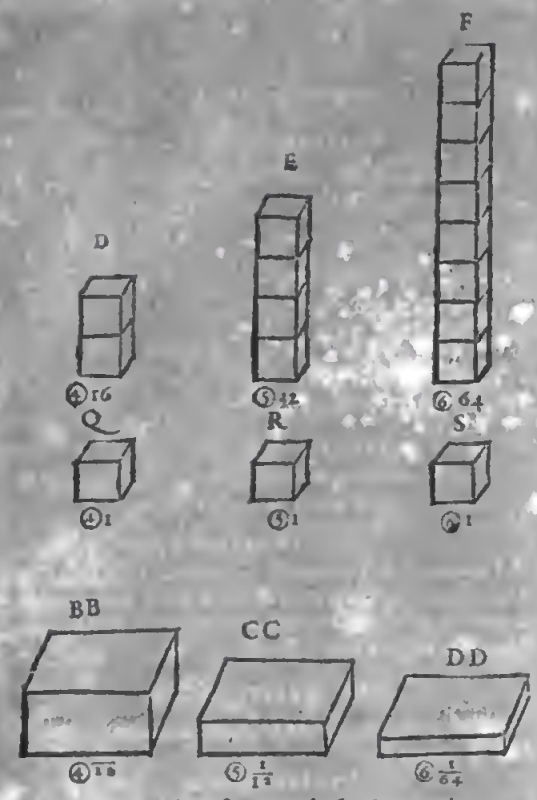
DESCRIPTION DV FONDEMENT DES NOMBRES GEOMETRIQVES.

SOIT tirée la ligne A, de laquelle la quantité ſoit plus grande qu'unité, comme 2. (2. doigts ou pieds, ou ce que l'on voudra.) Puis ſoit eſcript le quarré B, duquel le coſté ſoit egal à la ligne A, & ſemblablement le cube C, duquel le coſté ſoit egal à A. Item le docide D (eſt à dire, poutre ou ſolide rectãgle, qui a le coſté entre deux quarrez oppoſitez plus long que le coſté du quarré) en telle raiſon au cube C, comme le nombre expliquant le quarré B, au nombre expliquant la A, & que ſa baſe quarrée (comme auſſi de tous les docides ſuivans) ſoit egal au quarré B. Puis le docide E, en telle raiſon à D, comme D à C. Item le docide F, en telle raiſon à E, comme D à C: & ainſi on pourroit continuer plus avant. Puis ſoit titée la ligne G, reſpondante à l'unité: à ſçavoir a telle unité, comme A en faict 2. Item ſoit tirée la ligne H, moyenne proportionelle entre G & A. Item la ligne I antecedente de deux moyennes proportionelles entre G & A. & les quantitez des grandeurs ſeront telles A 2. B 4. C 8. D 16. E 32. F 64. H. racine quarree de racine quarrée de 4. (à ſçavoir du quarré B,) & I racine cubique, de racine cubique de 8, (à ſçavoir du cube C) & L vaudra 1. Et ſera achevé le premier rang procedant de la ligne A maieure qu'unité.

Soit auſſi deſcript de meſme ſorte le rang K. L. M. N. O. P. Q. R. S. deſquelles N ſoit ligne reſpondante à la A, & ſa quantité ſoit de unité, & O ſoit quarré, quantité reſpondante à la B, & ainſi des autres, & toutes les quantitez comme P Q R S, ſeront cubes & la quantité de chaſcune grandeur ſera 1. Et ſera achevé le ſecond rang procedant de la ligne N, de laquelle la quantité eſt unité.

Et de meſme ſorte ſoit deſcript le rang T. V. X. Y. Z. A A. B B. C C. D D. deſquelles Y ſoit ligne reſpondante à la A, & ſa quantité ſoit moindre qu'unité, comme $\frac{1}{2}$, & Z ſoit quarré, quantité reſpondante à la B, & ainſi des autres, & les quantitez BB. CC. DD. ſeront proportionels plinthides, c'eſt à dire tuilles ou ſolides rectangles, qui ont le coſté entre deux quarrez oppoſitez plus court que le coſté du quarré, & leurs quarrez ſont egaux au quarré Z. Et les quantitez des grandeurs ſeront telles Y $\frac{1}{2}$. Z $\frac{1}{4}$. AA $\frac{1}{8}$. BB $\frac{1}{16}$. CC $\frac{1}{32}$. DD $\frac{1}{64}$. X racine quarrée de racine quarrée de $\frac{1}{4}$, à ſçavoir du quarré Z, & V racine cubique de racine cubique de $\frac{1}{8}$, à ſçavoir du cube A A, & T vaudra 1. Et ſera parfaict le troiſieſme rang procedant de la ligne Y moindre qu'unité.





Voyla achevée la description du fondement des nombres Geometriques, par lequel nous esperons facilement demonstrer leurs vrayes proprietez, & refuter legitimement quelques absurditez en use.

Premierement faut considerer, que au lieu de nostre sexte quantite F qui est docide, & de la sexte quante DD qui est plinthide, il est vulgaire d'en faire un cube qu'ils appellent cube de quarré, ou quarré de cube. Et semblable differéce y a il en toutes les figures suivantes la quarte quantite: mais que ces formes cy sont les vrayes & naturelles & pas celles la, appert entre beaucoup d'autres par la racine, ou le costé des mesmes quantitez. Par exemple, l'on requiert la racine ou le costé de ladicte sixiesme quantité F 64, nous disons tous qu'il est 2, Or voyons quelle des figures est propre, vrayement c'est le docide, & point le cube: car il appert en nostre figure F, que chasque costé des bases est egal à A, qui faict 2 par l'Hypothese: mais quand au lieu de F docide, sera faict un cube: son costé sera 4: on dira doncques que le coste de 4 est 2, qui est absurd. Et de mesme sorte quand le costé de tel cube sera 100, tu le diras estre 10. Item quand pour la sixiesme quantité DD $\frac{1}{64}$ qui est plinthide, on met un cube, nous dirons tous que son coste sera $\frac{1}{2}$, ce qui est vray au plinthide, mais au cube il sera manifeste qu'en tout son corps n'y a aucune ligne si longue, car son costé sera seulement de $\frac{1}{4}$, ergo absurd. Et semblable improprieté se pourra demonstrer aux autres quantitez. Telles figures doncques ne nous expliquent pas les vrais fondemens.

Au second; veu que la proportion des quantitez est continue, c'est equitable & utile, que la mesme cõtinuité appert aussi à l'œil aux figures, comme au precedent fondemẽt. La reste dependant de ceste matiere sera declairée au suivant chascun en son lieu, la ou il viendra à poinct.

Definition XIV.

Commencement de quantité, est tout nombre Arithmetique ou radical quelconque, son charactere est tel ⓪.

Explication.

Comme (par exemple) c'est autre chose au zodiaque le commencement du Bellier, autre le premier degre du Bellier: car l'un est poinct, l'autre ligne: à sçavoir la $\frac{1}{360}$ de son circle. Ainsi vouloos nous ici par commencement de quantité signifier autre chose que par premiere quantité de laquelle la definition s'ensuit. Doncques tout nombre Arithmetique ou radical quelconque, qu'on use en computation algebraique comme 6 ou $\sqrt{3}$ ou $2+\sqrt{3}$, &c nous l'appellons commencement des quantitez, le charactere le signifiant est tel ⓪: mais sera seulement usé quand les nombres Arithmetiques ou radicaux ne seront pas absolutement descripts.

Definition XV.

Prime quantité, est un ligne droicte nombre expliquée, son charactere est tel ①.

Explication.

Comme la ligne A, nombre expliquee, à sçavoir 2, s'appelle prime quantite, & de mesme sorte est prime quantite la ligne N, de laquelle le nombre l'explicant est 1. Item la ligne Y de laquelle le nombre l'explicant est $\frac{1}{2}$.

Definition XVI.

Seconde quantité, est un quarré descript d'une ligne egale à la prime quantité, son charactere est tel ②.

Explication.

Comme le quarré B, s'appelle seconde quantité, & de mesme sorte sont secondes quantitez les quarrez O & Z.

Definition XVII.

Tierce quantité, est un cube duquel le costé est egal à la prime quantité, son charactere est tel ③.

Explication.

Comme le cube C, s'appelle tierce quantité, & de mesme sorte sont tierces quantitez les cubes P & A A.

Definition XVIII.

Quarte quantité, est un solide rectangle, duquel deux bases opposites sont quarrez egaux à la seconde quantité, & en telle raison à la tierce quantité, comme le nombre de la seconde quantité au nombre de la prime quantité: son charactere est tel ④. Quinte quantité est un solide rectangle duquel deux bases opposites sont quarrez egaux à la seconde quantité, & en telle raison à la quarte quantité, comme la quarte à la tierce: son charactere est tel ⑤. Et la mesme raison a toute autre quantité consequente à son antecedente.

Explication.

Comme les solides rectangles D. Q. B B s'appellent quartes quantitez. Item les solides rectangles E & R & C C s'appellent quintes quantitez, & F. S. D D. sextes quantitez, & ainsi des autres semblables.

Nota.

Il est à noter que les trois premieres quantitez desquelles avons dict cy dessus (à sçavoir prime, seconde, & tierce quantité) ne changent point de forme, comme faict la quatriesme & autres ensuivantes: c'est à dire ① est tousiours quelque ligne droicte, & ② tousiours quarré. Et la troisiesme quantité tousiours cube, mais la quarte quantite & autres suivantes ne sont pas tousiours figures de mesme forme: car quand le nombre de la ① est mineur que unité, seront tous docides, & estant unité, seront tous cubes: mais estant moindre que unité, seront tous plinthides.

QVE LES DIGNITEZ OV DENOMINATEVRS *des quantitez ne ſont pas neceſſairement nombres entiers, mais potentiellement nombres rompuz & nombres radicaux quelconques.*

Il eſt aſſez notoire à ceux qui s'exercent en computations algebraiques (car c'eſt à eux que nous parlons ici) que quand il y à extraire racine quarrée de ①, ou de ③, ou bien racine cubique de ② & de ſemblables, qu'il faut dire, que c'eſt racine d'autant. Par exemple, racine quarrée de 4 ① ſe dict $\surd$ 4 ①; la raiſon eſt, qu'il n'y a en uſe aucunes algebraiques quantitez qui pourruyent autrement ſignifier telles racines. Toutesfois le $\frac{1}{2}$ en cercle ſeroit le charactere de racine de ①, parce que le meſme (ſuivant la reigle de multiplication des autres quantitez) multiplié en ſoy donne produict ①, & par conſequent $\frac{1}{2}$ en un cercle ſeroit le charactere de racine quarree de ③, par ce que telle $\frac{1}{2}$ en cercle multipliée en ſoy donne produict ③, & ainſi des autres; de ſorte que par tel moyen on pourruit de toutes ſimples quantitez extraire eſpeces de racines quelconques, comme racine cubique de ② ſeroit $\frac{1}{3}$ en cercle, &c.

Or par la conſideration de ces choſes nous eſt devenu manifeſte ce qui au paravant nous eſtoit plus obſcur, à ſçavoir, que la prime quantité, laquelle les algebraiciens uſent pour l'inferieure, ne l'eſt pas conſidere ce qui conſiſte potentiellement en eux: mais comme il y a un infini maieur progres des quantitez depuis l'unité, ou de la prime quanturé en aſcendant, comme ① ② ③, &c. ainſi y a il ſemblable infini moindre progres de la prime quantité en deſcendant, qui ſe pourroit ſignifier par $\frac{1}{1}\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{4}$ en circeles, & ſi pourruit on par les meſmes proceder comme par denominateurs entiers.

Or ſi l'uſage de telles quantitez pouvoit avancer en la reigle de trois algebraique (vulgairement dicte equation) à ſçavoir que par icelles on ſeuſt venir au deſſus des quantitez ① ③ ② ① ⊙ de Lois de Ferrare (ce qu'avons tenté, mais combien qu'ainſi je pouvois extraire racines de toutes quantitez; toutesfois n'y avons peu avenir, comme à ſon lieu en dirons plus amplement) certes leur uſage ſeroit par raiſon à conceder. Mais n'eſtant cela pour l'heure pas ainſi, uſerons ſeulement les vulgaires entieres, d'autant plus que toutes computations algebraiques ſe peuvent achever ſans icelles. Car à la fin autant faiſons par racine de 4 ①, comme par 2 mis devant $\frac{1}{2}$ en cercle. Tellement que par ce diſcours avons ſeulement voulu manifeſter ce qui conſiſte potentiellement en la matiere, à fin que par ainſi rendiſſions le ſubject plus notoire. Il pourroit auſſi avenir que ceſte ſouvenance cauſeroit à un autre quelque avancement.

Definition XIX.

Nombre algebraique entier, eſt quantité ou compoſée multitude de quantitez.

Explication.

Il eſt à conſiderer qu'integrité ou fraction de nombre algebraique, ne ſe refere point au nombre de multitude, ou valeur de la quantité, mais ſeulement à la denomination ou dignité d'icelle, car $\frac{3}{4}$ ① ou $\surd$ 2 ③ & ſemblables, ſont autant nombres algebraiques entiers comme 3 ①, par ce que comme nous avons dict nous prenons ſeulement regard à la denomination de la quantite, qui eſt icy entiere: mais fraction algebraique eſt telle comme la definition en ſuict.

Definition XX.

Nombre algebraique rompu, eſt partie ou parties de nombre algebraique entier.

Explication.

Comme $\frac{2①}{3⊙}$ eſt nombre algebraique rompu, qui s'explique ainſi, deux primes diviſees par trois ſecondes.

Definition XXI.

Quantitez entre elles premieres, ſont celles qui n'ont point de diverſes eſpeces de quantitez pour commune meſure.

Definition XXII.

Quantitez entre elles compoſées ſont celles, qui ont diverſes eſpeces de quantitez pour commune meſure.

Definition XXIII.

Rompu algebraique premier eſt celuy duquel le numerateur & nominateur ſont nombres entre eux premiers.

Definition XXIV.

Quantitez continues en l'ordre, ſont celles entre leſquelles ne defaut aucune quantité de leur naturelle progreſſion.

Explication.

Comme ⊙ & ①. Item ② & ③. Item ① ② ③ ④, &c. s'appellent quantitez continues. Et par le contraire eſt manifeſte qu'elles quantitez ſont diſcontinues, à ſçavoir comme ① & ③, ou ② & ⑤, &c.

Definition XXV.

Superieure quantité eſt celle, de laquelle le nominateur l'explicant eſt maieur.

Explication.

Comme ④ appellons ſuperieure ou plus haulte quantite que ③ ou ②, & par le contraire eſt manifeſte qu'elle eſt quantité inferieure. Nous appellons telle quantité, quantite ſuperieure; à fin d'oſter l'ambiguité qui ſe rencontre en les appellans quantitez maieures: par exemple ſoyent 6 ① & 3 ②. Or ſi l'on parle icy de maieure quantité, ſera choſe ambigue, quel des deux ſera la maieure: à ſçavoir ſi le vocable maieure ſe deura referer au nombre de la multitude des quantitez: en quel reſpect ſeront maieures les 6 ①; ou en reſpect des nominateurs des quantitez, ſelon lequel ſont maieures les 3 ②. Ou en reſpect de leurs valeurs, ſelon lequel chaſcun pourra eſtre le maieur. Par exemple, ſi la valeur de 1 ④ fuſt 2, les trois ② ſeront maieures, car vauldront 24; & les 6 ① ſeulement 12: mais ſi la valeur de 1 ① fuſt 1, alors au contraire les 6 ① ſeront maieures: car elles vauldront 6, & les 3 ② ſeulement 3: mais quand nous diſons de la ſuperieure quantité, ce ſera ſans doubre parlé des 3 ②.

Definition XXVI.

Multinomie algebraique eſt un nombre conſiſtant de pluſieurs diverſes quantitez.

Explication.

Comme 3 ③ + 5 ② — 4 ① + 6 s'appelle multinomie algebraique. Et quand il aura deux quantitez comme 2 ① + 4 ② s'appellent binomie, & de trois quantitez s'appellera trinomie, &c.

Definition XXVII.

① *Appliquée à* ⊙ *nous nommons quantitez primitives. Et quantite quelconque ſuperieure que* ① *appliquée à* ⊙ *leurs derivatives, & toutes quantitez appliquées à* ⊙ *auſquels n'exiſtent autres inferieurs denominateurs de quantitez à leurs denominateurs proportionels, nous nommons primitives, & icelles proportionelles leurs derivatives.*

Explication.

Comme ① & ⊙ nous nommons quantitez primitives, & leurs

Digitized by Google

& leurs derivatives comme ② ○, ou ③ ○, ou ④ ○, &c. Mais quand il y a plus d'une quantite appliquee a ○, comme ② ① ○, ou ③ ① ○, ou ③ ② ○, ou ③ ② ① ○, ou ④ ② ① ○, ou ④ ③ ① ○, &c. ausquels n'existent autres inferieurs denominateurs à leurs denominateurs proportionels & de mesme multitude, nous les nommons primitives; & quand autres appliquez nominateurs sont à iceux appliquez denominateurs proportionels, nommons iceux autres leurs derivatifs, comme ④ ③ ○ sont derivatifs desdicts ③ ① ○, parce que comme 2 a 1 (denominateurs) ainsi 4 a 2, & pareillement dirons ⑥ ① ○ estre derivatifs desdicts ② ① ○, par ce que comme 2 a 1 ainsi 6 a 3. Et de mesme sorte dirons ⑥ ③ ○ estre derivatifs de ③ ① ○. Et semblablement ⑧ ⑥ ④ ② ○, ou ⑫ ⑧ ⑥ ④ ② ○ estre derivatifs de ④ ③ ② ○, & ainsi des autres.

Mais pour dire de l'utilité de ceste definition, faut sçavoir, qu'en la regle de proportion des quantitez, la ou par trois termes donnez, nous cherchons un quatriesme proportionel, les derivatifs ont la mesme maniere d'operation que leurs primitifs. Comme si les deux premiers termes furent derivatifs, tels ③ ○, ou ③ ○, ils auront une operation semblable à celle de leurs primitifs ① & ○, Item si les deux premiers termes futent ④ & ② ○, ou ⑥ & ③ ○, &c. ils auront une operation semblable à celle de leurs primitifs ② & ① ○. Et ainsi de tous autres: d'ou s'ensuyvra qu'en un seul probleme, à sçavoir le 78. comprehendrons tous les derivatifs (qui sont en infini) des antecedens primitifs; Pourtant celuy qui voudra bien entendre ledict 78. prob. il sera necessaire de bien entendre ceste definition.

Definition XXVIII.

Quantitez postposées sont celles qui en l'algebre se posent aucunesfois apres les positives.

Explication.

Toutes les quantitez d'une algebraique operation, qui ne sont pas notées du signe des postposées quantitez, sont touiours positives ou premieres posées, & d'une mesme progression, mais par ce que en aucunes operations est necessaire de poser quantitez d'une autre progression que n'est la premiere, appellons les mesmes postposées quantitez, & leurs signes sont tels; 1 sec ① signifie une seconde ①, c'est à dire 1 ① secondement posée, car toutes quantitez qui n'ont point tel vocable comme 1 ① ou 3 ③, &c. sont positives ou premierement posées. Item 1 ter ① signifie une tierce. 1 ①, c'est à dire 1 ① tiercement posée. Item 2 sec ② signifie 2 secondes ②, a sçavoir 2 ② procedans de la 1 sec ①. Item 3 ① M sec ① signifie 3 ① multipliées par 1 sec ①, ou le produict de 3 ① multipliees par 1 sec ①. Item 3 ① M sec ① M ter ② signifie 3 ① multipliées par 1 sec ① & le mesme multiplie par 1 ter ②.

Item 5 ② D sec ① M ter ③ signifie 5 ② divisees par 1 sec ①, & le mesme multiplié par 1 ter ③, &c.

Definition XXIX.

La prime quantité qui est egale au costé de chasque quantité, s'appelle aussi racine, La marque de costé ou racine est telle ✓.

Explication.

La prime quantité de la 1 definition s'appelle aussi metaphoriquement racine; & cela à cause que comme la racine est source de tout ce qui croist sur luy, ainsi ressemble la prime quantité la source ou racine de toutes les quantitez de son teng. & est touiours egala chasque costé du mesme, comme A au fondement est egale au costé de B, de C, de D, (à sçavoir au moindre costé de D.) La marque signifiant racine ou coste est telle ✓, laquelle mise devant 1 comme ✓ ① denote racine de cube, ou racine de tierce quantite: & semblablement ✓ ②, signifie racine de quarte quantité. Et de mesme sorte pourrions dire ✓ ② signifier racine de quarré, ou de seconde quantite, mais pour la signifier il est en use (a cause de brieveté) de delaisser le signe ②, & mettre seulement ✓, par lequel on entend racine ou coste de quarré.

Que racine est vocable convenable a l'art.

Il y a des aucuns qui rejectans le vocable racine, disent, costé de quarte ou de cube, ne se pouvoir nommer racine sinon nepremen, mais à mon avis ils n'exhibent pas convenable distinction. Car combien que racine est touiours egale à costé; toutesfois autre quantite, est racine comme A, que coste de B ou de C: pourtant quand nous disons racine de B, c'est à dire A: car A est sa racine ou source: mais quand nous disons costé de B, qui est a la A egal, a donc uous parlons du costé essentiel de B. Nous userons donc à bon droict avec les anciens le vocable racine là ou il viendra à point.

Definition XXX.

Racine de quarré de racine de quarré, est une ligne moyenne proportionelle entre la prime quantite, & une ligne respondante à l'unité de la mesme: sa marque est telle ✓✓. Et racine cubique de racine cubique, est l'antecedente ligne de deux lignes moyennes proportionnelles entre la prime quantité & une ligne respondante à l'unité de la mesme, sa marque est telle ✓✓ ③. & ainsi des autres semblables.

Explication.

Comme la ligne H s'appelle racine quarree de racine quarrée, à sçavoir du quarre B, car par la construction du fondement elle est moyenne proportionelle entre A & G, laquelle G respond à l'unite de la A, Semblablement dirons la M & X estre racines quarrees de racines quarrées. Et de mesme sorte entendra on la racine quarrée de racine quarrée de racine quarree de B estre la moyenne ligne proportionelle entre G & H, de laquelle la marque est telle ✓✓. & semblablement procedera on en infini pour les racines quarrées de racines quarrées quelconques.

Item la ligne I s'appelle racine cubique de racine cubique (à sçavoir du cube C:) car par la construction du fondement elle est antecedente ligne de deux moyennes lignes proportionelles entre la prime quantité & une ligne respondante à l'unite de la mesme. qui est entre G & A. Et semblablement dirons les lignes L & V estre racines de racines cubiques.

De mesme sorte entendra on la racine cubique de racine cubique de racine cubique de C estre l'antecedente ligne de deux moyennes proportionelles entre G & I, sa marque sera telle ✓✓ ③. & ainsi procedera on en infini pour racines de racines cubiques de racines cubiques quelconques.

Et ainsi procedera on en toutes les autres quantitez; car la racine de racine de quarte quantité, est l'antecedente ligne de trois lignes moyennes proportionelles entre G & A, de laquelle la marque sera telle ✓✓ ④.

Nota 1.

Nous avons dict à la 29 definition que racine de quarrée a marque telle ✓. Item à la 30 definition, que racine de quarré, de racine de quarré a marque telle ✓✓: mais

mais faut bien noter ceſte ſyllabe *de*, car ✓ ne ſignifie pas ſimplement racine, mais il y faut encore adjouſter ledict *de*, veu qu'il y a grande difference entre racine, & racine *de*. Comme par exemple ✓ 4 ſignifie racine de quarré 4, laquelle vaut 2, mais racine quarre de 4, vaut 4, comme le quarré 16, à ſa racine 4, & pour ✓ 4. Ledict avertiſſement du vocable *de*, appliquera on auſſi à toutes autres racines comun ✓ ③, ✓ ④, &c.

Nota 1.

Ceſte marque ſignifiant racine de quarré telle ✓, & de racine de racine de quarre telle ✓✓, eſt par pluſieurs en uſé, eſt auſſi fort commode pour telle ſignification, & continuant telle progreſſion s'enſuit que ✓✓ doibt ſignifier racine de racine, de racine de quarré. Ils font donques improprement ceux qui par ✓✓ veullent ſignifier racine de cube, veu qu'autre choſe eſt racine de cube, que racine de racine, de racine de quarré. Car la ligne A au fondement eſt (comme auſſi de toutes les quantitez ſuyvantes) egale à la racine du cube C. Mais racine de racine, de racine de quarré, eſt la ligne moyenne proportionelle entre G & H. laquelle eſt bien d'autre quantité (excepté quand la racine eſt 1, comme au ſecond reng des figures du fondement.) Et pour en donner exemple en nombres, il eſt notoire que ✓✓ 256. eſt 2. mais ✓ ④ 256, eſt plus que 6.

Concluons doncques que ✓✓ ne peult diſtinctement ſignifier racine cubique.

Quant aux figures comme ✕ 8, &c. qu'aucuns ſuyvans les anciens uſent au lieu de nos marques ① ② ③ (qu'auſſi a uſé Raphael Bombelle, excepté ⊙) peut eſtre que les meſmes ont vulgairement (comme aupres de nous Cinequante, C cent, M mille, &c.) aupres les Arabes inventeurs de l'algebre ſignifie les meſmes que 1.2.3. &c. ou ① ② ③. Mais quoy qu'il en ſoit, i'entens la ſignification de telles characteres neceſſaires à l'Arithmeticien pour entendre les autheurs qui les uſent: mais en noſtre Arithmetique ne les uſerons pas, n'y auſſi ceux qui feront ſelon noſtre conſeil: car l'utilité des marques ⊙ ① ② ③ ④, &c eſt telle, que l'operation qui par ceux characteres eſt obſcure, laborieuſe, & ennuieuſe, (par ce que telles figures ne nous ſignifient pas vulgairement ce qu'ils denotoyent d'aventure aux Arabes) ſera par ces marques claire, legiere, & plaiſante. Car comme les characteres 1.2.3.4.5.6.7.8.9.0. (en reſpect de pluſieurs autres marques ſignifians nombres) ne ſont ſeulement brieves, mais neceſſaires: voire il ſemble, que ſans leur convenable & naturel ordre, il euſt eſté impoſſible à l'homme de parvenir aux ſecrets d'Arithmetique qu'il a acquis; Et de meſme ſorte entendra on que cecy ſont les characteres qui au naturel ordre ſont requis; leſquels aux quatre numerations generales, & principalement aux tompuz des meſmes qui ſouventesfois ſe rencontrent, vont par toutes compurations algebraiques, donnent telle facilité, que ce qu'a pluſieurs ſeront autrement impoſſible de comprendre, leur ſera facile, mettant le tout au jugement de ceux qui entendent la choſe.

Or eſtant auſſi definies les grandeurs du fondement, faut maintenant venir à leurs nombres.

Definition XXXI.

Nombre expliquant la valeur de quantité geometrique, s'appelle nombre geometrique, & obtient le nom conforme à l'eſpece de la quantité qu'il explique.

Explication.

Comme le nombre 2. explicant la valeur de la prime quantité A, ou le nombre 1 la valeur de la prime quantité N, ou le nombre $\frac{1}{2}$ la valeur de la prime quantité Y, s'appellent (par ce que les meſmes prime quantitez ſont racines) nombres radicaux.

Item le nombre 4, explicant la valeur de la ſeconde quantité B, & ſemblablement 1 de O, & $\frac{1}{4}$ de Z, ſe nomment (par ce que les meſmes ſecondes quantitez ſont quarrez) nombres quarrez.

Item le nombre 8, explicant la valeur de la tierce quantité C, & ſemblablement 1 de P, & $\frac{1}{8}$ de A A, s'appellent (par ce que les meſmes tierces quantitez ſont cubes) nombres cubiques.

Item le nombre 16 explicant la valeur de la quarte quantité D, & ſemblablement 1 de Q, & $\frac{1}{16}$ de B B, s'appellent (par ce que les meſmes ſont quartes quantitez) nombres de quarte quantité; & auſſi des autres ſemblables.

Item le nombre 2 explicant la valeur du coſté de B, & ſemblablement 1 du coſté de O, & $\frac{1}{2}$ du coſté de Z, ſe nomment (parce que ſe ſont coſtez de quarrez) coſtez de quarrez. Et 2 explicant la valeur du coſté de C, s'appelle coſté cubique, & de D, coſté de quarte quantité, &c.

Item le nombre ✓✓ 4 explicant la valeur de H, & ſemblablement ✓✓ 1 de M, & ✓✓ $\frac{1}{4}$ de X, ſe nomment racines quarrées de racines quarrées, parce que telles lignes par la 30 definition ſont racines quarrees de racines quarrées.

Item le nombre ✓✓ ④ 8 explicant la valeur de I, & ſemblablement ✓✓ ③ 1 de L, & ✓✓ ③ $\frac{1}{8}$ de V, s'appellent racines cubiques de racines cubiques, parce que telles lignes par la 30 definition ſont racines cubiques de racines cubiques.

Nota.

Il eſt vray que ✓ ④ vaut le meſme que ✓✓, comme ✓ ④ 81 vaut 3, comme fuict auſſi ✓✓ 81. Mais entant que l'une eſt ligne comme H, & l'autre coſté de quantité comme D, elles ſont par raiſon à diſtinguer.

QVE NOMBRES QVELCONQVES PEVVENT eſtre Nombres quarrez, cubiques, &c. Auſſi que racine quelconque eſt nombre.

Puis que les nombres explicans les valeurs des quantitez geometriques, reçoivent un nom conforme à la meſme quantité (comme 4 ou 9 & ſemblables explicans les valeurs des quarrez, s'appellent pourtant nombres quarrez. Item 8 & 27, &c. expliçans les valeurs de cubes, s'appellent pourtant nombres cubiques) s'enſuit que 6 ou 7 ou 8, & ſemblables explicans les valeurs des quarrez, ſe nommeront pourtant auſſi nombres quarrez. Et 9 ou 10, &c. explicans les valeurs des cubes s'appelleront pourtant auſſi nombres cubiques. Ce que eſtant apertement ainſi, s'enſuit que ceux la s'abuſent qui veullent le contraire. Mais quelle eſt leur raiſon? 8 me dira quelque adverſaire ne peut eſtre nombre quarre, par ce qu'il n'y a nul nombre qui multiplié en ſoy, produiſe 8. Il eſt vray (dira il) que racine de 8 en ſoy les produict, mais elle n'eſt pas nombre: Or je luy pourrois nier qu'aucun nombre ſoit pourtãt nombre quarré, par ce qu'il ſe trouve nombre qui multiplié en ſoi produict le meſme nombre, conſideré qu'il obtient ſeulement le nom de quarré, pource qu'il explique ſa valeur, & point pour quelque autre accident: de ſorte que 4 ou 9, ou ſemblables conſiderez ſimplement, & abſtraicts de quarrez, ne ſont pas nombres quarrez: Mais paſſant tout cecy, nous reſpondrons à ſon propos, prouvants que la ✓ 8, eſt nombre en ceſte ſorte: La partie eſt de la meſme matiere qu'eſt ſon entier;

entier; Racine de 8 eſt partie de ſon quarré 8: Doncques ✓8 eſt de la meſme matiere qu'eſt 8: Mais la matiere de 8 eſt nombre; Doncques la matiere de ✓8 eſt nombre: Et par conſequent ✓8 eſt nombre. Auſſi que ſeroit ce de dire, le quarré de ✓8 eſt 8, mais 8 n'eſt point quarré? vtayment c'eſt abſurd, & ne ſe peut par diſtinction tant faire, que tel fondement ne demeure confus. Doncques ✓8 eſt nombre, & par conſequent 8, voire & nombre quelconque, comme ✓6, ou ✓③ 3, & ſemblable, expliquant la quantité d'un quarré, ou en effect, ou ſeulement par l'hypotheſe, eſt nombre quarré. Il eſt vray que 4 & 9, & ſemblables, ſont quarrez de quelque autre proprieté que n'eſt nombre quarré 8, & requierent diſtinctioo; mais pas fauſſe, n'y cauſant confuſion, mais pluſtoſt facilité, laquelle ſera; que ceux la ſont nombres quarrez à leurs racines commenſurables, ceux cy incommenſutables.

Nous pourrions faire plus loog diſcours ſur ceſte matiere; mais transportant le different entre noz theſes mathematiques; Concluons icy pour les raiſons ſusdictes, que tous nombres quels qu'ils ſoient peuvent eſtre nombres quarrez, cubiques, &c. Auſſi que racine quelconque eſt nombre.

QVE LA QVINTE QVANTITE NE SE doibt point nommer ſurſolidum, ou plus long d'un coſté.

Les aucuns nomment la quinte quantité ſurſolidum; les autres plus long d'un coſte: par ſurſolidum denotent ilz une ſourde quantité ſolide; Sourde (diſent ilz) par ce qu'elle n'a ny racine quarrée, ny racine cubique diſcrete; en quoy ils s'abuſent: car combien que tel accident avient à aucunes, il n'aviendra point à infinies autres, car racine de quinte quantité 1024, eſt 4, & la racine quarrée du meſme nombre 1024, eſt 32. Item la racine de quinte quantité 32768, eſt 8, & racine cubique du meſme nombre eſt 32. Auſſi la potenee de quinte quantité de 64, aura (par la 9 propoſition du 9 livre d'Euel.) racioe de quinte quantité, & racine quarrée, & racine cubique; Et encore que cela ne fuſt pas ainſi, ce ſeroit mauvaiſe conſequence de dire; la quinte quantité n'a point de racine quarrée, ou cubique diſcrete; ergo elle eſt abſurde; car comme le quarré tient ſa racine quarrée, & le cube ſa racine cubique, ainſi tient la quinte quantité, ſa tacine de quinte quantité. Doncques la quinte quantité n'eſt point ſourde, ny ſurſolidum.

Quant à l'appellation de plus long d'un coſté, elle eſt auſſi mal propte; veu que la quinte quantité R, eſt un cube; auſſi que pluſieurs autres quantitez, comme les quartes D, & B B, qui ſont auſſi plus longues d'un coſté, toutesfois ne ſont pas quintes quantitez. A fin doncques d'oſter d'une part toutes ambiguitez, & impropnietez, & que d'aultre part aurions vocables ſervans à la facilité de la doctrine, nous les appellons quarte, quinte, ſexte quantité, &c.

QV'IL NY A AVCVNS NOMBRES ABSVRdes, irrationels, irreguliers, inexplicables, ou ſourds.

C'eſt choſe treſvulgaire entre les Autheurs d'Arith. de traicter de nombres, comme ✓8, & ſemblables, qu'ils appellent abſurds, irrationels, irreguliers, inexplicables, ſourds, &c. Ce que nous nions, à quelque nombre avenir: Mais par quelle raiſon l'adverſaire le pourra il prouver? Il me dict premierement, que racine de 8. eſt à nombre Arithmetieque (comme 3 ou 4) incommenſutable, ergo ✓8, eſt abſurde irrationelle, &c. Mais la concluſion eſt abſurde, veu que l'incommenſurance ne cauſe pas abſurdité des termes incommenſurables, ce que s'eſprouve par la ligne & ſuperficie qui ſont grandeurs incommenſurables; c'eſt à dire, qu'ils ne reçoyvent point de commune meſure, toutesfois ny ligne ny ſuperfiee n'eſt quantité abſurde ny inexplicable: car diſant, que celle la eſt ligne, & ceſte cy ſuperficie, nous les expliquons. Et encore que ceſte incommenſurance procreaſt (ce que toutesfois ne peut eſtre; mais poſons les cas) abſurdité à l'une des quātitez comparées, nous trouverons le nombre Arithmetieque autant coulpable, que le radical: car comme la Sphere autant que le cube, & le cube autant comme la Sphere, eſt cauſe de leur diſſimilitude; ainſi de ces nombres. Mais pour faire encore autre preuve par deux quaorités d'un meſme gente de grādeur, prenons le coſté & diagonale d'un quarré, qui ſont lignes entre elles (par la derniere propoſition du 10. livre d'Euclide) incōmenſurables, toutesfois ny diagonale, ny coſté (abſtraict de nombre) n'eſt ligne abſurde ou irrationelle. l'incommenſurance doncques des quantitez, n'eſt pas l'abſurdité d'icelles, mais c'eſt pluſtoſt leur naturelle mutuelle habitude. L'adverſaire me replique qu'il y a lignes rationelles, & irrationelles, (deſquelles traicte Euclide en ſon dixieſme livre) les definitions deſquelles (ſelon Campane defin. 5 & 7. que Zambert met la 7 & 8) ſont telles: *Toute ligne droicte propoſée s'appelle rationelle. Et les lignes à icelle incommenſurables, ſe nomment irrationelles*: Dont il conclud, que les nombres explicans ces lignes irrationelles, ſont nombres irrationelz. Ie reſpons qu'il eſt notoire que c'eſt argument ſoit inartificiel conſiſtaot en ſeule authorité, à laquelle il faut preferer l'irrefutable raiſon, qui eſt; Premierement que demonſtrerons contradiction en ceſte ſorte: Soit ligne propoſée la diagonale (car la definition dict de toute ligne) d'un quarré duquel le coſté eſt 2: Or ceſte ligne propoſée (dict il) eſt rationelle, & le nombre l'explicant ſera de meſme qualité; parquoy le nombre explicant ceſte ligne qui eſt ✓8. ſera rationel: & d'aultre part dict que ✓8 eſt irrationelle; ce qui eſt contradiction. Au ſecond nous pouvons demonſtter (meſmes ſelon le dire de l'adverſaire) que nulle ligne n'eſt par ſoy irrationelle: car s'il dict que celle la eſt rationelle (à ſçavoir diagonale ou coſté de quarré) qu'on explique par nombre Arithmetique; & l'autre irrationelle; s'enſuit que ſelon l'attribution du nombre Arithmeticque, le coſté pourra l'une fois eſtre rationel, autre fois irrationel; doncques il ne l'eſt pas par ſoy, mais en reſpect d'un nombre dont il y a icy queſtion: Tel argument doneques n'eſt pas pour luy; ains pluſtoſt une declaration de la confuſion conſiſtante en ſon opinioo. Qu'eſt ce qu'il a encore?

Il me mande que je luy explique quelle choſe ſoit ✓8. Ie luy reſpons qu'il m'explique quelle choſe ſoient $\frac{1}{2}$ (qui ſelon ſon dire ſont rationels) & puis je la luy expliqueray. Il me dira d'adventure que $\frac{1}{2}$ (pour changer de voix) ſont $\frac{6}{3}$. Et je luy teſpons que ✓8 eſt ✓$\frac{16}{2}$. Il dict que $\frac{1}{2}$ ſont à tout nombre Arithmetieque commenſurable, & ✓8 à nul d'iceux; Ie luy reſpons que ✓8 eſt a infiniz nombres, comme ✓2. ✓32. commenſurable, & $\frac{1}{4}$ à nul d'iceux. Il me dict, que ſi on partiſt une choſe en 4 parties egales, que $\frac{1}{4}$ eſt cela qui denote la quantité de trois d'icelles parties; & je luy reſpons, que ſi la grādeur d'un quarré fuſt 8, que ✓8 eſt le uombre qui denote la quantité de ſon coſté. Item ſi on luy demande combien ſoit le quotient de la diviſion de 3 par 4, il reſpondra que c'eſt le quotient de la diviſion de 3 par 4: Et tout par meſme elegāce diſ-je qu'en extrahant racine quarrée de 8, ce qui en ſort eſt racine quarrée de 8. Ou s'il penſe de ſatisfaire par quelque changement de voix, qui en effect eſt le meſme, diſant que

que tel quotient ſont trois quarts, je luy feray le ſemblable ſur la racine, diſant que c'eſt le coſté de quarré 8. Il veult que nous appliquons les nombres comme $\frac{3}{4}$ & $\sqrt{}$ 8, à quelque matiere, comme a une aulne, & dict qu'il me pourra monſtrer legitimement les $\frac{3}{4}$ d'une aulne par la 9 propoſition du 6 livre d'Euclide; Et moy je luy monſtreray legitimement la racine quarrée de 8, d'une aulne par la 13 propoſition du 6 livre du meſme Euclide. Car la ligne moyenne proportionelle entre toute l'aulne & une huictieſme partie d'icelle, eſt $\sqrt{}$ 8 de la meſme aulne.

Les qualitez doncques de $\sqrt{}$ 8 & $\frac{3}{4}$ (en tant que touche ceſte queſtion) ſont ſemblables. Or de choſes ſemblables ſe fault meſme jugement; par quoy ſi $\sqrt{}$ 8 eſt nombre abſurd, irrationel, irreguliet, inexplicable, & ſourd: les $\frac{3}{4}$ le ſeront auſſi; Mais l'adverſaire ne concede cela aucunement; ains veut tout au contraire; il faut donc de neceſſité qu'il confeſſe que $\sqrt{}$ 8 eſt excellente, rationelle, reguliere, explicable, & bien oyante. Ce que nous avons demonſtré de $\sqrt{}$ 8, ſera auſſi entendu de $\sqrt{}$ ③, & autres racines quelconques: car combien que de toute ligne ne pouvons legitimement coupet racine cubique (à cauſe que ſes deux lignes moyennes proportionelles entre deux lignes données, ne ſont encore geometriquement inventees) comme faiſons racine quarrée, cela n'eſt pas la coulpe des nombres; car ce qu'en lignes ne ſçavons faire, nous l'achevons par nombres facilement.

Mais a fin que parlions auſſi de l'utilité de ceſte matiere, & que l'on n'eſtime que ce ſoit diſputé de l'ombre de l'aſne, faut ſçavoir que ceſte abſurde opinion de nombres abſurds, que ce ne ſeroyent pas nombres, &c. a tellement obſcurci la doctrine des incommenſurables grãdeurs, que la difficulté du dixieſme livre d'Euclide (qui traicte de ceſte matiere) eſt à pluſieurs devenu en horreur, voire juſques a l'appellet la croix des mathematiciens, matiere trop dure à digeret, & en laquelle n'apperçoivẽt aucune utilité. C'eſt auſſi ce ferme fondement, qui nous a avance en la deſcription d'icelles, qui s'enſuyvera en un traicte particulier, là ou ſont tendu faciles & claires (à mon avis) en 3 problemes ſeulemẽt, les difficiles & obſcures propoſitions dudict Dixieſme, qui en contient ſelon Zambert 118. Voire non pas ſeulement ce qui eſt contenu audict dixieſme, mais encore un facile infini progres des choſes y commencées, lequel (infini progres dis-je) ſemble incomprehenſible par tel fondement. Et celuy qui donnera plus de lieu à la raiſon, qu'a vaine opinion, plus de credit aux defenſeurs, des patfaictes & divines Mathematiques, qu'a ceux qui l'accuſent d'imperfection & d'abſurdité, ne trouvera pas moindre facilité, en pluſieurs operations Mathematiques, qui ſemblent autrement fort difficiles.

Nous concluons doncques, qu'il n'y a aucuns nombres abſurds, irrationels, irreguliers, inexplicables, ou ſourds; mais qu'il y a en eux telle excellence, & cõcordance, que nous avons matiere de mediter nuict & jour, en leur admirable parfection: Et s'il falloit dire d'abſurdité, je la concederois pluſtoſt en noſtre entendement, lequel ne peut autant comprendre des decrets qui conſiſtent en la nature, qu'il ſoit digne comparaiſon à ce qu'il ignore. Finalement ce que nous n'avons ſatisfaict en ceſte matiere par les arguments precedens, nous l'accomplirons contre tous adverſaires par la 4e theſe de nos theſes Mathematiques.

Nota.

Aucuns au lieu de la quarte quantité, diſent quarré de quarre; Et de la ſexte quantité, quarré de cube, ou cube de quarté; Et de la huictieſme, quarré de quarré de quarré; Et de la neufieſme, cube de cube, &c. ce qui ſont des noms de ce qui ne conſiſte point en grandeur. vray eſt qu'ils ont quelque ſimilitude à leur ſubject en tant qu'il eſt nombre, mais trop obſcute: Nous n'uſerons doncques pas de ces noms, d'une part pour les incommoditez qui en procedent, d'autre part pour la facilité des autres, comme apparoiſtra aux computations qui s'en feront cy apres.

Definition XXXII.

Racine quarrée algebraique de quantité, eſt celle qui multipliée en ſoy, produict La meſme quantité. Racine cubique algebraique de quantité, eſt celle qui multipliée cubiquement, produict la meſme quantité; & ainſi de la quarte quantité & autres ſuyvantes.

Explication.

Comme 3① s'appellent la racine quarrée algebraique de 9②, parce que multipliees en elles produiſent 9②; Et pour meſme raiſon 4② ſe diſent la racine quarree de 16④; Et 2② + 3①, la racine quarrée de 4④ + 12③ + 9②; Et 2① la racine cubique de 8③; Et 3② + 2① la racine cubique de 27⑥ + 54⑤ + 36④ + 8③. Et $\sqrt{}$ 3②, la racine de 3②, & ainſi d'autres ſemblables.

Definition XXXIII.

Le nombre Arithmetique devant La marque de quantité, s'appelle nombre de multitude des quantitez; & dedans La marque, denominateur, ou dignité de quantité: mais derriere la marque, valeur de quantité.

Explication.

En toute quantité qu'on uſe en operation algebraique, il y a à conſideter trois nombres differens; comme de multitude, denominateur, & valeur de quantité. Par exemple, 3② 12, c'eſt à dire trois ſecondes quantitez vallans douze, de ſorte que le 3 eſt nombre de multitude des quantitez, & 2 denominateur de quantité, mais 12 valeur des quantitez.

Conſidere bien ceſte definition, à fin qu'au ſuyvant la diſpoſition des characteres ne vous abuſe: car comme 19 ſont les meſmes eyfres que 91, toutesfois l'une eſt majeure quantité que l'autre; Tout ainſi ③8, ſont les meſmes characteres que 8③, mais ceſtuy cy eſt bien un autre que ceſtuy la: car ③8 ſignifie cube, duquel la valeur eſt 8. Mais 8①, denote huict cubes deſquels la valeur eſt icy encore incognue.

Definition XXXIV.

Le nombre radical mis devant la marque de quantité & ſeparé par ſigne tel ✕, ſera nombre de multitude des quantitez: mais ſans iceluy ſigne de ſeparation, a lors $\sqrt{}$ denote la racine du nombre de multitude, enſemble La racine de la quantité.

Explication.

Comme $\sqrt{}$ 9 ✕ ②, c'eſt à dire racine de 9 ſecondes, mais conſidere que la $\sqrt{}$ ſe refere ſeulement au 9, & point à ②, ce que denote la marque de ſeparation ✕: de ſorte que $\sqrt{}$ ✕ ②, vaut autant (veu que $\sqrt{}$ 9, faict 3) comme 3②; Mais quand le nombre radical ſera a nombre Arithmetique incommenſurable, comme $\sqrt{}$ 5 ✕ ②, il faut qu'il demeure ainſi; Mais ſans icelle ſeparation de la marque ✕, comme $\sqrt{}$ 9②, Ce ſera auſſi à dire racine de 9 ſecondes, mais conſideré (par ce qu'il n'y a point de marque de ſeparation) que la $\sqrt{}$ ſe refere & a 9, & a ②, de ſorte que $\sqrt{}$ 9② vaut autant comme 3①. Item $\sqrt{}$ ④ 8③ autant comme 2①.

Defi-

Definition XXXV.

Toute quantité s'appelle la potence de ſa racine.

Explication.

Comme quarré 9 s'appelle la potence quarrée de ſa racine 3; Et 8, potence quarrée de $\surd 8$; & 27, potence cubique de ſa racine 3; & 81, potence de quarte quantité de ſa racine 3. & ainſi des autres en infini.

Definition XXXVI.

+ Signifie plus, & — ſignifie moins.

Explication.

Il avient à canſe de l'incommenſurance des nombres qu'il les faut conjoindre ou diſioindre, par les motz de plus & moins. Mais par ce que les meſmes ſe rencontrent ſouvent aux operations Arithmetiques, tant des nombres algebraiques ou quantitez, que des nombres radicaux, l'on uſe pour briefveté des ſignes fort commodes, à ſçavoir + ſignifiant plus, & — denotant moins.

Definition XXXVII.

Nombres commenſurables ſont ceux auſquels exiſte quelque nombre qui leur ſoit commune meſure.

Explication.

Tous nombres Arithmetiques comme 7 & 9 (auſquels l'unité eſt la commune meſure) s'appellent nombres commenſurables. Semblablement beaucoup des nombres geometriques, comme $\surd 27$, & $\surd 3$, leſquels ont pour commune meſure $\surd 3$, comme apparoiſtera par le 20 probleme.

Definition XXXVIII.

Nombres incommenſurables ſont ceux auſquels n'exiſte quelque nombre qui leur ſoit commune meſure.

Explication.

Comme 4 & $\surd 6$, & autres ſemblables, par ce qu'il n'y a aucun nombre qui leur ſoit commune meſure, s'appellent nombres incommenſurables.

Nota.

Les commenſurances & incommenſurances des nombres qui ſe rencontrent aux binomies (car ceſt des binomies que traicterons d'oreſenavant) ſe diſtinguent communement en trois eſpeces, deſquelles la premiere ſelon noſtre maniere eſt telle:

Quelques deux nombres ſont de telle condition, qu'ils ſont commenſurables, comme 5 & 6, ou $\surd 3$ & $\surd 12$ & ſemblables.

Devxiesme Espece.

Autres deux nombres y a il de telle qualité, qu'ils ſont incommenſurables, mais leurs quarrez ſont commenſurables. Comme 4 & $\surd 7$, ſont incommenſurables: Mais leurs quarrez comme 16 & 7, ſont commenſurables.

Troisiesme Espece.

Il y a autres deux nombres de telle condition, qu'ils ſont incommenſurables, & leurs quarrez ſont auſſi incommenſurables; comme 4 & $\surd 7$ ſont incommenſurables, & leurs quarrez 16 & $\surd 7$ ſont auſſi incommenſurables.

Or pour diſtinction de ces trois differences, les autres nomment la premiere vulgairement (par ſimilitude des lignes deſquelles traicte Euclide es definitions de ſon dixieſme livre) commenſurables en longitude; La ſeconde incommenſurables en longitude, mais commenſurables en potence. Et la troiſieſme incommenſurables en potence & longitude.

Mais ſelon mon opinion nous nommons ces differences plus clairement, diſans abſolutement que tous deux nombres propoſez ſont commenſurables, ou incommenſurables. Quant à la commenſurance ou incommenſurance qu'il y a entre leurs potences ou quarrez, celle la ne faut il pas attribuer aux propoſez, mais abſolutement à leurs potences. Et pour en parler par exemple, qu'eſt ce ſi quelcun dict que la peripherie d'un circle eſt droicte en ſon diametre? Vrayement veu que toutes peripheries ſont obliques, il n'y a point de ſens, mais ſi l'on dict que les peripheries ſont obliques, & que leur diametres ſont droicts, on explique la vraye qualité de l'un & l'autre: Ainſi de dire que 4 & $\surd 7$ ſont commenſurables en leurs quarrez ou potences (veu qu'ils ſont incommenſurables) il n'y a point de ſens. Mais ſi l'on dict, que 4 & $\surd 7$, ſont incommenſurables, & que leurs potences ſont commenſurables, les plus tudes le pourront entendre.

Definition XXXIX.

Multinomie radical, eſt un nombre conſiſtant de pluſieurs nombres incommenſurables.

Explication.

Comme $\surd 3 + \surd 5$, parce qu'il conſiſte de pluſieurs nombres incommenſurables, s'appelle multinomie radical: Radical, pour diſtinction du multinomie algebraique de la 26 definition.

Definition XL.

Binomie radical, eſt multinomie conſiſtant de deux nombres incommenſurables: Trinomie radical, de trois; & ainſi des autres. le multinomie s'appelle ſelon la multitude des nombres incommenſurables deſquels il exiſte.

Explication.

Comme $2 + \surd 3$ eſt binomie, parce que 2 & $\surd 3$ ſont deux nombres incommenſurables, & pour meſme raiſon s'appelle $2 - \surd 3$ auſſi binomie. Et $\surd 2 + \surd 3 + 5$ (par ce qu'il a trois nombres incommenſurables) trinomie.

Corollaire.

D'ou s'enſuit que $\surd 2 + \surd 8$ & ſemblables ne ſont pas binomies, par ce qu'ils ſont commenſurables, & qu'on les peut expliquer par un nombre, comme ſera demonſtré au 24 probleme. Toutesfois il aviendra d'aventure que nous metterons quelque fois en un multinomie quelques nombres commenſurables; mais ce ſera pour exemple & briefveté, & on les uſera par hypotheſe, comme s'ils fuſſent incommenſurables, comme le ſemblable ſe rencontre ſouventesfois en la Geometrie, la ou quelque figure ſera d'aventure trapeze, qui doibt eſtre quarré. Mais pour en parler proprement, deux noms commenſurables ne ſont pas deux noms en un multinomie, veu (comme nous avons dict) que l'on en peut faire un.

Definition XLI.

Chaſcun nombre d'un multinomie s'appelle nom, deſquels le majeur ſe dict majeur nom, & le moindre, moindre.

Explication.

Comme de binomie $\surd 3 + \surd 2$, la $\surd 3$, s'appelle majeur nom, & la $\surd 2$ moindre nom.

Definition XLII.

Multinomie conjoinct, eſt celuy duquel les noms ſont conjoincts par plus.

Explication.

Comme $\sqrt{3}+\sqrt{2}$, eſt binomie conjoinct, & ainſi $\sqrt{5}+\sqrt{7}+\sqrt{3}$ trinomie conjoinct.

Definition XLIII.

Multinomie diſioinct, eſt celuy duquel les noms ſont diſioincts par moins.

Explication.

Comme $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ eſt binomie diſioinct, qu'autres appellent auſſi apotome, reſidu, ou reſte. Item $8-\sqrt{2}-\sqrt{3}$ eſt trinomie diſioinct.

Nota.

La binomie diſioinct, eſt par Euclide appellé apotome ou reſte, & ſemble qu'il ne l'a voulu nommer binomie, par ce que l'apotome eſt une ligne, qui ne contient point en ſoy l'un des noms qu'on explique. Mais veu que l'appellation de multinomie n'eſt point en reſpect de quantité, ſelon laquelle tout multinomie eſt auſſi bien une ſeule ligne comme celle d'un nom; Mais en reſpect de qualité: S'enſuit que l'apotome ſera auſſi bien binomie; à ſçavoir diſioinct (veu qu'en l'explicant, il faut uſer de deux noms) comme le conjoinct. Doncques par binomie diſioinct (qui par pluſieurs autres, eſt auſſi en uſage, & à mon avis il eſt plus propre) entendra on le meſme; ce que Euclide ſignifie par apotome.

Definition XLIV.

Multinomie en partie conjoinct & en partie diſioinct, eſt celuy qui a noms conjoincts par plus, & autres diſioincts par moins.

Explication.

Comme $\sqrt{7}+\sqrt{2}-\sqrt{5}$, eſt multinomie en partie conjoinct & en partie diſioinct. Ceſte definition ne compete point au binome qui eſt ſeulement ou conjoinct ou diſioinct.

Nota.

Entre les multinomies les binomies ſont de la plus grande conſideration, à cauſe que toutes leurs eſpeces ſont plus notoires, les meſmes à Euclide diligemment defini & diſtingué es lignes en ſon 10 livre; leſquelles nous applicquerons aux nombres comme s'enſuit:

Il y a douze eſpeces de binomies, deſquelles les 6 ſont conjoinctes, & 6 diſioinctes; & chaſcune ſixaine a deux ſortes; deſquelles les trois ſont telles, que la difference des potences quarrées de leurs noms, tient racine quarrée à ſon majeur nom commenſurable. Les autres trois binomies ſont telles, que la difference des potences quarrées de leurs noms tient racine à ſon majeur nom incommenſurable; Et de chaſcun de ces trois binomies, les deux ont chaſcun un nom à nombre Arithmeticque commenſurable; mais le troiſieſme a ſes deux noms, à nombre Arithmetique incommenſurables. Et pour plus grand eſclairciſſement diſtinguons leurs differences par telle table.

Leurs definitions ſont telles:

Definition XLV.

Quand le maieur nom d'un binomie conjoinct, eſt à nombre Arithmeticque commenſurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au maieur nom commenſurable, il s'appelle binomie premier.

Explication.

Soit binomie conjoinct	$3+\sqrt{5}$.
Quarrez des noms	$\begin{cases}9\\5\end{cases}$
Leur difference	4
Sa racine	2

Par ce que le maieur nom 3 du binomie conjoinct, eſt au nombre Arithmeticque commenſurable, & que la difference 4 des quarrez de deux noms tient racine quarrée 2, au maieur nom 3 commenſurable, le binomie donné $3+\sqrt{5}$, s'appelle le premier.

Definition XLVI.

Quand le moindre nom d'un binomie conjoinct, eſt au nombre Arithmetique commenſurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarree au maieur nom commenſurable, il s'appelle binomie ſecond.

Explication.

Soit binomie conjoinct	$\sqrt{18}+4$
Quarrez des noms	$\begin{cases}18\\16\end{cases}$
Leur difference	2
Sa racine	$\sqrt{2}$

Parce que le moindre nom 4 du binomie conjoinct, eſt au nombre Arithmericque commenſurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée (à ſçavoir $\sqrt{2}$) au maieur nom commenſurable par le 20 probleme, le binomie donné $\sqrt{18}+4$ s'appelle le ſecond.

Definition XLVII.

Quand les deux noms d'un binomie conjoinct, ſont à nombre Arithmetique incommenſurables, & que la difference de leurs quarrez

quarrez tient racine quarrée au majeur nom commenſurable, il s'appelle binomie troiſieſme.

EXPLICATION.

Soit binomie conjoinct $\sqrt{50}+\sqrt{32}$.
Quarrez des noms {50. 32.
Leur differenee 18.
Sa raeine $\sqrt{18}$.

Par ee que les deux noms du binomie conjoinct $\sqrt{50}+\sqrt{32}$ ſont à nombre Arithmetique incommenſurables, & que la differenee de leurs quarrez 18, tient racine au majeur nom $\sqrt{50}$. commenſurable par le 20 probleme, le binomie donné $\sqrt{50}+\sqrt{32}$. s'appelle le troiſieſme.

DEFINITION XLVIII.

Quand le majeur nom d'un binomie conjoinct, eſt à nombre Arithmeticque commenſurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au majeur nom incommenſurable, il s'appelle binomie quatrieſme.

EXPLICATION.

Soit binomie conjoinct $5+\sqrt{12}$.
Quarrez des noms {25. 12.
Leur differenee 13.
Sa racine $\sqrt{13}$.

Par ee que le majeur nom 5, du binomie conjoinct, eſt à nombre Atithmetique commenſurable, & que la differenee 13 des quarrez des deux noms tient racine quarrée (à ſçavoir $\sqrt{13}$) au majeut nom 5 incommenſurable par le 20 probleme, le binomie donn· , $+\sqrt{12}$, s'appelle le quatrieſme.

DEFINITION XLIX.

Quand le moindre nom d'un binomie conjoinct, eſt à nombre Arithmetique commenſurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au maieur nom incommenſurable, il s'appelle binomie cinequieſme.

EXPLICATION.

Soit binomie · joinct $\sqrt{6}+a$.
Quarrez des noms {6. 4.
Leur differenee a.
Sa raeine $\sqrt{2}$.

Paree que le moindre nom a eſt à nombre Arithmetieque commenſurable, & que la differenee a des quarrez des noms tient racine quarrée (à ſçavoir $\sqrt{a}$) au maieur nom $\sqrt{6}$ incommenſurable par le 20 probleme, le binomie donné $\sqrt{6}+a$. s'appelle le cinequieſme.

DEFINITION L.

Quand le maieur nom d'un binomie conjoinct, ſont à nombre Arithmeticque incommenſurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine au maieur nom incommenſurable, il s'appelle binomie ſixieſme.

EXPLICATION.

Soit binomie conjoinct $\sqrt{5}+\sqrt{3}$.
Quarrez des noms {5. 3.
Leur differenee 2.
Sa racine $\sqrt{2}$.

Par ee que les deux noms du binomie conjoinct, $\sqrt{5}+\sqrt{3}$. ſont à nombre Arithmetique ineommenſurables, & que la difference de leurs quarrez a, tient raeine quarrée au majeur nom $\sqrt{5}$ ineommenſurable par le 20 probleme, le binomie donné $\sqrt{5}+\sqrt{3}$ s'appelle le ſixieſme.

DEFINITION LI.

Quand le majeur nom d'un binomie diſioinct eſt à nombre Arithmetique commenſurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au majeur nom commenſurable, il s'appelle binomie ſeptieſme.

EXPLICATION.

Comme $3-\sqrt{5}$ eſt binomie diſioinct, ayant les conditions de ceſte definition, eomme il appert en l'explication de la 45 definition, il s'appelle done binomie ſeptieſme.

DEFINITION LII.

Quand le moindre nom d'un binomie diſioinct, eſt à nombre Arithmetieque commenſurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au majeur nom commenſurable, il s'appelle binomie huictieſme.

EXPLICATION.

Comme $\sqrt{18}-4$, eſt binomie diſioinct, ayant les conditions de ceſte definition, eomme il appert en l'explication de la 46 definition, il s'appelle doncques binomie huictieſme.

DEFINITION LIII.

Quand les deux noms d'un binomie diſioinct, ſont à nombre Arithmetique incommenſurables, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au majeur nom commenſurable, il s'appelle binomie neufieſme.

EXPLICATION.

Comme $\sqrt{50}-\sqrt{32}$, eſt binomie diſioinct, ayant les conditions de eeſte definition, eomme il appert en l'explication de la 47 definition, il s'appelle doneques binomie neufieſme.

DEFINITION LIV.

Quand le majeur nom d'un binomie diſioinct, eſt à nombre Arithmetique commenſurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au majeur nom incommenſurable, il s'appelle binomie dixieſme.

EXPLICATION.

Comme $5-\sqrt{12}$ eſt binomie diſioinct, ayant les conditions de eeſte definition, comme appert en l'expliearion de la 48 definition, il s'appelle doncques binomie dixieſme.

DEFINITION LV.

Quand le moindre nom d'un binomie diſioinct, eſt à nombre Arithmetique commenſurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au majeur nom incommenſurable, il s'appelle binomie onzieſme.

EXPLICATION.

Comme $\sqrt{6}-a$ eſt binomie diſioinct, ayant les conditions de eeſte definition; eomme appert en l'explieation de la 49 definition; il s'appelle doneques binomie onzieſme.

DEFINITION LVI.

Quand les deux noms d'un binomie diſioinct, ſont a nombre Arithmetique incommenſurables, & qne la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au majeur nom incommenſurable, il s'appelle binomie douzieſme.

EXPLICATION.

Comme $\sqrt{5}-\sqrt{3}$ eſt binomie diſioinct, ayant les conditions de ceſte definition, comme appert en l'explication de la 50 definition, il s'appelle donc binomie douzieſme.

DEFINITION LVII.

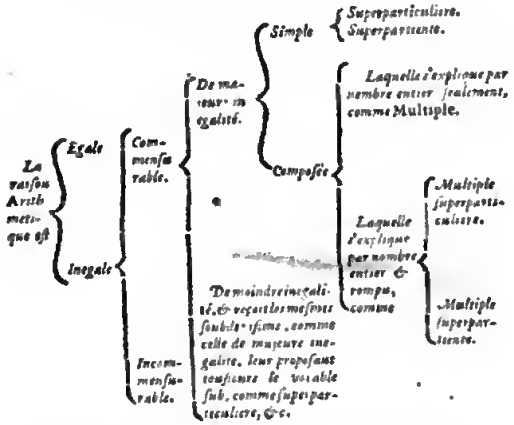
Binomie conjoinct, & binomie diſioinct reſpondans, ſont ceux qui ont les noms egaux.

EXPLICATION.

Comme binomie conjoinct $4+\sqrt{3}$, & binomie disjoinct $4-\sqrt{3}$, parce que leurs noms ſont egaux, ils s'appellent reſpondans.

TROISIESME PARTIE DES DEFINITIONS DE LA RAISON ET PROPORTION *Arithmetique, & de leurs dependances.*

Table demonſtrant l'ordre de la raiſon Arithmetique des definitions ſuyvantes.



QVE 2.4.8. ou 2.3.4.6. ET SEMBLABLES, ne ſont pas proportion Geometrique. Auſſi que nombres comme 1.2.3. ou 12.10.6.4. & pareils, ne ſont pas proportion Arithmetique. Item que 153.144.136. & ſemblables, ne ſont pas proportion harmonique.

La propottion, pour en parler un peu en general, avant que parvenir au particulier, eſt la ſimilitude de deux raiſons egales. Raiſon eſt comparaiſon de deux termes d'une meſme eſpece de quantite. Et ſi tous les termes d'une proportion fuſſent grandeurs, ce ſera proportion geomettique. Mais s'ils eſtoyent tous nombres, ſera proportion Arithmetique. Et eſtant tous ſons harmonieux, c'eſt proportion harmonique. Semblablement quand les termes ſont parties de predication ou de propoſition, c'eſt proportion dialectique. De ſorte que toute proportion obtient le nom conforme à la matiere de ſes termes. Ce qui eſtant ainſi, s'enſuit que ceux la s'abuſent, diſans que nombres, comme 2.4.8. ou 2.3.4.6. ſont proportion geometrique, l'une cõtinue l'autre diſcontinue, veu qu'il n'y a icy nulles grandeurs, qui toutesfois pour la raiſon que deſſus & par la 3 & 4 definition du 5 livre d'Eucl. ſont en toute proportion geometrique requiſes, veu auſſi que c'eſt une manifeſte proportion Arithmetique.

Item, que nombres, comme 153.144.136. ſeroyent proportion harmonique, puis que les ſons entre eux en telle raiſon, ne ſont qu'une abſurde reſonanee. Item que 1.2.3 & 12.10.6.4. ſoit proportion Arithmetique, l'une continue l'autre diſcontinue, conſideré que c'eſt contre la 21 definition du 7 livre d'Euclide, approuvée de tous ſonnant ainſi: *Nombres ſont proportionels, quand le premier eſt telle multiplicité partie ou parties du ſecond, comme le troiſieſme du quatrieſme.* Nous pourrions argumenter de ceſte matiere plus amplement, eſprouvant en beaucoup des manieres noſtre propos, & que le concedé du contraire eſt une confuſion en la diſcipline mathematique, laquelle n'enſeigne pas que c'eſt proportion: mais pluſtoſt empeſche à pluſieurs de pouvoir ſuffiſamment comprendre ſi grand myſtere. Ce qui eſt auſſi l'occaſion pourquoy la theorie de muſique eſt (au reſpect de ce qui conſiſte potentiellement en la nature) ſi obſcure & de ſi peu de perſonnes exercée, dont entre les compoſiteurs d'icelle (pour le default de vray & ferme fondement) naiſſent pluſieurs diſſentions, comme en ſon lieu en traicterons quelque fois plus amplement. Mais veu que ce different ſera transporté entre noz theſes mathematiques, nous en ſerons icy une fin; Concluans, que proportion geometrique eſt celle, de laquelle les termes ſont grandeurs proportionelles. les definitions deſquelles nous avons deſcript aultre part: Item que proportion harmonique eſt celle, de laquelle les termes ſont ſons harmonieux, deſquels deſcrirons les definitions ailleurs: Auſſi que la proportion Arithmetique eſt celle, de laquelle les termes ſont nombres proportionels, deſquels declarerons les definitions en ceſte ſorte.

DEFINITION LVIII.

Terme Arithmetique eſt un nombre.

EXPLICATION.

Comme 1 ou 2 ou $\frac{1}{2}$ ou $\sqrt{3}$, &c. s'appelle terme Arithmetique.

DEFINITION LIX.

Raiſon Arithmetique eſt la mutuelle habitude ſelon la quantité entre deux ou pluſieurs termes.

EXPLICATION.

Soyent termes quelconques comme 3. 1. 6. Or leur mutuelle habitude ſelon la quantité, comme le premier triple au ſecond, & le ſecond ſubſextuple au troiſieſme, & le troiſieſme double au premier, &c. s'appelle raiſon.

NOTA 1.

Raiſon conſiſte au moins en deux termes.

NOTA 2.

La raiſon qui des autres ſe limite ſeulement en deux termes, nous la diſons conſiſter en tous termes quelconques, dont il y a trois occaſions principales; La premiere que cecy eſt plus conforme à la maniere qu'on uſe en la practique. Par exemple, quand on dict comme 2 a 5, & 5 a 3, ainſi 4 a 10, & 10 a 6; l'on appelle cecy auſſi bien une proportion, comme celle de laquelle chaſcune raiſon contient deux termes: mais toute proportion conſiſte en deux raiſons. doneques leſdicts 2.5.3 ſont une raiſon. Il eſt auſſi manifeſte par la 19 definition du 5. livre d'Euclide, que la raiſon de la perturbee proportion conſiſte en trois termes. L'autre occaſion eſt, qu'il eſt plus conforme à la nature: car trois ou pluſieurs termes ont entre eux en un meſme moment, auſſi bien la mutuelle habitude comme les deux: La troiſieſme & principale, que ceſte

ceſte maniere eſt plus commode pour les demonſtrations mathematiques: car de prouver par divers argumens la proportionalité des derniers termes, laquelle eſt manifeſte par les principes, il eſt inutile. Nous concluons doncques, la raiſon pouvoir conſiſter en termes quelconques.

Definition LX.

Raiſon binaire eſt celle de deux termes: la ternaire de trois, & ainſi des autres ſelon la multitude des termes.

Explication.

Comme 5. 6. s'appelle raiſon binaire, & 5. 7. 3. ternaire, &c.

Definition LXI.

Raiſon d'egaleté eſt celle de laquelle les termes ſont egaux.

Explication.

Comme 3 a 3, ou 5 a 5, s'appelle raiſon d'egaleté, ou raiſon egale.

Definition LXII.

Raiſon d'inegaleté eſt celle de laquelle les termes ſont inegaux.

Explication.

Comme 5 a 2 ou 3 a 7, s'appelle raiſon d'inegaleté, ou raiſon inegale.

Definition LXIII.

Raiſon commenſurable eſt celle de laquelle exiſte aux termes commune meſure.

Explication.

Comme 4 a 6, s'appelle raiſon commenſurable, car 2 eſt leur commune meſure. Et de meſme ſorte ſe dira $\frac{2}{3}$ a $\frac{4}{5}$ raiſon commenſurable, parce que $\frac{2}{15}$ eſt leur commune meſure. En ſomme toute raiſon de nombres Arithmetiques eſt commenſurable.

Definition LXIV.

Raiſon d'inegalité maieure eſt, quand on compare le maieur terme au moindre.

Explication.

Comme comparaiſon de 7 a 3, s'appelle raiſon d'inegaleté maieure.

Definition LXV.

Raiſon ſuperparticuliere eſt, quand le maieur terme contient le moindre une fois, & d'avantage une partie.

Explication.

Comme 3 a 2, eſt raiſon ſuperparticuliere nommée ſeſquialtere, & 4 a 3, ſeſquitierce, & 7 a 6, ſeſquiſexte, &c.

Definition LXVI.

Raiſon ſuperpartiente eſt, quand le maieur terme contient le moindre une fois, & d'avantage pluſieurs parties.

Explication.

Comme 5 a 3, eſt raiſon ſuperpartiente, nommée ſuperbipartiente tierces, & 7 a 4. raiſon ſupertripartiente quartes, &c.

Definition LXVII.

Raiſon multiple eſt, quand le maieur terme contient le moindre pluſieurs fois precisément.

Explication.

Comme 4 a 2, eſt raiſon multiple, nommée duple, & 9 a 3, raiſon triple, &c.

Definition LXVIII.

Raiſon multiple ſuperparticuliere eſt, quand le maieur terme contient le moindre pluſieurs fois, & d'avantage une partie.

Explication.

Comme 5 a 2, eſt raiſon multiple ſuperparticuliere, nommée duple ſeſquialtere, & 17 a 4, eſt raiſon quadruple ſeſquiquarte, &c.

Definition LXIX.

Raiſon multiple ſuperpartiente eſt, quand le maieur terme contient le moindre pluſieurs fois, & d'avantage pluſieurs parties.

Explication.

Comme 8 a 3, eſt raiſon multiple ſuperpartiente, nommée double ſuperbipartiente tierces, & 24 a 5, quadruple ſuperquadripartiente quintes, &c.

Definition LXX.

Raiſon de moindre inegalité eſt, quand on compare le moindre terme au maieur.

Explication.

Comme la comparaiſon de 2 au 5. s'appelle raiſon de moindre inegalité.

Nota.

La raiſon de moindre inegalité reçoit les meſmes eſpeces que la maieure y mettant touſiours devant ceſte ſyllabe *ſub*, comme 2 a 3, eſt raiſon ſubſeſquialtere, & 3 a 5, ſubſuperbipartiente tierces, & 2 a 4, ſubduple, & 2 a 5, ſubduple ſeſquialtere, & 3 a 8, ſubduple ſuperbipartiente tierces, de ſorte que maieure & moindre raiſon d'inegalité ſont touſiours relates. Comme ſi 4 a 2, eſt raiſon duple, ergo 2 a 4, eſt raiſon ſubduple.

Definition LXXI.

Raiſon incommenſurable, eſt celle de laquelle n'exiſte aux termes aucune commune meſure.

Explication.

Comme $\sqrt{3}$ a 2, s'appelle raiſon incommenſurable, par ce que les termes ne reçoivent aucune commune meſure.

Definition LXXII.

Raiſon transformée, eſt celle en laquelle par reſumption avient transformation des termes.

Explication.

Soit raiſon 8. 6. 3. ſi doncques on prend 8. & 6 & 3, tous enſemble, ſont 17, & qu'on compare les meſmes 17 a 6, telle reprinſe de 17 a 6, (a cauſe de la transformation des termes) s'appelle raiſon transformée. Ou autrement, prenant deſdicts 17, quelque nombre comme 12, & le comparant auſdicts 17, ou a quelque partie d'iceux, nous appellons telle comparaiſon raiſon transformee. Ou autrement, ſi quelque terme des trois termes ou partie d'iceux ſe multiplie ou diviſe par quelque nombre, & que tel ptoduict ou quotient ſoit comparé a quelque quantité deſdicts 17, nous appellons ſemblablement telle comparaiſon raiſon transformee. Tellement que nous comprehendons ſoubs ceſte definition, la raiſon conjoincte & diſioincte, enſemble toutes autres auſquelles avient telle mutation.

Definition LXXIII.

Raiſon renverſée, eſt celle en laquelle on compare le terme conſequent, à l'antecedent.

EXPLICATION.

Soit raiſon de 3 a 6, Si doncques on compare le terme conſequent 6, à l'antecedent 3, telle comparaiſon s'appelle raiſon renverſee.

DEFINITION LXXIV.

Raiſon perturbée, eſt la comparaiſon du ſecond terme au troiſieſme, & du premier au ſecond, mais ſi la raiſon fut de plus de termes que de trois; Alors du ſecond au troiſieſme, & du troiſieſme au quatrieſme, & ainſi enſuyvant tant qu'il y aura des termes, & finalement du premier au ſecond.

EXPLICATION.

Soyent termes 2. 6. 8. ſi doncques on compare 6 a 8, puis 2 a 6, ceſte comparaiſon s'appelle raiſon perturbée. Soyent maintenant quatre termes 3. 5. 7. 2, ſi doncques on compare 5 a 7, puis 7 a 2, & finalement 3 a 5, telle comparaiſon comme deſſus, s'appelle raiſon perturbée.

NOTA.

Raiſon perturbée conſiſte au moins en trois termes.

DEFINITION LXXV.

Raiſons egales ſont celles qui ont egale multitude de termes, & comme le premier terme au ſecond de l'une raiſon, ainſi le premier au ſecond de l'autre: Mais ſi la raiſon fuſt ternaire, alors comme le premier terme au ſecond, & le ſecond au troiſieſme de l'une raiſon, ainſi le premier au ſecond, & le ſecond au troiſieſme de l'autre; & ainſi de toute autre raiſon ſelon la multitude des termes.

EXPLICATION.

Soit l'une raiſon 4 a 2, de laquelle le premier terme eſt double au ſecond, & l'autre 6 a 3, de laquelle le premier terme 6 eſt auſſi double au ſecond 3: nous diſons donc, que la raiſon de 4 a 2 eſt egale à celle de 6 a 3; mais ſi l'une raiſon fuſt ternaire comme 3. 2. 4, de laquelle le premier terme obtient au ſecond raiſon ſeſquialtere, & le ſecond au troiſieſme raiſon ſubduple; Et que l'autre fuſt 6. 4. 8, de laquelle le premier terme au ſecond, obtient auſſi raiſon ſeſquialtere, & le ſecond au troiſieſme auſſi raiſon ſubduple; Telles deux raiſons ternaires s'appellent auſſi egales. Et ainſi de la quaternaire raiſon & autres queleconques.

DEFINITION LXXVI.

Proportion Arithmetique, eſt la comparaiſon de deux raiſons egales.

EXPLICATION.

Soyent deux raiſons egales 2 a 3, & 4 a 6, leur comparaiſon (diſant comme 2 a 3, ainſi 4 a 6.) s'appelle proportion, ou nous diſons que les termes 2. 3. ſont proportionels aux termes 4. 6. Et le meſme s'entendra des autres raiſons queleconques, comme ternaire, quaternaire.

DEFINITION LXXVII.

Proportion binaire, eſt celle de deux egales raiſons binaires: Mais la ternaire celle de deux egales raiſons ternaires; & ainſi des autres ſelon l'eſpece des raiſons s'appellera la proportion.

EXPLICATION.

Comme deux egales raiſons binaires 2. 3 — 4. 6. ſont proportion binaire. Semblablement deux egales raiſons ternaires, comme 3. 2. 5 — 9. 6. 15, ſont proportion ternaire; Et ainſi de la quaternaire & autres ſemblables.

DEFINITION LXXVIII.

Proportion continue eſt, quand les termes moyens ſe peuvent prendre comme antecedens & conſequens.

EXPLICATION.

Soient termes 8. 4. 2. 1, deſquels les extremes ſont 8 & 1, & les moyens compris entre les extremes 4 & 2. Parce donc que 4 & 2 ſe peuvent prendre pour termes antecedens & conſequens (car 4 eſt terme conſequent par l'hypotheſe, & eſt auſſi antecedent, quand nous diſons, comme 4 a 2, ainſi 2 a 1; Et de meſme ſorte ſe demonſtrera que le 2 ſe pourra prendre pour terme antecedent & conſequent) la proportion 8. 4. 2. 1, s'appelle continue qui s'explique ainſi: comme 8 a 4, ainſi 4 a 2, & 2 a 1.

NOTA.

La proportion continue conſiſte au moins en trois termes: Soit par exemple proportion 3. 6. 12. en laquelle on dict, comme 3 a 6, ainſi 6 a 12, & appert qu'elle ne peut (veu que toute proportion a deux raiſons) conſiſter en moindre multitude de termes.

DEFINITION LXXIX.

Proportion diſcontinue eſt, quand les termes moyens ne ſe peuvent prendre comme antecedens & conſequens.

EXPLICATION.

Soit proportion 6. 3. — 4. 2. parce doncques que 3 & 4 ne ſe peuvent prendre comme antecedens & conſequens (car comme 6 a 3, ainſi n'eſt pas 3 a 4) telle proportion ſe dict diſcontinue.

NOTA.

La proportion diſcontinue conſiſte au moins en quatre termes. Soit par exemple proportion 6. 3 — 4. 2. en laquelle on dict, comme 6 a 3, ainſi 4 a 2, & appert (veu que toute proportion a deux raiſons) qu'elle ne peut conſiſter en moindre multitude.

DEFINITION LXXX.

Termes homologues ſont le premier de chaſcune raiſon. Semblablement ſont homologues le deuxieſme, & ainſi des autres.

EXPLICATION.

Soit proportion queleonque, comme ternaire 3. 2. 5. — 9. 6. 15. Doncques 3 & 9 (qui ſont le premier terme de chaſcune raiſon) s'appellent termes homologues. Semblablement ſont termes homologues 2 & 6, auſſi 5 & 15.

DEFINITION LXXXI.

Proportion transformée, eſt celle qui conſiſte en deux raiſons egales transformées.

EXPLICATION.

Soyent deux raiſons 5. 1. 4. 7 — 15. 3. 12. 21. & la transformée raiſon de la premier raiſon, ſoit 9. 6. à ſçavoir 9 procedant de l'ajouſtement de 5 & 4, & les 6 pour reſte de la ſoubſtraction de 1 de 7: Soit auſſi la transformée raiſon de la ſeconde raiſon 27, 18; a ſçavoir 27, procedant auſſi de l'ajouſtement de 15 & 12, & les 18 auſſi pour reſte de la ſoubſtraction de 3 & 21; Doncques 9. 6 — 27. 18. ſont deux transformées raiſons par la 72 definition, & auſſi egales par la 75 definition, deſquelles la comparaiſon s'appelle transformée proportion. Or que ce ſont termes proportionels, apert en cela qu'il y a telle raiſon de 9 & 6 comme de 27 a 18.

NOTA.

NOTA.

Ceſte transformée proportion ſe peut rencontrer en infinies diverſes manieres, de laquelle l'utilité apparoiſtra en ſon lieu.

DEFINITION LXXXII.

Proportion renverſée, eſt telle qui conſiſte en deux raiſons egales renverſées.

EXPLICATION.

Soit proportion 5.3 — 10.6. Si doncques nous diſons, comme 3 a 5 (ce qui eſt renverſée raiſon de 5 a 3, par la 73 definition) ainſi 6 a 10, ou autrement, comme 6 a 10, ainſi 3 a 5, telle argumentation ſe dict par proportion renverſée.

DEFINITION LXXXIII.

Proportion alterne, eſt ſemblable ſumption de termes homologues à termes homologues.

EXPLICATION.

Soit quelque proportion, comme ceſte ternaire 2. 4. 3 — 6. 12. 9. & prenons ſemblablement termes homologues, comme 2.6. & 3.9, (qui ſont homologues par la 80 definition.) Doncques telle proportion 2. 6 — 3.9. s'appelle alterne de la proportion donnée. Telle ſumption ſe peut rencontrer en diverſes manieres, car nous pouvons auſſi dire, comme 9 a 3, ainſi 12 a 4. Item comme 6 a 2, ainſi 12 a 4, &c. Il y a en la definition *ſemblable ſumption*, c'eſt à dire, ſi l'antecedent terme de la premiere raiſon alterne, fuſt hors de la premiere raiſon donnée, qu'il ſera neceſſaire de prendre l'antecedent terme de la ſeconde raiſon alterne, auſſi hors de la premiere raiſon donnée. Il faut doncques neceſſairement obſerver ceſte ſemblable ſumption, car combien que 6 & 2, puis 3 & 9, de la proportion donnée, ſont termes homologues, toutesfois comme 6 a 2, ainſi n'eſt pas 3 a 9.

DEFINITION LXXXIV.

Proportion perturbée, eſt la comparaiſon de deux egales raiſons, deſquelles l'une eſt raiſon perturbée.

EXPLICATION.

Soit raiſon reguliere 6.4.2. & perturbée par la 74 definition, & egale à la premiere 18. 9. 6. c'eſt à dire, comme 6 a 4, & 4 a 2, ainſi 9 a 6, & 18 a 9, doncques telle proportion, à ſçavoir 6.4.2 — 18.9.6. s'appelle perturbée. Le meſme s'entend de la proportion perturbée conſiſtant en plus de termes que ſix; comme 12.8.4.2 — 6.3.2.1. L'utilité de ceſte definition apparoiſt aux demonſtrations d'aucunes propoſitions, à cauſe de la proportion reguliere, touſiours contenue aux extremes; c'eſt à dire, s'il y a telle raiſon de 12 a 8, & de 8 a 4, & de 4 a 2, comme de 3 a 2, & de 2 a 1, & de 6 a 3. Ergo cocclud on, comme 12 a 2, ainſi 6 a 1.

NOTA.

La proportion perturbée conſiſte au moins en ſix termes.

DEFINITION LXXXV.

Si trois termes ſont proportionaux, le premier ſe dict au troiſieſme avoir la raiſon qu'il a au ſecond, doublée. Mais ſi quatre termes fuſſent en continue proportion, le premier ſe dict au quatrieſme avoir la raiſon qu'il a au ſecond, triplée. Et ainſi touſiours un d avantage, juſques à la fin de la proportion.

EXPLICATION.

Soyent termes en continue proportion reels, 3.9.27.81. 243. or le 3 au 27. ſe dict avoir la raiſon de 3 a 9, doublée. Item le 3 a 81, ſe dict avoir telle raiſon de 3 a 9. triplée. Ainſi la raiſon de 3 a 243, ſe dict avoir la raiſon de 3 a 9, quadruplée. La cauſe de ceſte appellation eſt manifeſte (cõme en ſon lieu apparoiſtra) par la multiplication des raiſons. Car ſi l'on multiplie la raiſon de 3 a 9, par 2, le produict, eſt raiſon de 9 a 81, qui eſt la meſme que 3 a 27. dõcques (ſelon la definition) 3 a 27 contient la raiſon de 3 a 9, doublée. Semblablement ſi on multiplie la raiſon de 3 a 9, par 3, le produict ſera raiſon de 27 a 729, qui eſt la meſme que 3 a 81, doneques 3 a 81, contient la raiſon de 3 a 9, triplée, &c.

QVATRIESME PARTIE DES DEFINITIONS DES COMPVTATIONS RATIONELLES, comme *Ajouſter, Subſtraire, Multiplier, Diviſer, & leurs dependances.*

DEFINATION LXXXVI.

Ajouſter eſt trouver un nombre egal à deux ou pluſieurs nombres donnez.

EXPLICATION.

Comme quand on dict 2.
& 3.
faict 5.

L'on trouve un nombre 5 egal à deux nombres donnez a & 3. telle invention donc de 5 s'appelle Ajouſter.

DEFINITION LXXXVII.

Iceux deux ou pluſieurs nombres donnez, s'appellent nombres à ajouſter.

EXPLICATION.

Comme le 2 & 3, à la 86 definition, s'appellent nombres à Ajouſter.

DEFINITION LXXXVIII.

Et le nombre egal aux nombres à adjouſter s'appelle ſomme.

EXPLICATION.

Comme le 5 à la 86 definition s'appelle ſomme.

DEFINITION LXXXIX.

Soubſtraire eſt trouver la difference de deux nombres donnez.

EXPLICATION

Comme quaod on dict de 3.
ſoubſtraict 2.
reſte 1.

L'on trouve la difference de 3 & 2, telle invention donc de 1 s'appelle ſoubſtraire.

DEFINITION XC.

L'un des nombres donnez s'appelle nombre duquel on ſoubſtraict.

EXPLICATION.

Comme à la 89 definition le trois s'appelle nombre duquel on ſoubſtraict.

DEFINITION XCI.

Et l'autre des nombres donnez s'appelle nombre à ſoubſtraire.

EXPLICATION.

Comme à la 89 definition le 2 s'appelle nombre à ſoubſtraire.

DEFINITION XCII.

Et leur difference s'appelle Reſte.

EXPLICATION.

Comme à la 89 definition le 1 s'appelle Reſte.

DEFINITION XCIII.

Multiplier eſt trouver un nombre contenant autant de fois le premier donné, qu'il y a d'unitez au ſecond donné.

EXPLICATION.

Comme quand on dict 3.
fois 2.
faict 6.

L'on trouve un nombre 6 contenant autant de fois le premier donné 3, qu'il y a d'unitez au second donné 2, car 6 contient le 3 deux fois, auſſi y a il deux unitez au 2 donné: telle invention donc de 6 s'appelle multiplier.

DEFINITION XCIV.

L'une d'iceux nombres donnez s'appelle nombre à multiplier.

EXPLICATION.

Comme à la 93 definition le 3 s'appelle nombre à multiplier.

DEFINITION XCV.

Et l'autre nombre s'appelle multiplicateur.

EXPLICATION.

Comme à la 93 definition le 2 s'appelle multiplicateur.

DEFINITION XCVI.

Et le nombre contenant autant de fois le nombre à multiplier, qu'il y a des unitez au multiplicateur, s'appelle produict.

EXPLICATION.

Comme à la 93 definition le 6 s'appelle produict.

DEFINITION XCVII.

Diviſer eſt trouver un nombre contenant autant de fois l'unité, qu'un nombre donné contient un autre nombre donné.

EXPLICATION.

Comme quand on dict 6.
combien de fois contient il 2? faict 3 fois.

L'on trouve un nombre 3 contenant autant de fois l'unité, que le 6 donné contient le 2 donné: car 3 contient l'unité trois fois, auſſi contient le 6 trois fois le 2. Telle invention donc de 3 s'appelle diviſer.

DEFINITION XCVIII.

L'un des nombres donnez s'appelle nombre à diviſer

EXPLICATION.

Comme à la 97 definition le 6 s'appelle nombre à diviſer.

DEFINITION XCIX.

L'autre des nombres donnez s'appelle diviſeur.

EXPLICATION.

Comme à la 97 definition le 2 s'appelle diviſeur.

DEFINITION C.

Et le nombre contenant autant de fois l'unité, que le nombre à diviſer contient le diviſeur, s'appelle quotient.

EXPLICATION.

Comme à la 97 definition, le 3 s'appelle quotient.

CINCQVIESME PARTIE
DES DEFINITIONS DES COMPVTATIONS PROPORTIONELLES.

DEFINITION CI.

Reigle de trois eſt celle, par laquelle à trois termes donnez, on trouve un quatrieſme proportionel.

EXPLICATION.

Comme ſi les trois termes donnez fuſſent 4. 2. 6. & que l'on trouve leur quatrieſme proportionel 3, (car comme 4 eſt le double de 2, ainſi eſt 6 le double de 3) telle invention s'appelle reigle de trois.

DEFINITION CII.

* *Reigle de proportionelle partition, eſt celle par laquelle on partiſt un nombre donné en parties proportionelles à nombres donnez.*

EXPLICATION.

Soit par exemple 9 partiſe en 6 & 3, à ſçavoir en parties proportionelles à quelques nombres donnez 4 & 2, telle operation s'appelle reigle de proportionelle partition, & a en l'Arithmetique telle ſimilitude à la reigle de trois, comme en la Geometrie la 10 propoſit. du 6 livre d'Euclid. à la 12 propoſit. du meſme. Elle eſt auſſi le fondement de pluſieurs reigles, comme de compagnie, d'alligation, &c. comme apparoiſtra en ſon lieu.

DEFINITION CIII.

Reigle des faux eſt celle par laquelle on trouve le requis par poſition fauſſe.

NOTA.

Ceſte reigle de faux ſe rencontre par ſemblables manieres d'operations autant en nombres radicaux & Algebraiques, qu'en Arithmetiques. D'ou non improprément l'Algebre (qu'on appelle auſſi *Almucabale, Ars magna, Regula de coſa*) ſe peut nommer reigle de faux des quantitez.

DE LA SIGNIFICATION
DES VOCABLES, PROBLEME, THEOREME, ET HYPOTHESE.

IL y a quelques trois vocables Grecqs, comme Probleme, Theoreme, & Hypotheſe, qui autant en langue Françoiſe & Latine, que en la Grecque, ſont par les Mathematiciens en uſage, & par ce qu'on les cite ſouvẽtesfois, il m'a ſemblé bon d'expliquer (pour ceux qui ne les entendront pas) leur ſignification. Il faut donc ques ſçavoir que la propoſition mathematique a deux eſpeces cõme Probleme, & Theoreme. Par probleme on entend celle en laquelle eſt requis quelque actiõ ou cõſtruction, & apres la meſme encore la demonſtration, par laquelle on eſprouve la conſtruction eſtre bonne: Theoreme eſt une propoſition en laquelle eſt ſeulement requis demonſtration de quelque queſtion propoſée. Et ont ces deux propoſitions certains membres, auſquels en chacun eſt diſtinctement traicté une certaine partie de la meſme propoſition. ceux du Probleme ſont tels:

Le premier membre eſt une generale propoſition, par laquelle on requiert avoir faict quelque choſe. Pour exemple, le premier probleme ſuivant (par lequel on veut enſeigner l'addition de nombres entiers) a ſon premier membre tel: *Eſtant donnez nombres à adjouſter entiers: Trouver leur ſomme.*

Le ſecond meſme eſt du *donné*. Par le vocable donné (qui eſt en uſe tant par Grecqs & Latins que François) entend on la choſe propoſee conforme à la petition du premier membre.

Le troiſieſme membre eſt du *Requis*, auquel on explique ce que du donné du ſecond membre l'on veut avoir effectué.

Le quatrieſme membre eſt de la *Conſtruction*, en laquelle ſe faict par le donné quelque operation conforme au requis.

Le cincquieſme membre eſt *Preparation de la demonſtration:*

stration: mais tous problemes ne l'ont pas neceſſairement à faire, par ce qu'il avient ſouventesfois que les choſes ſont ſuffiſantes par eux meſmes pour eſtre demonſtrées, ſans faire ceſte preparation.

Le ſixieſme membre eſt de la *Demonſtration*, en laquelle on eſprouve que la conſtruction eſt vraye & conforme au requis. Laquelle demonſtration quand elle ſemble difficile ou longue, nous la diſtinguons en articles, à fin que quand l'on repete les choſes qui ſont devant demonſtrées, qu'on ne die pas ſeulement; *Comme nous avons demonſtré deſſus*, mais que l'on y peut encore ajouſter l'article, la ou telle choſe a eſté demonſtrée.

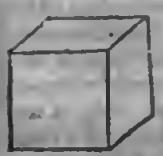
Le ſeptieſme membre eſt de la *Concluſion*, en laquelle on conclud (reperant quaſi tous les motz du premier membre) que tout ce qui au probleme eſtoit requis eſt accompli.

Et ſemblables membres reçoit le theoreme, excepté le quatrieſme qui eſt de la conſtruction. Vray eſt qu'aucuns le luy attribuent: mais pour en parler proprement, ce n'eſt point conſtruction: mais preparation de demonſtration.

Or à fin que traictions de tout clairement, nous avons diſtingué ces membres (comme auſſi a faict Daſipodius commentateur en Euclide) par leurs capitales lettres. Et n'eſt l'utilité de telles diſtinctions pas petite, par ce que quand conſtruction, preparation de demonſtration, & demonſtration, ſont meſlees l'un en l'autre, que le meſme cauſe ſouventesfois grande obſcurité.

Hypotheſe ſe interprete matiere, argument, cauſe ou propoſition. Mais pour declarer ſa propre ſignification en doctrine mathematique, il faut ſçavoir que quand nous affermons quelque choſe par l'hypotheſe, c'eſt autant comme affermer par le cas, qui au paravant a eſté ainſi poſé. Par exemple, eſtant quelque queſtion à demonſtrer par un cube, on le deſcript comme A. Et diſons, Soit un cube. A (il eſt vray qu'en verité ce n'eſt pas cube, veu que c'eſt figure plaine, mais nous poſons le cas qu'il le ſoit, par ce que cela ſuffit à noſtre intention.) Or s'il y euſt (par exemple) à eſprouver que toutes les ſuperfices du corps A, ſont quarrez, l'on pourroit dire; le corps A eſt cube par l'hypotheſe (c'eſt à dire par le cas au paravant ainſi poſé.) Ergo toutes ſes ſuperfices ſont quarrez. Doucques comme nous avons dict deſſus: Affermer par l'hypotheſe, c'eſt autant comme affermer par le cas qui au paravant a eſté ainſi poſé.

A



BRIEFVE COLLECTION DES CHARACTERES QV'ON VSERA EN CESTE ARITHMETIQVE.

VEu que la cognoiſſance des characteres eſt de grande conſequence, par ce qu'on les uſe en l'Arithmetique au lieu des mots, nous les ajouſterons icy, (combien qu'au precedent chaſcun a eſté amplement declaré en la definition) par ordre tous enſemble cõme s'enſuit.

Les characteres ſignifians quantitez, deſquels l'explication ſe trouve es 14.15.16.17.18. definitions, ſont tels.

0 Commencement de quantité qui eſt nombre Arith. ou radical quelconque.

① prime quantité.

② ſeconde quantité.

③ tierce quantité.

④ quarte quantité, &c.

Les characteres ſignifians poſtpoſées quantitez, deſquels l'explication ſe trouve à la 28 definition, ſont tels:

2 ſec ① Vne prime quantité ſecondement poſee.

4 ter ② Quatre ſecondes quantitez tiercement poſées, ou procedans de la prime quantité tiercement poſée.

1 ① ſec ① Produict d'une prime quantité par une prime quantité ſecondement poſee.

5 ④ ter ② Produict de cincq quartes quantitez par une ſeconde quantité tiercement poſee.

Les characteres ſignifians racines de quels l'explication ſe trouve à la 29 & 30 definition ſont tels:

✓ Racine de quarré.

✓✓ Racine de racine de quarré.

✓✓✓ Racine de racine de racine de quarré.

✓✓✓✓ Racine de racine de racine de racine de quarré.

✓ ③ Racine de cube.

✓✓ ③ Racine de racine de cube.

✓ ④ Racine de quarte quantité.

✓✓ ④ Racine de racine de quarte quantité, &c.

Le characte ſignifiant la ſeparation entre le ſigne de racine & la quantité, duquel l'explication ſe trouve à la 34. definition, eſt tel.

✓ ; Comme ✓ ; ✓ ② n'eſt pas le meſme que ✓ 3 ②, comme dict eſt à ladicte 34. definition.

Les characteres ſignifians plus & moins, comme à la 36 definition, ſont tels:

+ Plus.

— Moins.

Et pour expliquer la racine d'un multinomie (qu'aucuns appellent racine univerſelle) nous uſerons le vocable du multinomie, comme:

✓ bino 2 + ✓ 3, c'eſt à dire racine quarrée de binomie, ou de la ſomme de 2 & ✓ 3.

✓ trino ✓ 3 + ✓ 2 — ✓ 5, c'eſt à dire racine quarrée de trinomie, ou de la ſomme de ✓ 3 & ✓ 2 & — ✓ 5.

✓ ③ bino ✓ 2 + ✓ 3, c'eſt à dire racine cubique de binomie ✓ 2 + ✓ 3.

✓ bino 2 ② + 1 ①, c'eſt à dire racine quarrée de binomie 2 ② + 1 ①.

✓ ③ bino 2 ② + 1 ①, c'eſt à dire racine cubique de binomie 2 ③, + 1 ①, &c.

FIN DV I. LIVRE.

LE SECOND LIVRE D'ARITHMETIQVE DE L'OPERATION.

Premiere partie de l'operation des nombres Arithmetiques.

Premiere distinction des quatre numerations des nombres Arithmetiques entiers.

De l'addition des nombres Arithmetiques entiers.

PROBLEME I.

ESTANT donnez nombres Arithmetiques entiers a ajouſter: Trouver leur ſomme.

Explication du donné. Soyent les nombres donnez à ajouſter tels 379, & 7692, & 4545. *Explication du requis.* Il faut trouver leur ſomme. *Conſtruction.* On diſpoſera les nombres donnez comme cy deſſoubs; de ſorte que leurs premieres characteres vers la dextre, correſpondent l'un ſoubs l'autre, & que pareillement correſpondent leurs deuxieſmes characteres, & autres enſuivants, tirant au deſſoubs une ligne; Puis on ajouſtera tous les characteres du premier rang vers la dextre, diſant 9 & 2 font 11, & 5 font 16, deſquels on mettera le 6 ſoubs le premier rang, & le 1 deſdicts 16 ajouſtera on au ſecond rang, diſant, 1 & 7 font 8, & 9 font 17, & 4 ſont 21, deſquels on mettera le 1 ſoubs le ſecond rang, & le 2 adjouſtera on au troiſieſme rang, diſant 2 & 3 font 5, & 6 font 11, & 5 font 16, deſquels on mettera le 6 ſoubs le troiſieſme rang, & le 1 s'ajouſtera au quatrieſme, diſant 1 & 7 font 8, & 4 font 12, leſquels on mettera entierement ſoubs leur rang en ceſte ſorte.

Nombres donnez	379 7692 4545
Somme	12616

Ie di que 12616 eſt la ſomme requiſe. *Demonſtration.* Si des trois nombres donnez on ſoubſtraict les deux premiers donnez, reſtera le dernier nombre donné 4545, & ſi de la ſomme trouvée 12616 on ſoubſtraict auſſi les deux premiers nombres donnez, reſte auſſi 4545. Mais par le commun axiome; ſi de choſes egales on ſoubſtraict choſes egales, les reſtes ſeront egales, & au revers ſi les reſtes ſont egales aux reſtes, & choſes ſoubſtraictes aux choſes ſoubſtraictes, leurs tous ſont egaux; Doncques 12616 eſt egal aux trois nombres donnez, c'eſt doncques par la 86 definition leur ſomme; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez nombres Arithmetiques entiers à ajouſter, nous avons trouvé leur ſomme, ce qu'il falloit faire.

De la ſoubſtraction des nombres Arithmetiques entiers.

PROBLEME II.

ESTANT donné nombre Arithmetique entier duquel on ſoubſtraict, & nombre Arithmetique entier à ſoubſtraire: Trouver leur reſte.

Explication du donné. Soit donné nombre duquel on ſoubſtraict 238754207 & nombre à ſoubſtraire 71572604. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reſte. *Conſtruction.* On mettera le nombre à ſoubſtraire ſoubs le nombre duquel il faut ſoubſtraire, ainſi que le 4 correſponde au 7, & le 0 au 0, & ainſi des autres, tirant une ligne entre les nombres donnez, & encore une autre ſoubs le nombre à ſoubſtraire, comme cy deſſoubs: Puis commençant à dextre, on ſoubſtraira 4 de 7, reſte 3, lequel on mettera ſoubs le 4; Puis on dira 0 de 0, reſte 0, le mettant ſoubs le 0, puis 6 de 2 qui eſtant impoſſible, on dira 6 de 12, reſte 6, le mettant ſoubs le 6, puis a de 3 (il eſt vray que l'on diroit 2 de 4, n'euſt eſté que de 4 on euſt 1 emprunté, pour le precedent a faire valoir 12) reſte 1, le mettant ſoubs le 2, & ainſi des autres, dont la diſpoſition des characteres eſt telle.

Nombre duquel on ſoubſtraict	238754207
Nombre à ſoubſtraire	71572604
Reſte	167181603

Ie di que 167181603 eſt la reſte requiſe. *Demonſtration.* Ajouſtant le reſte 167181603 au nombre à ſoubſtraire 71572604, leur ſomme ſera egale au nombre duquel on ſoubſtraict, parquoy 167181603, eſt la difference entre le nõbre duquel on ſoubſtraict, & le nombre à ſoubſtraire: doncques par la 89 definition elle eſt auſſi leur reſte; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques, donné nombre Arithmetique entier duquel on ſoubſtraict, & nombre Arithmetique entier à ſoubſtraire, nous avons trouvé leur reſte; ce qu'il falloit faire.

De la multiplication des nombres Arithmetiques entiers.

PROBLEME III.

ESTANT donné nombre Arithmetique entier à multiplier, & nombre Arithmetique entier multiplicateur: Trouver leur produict.

Explication du donné: Soit donné nombre à multiplier 546, & multiplicateur 37. *Explication du requis.* Il faut trouver leur produict. NOTA. Pour facilement ſolver ceſte propoſition, il convient de ſçavoir par memoire, la multiplication des neuf ſimples characteres 1.2.3.4.5.6.7.8.9. entre eux: comme, que 5 fois 7 ſont 35, & que 9 fois 6 font 54, & ainſi des autres: Or pour facilité du meſme on propoſe communement une table comme cy deſſoubs, vulgairement dicte la table Pythagorique. Son uſage eſt tel: voulant ſçavoir le produict de deux characteres propoſez, on cherche l'un en la premiere colomne à la ſeneſtre, & l'autre en la ſuperieure ligne, & le nombre

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

nombre en l'angle commun demonſtre le produict. Par exemple, voulant ſçavoir combien ſoit 8 fois 3, on cherche 8 en la premiere colomne à feneſtre, & 3 en la ſuperieure ligne, & en l'angle commun y a 24, qui denote 8 fois 3 faire 24, & ainſi des autres. *Conſtruction.* On mettera les nombres l'un ſoubs l'autre, tirant un traict comme cy deſſoubs; Puis on dira 7 fois 6 font 42, mettant 2 ſoubs le 7, & retenant (à cauſe des quatre dixaines) 4 à la memoire; puis 7 fois 4 font 28, & 4 qu'on tient à la memoire, font 32, deſquels on mettera le 2 ſoubs le 3, retenant 3; puis 7 fois 5 font 35, & 3 qu'on a retenu font 38; leſquels on mettera pareillement deſſoubs le traict: De meſme ſorte multipliera on les 546 par le 3 du multiplicateur, diſant 3 fois 6 font 18, mettant le 8 ſoubs le 3, & ainſi des autres: puis on tirera un traict ajouſtant par le 1 probleme tout ce qui eſt entre les deux lignes, en ceſte ſorte:

Nombre à multiplier	546	Ie di que 20202 eſt le produict requis. *Demonſtration.* Le 20202 contient le 37 autant de fois, qu'il y a unitez en 546; Doncques par la 93 definition c'eſt multiplication legitime, & 20202 eſt leur produict; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donné nombre Arithmetique entier à multiplier, & nombre Arithmetique entier multiplicateur, nous avons trouvé leur produict; ce qu'il falloit faire.
Multiplicateur	37	
	5822	
	1638	
Produict	20202	

De la diviſion des nombres Arithmetiques entiers.

PROBLEME IV.

Eſtant donné nombre Arithmetique entier à diviſer, & nombre Arithmetique entier diviſeur: Trouver leur quotient.

Explication du donné. Soit donné nombre à diviſer 995, & diviſeur 28. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Conſtruction.* On mettera le nombre à diviſer & diviſeur en ordre, tirant une ligne oblique comme cy deſſoubs: diſant combien de fois 2 en 9? faict 3 fois (il eſt vray qu'il en y a 4 fois 1 eſtant 1, mais nous dirons cy deſſoubs la raiſon pourquoy il faut dire ſeulement 3 fois) qui denote 3 pour premier charactere du quotient, lequel 3 on mettera derriere la ligne oblique, & le 3 reſtant ſur le 9, trenchãt le 2 & 9. Puis on multipliera le 8 du diviſeur, par le 3 du quotient, faict 24, lequel ſoubſtraict de 39 (icy appert l'occaſion pourquoy nous avons dict cy deſſus, que le 2 eſt en 9 ſeullement 3 fois, car ſi nous euſſions dict 4 fois reſtant 1 ſur le 9, & que nous euſſions alors multiplié le 8 par tel 4, ce ſeroit 32, lequel ſeroit à ſoubſtraire de 19 reſtant par deſſus le diviſeur, ce qui ſeroit impoſſible, pourtant il faut touſiours mettre tel nombre à la ligne oblique, qu'on puiſſe ſubſtraire tel produict d'icelle reſte) reſte 15, leſquels on mettera deſſus le 39, trenchant & le 39, & le 8, & ſera alors la diſpoſition des characteres telle.

1	Or pour trouver le ſecond charactere du quotient, il faut mettre autrefois le diviſeur ſoubs le nombre à diviſer, mettant le 8 du diviſeur ſoubs le 5, & le 2 ſoubs le 8 du premier diviſeur, diſant combien de fois 2 en 15? faict 5 fois (lequel 5 on mettera à la ligne oblique aupres le 3 pour ſecond charactere du quotient) reſte 5, lequel on mettera ſur le 5 deſdicts 15 trenchant les meſmes 15 & 2, puis on multipliera le 8 diviſeur, par le 5 du quotient, faict 40, qui ſoubſtraict de 55 reſte 15, leſquels on mettera deſſus le 55, trenchant le 55 & le 8, & diſtinguant le 15 reſtant par une ligne oblique; Puis on tirera une ligne aupres les 35 du quotient, mettant ſur icelle ledict reſtant 15, & deſſoubs la meſme le 28, qui eſt le diviſeur, dont la diſpoſition des characteres eſt telle.
35	
995 (3	
28	

(1	Ie di que $35\frac{15}{28}$ eſt le quotient requis.
28	*Demonſtration.* Les $35\frac{15}{28}$ contiennent
35	autant de fois l'unité, quantesfois le
995 (35$\frac{15}{28}$	nombre à diviſer 995 contient le di-
288	viſeur 28; Doncques $35\frac{15}{28}$ eſt par la 97
2	definition leur quotient requis; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donné nombre Arithmetique entier à diviſer, & nombre Arithmetique entier diviſeur, nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

Deuxieſme diſtinction des quatre numerations des nombres Arithmetiques tompus, & d'autres computations à icelles appartenantes.

PROBLEME V.

Eſtant donnez nombres Arithmetiques entiers: Trouver leur plus grande commune meſure.

Explication du donné. Soyent donnez nombres Arithmetiques entiers 91 & 117. *Explication du requis.* Il faut trouver leur plus grande commune meſure. *Conſtruction.* On diviſera le majeur nombre 117 par le moindre 91, donne reſte (car du quotient ne prenons icy cure) 26. par les meſmes diviſera on autrefois les 91, dõne reſte 13, par les meſmes diviſera on autrefois les 26, & ne reſte rien. Ie di que 13, par ce qu'en la derniere diviſion il n'y reſtoit rien (car pour reigle generale, le nombre qui en telle derniere diviſion eſt diviſeur, ſera touſiours la plus grande commune meſure) eſt la pluſgrande commune meſure requiſe. *Demonſtration.* Si l'on meſure combien de fois il y a 13 en 91, (c'eſt à dire, ſi on diviſe 91 par 13) ſe trouve preciſement 7 fois; Semblablement combien de fois leſdicts 13 ſont en 117, ſe trouve preciſement 9 fois. Doncques 13 (puis qu'il meſure & l'un & l'autre) eſt leur commune meſure. Auſſi que c'eſt la plus grande, eſt manifeſte, par ce que 7 & 9 ſont nombres entr'eux premiers; ce qu'il falloit demonſtrer. NOTA. Mais eſtant à trouver la plus grande commune meſure de plus que de deux nombres, comme (par exemple) de 18.12.4. On trouvera premierement la plus grande commune meſure des deux, comme de 18 & 12, qui eſt 6, puis de 6 & 4, qui eſt 2, pour le requis; & auſſi d'autres nombres quelconques. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez nombres Arithmetiques entiers, nous avons trouvé leur plus grande commune meſure; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME VI.

Eſtant donné nombre Arithmetique rompu: Trouver ſon premier rompu.

Explication du donné. Soit donné rompu $\frac{91}{117}$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſon premier rompu. *Conſtruction.* On trouvera la plus grande commune meſure de 91 & 117, laquelle par le 5 probleme ſera 13, par les meſmes diviſera on 91, donne quotient 7; lequel ſe mettera ſur une ligne, puis on diviſera les 117 par leſdicts 13, donne quotient 9, lequel on mettera deſſoubs ladicte ligne en ceſte ſorte $\frac{7}{9}$. Ie di que $\frac{7}{9}$ eſt le premier rompu requis. *Demonſtr.* Eſtant numerateur & nominateur de $\frac{7}{9}$ nombres entre eux premiers, par la 8 definition, ils ſeront le premier rompu du rompu donné $\frac{91}{117}$, par la 13 definition; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donné

donné nombre Arithmetique rompu, nous avons trouvé ſon premier rompu; ce qu'il falloit faire.

Probleme VII.

Eſtant donné nombre Arithmetique entier & rompu: Trouver un rompu qui leur ſoit egal.

Explication du donné. Soient donnez $4\frac{2}{3}$. *Explication du requis.* Il faut trouver un rompu qui leur ſoit egal. *Conſtruction.* On multipliera les 4 par 3, font 12, auſquelss'ajouſtera le 2 numerateur du rompu donné; font 14; ſoubs les meſmes mettera on le 3 nominateur du rompu donné en ceſte forte $\frac{14}{3}$. Ie di que $\frac{14}{3}$ eſt le rompu requis egal aux $4\frac{2}{3}$. *Demonſtration.* Il eſt manifeſte par le ſuivant 8 probleme, que $\frac{14}{3}$ vallent $4\frac{2}{3}$; ce quil falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donné nombre Arithmetique entier & rompu, nous avons trouvé un rompu qui leur eſt egal; ce qu'il falloit faire.

Probleme VIII.

Eſtant donnée fraction Arithmetique majeure que unité: Trouver combien des unitez, & plus quelle fraction moindre que unité, la fraction donnée contienne.

Explication du donné. Soit fraction donnée majeure que unité $\frac{14}{3}$. *Explication du requis.* Il fault trouver combien des unitez, & plus quelle fraction moindre que unité, ladicte fraction $\frac{14}{3}$ contienne. *Conſtruction.* On diviſera le numerateur 14, par le nominateur 3, donne quotient $4\frac{2}{3}$. Ie di que $4\frac{2}{3}$ eſt le nombre requis. *Demonſtration.* Premierement que $4\frac{2}{3}$ ſont quatre unitez, & plus fraction $\frac{2}{3}$ moindre que unité, eſt par ſoi manifeſte: Au ſecond, que les $4\frac{2}{3}$ ſont egaux à $\frac{14}{3}$, appert par le 7 probleme; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donnée fraction Arithmetique, &c. ce qu'il falloit faire.

Probleme IX.

Eſtant donnez nombres Arithmetiques rompuz d'inegaux nominateurs: Les reduire en rompuz de commun nominateur.

Explication du donné. Soient les rompuz donnez $\frac{2}{3}$ & $\frac{4}{5}$. *Explication du requis.* Il les faut reduire en nombres rompuz de commun nominateur, c'eſt à dire qu'il faut trouver deux autres rompuz egaux aux donnez, & ayans egaux nominateurs. *Conſtruction.* On multipliera le 4 par 3, faict 12, lequel ſe mettera ſur le 4, ſemblablement on multipliera 2 par 5, faict 10, les meſmes mettera on ſur le 2, puis 3 par 5 faict 15, lequel on mettera deſſoubs en ceſte ſorte. Ie di que $\frac{10}{15}$ & $\frac{12}{15}$ ſont les nombres requis, à ſçavoir ayant un commun nominateur 15. *Demonſtrat.* Que ces nombres trouvez ont 15 pour commun nominateur, eſt manifeſte, & que les $\frac{10}{15}$ ſont egales à $\frac{2}{3}$, apert en cela, que $\frac{5}{15}$ ſont le premier rompu de $\frac{10}{15}$ par le 6 probleme; Semblablement ſont les $\frac{12}{15}$ egales à les $\frac{4}{5}$; ce qu'il falloit demonſtrer. *Autre exemple.* Si les nombres donnez fuſſent plus que deux, comme par exemple ces trois $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{6}{7}$. On multipliera 3 par 5, faict 15, leſquels autrefois multipliez par 7 ſont pour commun nominateur requis 105; puis pour trouver le numerateur reſpondant aux $\frac{2}{3}$ donnez, on multipliera les 105 par les 2 des $\frac{2}{3}$ faict 210: les meſmes diviſez par le 3 des meſmes $\frac{2}{3}$, donnent quotient 70, pour numerateur reſpondant à les $\frac{2}{3}$ donnez. Et par meſme moyen on trouvera que aux $\frac{4}{5}$ reſpondent 84 & aux $\frac{6}{7}$ 90; Doncques $\frac{70}{105}$ $\frac{84}{105}$ $\frac{90}{105}$ ſont les trois nombres ayant un commun nominateur 105, comme il eſtoit requis, dont la demonſtration depend de la precedente. Et la diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle. *Concluſion.* Eſtant doncques

$$\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}\quad\begin{matrix}12\\10\\\hline 22\\15\end{matrix}$$

70	84	90
$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{6}{7}$
	105	

donnez nombres rompuz d'inegaux nominateurs, nous les avons reduict en rompuz de commun nominateur; ce qu'il falloit faire.

De l'addition des nombres Arithmetiques rompuz.

Probleme X.

Eſtant donnés nombres Arithmetiques rompuz à ajouſter: Trouver leur ſomme.

Explication du donné. Soyent les nombres donnez à ajouſter tels $\frac{2}{3}$ & $\frac{4}{5}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur ſomme. *Conſtruction.* On mettera les deux rompuz donnez l'un chez l'autre, appliquant tel rompu des deux à dextre ou feneſtre comme il aviendra, les diſtinguant par une croix (laquelle denote qu'il faudra multiplier par croix) comme cy deſſoubs; puis on multipliera 3 par 4, font 12: leſquels on mettera joignant le 4, Semblablement ſe multipliera 2 par 5 font 10; puis on ajouſtera 12 & 10, font 22, ſoubs les meſmes tiera on une ligne, puis on multipliera 3 par 5, font 15, lequel on mettera ſoubs ladicte ligne en ceſte ſotte. Je di que $\frac{22}{15}$ (qui vallet par le 8. probleme $1\frac{7}{15}$) eſt la ſomme requiſe. *Demonſtration.* Parce que le 3 multiplie par 4 faict 12, & le meſme 3 multiplie par 5 faict 15, il y aura, par la 18 propoſition du 7 livre d'Euclide, telle raiſon de 12 a 15, comme de 4 a 5; Doncques nous avons trouvé deux termes 12 & 15, leſquels diſpoſez ainſi $\frac{12}{15}$, donnent un rompu egal a $\frac{4}{5}$. Semblablement par ce que ledict 5 multiplie par 2 faict 10; & le meſme 5 par 3 faict 15; il y aura telle raiſon (par ladicte 18 propoſition du 7 Euclid.) de 10 a 15, comme de 2 a 3. nous avons doncques trouvé deux termes 10 & 15, leſquels diſpoſez ainſi $\frac{10}{15}$, font un rompu egal a $\frac{2}{3}$. parquoy la ſomme de $\frac{12}{15}$ & $\frac{10}{15}$ eſt auſſi la ſomme de $\frac{4}{5}$ & $\frac{2}{3}$: Mais douze quinzieſmes, & dix quinzieſmes, ſont vingt & deux quinzieſmes, doncques la ſomme de $\frac{12}{15}$ & $\frac{10}{15}$, eſt $\frac{22}{15}$, & par conſequent $\frac{22}{15}$ eſt auſſi la ſomme de $\frac{2}{3}$ & $\frac{4}{5}$; ce qu'il falloit demonſtrer. Nota. Si les rompuz donnez euſſent egaux nominateurs, on pourra à cauſe de briefveté ajouſter les numerateurs, y ſuppoſant le nominateur. Comme par exemple eſtant à ajouſter $\frac{2}{7}$ & $\frac{3}{7}$ on conjoindra 2 & 3, ſont 5, y mettant deſſoubs le nominateur 7, faict pour ſolution $\frac{5}{7}$. Mais s'il y euſt à ajouſter entiers & rompus à entiers & rompus, on ajouſtera les entiers à part par le 1 probleme, & les rompuz par ce 10 probleme. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez nombres Arithmetiques rompuz, nous avons trouvé leur ſomme, ce qu'il falloit faire.

De la ſoubſtraction des nombres Arithmetiques rompuz.

Probleme XI.

Eſtant donné nombre Arithmetique rompu, duquel on ſoubſtraict, & nombre Arithmetique rompu à ſoubſtraire: Trouver leur reſte.

Explication du donné. Soit donné nombre duquel on ſoubſtraict $\frac{5}{6}$, & nombre à ſoubſtraire $\frac{2}{3}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reſte. *Conſtruction.* On mettera le nombre à ſoubſtraire $\frac{2}{3}$, à la feneſtre, & le nombre duquel on ſoubſtraict $\frac{5}{6}$, à la dextre, les diſtinguant par une croix, puis on multipliera, 3 par 5 faict 15, le mettant chez le 5, ſemblablement 2 par 6 faict 12, lequel on mettera chez le 6, & tirant une ligne entre 15 & 12, on levera les 12 des 15, reſte 3. puis on multipliera 3 (à ſçavoir 3 nominateur des $\frac{2}{3}$) par 6, font 18, les mettant ſoubs

$\frac{2}{3} \times \frac{5}{6}$ $\begin{matrix} 15 \\ 12 \\ \hline 3 \\ 18 \end{matrix}$ ſoubs le 3 en ceſte ſorte. Ie di que $\frac{3}{18}$ (deſquels le premier rompu par le 6 probleme eſt $\frac{1}{6}$) eſt la reſte requiſe. *Demonſtration.* Pour ce que le 3 multiplié par 5, faict 15, & le meſme 3 par 6 faict 18: il y aura, par la 18 propoſition du 7 livre d'Enclide, telle raiſon de 15 a 18, comme de 5 a 6; Doncques nous avons trouvé deux termes 15 & 18, leſquels diſpoſez ainſi $\frac{15}{18}$, font rompu egal a $\frac{5}{6}$; Semblablement parce que ledict 6 multiplie par 2 faict 12, & le meſme 6 par 3 faict 18, il y aura telle raiſon, par ladicte 18 propoſition du 7 livre d'Euclide, de 12 a 18, comme de 2 a 3: Nous avons doncques trouvé deux termes 12 & 18, leſquels diſpoſez ainſi $\frac{12}{18}$, font un rompu egal a $\frac{2}{3}$; parquoy la reſte de la ſoubſtraction de $\frac{15}{18}$ de $\frac{12}{18}$, eſt auſſi la reſte de la ſoubſtraction de $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{6}$; mais ſoubſtrahant douze dixethuictieſmes, de quinze dixethuictieſmes, reſtent trois dixethuictieſmes: doncques la reſte de $\frac{12}{18}$, de $\frac{15}{18}$, eſt $\frac{3}{18}$, & par conſequent $\frac{3}{18}$ eſt auſſi la reſte de $\frac{2}{3}$ ſoubſtraicts de $\frac{5}{6}$; ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA.

Si les rompus donnés euſſent egaux nominateurs, on pourroit à cauſe de brieveté ſoubſtraire le muindre numerateur du maieur, mettant ſoubs la teſte leur commun nominateur. Comme eſtant à ſoubſtraire $\frac{2}{7}$ de $\frac{5}{7}$ on levera 2 de 5, reſte 3, ſoubs le meſme mis le 7, faict pour ſolution $\frac{3}{7}$. Mais s'il y euſt à ſoubſtraire entiers & rompus, d'entiers & rompus, & que le rompu à ſoubſtraire fuſt moindre que celuy duquel on ſoubſtraict; Alors on ſoubſtraira le nombre entier, du nombre entier, par le 2 probleme, puis rompu de rompu, par ceſt 11 probleme.

Mais pour ſoubſtraire rompu d'entier, on empruntera 1 de l'entier, lequel on partira en tant des parties que contient unitez le nominateur du rompu à ſoubſtraire. Comme ſi de 4 on veult ſoubſtraire $\frac{2}{3}$, on emprunte 1 de 4, lequel 1 ſe dict eſtre $\frac{3}{3}$ (parce que le nominateur du rompu à ſoubſtraire eſt 3) puis de $\frac{3}{3}$ levant $\frac{2}{3}$, reſte $\frac{1}{3}$, & ſera toute la reſte $3\frac{1}{3}$.

Mais ſi d'entiers & rompuz, on veult ſoubſtraire entiers & rompuz, & que le rompu à ſoubſtraire fuſt maieur que le rompu duquel il fault ſoubſtraire, on empruntera 1 de l'entier, lequel 1 il faut partir en tant de parties, que contient unitez le nominateur du rompu duquel on ſoubſtraict, & l'ajouſter au meſme rompu, & d'iceluy ajouſtement levet le rompu à ſoubſtraire. Comme par exemple: voulant ſoubſtraire $3\frac{2}{3}$, de $7\frac{3}{5}$, on emprunte 1 du 7 l'appellant $\frac{5}{5}$, leſquels ajouſtez aux $\frac{3}{5}$, ſont $\frac{8}{5}$, deſquels ſoubſtraicts $\frac{2}{3}$, reſte (par ceſt 11 probleme) $\frac{11}{15}$, dont toute la reſte ſera $3\frac{11}{15}$. *Concluſion.* Eſtant doncques donne nombre Arithmeticque rompu duquel on ſoubſtraict, & nombre Arithmeticque rompu à ſoubſtraire, nous avons trouvé leur teſte; ce qu'il falloit faire.

De la multiplication des nombres Arithmeticques rompuz.

PROBLEME XII.

ESTant donné nombre Arithmeticque rompu à multiplier & nombre Arithmeticque rompu multiplicateur: Trouver leur produict.

Explication du donné. Soit donné nombre à multiplier $\frac{2}{3}$, & multiplicateur $\frac{7}{9}$. *Explication du requis.* Il fault trouver leur produict. *Conſtruction.* On mettera les deux nombres l'un chez l'aultre, & tel rompu des deux à dextre ou ſeneſtre comme il aviendra; Puis on multiplicra 2 par 7, faict 14, les mettant joignant le 7; ſemblablement 3 par 9, faict 27, les mettant chez le 9 en ceſte ſorte. Ie di que $\frac{14}{27}$ eſt le produict requis. *Demonſtration.* Les $\frac{14}{27}$ contiennent les $\frac{2}{3}$ autant des fois qu'il y a des unitez en $\frac{7}{9}$ (car l'unité eſt en $\frac{9}{9}$ contenu ſeptneufieſme fois, auſſi eſt $\frac{2}{3}$ contenu en $\frac{14}{27}$ ſeptneufieſme fois) doncques par la 97 definition, c'eſt legitime multiplication, & par conſequent $\frac{14}{27}$ eſt le vray produict: ce qu'il falloit demonſtrer.

$\frac{2}{3}$ $\frac{7}{9}$ $\frac{14}{27}$

NOTA. Si les nombres donnez fuſſent entiers & rompuz, comme $2\frac{1}{2}$ & $4\frac{2}{3}$, on trouvera deux rompuz egaux aux entiers & rompus donnez, par le 7 probleme. à ſçavoir $\frac{5}{2}$ egaux à $2\frac{1}{2}$, & $\frac{14}{3}$ a $4\frac{2}{3}$, leſquels $\frac{5}{2}$ & $\frac{14}{3}$ multipliez comme en ce 12 probleme, ſont pour ſolution $\frac{70}{6}$, qui vallent par le 8 probleme $11\frac{4}{6}$, qui eſt par 6 probleme $11\frac{2}{3}$.

Mais ſi l'un nombre donné fuſt entier, & l'autre rompu, on mettera ſoubs l'entier touſiours 1, l'uſant apres comme s'il fuſt rompu. Soyent par exemple $\frac{3}{7}$ à multiplier par 3, l'on mettera 1 ſoubs le 3, en ceſte maniere $\frac{3}{1}$, puis multipliant $\frac{3}{7}$ par $\frac{3}{1}$, faict par ce probleme $\frac{6}{7}$. *Concluſion.* Eſtant doncques donné nombre Arithmetique rompu à multiplier, & nombre Arithmetique rompu multiplicateur, nous avons trouvé leur produict; ce qu'il falloit faire.

De la diviſion des nombres Arithmetique rompuz.

PROBLEME XIII.

ESTant donné nombre Arithmetique rompu à diviſer, & nombre Arithmetique rompu diviſeur Trouver leur quotient.

Explication du donné. Soit donné nombre à diviſer $\frac{5}{7}$, & diviſeur $\frac{2}{3}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Conſtruction.* On mettera le nombre à diviſer $\frac{15}{7}$ à la dextre, & le diviſeur à ſeneſtre, les diſtinguant par une croix, puis on multipliera 3 par 5, font 15, les mettant chez le 5, ſemblablement 2 par 7, font 14, les mettant joignant le 7 en ceſte ſorte. Ie di que $\frac{15}{14}$ (qui par le 8 probleme vallent $1\frac{1}{14}$) eſt le quotient requis. *Demonſtration.* Les $\frac{15}{14}$ contiennent autant des fois l'unité, que le nombre à diviſer $\frac{15}{7}$ contient le diviſeur $\frac{2}{3}$ (car $\frac{15}{14}$ contiennent l'unité une & une quatorzieſme fois, & autant de fois contiennent auſſi les $\frac{5}{7}$ le diviſeur $\frac{2}{3}$) doncques $\frac{15}{14}$ par la 97 definition, ſont leur quotient; ce qu'il falloit demonſtrer.

$\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} \cdot \frac{15}{14}$

NOTA. Si les nombres donnez fuſſent entiers & rompuz, comme nombre à diviſer $2\frac{2}{3}$ & diviſeur $3\frac{1}{2}$, on trouvera deux rompuz egaux aux entiers & rompuz donnez par le 7 probleme; à ſçavoir $\frac{8}{3}$ egales aux $3\frac{2}{3}$, & $\frac{7}{2}$ egales aux $3\frac{1}{2}$, leſquels $\frac{8}{3}$ diviſés par $\frac{7}{2}$, donnent quotient & ſolution par ce probleme $\frac{16}{21}$.

Mais ſi l'un nombre donné fuſt entier, & l'autre rompu, on metteta touſiours ſoubs l'entier 1, l'uſant apres comme s'il fuſt rompu: Soit par exemple nombre à diviſer $\frac{3}{4}$, & diviſeur 5; On mettera 1 ſoubs 5 en ceſte ſorte $\frac{1}{5}$, puis diviſant par $\frac{1}{5}$ les $\frac{3}{4}$, donne quotient & ſolution $\frac{3}{20}$. *Concluſion.* Eſtant doncques donné nombre Arithmetique rompu à diviſer, & nombre Arithmetique rompu diviſeur, nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

NOTA.

Nous avons declaré juſques icy, les quatre computations des nombres Arithmeticques rompuz, la ou la diſpoſition des characteres, a en chaſcun probleme eſté telle, comme nous entendons que celuy doibt faire, qui ſuyvera noſtre conſeil; non ſeulement pour la facilité de

de ces rompuz Arithmetiques (combien que c'eſt choſe aſſez importante) mais auſſi des rompuz radicaux, & algebraiques, la ou nous tiendrons le meſme ordre que deſſus. Quelle facilité il cauſera, je le mets au jugement de ceux qui l'auront bien experimenté. Mais à fin de declaire un peu, en quoy conſiſte ceſte ſingulieteté, c'eſt principalement en cela, que de l'operation de la ſoubſtraction & diviſion, (parce que nous voulons que nombre à ſoubſtraire & diviſeur ſoit touſiours mis à ſeneſtre) ſorte touſiours ne ceſſairement le requis par une meſme maniere, ſans inutilemẽt deſcripte quelques lettres pluſieurs fois, comme il avient les mettant autrement : Et ceey ne conſiſte pas en opinion, mais on ne peut donner bonne raiſon par les nombres entiers: car comme l'on y met touſiours le nombre à ſoubſtraire & diviſeur en certaine diſpoſition: qui eſt deſſoubs leurs nombres reſpondans (ce que la nature ſemble ainſi requerir, veu que le contraire cauſeroit confuſion) ſemblablement comme il ne faut pas neceſſairement obſerver ceey en l'addition, & multiplication, car on met tel des nombres donnez, deſſus ou deſſoubs comme il avient : Tout ainſi en les quatre computations de tous autres nombres de qualité quelconque.

Troiſieſme diſtinction de la reigle de trois des nombres Arithmetiques.

Probleme XIIII.

Etant donnés trois termes de nombres Arithmetiques : Trouver leur quatrieſme terme proportionel.

Explication du donné. Soyent trois termes donnez 2.3.4. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel; c'eſt à dire, en relle raiſon au troiſieſme terme 4, comme le ſecond 3 au premier 2. *Conſtruction.* On multipliera le deuxieſme terme 3 par le troiſieſme 4, donne produict 12, lequel diviſé par le premier terme 2, donne quotient 6. Ie di que 6 eſt le quatrieſme terme proportionel requis. *Demonſtration.* Il y a de 6 a 4 raiſon ſeſquialtere, & la meſme raiſon y a auſſi de 3 a 2, ou bien il y a de 2 a 3 raiſon ſubſeſquialtere, & la meſme y a auſſi de 4 a 6, doncques 6 eſt leur quatrieſme terme proportionel; ce qu'il falloit demonſtrer. Nota. Si les trois termes donnez fuſſent nombres rompuz, ou en partie rompuz, l'operation ſera ſemblable à la precedante. Soyent par exemple les trois termes donnez tels, $3\frac{1}{2}$, $2\frac{2}{1}$. On multipliera $3\frac{1}{2}$ par $2\frac{2}{1}$, faict par le 12 probleme $\frac{4\,6}{6}$, leſquelles diviſées par 3 premier terme, donnent quonent & ſolution $3\frac{1}{9}$. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez trois termes de nombres Arithmetiques, nous avons trouvé le quatrieſme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

Quatrieſme diſtinction de la reigle de proportionelle partition des nombres Arithmetiques.

Probleme XV.

Partir le nombre Arithmetique donné en parties proportionelles à nombres donnez.

Explication du donné. Soit le nombre donné 18, & les nombres donnez 4.2.3. *Explication du requis.* Il faut partir le 18 en trois parties proportionelles aux trois nombres donnez 4.2.3. *Conſtruction.* On ajoufteta les nombres donnez, à ſçavoir 4.2.3. ſont 9, puis on dira 9 donnent 4, combien 18 ? faict (par le 14 probleme) 8, pour le premier nombre requis; de meſme ſorte on dira 9 donnent 2, combien 18? faict 4 pour le ſecond nombre requis. Et finalement 9 donnent 3, combien 18? faict 6 pour le troiſieſme nombre requis. La diſpoſition des characteres de l'operation achevée eſt telle. Ie di que 18 eſt parti en trois nombres 8.4.6. proportionels (à ſçavoir en ternaire proportion) aux trois nombres donnez 4.2.3. comme il eſtoit requis.

4.	8.	
2.	4.	
3.	6.	
9.	18.	

Demonſtration. Comme 4 a 2, & 2 a 3, ainſi 8 a 4, & 4 a 6; Et la ſomme de 8.4.6 eſt 18, doncques ce ſont les nombres requis; ce qu'il falloit demonſtrer. Semblable ſera auſſi le progres par nombres rompuz, & de multitude de nombres donnez quelconque. *Concluſion.* Nous avons doncques parti le nombre donné, en parties proportionelles à nombres donnez, ce qu'il falloit faire.

Nota.

Comme le precedant 14 probleme eſt tel en nombres, comme la 12 propoſition du 6 livre d'Euclide en lignes; Ainſi eſt ce 15 probleme tel en nombre, comme la 10 propoſition dudict 6 d'Euclide en lignes. Auſſi comme ceſtuy-la eſt de grande conſideration en la Geometrie, ſervant pour reigle generale à pluſieurs operations Geometriques; Ainſi eſt ceſtuy-cy le ſemblable en l'Arithmetique, commode à beaucoup des operations qui s'y rencontrent, comme en la reigle de faux, de compaignie, d'Alligation, & de pluſieurs autres, comme apparoiſtra en la practique d'Arithmetique chaſcun en ſon lieu.

Cinquieſme diſtinction de la reigle de faux des nombres Arithmeticques.

D'une fauſſe poſition.

Probleme XVI.

Etant propoſée queſtion qui ſe ſolve par une fauſſe poſition en nombres Arithmeticques: La ſolver par une fauſſe poſition.

Explication du donné & requis. On veult ſçavoir quel nombre avec ſa moitie ſera. *Conſtruction.* On poſera quelque nombre ainſi qu'il aviendra, comme s'il fuſt le vray nombre requis, ſoit 2: le meſme avec ſa moitie qui eſt 1, faict 3 : Or ce n'eſt pas 3 ce que nous voulons, mais 18; Donc la poſition de 2 eſtoit fauſſe, parquoy à fin d'avoir le vray requis, on dira 3 viennent de 2, d'ou viendront 18? faict pour ſolution 12.

Mais à fin que demonſtrons auſſi la diſpoſition, & ordre que nous tiendrons en la reigle des faux de quantitez, qui eſt en l'operation algebraique, nous donnerons icy ſemblable conſtruction en ces nombres Arithmetieques.

Avltre Constrvction en forme Algebraiqve.

Soit le nombre requis nombre Arithmetieque quelconque comme . . . 4 | 12
Sa moitie. . . . 2 | 6
Leur ſomme . . . 6 | 18
Egal en valeur a . . . 18 |

Or 6 vallent 18, ergo l'unité vault 3 (car diſant, 6 vault ou donne 18, combien 1? faict 3) C'eſt à dire que chaſcune unité des nombres 4.2.6. vault 3; D'ou s'enſuit que le 4 vaudra 12 (car diſant, 1 vault 3, combien 4? faict 12) Et pour meſme raiſon 2 vauldra 6, & le 6 vauldra 18, leſquels 12.6.18. on mettera derriere la ligne joignant leurs membres reſpondans, comme cy deſſus. Or comme l'on cherchoit icy la valeur de l'unité, par lequel on vient à la cognoiſ-

cognoiſſance des nombres requis ; Ainſi cherchera on touſiours en l'algebre la valeur de t ①, par laquelle on viendra de meſme ſorte à la cognoiſſance des autres nõbres requis, & ne differera l'algebraique diſpoſition en rien de ceſte cy: car là ou nous aurons icy nombres Arithmetiques, 4.2.6.18, nous aurons en l'algebre des quantitez algebraiques, comme le tour ſera plus clair en ſon lieu par les exemples. Laquelle leur affinité avions propoſé de declairer. Ie di doncques que 12 eſt le nombre requis. *Demonſtration.* 12, avec ſa moitie 6, faict 18, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques propoſé queſtion, qui ſe ſolve par une fauſſe poſition en nombres Arithmetiques, nous l'avons ſolvée par une fauſſe poſition ; ce qu'il falloit faire.

De deux fauſſes poſitions.

Probleme XVII.

Eſtant propoſée queſtion qui ſe ſolve par deux fauſſes poſitions en nombres Arithmetiques: La ſolver par deux fauſſes poſitions.

Explication du donné & requis. On veut ſçavoir quel nõbre avec ſa moitie ſera 9. *Conſtruction.* On poſera pour premiere poſition quelque nombre ainſi qu'il aviendra, comme s'il fuſt le nombre requis, ſoit 2, le meſme avec ſa moitie qui eſt 1, faict 3: Or ce n'eſt pas 3 que nous voulons, mais 9; Doncques la premiere poſition de 2 eſt fauſſe, & vient trop peu ou moins 6, ce que ſe notera en ceſte ſorte:

2 moins 6.

Puis on poſera pour ſeconde poſition quelque autre nombre que n'eſt le 2 de la premiere poſition; comme s'il fuſt le nombre requis, ſoit 4, le meſme avec ſa moitie qui eſt 2, faict 6. or ce n'eſt pas 6 que nous voulons, mais 9; Doncques la ſeconde poſition de 4 eſt auſſi fauſſe, & vient trop peu ou moins 3, ce que ſe mettera ſoubs la premiere poſition, & ſera leur diſpoſition telle:

2 moins 6.
4 moins 3.

Puis on multipliera par croix, c'eſt à dire, 4 par 6, faict 24, le meſme mettera on chez le 6, puis 2 par 3 faict 6, lequel mis chez le 3, leur diſpoſition ſera alors telle:

2 moins 6. 24.
4 moins 3. 6.

Puis il faut conſiderer ſi les deux vocables comme plus & moins ſont ſemblables: c'eſt à dire, tous deux plus, ou tous deux moins, ou s'ils ſont diſſemblables, c'eſt à dire, l'un plus, & l'autre moins: car pour reigle generale:

Semblables requierent ſoubſtraction,
Et diſſemblables addition.

Or les vocables de ceſt exemple ſont ſemblables: à ſçavoir tous deux moins: il faut dõc ſoubſtraire le moindre du majeur, à ſçavoir 6 de 24, reſte 18, & 3 de 6 reſte 3; puis il faut diviſer le 18, par le 3, donne quotient & ſolution 6. La diſpoſition des characteres de l'operation achevée eſt telle: Ie di que 6 eſt le nombre requis. *Demonſtration.* 6 avec ſa moitie 3 faict 9 ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

2	moins	6.	24
4	moins	3.	6
		3.	18 faict 6

Nota. Si les deux vocables leſquels cy deſſus ſont moins, euſſent eſté tous deux plus, l'operation euſt eſté ſemblable à la precedente; mais ſi l'un euſt eſté plus, & l'autre moins, on euſt fallu ajouſter, comme appert en ceſte diſpoſition de characteres d'operation achevée telle: Toutes Queſtions que l'on ſolve par une fauſe poſition, ſe peuvent ſolver par deux, mais pas au contraire. Il faut auſſi ſçavoir, que les exemples que l'on propoſe à ſolver par reigle de faux, ſemblent aucunefois fort differens; toutesfois ſi l'on y prend bien regard, l'operation eſt en tous d'une meſme methode, comme apparoiſtra par les exemples que nous en donnerons en la practique d'Arithmetique ſuyvante; la ou les nombres ſeront appliquez à quelques matieres. *Concluſion.* Eſtant doncques propoſée queſtion qui ſe ſolve par deux fauſſes poſitions en nombres Arithmeticques, Nous l'avons ſolvée par deux fauſſes poſitions; ce qu'il falloit faire.

2	moins	6.	60
10	plus	6.	12
		12.	72 faict 6.

SECONDE PARTIE DE L'OPERATION DES NOMBRES RADICAVX.

Premiere diſtinction des extractions des racines des nombres ſimples.

Probleme XVIII.

Eſtant donné nombre geometrique ſimple: Trouver ſa racine requiſe.

Nota.

Il faut premierement trouver, pour la generale conſtruction de ce probleme, quelques nombres propres, en ceſte ſorte: On eſcrira 2, puis 3. 4. 5. 6. d'un & d'aultre coſté dudict 2, & de poincts entre deux par forme de triangle en ceſte ſorte. Puis on adjouſtera, 3 & 3 ſont 6, le meſme ſe mettera au poinct du milieu entre 4 & 4, puis on adjouſtera ledict 6 & 4, ſont 10, les meſmes mettera on deux fois entre le 5 & 5, laiſſant un poinct entre chaſques deux nombres; puis on ajouſtera 10 & 10, ſont 20, le mettant au milieu entre 6 & 6, puis s'adjouſtera 10 & 5, ſont 15, le mettant, d'un & d'autre coſté aux poincts du milieu entre 20 & 6, puis on mettera chez chaſcun des characteres, 2. 3. 4. 5. 6. à dextre 0, & alors ſera leur diſpoſition telle.

```
                2
              3 . 3
            4 . . . 4
          5 . . . . . 5
        6 . . . . . . . 6
```

```
                20
              3 . 3 0
            4 . 6 . 4 0
          5 . 10 . 10 . 5 0
        6 . 15 . 20 . 15 . 6 0
```

Or pour choiſir les propres characteres ſervans à l'operation de l'extraction de chaſcune racine, il faut ſçavoir, que la premiere ligne, comme 20, ſert pour l'extraction de racine quarree, & la ſeconde ligne 3.30, pour l'extraction de racine cubique; & la troiſieſme ligne 4.6.40, pour l'extraction de la racine de quarte quantité, & ainſi des autres. Mais leſdicts nombres requierent encore autre diſtinction relle.

Pour les racines quarrees ſervira 20.

Pour les racines cubiques, il faut mettre les 3.30 en deux parties telles:

300
30

Pour les racines de quarte quantité, il faut mettre les 4.6.40 en trois parties telles:

4000
600
40

Pour les racines de quinte quantité, il faut mettre les 5.10.10.50. en quatre parties telles:

50000
10000
1000
50

Pour les racines de ſexte quantité, il faut mettre les 6. 15. 20. 15. 60 en cineq parties telles:

600000
150000
20000
1500
60

Et de meſme ſorte pourra on proceder en infinl, pour trouver nombres ſervans à l'extraction de racine quelconque, comme de ſeptieſme, octave quantité, &c.

Premier exemple de l'extraction de racine quarrée de nombre entier à ſa racine commenſurable.

Explication du donné. Soit donné nombre quarré 186624. *Explication du requis.* Il fault trouver ſa racine quarrée. *Conſtruction.* On tirera ſoubs le nombre donné deux lignes, & entre les meſmes mettera on un poinct ſoubs le premier charactere à dextre, à ſçavoir ſoubs le 4; ſemblablement un poinct ſoubs le 6, laiſſant un charactere entre deux, puis un poinct ſoubs le 8, laiſſant pareillement un charactere entre deux; Et ſemblablement metteroit on d'avantage des poincts, s'il y euſt plus de characteres. Et ſignifient ces trois poincts, les trois lieux des trois characteres, qui ſortiront pour la racine requiſe, deſquelles la diſpoſition eſt telle. Puis il faut prendre la racine quarrée en nombres entiers de 18, au plus pres qu'on peult, & moindre, qui ſera 4, le mettant au premier poinct ſoubs le 8, puis on ſoubſtraira le quarré de 4, qui eſt 16, de 18, reſte 2, le mettant ſur le 8, & trenchant 16 & 18, & leur diſpoſition ſera alors telle.

1 8 6 6 2 4
. . .

2
1 8 6 6 2 4
4 . .
2 6

Or pour trouver le ſecond charactere de la racine, il faut mettre à part 20 (qui eſt le nombre ſervant generalement pour l'extraction de toute racine quarrée, comme nous avons dict cy deſſus à la note de ce ptobleme) & au devant des meſmes 20, il faut mettre ce qu'il y a venu pour racine; à ſçavoir 4, multipliant les 20 par 4, font 80: par les meſmes fault il diviſer les 266, & ſe trouve pour quotient 3, le meſme ſe mettera au ſecond poinct entre les lignes, & auſſi joignant les 20, qui ſont mis apart: Auſſi on mettera ſoubs le 3, ſon quarree 9. & ſera alors leur diſpoſition telle. Puis il faut multiplier les 20 par les 4, font 80, & les meſmes par 3, font 240, leſquels on mettera chez le 3, y ajouſtant encore le 9, & la ſomme ſera 249, laquelle ſe mettera auſſi deſſoubs les 266, les ſoubſtrahant d'icelles, & reſteront encore 17, & leur diſpoſition ſera alors telle. Or pour trouver le troiſieſme charactere de la racine, il faut proceder de meſme ſorte comme l'on a faict pour l'invention du ſecond charactere. On mettera doneques autrefois apart le 20 (à ſçavoir le 20 ſervant generalement pour toute extraction de racine quarrée) & au devant des meſmes 20 on mettera ce qu'il y a venu pour racine; à ſçavoir 43, multipliant le 20 par le 43, font 860, par les meſmes ſe diviſera le 1734, & ſe trouve 2 pour quotient, le meſme mettera on au troiſieſme poinct entre les lignes, & auſſi joignant le 20, qui ſont mis apart, auſſi on mettera deſſoubs leſdicts 2, ſon quatré 4, & ſera alors la diſpoſition telle. Puis on multipliera le 20 par 43, faict 860, & les meſmes par 2, faict 1720, leſquels on mettera chez le 2, y ajouſtant encore le 4, & la ſomme ſera 1724, laquelle on mettera auſſi ſoubs les 1724 de l'extraction, les ſoubſtrayant d'icelles, & ne reſtera rien, & ſera alors la diſpoſition achevée telle. Ie di que 432 eſt la racine requiſe. *Demonſtration.* Multipliant 432 en ſoy, donne produict 186624 egal au nõbre quarré donné; doneques 432 eſt la vraye racine requiſe, ce qu'il fallot demonſtret.

4. 20. 3. 240.
9. 9.
249.

2
1 8 6 6 2 4
4 3 .
2 6

4. 20. 3. 240. 217
9. 9. 1 8 6 6 2 4
249. 4 3 .
2 6 4 5
2

43. 20. 2. 1720.
4. 4.
1724.

217
1 8 6 6 2 4
4 3 2
2 6 4 5 2 4
2 1 7

Second exemple de l'extraction de racine quarrée de nombre entier à ſa racine commenſurable, d'autre maniere que par le precedent premier exemple.

NOTA.

L'extraction de racine quarrée, que nous avons deſcript au precedent premier exemple, deſcriprons nous autrefois en ce ſecond exemple, mais par autre maniere d'operation, à ſçavoir comme nous l'uſons en la practique, & à mon advis plus facile que n'eſt la precedente, laquelle nous y avons ſeulement mis, pour demonſtrer par icelle, la generale methode des extractions de toutes eſpeces de racines, comme cubiques, de quarte quantité, de quinte quantité, &c. Car conferant l'extraction precedente, à ſemblables ſuyvantes, il apparoiſtra que c'eſt tout un meſme ordre.

Explication du donné. Soit donné autre fois nombre quarré 186624. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarree. *Conſtruction.* On tirera ſoubs le nombre donné deux lignes, & entre les meſmes mettera on trois poincts, comme nous avons faict au precedent premier exemple, en ceſte ſorte. Puis il faut prendre la racine quarrée en nombres entiers, de 18, au plus pres qu'on peut, & moindre, qui ſera 4, le mettant au poinct ſoubs le 8, diſant 4 fois quatre font 16, de 18, reſte 2, le mettant ſur le 8, & trenchant le 18; puis il faut doubler ce qu'il y a entre les lignes, à ſçavoir le 4, faict 8, lequel mis ſoubs le 6, leur diſpoſition ſera alors telle. Puis il faut dire, cõbien de fois 8 en 26? ſe trouve 3 fois, lequel on mettera au poinct ſuyvant ſoubs le 6, diſant, 8 fois 3 font 24, de 26, reſte 2, lequel on mettera ſur le 6, trenchant 26; puis on multipliera 3 par ſoy, faict 9, qui ſoubſtraict de 26, reſte 17, lequel on mettera ſur le 26, trenchant les meſmes 26. Et leur diſpoſition ſera alors telle. Or pour trouver le troiſieſme charactere de la racine, il faut proceder comme on a faict cy deſſus pour l'invention du ſecond charactere, car ſi l'on y prent bien regard, on ne trouvera

1 8 6 6 2 4
. . .

2
1 8 6 6 2 4
4 . .
8

en

en l'operation aucune difference. Il faut doncques doubler tout ce qu'il y a entre les lignes, à sçavoir 43, font 86, lequel on mettera soubs le 72; Puis il fault dire; combien de fois 8 en 17? & se trouve 2 fois, lequel on mettera au poinct restant entre les lignes, disant 8 fois 2 sont 16, de 17 reste 1, lequel on mettera sur le 7, trenchant le 17; Puis on multipliera 6 par 2, font 12, lequel soubstraict de 12, & trenchant les mesmes 12, ne reste rien; Puis on multipliera le 2 entre les lignes par soy, faict 4, qui soubstraict de 4, & trenchant le mesme 4, ne reste rien; & sera alors leur disposition achevée telle. Semblable seroit l'operation, s'il y eust d'avantage des poincts entre les lignes. Je di que 432 est la racine quarrée requise; dont la demonstration est faicte au precedant premier exemple.

227 · 186624 · 43 · 8 · 886

Troisiesme exemple de l'extraction de racine quarrée de nombre entier à sa racine incommensurable.

Explication du donné. Soit le nombre entier à sa racine incommensurable 227. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine quarrée. *Construction.* On dira pour solution que c'est $\sqrt{227}$; Dont la demonstration est manifeste.

Quatriesme exemple de l'extraction de racine quarrée bien pres, laquelle soit à nombre Arithmetique commensurable: De nombre entier à sa racine incommensurable.

Explication du donné. Soit donné nombre quarré ennier à sa racine incommensurable 227. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine quarrée bien pres, & à nombre Arithmetique commensurable. *Construction.* On extraira racine quarrée par le precedent 2 exemple, & sera 15, restant 2, lequel on mettera sur une ligne, & dessoubs la mesme tousiours le double de la racine plus 1, qui faict 31. Et la disposition des characteres de l'operation achevée sera telle. Je di que $15\frac{2}{31}$ est la racine requise, à sçavoir bien pres de la vraye, & à nombre Arithmetique commensurable. *Demonstration.* Multipliant $15\frac{2}{31}$ par soy faict $226\frac{901}{961}$, qui faudroit estre pour l'avoir parfaictement 227; c'est doncques bien pres. Mais qu'elle est à son quarré commensurable, est manifeste; ce qu'il falloit demonstrer.

227 · 2 · 4 · 1 5 $\frac{2}{31}$ · x

Autre maniere d'approcher infiniment plus pres.

Mais si on vouloit la racine de 227 encore plus pres, que par le precedent quatriesme exemple, on multipliera 100 par soy, faict 10000, par les mesmes se multipliera 227, faict 2270000, duquel on extraira racine quarrée par le 4 exemple, & sera $1506\frac{244}{3013}$, les mesmes diviser par 100 (parce que par 100 a esté multiplié) donne quotient bien du requis $15\frac{1002}{2}\frac{8}{3}\frac{}{0}\frac{}{6}\frac{}{5}\frac{}{0}$.

Mais si on vouluſt approcher encore beaucoup plus pres, on multipliera 1000, ou 10000, &c. en soy, & l'on sera par telles, comme nous avons faict cy dessus par 100; De sorte que nous pouvons ainsi infiniment approcher à la vraye racine, mais jamais n'y pouvons avenir par telle maniere; la raison est, que l'incommensurable ne peut estre commensurable.

Cinquiesme exemple de l'extraction de racine quarrée de nombre rompu à sa racine commensurable.

Explication du donné. Soit donné nombre quarré rompu à sa racine commensurable $\frac{4}{9}$. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine quarrée. *Construction.* On extraira racine quarrée du numerateur 4, qui est 2, lequel on mettera sur une ligne, semblablement racine du nominateur 9, qui est 3, le mettant dessoubs ladicte ligne en ceste sorte $\frac{2}{3}$. Je di que $\frac{2}{3}$ est la racine quarrée requise. *Demonstration.* Multipliant $\frac{2}{3}$ par soy faict $\frac{4}{9}$, egal au nombre quarré donné; Doncques $\frac{2}{3}$ est la vraye racine requise; ce qu'il falloit demonstrer.

Sixiesme exemple de l'extraction de racine quarrée de nombre rompu à sa racine incommensurable.

Explication du donné. Soit donné nombre quarré rompu, à sa racine incommensurable $\frac{3}{7}$. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine. *Construction.* On dira pour solution que c'est $\sqrt{\frac{3}{7}}$; Dont la demonstration est manifeste.

Septiesme exemple de l'extraction de racine quarrée bien pres, laquelle soit à nombre Arithmetique commensurable: De nombre quarré rompu à sa racine incommensurable.

Explication du donné. Soit donné le nombre quarré rompu à sa racine incommensurable $\frac{3}{7}$. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine quarrée bien pres, & à nombre Arithmetique commensurable. *Construction.* On extraira racine quarrée bien pres de 3 par le 4 exemple, qui soit $1\frac{2}{3}$, les mettant sur une ligne; Et semblablement racine quarrée bien pres de 7, laquelle soit $2\frac{3}{5}$, les mettant dessoubs ladicte ligne en ceste sorte. qui vallent $\frac{25}{15}$. Je di que $\frac{25}{39}$ est la racine requise, à sçavoir bien pres de la vraye racine, & à nombre Arithmetique commensurable. *Demonstration.* Multipliant $\frac{25}{39}$ par soy, faict $\frac{625}{1521}$, & fauldroit estre pour l'avoir parfaictement $\frac{3}{7}$, parquoy il differe seulement en $\frac{138}{10647}$, c'est doncques bien pres. Mais qu'elle soit à nombre Arithmetique commensurable, est manifeste; ce qu'il falloit demonstrer.

1 $\frac{2}{3}$ · 2 $\frac{3}{5}$

Autre maniere sur ce septiemse exemple.

Mais nous pouvons faire plus proprement, trouvant racine quarrée parfaicte respondante au numerateur ou nominateur en ceste sorte: On mettera le 3 sur une ligne, & la racine du produict de 3 par 7 (c'est à dire racine de 21, qui est assez pres $4\frac{2}{9}$) dessoubs ladicte ligne, qui sera rompu tel * vallant pour solution $\frac{27}{41}$, son quarré est $\frac{729}{1681}$, qui differe du vray seulement en $\frac{1}{1681}$.

* 3 · 4 $\frac{2}{9}$

Ou autrement on pourra mettre 7 soubs la ligne, & les $4\frac{2}{9}$ trouvez cy devant dessus la ligne, & sera rompu tel * qui vaut pour solution $\frac{42}{61}$, son quarré est $\frac{1764}{3721}$, qui differe du vray (à sçavoir des $\frac{3}{7}$) seulement en $\frac{1}{26047}$.

* $4\frac{2}{9}$ · 7

NOTA I.

Si le rompu donné ne fust pas rompu premier, on le trouvera par le 6. probleme; car il avient aucunefois, que de ceſtuy-là on ne pourra extraire racine à son quarré commensurable, mais bien de ceſtuy-cy. Par exemple, en $\frac{8}{18}$, chascun terme contient racine à son quarré incommensurable, mais son premier rompu $\frac{4}{9}$, tient en chasque terme la racine commensurable, à sçavoir $\frac{2}{3}$. On peut aussi en toutes ces extractions approcher infiniment au requis, par la doctrine du 4. exemple.

NOTA II.

Tout nombre entier n'ayant racine entiere, sera à sa

racine incommensurable, la raison est que tout nombre rompu ne vallant nombre entier precisement, & multiplié en soy, ne peut donner produict qui soit en valleur nombre entier, le mesme s'entendra de racine d'espece quelconque.

Huictiesme exemple de l'extraction de racine cubique de nombre entier à sa racine commensurable.

Explication du donné. Soit donné nombre cubique à sa racine commensurable 34012224. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine cubique. *Construction.* On se preparera une table des potences des neuf characteres d'Arithmetique servant pour commencer l'extraction des racines de tous nombres cubiques, qui sera telle. Puis on tirera soubs le nombre donné deux lignes, mettant un poinct entre icelles soubs le premier characterе à dextre, puis un autre poinct soubs le 2 quatriesme characterе vers la senestre, laissant deux characteres entre deux poincts, & au dernier un poinct soubs le 4, laissant autre fois deux characteres entre deux poincts: Et semblablement procederoit on en la position des autres poincts, s'il eust plus des characteres, laissant tousiours deux characteres entre deux poincts. Ces trois poincts signifient les lieux des trois characteres qui sortiront pour racine requise. La disposition du susdict est telle. Puis il faut prendre la racine cubique en nombres entiers de 34, au plus pres qu'on peut, & moindre, qui sera (par la table cy dessus) 3, le mettant au premier poinct; Puis on soubstraira 27 (qui est le cube de 3) de 34, reste 7, le mettant sur le 4, & trenchant 27 & 343. Dont la disposition sera alors telle. Or pour trouver le second characterе de la racine, il faut mettre à part 30 soubs 300 (qui sont les nombres servans generalement à l'extraction de toute racine cubique, comme nous avons dict à la note cy devant) & au devant de 30 il faut mettre ce qu'il y a venu pour racine, à sçavoir 3, & le quarré de 3 qui est 9, sur le 3 chez le 30. Puis on multipliera 300 par 9, faict 2700, par le mesme divise le 7012, se trouve 2 pour quotient, le mesme se mettera au second poinct entre les lignes, & aussi joignant les 300 qui sont mis à part; Puis on mettera soubs 2 son quarré qui est 4, & soubs le mesme, le cube dudict 2, qui est 8, & leur disposition sera alors telle. Puis il faut multiplier les 300 par le 9, font 2700, & le mesme par 2, faict 5400, le mettant chez le 2, Semblablement se multipliera le 30 par le 3, font 90, les mesmes par le 4, faict 360, qui se mettera chez le 30; Puis on mettera autre fois le 8 soubs le 360, & la somme de ces trois parties sera 5768, laquelle on mettera aussi soubs les 7012, la soubstrayant d'icelles, & restera encore 1244; dont leur disposition sera alors telle. Or pour trouver le troisiesme characterе de la racine, il faut proceder de mesme sorte comme nous avons faict pour l'invention du second, mettant autrefois à part en ordre le 300 & 30 (à sçavoir 300 & 30 servans generalement pour toute extraction de racine cubique) & au devant dudict 30, ce qu'il y a venu pour racine, à sçavoir 32, & son quarré qui est 1024, sur les mesmes 32, joignant les 300; Puis on multipliera les 300 par 1024, font 307200, par les mesmes se divisera le 1244224, & se trouve 4 pour quotient, le mettant au troisiesme poinct entre les lignes, & aussi joignant le 300 qui est mis apart; Puis soubs 4, son quarré 16, & soubs le mesme le cube dudict 4, qui est 64, & leur disposition sera alors telle. Puis il faut multiplier le 300 par le 1024, faict 307200, le mesme par 4 faict 1228800, les mettãt joignant le 4; Semblablement se multipliera le 30 par le 32, faict 960, qui par 16 faict 15360, le mettant joignant le 16; Puis on mettera autre fois le 64 soubs le 15360, & la somme de ces trois parties sera 1244224; laquelle aussi mise soubs le 1244224 de l'extraction, les soubstrayant d'icelle, ne restera rien, & la disposition des characteres de la construction achevee sera alors comme s'ensuit. Je dis que 324 est la racine requise.

Demonstration. Le cube de 324 est 34012224 egal au nombre cubique donné; Doncques 324 est la vraye racine requise, ce qu'il fallout demonstrer.

Neufiesme exemple de l'extraction de racine cubique, de nombre entier à sa racine commensurable, d'autre maniere que par le precedant 8. exemple.

Nota.

L'Extraction de racine cubique, que nous avons descript au precedant 8 exemple, declarerons autresfois en ce neufiesme, mais par autre maniere d'operation, à sçavoir comme nous l'usons en la practique, & à mon advis plus facile que n'est la precedante, laquelle nous avons seulement descript, pour demonstrer par icelle, la generale methode des extractions de toutes racines. *Explication du donné.* Soit donné autre fois le nombre cubique à sa racine commensurable, 34012224. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine cubique. *Construction.* On tirera soubs le nombre donné deux lignes, entre les mesmes mettera on trois poincts comme au precedant huictiesme exemple, en la sorte suivante. Puis pour avoir le premier characterе de la racine, il faut prendre la racine cubique de 34, au plus pres qu'on peut, & moindre, qui sera (ce qu'on trouve dans la table du huictiesme exemple) 3, le mettant au premier poinct entre les lignes vers la senestre, puis ostant 3 en soy faict

9, on le metteta ſoubs ledict 3; puis 3 fois 9 faict 27, de 34 reſte 7, le mettant ſur le 4, & trenchant 9 & 34; & leur diſpoſition ſera telle. Or pour trouver le ſecond charactere de la racine, il faut multiplier ce qu'il y a venu pour premier charactere, à ſçavoir 3, touſiours par 3, faict 9, lequel autrefois multiplié par 3, premier charactere de la racine, faict 27; ſoubs lequel on mettera autrefois le 9 du produict precedant, & la diſpoſition ſera alors telle.

7
ℨ40122 24
3 . .
ℨ

Du premier poinct	3.	
Touſiours . .	3.	
Produict . .	9.	7
Du premier poinct	3.	ℨ40122 24
Produict	27.	3
Produict anteced.	9.	ℨ
Du ſecond poinct	.	
Produict. . . .		

Puis il faut mettre le 27 ſoubs le 70 diſant; combien de fois 2 (trenchant le 2) en 7? ſe trouve 2 fois, reſte 3, lequel 2 on mettra au ſecond poinct, & le teſte 3 (trenchant le 7) ſur le 7; Puis 7 fois 2 faict 14, de 30, teſte 16, le mettant ſur le 30, & trenchant 7 & 30; Puis on multipliera le 9 (auquel eſt eſcrit, Produict antecedant) par le 2 ſecond poinct, faict 18; Et la diſpoſition ſera alors telle.

Du premier poinct	3.	1
Touſiours . .	3.	ℨ
Produict . .	9.	ℨ6
Du premier poinct	3.	ℨ4ℬ12224
Produict	27.	3 2 .
Produict antecedant	9.	ℨℨ
Du ſecond poinct	2.	ℨ
Produict	18.	

Puis il faut mettre ces 18 ſoubs le 61, diſant 1 fois 2 (2 du ſecond poinct) faict 2, de 6, reſte 4, le mettant ſur le 6, & trenchant 1 & 6; Puis 8 fois 2 font 16, de 141, reſte 125, trenchant 8 & 141; Puis 2 du ſecond poinct en ſoy faict 4, le mettant ſoubs le 2; puis 4 fois 2 faict 8, de 12 2, reſte 1244, trenchant 4, &c. Et la diſpoſition ſera alors telle.

Du premier poinct	3.	12
Touſiours . .	3.	ℨ44
Produict . .	9.	ℨ6ℬ4
Du priemier poinct	3.	ℨ4ℬ12224
Produict . .	27.	3 2 .
Produict antecedant	9.	ℨℨ84
Second poinct	2.	22
Produict	18.	

Or pour trouver le troiſieſme charactere de la racine, il faut proceder tout ainſi cõme on a fait cy deſſus pour trouver le ſecond, & ne ſe trouvera en l'operation aucune difference. Il faut doncques multiplier ce qu'il y a venu pour les deux premiers charactetes de la racine: à ſçavoir 32, touſiours par 3, faict 96, lequel autrefois multiplié par 32, donne produict 3072, ſoubs le meſme ſe mettra autrefois le 96 du produict antecedant; Dont la diſpoſition ſera alors telle.

Du premier poinct	3.	Du premier & 2. poinct	32.
Touſiours	3.	Touſiours	3.
Produict	9.	Produict	96.
Du premier poinct	3.	Du premier & 2. poinct	32.
Produict	27.	Produict	3072.
Produict antecedant	9.	Produict antecedant	96.
Second poinct	2.	Troiſieſme poinct	.
Produict	18.	Produict	.

12
ℨ44
ℨ6ℬ4
ℨ4ℬ12224
3 2 .
ℨℨ84
22

Puis il faut mettre 3072 ſoubs le 12442, diſant, combien de fois 3 en 12? faict 4 fois, lequel ſe mettera au troiſieſme poinct entre les lignes, trenchant le 12; Puis on dira, o fois 4 (trenchant o) faict o, de 4 teſte 4, puis 7 fois 4 faict 28, de 44 (trenchant 7 & 44) reſte 16, le mettant ſur le 44, puis 2 fois 4 font 8 de 162 (trenchant 2 & 6) teſte 154; Puis on multipliera les 96 (96 auquel eſt eſcript, Produict antecedant) par le 4 du troiſieſme poinct, faict 384. Et la diſpoſition ſera alors telle.

Du premier poinct	3.	Du premier & 2. poinct	32.
Touſiours	3.	Touſiours	3.
Produict	9.	Produict	96.
Du premier poinct	3.	Du premier & 2. poinct	32.
Produict	27.	Produict	3072.
Produict antecedant	9.	Produict antecedant	96.
Second poinct	2.	Du troiſieſme poinct	4.
Produict	18.	Produict	384.

Puis on mettera ce 384 ſoubs le 1542, diſant, 3 fois 4 faict 12, de 15 (trenchant le 3 & 15) reſte 3: puis 8 fois 4 faict 32 de 34 reſte 2, trenchant le 8 & 34: Puis 4 fois 4 faict 16 de 22 (trenchant 4 & 22) reſte 6, puis 4 du troiſieſme poinct en ſoy faict 16, le mettant ſoubs 64, & diſant 1 fois 4 faict 4, de 6 (trenchant 1 & 6) reſte 2, on le mettera ſur le 6, puis multiplié 6 par 4, faict 24, qui ſoubſtraict de 24 (trenchãt 6 & 24) n'y reſte rien; Et la diſpoſition achevée ſera alors telle.

22 15
ℨ446
ℨ6ℬ44
ℨ4ℬ222 24
3 2 4
ℨℨ842
2 1 ℬℨ
ℨ

Du premier poinct	3.	Du premier & 2. poinct	32.
Touſiours	3.	Touſiours	3.
Produict	9.	Produict	96.
Du premier poinct	3.	Du premier & 2. poinct	32.
Produict	27.	Produict	3072.
Produict antecedant	9.	Produict antecedant	96.
Du ſecond poinct	2.	Du troiſieſme poinct	4.
Produict	18.	Produict	384.

ℨ
22 1ℨ
ℨ446 22
ℨ6ℬ446
ℨ4ℬ1222 4
3 2 4
ℨℨ842 46
2 1 ℬℨ8 2
ℨ ℨ

Et ſemblable ſeroit le progres de l'operation, s'il y euſt d'avantage des poincts entre les lignes. Ie dy que 324 eſt la racine requiſe; Dont la demonſtration eſt faicte au precedant huictieſme exemple.

Dixieſme exemple de l'extraction de racine cubique, de nombre entier à ſa racine incommenſurable.

Explication du donné. Soit le nombre cubique entier à ſa racine incommenſurable 600. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine cubique. *Conſtruction.* On dira pour ſolution que c'eſt ✓ ③ 600; Dont la demonſtration eſt manifeſte.

Onzieſme exemple de l'extraction de racine cubique bien pres, laquelle ſoit à nombre Arithmetique commenſurable: De nombre cubique entier à ſa racine incommenſurable.

Explication du donné. Soit donné le nombre cubique

entier à ſa racine incommenſurable 600. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine cubique bien pres, & à nombre Arithmetique commenſurable. *Conſtruction.* On extraira racine cubique de 600 par le 9 exemple, & ſera 8, reſtant 88, le meſme ſe mettra pour numerateur ſur une ligne; Et pour trouver le nominateur, il faut faire ainſi

Racine trouvée	8
A la quelle ajouſté touſiours	1
Faict en Somme	9
Le triple de la racine trouvée	24
Qui multiplié par ladicte ſomme faict	216
Auquel ajouſté touſiours	1
Faict	217

Le meſme 217 ſe mettera ſoubs le ſuſdict 88 en ceſte ſorte $\frac{88}{217}$. Ie di que $8\frac{88}{217}$ eſt la racine cubique requiſe, à ſçavoir bien pres de la vraye racine, & à nombre Arithmeticque commenſurable.

NOTA. Nicolas Tartaglia traictant curieuſement de ceſte reſte, n'ajouſte poinct ce dernier r, comme nous (avecluan Peris de Moya) avons faict, & à mon avis, voulant donner reigle generale, il y a plus de raiſon de l'ajouſter, que de le laiſſer. Il eſt vray qu'il y a aucuns exemples, auſquels nous approchons plus pres en le laiſſant, mais il y a auſſi des autres eſquels au contraire nous approchons plus pres en l'ajouſtant. Comme la racine cubique de 9, ometrant ce dernier 1, eſt $2\frac{1}{28}$, & ſera plus pres au requis, qu'en l'ajouſtant, comme $2\frac{2}{29}$, car le cube de $2\frac{1}{28}$, eſt $8\frac{3997}{21952}$, qui eſt plus pres au 9, que le cube de $2\frac{2}{29}$. Mais prennons mainrenant la racine cubique de 7, ſelon l'une & l'autre maniere, & ſe trouvera qu'en ajouſtant ledict 1, la racine ſera $1\frac{6}{7}$, qui ſera plus pres qu'en l'ometrant, laquelle alors ſera 2: Car le cube de $1\frac{6}{7}$, qui eſt $6\frac{159}{343}$, eſt plus pres au 7, que n'eſt le cube de 2, qui eſt 8. Or l'argument (tel qu'il eſt, car c'eſt d'un different de peu d'importance) par lequel je prefere ceſte maniere à celle la, eſt, qu'il ſemble plus equitable, que la potence de racine trouvée, n'excede jamais au nombre donné: Comme nous voyons le ſemblable en extractions de racines quarrees, la ou le quarré de la racine n'excede jamais au nombre donné; un autre en pourra faire à ſa fantaſie. *Demonſtration.* Le cube de $8\frac{88}{217}$ eſt $593\frac{8944631}{10218313}$, & faudroit eſtre, pour l'avoir preciſement 600, c'eſt doncques bien pres; il appert auſſi que c'eſt racine à nombre Arithmeticque commenſurable; ce qu'il falloit demonſtrer.

Autre maniere d'approcher infiniment plus pres.

Mais ſi on vouluſt la racine cubique de 600, encore plus pres, on pourra proceder comme nous avons faict au 4 exemple en ceſte ſorte: On prendra le cube de 100. qui eſt 1000000. par le meſme ſe multipliera 600, faict 600000000, du meſme extraira on racine cubique par ceſt 11 exemple, & ſera $843\frac{92280938}{213447717}$, les meſmes diviſera on par 100 (par ce que par 100 a eſté multiplié) & donne quotient $8\frac{9270}{2134477}$, qui eſt plus pres du requis que n'eſt la precedante premiere ſolurion.

Mais ſi on vouluſt approcher encore beaucoup plus pres, on prendra le cube de 1000, ou 10000, &c. & on fera par iceluy, comme nous avons faict cy deſſus par le cube de 100. De ſorte qu'on peult ainſi infiniment approcher au vray, mais jamais n'y peult on avenir par telle maniere: dont la raiſon eſt (comme nous avons auſſi dict de la racine quarrée au 4 exemple) que l'incommenſurable ne peult reſtre commenſurable.

Douzieſme exemple de l'extraction de racine cubique de nombre rompu à ſa racine commenſurable.

Explication du donné. Soit donné nombre cubique rompu à ſa racine commenſurable $\frac{8}{27}$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine cubique. *Conſtruction.* On extraira racine cubique du numerateur 8, qui eſt 2, le mettant ſur une ligne: Puis racine cubique du nominateur 27, qui eſt 3, le mettant ſoubs ladicte ligne, en ceſte ſorte $\frac{2}{3}$. Ie di que $\frac{2}{3}$ eſt la racine cubique requiſe. *Demonſtration.* Le cube de $\frac{2}{3}$, eſt $\frac{8}{27}$, qui ſont regales au nombre cubique donné; Doncques $\frac{2}{3}$ eſt la vraye racine requiſe; ce qu'il falloit demonſtrer.

Treziesme exemple de l'extraction de racine cubique de nombre rompu à ſa racine incommenſurable.

Explication du donné. Soit donné nombre rompu à ſa racine incommenſurable $\frac{9}{28}$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine cubique. *Conſtruction.* On dira pour ſolution que c'eſt $\checkmark\,③\,\frac{9}{28}$; Donr la demonſtration eſt manifeſte.

Quatorzieſme exemple de l'extraction de racine cubique bien pres, laquelle ſoit à nombre Arithmetique commenſurable: De nombre cubique rompu à ſa racine incommenſurable.

Explication du donné. Soit donné nombre cubique rompu à ſa racine incommenſurable $\frac{9}{28}$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine cubique bien pres, & à nombre Arithmetique commenſurable. *Conſtruction.* On extraira racine cubique bien pres de 9, par le 11 exemple, qui ſoit $2\frac{2}{29}$, les mettant ſur une ligne; Et puis racine cubique bien pres de 28, qui ſoit $3\frac{1}{17}$, les mettant ſoubs ladicte ligne en ceſte ſorte. qui vaillent $\frac{2\frac{2}{29}}{3\frac{1}{17}}$. Ie di que $\frac{2441}{1218}$ eſt la racine cubique requiſe; à ſçavoir bien pres. donr la demonſtration ſera ſemblable aux precedantes.

Autre maniere ſur ce quatorzieſme exemple.

Mais nous ferons plus proprement, trouvant racine cubique parfaicte, reſpondant au numerateur ou nominateur, ainſi: On mettera le 9 ſur une ligne, puis ſe multipliera le 28 par 9, faict 252, le meſme autre fois par 9, faict 2268, duquel la racine cubique aſſez pres $13\frac{71}{147}$, leſquels on mettra ſoubs ladicte ligne, & ſera rompu tel: qui vault $\frac{547}{790}$.

Ou autrement, on pourra mettre le 28 ſoubs la ligne, mulripliant le 28 par 9, faict 252, le meſme autrefois par 28, faict 7056, duquel la racine cubique, par le 15 exemple, aſſez pres eſt $19\frac{197}{1141}$, leſquels on mettra deſſus la ligne en ceſte ſorte. qui vaillent $\frac{19\frac{197}{1141}}{28}$. $\frac{5469}{7984}$.

NOTA. Si le rompu donné, ne fuſt pas rompu premier, on le trouvera par le 6 probleme: car il avient aucunefois, que de ceſtuy-la on ne pourra extraire racine à ſon cube commenſurable, mais bien de ceſtui-cy; par exemple, de $\frac{24}{81}$, chaſcun terme tient racine cubique à ſon cube incommenſurable. Mais ſon premier rompu $\frac{8}{27}$, tient chaſcun terme à ſa racine commenſurable, comme $\frac{2}{3}$.

Quinzieſme exemple de l'extraction de racine de quarte quantité de nombre entier à ſa racine commenſurable.

Explication du donné. Soit donné nombre de quarte quantité à ſa racine commenſurable 110199605 76; *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine de quarte quantité.

NOTA.

NOTA. Nous pourrions pour ſolution de ceſte propoſition, extraire racine quartée du nombre donné, qui eſt 104976, & de la meſme autre fois racine quarré, qui eſt pour ſolution 324, & eſt ceſte operation plus facile que la ſuivante: Mais à fin que nous demonſtrions ceſte generale reigle, de l'extraction de toutes eſpeces de racines, nous le ferons par icelle. *Conſtruction.* On ſe preparera premierement une table des potences de quarte quantité, des neuf characteres de l'Arithmetique telle:

Racines	Potences
1.	1
2.	16
3.	81
4.	256
5.	625
6.	1296
7.	2401
8.	4096
9.	6561

Puis on titera ſoubs le nombre donné deux lignes, & entre les meſmes ſe metteront des poincts, de quattieſme en quattieſme characte-te, commençant à la dextre, comme ſont les trois poincts ſoubs les characteres 0.6.6. en ceſte ſorte:

110199 60576
. . .

Puis il faut prendre la racine de quarte quantité en nombres entiers de 110 au plus pres qu'on peut, & moindre, qui ſera par la ſuſdicte table 3, le mettant au premier poinct: Puis ſe ſoubſtraira 81 (qui eſt la potenee de quarte quantité de 3) de 110, reſte 29, les mettant ſur le 10, & trenchant 110, & 81, dont la diſpoſition ſera telle:

29
ɪɪ8199 60576
3 . .
81

Or pour trouver le ſecond characte re de racine, il faut mettre à part, & en ordre, 4000, & 600, & 40 (qui ſont les nombres ſervans generalement à toute extraction de racine de quarte quantité, comme nous avons dict cy deſſus) & au devant de 40, ſe mettra ce qu'il y a venu pour racine, à ſçavoir 3, & ſa potence quarré 9, ſur le meſme 3 joignant 600: Puis le cube de 3 qui eſt 27, joignant 4000, puis ſe multipliera le 4000, par le 27, faict 108000, par le meſme ſe diviſera 291996, & ſe trouve 2 pour quotient, le meſme ſe mettra au ſecond poinct, entre les lignes, & auſſi pres 4000, qui ſont mis à part: Puis on mettra ſoubs 2 ſon quarré 4, & ſoubs le meſme le cube dudict 2, qui eſt 8, & ſoubs le meſme la potence de quarte quantité de 2 qui eſt 16, dont leur diſpoſition ſera alors telle:

27. 4000. 2. 29
9. 600. 4. ɪɪ8199 60576
3. 40. 8. 3 2 .
16. 81

Puis il faut multiplier le 4000, par 27, dõne produict 108000, & le meſme par 2, donne produict 216000, lequel ſe multipliera par le 2: Semblablement ſe multipliera 600 par 9, faict 5400, le meſme par 4, faict 21600, lequel ſe mettra pres le 4: Semblablement ſe multipliera 40, par 3, faict 120, le meſme par 8, faict 960, lequel ſe mettra joignant 8: Puis on mettta autre fois le 16, ſoubs le 960, & la ſomme de ces quatre parties ſera 238576, laquelle ſe mettra auſſi ſoubs le 291996, la ſoubſtrayant d'icelle, & reſtera encore 53420; Dont la diſpoſition ſera alors telle:

27. 4000. 2. 216000. 5
9. 600. 4. 21600. 293420
3. 40. 8. 960. ɪɪ8199 60576
16. 16. 3 2 .
238576. 81 8 76
27

Or pour trouver le troiſieſme characte re de la racine, il faut proceder tout de meſme ſorte, comme nous avons faict pour l'invention du ſecond characte re; On mettera doncques autrefois apart & en ordre le 4000, & 600, & 40 (qui ſont les nombres ſervans generalement pour toute extraction de racine de quarte quantité) & au devant dudict 40 ſe mettra ce qu'il y a venu pour racine, à ſçavoir 32, & ſon quarré 1024, ſur le meſme 32, joignant 600, puis le cube dudict 32, qui eſt 32768, ſe mettra ſur le 1024, joignant 4000; Puis on multipliera le 4000, par le 32768, faict 131072000, par le meſme ſaut il diviſer le 7286 00576, & ſe trouve pour quotient 4, le meſme ſe mettra au troiſieſme poinct entre les lignes, & auſſi joignant 4000, qui ſont mis à part; Puis on mettra ſoubs 4, ſon quarre 16, & ſoubs le meſme, le cube dudict 4, qui eſt 64, & ſoubs le meſme la quarte quantite dudict 4, qui eſt 256. Et leur diſpoſition ſera alors telle:

27. 4000. 2. 216000. 5
9. 600. 4. 21600. 293420
3. 40. 8. 960. ɪɪ8199 60567
16. 16. 3 2 4
238576. 81 8 76
32768. 4000. 4. 27
1024. 600. 16.
32. 40. 64.
256.

Puis il faut multiplier le 4000, par le 32768, faict 131072000, le meſme par 4, faict 524288000, lequel ſe mettra joignant 4; Semblablement ſe multipliera 600, par 1024, faict 9830400, lequel ſe mettra pres le 16; Semblablement 40, par 32, faict 1280, & le meſme par 64, faict 81920, puis on mettra autrefois le 256 ſoubs le 81920, & la ſomme de ces quatre parties ſera 534200576, laquelle ſe mettra auſſi ſoubs le 534200576 de l'extraction, les ſoubſtrayant d'icelle, & ne reſtera rien. Et la diſpoſition achevee ſera alors telle:

27. 4000. 2. 216000. 5
9. 600. 4. 21600. 293420
3. 48. 8. 960. ɪɪ8199 60567
16. 16. 3 2 4
238576. 81 8 76
293420
5
32768. 4000. 4. 524288000.
1024. 600. 16. 9830400.
32. 40. 64. 81920.
256. 256.
534200576.

Je di que 324 eſt la racine de quarte quantité requiſe. *Demonſtration.* La potence de quarte quantité de 324, eſt 101996057 6, laquelle eſt egale au nombre donné, doncques 324 eſt la vraye racine requiſe; ce qu'il falloit demonſtrer.

SExieſme exemple de l'extraction de racine de quinte quantité, de nombre entier à ſa racine commenſurable.

Explication du donné. Soit donné nombre de quinte quantité *a ſa racine commenſurable* 3570467226624.

Explication du requis. Il faut trouver la racine de quinte quantité. *Conſtruction.* Premierement on ſe preparera une table de potences de quinte quantité des neuf characteres des cyffres telle:

Racines	Potences
1.	1.
2.	32.
3.	243.
4.	1024.
5.	3125.
6.	7776.
7.	16807.
8.	32768.
9.	59049.

Quant au reſte, veu que nous avons aſſez amplement demonſtré aux precedans exemples, l'ordre qu'il faut tenir en les extractions de toutes eſpeces de racines, nous ne ferons de ceſte conſtruction aucune explication verbale, mais ſeulement la diſpoſition des characteres de l'operation achevée en telle ſorte:

81. 50000. 2. 8100000. ℨ1
27. 10000. 4. 1080000. ℨ1⅋⅋ℨ4⅋
9. 1000. 8. 72000. ⅋⅋⅋4⅋7ℨℨ⅋⅋ℨ4
3. 50. 16. 2409. 3 2 4
32. 32. ℨ43 ⅋44⅋ℨℨ⅋⅋ℨ4
925443 2. ⅋ℨ⅋ℨ4⅋
ℨ1

1048576. 50000. 4. 209715200000.
32768. 10000. 16. 5242880000.
1024. 1000. 64. 65536000.
32. 50. 256. 409600.
1024. 1024.
215024026624.

Je di que le 324 eſt la racine de quinte quantité requiſe. *Demonſtration.* La potence de quinte quantité de 324 eſt 357046722624, qui eſt egale au nombre donné; ce qu'il falloit demonſtrer.

Nota I.

Il appert aſſez aux precedans exemples, quel ſera l'infini progres de toutes les autres extractions de racines, comme de ſexte, ſeptieſme quantitez, &c. Les avertiſſemens des exemples precedans, ſe peuvent auſſi appliquer à ces deux derniers; à ſçavoir de l'extraction de racines à leurs quarrez incommenſurables; Et de l'infini approchement au requis; Et de l'extraction de racines de nombres rompuz.

Nota II.

Quant aux extractions des racines de racines, les meſmes ſont par les precedantes aſſez manifeſtes: car la voulant extraire de 16, ſa premiere racine quarrée ſera 4, & autrefois racine quarrée de 4, eſt 2; Doncques 2 eſt racine quarrée de racine quarrée de 16. Et de meſme ſorte nous dirons que racine quarrée de racine quarrée de 9, eſt $\surd$ 3, mais de 7 eſt $\surd\surd$ 7. Auſſi que la racine cubique de racine cubique de 512, eſt 2, & de 8 eſt $\surd$ ③ 2, & de 10 eſt $\surd\surd$ ③ 10. Semblablement que la racine quarrée de la racine cubique de 729 eſt 3, &c. *Concluſion.* Eſtant doncques donné nombre geometrique ſimple, nous avons trouvé ſa racine requiſe; ce qu'il falloit faire.

Deuxieſme diſtinction des quatre numerations de racines entieres ſimples, & d'autres computations à icelles appartenantes.

Probleme XIX.

Eſtant donnees deux racines d'eſpeces differentes: les reduire en racines d'une meſme eſpece.

Explication du donné. Soyent donnees deux racines d'eſpeces differentes telles, $\surd$ ② 5, & $\surd$ ③ 6. *Explication du requis.* Il les faut reduire en racines d'une meſme eſpece, c'eſt à dire, qu'il faut trouver deux autres racines d'une meſme eſpece, & egales à les donnees.

Nota. Ceſte conſtruction ſe trouve ſemblable à celle du 9 probleme, de la reduction des nombres Arithmetiques rompuz à un commun nominateur. *Conſtruction.* On prendra la potence de ſeconde quantité (de ſeconde quantité, par ce que l'une racine donnée eſt de ſeconde quantite) ou quarree de 6 (6 de la $\surd$ ③ 6 donnée) qui eſt 36: Semblablement la potence de tierce quantité (de tierce quantité, par ce que l'autre racine donnée eſt de tierce quantite) ou cubique de 5 (de 5 de la $\surd$ ② 5 donnée) qui eſt 125: Or pour trouver leur commune quantité, on multipliera les nominateurs des racines donnees, qui ſont ② & ③, l'un par l'autre, diſant, ② fois ③ faict ⑥, doncques la ſexte quantité eſt aux 36, & 125 la commune quantité: c'eſt à dire, que $\surd$ ⑥ 125, & $\surd$ ⑥ 36, ſont les racines requiſes, à ſçavoir d'une meſme eſpece, & egales à les racines donnees; Dont la diſpoſition des characteres de l'operation achevée eſt telle: $\surd$ ⑥ 125 $\surd^{5}_{②}$ X $\surd$ ⑥ 36 $\surd^{6}_{③}$ ⑥. *Demonſtration.* Que les racines trouvees ſont d'une meſme eſpece de ⑥. Auſſi que $\surd$ ⑥ 125 eſt (par le 18 probleme) $\surd$ ② 5. Item que $\surd$ ⑥ 36 vault $\surd$ ③ 6, eſt manifeſte; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donnees deux racines d'eſpeces differantes, nous les avons reduict en racines d'une meſme eſpece, ce qu'il falloit faire.

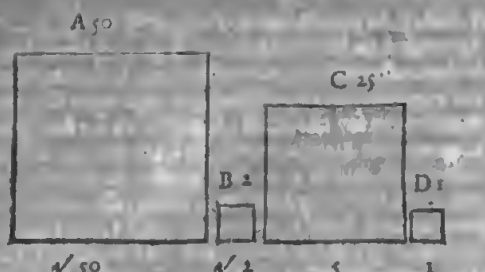
Probleme XX.

Eſtant donnees deux racines: Trouver s'elles ſont commenſurables ou incommenſurables.

Exemple 1. de racines quarrées.

Explication du donné. Soyent données deux racines quarrees telles, $\surd$ 50, & $\surd$ 2. *Explication du requis.* Il faut trouver s'ils ſont commenſurables, ou incommenſurables. *Conſtruction.* La generale reigle en toutes racines eſt, que l'on diviſera la potence de la maieure racine, par la potence de la moindre, & ſi le quotient contient racine (à ſçavoir telle eſpece de racine quelle ſont les racines donnees) à luy commenſurable, on dira, que les racines donnees ſont commenſurables; Mais ſi tel quotient ne tient point racine à luy commenſurable, on dira, que les racines donnees ſont incommenſurables: Suivant donc ceſte reigle, il faut diviſer 50 (qui eſt la potence quarrée de $\surd$ 50) par 2 (qui eſt la potence quarrée de $\surd$ 2) & donnent quotient 25, duquel la racine quarrée (racine quarrée, parce que les donnees ſont racines quarrees; car s'elles fuſſent racines cubiques, il faudroit extraire racine cubique, &c.) eſt 5, qui eſt au 25 commenſurable; Dont ſe conclud, que les racines donnees ſont commenſurables: Et le contraire ſe concluroit, ſi le contraire avenoit. *Preparation de la demonſtration.* Soit le quarré A de 50, & le quarré B de 2, puis diviſons le quarré A, par le quarré B, & ſe trouvera pour quotient 25, deſquels ſoit deſcript le quarré C; Soit auſſi deſcript le quarré D, duquel la quantité ſoit 1,

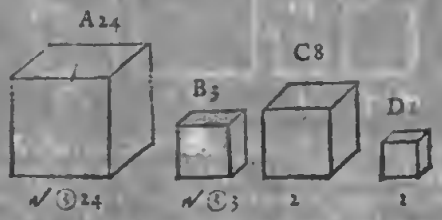
Demon-



Demonſtration. Puis que A B C ſont termes de diviſion, & D unité, s'enſuit que comme le quarré de C, au quarré de D, ainſi le quarré A, au quarré B, & par la 22 propoſition du 6 livre d'Euclide, comme le coſté de C 5, au coſté de D 1, ainſi le coſté de A √50, au coſté de B √2; Mais 5, eſt a 1 quincuple; Doncques √50, eſt a √2 quincuple; Mais les quantitez en raiſon quincuple, ſont entre eux commenſurables; Doncques √50 eſt a √2 commenſurable; ce qu'il falloit demonſtrer. Semblable ſera auſſi la demonſtration des racines incommenſurables; laquelle nous paſſons oultre à cauſe de brieveté.

Exemple 11. de racines cubiques.

Explication du donné. Soyent donnees deux racines cubiques telles, √③24, & √③3. *Explication du requis.* Il faut trouver s'ils ſont commenſurables ou incommenſurables. *Conſtruction.* Il faut diviſer (ſuivant la reigle du precedant premier exemple) 24 (qui eſt potence cubique de √③24) par 3 (qui eſt potence cubique de √③3) donne quotient 8, à ſa racine cubique 2 commenſurable; Dont ſe conclud que les racines donnees ſont commenſurables, & le contraire ſe conchuroit, ſi le contraire fuſt avenu, & ſemblable ſera l'operation en toute autre eſpece de racine quelconque. *Preparation de la demonſtration.* Soit le cube A de 24, & le cube B de 3, puis diviſons le cube A, par le cube B, & ſelon le quotient 8, ſoit deſcript le cube C, puis un autre cube D, duquel la quantité ſoit 1.



Demonſtration. Comme le cube C, au cube D, ainſi le cube A, au cube B, & par la 37 propoſition de 11 livre d'Euclide, comme le coſté de C 2, au coſté de D 1, ainſi le coſté de A √③24, au coſté de B √③3; Mais 2 eſt a 1 en raiſon duple, doncques √③24 eſt a √③3 en raiſon duple, & les quanntez qui ſont en raiſon duple, ſont entre eux commenſurables; Ergo √③24 eſt a √③3 commenſurable; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez deux racines, nous avons trouvé s'ils ſont commenſurables, ou incommenſurables; ce qu'il falloit faire.

Probleme XXI.

Eſtant donnees deux racines: Trouver leur raiſon.

Explication du donné. Soyent quelques deux racines donnees telles, √50, & √2. *Explication du requis.* Il faut trouver leur raiſon. *Conſtruction.* On verra par le precedant 20 probleme, ſi les racines donnees ſont commenſurables, ou incommenſurables; S'elles fuſſent incommenſurables, on diroit que leur raiſon eſt comme de √50 à √2: Mais il ſe trouve qu'elles ſont commenſurables, il faut donc proceder en ceſte ſorte: l'invention de leur commenſurance, nous à demonſtre, que la racine du quotient de leurs potences quarrees, eſt 5, d'ou on conclura, comme 5 a l'unité, ainſi √50 a √2. mais 5 eſt a 1 en raiſon quincuple, ergo di-je, √50, eſt a √2 en raiſon quincuple, ce qui eſtoit requis, dont la demonſtration eſt notoire par celle du 20 probleme.

Nota. Mais ſi de deux raiſons incommenſurables, on vouluſt cognoiſtre la majeure, on diſpoſera les raiſons en forme de compu, les multipliant par croix, ſelon la maniere du 9 probleme. Par exemple, il y a deux raiſons, l'une de 22 √7, l'autre de √52 5, deſquelles on veut cognoiſtre la majeure; Ie les diſpoſe comme cy deſſoubs, multipliant par croix, & mettant ſur chaſcun ſon produict, mais √36 eſt majeure que √35, je concluz doncques, que la raiſon de 2 a √7 eſt majeure que de √52 5.

$$\frac{2}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{5}}{3} \qquad \sqrt{36} \quad \sqrt{35}$$

Mais ſi ces produicts fuſſent egaux, je les concluroit eſtre egales, comme en ceſte exemple.

$$\frac{4}{\sqrt{2}} \times \frac{4}{\sqrt{8}}$$

Concluſion. Eſtant doncques donnees deux racines, nous avons trouvé leur raiſon.

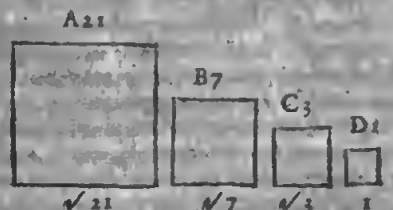
De la multiplicatſon de racines ſimples.

Probleme XXII.

Eſtant donné racine ſimple à multiplier, & racine ſimple multiplicateur: Trouver leur produict.

Exemple 1.

Explication du donné. Soit donnee racine à multiplier √7, & racine multiplicateur √3. *Explication du requis.* Il fault trouver leur produict. *Conſtruction.* On multipliera 7 (qui eſt le potence de √7.) par 3 (qui eſt la potence de √3) faict 21, ſa racine quarrée (racine quarrée parce que les racines donnees ſont quarrees) eſt √21. Ie di, que √21, eſt le produict requis. *Preparation de la demonſtration.* Soyent deſcripes quatre quarrez, à ſçavoir A 21, & B 7, & C 3, & D 1, & leurs coſtez ſeront, √21, & √7, & √3, & 1.

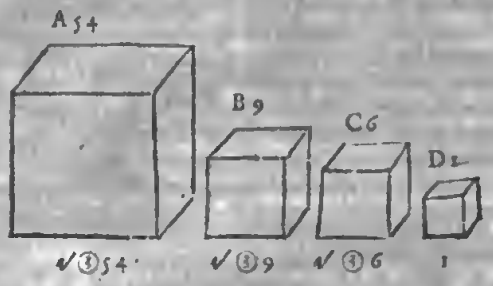


Demonſtration. Comme le quarré A, au quarré B, ainſi le quarré C, au quarré D; Doncques par la 22 propoſition du 6 livre d'Euclide, comme le coſté de A, au coſté de B, ainſi le coſté de C, au coſté de D, c'eſt à dire, comme √21, a √7, ainſi √3, a 1; Nous avons donc trouvé le nombre √21, contenant autant de fois le premier donné √7, qu'il y a des unitez au nombre ſecond donné √3; c'eſt doncques par la 93 definition, legitime multiplication, & par conſequant le produict √21, eſt le vray produict requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Exemple

Exemple 11.

Explication du donné. Soit donnée racine à multiplier ✓③9, & racine multiplicateur ✓③6. *Explication du requis.* Il faut trouver leur produict. *Construction.* On multipliera 9 (qui eſt le cube de ✓③9) par 6 (qui eſt le cube de ✓③6) faict 54, duquel la racine cubique eſt ✓③54. Ie di qu'elle eſt le produict requis. *Preparation de la demonſtration.* Soyent deſcripts quatre cubes, à ſçavoir A de 54, & B de 9, & C de 6, & D de 1, & leurs coſtez ſeront, ✓③54, & ✓③9, & ✓③6, & 1.



Demonſtration. Comme le cube A, au cube B, ainſi le cube C, au cube D, doncques par la 37 propoſition de 11 livre d'Euclide, comme le coſté de A, au coſté de B, ainſi le coſte de C, au coſté de D, c'eſt à dire, comme la ✓③54, a ✓③9, ainſi ✓③6, a 1; nous avons donc trouvé le nombre ✓③54, contenant autant de fois le premier donné ✓③9, qu'il y a d'unitez au nombre ſecond donné ✓③6; c'eſt donc par la 93 definition legitime multiplication, & par conſequent, ✓③54, eſt le vray produict requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Nota 1. Deſmeſme ſorte nous dirons, que ✓④2, multiplié par ✓④3, donne produict ✓④6, & ainſi de quinte, ſexte quantité, &c.

Item que 2, multiplié par ✓3, donne produict ✓12.

Item que ✓3, multiplié par ✓12, donne produict 6.

Et ✓$\frac{2}{3}$, multiplié par ✓$\frac{7}{8}$, donne produict ✓$\frac{21}{24}$.

Ité que ✓③32, multipliée par ✓③2, donne produict 4.

Item que ✓③$\frac{2}{3}$, multiplice par ✓③$\frac{2}{3}$, donne produict ✓③$\frac{4}{9}$.

Item que ✓3, multiplié par ✓2, donne produict ✓6.

Item que ✓③2, multiplié par ✓④3, donne produict ✓⑫432. car les differences eſpeces de racines, converties à une meſme eſpece de racine, par le 19 probleme, ſont ✓⑫16, & ✓⑫27, leſquelles multipliees ſont comme deſſus ✓⑫432: Et ainſi des autres.

Nota 11. Il eſt manifeſte par ce probleme, comment on trouvera la Potence requiſe à tout ſimple nombre donné, veu que c'eſt autant, comme ſi nombre à multiplier, & multiplicateur, fuſſent donnez egaux. Par exemple, pour trouver le quarré de 2, on multipliera 2 en ſoy, faict 4; Et pour avoir le cube de 2, on multipliera le dict 4 autre fois par 2, faict pour ſolution 8. Et pour la potence de ④ de 2 on multipliera ledict 8 par 2, faict pour ſolution 16. Et ſemblablement le quarré de ✓3 eſt 3, & ſon cube ✓27. Auſſi le quarré de ✓5 eſt ✓5, & ſon cube 4✓125; & ainſi des autres. Mais ſi l'on requeroit la potence de quantité bien haulte, par exemple potence de ⑧ de 3, parce qu'il ſeroit ennuieus, de multiplier tant de fois, il y a compendie (que les autres appellent impto-premét reigle de progreſſion geometrique) tel: On multipliera 3 en ſoy (il eſt vray qu'il n'y a point de ① au 3 donné, mais nous poſons cõme par reigle, que 3 ſoit la valeur de [illegible] 29 (la raiſon pourquoy 1 multiplié par ① faict ②, & ② par ③ faict ④, & ④ par ③ faict ⑦, &c. ſera demonſtré au theoreme devant le 49 probleme: Nous le demonſtrerions icy, mais eſtant cecy ſeulement comme appendice de ce probleme, ce ne ſera pas ſon lieu) le meſme en ſoy faict ⑧1, le meſme en ſoy faict pour la potence de ⑧ requiſe 6561. Et ſi on euſt requis la potence de ⑨ dudict 3, on multiplieroit les ⑧ 6561, par ledict ③3, faict pour ſolution ⑨19683; Ou autrement, pour trouver ladicte potence de ⑨ de 3, on pourroit multiplier ①3 en ſoy, faict ②9, le meſme par ①3, faict ③27, le meſme en ſoy, faict ⑦729, le meſme par ledict ③27, faict pour ſolution, comme deſſus ⑨19683. & ainſi d'autres ſemblables. *Concluſion.* Eſtant doncques donnée racine ſimple à multiplier, & racine ſimple multiplicateur, nous avons trouvé leur produict; ce qu'il falloit faire.

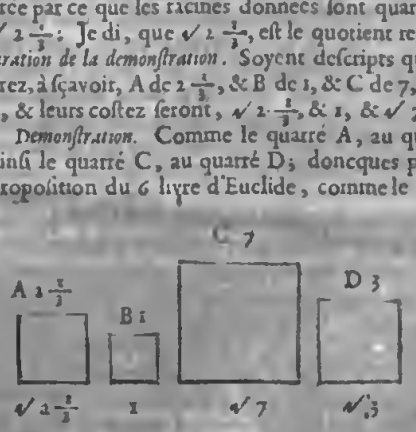
De la diviſion de racines ſimples.

Probleme XXIII.

Eſtant donnée racine ſimple à diviſer, & racine ſimple diviſeur: Trouver leur quotient.

Exemple 1. de racines quarrees.

Explication du donné. Soit donné racine à diviſer ✓7, & racine diviſeur ✓3. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Conſtruction.* On diviſera 7 (qui eſt le quarré de ✓7) par 3 (qui eſt le quarré de ✓3) donne quotient 2$\frac{1}{3}$, deſquelles la racine quarrée (racine quarrée par ce que les racines donnees ſont quarrees) eſt ✓2$\frac{1}{3}$: Je di, que ✓2$\frac{1}{3}$, eſt le quotient requis. *Preparation de la demonſtration.* Soyent deſcripts quatre quarrez, à ſçavoir, A de 2$\frac{1}{3}$, & B de 1, & C de 7, & D de 3, & leurs coſtez ſeront, ✓2$\frac{1}{3}$, & 1, & ✓7, & ✓3. *Demonſtration.* Comme le quarré A, au quarré B, ainſi le quarré C, au quarré D; doncques par la 22 propoſition du 6 livre d'Euclide, comme le coſté

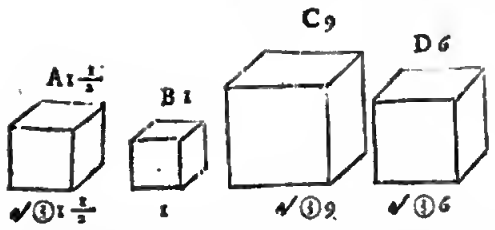


de A, au coſté de B, ainſi le coſté de C, au coſté de D; c'eſt à dire, comme ✓2$\frac{1}{3}$, a 1, ainſi ✓7, a ✓3; nous avons doncques trouvé le nombre ✓2$\frac{1}{3}$, contenant autant de fois l'unité, quantesfois le nombre à diviſer, contient le diviſeur; c'eſt doncques par la 97 definition legitime diviſion, & par conſequent le quotient ✓2$\frac{1}{3}$, eſt le vray quotient requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Exemple 11. de racines cubiques.

Explication du donné. Soit donné racine à diviſer ✓③9, & diviſeur ✓③6. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Conſtruction.* On diviſera 9 (qui eſt le cube de ✓③9) par 6 (qui eſt le cube de ✓③6) donne quotient 1$\frac{1}{2}$, ſa racine cubique eſt ✓③1$\frac{1}{2}$: Je di, que ✓③1$\frac{1}{2}$, eſt le quotient requis. *Preparation de la demonſtration.* Soyent deſcripts quatre cubes, à ſçavoir A de $\frac{3}{2}$, & B de 1, & C de 9, & D de 6, & leurs coſtez ſeront, ✓③1$\frac{1}{2}$, & 1, & ✓③9, & ✓③6. *Demonſtration.* Comme le cube A, au cube B, ainſi le cube C, au cube D, doncques par la 37 propoſition du 11 livre d'Euclide, comme le coſté de A, au

coſté



coſté de B, ainſi le coſté de C, au coſté de D, c'eſt à dire, comme √③ 1 1/2, à 1, ainſi √③ 9, à √③ 6; nous avons doncques trouvé le nombre √③ 1 1/2, contenant autant de fois l'unité, quantes fois le nombre à diviſer contient le diviſeur; doncques par la 97 definition, c'eſt legitime diviſion, & par conſequent, le quotient √③ 1 1/2, eſt le vray quotient requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA. Nous ditons par meſme raiſon, que √④ 10, diviſée par √④ 2, donne quotient √④ 5, & ainſi de quinte, ſexte quantité, &c.

Item, que √ 12, diviſée par 2, donne quotient √ 3.

Item, que √ 12, diviſée par √ 3, donne quotient 2.

Item, que √ 2/3, diviſée par √ 4/9, donne quotient √ 8/9.

Item, que √③ 54, diviſée par √③ 2, donne quotient 3.

Item, que √③ 3/4, diviſée par √③ 2/3, donne quotient √③ 9/8.

Item, que √ 18, diviſée par √ 3, donne quotient √ 6.

Item, que √④ 3, diviſée par √③ 2, donne quotient √ (2/3) 1 1/10: car les differentes eſpeces converties, &c.

Concluſion. Eſtant doncques donnée racine ſimple à diviſer, & racine ſimple diviſeur; nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

THEOREME.

TOut quotient plus un, multiplié par ſon diviſeur, donne produict egal à la ſomme du nombre à diviſer & diviſeur.

Explication. Soit 10 diviſé par 2, le quotient eſt 5, au meſme ajouſté 1, faict 6, qui multiplié par le diviſeur 2 faict 12, egal à la ſomme de 10 & 2, ſelon le theoreme.

Autre explication geometrique. Soit la ligne à diviſer A B, triple au diviſeur A C, & diviſons AB, par A C, le quotient ſera 3, auquel ajouſté 1, par reigle, faict 4, multiplions par le meſme C A, & ſera quatrefois C A, qui eſt C B, ſomme des deux quantitez donnees.

Concluſion. Tout quotient donc plus un, multiplié par ſon diviſeur, donne produict egal à la ſomme du nombre à diviſer & diviſeur; ce qu'il falloit demonſtrer.

De l'addition des racines ſimples.

PROBLEME XXIV.

EStant donnees racines ſimples à ajouſter: Trouver leur ſomme.

Exemple 1. des racines quarrées.

Explication du donné. Soyent les racines à ajouſter donnees relles, √ 8, & √ 2. *Explication du requis.* Il faut trouver leur ſomme.

NOTA.

Avant que nous venons à la conſtruction, il faut noter pour reigle generale, que tous nombres à ajouſter incommenſurables, ſe ſolvent par +, comme la ſomme de √ 3 & √ 2, eſt √ 3 + √ 2. Mais les commenſurables, comme ſont ces nombres donnez (laquelle commenſurance ſe cognoit par le 20 probleme) ſe ſolvetont par les manieres ſuivantes.

Premiere conſtruction du premier exemple.

La majeure racine donnée √ 8.
La moindre √ 2.
Leur quotient eſt 2, auquel adjouſté 1, par reigle, faict 3, qui vault √ 9.
Laquelle multipliée par la moindre racine donnée √ 2, faict √ 18.
Ie di, que √ 18, eſt la ſomme requiſe.

NOTA. Nous pourrions auſſi mettre en la conſtruction la majeure racine deſſoubs la moindre (combien qu'il eſt plus commode la mettant deſſus pour eviter fraction) & nous aurions la meſme ſomme. par exemple:
La moindre racine donnée √ 2.
La majeure √ 8.
Leur quotient eſt 1/2, auquel ajouſté 1 par reigle, faict 1 1/2, qui vaut √ 2/4.
Laquelle multipliée par la √ 8 donnée, faict comme deſſus √ 18.

Premiere demonſtration.

Tout quotient plus un, multiplié par ſon diviſeur, donne produict egal à la ſomme du nombre à diviſer & du diviſeur, par le preecdant theoreme.

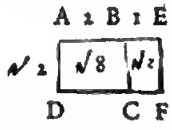
Noſtre quotient plus un (qui eſt √ 9) eſt multiplié par le diviſeur qui eſt √ 2, donnant produict √ 18.

Ergo √ 18, eſt egale à la ſomme du nombre à diviſer √ 8, & du diviſeur qui eſt √ 2.

C'eſt à dire, que √ 18, eſt la ſommie de √ 8 & √ 2, ce qu'il falloit demonſtrer.

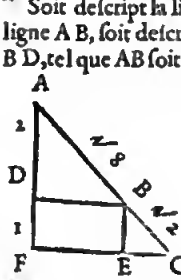
Preparation d'aultre ſeconde demonſtration.

Soit deſcript le rectangle A B C D, duquel la quantité ſoit √ 8. puis le rectangle B E F C, duquel la quantité ſoit √ 2. Il nous faut demonſtrer, que tout le rectangle A F faict √ 18. *Seconde demonſtration.* Comme le rectangle A C, au rectangle B F, ainſi la ligne A B, à la B E, par la 1 propoſition du 6 livre d'Euclide: Mais A C √ 8, eſt à B F √ 2 duple, par le 21 probleme. Doncques A B, eſt à B E duple; Soit donc A B quelque nombre, comme 2, double à B E 1, puis diviſons A C √ 8, par A B 2, donne quotient pour la ligne A D √ 2, le meſme multiplié par A E 3, donne produict pour tout le rectangle A F √ 18; Doncques √ 8 & √ 2 font enſemble √ 18; ce qu'il falloit demonſtrer.



Preparation d'autre troiſieſme demonſtration.

Soit deſcript la ligne A B √ 8, & B C √ 2; Et de la ligne A B, ſoit deſcript le triangle rectangle, iſoſcele A B D, tel que AB ſoit l'hypothenuſe; Soit ſemblablement deſcript de la ligne B C, le triangle rectangle iſoſcele B E C, tel que B C ſoit l'hypothenuſe, puis ſoyent produictes A D & C E, s'entrecoupans en F. Il nous faut demóſtrer que toute la ligne A C faict √ 18. *Troiſieſme demonſtration.* Le quarré de la ligne A B, eſt 8, & par la 47 propoſition du premier livre d'Euclide, le quarré de D A, ſera la moitie de 8, à ſçavoir 4. duquel la racine pour A D, eſt 2, & de meſme ſorte ſe demonſtrera que B E eſt 1, & par conſequent que D F, egale à B E, eſt auſſi 1; Doncques A F eſt 3, & par conſequent F C auſſi 3, parquoy le



quarré

quarré de AF ſera 9, & ſemblablement ſera le quarré de FC 9, leſquels quarrez enſemble ſont 18, le quarré doncques de AC, par ladicte 47 propoſition du 1 livre d'Euclide, eſt 18, & par conſequant ſon coſté AC, ſera ✓18; ce qu'il falloit demonſtrer.

Seconde conſtruction du premier exemple, d'autre maniere.

Racines donnees $\{\checkmark 8, \checkmark 2\}$ leur raiſon par le 21 probl. $\{2, 1$

Leur ſomme 3

Puis 2 donne 3, combien ✓8, fait par le 44 probl. pour ſolution ✓18

Ou autrement.

1 donne 3, combien ✓2, faict comme deſſus ✓18. Dont la demonſtration eſt faicte cy devant, toutesfois pour plus grande evidence, nous y ajouſterons encore ceſte cy, conforme à ſa conſtruction. *Demonſtration. Article* 1. Comme ✓8 à ✓2, ainſi 2 à 1, par le 21 probleme; car l'une & l'autre eſt raiſon duple. *Article* 11. Doncques par transformée ou compoſée proportion, comme ✓8 + ✓2, à ✓2, ainſi 2 + 1, à 1, c'eſt à dire ainſi 3 à 1. *Article* 111. Comme ✓18 à ✓2, ainſi 3 à 1, par le 21 probleme; car l'une & l'autre eſt raiſon triple; Doncques ✓8 + ✓2 & ✓18, ont à un meſme la meſme raiſon, (car il eſt auſſi demonſtré au ſecond article, que comme ✓8 + ✓2, à ✓2, ainſi 3, à 1) parquoy ✓8 + ✓2, eſt egale à ✓18: mais ✓8 + ✓2, eſt la ſomme des nombres donnez, doncques ✓18 eſt auſſi la ſomme des nombres donnez; ce qu'il falloit demonſtrer.

Troiſieſme conſtruction du premier exemple d'autre maniere.

L'ordre de ceſte conſtruction enſemble de la quatrieſme conſtruction ſuyvante, n'eſt pas univerſelle en les additions de toutes autres eſpeces de racines, comme ſont les deux ordres precedans.

Les potenees des racines donnees ſont $\{8, 2$

Leur produict eſt 16

Sa racine quarrée eſt 4

Son double par reigle generale eſt 8

Qui ajouſté à la ſomme des potences des racines donnees faict 18

Sa racine pour ſolution eſt ✓18

Quatrieſme conſtruction du premier exemple d'aultre maniere.

Les potences des racines donnees ſont $\{8, 2$

Leur produict eſt 16

Son quadruple pour reigle generale eſt 64

Sa racine quarrée eſt 8

Qui ajouſté à la ſomme des potences des racines donnees faict 18

Sa racine pour ſolution eſt ✓18

Dont la demonſtration eſt amplement faicte cy deſſus.

Exemple 11. *de racines cubiques.*

Explication du donné. Soyent donnees racines cubiques à ajouſter ✓③56, & ✓③7. *Explication du requis.* Il faut trouver leur ſomme.

Premiere conſtruction du ſecond exemple, ſemblable à la premiere conſtruction du premier exemple.

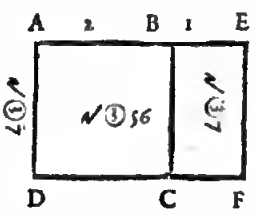
La majeure racine donnée ✓③56

La moindre ✓③7

Leur quotient eſt 2, auquel ajouſté 1 par la reigle, faict 3, qui vaut ✓③27

Laquelle multipliée par la moindre racine donnée ✓③7 faict ✓③189

Je di, que ✓③189, eſt la ſomme requiſe. *Preparation de la demonſtration.* Soit deſcript le rectangle ABCD, duquel la quantité ſoit ✓③56, puis le rectangle BEFC, duquel la quantité ſoit ✓③7. Il nous faut demonſtrer, que tout le rectangle AF, faict ✓③189. *Demonſtration.*



Comme le rectangle AC, au rectangle BF, ainſi la ligne AB, à la BE, par la 1. propoſition du 6. livre d'Euclide: Mais AC ✓③56, eſt à BE ✓③7, en raiſon double, par le 21 probleme, doncques AB eſt à BE double; Soit AB quelque nombre, comme 2, double à BE 1, puis diviſons AC ✓③56, par AB 2, donne quotient pour AD ✓③7, le meſme multiplié par AE 3, donne produict pour tout le rectangle AF ✓③189. Doncques ✓③56, & ✓③7, font ✓③189; ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA. La maniere de la premiere & troiſieſme demonſtration du precedant premier exemple, ſe peut auſſi appliquer à ce ſecond.

Seconde conſtruction du ſecond exemple ſemblable à la ſeconde conſtruction du 1. exemple.

Racines données $\{\checkmark③56, \checkmark③7\}$ leur raiſon par le 21. pto. $\{2, 1$

Leur ſomme 3

Puis 2 donne 3, combien ✓③56, faict par le 44. probleme pour ſolution ✓③189

Ou autrement.

1. donne 3, combien ✓③7, faict comme deſſus, ✓③189

Dont la demonſtration eſt faicte cy deſſus; toutesfois pour plus grande evidence nous y ajouſterons encore ceſte cy conforme à ſa conſtruction. *Demonſtration. Article* 1. Comme ✓③56, à ✓③7, ainſi 2, à 1, par le 21 probleme; car l'une & l'autre eſt raiſon duple. *Article* 11. Doneques par compoſée ou transformee proportion, comme ✓③56 + ✓③7, à ✓③7, ainſi 2 + 1, à 1, c'eſt à dire, ainſi 3 à 1. *Article* 111. Comme ✓③189, à ✓③7, ainſi 3 à 1, par le 21 probleme; car l'une & l'autre eſt raiſon triple. Doneques ✓③56 + ✓③7, & ✓③189, ont à un meſme la meſme raiſon (car il eſt auſſi demonſtré au ſecond article, que comme ✓③56 + ✓③7, à ✓③7, ainſi 3 à 1) parquoy ✓③56 + ✓③7, eſt egale à ③189; Mais ✓③56 + ✓③7, eſt la ſomme des nombres donnez, doncques ✓③189 eſt la ſomme des nombres donnez; ce qu'il falloit demonſtrer.

Exemple 111. *de racines de racines.*

Explication du donné. Soyent données racines de racines telles, ✓✓32, & ✓✓2. *Explication du requis.* Il faut trouver leur ſomme.

Premiere conſtruction du troiſieſme exemple, ſemblable à la premiere conſtruction du premier exemple.

La maieure racine donnée ✓✓32

La moindre ✓✓2

Leur quotient eſt 2, auquel ajouſté 1 par reigle, faict 3, qui vaut ✓✓81

Laquelle

Laquelle multipliée par la moindre racine donnee ✓2, faict ✓162
Je di que ✓162 eſt la ſomme requiſe.

Seconde conſtruction du troiſieſme exemple, ſemblable à la ſeconde conſtruction du premier exemple.

Racines donnees { ✓32 / ✓2 } leur raiſon par le 2; prob. { 2 / 1 }
Leur ſomme 3
Puis 2 donne 3, combien ✓32. faict par le 44 probleme pour ſolution ✓162.

On autrement.

1 donne 3, combien ✓2? faict comme deſſus ✓162.
Je di, que ✓162, eſt la ſomme requiſe, dont la demonſtration ſera ſemblable aux precedantes.

NOTA. S'il y euſt à ajouſter des racines rompues, on procederoit en l'operation des rompuz par les doctrines de la 2 diſtinction, & au teſte comme deſſus. Soyent par exemple à ajouſter ✓$\frac{2}{3}$, & ✓$\frac{1}{6}$, leur operation & diſpoſition ſelon la precedante premiere, ſera telle:

La majeure racine donnée ✓$\frac{2}{3}$
La moindre ✓$\frac{1}{6}$
Leur quotient eſt 2, auquel ajouſté 1 par reigle, faict 3, qui vaut ✓9
Laquelle multipliée par la moindre racine donnée ✓$\frac{1}{6}$, faict pour ſolution ✓1$\frac{1}{2}$

Et ſemblablement pourra on ſolver ceſte queſtion, par les autres manieres citées cy deſſus.

Mais s'il y euſt à ajouſter deux racines egales, il ſera plus bref de multiplier l'une par 2, par le 22. probleme, & s'il y euſt trois racines egales, alors multiplier par 3, &c. *Concluſion.* Eſtant doncques donnees racines ſimples à ajouſter, nous avons trouvé leur ſomme; ce qu'il falloit faire.

NOTA. Les aucuns deſcrivent exemples de l'addition de racines incommenſurables, deſquelles la ſomme eſt racine de quelque binomie, qu'ils appellent racine univerſelle: Soit par exemple à ajouſter ✓3 à ✓2, & ſelon la troiſieſme conſtruction du precedant premier exemple, l'operation ſera telle:

Les potences des racines donnees ſont { 3 / 2 }
Leur produict eſt 6
Sa racine quarrée eſt ✓6
Son double par reigle generale eſt ✓24
Qui ajouſte à la ſomme des potences des racines donnees, faict ✓24+5
Sa racine pour ſolution eſt ✓*bino.*✓24+5

Or il eſt certain que ceſte ſolution eſt veritable, nous aſſeurant de la generalité des reigles de ces cõſtructions; Mais quant au reſte, telle addition eſt inutile, par ce que la ſolution ſera plus claire, & commode, diſant que c'eſt ✓3+✓2. Car ſi l'on dict que la ſolution eſt ✓*bino.*✓24+5, c'eſt à dire, qu'on doibt tirer racine de tel binomie, & que alors l'on aura le requis: Mais en extrayant la racine par le 39 probleme, on la trouvera de ✓3+✓2; Il eſt donc plus convenable de dire au premier coup, ſans faire tant de peine perduë; que c'eſt ✓3+✓2. Auſſi on ne trouve pas ſeulement tel binomie par icelle addition, mais auſſi par la multiplication de ✓3+✓2 en ſoy, qui faict ✓24+5, duquel la racine eſt comme deſſus ✓*bino.*✓24+5. Mais à fin de demonſtrer plus apertement telle inutile addition par quelque exemple, poſons le cas, comme ſi 9 & 8 fuſſent incommenſurables, & que pour expliquer leur ſomme, quelqu'un diſt, que c'eſt ✓*bino.* 145+144, un autre que c'eſt 9+8, à ſçavoir mon quelle explication de ces deux eſt la plus claire & commode; vrayement c'eſt la derniere: Et tout ainſi nous expliquons plus clairement la ſomme de ✓3 & ✓2, diſant que c'eſt ✓3+✓2, que de dire que c'eſt la racine de leur potence. Ceſt avertiſſement ſe pourra auſſi appliquer à la ſoubſtraction du probleme ſuivant.

THEOREME.

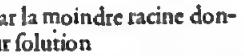
TOut quocient moins un, multiplié par ſon diviſeur, donne produict egal à la reſte de la ſoubſtraction du diviſeur de nombre à diviſer.

EXPLICATION.

Soit 8 diviſé par 2, le quotient eſt 4, du meſme ſoubſtraict 1, reſte 3, qui multiplié par le diviſeur 2, faict 6, egal à la reſte de la ſoubſtraction de 2 de 8, ſelon le theoreme.

Autre explication Geometrique.

Soit la ligne à diviſer A B, triple au diviſeur A C, & diviſons A B, par A C, le quotient ſera 3, duquel ſoubſtraict 1 par reigle, reſte 2, par le meſme multiplié C A, ſera deux fois C A, qui eſt C B, reſte de la ſoubſtraction des donnez, à ſçavoir C A, de A B. *Concluſion.* Tout quotient doncques moins un, multiplié par ſon diviſeur, donne produict egal à la reſte de la ſoubſtraction du diviſeur de nombre à diviſer, ce qu'il falloit demonſtrer.



De la ſoubſtraction des racines ſimples.

PROBLEME XXV.

EStant donnée racine ſimple de laquelle on ſoubſtraict, & racine ſimple à ſoubſtraire: Trouver leur reſte.

Exemple 1. des racines quarrees.

Explication du donné. Soit donnée racine de laquelle on ſoubſtraict ✓32, & racine à ſoubſtraire ✓2. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reſte.

NOTA. Avant que nous venons à la conſtruction, il faut noter pour reigle generale, que tous nombres à ſoubſtraire incommenſurables, ſe ſolveront par —; comme eſtant à ſoubſtraire ✓4, de ✓7, la reſte ſera ✓7 — ✓4. Mais les commenſurables, comme ſont ces nombres donnez (laquelle commenſurance ſe cognoit par le 20 probleme) ſe ſolveront par les manieres ſuivantes.

Premiere conſtruction du premier exemple.

La maieure racine donnée ✓32
La moindre ✓2
Leur quotient eſt 4, duquel ſoubſtraict 1 par reigle, reſte 3, qui vaut ✓9
Laquelle multipliée par la moindre racine donnée ✓2, faict ✓18
Je di que ✓18 eſt la reſte requiſe.

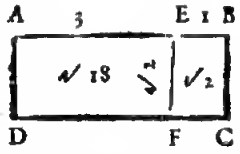
Premiere demonſtration.

Tout quotient moins un, multiplié par ſon diviſeur, donne produict egal à la reſte de la ſoubſtraction du diviſeur de nombre à diviſer, par le precedant theoreme.

Noſtre quotient moins un (qui eſt ✓9) eſt multiplié par le diviſeur ✓2, donnant produict ✓18.

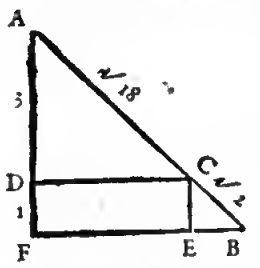
Ergo ✓18, eſt egale à la reſte de la ſoubſtraction du diviſeur ✓2, du nombre à diviſer ✓32.

C'eſt à dire, que ✓18, eſt la reſte requiſe; ce qu'il falloit demonſtrer. *Preparation d'autre ſeconde demonſtration.* Soit deſcript le rectangle A B C D; duquel la quantité ſoit ✓32, & du meſme ſoit coupé le rectangle E B C F, duquel la quantité ſoit ✓2. Il faut demonſtrer que le rectangle reſtant A F, ſera ✓18.



Demonſtrat. Comme le rectangle A C, au rectangle E C, ainſi la ligne A B, à la ligne E B, par la 1. propoſition du 6 livre d'Euclide; Mais A C ✓32 eſt à E C ✓2 en raiſon quadruple, par le 21 probleme, doncques A B eſt à E B quadruple; & par conſequent, A E eſt à E B triple; Soit doncques A E quelque nombre, comme 3, triple à E B 1, puis diviſons E C ✓2, par E B 1, donne quotient pour la ligne E F ✓2, le meſme multiplie par A E 3, faict pour le rectangle A F ✓18; Doncques de A C ✓32, ſoubſtraict E C ✓2, reſte A F ✓18; ce qu'il falloit demonſtrer.

Preparation d'autre troiſieſme demonſtration.



Soit deſcript la ligne A B ✓32, & de la meſme ſoit coupée la ligne C B ✓2, & de la ligne A C ſoit deſcript le triangle rectangle iſoſcele A C D, tel que A C ſoit l'hypothenuſe, ſemblablement ſoit deſcript de la ligne C B, le triangle rectangle iſoſcele C B E, tel que C B ſoit l'hypothenuſe, puis ſoyent produictes A D, & B E, s'entrecoupans en F: Il faut demonſtrer que la ligne A C, faict ✓18. *Troiſieſme demonſtration.* Le quarré de la ligne A B eſt 32, & par la 47 propoſition du 1 livre d'Euclide, le quarré de A F ſera la moitie de 32, à ſçavoir 16, deſquelles la racine pour A F eſt 4; Et de meſme ſorte ſe demonſtrera, que C E eſt 1, & par conſequent, D F (egale à la C E,) eſt auſſi 1; doncques A D eſt 3, & D C auſſi 3; parquoy le quarré de A D ſera 9, & ſemblablement ſera le quarré de D C 9; leſquels quarrez enſemble font 18; le quarré donc de A C (par ladicte 47 propoſition du 1 livre d'Euclide) eſt 18, & par conſequent ſon coſté A C ✓18. Doncques de A B ✓32, coupée C B ✓2, reſte A C ✓18; ce qu'il falloit demonſtrer.

Seconde conſtruction du premier exemple d'autre maniere.

Racines donnees { ✓32 ✓2 } leur raiſon par le 21 probl. { 4 1 }

Deſquels la reſte 3

Puis 4 donne 3, combien ✓32? faict par le 44 probleme pour ſolution ✓18

Ou autrement.

1 donne 3, combien ✓2? faict comme deſſus ✓18.

Demonſtration conforme à ceſte conſtruction. Article I. Comme ✓32 à ✓2, ainſi 4 à 1, par le 21 probleme; car l'une & l'autre eſt raiſon quadruple. *Article* II. Doncques par transformée ou diſioincte proportion, comme ✓32 — ✓2 à ✓2, ainſi 4 — 1 à 1, c'eſt à dire, ainſi 3 à 1. *Article* III. Comme ✓18 à ✓2, ainſi 3 à 1, par le 21 probleme: car l'une & l'autre eſt raiſon triple, doncques ✓32 — ✓2, & ✓18, ont à un meſme la meſme raiſon (car il eſt auſſi demonſtré au ſecond article, que comme ✓32 — ✓2 à ✓2, ainſi 3 à 1) parquoy ✓32 — ✓2, eſt egale à ✓18. Mais ✓32 — ✓2 eſt la reſte requiſe, doncques ✓18 eſt auſſi la reſte requiſe; ce qu'il falloit demonſtrer.

Troiſieſme conſtruction du premier exemple d'autre maniere.

L'ordre de ceſte conſtruction, enſemble de la quatrieſme conſtruction ſuivante, n'eſt pas univerſelle en ſoubſtractions de toutes autres eſpeces de racines, comme ſont les deux ordres precedans.

Les potences des racines donnees ſont { 32 2 }

Leur produict 64
Sa racine quarrée eſt 8
Son double par reigle eſt 16
Qui ſoubſtraict de la ſomme des potences de racines donnees reſte 18
Sa racine pour ſolution eſt ✓18

Quatrieſme conſtruction du premier exemple d'autre maniere.

Les potences de racines donnees ſont { 32 2 }

Leur produict 64
Son quadruple par reigle eſt 256
Sa racine quarree eſt 16
Qui ſoubſtraict de la ſomme des potences des racines donnees reſte 18
Sa racine pour ſolution ✓18
Dont la demonſtration eſt amplement faicte cy deſſus.

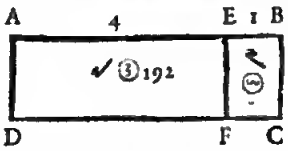
Exemple II. *de racines cubiques.*

Explication du donné. Soit donnée racine de laquelle on ſoubſtraict, ✓③375, & racine à ſoubſtraire ✓③3. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reſte.

Premiere conſtruction du ſecond exemple, ſemblable à la premiere conſtruction du premier exemple.

La maieure racine donnée ✓③375
La moindre ✓③3
Leur quotient eſt 5, duquel ſoubſtraict 1 par reigle, reſte 4, qui vaut ✓③64
Laquelle multipliée par la moindre racine donnée ✓③3, faict ✓③192

Je di, que ✓③192, eſt la reſte requiſe. *Preparation de la demonſtration.* Soit deſcript le rectangle A B C D, duquel la quantité ſoit ✓③375. & du meſme ſoit coupé le rectangle E B C F, duquel la quantité ſoit ✓③3. Il faut demonſtrer que le rectangle reſtant A F, faict ✓③192. *Demonſtration.* Comme le rectangle A C, au rectangle E C, ainſi la ligne A B, à la ligne E B, par la 1 propoſition du 6 livre d'Euclide; mais A C ✓③375, eſt à E C ✓③3 en raiſon quincuple, par le 21 probleme: doncques A B, eſt à E B quincuple, & par conſequant A E, à E B, quadruple: Soit donc A E quelque quantité, comme 4, quadruple à E B 1, puis diviſons E C ✓③3, par E B 1, donne quotient pour la ligne E F ✓③3, la meſme multipliée par A E 4, donne produict pour le rectangle A F ✓③192; Doncques de A C ✓③375, ſoubſtraict E C ✓③3, reſte A F ✓③192; ce qu'il falloit demonſtrer.



NOTA. La maniere de la premiere & troiſieſme demonſtration, du precedant premier exemple, ſe peut auſſi appliquer à ce ſecond.

Seconde conſtruction du ſecond exemple, ſemblable à la ſeconde conſtruction du premier exemple.

Racines donnees { ✓③375 ✓③3 } leur raiſon par le 21 pr. { 5 1 }

Deſquels la reſte 4

Puis

Puis 5 donne 4, combien ✓③375, faict par le 44 probleme pour ſolution ✓③192

Ou autrement.

1 donne 4, combien ✓③3? faict comme deſſus ✓③192

Dont la demonſtration eſt faicte cy deſſus, toutesfois en plus grande evidence nous y ajouſterons encore ceſte cy, conformie à la conſtruction. *Demonſtration. Article* 1. Comme ✓③375 à ✓③3, ainſi 5 à 1, par le 21 probleme; car l'une & l'autre eſt raiſon quincuple. *Article* 11. Ergo par transformée ou diſioincte proportion, comme ✓③375—✓③3, à ✓③3, ainſi 5—1, à 1, c'eſt à dire, ainſi 4 à 1. *Article* 111. Comme ✓③192, à ✓③3, ainſi 4 à 1, par le 21 probleme; car l'une & l'autre eſt raiſon quadruple; Doncques ✓③375—✓③3, & ✓③192, ont à un meſme la meſme raiſon (car il eſt auſſi demonſtré au ſecond article, que comme ✓③375—✓③3, à ✓③3, ainſi 4 à 1) parquoy ✓③375—✓③3, eſt egale à ✓③192; Mais ✓③375—✓③3, eſt la reſte requiſe; Doncques ✓③192, eſt auſſi la reſte requiſe; ce qu'il falloit demonſtrer.

Exemple 111. *de racines de racines.*

Explication du donné. Soit donné racine de laquelle on ſoubſtraict ✓ 3888, & racine à ſoubſtraire ✓ 3. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reſte.

Premiere conſtruction du troiſieſme exemple, ſemblable à la premiere conſtruction du premier exemple.

La majeure racine donnée. ✓ 3888
La moindre ✓ 3
Leur quotient eſt 6, duquel ſoubſtraict 1 par reigle, reſte 5, qui vaut ✓ 625
Laquelle multipliée par la moindre racine donnée ✓ 3, faict ✓ 1875
Je di, que ✓ 1875 eſt la reſte requiſe.

Seconde conſtruction de ce troiſieſme exemple, ſemblable à la ſeconde conſtruction du premier exemple.

Racin. don. { ✓ 3888 / ✓ 3 } leur raiſon par le 21 probl. { 6 / 1 }
Deſquels la reſte 5
Puis 6 donne 5, combien ✓ 3888? faict par le 44 probleme pour ſolution ✓ 1875.

Ou autrement.

1 donne 5 combien ✓3? faict comme deſſus; ✓ 1875.

Je di, que ✓ 1875, eſt la reſte requiſe, dont la demonſtration ſera ſemblable aux precedantes.

NOTA. S'il y euſt à ſoubſtraire par quelques racines rompues, on procederoit en l'operation des rompuz, par les doctrines de la 2 diſtinction, & au reſte comme deſſus. Soit par exemple racine de laquelle il faut ſoubſtraire ✓ $\frac{20}{63}$, & racine à ſoubſtraire ✓ $\frac{2}{7}$, leur operation & diſpoſition ſelon la precedante premiere conſtruction ſera telle:

La majeure racine donnée ✓ $\frac{20}{63}$
La moindre ✓ $\frac{2}{7}$
Leur quotient $\frac{3}{3}$, duquel ſoubſtraict 1, par reigle, reſte $\frac{2}{3}$, qui vaut ✓ $\frac{4}{9}$
Laquelle multipliée par la moindre racine donnée ✓ $\frac{2}{7}$, faict pour ſolution ✓ $\frac{8}{63}$

Et ſemblablement on pourra ſolver ceſte queſtion par les autres manieres declarees cy deſſus. *Concluſion.* Eſtant donc donnée racine ſimple de laquelle on ſoubſtraict, & racine ſimple à ſoubſtraire, nous avons trouvé leur reſte; ce qu'il falloit faire.

NOTA. Nous avons deſcrit diverſes manieres des conſtructions, aux deux problemes precedans, à fin de rendre bien notoire le ſubject: mais pour dire de la plus commode, nous uſons en la practique la premiere de chaſcun exemple, comme eſtant generale, & auſſi la plus facile. Car ayant ſeulement à la memoire les theoremes qui ſont deſcrits devãt leſdicts problemes, l'on aura une generale reigle pour toutes additions & ſoubſtractions quelconques, tant de racines de multinomies radicaux, & de racines de multinomies algebraiques (comme en ſon lieu donnerons leurs exemples) que pour les precedantes racines ſimples. Veu doncques que l'utilité deſdicts theoremes eſt ſi grande, nous les comprendrons ſuccinctement enſemble, à fin qu'elles demeurent plus facilement à la memoire, en ceſte ſorte:

Quotiẽt { plus / moins } un, multiplié par diviſeur, dõne { ſõme / reſte } des dõnez.

Troiſieſme diſtinction des quatre numerations de multinomies radicaux entiers.

THEOREME.

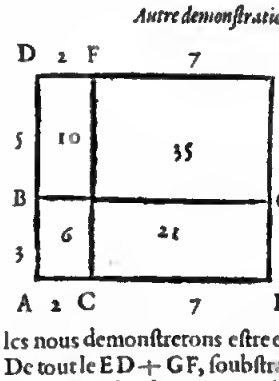
PLus multiplié par plus, donne produict plus, & moins multiplié par moins, donne produict plus, & plus multiplié par moins, ou moins multiplié par plus, donne produict moins.

Explication du donné. Soit 8—5 multiplié par 9—7, en ceſte ſorte: —7 fois —5 ſont +35 (+35, par ce que, comme dict le theoreme, —par—, faict +) Puis —7 fois 8 faict —56 (—56, par ce que, comme dict eſt au theoreme, —par +, faict —) Et ſemblablement ſoit 8—5, multiplié par le 9, & donneront produicts 72—45; Puis ajouſtez +72+35, ſont 107. Puis ajouſtez les —56—45, ſont —101; Et ſoubſtraict le 101 de 107 reſte 6, pour produict de telle multiplication. De laquelle la diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle:

8—5
9—7
—56+35
72—45
6

Explication du requis. Il faut demonſtrer par ledict donné, que + multiplié par +, faict +, & que — par —, faict +, & que + par —, ou — par +, faict —. *Demonſtration.* Le nombre à multiplier 8—5, vaut 3, & le multiplicateur 9—7 vaut 2; Mais multipliant 2 par 3, le produict eſt 6; Doncques le produict cy deſſus auſſi 6, eſt le vray produict: Mais le meſme eſt trouvé par multiplication, là ou nous avons dict que + multiplié par +, donne produict +, & — par — donne produict +, & + par —, ou — par +, donne produict —, doncques le theoreme eſt verifiable.

Autre demonſtration geometrique.



Soit A B 8—5 (à ſçavoir A D 8—D B 5) Puis A C 9—7 (à ſçavoir A E 9—E C 7) leur produict ſera C B: ou bien ſelon la multiplication precedante E D 72—E F 56—D G 45+G F 35, leſquelles nous demonſtrerons eſtre egales à C B en ceſte ſorte. De tout le E D+G F, ſoubſtraict E F, & D G, reſte C B. *Concluſion.* Plus doncques multiplié par plus, donne produict plus. & moins multiplié par moins, donne produict plus, & plus multiplié par moins, ou moins multiplié par plus, donne produict moins; ce qu'il falloit demonſtrer.

De la multiplication des multinomies radicaux entiers.

Probleme XXVI.

Estans donné multinomie radical entier à multiplier, & multinomie entier multiplicateur: Trouver leur produict.

Explication du donné. Soit donné multinomie à multiplier $\sqrt{7}+\sqrt{5}-\sqrt{6}$, & multinomie multiplicateur $\sqrt{4}-\sqrt{8}+\sqrt{3}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur produict. *Construction.* On diſpoſera les donnez en ordre, comme deſſus, diſant, $+\sqrt{3}$ fois $-\sqrt{6}$, faict $-\sqrt{18}$; car $+$ multiplié par $-$, donne produict $-$, par le precedant theoreme. Et ainſi des autres. La diſpoſition des characteres de l'operation achevée eſt telle.

$$\begin{array}{l}
\sqrt{7}+\sqrt{5}-\sqrt{6}\\
\sqrt{4}-\sqrt{8}+\sqrt{3}\\
\hline
+\sqrt{21}+\sqrt{15}-\sqrt{18}\\
-\sqrt{56}-\sqrt{40}+\sqrt{48}\\
\sqrt{28}+\sqrt{20}-\sqrt{24}\\
\hline
\sqrt{28}+\sqrt{20}-\sqrt{24}-\sqrt{56}-\sqrt{40}+48+\sqrt{21}+\\
\quad\sqrt{15}-\sqrt{18}
\end{array}$$

le dict, que ledict produict, eſt le produict requis; & s'il y euſt quelques noms commenſurables, on les pourroit ajouſter, par le 24 probleme. Dont la demonſtration ſera ſemblable à celle du 22 probleme.

Nota. Semblable ſera l'operation de racine d'eſpece quelconque. car ſi tous les noms donnez fuſſent racines cubiques, le produict ſeroit de racines cubiques, & ainſi des autres: Mais s'il y euſt à multiplier multinomies de diverſes eſpeces de racines, on les convertira à une meſme eſpece, par le 19 probleme, & puis comme deſſus. on pourra auſſi appliquer ceſt avertiſſement aux trois problemes ſuyvans. *Concluſion.* Eſtant doneques donné multinomie radical entier à multiplier, & multinomie entier multiplicateur, nous avons trouvé leur produict; ce qu'il falloit faire.

Theoreme.

Plus diviſé par plus, donner quotient plus, & moins diviſé par moins, donner quotient plus, & plus diviſé par moins, ou moins diviſé par plus, donner quotient moins.

Explication du donné. Soyent $72-101+35$, diviſez par $9-7$, en ceſte ſorte: Combien de fois 9 en 72? faict $+8$ fois ($+8$ parce que, comme dict le theoreme, $+$ diviſé par $+$ donne quotient $+$) Puis -7 fois 8 ſont -56, de 101, reſte -45. Puis mettant autrefois le diviſeur, & diſant; combien de fois 9 en -45? faict -5 fois (-5 par ce que, comme dict le theoreme, $-$ diviſé par $+$, donne quotient $-$) Puis -7 fois -5 faict $+35$, de $+35$, ne reſte rien; Doneques le quotient de telle diviſion ſera $8-5$. Dont la diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle:

Explication du requis. Il faut demonſtrer par ledict donné, que $+$ diviſé par $+$, donne quotient $+$, & que $-$ par $-$ donne $+$, & que $+$ par $-$, ou $-$ par $+$, donne $-$. *Demonſtration.*

$$\begin{array}{l}
48\\
72-101+35\ \ (8-5\\
9-\ \ 7-\ \ 7\\
8
\end{array}$$

Le nombre à diviſer $72-101+35$, vaut 6. Et le diviſeur $9-7$, vaut 2; Mais diviſant 6 par 2, le quotient eſt 3; Doneques le quotient cy deſſus $8-5$, qui vault auſſi 3, eſt le vray quotient: Mais le meſme eſt trouvé par diviſion, la ou $+$ diviſé par $+$, ſe dict donner quotient $+$, & $-$ par $-$ donner $+$, & $+$ par $-$ ou $-$ par $+$, donner $-$; doneques le theoreme eſt veritable.

Autre demonſtration Geometrique.

Soit au theoreme precedant $ED\,72-EF$, avec $-DG\,101+GF\,35$, à diviſer par $AE\,9-CE\,7$ (qui eſt autant à dire, comme ſoit CB à diviſer par AC) & le quotient, ſelon la diviſion precedant, ſera $AD\,8-DB\,5$, le meſme eſt egal à BA 3. Doneques (car BA eſt le quotient de CB, diviſé par AC) c'eſt le vray quotient requis. *Concluſion.* Plus doneques diviſe par plus, donne quotient plus, & moins diviſé par moins donne quotient plus, & plus diviſé par moins, ou moins diviſé par plus, donne quotient moins; ce qu'il falloit demonſtrer.

De la diviſion des multinomies radicaux entiers.

Probleme XXVII.

Estant donné multinomie radical entier à diviſer, & diviſeur: Trouver leur quotient.

Premier exemple, la ou le diviſeur eſt d'un nom.

Explication du donné. Soit donné multinomie à diviſer $\sqrt{15}+\sqrt{18}-\sqrt{12}$, & diviſeur $\sqrt{3}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Conſtruction.* On diviſera la $\sqrt{15}$ par $\sqrt{3}$, faict, par le 23 probleme, $\sqrt{5}$; Item la $\sqrt{18}$ par la meſme $\sqrt{3}$, faict $\sqrt{6}$, & la $-\sqrt{12}$ par la meſme $\sqrt{3}$, faict $-\sqrt{4}$. Ie dy que le trinomie $\sqrt{5}+\sqrt{6}-\sqrt{4}$ eſt le quotient requis.

Second exemple là ou le diviſeur eſt multinomie.

Pour diviſer par diviſeur qui ſoit multinomie, il faut conſiderer deux poincts; Le premier eſt, que multinomie ſe peut convertir en ſimple nom, par multiplication de ſon reſpondant contraire; binomie $\sqrt{3}+\sqrt{2}$, multiplié par ſon reſpondant contraire $\sqrt{3}-\sqrt{2}$, ou $-\sqrt{3}+\sqrt{2}$, donne produict ſimple nom 1, ou -1. Item trinomie $\sqrt{3}+\sqrt{2}+1$, multiplié par ſon reſpondant contraire $\sqrt{3}+\sqrt{2}-1$, donne produict $4+\sqrt{24}$, qui autrefois multiplié par ſon reſpondant contraire $-4+\sqrt{24}$, donne produict ſimple nom 8. L'on pourroit auſſi multiplier trinomie $\sqrt{3}+\sqrt{2}+1$, par autre reſpondant contraire quelconque. comme par $\sqrt{3}-\sqrt{2}+1$, ou par $-\sqrt{3}-\sqrt{2}+1$, &c. & nous parviendrons à une meſme fin. Item le quadrinomie, comme $\sqrt{5}+\sqrt{4}+\sqrt{3}+\sqrt{2}$, multiplié par ſon reſpondant contraire $\sqrt{5}+\sqrt{4}-\sqrt{3}-\sqrt{2}$, donne produict trinomie, & puis comme deſſus.

Le ſecond poinct eſt, que ſi nombre à diviſer & diviſeur ſont multipliez par nombres egaux, les produicts diviſez l'un par l'autre, donnent le meſme quotient, que les nombres donnez. Soit par exemple nombre à diviſer 6, & diviſeur 2; Puis multiplions l'un & l'autre par 4, les produicts ſeront 24, & 8, deſquels le quotient 3, eſt egal au quotient de 6 & 2 donné. Et ſi autrefois nous multiplions 24 & 8, par nombres egaux, ſoit par 5, les produicts ſeront 120, & 40, deſquels le quotient eſt autrefois 3.

Leſquels deux points entenduz, ne reſte que de convertir le multinomie donné en ſimple nom, par multiplication, comme nous avons dict cy deſſus au premier poinct. Puis par les meſmes nombres, par leſquels on la converſion le diviſeur a eſté multiplié, auſſi multiplier le nombre à diviſer; Et ainſi on aura le nombre à diviſer multinomie, & le diviſeur ſimple nom, deſquels le quotient ſe trouve par le precedent premier exemple, qui pour les raiſons que deſſus, ſera auſſi le quotient des nombres donnez.

Soit

Soit par exemple $\checkmark 8 + \checkmark 6$, à diviſer par $\checkmark 4 + \checkmark 2$: On multipliera premierement le diviſeur $\checkmark 4 + \checkmark 2$, par ſon reſpondant contraire $\checkmark 4 - \checkmark 2$, donne produict 2; puis multiplié auſſi $\checkmark 8 + \checkmark 6$, par $\checkmark 4 - \checkmark 2$, donne produict $\checkmark 32 + \checkmark 24 - \checkmark 16 - \checkmark 12$, qui diviſe par 2, ou par $\checkmark 4$, donne par le premier exemple pour quotient requis $\checkmark 8 + \checkmark 6 - 2 - \checkmark 3$.

Semblable ſera auſſi l'operation par diviſeur trinomie; Soit par exemple nombre à diviſer $\checkmark 8$, & diviſeur $\checkmark 3 + \checkmark 2 + 1$; On multipliera premierement le diviſeur par ſon reſpondant contraire, ſoit par $\checkmark 3 + \checkmark 2 - 1$, donne produict $4 + \checkmark 24$; Qui autrefois multiplié par ſon reſpondant contraire $-4 + \checkmark 24$, donne produict 8: Or veu qu'on a multiplié le diviſeur premierement par $\checkmark 3 + \checkmark 2 - 1$, & le produict autrefois par $-4 + \checkmark 4$, faudra pour les raiſons que deſſus multiplier le nombre à diviſer $\checkmark 8$, premierement par $\checkmark 3 + \checkmark 2 - 1$, donne produict $\checkmark 24 + 4 - \checkmark 8$, puis le meſme par $-4 + \checkmark 24$, donne produict $8 + \checkmark 128 - \checkmark 192$; De ſorte qu'au lieu des nombres donnez $\checkmark 8$, & $\checkmark 3 + \checkmark 2 + 1$, nous avons autres nombres entre eux en la meſme raiſon; à ſçavoir nombre à diviſer $8 + \checkmark 128 - \checkmark 192$, & diviſeur 8, deſquels le quotient requis par le premier exemple, eſt $1 + \checkmark 2 - \checkmark 3$, & ainſi d'autres ſemblables.

Nota. L'on pourroit auſſi donner ſolution, par fraction de multinomie, mettant le nombre à diviſer $\checkmark 8$ ſur une ligne, & le diviſeur deſſoubs, en ceſte ſorte, $\frac{\checkmark 8}{\checkmark 3 + \checkmark 2 + 1}$, lequel ſe dict auſſi le quotient requis, & eſt egal à l'autre quotient $1 + \checkmark 2 - \checkmark 3$. *Demonſtration.* Chaſcun des precedens quotiens, contient autant de fois l'unité, quantesfois le nombre à diviſer contient le diviſeur, Car comme le quotient à l'unité, ainſi le nombre à diviſer au diviſeur; c'eſt doncques legitime diviſion, par la 97 definition, & les quotiens ſont les vrais quotiens requis. Ou autrement, on pourroit multiplier le diviſeur par le quotient. Et par ce que le produit eſt egal au nombre à diviſer donné, nous concluons comme devant, que les ſolutions ſont vrayes; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donné, multinomie entier à diviſer, & multinomie entier diviſeur, nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

Theoreme.

Plus ajouſté à plus, donner ſomme plus, & moins ajouſté à moins, donner ſomme moins, & moins ajouſté à plus, a lors la difference des nombres, avec le ſigne du majeur nombre; eſtre la ſomme.

Explication du donné. Soyent $15 - 3 - 4 - 5$, & $6 - 2 + 8 + 3$, ajouſtez en ceſte ſorte; $+15$ & $+6$ font $+21$ (car le theoreme dict, que $+$ ajouſté à $+$, donne ſomme $+$) Puis -3 & -2 font -5 (car le theoreme dict, que $-$ ajouſté à $-$, donne ſomme $-$) Puis -4 & $+8$ font 4 (car le theoreme dict, que $-$ ajouſté à $+$, a lors leur difference avec le ſigne du majeur nombre, donne la ſomme) Et de meſme ſorte -5 avec $+3$ ſera -2.

Nombres à ajouſter	$15 - 3 - 4 - 5$ $6 - 2 + 8 + 3$
Somme	$21 - 5 + 4 - 2$

Explication du requis. Il faut demonſtrer par ledict donné, que $+$ ajouſté à $+$, donne ſomme $+$ & le reſte du theoreme. *Demonſtration.* Les $15 - 3 - 4 - 5$ vallent 3; Et les $6 - 2 + 8 + 3$ vallent 15, deſquels 3 & 15, la ſomme eſt 18, pour la ſomme des donnez; Auſſi vaut 18 la ſomme de $21 - 5 + 4 - 2$; Doncques $21 - 5 + 4 - 2$ eſt la vraye ſomme; Mais elle eſt trouvée par operation conforme au theoreme; parquoy le theoreme eſt veritable. *Concluſion.* Doncques plus ajouſté à plus, donne ſomme plus, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

De l'addition des multinomies radicaux entiers.

Probleme XXVIII.

Estant donnez multinomies radicaux entiers: Trouver leur ſomme.

Explication du donné. Soyent multinomies radicaux entiers à ajouſter $\checkmark 8 - \checkmark 3 + \checkmark 20 - \checkmark 3 + \checkmark 2$; Et $\checkmark 2 - \checkmark 12 - \checkmark 5 + \checkmark 27 - \checkmark 18$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur ſomme. *Conſtruction.* On ajouſtera les nombres, obſervant les reigles de $+$ & $-$, contenues au theoreme cy devant. Or doncques ajouſtez $\checkmark 8$ à $\checkmark 2$, faict, par le 24 probleme, $+\checkmark 18$ ($+\checkmark 18$ par ce que $+$ avec $+$ ſelon le theoreme faict $+$) ainſi des autres: la diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle:

Nomb. à ajouſter	$\checkmark 8 - \checkmark 3 + \checkmark 20 - \checkmark 3 + \checkmark 2$ $\checkmark 2 - \checkmark 12 - \checkmark 5 + \checkmark 27 - \checkmark 18$
Somme	$\checkmark 18 - \checkmark 27 + \checkmark 5 + \checkmark 12 - \checkmark 8$

Ie di, que la dicte ſomme, eſt la ſomme requiſe; Dont la demonſtration eſt manifeſte, par celle du theoreme precedent. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez multinomies radicaux entiers à ajouſter, nous avons trouvé leur ſomme; ce qu'il falloit faire.

Theoreme.

Plus avec moindre nombre, ſoubſtraict de plus avec majeur nombre, donner reſte plus; & moins avec moindre nombre, ſoubſtraict de moins avec majeur nombre, donner reſte moins; & plus avec majeur nombre, ſoubſtraict de plus avec moindre nombre, doncq la difference des nombres avec moins eſtre la reſte; & moins avec majeur nombre, ſoubſtraict de moins avec moindre nombre, adonc leur difference avec plus, eſtre la reſte; & plus de moins, ou moins de plus, adonc la ſomme des nombres, avec le ſigne du nombre à ſoubſtraire, eſtre la reſte.

Explication du donné. Soyent $12 - 2 + 5 - 8 + 4 - 8$, ſoubſtraicts de $20 - 6 + 2 - 3 - 2 + 3$, en ceſte ſorte: $+12$ de $+20$ donne reſte $+8$ (car le theoreme dict, que $+$ avec moindre nombre, ſoubſtraict de $+$ avec majeur nombre, donne reſte $+$) & le ſuyvant ſelon le theoreme.

Nombre duquel	$20 - 6 + 2 - 3 - 2 + 3$
Nombre à ſoubſtraire	$12 - 2 + 5 - 8 + 4 - 8$
Reſte	$8 - 4 - 3 + 5 - 6 + 11$

Explication du requis. Il faut demonſtrer par ledict donné, que $+$ avec moindre nombre, ſoubſtraict de $+$ avec majeur nombre, donne reſte $+$, & le ſuyvant du theoreme. *Demonſtration.* Le nombre donné duquel il faut ſoubſtraire, vaut 14, & le nombre à ſoubſtraire vaut 3, & ſoubſtraict 3 de 14 reſte 11; Auſſi vaut 11 la reſte $8 - 4 - 3 + 5 - 6 + 11$; Doncques c'eſt la vraye reſte; mais elle eſt trouvé par operation conforme au theoreme, comme il appert en l'explication du donné; parquoy le theoreme eſt veritable. *Concluſion.* Doncques plus avec moindre nombre, ſoubſtraict de $+$ avec majeur nombre, donne reſte $+$, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

De la ſoubſtraction des multinomies radicaux entiers.

Probleme XXIX.

Estant donné multinomie radical entier duquel on ſoubſtraict, & multinomie radical entier à ſoubſtraire: Trouver leur reſte.

Explication du donné. Soit donné multinomie radical

duquel on ſoubſtraict $\sqrt{18}-\sqrt{20}+\sqrt{3}-\sqrt{3}+\sqrt{8}-\sqrt{2}$; Et à ſoubſtraire $\sqrt{2}-\sqrt{5}+\sqrt{12}-\sqrt{27}-\sqrt{2}+\sqrt{8}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reſte. *Conſtruction.* On ſoubſtraira les donnez, obſervant les reigles de + &— contenues au precedent theoreme: Or doncques ſoubſtraict $+\sqrt{2}$, de $+\sqrt{18}$, reſte, par le 25 probleme, $+\sqrt{8}$ ($+\sqrt{8}$, parce qu'au theoreme eſt dict, que + avec moindre nombre, ſoubſtraict de + avec majeur nombre, donne reſte +) & ainſi des autres; dont la diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle:

Multi. duq. $\sqrt{18}-\sqrt{20}+\sqrt{3}-\sqrt{3}+\sqrt{8}-\sqrt{2}$
Multi. à ſoub. $\sqrt{2}-\sqrt{5}+\sqrt{12}-\sqrt{27}-\sqrt{2}+\sqrt{8}$
Reſte $\sqrt{8}-\sqrt{5}-\sqrt{3}-\sqrt{12}+\sqrt{18}-\sqrt{18}$

Dont la demonſtration eſt manifeſte, par celle du 25 probleme, & par le precedent theoreme. *Concluſion.* Eſtãt doncques donné multinomie radical entier duquel on ſoubſtraict & multinomie radical entier à ſoubſtraire, nous avons trouvé leur reſte, ce qu'il falloit faire.

Quatrieſme diſtinction des quatre numerations des multinomies radicaux rompuz.

De la multiplication des multinomies radicaux rompuz.

Probleme XXX.

Eſtant donné multinomie radical rompu à multiplier, & multinomie rompu multiplicateur: Trouver leur produict.

Explication du donné. Soit donné multinomie rompu à multiplier $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{4}}$, & multiplicateur $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{4}}{\sqrt{8}+\sqrt{2}}$.
Explication du requis. Il faut trouver leur produict.

Nota. Celuy qui aura bien entendu les quatre numerations des multinomies entiers, & la diſpoſition des characteres des quatre numerations des nombres Arithmetiques rompuz, comme ſont celles du 10. 11. 12. & 13. probleme; il pourra facilement entendre ces quatre numerations de multinomies rompuz; veu que c'eſt la meſme methode. *Conſtruction.* On multipliera les numerateurs $\sqrt{2}+\sqrt{6}$, & $\sqrt{3}+\sqrt{4}$, l'un par l'autre, font par le 26 probleme $\sqrt{6}+\sqrt{18}+\sqrt{8}+\sqrt{24}$, lequel abbrevié, faict $\sqrt{54}+\sqrt{50}$ (car $\sqrt{6}$ & $\sqrt{24}$ ſont $\sqrt{54}$, & $\sqrt{18}$ avec $\sqrt{8}$ font $\sqrt{50}$). Puis on multipliera les nominateurs $\sqrt{8}+\sqrt{2}$, & $\sqrt{2}+\sqrt{4}$, l'un par l'autre, font par ledict 26 probleme $\sqrt{16}+\sqrt{32}+\sqrt{4}+\sqrt{8}$, lequel abbrevie, faict $6+\sqrt{72}$ (car $\sqrt{16}$, & $\sqrt{4}$ font 6, & $\sqrt{32}$ avec $\sqrt{8}$ font $\sqrt{72}$) Et la diſpoſition des characteres de l'operation achevée ſera telle:

$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{4}} \cdot \frac{\sqrt{3}+\sqrt{4}}{\sqrt{8}+\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{54}+\sqrt{50}}{6+\sqrt{72}}$$

Je di que $\frac{\sqrt{54}+\sqrt{50}}{6+\sqrt{72}}$ eſt le quotient requis, dont la demonſtration eſt manifeſte par icelle du 22 probleme, & par le theoreme devant le 26 probleme. *Concluſion.* Eſtant doncques donné multinomie rompu à multiplier, & multinomie rompu multiplicateur, nous avons trouvé leur produict; ce qu'il falloit faire.

De la diviſion des multinomies radicaux rompuz.

Probleme XXXI.

Eſtant donné multinomie radical rompu à diviſer, & multinomie rompu diviſeur: Trouver leur quotient.

Explication du donné. Soit donné multinomie à diviſer $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}$ & diviſeur $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotien. *Conſtruction.* On multipliera par croix, à ſçavoir $\sqrt{2}+\sqrt{4}$, par $\sqrt{8}+\sqrt{2}$, faict (eſtant abbrevié) $6+\sqrt{72}$. Puis $\sqrt{2}+\sqrt{6}$, par $\sqrt{3}+\sqrt{4}$, faict $\sqrt{54}+\sqrt{50}$; Et la diſpoſition des characteres de l'operation achevée ſera telle:

$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{4}} \times \frac{\sqrt{8}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} \cdot \frac{6+\sqrt{72}}{\sqrt{54}+\sqrt{50}}$$

Je di que $\frac{6+\sqrt{72}}{\sqrt{54}+\sqrt{50}}$ eſt le quotient requis. dont la demonſtration eſt manifeſte par celle du 23 probleme, & par le theoreme devant le 27 probleme. *Concluſion.* Eſtant donques donné multinomie radical rompu à diviſer, & multinomie rompu diviſeur, nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

De l'additioo des multinomies radicaux rompuz.

Probleme XXXII.

Eſtant donnez multinomies rompuz à ajouſter: Trouver leur ſomme.

Explication du donné. Soyent donnez multinomies rompuz à ajouſter, $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{4}}$, & $\frac{\sqrt{8}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur ſomme. *Conſtruction.* On ſuyvera la methode de la conſtruction du 10 probleme en ceſte ſorte: On multipliera en croix, à ſçavoir $\sqrt{2}+\sqrt{4}$, par $\sqrt{8}+\sqrt{2}$, faict $6+\sqrt{72}$: Puis $\sqrt{2}+\sqrt{6}$, par $\sqrt{3}+\sqrt{4}$, faict $\sqrt{54}+\sqrt{50}$: Puis on ajouſtera ces deux produicts, à ſçavoir $6+\sqrt{72}$, avec $\sqrt{54}+\sqrt{50}$, ſont par le 26 probleme $6+\sqrt{54}+\sqrt{242}$: Puis on multipliera $\sqrt{2}+\sqrt{4}$, par $\sqrt{3}+\sqrt{4}$, faict $\sqrt{6}+\sqrt{12}+\sqrt{8}+4$, Et la diſpoſition des characteres de l'operation achevée ſera telle:

$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{4}} \times \frac{\sqrt{8}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} \quad \begin{array}{l} \cdot \quad 6+\sqrt{72}. \\ \cdot \quad \sqrt{54}+\sqrt{50}. \\ \hline 6+\sqrt{54}+\sqrt{242}. \\ \hline \sqrt{6}+\sqrt{12}+\sqrt{8}+4. \end{array}$$

Je di, que $\sqrt{6+\sqrt{54}+\sqrt{242}}$, eſt la ſomme requiſe; Dont la demonſtranon eſt manifeſte par celle du 22 & 24 probleme, & par les theoremes devant le 26 & 28 probleme. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez multinomies rompuz à ajouſter, nous avons trouvé leur ſomme; ce qu'il falloit faire.

De la ſoubſtraction des multioomies radicaux rompuz.

Probleme XXXIII.

Eſtant donné multinomie radical rompu duquel on ſouſtraict, & multinomie radical rompu à ſoubſtraire: Trouver leur reſte.

Explication du donné. Soit donné multinomie rompu duquel on ſoubſtraict $\frac{\sqrt{8}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}$; Et multinomie à ſoubſtraire $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{4}}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reſte. *Conſtruction.* On ſuyvera la methode de la conſtruction de 11 probleme en ceſte ſorte: On multipliera par croix, à ſçavoir $\sqrt{2}+\sqrt{4}$, par $\sqrt{8}+\sqrt{2}$, faict $6+\sqrt{72}$: Puis $\sqrt{2}+\sqrt{6}$, par $\sqrt{3}+\sqrt{4}$, faict $\sqrt{54}+\sqrt{50}$: Puis on ſoubſtraira $\sqrt{54}+\sqrt{50}$ de $6+\sqrt{72}$, & reſte (par le 29 probleme) $6+\sqrt{2}-\sqrt{54}$: Puis on multiplicra $\sqrt{2}+\sqrt{4}$, par $\sqrt{3}+\sqrt{4}$, faict $\sqrt{6}+\sqrt{12}+\sqrt{8}+4$. Et la diſpoſition des characteres de l'operation achevée ſera telle:

$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{4}} \times \frac{\sqrt{8}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} \quad \begin{array}{l} \cdot \quad 6+\sqrt{72}. \\ \cdot \quad \sqrt{54}+\sqrt{50}. \\ \hline 6+\sqrt{2}-\sqrt{54}. \\ \hline \sqrt{6}+\sqrt{12}+\sqrt{8}+4. \end{array}$$

Je di que $\frac{6+\sqrt{2}-\sqrt{54}}{\sqrt{6}+\sqrt{12}+\sqrt{8}+4}$ eſt la reſte requiſe. dont la demon-

demonſtration eſt manifeſte, par celle du 22 & 25 probleme, & par les theoremes devant le 26 & 29 probleme. *Concluſion.* Eſtant doncques donné multinomie radical rompu duquel on ſoubſtraict, & multinomie radical rompu a ſoubſtraire; Nous avons trouvé leur reſte, ce qu'il falloit faire.

NOTA I. Semblable ſera l'operation des quatre numerations des multinomies d'aultres eſpeces de racines quelconques. Et s'il y euſt à multiplier, diviſer, ajouſter, ou ſoubſtraire, par differentes eſpeces de racines, on les convertira à une meſme eſpece, par le 19 probleme, & puis comme deſſus.

NOTA II. Il avient aucunefois, que de deux multinomies radicaux, l'on veult cognoiſtre le maieur; Il eſt vray, que la ſoubſtraction des incommenſurables par —, donne la reſte, mais nous ne cognoiſſons pas encore le maieur, nous en ſerons doncques prob. tel:

PROBLEME XXXIV.

ESTant donnez deux multinomies radicaux: Trouver quel eſt le maieur.

Explication du donné. Soyent donnez deux multinomies radicaux tels: le premier $3 + \sqrt{8}$, le ſecond $8 - \sqrt{5}$. *Explication du requis.* Il faut trouver quel des deux eſt le maieur. *Conſtruction.*

Soubſtraict de chaſcune partie 3, reſtera
du premier $\sqrt{8}$, du ſecond $5 - \sqrt{5}$.
Puis prins le quarré de chaſque nombre,
le premier ſera 8, le ſecond $30 - \sqrt{500}$.
Puis ſoubſtraict de chaſque partie 8, reſteta
du premier 0, du ſecond $22 - \sqrt{500}$.
Puis ajouſté à chaſque partie $\sqrt{500}$,
le premier ſera $\sqrt{500}$, le ſecond 22 qui vault $\sqrt{484}$.

Doncques le premier nombre donné $3 + \sqrt{8}$ eſt maieur que le ſecond nombre donné $8 - \sqrt{5}$.

Demonſtration. La demonſtrarion eſt manifeſte par commune ſentence; Si à inegaux on ajouſte ou ſoubſtraict egaux, le maieur demeure le maieur. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez deux multinomies radicaux, nous avõs trouvé quel eſt le maieur, ce qu'il falloit faire.

Cincquieſme diſtinction de l'invention des douze eſpeces de binomies, & autres computations y appartenantes.

PROBLEME XXXV.

TRouver deux nombres quarrez, à leurs racines commenſurables, & deſquels la ſomme ſoit auſſi à ſa racine commenſurable.

Conſtruction. On prendra quelques deux produicts inegaux; de deux termes de nombres Arithmetiques, de deux raiſons egales. Comme 4. 2. & 2. 1. ſont deux raiſons egales, & le produict des tennes de l'une raiſon eſt 8, & de l'autre 2; Les meſmes ſoyent diſpoſez en ceſte ſorte:

Produicts inegaux deſdictes raiſons egales	8 / 2
Leur reſte	6
Sa moitie	3
Sa potence quarrée	9
Le produict de 8 & 2 eſt	16

Je di, que le cincquieſme & ſixieſme en l'ordre, à ſçavoir 9 & 16, ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* 9 & 16 ſont les deux nombres quarrez, à leurs racines commenſurables, car la racine de l'un eſt 3, & de l'autre eſt 4; Auſſi leur ſomme 25, eſt quarré, à ſa racine 5 commenſurable, ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Nous avons doncques trouvez deux nombres, à leurs racines commenſurables, & deſquels la ſomme eſt auſſi à ſa racine commenſurable; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME XXXVI.

TRouver deux nombres quarrez, à leurs racines commenſurables, & deſquels la ſomme ſoit à ſa racine quarrée incommenſurable.

Conſtruction. Les produicts inegaux de deux raiſons egales, par la doctrine de la conſtruction du precedent

35 probleme, ſont	8 / 2
Leur reſte	6
Sa moitie	3
De laquelle ſoubſtraict 1 par reigle, reſte	2
Son quarré	4
Le produict du 8 & 2 eſt	16

Je di, que 4 & 16, ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* 4 & 16, ſont deux quarrez, à leurs racines commenſurables; car la racine de l'un eſt 2, & de l'autre 4: Auſſi leur ſomme, à ſçavoir 20, eſt nombre quarré, à ſa racine $\sqrt{20}$ incommenſurable; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Nous avons donc trouvé deux nombres quarrez, à leurs racines commenſurables, & deſquels la ſomme eſt à ſa racine incommenſurable; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME XXXVII.

TRouver deux nombres, deſquels la ſomme diviſée par chaſcun d'iceux, le quotient ſoit quarré à ſa racine incommenſurable. Conſtruction.

On prendra quelque nombre à ſa racine commenſurable, comme 9, le meſme ſe diviſera en quelques deux parties, comme 6 & 3, chaſcune à ſa racine quarree incommenſurable: Je di que 6 & 3 ſont les nombres requiz. *Demonſtration.* La ſomme de 6 & 3 eſt 9, laquelle diviſee par 3, donne quotient 3, qui eſt à ſa racine quarree incommenſurable: Semblablement le meſme 9 diviſé par 6, donne quotient $1\frac{1}{2}$, qui eſt auſſi à ſa racine incommenſurable ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Nous avons donc trouvé deux nombres, deſquels la ſomme diviſé par chaſcun d'iceux, le quotient eſt quarré, à ſa racine incommenſurable; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME XXXVIII.

TRouver les douze eſpeces de binomies.

Conſtruction du premier binomie.

Quelques deux nombres de la qualite du 35. prob.	8 / 2
Leur reſte	6
Quelque nombre Arithmetique	3
Son quarré	9
Puis ledict 8 donne ledict 6, combien ledict 9? faict	$6\frac{3}{4}$
Sa racine quarree eſt	$\sqrt{6\frac{3}{4}}$

Je di, que le quatrieſme & dernier en l'ordre, à ſçavoir $3 + \sqrt{6\frac{3}{4}}$, ſont le premier binomie requis.

Conſtruction du ſecond binomie.

Quelques deux nombres de la qualité du 35 prob.	8 / 2
Leur reſte	6
Quelque nombre Arithmetique	3
Puis ledict 6, donne ledict 8, combien ledict 9? faict	12
Sa racine quarrée eſt	$\sqrt{12}$

Je di, que le quartieſme & dernier en l'ordre, à ſçavoir $3+\sqrt{12}$, ſont le ſecond binomie requis.

Conſtruction du troiſieſme binomie.

Quelque deux nombres de la qualité du 35 prob. {8, 2}
Leur reſte 6
Auquel ajouſté par reigle 1
Leur ſomme (laquelle doibt eſtre à ſa racine incommenſurable) eſt 7
Quelque nombre Arithmetique comme 3
Son quarré 9
Puis ledict 7, donne ledict 8, combien ledict 9? faict $10\frac{2}{7}$
Sa racine eſt $\sqrt{10\frac{2}{7}}$
Puis ledict 8 donne ledict 6, combien ledict $10\frac{2}{7}$? faict $7\frac{1}{7}$
Sa racine eſt $\sqrt{7\frac{1}{7}}$

Je di, que le neufieſme & dernier en l'ordre, à ſçavoir $\sqrt{10\frac{2}{7}}+\sqrt{7\frac{1}{7}}$, ſont le troiſieſme binomie requis.

Conſtruction du quatrieſme binomie.

Quelque deux nombres de la qualité du 37 prob. {6, 3}
Leur ſomme 9
Quelque nombre Arithmetique 2
Son quarré 4
Puis ledict 9, donne ledict 6, combien ledict 4? faict $2\frac{2}{3}$
Sa racine eſt $\sqrt{2\frac{2}{3}}$

Je di, que le quatrieſme & dernier en l'ordre, à ſçavoir $2+\sqrt{2\frac{2}{3}}$, ſont le quatrieſme binomie requis.

Conſtruction du cincquieſme binomie.

Quelque deux nombres de la qualité du 37. prob. {6, 3}
Leur ſomme 9
Quelque nombre Arithmetique 2
Son quarré 4
Puis ledict 6, donne ledict 9, combien ledict 4? faict 6
Sa racine $\sqrt{6}$

Je di, que le quatrieſme & dernier en l'ordre, à ſçavoir $2+\sqrt{6}$, ſont le cincquieſme binomie requis.

Conſtruction du ſixieſme binomie.

On prendra quelque nombre Arithmetique, à ſa racine incommenſurable, ſoit 12, le meſme partirons en deux parties entre eux premieres, comme {7, 5}
Leur ſomme 12
Le quarré de quelque nombre Arithmetique 9
Quelque nombre Arithmetique 6
Son quarré 36
Puis ledict 9, donne ledict 12, combien ledict 36? faict 48
Sa racine eſt $\sqrt{48}$
Puis ledict 12, donne ledict 7, combien ledict 48? faict 28
Sa racine eſt $\sqrt{28}$

Je di, que le huictieſme & dernier en l'ordre, à ſçavoir $\sqrt{48}+\sqrt{28}$, ſont le ſixieſme binomie requis.

Conſtruction du ſeptieſme binomie.

On trouvera deux noms, par la doctrine de la precedente conſtruction, du premier binomie, les diſioignant par —: Soyent $3-\sqrt{6\frac{3}{4}}$. Je di qu'il eſt le ſeptieſme binomie requis.

Conſtruction du huictieſme binomie.

On trouvera deux noms, par la doctrine de la precedente conſtruction, du ſecond binomie, les diſioignant par —: Soyent $\sqrt{12}-3$. Je di qu'il eſt le huictieſme binomie requis.

Conſtruction du neufieſme binomie.

On trouvera deux noms, par la doctrine de la precedente conſtruction, du troiſieſme binomie, les diſioignant par —: Soyent $\sqrt{10\frac{2}{7}}-\sqrt{7\frac{1}{7}}$. Je di qu'il eſt le neufieſme binomie requis.

Conſtruction du dixieſme binomie.

On trouvera deux noms, par la doctrine de la precedente conſtruction du quatrieſme binomie, les diſioignant par —: Soyent $2-\sqrt{2\frac{2}{3}}$. Je di qu'il eſt le dixieſme binomie requis.

Conſtruction de l'onzieſme binomie.

On trouvera deux noms, par la doctrine de la precedente conſtruction, du cincquieſme binomie, les diſioignant par —: Soyent $\sqrt{6}-2$. Je di qu'il eſt l'onzieſme binomie requis.

Conſtruction du douzieſme binomie.

On trouvera deux noms, par la doctrine de la precedente conſtruction, du ſixieſme binomie, les diſioignant par —: Soyent $\sqrt{48}-\sqrt{28}$. Je di qu'il eſt le douzieſme binomie requis. *Demonſtration.* La demonſtration de la premiere conſtruction, à ſçavoir que $3+\sqrt{6\frac{3}{4}}$, ſoit un premier binomie, eſt manifeſte, parce qu'il a les conditions de la 45 definition: & du ſecond binomie par la 46 definition: & ainſi des autres chaſcun par ſa reſpondante definition; Dont l'origine ſe peut colliger des 35. 36. 37. problemes precedans; ce qu'il fallоit demonſtrer. *Concluſion.* Nous avons donc trouvé les douze eſpeces de binomies; ce qu'il fallоit faire.

Sixieſme diſtinction des extractions des racines de multinomies radicaux.

Probleme XXXIX.

Estant donné multinome radical: Trouver ſa racine requiſe.

Exemple 1. de l'extraction de racine quarrée de binomie premier.

Explication du donné. Soit donné binomie premier $7+\sqrt{48}$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée.

Conſtruction.

Le quarré du maieur nom donne eſt 49
Duquel ſoubſtraict le quarré du moindre nom donné 48
Reſte 1
Son quart par teigle eſt $\frac{1}{4}$
Sa racine quarrée $\frac{1}{2}$
A laquelle ajouſté la moitie du maieur nom donné $3\frac{1}{2}$
Faict 4
Sa racine quarrée 2
La moitie du maieur nom douné $3\frac{1}{2}$
Du meſme ſoubſtraict le cincquieſme en l'ordre $\frac{1}{2}$
Reſte 3
Sa racine eſt $\sqrt{3}$

Je di, que le huictieſme & dernier en l'ordre, à ſçavoir $\sqrt{3}+2$, eſt la racine requiſe.

Nota 1. La ligne reſpondante à ceſte racine de premier binomie, s'appelle par Euclide propoſition 36 livre 10. ſelon le commentateur Zambertus, *linea ex binis nominibus.*

Nota 11. Il eſt vray que l'ordre des extractions des racines quartecs, des onze eſpeces de binomies ſuivantes

vantes, eſt en chaſcune ſemblable à l'ordre precedent, toutesfois en plus grande evidence nous mettrons leurs conſtructions au long, comme la precedente, à fin de demonſtrer plus clairemẽt, quelle eſpece de racine tient chaſcun binomie, & à quelle ligne elle ſe refete au dixieſme livre d'Euclide.

Exemple II. *de l'extraction de racine quarree, de binomie ſecond.*

Explication du donné. Soit donné binomie ſecond $\sqrt{}$ 18 + 4. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée.

Conſtruction.

Le quarré du majeur nom donné eſt	18
Duquel ſoubſtraict le quarré du moindre nom donné	16
Reſte	2
Son quart par reigle	$\frac{1}{2}$
Sa racine quarree eſt	$\sqrt{\frac{1}{2}}$
A laquelle ajouſté la moitie du majeur nom donné	$\sqrt{}$ 4 $\frac{1}{2}$
Faict	$\sqrt{}$ 8
Sa racine	$\sqrt{}$ 8
La moitie du majeur nom donné	$\sqrt{}$ 4 $\frac{1}{2}$
Du meſme ſoubſtraict le cinequieſme en l'ordre	$\sqrt{\frac{1}{2}}$
Reſte	$\sqrt{}$ 2
Sa racine eſt	$\sqrt{}$ 2

Je di, que le huictieſme & dernier en l'ordre, à ſçavoir $\sqrt{}$ 8 + $\sqrt{}$ 2, eſt la racine requiſe.

NOTA. La ligne reſpondante à ceſte racine de ſecond binomie, s'appelle par Euclide propoſition 37 livre 10. *linea ex binis mediis prima*, & eſt telle, que le rectangle contenu ſoubs ſes noms (qu'Euclide appelle *rationale*) s'explique par nombre Arithmetique, car le produict de $\sqrt{}$ 8 par $\sqrt{}$ 2 eſt 2.

Exemple III. *de l'extraction de racine quarrée de binomie troiſieſme.*

Explication du donné. Soit donné binomie troiſieſme $\sqrt{}$ 20 + $\sqrt{}$ 15. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarree.

Conſtruction.

Le quarré du majeur nom donné eſt	20
Duquel ſoubſtraict le quarré du moindre nom donné	15
Reſte	5
Son quart par reigle	$1\frac{1}{4}$
Sa racine quarrée eſt	$\sqrt{1\frac{1}{4}}$
A laquelle ajouſté la moitie du majeur nom donné	$\sqrt{}$ 5
Faict	$\sqrt{}$ 11 $\frac{1}{4}$
Sa racine quarrée eſt	$\sqrt{}$ 11 $\frac{1}{4}$
La moitie du majeur nom donné	$\sqrt{}$ 5
Du meſme ſoubſtraict le cinequieſme en l'ordre	$\sqrt{1\frac{1}{4}}$
Reſte	$\sqrt{\frac{1}{4}}$
Sa racine eſt	$\sqrt{\frac{1}{4}}$

Je di, que le huictieſme & dernier en l'ordre, à ſçavoir $\sqrt{}$ 11 $\frac{1}{4}$ + $\sqrt{\frac{1}{4}}$, eſt la racine requiſe.

NOTA. La ligne reſpondante à ceſte racine troiſieſme binomie, s'appelle par Euclide propoſit. 38. livre 10. *Linea ex binis mediis ſecunda*, & eſt telle, que le rectangle contenu ſoubs ces noms (lequel rectangle Euclide appelle *medium*) s'explique par racine à ſon quarré incommẽſurable, car le produict de $\sqrt{}$ 11 $\frac{1}{4}$ par $\sqrt{\frac{1}{4}}$ eſt $\sqrt{\frac{11}{4}}$.

Exemple IV. *de l'extraction de racine quarrée de binomie quatrieſme.*

Explication du donné. Soit donné binomie quatrieſme $\sqrt{5}$ + $\sqrt{}$ 12. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée.

Conſtruction.

Le quarré du majeur nom donné	25
Duquel ſoubſtraict le quarré du moindre nom donné	12
Reſte	13
Son quart par reigle	$3\frac{1}{4}$
Sa racine quarrée	$\sqrt{3\frac{1}{4}}$
A laquelle ajouſté la moitie du majeur nom donné	$2\frac{1}{2}$
Faict	$2\frac{1}{2}+\sqrt{3\frac{1}{4}}$
Sa racine eſt	$\sqrt{}$ *bino.* $2\frac{1}{2}+\sqrt{3\frac{1}{4}}$
La moitie du majeur nom donné	$2\frac{1}{2}$
Du meſme ſoubſtraict le cinequieſme en l'ordre	$\sqrt{3\frac{1}{4}}$
Reſte	$2\frac{1}{2}-\sqrt{3\frac{1}{4}}$
Sa racine eſt	$\sqrt{}$ *bino.* $2\frac{1}{2}-\sqrt{3\frac{1}{4}}$

Je di, que le huictieſme & dernier en l'ordre, à ſçavoir $\sqrt{}$ *bino.* $2\frac{1}{2}+\sqrt{3\frac{1}{4}}+\sqrt{}$ *bino.* $2\frac{1}{2}-\sqrt{3\frac{1}{4}}$, eſt la racine requiſe.

NOTA. La ligne reſpondante à ceſte racine de quatrieſme binomie, s'appelle par Euclide propoſit. 39. livre 10. *linea major*, & a deux proptietez; la premiere, que le rectangle contenu ſoubs les denx parties, de laquelle la ligne eſt compoſee, ſera *medium*; c'eſt à dire, que ce ſera une ſuperfice, de laquelle la quantité s'expliquera, par quelque racine à ſon quarré incommenſurable, qui eſt en ceſt exemple $\sqrt{3}$, lequel ſe prouve en multipliant $\sqrt{}$ *bino.* $2\frac{1}{2}+\sqrt{3\frac{1}{4}}$ (qui ſe refere à l'une partie de ladicte ligne) par $\sqrt{}$ *bino.* $2\frac{1}{2}-\sqrt{3\frac{1}{4}}$ (qui ſe refere à l'autre partie de ladicte ligne) deſquels le produict, par le 40 probleme, eſt $\sqrt{3}$, comme deſſus. La ſeconde proprieté de ceſte *linea major*, eſt, que le rectangle compoſé des deux quarrez, deſcripts deſdictes ſes deux parties, faict une ſuperfice, qu'Euclide appelle *rationale*; c'eſt à dire, que le nombre l'explicant ſera nombre Arithmetique, car il eſt en ceſt exemple 5, lequel ſe prouve ainſi: Le quarré de l'une partie $\sqrt{}$ *bino.* $2\frac{1}{2}+\sqrt{3\frac{1}{4}}$, eſt $2\frac{1}{2}+\sqrt{3\frac{1}{4}}$, & le quarré de l'autre partie $\sqrt{}$ *bino.* $2\frac{1}{2}-\sqrt{3\frac{1}{4}}$, eſt $2\frac{1}{2}-\sqrt{3\frac{1}{4}}$, leſquels deux quarrez enſemble, par le ſuivant 42 probleme, font 5, comme deſſus.

Exemple V. *de l'extraction de racine quarrée de binomie cinequieſme.*

Explication du donné. Soit donné binomie cinequieſme $\sqrt{6}$ + 2. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée.

Conſtruction.

Le quarré du maieur nom donné	6
Duquel ſoub. le quarré du moindre nom donné	4
Reſte	2
Son quart par reigle eſt	$\frac{1}{2}$
Sa racine quarrée eſt	$\sqrt{\frac{1}{2}}$
A laquelle ajouſté la moitie du maieur nom donné	$\sqrt{1\frac{1}{2}}$
Faict	$\sqrt{1\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{1}{2}}$
Sa racine eſt	$\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{1\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{1}{2}}$
La moitie du maieur nom donné	$\sqrt{1\frac{1}{2}}$
Du meſme ſoubſtraict le cinequieſme en l'ordre	$\sqrt{\frac{1}{2}}$
Reſte	$\sqrt{1\frac{1}{2}}-\sqrt{\frac{1}{2}}$
Sa racine	$\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{1\frac{1}{2}}-\sqrt{\frac{1}{2}}$

Je di, que le huictieſme & dernier en l'ordre, à ſçavoir $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{1\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{1}{2}}+\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{1\frac{1}{2}}-\sqrt{\frac{1}{2}}$, eſt la racine requiſe.

NOTA. La ligne reſpondante à ceſte racine de cinequieſme binomie, s'appelle, par Euclide propoſition 40 livre 10, *linea rationale medium poteus*, & a deux proprietez conformes au nom d'icelle: deſquelles la premiere

miere eſt, que le rectangle contenu ſoubs les deux parties, de laquelle elle eſt compoſée, ſera *rationale*; c'eſt à dire, que le nombre l'explicant, ſera nombre Arithmetique; car il eſt en ceſt exemple 1, lequel ſe prouve, en multipliant $\surd$ *bino.* $\surd 1\frac{1}{2} + \surd\frac{1}{2}$ (qui ſe refere à l'une partie de ladicte ligne) par $\surd$ *bino.* $\surd 1\frac{1}{2} - \surd\frac{1}{2}$ (qui ſe refere à l'autre partie de ladicte ligne) deſquels le produict, par le 40 probleme ſuivant, eſt 1, comme deſſus 1 La ſeconde proprieté eſt, que le rectangle compoſé des deux quarrez, deſcripts deſdictes deux parties deſquelles elle eſt compoſée, eſt une ſuperfice, laquelle Euclide appelle *medium*, c'eſt à dire, qu'elle s'expliquera par quelque nombre qui ſera racine à ſon quarré incommenſurable, car il eſt en ceſte exemple $\surd 6$, lequel ſe pronve ainſi: Le quarré de l'une partie $\surd$ *bino.* $\surd 1\frac{1}{2} + \surd\frac{1}{2}$, eſt $\surd 1\frac{1}{2} + \surd\frac{3}{2}$, & le quarré de l'autre partie $\surd$ *bino.* $\surd 1\frac{1}{2} - \surd\frac{1}{2}$, eſt $\surd 1\frac{1}{2} - \surd\frac{1}{2}$, leſquels deux quarrez enſemble (par le 42 probleme) font $\surd 6$, comme deſſus.

Exemple VI *de l'extraction de racine quarrée de binome ſixieſme.*

Explication du donné. Soit donne binomie ſixieſme $\surd 5 + \surd 3$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée.

Conſtruction.

Le quarré du maieur nom donné	5
Duquel ſoubſt. le quarré du moindre nom donné	3
Reſte	2
Son quart par reigle eſt	$\frac{1}{2}$
Sa racine quarrée eſt	$\surd\frac{1}{2}$
A laquelle ajouſté la moitie du maieur nom donné	$\surd 3\frac{1}{2}$
Faict	$\surd 1\frac{1}{4} + \surd\frac{1}{2}$
Sa racine quarrée eſt	$\surd$ *bino* $\surd 1\frac{1}{4} + \surd\frac{1}{2}$
La moitie du majeur nom donné	$\surd 1\frac{1}{4}$
Du meſme ſoubſtraictle cinquieſme en l'ordre	$\surd\frac{1}{2}$
Reſte	$\surd 1\frac{1}{4} - \surd\frac{1}{2}$
Sa racine eſt	$\surd$ *bino.* $\surd 1\frac{1}{4} - \surd\frac{1}{2}$

Je di, que le huictieſme & dernier en l'ordre, à ſçavoir $\surd$ *bino.* $\surd 1\frac{1}{4} + \surd\frac{1}{2} + \surd$ *bino.* $\surd 1\frac{1}{4} - \surd\frac{1}{2}$, eſt la racine requiſe.

NOTA. La ligne reſpondante à ceſte racine de ſixieſme binomie, s'appelle par Euclide propoſition 41 livre 10. *Linea bina media potens*, & a deux proprietez, conformes au nom d'icelle, deſquels eſt la premiere, que le rectangle contenu ſoubs les deux parties, de laquelle elle eſt compoſée, ſera *medium*, c'eſt à dire, que le nombre l'explicant, ſera racine à ſon quarré incommenſurable, car il eſt en ceſt exemple $\surd\frac{3}{4}$, lequel ſe prouve en multipliant $\surd$ *bino.* $\surd 1\frac{1}{4} + \surd\frac{1}{2}$ (qui ſe refere à l'une partie de ladicte ligne) par $\surd$ *bino.* $\surd 1\frac{1}{4} - \surd\frac{1}{2}$ (qui ſe refere à l'autre partie de ladicte ligne) deſquels le produict, par le 40 probleme ſuivant, eſt $\surd\frac{3}{4}$ comme deſſus: La ſeconde proprieté eſt, que le rectangle cõpoſé des deux quarrez, deſcripts deſdictes deux parties, de laquelle elle eſt compoſée, eſt auſſi *medium*, car il eſt en ceſt exẽple $\surd 5$, lequel ſe prouve ainſi: Le quarré de l'une partie, qui eſt $\surd$ *bino.* $\surd 1\frac{1}{4} + \surd\frac{1}{2}$, eſt $\surd 1\frac{3}{4} + \surd\frac{3}{2}$, & le quarré de l'autre partie, qui eſt $\surd$ *bino.* $\surd 1\frac{1}{4} - \surd\frac{1}{2}$, eſt $\surd 1\frac{1}{4} - \surd\frac{1}{2}$, leſquels deux quarrez enſemble (par le 42 probleme ſuyvant) font $\surd 5$, comme deſſus.

Exemple VII. *de l'extraction de racine quarrée de binomie ſeptieſme.*

Explication du donné. Soit donné binomie ſeptieſme $3 - \surd 5$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée. *Conſtruction.* La conſtruction ſera ſemblable à celle du premier exemple, excepté que ceſte racine ſera binomie diſioinct tel $\surd 2\frac{1}{2} - \surd\frac{1}{2}$, lequel je dieſtre la racine requiſe.

NOTA. La ligne reſpondante à ceſte racine de ſeptieſme binomie, s'appelle par Euclide propoſition 73 livre 10 *Apotome.*

Exemple VIII. *de l'extraction de racine quarrée de binomie huictieſme.*

Explication du donné. Soit donné binomie huictieſme $\surd 18 - 4$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée. *Conſtruction.* La conſtruction ſera ſemblable à celle du ſecond exemple, excepté que ceſte racine ſera binomie diſioinct tel, $\surd 8 - \surd 2$.

NOTA. La ligne reſpondante à ceſte racine de huictieſme binomie, s'appelle par Euclide propoſit. 74. livre 10 *media Apotome prima*, & ſes noms reçoyvent auſſi la proprieté de la note du ſecond exemple.

Exemple IX. *de l'extraction de racine quarrée de binomie neufieſme.*

Explication du donné. Soit donné binomie neufieſme $\surd 20 - \surd 15$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée. *Conſtruction.* La conſtruction ſera ſemblable à celle du troiſieſme exemple, excepté que ceſte racine ſera binomie diſioinct tel, $\surd 11\frac{1}{4} - \surd 1\frac{1}{4}$.

NOTA.

La ligne reſpondante à ceſte racine de neufieſme binomie, s'appelle par Euclide propoſit. 75. livre 10. *media Apotome ſecunda*, & ſes noms reçoyvent auſſi la proprieté de la note du troiſieſme exemple.

Exemple X. *de l'extraction de racine quarrée de binomie dixieſme.*

Explication du donné. Soit donné binomie dixieſme $5 - \surd 12$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée. *Conſtruction.* La conſtruction ſera ſemblable à celle du quatrieſme exemple, excepté que ceſte racine ſera de deux racines de binomies entre eux diſioinctes telle, $\surd$ *bino.* $2\frac{1}{2} + \surd 3\frac{1}{4} - \surd$ *bino.* $2\frac{1}{2} - \surd 3\frac{1}{4}$.

NOTA.

La ligne reſpondante à ceſte racine de dixieſme binomie, s'appelle par Euclide propoſition 76 livre 10. *linea minor*, & ſes noms reçoyvent auſſi les proprietez de la note du quatrieſme exemple.

Exemple XI. *de l'extraction de racine quarrée de binomie onzieſme.*

Explication du donné. Soit donné binomie onzieſme $\surd 6 - 2$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée. *Conſtruction.* La conſtruction ſera ſemblable à celle du cinquieſme exemple, excepté que ceſte racine ſera de deux racines de binomies entre eux diſioinctes telle, $\surd$ *bino.* $\surd 1\frac{1}{2} + \surd\frac{1}{2} - \surd$ *bino.* $\surd 1\frac{1}{2} - \surd\frac{1}{2}$.

NOTA.

La ligne reſpondante à ceſte racine de onzieſme binomie, s'appelle par Euclide propoſition 77 livre 10. *linea cum rationali medium totum efficiens*, & ſes noms reçoyvent auſſi les proprietez de la note du cinquieſme exemple.

Exemple XII. *de l'extraction de racine quarrée de binomie douzieſme.*

Explication du donné. Soit donné binomie donzieſme $\surd 5 - \surd 3$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée. *Conſtruction.* La conſtruction ſera ſemblable

blable à celle du ſixieſme exemple, excepté que ceſte racine ſera de deux racines de binomies entre eux diſjoinctes telle, $\surd$ *bino.* $\surd 1\frac{1}{4} + \surd \frac{1}{2} - \surd$ *bino.* $\surd 1\frac{1}{4} - \surd \frac{1}{2}$.

NOTA. La ligne reſpondante à ceſte racine de douzieſme binomie, s'appelle par Euclide propoſition 78. livre 10. *Linea cum medio medium totum efficens*, & ſes noms reçoivent auſſi les proprietez de la note du ſixieſme exemple.

DE L'ORIGINE DES PRECEDENTES DOVZE CONSTRVCTIONS.

Pour declarer l'origine de l'invention des precedentes operations, il faut ſçavoir, qu'eſtant donné un binomie, ſon quarré a touſiours le maieur nom, compoſé de la ſomme des quarrez des noms du binomie donné, & ſon moindre nom, eſt tel que ſon quarré, à telle difference au quarré du maieur nom, comme il y a entre les quarrez des noms du quarré du binomie donné. Soit par exemple binomie donné $2 + \surd 3$, ſon quarré eſt $7 + \surd 48$: Il appert donc, que le maieur nom 7 eſt compoſé, ou egal, aux deux quarrez de 2 & $\surd 3$, dont l'occaſion eſt notoire, par les characteres procedans de la multiplication de $2 + \surd 3$ en ſoy. Item la difference des quarrez de 2 & $\surd 3$, qui eſt 1, eſt egale à la difference des quarrez de 7 & $\surd 48$: Lequel eſtant reigle generale, & voulant trouver la racine de $7 + \surd 48$ l'on ſe propoſe queſtion telle: *Trouvons deux nombres tels, que leurs quarrez facent 7 (7 pour le maieur nom donné) & que l'un quarré ſoubſtraict de l'autre, il y en reſte* 1, à ſçavoir un, pour la difference des quarrez de 7 & $\surd 48$: Et de l'algebraique operation de ceſte queſtion, eſt colligé ladicte conſtruction du precedant probleme; laquelle origine nous avions propoſé de declarer. Mais comment ladicte queſtion ſe ſolve, ce n'eſt pas icy le lieu pour le declarer, parce que les antecedans neceſſaires à telle operation, ne ſont encore deſcrites, auſſi ne ſont telles cauſes point neceſſaires ſceues aux apprentifs, qui ſeront venuz juſques icy, mais on trouvera telle operation au 81 probleme, là ou elle eſt la 3 queſtion: Et de meſme ſorte nous deſcrirons les naiſſances de diverſes conſtructions ſuivantes, là ou il viendra à poinct.

Autre maniere de conſtruction.

Il y a des autres manieres de conſtruction que la precedante, deſquelles nous deſcrirons celle, qui nous a cõduict à l'invention de l'extraction de racine des autres multinomies, cõme quadrinomies, ſixnomies, ſeptinomies, &c. en ceſte ſorte: Soit (comme au precedent premier exemple) à trouver la racine quarrée de $7 + \surd 48$.

Conſtruction.

Moitie du maieur nom donné $\frac{7}{2}$
Son quarré $12\frac{1}{4}$
Du meſme ſoubſtraict le quarré de la moitie du moindre nom donné, qui eſt 12, reſte $\frac{1}{4}$
Sa racine $\frac{1}{2}$
Qui ajouſté au premier en l'ordre, faict 4, ſa racine 2
Et ledict $\frac{1}{2}$ ſoubſtraict du premier en l'ordre, reſte 3, ſa racine $\surd 3$
Et ſont leſdictes $2 + \surd 3$ la racine requiſe, comme au premier exemple.

Soit autrefois (comme au precedant ſecond exemple) à trouver la racine quarrée de $\surd 13 + 4$.

Conſtruction.

Moitie du maieur nom donné $\surd \frac{13}{4}$
Son quarré $4\frac{1}{4}$
Du meſme ſoubſtraict le quarré de la moitie du moindre nom donné, qui eſt 4, reſte $\frac{1}{4}$
Sa racine $\surd \frac{1}{4}$
Laquelle ajouſtée au premier en l'ordre, faict $\surd 8$, ſa racine eſt $\surd\surd 8$
Et ladicte $\surd \frac{1}{4}$ ſoubſtraict du premier en l'ordre, reſte $\surd 2$, ſa racine $\surd\surd 2$
Et ſont leſdictes $\surd\surd 8 + \surd\surd 2$ la racine requiſe, comme au precedant ſecond exemple. Et le ſemblable ſe pourroit faire de tous les autres binomies.

DE L'ORIGINE DE CESTE SECONDE MANIERE DE CONSTRVCTION.

Il y a autre proprieté entre le binomie & ſa racine, de laquelle le theoreme eſt tel: *Le moindre nom de binomie, eſt le double du produict des deux parties, deſquelles ſe compoſe ſa racine: Et le maieur nom, eſt egal aux deux quarrez deſdictes deux parties.* Par exemple, du binomie cy deſſus $7 + \surd 48$, le moindre nom $\surd 48$, eſt le double du produict des deux parties de ſa racine; c'eſt à dire, le double du produict de 2 par $\surd 3$. Item le maieur nom 7, eſt egal aux deux quarrez des deux parties de la racine, car les quarrez de 2 & $\surd 3$ ſont 7. D'ont l'occaſion eſt manifeſte, en les characteres procedans de la multiplication de $2 + \surd 3$ en ſoy: Or à cauſe de rel theoreme, l'on ſe peut propoſer queſtion telle: *Trouvons deux nombres tels, que le double de leur produict ſoit* $\surd 48$, *& la ſomme de leurs quarrez* 7. Et ceſte queſtion eſt la 4 du 81 probleme: Par l'operation de laquelle eſt colligée ceſte ſeconde maniere de conſtruction; Laquelle origine nous avions propoſé de declarer.

NOTA. Nous avons declaré aux precedans exemples, l'extraction de racine quarrée de binomies, s'enſuit maintenant à demonſtrer noſtre invention, de l'extraction de racine quarrée de multinomies, de plus de noms que de deux, qui ſera ſeulement des multinomies, qui ſont potences quarrees de quelques multinomies. Quant aux racines des autres multinomies, on dira pour ſolution, que c'eſt la racine du donné: laquelle ſolution eſt plus claire & commode, qu'aucune autre, qu'on pourroit trouver en ſon lieu, comme auſſi en les binomies. Par exemple, eſtant queſtion de trouver la racine de binomie quatrieſme (du premier, ſecond, & troiſieſme binomie il y a d'aultre raiſon) comme de $5 + \surd 12$, il eſt notoire, que $\surd$ *bino.* $5 + \surd 12$ eſt plus commode, pour en faire quelque Arithmetique operation (comme pour les multiplier, ou diviſer, par quelques autres nombres) que de dire ſelon le precedant quatrieſme exemple, que c'eſt $\surd$ *bino.* $2\frac{1}{2} + \surd 3\frac{1}{4} + \surd$ *bino.* $2\frac{1}{2} - \surd 3\frac{1}{4}$: Tellement que ceſte extraction, ſert plus pour demonſtrer les proprietez des lignes du dixieſme livre d'Enclide, qu'autre commodité qui en ſorte; Lequel eſtant ainſi, & n'eſtant les proprietez des trinomies & quadrinomies, encore par quelqu'un deſcrites, & diſtinguees, comme des binomies, telle extraction ſeroit de peu de conſequence. Nous demonſtrerons doncques les extractions d'iceux multinomies, qui ſont potence quarrée de quelque autre multinomie, & qui ſeroyent (ſi leurs differences fuſſent diſtinguees, comme des binomies) multinomies premiers, & ſeconds. Or le premier multinomie, ayant racine ſervant à noſtre propos, qui ſe peut rencontrer apres le binomie, c'eſt le quadrinomie; Car le trinomie ne l'a point, parce qu'il ne peut eſtre potence quarrée de trinomie, ou binomie: Nous commencerons doncques au quadrinomie, duquel la racine peut eſtre trinomie, ou quadrinomie.

Exemple

Exemple XIII. *de l'extraction de racine quarrée de quadrinomie, de laquelle la racine eſt trinomie.*

Explication du donné. Soit donné quadrinomie tel 10 — ✓60 + ✓40 — ✓24. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée.

NOTA. Si les termes donnez ne fuſſent pas diſpoſez, ainſi que le majeur fuſt touſiours devant, on les diſpoſera ainſi; car autrement on ne ſe pourroit ſervir de noſtre generale reigle.

Conſtruction.

Moitie du ſecond nom donné	— ✓15
Moitie du troiſieſme nom donné	✓10
Le double de leur produict (à ſçavoir de — ✓15 par ✓10) eſt	— ✓600
Qui diviſé par le dernier nom donné — ✓24, donne quotient 5, ſa racine pour le premier nom de la racine requiſe	✓5
Par le meſme ſe diviſera — ✓15 premier en l'ordre, donne quotient pour le ſecond nom de la racine requiſe	— ✓3
Et par ladicte ✓5, diviſé ✓10 ſecond en l'ordre, donne quotient pour le troiſieſme nom de la racine requiſe	✓2

Puis on verra ſi les trois quarrez de ces trois noms trouvez, comme ✓5, & — ✓3, & ✓2, ſont enſemble le premier nom donné, à ſçavoir 10, & ſe trouve que ouy; on conclura doncques, que ✓5 — ✓3 + ✓2, eſt la racine requiſe: Mais ſi ces trois quarrez, ne fuſſent pas egaux audict premier nom, alors ledict trinomie ne ſeroit pas la racine deſirée: Parquoy l'on pourroit encore veoir, par la 1 note à la fin de ce probleme, ſi on la pourroit extraire; Mais s'il ne ſe pouvoit faire ainſi, nous concluerons abſolutement, que le quadrinomie donné, n'a point de racine ſelon noſtre intention.

DE L'ORIGINE DE CESTE CONSTRVCTION, & DE CELLE DV XIIII EXEMPLE SVIVANT.

Pour declarer l'origine de ceſte conſtruction, il faut ſçavoir que nous avons multiplié en ſoy ✓5 — ✓3 + ✓2, laquelle multiplication nous deſcrirons, pour plus grande evidéce, en ceſte ſorte: Or nous avons veu, que le ſecond nom du produict — ✓60, eſt le double du produict du premier nó donné ✓5 par le ſecond nóm — ✓3; Item que ✓40, eſt le double du produict de ✓5 par ✓2; Item que — ✓24, eſt le double du produict de — ✓3 par ✓2; parquoy je propoſe queſtion algebraique telle: *Trouvons trois nombres tels, que le double du produict du premier & ſecond, ſoit* — ✓60. *Et le double du produict du premier par le troiſieſme, ſoit* ✓40; *Et le double du produict du ſecond par le premier ſoit* — ✓24. Qui eſt la cincquieſme queſtion, du 81 probleme, par la conſtruction de laquelle il eſt notoire eſtre colligée la reigle de ceſte conſtruction. Laquelle origine nous avions propoſé à declarer.

	✓5 — ✓3 + ✓2
	✓5 — ✓3 + ✓2
	+ ✓10 — ✓6 + 2
— ✓15 +	3 — ✓6
5 — ✓15 + ✓10	
10 — ✓60 + ✓40 — ✓24	

Exemple XIIII *de l'extraction de racine quarrée de quadrinomie, de laquelle la racine eſt trinomie, duquel les noms ſont racines de racines.*

Explication du donné. Soit donné quadrinomie tel ✓72 — ✓48 + ✓24 — 4. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée.

Conſtruction ſemblable à la precedante.

Moitie du ſecond nom donné	— ✓12
Moitie du troiſieſme nom donné	✓6
Le double de leur produict (à ſçavoir de — ✓12 & ✓6) eſt	— ✓288
Qui diviſé par le dernier nom donné — 4, donne quotient ✓18, ſa racine pour le premier nom de la racine requiſe	✓18
Par le meſme ſe diviſera — ✓12 premier en l'ordre, donne quotient, pour le ſecond nom de la racine requiſe,	— ✓8
Et par ladicte ✓18, diviſé le ſecond en l'ordre ✓6, donne quotient pour le troiſieſme nom de la racine requiſe	✓2

Puis on verra ſi les trois quarrez de ces trois noms trouvés, comme ✓18, & — ✓8, & ✓2, ſont enſemble le premier nom donné, à ſçavoir ✓72, & ſe trouve qu'ouy: Je conclus doncques, que ✓18 — ✓8 + ✓2, eſt la racine requiſe.

Exemple XV *de l'extraction de racine quarrée de ſeptinomie, de laquelle le produict des deux noms moiens de la racine, eſt moindre que le produict des extremes.*

NOTA. Quand le ſeptinomie tient racine ſelon noſtre intention, le produict des moiens noms de la racine pourra aucunefois eſtre moindre, que le produict des extremes; autrefois maieur, qui ont quelque petite difference en l'operation: pourtant nous en deſcrirons de chaſcune maniere un exemple; à fin que ſi la racine ne ſe trouve pat la maniere du premier, on la puiſſe chercher par celle du ſecond.

Explication du donné. Soit donné ſeptinomie tel: 13 + ✓84 + ✓56 — ✓28 + ✓24 — ✓12 — ✓28. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée.

Conſtruction.

Moitie du ſecond nom donné	✓21
Moitie du troiſieſme nom donné	✓14
Moitie du quatrieſme nom donné	— ✓7
Le produict du premier & ſecond en l'ordre, ✓294, ſon double	✓1176
Le meſme diviſé par le cincquieſme nom donné ✓24, donne quotient 7, ſa racine pour le premier nom de la racine requiſe	✓7
Par la meſme ✓7, diviſé ✓21, premier en l'ordre, donne quotient pour le ſecond nom de la racine requiſe	✓3
Et par ladicte ✓7, diviſé ✓14, ſecond en l'ordre, donne quotient, pour le troiſieſme nom de la racine requiſe	✓2
Et par ladicte ✓7, diviſé — ✓7, troiſieſme en l'ordre, donne quotient pour le quatrieſme nom de la racine requiſe	— 1

Puis on verra, ſi les quatre quarrez de ces quatre noms trouvez, comme de ✓7, & ✓3, & ✓2, & — 1, ſont enſemble le premier nom donné; à ſçavoir 13: & ſe trouve qu'ouy: Je concluz doncques que ✓7 + ✓3 + ✓2 — 1, eſt la racine requiſe.

Exemple XVI *de l'extraction de racine quarrée de ſeptinomie, de laquelle le produict des deux noms moiens de la racine eſt maieur que le produict des extremes.*

Explication du donné. Soit donné ſeptinomie tel: 17 + ✓140 + ✓84 + ✓60 — ✓56 — ✓40 — ✓24. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée.

Con-

Conſtruction.

Moitié du ſecond nom donné $\surd 35$
Moitié du troiſieſme nom donné $\surd 21$
Moitié du cinquieſme nom donné $-\surd 14$
Le produict du premier & ſecond en l'ordre, eſt $\surd 735$, ſon double $\surd 2940$
Le meſme diviſé par le quatrieſme nom donné $\surd 60$, donne quotient 7, ſa racine pour le premier nom de la racine requiſe $\surd 7$
Par le meſme $\surd 7$ diviſé $\surd 35$ premier en l'ordre, donne quotient pour le ſecond nom de la racine requiſe $\surd 5$
Et par ladicte $\surd 7$, diviſé $\surd 21$ ſecond en l'ordre, donne quotient pour le troiſieſme nom de la racine requiſe $\surd 3$
Et par ladicte $\surd 7$, diviſé $-\surd 14$ troiſieſme en l'ordre, donne quotient pour le quatrieſme nom de la racine requiſe $-\surd 2$

Puis on vetra, ſi les quatre quarrez de ces quatre noms trouvez, comme de $\surd 7$, & $\surd 5$, & $\surd 3$, & $-\surd 2$, font enſemble le premier nom donné, à ſçavoir 17, & ſe trouve qu'ouy: Ie conclus doncques, que $\surd 7+\surd 5+\surd 3-\surd 2$, eſt la racine requiſe.

DE L'ORIGINE DE CESTE CONSTRVCTION.

Mettons la multiplication en ſoy de $\surd 7+\surd 5+\surd 3-\surd 2$, en ceſte ſorte:

$$\begin{array}{r}
\surd 7+\surd 5+\surd 3-\surd 2\\
\surd 7+\surd 5+\surd 3-\surd 2\\
\hline
-\surd 14-\surd 10-\surd 6+\surd 2\\
+\surd 21+\surd 15+\surd 3-\surd 6\\
+\surd 35+\surd 5+\surd 15+\surd 10\\
7+\surd 35+\surd 21-\surd 14\\
\hline
17+\surd 140+\surd 84+\surd 60-\surd 56-\surd 40-\surd 24
\end{array}$$

Il appert, que le ſecond nom du produict, eſt le double du produict du premier & ſecond nom de la racine; c'eſt à dire, que $\surd 140$, eſt le double du produict de $\surd 7$ & $\surd 5$: Item que $\surd 84$, eſt le double du produict de $\surd 7$ & $\surd 3$; Item que $\surd 60$, eſt le double du produict de $\surd 5$ & $\surd 3$; Item que $-\surd 56$, eſt le double du produict de $\surd 7$ & $-\surd 2$; Item que $-\surd 40$, eſt le double du produict de $\surd 5$ & $-\surd 2$; Item que $-\surd 24$ eſt le double du produict de $\surd 3$ & $-\surd 2$; parquoy je propoſe queſtion telle: *Trouvons quatre nombres tels, que le double du produict du premier & ſecond, ſoit* $\surd 140$; *Et du premier & troiſieſme* $\surd 84$; *& du ſecond & troiſieſme* $\surd 60$; *Et du premier & quatrieſme* $-\surd 56$; *Et du ſecond & quatrieſme* $-\surd 40$; *Et du troiſieſme & quatrieſme* $-\surd 24$. Laquelle queſtion eſt la ſixieſme du 81 probleme, & de la conſtruction d'icelle eſt colligée la reigle de ceſte precedente conſtruction. Laquelle origine nous avions propoſé à declarer.

NOTA I. Il ſe peut rencontrer quelque quadrinomie, qui aura racine auſſi quadrinomie, mais ſa legitime extraction n'avons nous point trouvé pour l'heure; Nous mettrons la choſe ſi claire comme pourrons, pour accommoder à ceux, auſquels il plaira s'en occuper. Or il eſt notoire, que quand on multiplie en ſoi un quadrinomie radical, duquel les noms ſont en diſcontinue proportion (ils ne peuvent eſtre en continue proportion, parce que le premier & troiſieſme, item le ſecond & quatrieſme, ſeroyent commenſurables, & par conſequent, ne ſeroit en effect que binomie) que leur produict ou quarré, ſera auſſi quadrinomie, duquel les quatre noms ſeront auſſi en diſcontinue proportion; D'ou ſe conclura, que quadrinomie n'ayant point ſes noms en diſcontinue proportion, n'avoir point ſa racine quadrinomie. Prennons pour exemple le quarré de quadrinomie, duquel les noms ſont en diſcontinue proportion rel, $\surd 6+\surd 4+\surd 3+\surd 2$, la multiplication du meſme en ſoy eſt telle:

$$\begin{array}{r}
\surd 6+\surd 4+\surd 3+\surd 2\\
\surd 6+\surd 4+\surd 3+\surd 2\\
\hline
+\surd 12+\surd 8+\surd 6+\ 2\\
+\surd 18+\surd 12+\ 3+\surd 6\\
+\surd 24+\ 4+\surd 12+\surd 8\\
6+\surd 24+\surd 18+\surd 12\\
\hline
15+\surd 96+\surd 72+\surd 192+\surd 32+\surd 24
\end{array}$$

Or ledict produict (ajouſtant $\surd 96$, & $\surd 24$; Auſſi $\surd 72$, & $\surd 24$) vaut $15+\surd 216+\surd 200+\surd 192$. Nous ſçavons doncques, que $\surd 6+\surd 4+\surd 3+\surd 2$, eſt racine quarrée de $15+\surd 216+\surd 200+\surd 192$. Nous voyons auſſi, que le ſecõd nom $\surd 216$, eſt la ſomme du double du produict de $\surd 6$ & $\surd 4$, & du double du produict de $\surd 3$ & $\surd 2$; Itẽ, que $\surd 200$, eſt la ſomme du double du produict de $\surd 6$ & $\surd 3$, & du double du produict de $\surd 4$ & $\surd 2$; Itẽ, que $\surd 192$, eſt le quadruple du produict de $\surd 6$ & $\surd 2$, ou bien de $\surd 4$ & $\surd 3$; parquoy je propoſe queſtion telle; *Trouvons quatre nombres tels; que le double du produict du premier & ſecond ajouſté au double du produict du troiſieſme & quatrieſme face* $\surd 216$. *Item que le double du produict du premier & troiſieſme, ajouſté au double du produict du ſecond & quatrieſme, face* $\surd 200$; *Item que le quadruple du produict du premier & quatrieſme face* $\surd 192$. Or poſons, que nous avons trouvé par algebraique operation, que les quatre nombres ſont $\surd 6$ & $\surd 4$ & $\surd 3$ & $\surd 2$, & parce que la ſomme de leurs quarrez 15, eſt egale au majeur nom donné, on concluroit, les nombres trouvez eſtre la racine requiſe: & de telle operation, ſe pourroit faire reigle, comme nous avons faict des precedentes.

Il y a encore d'aultres proprietez aux nombres donnez (par leſquels on pourroit faire autre operation algebraique que deſſus) telles:

Le ſecond nom, comme $\surd 216$, eſt touſiours racine du quadruple du produict de la ſomme des deux quarrez, de $\surd 6$, & $\surd 3$, par la ſomme des deux quarrez, de $\surd 4$, & $\surd 2$, qui eſt en ceſt exemple racine du quadruple du produict de 9 par 6; Item le troiſieſme nom, comme $\surd 200$, eſt touſiours racine quarrée, du quadruple du produict de la ſomme des deux quarrez, des deux premiers noms, $\surd 6$, & $\surd 4$, par la ſomme des deux quarrez des deux derniers noms, $\surd 3$, & $\surd 2$, qui eſt en ceſt exemple racine du quadruple du produict de 10. par 5.

Quant à l'extraction des racines quarrees d'autres multinomies, i'eſtime que celuy qui entẽdra les origines precedentes, facilement verra l'infini progres des autres.

NOTA II. L'extraction de la racine cubique de binomie, ſelon l'intention ſuſdicte, n'eſt encore legitimemene inventée, que je ſache. Quant à ce que quelqu'un pour expliquer la racine cubique de $\surd 243+\surd 242$, qui eſt $\surd 3+\surd 2$, nommera pluſieurs racines de multinomies, il ſemble inutile: & ſe pourroit plus convenablement dire $\surd ③$ *bimo.* $\surd 243+\surd 242$; Le meſme s'entendra de racine de quinte & ſexte quantité, & d'autres ſemblables. Quant à la racine de quarte quantité, la meſme ſe peult trouver, extrayant deux fois racine quarrée, & de huictieſme quantité extrayant trois fois racine quarrée, &c.

Demonſtration.

Multipliant par ſoy la racine quarrée trouvée au premier exemple, qui eſt $\surd 2\frac{1}{2}+\surd \frac{1}{2}$, donne produict

(par le 26 probleme) $3+\sqrt{5}$, qui eſt le binomie donné; doncques $\sqrt{2\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{1}{2}}$, eſt la vraye racine requiſe: Et ſemblable ſera la demonſtration de tous les autres exemples, moyennant qu'on multiplie les racines du 4e. 5e. 6e. 10e. 11e. 12e. binomie en ſoy, par le 40. probleme; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donné multinomie radical, nous avons trouvé ſa racine requiſe; ce qu'il falloit faire.

Septieſme diſtinction des quatre numerations des racines de multinomies radicaux.

De la multiplication des racines de multinomies radicaux.

Probleme XL.

Eſtant donnee racine multinomie radical à multiplier, & racine de multinomie radical multiplicateur: Trouver leur produict.

Premier exemple.

Explication du donné. Soit donné racine de multinomie à multiplier telle $\sqrt{bino.\ 5+\sqrt{3}}$, & racine de multinomie multiplicateur telle, $\sqrt{bino.\ 5-\sqrt{3}}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur produict. *Conſtruction.* La conſtruction eſt ſemblable à celle du 26 probleme, excepté, que du produict 22, trouvé par icelle maniere, il faut encore (par ce que les donnez ſont racines quarrees) prẽdre la racine quarrée, qui eſt pour ſolution $\sqrt{22}$.

Second exemple.

Explication du donné. Soit donnée racine de multinomie à multiplier telle; $\sqrt{bino.\ 5+\sqrt{3}}+\sqrt{bino.\ 5-\sqrt{3}}$; & multiplicateur $\sqrt{bino.\ 5+\sqrt{3}}+\sqrt{bino.\ 5-\sqrt{3}}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur produict. *Conſtruction.* On diſpoſera les donnez ſelon l'ordre vulgaire, comme cy deſſoubz, puis on multipliera (non pas ſimple nom par ſimple nom, mais $\sqrt{bino.}$ par $\sqrt{bino.}$) $\sqrt{bino.\ 5-\sqrt{3}}$, par $\sqrt{bino.\ 5-\sqrt{3}}$, faict $5-\sqrt{3}$ (Car delaiſſant le ſigne $\sqrt{bino.}$ les reſtans $5-\sqrt{3}$ ſont le produict, comme le ſemblable eſt vulgaire en multipliant $\sqrt{3}$ par $\sqrt{3}$, qui faict 3) Puis on multipliera $\sqrt{bino.\ 5-\sqrt{3}}$, par $\sqrt{bino.\ 5+\sqrt{3}}$, faict par le precedent premier exemple $\sqrt{22}$; puis on multipliera l'autre $\sqrt{bino.\ 5+\sqrt{3}}$ par l'autre $\sqrt{bino.\ 5-\sqrt{3}}$, faict $\sqrt{22}$; puis ſe multipliera l'une $\sqrt{bino.\ 5+\sqrt{3}}$, par l'autre $\sqrt{bino.\ 5+\sqrt{3}}$, faict $5+\sqrt{3}$; puis ajouſtez ces quarre produicts, il eſt manifeſte qu'ils font $10+\sqrt{88}$. La diſpoſition des characteres de l'operation achevée eſt telle:

$\sqrt{bino.\ 5+\sqrt{3}}$	$+\sqrt{bino.\ 5-\sqrt{3}}$	
$\sqrt{bino.\ 5+\sqrt{3}}$	$+\sqrt{bino.\ 5-\sqrt{3}}$	
	$+\sqrt{22}$	$+5-\sqrt{3}$
$5+\sqrt{3}$	$+\sqrt{22}$	

Produict & ſolution $10+\sqrt{88}$.

Nota. On fera par la maniere de ces precedens exemples, la preuve des extractions de racine quarrée de quatrieſme, cincquieſme, ſixieſme, dixieſme, onzieſme, & douzieſme binomie du 38. probleme.

Et multipliant $\sqrt{bino.\ 1+\sqrt{2}}$, par $\sqrt{bino.\ \sqrt{3}+\sqrt{5}}$, le produict ſera $\sqrt{quadrino.\ \sqrt{3}+\sqrt{6}+\sqrt{5}+\sqrt{10}}$. Item ſi l'un des donnez fuſt $\sqrt{multinomie}$, & que l'autre ne fuſt pas, on prendra la racine de la potence de celuy qui ne l'eſt pas, puis comme deſſus. Et la demonſtration des exemples cy deſſus eſt manifeſte par les demonſtrations des multiplications precedentes. *Concluſion.* Eſtant doncques donné racine de multinomie radical à multiplier, & racine de multinomie radical multiplicateur, nous avons trouvé leur produict; ce qu'il falloit faire.

De la diviſion des racines de multinomies radicaux.

Probleme XLI.

Eſtant donnée racine de multinomie radical à diviſer, & diviſeur: Trouver leur quotient.

Explication du donné. Soit donnée $\sqrt{quadrinomie\ \sqrt{35}+\sqrt{30}+\sqrt{14}+\sqrt{12}}$, à diviſer, & diviſeur $\sqrt{bino.\ \sqrt{5}+\sqrt{2}}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Conſtruction.* On delaiſſera leur ſigne de $\sqrt{multinomie}$, & demeurera à diviſer $\sqrt{35}+\sqrt{30}+\sqrt{14}+\sqrt{12}$, par $\sqrt{5}+\sqrt{2}$, leſquels diviſez par le 27 probleme, donnent quotient $\sqrt{7}+\sqrt{6}$, auquel applicant autrefois le ſigne de $\sqrt{multinomie}$, le quotient ſera $\sqrt{bino.\ \sqrt{7}+\sqrt{6}}$. Je di que $\sqrt{bino.\ \sqrt{7}+\sqrt{6}}$ eſt le quotient requis, dont la demonſtration eſt manifeſte, par les demonſtrations des diviſions precedentes. *Concluſion.* Eſtant doncques donné racine de multinomie radical à diviſer, & diviſeur, nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

De l'addition des racines de multinomies radicaux.

Probleme XLII.

Eſtant donnees racines de multinomies radicaux à ajouſter: Trouver leur ſomme.

Explication du donné. Soyent donnees racines de multinomies telles; $\sqrt{bino.\ \sqrt{48}+\sqrt{32}}$, & $\sqrt{bino.\ \sqrt{3}+\sqrt{2}}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur ſomme. *Conſtruction.* On diviſera le majeur nombre donné $\sqrt{bino.\ \sqrt{48}+\sqrt{32}}$, par $\sqrt{bino.\ \sqrt{3}+\sqrt{2}}$, donne quotient 2, par le 41 probleme: (s'ils fuſſent incommenſurables, on les ſolveroit par +) au meſme ajouſté 1 par reigle generale, faict 3, qui vaut $\sqrt{81}$, par la meſme multiplié le diviſeur $\sqrt{bino.\ \sqrt{3}+\sqrt{2}}$, faict $\sqrt{bino.\ \sqrt{243}+\sqrt{162}}$, laquelle je di eſtre la ſomme requiſe. *Demonſtration.* Tout quotient plus un, multiplié par ſon diviſeur, donne produict egal à la ſomme du nombre à diviſer, & diviſeur, par le theoreme devant le 24 probleme.

Noſtre quotient plus un (qui eſt $\sqrt{81}$) eſt multiplié par le diviſeur qui eſt $\sqrt{bino.\ \sqrt{3}+\sqrt{2}}$, donnant produict $\sqrt{bino.\ \sqrt{243}+\sqrt{162}}$. Ergo $\sqrt{bino.\ \sqrt{243}+\sqrt{162}}$, eſt egale à la ſomme du nombre à diviſer, $\sqrt{bin.\ \sqrt{48}+\sqrt{32}}$, & du diviſeur, qui eſt $\sqrt{bino.\ \sqrt{3}+\sqrt{2}}$. C'eſt à dire, que $\sqrt{bino.\ \sqrt{243}+\sqrt{162}}$, eſt la ſomme des donnez; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donnees racines de multinomies radicaux à ajouſter; Nous avons trouvé leur ſomme, ce qu'il falloit faire.

Nota. Il y a quelques racines de binomies, qui ſont entre eux incommenſurables, toutesfois ils ſe peuvent ajouſter par autre maniere, ainſi que leur ſomme ſoit racine de binomie ou de ſimple nom, & cecy ſont les deux parties, deſquelles ſe compoſe ſa racine quarrée du quatrieſme, cincquieſme, ſixieſme, dixieſme, onzieſme, & douzieſme binomie; à ſçavoir la racine de binomie conjoinct ajouſtée à la racine de ſon reſpondant diſjoinct, les meſmes (pour ladicte incommenſurance) ne ſe peuvent ajouſter comme les commenſurables. Mais la racine de leur potence quarrée, ſera la ſomme requiſe. Par exemple; l'on requiert la ſomme de $\sqrt{bino.\ 2+\sqrt{3}}$, & $\sqrt{bino.\ 2-\sqrt{3}}$: On multipliera $\sqrt{bino.\ 2+\sqrt{3}}+\sqrt{bino.\ 2-\sqrt{3}}$ en ſoy, faict, par le 40 probleme, 6; ſa racine pour la ſomme requiſe, eſt $\sqrt{6}$. Et pour meſme raiſon, la ſomme de $\sqrt{bino.\ 5+\sqrt{3}}$, & $\sqrt{bino.\ 5-\sqrt{3}}$, ſera $\sqrt{bino.\ 10+\sqrt{88}}$. Ceſte note ſe peut auſſi appliquer à la ſoubſtraction ſuivante.

De

De la ſoubſtraction des racines de multinomies radicaux.

Probleme XLIII.

Estant donnée racine de multinomie radical de laquelle on ſoubſtraict, & racine de multinomie radical à ſoubſtraire: Trouver leur reſte.

Explication du donné. Soit donné racine de multinomie de laquelle on ſoubſtraict telle: ✓ *bino.* ✓ 243 + ✓ 162; & ✓ *bino.* à ſoubſtraire telle: ✓ *bino.* ✓ 3 + ✓ 2. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reſte. *Conſtruction.* On diviſera la ✓ *bino.* 243 + ✓ 162, par ✓ *bino.* ✓ 3 + ✓ 2, donne (par le 41 probleme) quotient 3; (s'ils fuſſent incommenſurables, on les ſolveroit par —) du meſme, pour reigle generale, ſoubſtraict 1, reſte 2, qui vaut ✓ 16, & par la meſme diviſe le diviſeur ✓ *bino.* ✓ 3 + ✓ 2, faict ✓ *bino.* ✓ 48 + ✓ 32, laquelle je di eſtre la racine requiſe. *Demonſtration.* Tout quotient moins un multiplié par ſon diviſeur, donne produict egal au reſte de la ſoubſtraction, du diviſeur de nombre à diviſer, par le theoreme devant le 25. probleme.

Noſtre quotient moins un (qui eſt ✓ 16) eſt multiplié par diviſeur ✓ *bino.* ✓ 3 + ✓ 2. donnant produict ✓ 48 + ✓ 32. Ergo ✓ *bino.* ✓ 48 + ✓ 32 eſt egale au reſte du ſoubſtraction de le diviſeur ✓ *bino.* ✓ 3 + ✓ 2, du nombre à diviſer ✓ *bino.* ✓ 243 + ✓ 162, c'eſt a dire, que ✓ *bino.* ✓ 48 + ✓ 32, eſt la reſte requis; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donnée racine de multinomie radical, de laquelle on ſoubſtraict, & racine de multinomie radical à ſoubſtraire; nous avons trouvé leur reſte, ce qu'il falloit faire.

Theoreme I.

Le multinomie ne ſe peut diviſer en autres noms de meſme multitude.

Nota. Il faut entendre que nous parlons icy de propre multinomie, c'eſt du quel tous les noms ſont entre eux incommenſurables, car ✓ 2 + ✓ 8, n'eſt pas binomie, comme nous avons dict au corollaire de la 40 definition. *Explication du donné.* Soit donné binomie tel: 4 + ✓ 32. *Explication du requis.* Il nous faut demonſtrer que le binomie donné 4 + ✓ 32, ne ſe peut diviſer en autres deux noms: C'eſt à dire, qu'on ne peut trouver deux autres noms, leſquels enſemble ſoyent egaux auſdicts 4 + ✓ 32; Et pour encore expliquer plus clairement le ſens de ce theoreme, poſons 6 + 4, comme s'il fuſt binomie, le meſme ſe peut diviſer en autres deux parties, comme 7 + 3, qui vallent auſſi 10: Or il nous faut demonſtrer, que le ſemblable eſt impoſſible en vray binomie. *Demonſtration.*

Soubſtrayons premierement du nom ✓ 32 quelque partie, comme 2, commenſurable au 4, & reſtera ✓ 32 — 2, puis ajouſtons le 2 premierement ſoubſtraict, à 4, ſont 6, & nous aurons alors 6 + ✓ 32 — 2, qui eſt egal à 4 + ✓ 32, mais ce n'eſt pas binomie.

Soubſtrayons au ſecond, de ✓ 32, quelque partie telle, que le reſte ſoit ſimple nom comme ✓ 2, & reſtera ✓ 18; Puis ajouſtant la ✓ 2 à 4, ſera 4 + ✓ 2, & le tout enſemble ſera 4 + ✓ 2 + ✓ 18, lequel combien qu'il eſt egal à 4 + ✓ 32, toutesfois ce n'eſt pas binomie.

Soubſtrayons au troiſieſme, de ✓ 32, quelque partie incommenſurable, à chaſcun nom du binomie donné, comme ✓ 7, l'ajouſtant à 4, & demeurera alors 4 + ✓ 7 + ✓ 32 — ✓ 7, qui eſt auſſi egal à 4 + ✓ 32, toutesfois ce n'eſt pas binomie. Le meſme ſe demonſtrera en tous autres ſemblables. *Concluſion.* Le multinomie doncques, ne ſe peut diviſer en autres noms de meſme multitude; ce qu'il falloit demonſtrer.

Theoreme II.

Si on multiplie ou diviſe multinomie radical, par nombre Arithmetique: Le produict ou quotient ſera multinomie, de meſme multitude de noms, & de meſme ordre, comme le multinomie multiplié, ou diviſé. Il ſera auſſi commenſurable audict multinomie multiplié ou diviſé.

Explication du donné. Soit donné binomie à multiplier ou diviſer tel ✓ 12 — ✓ 24; Et nombre Arithmetique multiplicateur ou diviſeur 2. *Explication du requis.* Il faut demonſtrer que le produict, ou quotient, ſera binomie de meſme multitude de noms, & de meſme ordre, comme ✓ 12 — ✓ 24: Item que tel produict ou quotient ſera commenſurable audict binomie ✓ 12 — ✓ 24. *Preparation de la demonſtration.* Multiplions ✓ 12 — ✓ 24, par 2, & donne produict par le 26 probleme ✓ 48 — ✓ 96; Puis diviſons le meſme binomie ✓ 12 — ✓ 24, par 2, & donne quotient par le 27 probleme ✓ 3 — ✓ 6. *Demonſtration.* Que le produict ✓ 48 — ✓ 96; Item le quotient ✓ 3 — ✓ 6, ſont binomie cõme le donné, eſt manifeſte. Il appert auſſi par la 56 definition qu'ils ſont de meſme ordre: à ſçavoir tontes trois le douzieſme en l'ordre: Item que ledict produict & quotient, ſont commenſurables au binomie donné, eſt auſſi manifeſte; car par la preparation de la demonſtration, le produict eſt le dnple du donné, & le quotient ſon ſubduple. *Concluſion.* Si doncques on multiplie ou diviſe multinomie nombre, par nombre Arithmetique; Le produict ou quotient, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

Corollaire I.

S'enſuit par le revers de ce a theoreme, que ſi deux multinomies ſont commenſurables, qu'ils ſeront de meſme multitude de noms, & de meſme ordre.

Corollaire II.

Il eſt auſſi notoire par le precedent theoreme, que ſi on multiplie, ou diviſe quelque ſimple racine, par nombre Arithmetique, que le produict ou quotient, ſera racine de meſme qualité, comme la racine multipliée, ou diviſée. Par exemple, ✓ 3 (qui eſt à nombre Arithmetique incommenſurable) multipliée par 2 donne produict ✓ 48, qui eſt auſſi racine de racine, & à nombre Arithmetique incommenſurable.

Nota. Les precedens deux theoremes, nous ſervitont entre autres, pour quelques demonſtrations en noſtre traicté des incommenſurables grandeurs.

Huictieſme diſtinction de la reigle de trois des nombres radicaux, & de l'invention des moyens proportionels.

Probleme XLIV.

Estant donnez trois termes de nombres radicaux: Trouver leur quatrieſme proportionel.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes tels ✓ 7. ✓ 5. ✓ 6. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme proportionel. *Conſtruction.* On multipliera le deuxieſme terme ✓ 5, par le troiſieſme ✓ 6, donne produict (par le 22 probleme) ✓ 30, laquelle on diviſera par le premier terme ✓ 7, donne quotient par le 23 probleme ✓ $4\frac{2}{7}$. Je di que ✓ $4\frac{2}{7}$ eſt le quatrieſme terme proportionel requis. *Demonſtration.* Il y a par le 21 probleme, telle raiſon de ✓ $4\frac{2}{7}$, à ✓ 6, comme de ✓ 5, à ✓ 7; Ergo ✓ $4\frac{2}{7}$ eſt leur quatrieſme proportionel: ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez trois termes de nombres radicaux, nous avons trouvé leur quatrieſme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

Probleme XLV.

Estant donnez deux nombres quelconques: Trouver leurs moyens proportionels requis.

Exemple I.

Explication du donné. Soyent donnez deux nombres 2 & 10. *Explication du requis.* Il faut trouver leur moyen proportionel. *Construction.* On multipliera 2 par 10, font 20, des mesmes la racine quarrée est ✓20. Je di que M 20 est le moyen proportionel requis.

Exemple II.

Explication du donné. Soyent donnez deux nombres 2 & 10. *Explication du requis.* Il faut trouver leurs deux moyens proportionels. *Construction.* Le quarré de 2 donné, est 4, par le mesme se multipliera le 10 donné, faict 40, des mesmes la racine cubique est ✓③40, pour le premier des deux moyens proportionels requis; Et pour trouver le second, on dira, 2 donnent ✓③40, combien ✓③40? faict par le 44 probleme, ✓③200, pour le second moyen proportionel requis.

Je di que ✓③40, & ✓③200, sont les deux moyens proportionels requis.

Exemple III.

Explication du donné. Soyent donnez deux nombres tels: 2 & 10. *Explication du requis.* Il faut trouver leurs trois moyens proportionels. *Construction.* Leur moyen proportionel par le premier exemple, est ✓20; Et le moyen proportionel entre 2 & ✓20, est (par ledict 1. exemple) ✓w80; Item le moyen proportionel entre ✓20 & 10, est ✓w2000. Je di que ✓w80, & ✓20, & ✓w2000, sont les trois moyens proportionels requis.

Exemple IV.

Explication du donné. Soyent donnez deux nombres tels 2 & 10. *Explication du requis.* Il faut trouver leurs quatre moyens proportionels. *Construction.* On prendra la potence de quarte quantité de 2, faict 16, par les mesmes multipliez les 10, font 160, desquels la racine de quinte quantité est ✓⑤160. Puis on trouvera entre ✓⑤160, & 10, trois moyens proportionels, par le precedent 3 exemple, qui seront ✓③800, ✓⑤4000, & ⑤20000. Je di que ⑤160, & ✓⑤800, & ✓⑤4000, & ✓⑤20000, sont les quatre moyens proportionels requis.

Exemple V.

Explication du donné. Soyent donnez deux nombres tels 2 & 10. *Explication du requis.* Il faut trouver leurs cinecq moyens proportionels. *Construction.* On trouvera leur moyen proportionel, par le premier exemple, qui est ✓20; Puis on trouvera par le second exemple, deux moyens proportionels, entre 2, & ✓20, qui seront ✓⑥320, & ✓③40; Et semblablement deux moyens proportionels entre ✓20, & 10; qui seront ✓③200, & ✓⑥200000. Je di que ✓⑥320, & ✓③40, & ✓②20, & ✓③200, & ✓⑥200000, sont les cinecq moyens proportionels requis. Et semblable sera l'operation des autres moyens proportionels quelconques. *Demonstrat.* Comme au premier exemple 2, à ✓20, ainsi ✓20, à 10, par le 21 probleme; doncques ✓20 est le moyen proportionel requis au premier exemple. Item comme au second exemple 2, à ✓③40, ainsi ✓③40, à ✓③200, & ainsi ✓③200, à 10; doncques ✓③40, & ✓③200, sont les deux moyens proportionels requis. Et semblable sera la demonstration des aultres exemples; ce qu'il falloit demonstret. *Conclusion.* Estant doncques donnez deux nombres quelconques, nous avons trouvez leurs moyens proportionels requis; ce qu'il falloit faire.

Neufiesme distinction, de la reigle de proportionelle partition des nombres radicaux.

Probleme XLVI.

Partir un nombre Geometrique donné en parties proportionelles à nombres Geometriques donnez.

Explication du donné. Soit nombre Geometrique donné ✓7, & nombres Geometriques donnez ✓2 & ✓5. *Explication du requis.* Il faut partir la ✓7 en deux parties proportionelles au deux nombres ✓2 & ✓5 donnez. *Construction.* On ajoustera les nombres donnez, à sçavoir ✓2 & ✓5, font ✓2 + ✓5; Puis on dira par le precedent 45 probleme, ✓2 + ✓5 donnent ✓2, combien ✓7? faict ✓$23\frac{2}{3} - ✓9\frac{1}{3}$ pour premier nombre requis; Et de mesme sorte on dira, ✓2 + ✓5 donnent ✓5, combien ✓7? faict ✓$58\frac{2}{3} - ✓23\frac{2}{3}$ pour le second nombre requis. La disposition des characteres de l'operation semblable à celle du 15 probleme, est telle:

✓2	✓$23\frac{2}{3} - ✓9\frac{1}{3}$
✓5	✓$58\frac{2}{3} - ✓23\frac{2}{3}$
✓2 + ✓5	✓7

Je di que ✓7 est divisée en deux parties (à sçavoir deux binomies disioinctes tels ✓$23\frac{2}{3} - ✓9\frac{1}{3}$, & ✓$58\frac{2}{3} - ✓23\frac{2}{3}$) proportionels aux deux nombres ✓2 & ✓5, comme il estoit requis. *Demonstration.* Comme ✓2 à ✓5, ainsi ✓$23\frac{2}{3} - ✓9\frac{1}{3}$, à ✓$58\frac{2}{3} - ✓23\frac{2}{3}$, par le 21 probleme, & la somme de $23\frac{2}{3} - ✓9\frac{1}{3}$, & $58\frac{2}{3} - ✓23\frac{1}{3}$, est ✓7, par le 28 probleme; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Nous avons doneques parti un nombre geometrique donné, en parties proportionelles à nombres geometriques donnez; ce qu'il falloit faire.

Dixiesme distinction, de la reigle de faux des nombres radicaux.

D'une fausse position.

Probleme XLVII.

Estant proposée question qui se solve par une fausse position en nombres radicaux: La solver par une fausse position.

Explication du donné & requis. On veult sçavoir quel nombre avec sa moitie fera ✓5. *Construction.* On posera quelque nombre ainsi qu'il aviendra, comme s'il fust le nombre requis, soit 2, le mesme avec sa moitie, qui est 1, faict 3: Or ce n'est pas 3 que nous voulons, mais ✓5, doneques la position de 2 estoit fausse, parquoy pour avoir le vray requis, on dira, 3 vient de 2, d'ou viendra ✓5? faict par le 44 probleme ✓$2\frac{2}{9}$. Je di que ✓$2\frac{2}{9}$, est le nombre requis, qui avec sa moitie fera ✓5. *Demonstration.* La ✓$2\frac{2}{9}$ avec sa moitie ✓$1\frac{1}{9}$ donne somme par le 24 probleme ✓5, ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques proposée question qui se solve par une fausse position en nombres radicaux, nous l'avons solvé par une fausse position; ce qu'il falloit faire.

De deux fausses positions.

Probleme XLVIII.

Estant proposée question qui se solve par deux fausses positions, en nombres radicaux: La solver par deux fausses positions.

Explication du donné & requis. On veult sçavoir quel nombre avec sa moitie fera ✓5. *Construction.* On posera pour premiere position quelque nombre ainsi qu'il avien-

aviendra, comme s'il fuſt le nombre requis, ſoit 2; le meſme avec ſa moitie, qui eſt 1, faict 3. Or ce n'eſt pas 3 que nous voulons, mais $\sqrt{5}$, donc la premiere poſitioo de 2, eſt fauſſe, & pour eſtre $\sqrt{5}$, vient trop, ou plus $\sqrt{9}-\sqrt{5}$, leſquelles on mettera en ceſte ſorte :

2 Plus $\sqrt{9}-\sqrt{5}$.

Puis on poſera pour ſeconde poſition, quelque autre nombre que n'eſt le nombre 2 de la premiere poſition, comme s'il fuſt le nombre requis ; ſoit 4 le meſme avec ſa motie qui eſt 2, faict 6 : Or ce n'eſt pas 6 que nous voulons, mais $\sqrt{5}$, doncques la ſeconde poſition de 4, eſt auſſi fauſſe ; & pour eſtre $\sqrt{5}$, vient trop ou plus $\sqrt{36}-\sqrt{5}$, leſquelles on mettra ſoubs la premiere poſition ; & leur diſpoſition ſera telle:

2 Plus $\sqrt{9}-\sqrt{5}$.
4 Plus $\sqrt{36}-\sqrt{5}$.

Puis il faut multiplier par croix, c'eſt à dire 4 par $\sqrt{9}-\sqrt{5}$, faict $\sqrt{144}-\sqrt{80}$, leſquels on mettra joignant la $\sqrt{9}-5$; Puis on multipliera 2 par $\sqrt{36}-\sqrt{5}$, font $\sqrt{144}+\sqrt{20}$, leſquelles on mettra pres la $\sqrt{36}-\sqrt{5}$, & leur diſpoſition ſera alors telle :

2 Plus $\sqrt{9}-\sqrt{5}$. $\sqrt{144}-\sqrt{80}$.
4 Plus $\sqrt{36}-\sqrt{5}$. $\sqrt{144}-\sqrt{20}$.

Puis il faut conſiderer ſi les deux vocables (comme ſont plus & moins) ſont ſemblables, c'eſt à dire tous deux plus, ou tous deux moins, ou s'ils ſont diſſemblables, comme l'un plus, & l'autre moins, car pour generale reigle, comme nous avons auſſi dict au 17. probleme,

Semblables requierent ſoubſtraction, Et diſſemblables addition.

Or les vocables de c'eſt exemple ſont ſemblables, à ſçavoir tous deux plus, il faut doncques ſoubſtraire le moindre du majeur ; à ſçavoir $\sqrt{144}-\sqrt{80}$, de $\sqrt{144}-\sqrt{20}$, reſte (par le 33 probleme) $\sqrt{20}$; Puis $\sqrt{9}-\sqrt{5}$, de $\sqrt{36}-\sqrt{5}$, reſte $\sqrt{9}$; Puis il faut diviſer $\sqrt{20}$ par $\sqrt{9}$. donne quotient & ſolution $\sqrt{2\frac{2}{9}}$. La diſpoſition des characteres de l'operation achevée eſt telle:

2 Plus $\sqrt{9}-\sqrt{5}$. $\sqrt{144}-\sqrt{80}$.
4 Plus $\sqrt{36}-\sqrt{5}$. $\sqrt{144}-\sqrt{20}$.

$\sqrt{9}$ $\sqrt{20}$. faict $\sqrt{2\frac{2}{9}}$.

Je di que $\sqrt{2\frac{2}{9}}$ eſt le nombre requis, qui avec ſa moitie faict $\sqrt{5}$. *Demonſtration.* La $\sqrt{2\frac{2}{9}}$ avec ſa moitie qui eſt $\sqrt{\frac{5}{9}}$, faict (par le 24 probleme) $\sqrt{5}$; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques propoſee queſtion qui ſe ſolve par deux fauſſes poſitions en nombres radicaux, nous l'avons ſolvée par deux fauſſes poſitions ; ce qu'il falloit faire.

Fin de la ſeconde partie de l'operation.

TROISIESME PARTIE DE L'OPERATION DES NOMBRES ALGEBRAIQVES.

Premiere diſtinction des quatre numerations des nombres algebraiques entiers.

THEOREME.

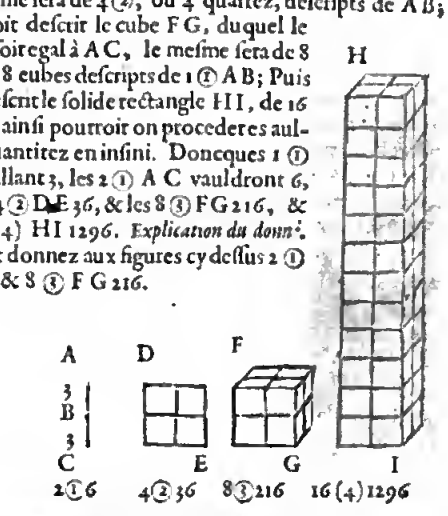
Quantité algebraique multipliée par quantité algebraique, donner produict quantité, de laquelle le nominateur eſt egal, à la ſomme des nominateurs de la quantité à multiplier, & du multiplicateur.

Exemple I.

Explication du donné. Soyent au fondement des nombres geometriques devant la 14 definition, la ſeconde quantité B 4, & la tierce quantité C 8. *Explication du requis.* Il faut demonſtrer que B, multiplié par C, donnent produict quinte quantité, à ſçavoir la ſomme de leurs nominateurs qui ſont 2 & 3, faiſans enſemble 5 nominateur de la quinte quantité. *Demonſtration.* Multiplions 4 de B, par 8 de C, font 32, qui eſt la quinte quantité E.

Exemple II.

Nous avons demonſtré cy deſſus que ſimple quantité, multiplice par ſimple quantité, donne produict certaine ſimple quantité ; Il nous faut demonſtrer le meſme en quantités compoſees. A laquelle fin, ſoit deſcript la ligne A B, qui ſoit 1 ① vallant 3, & B C egale à la A B, ſoit aultre 1 ①, de ſorte que toute la A C ſera 2 ②; Puis ſoit deſcript le quarre D E, duquel le coſté ſoit egal à la A C, le meſme ſera de 4 ②, ou 4 quarrez, deſcripts de A B ; Puis ſoit deſcrit le cube F G, duquel le coſté ſoit egal à A C, le meſme ſera de 8 ③, ou 8 cubes deſcripts de 1 ② A B ; Puis ſoit deſcrit le ſolide rectangle H I, de 16 (4), & ainſi pourroit on proceder es aultres quantitez en infini. Doncques 1 ① A B vallant 3, les 2 ① A C vauldront 6, & les 4 ② D E 36, & les 8 ③ F G 216, & les 16 (4) H I 1296. *Explication du donné.* Soyent donnez aux figures cy deſſus 2 ① A C 6, & 8 ③ F G 216.



Explication du requis. Il faut demonſtrer que AC, multiplié par F G, donnent produict quartes quantitez H I, à ſçavoir la ſomme de leurs nominateurs, qui ſont 1 & 3, faiſans enſemble 4, nominateur de la quatte quantité. *Demonſtration.* Multiplions 6 de A C, par 216 de FG, font 1296, qui eſt la quarte quantité H I. *Concluſion.* Quantite doncques algebraique multipliée par quantité algebraique donne produict quantité, de laquelle le nominateur eſt egal à la ſomme des nominateurs de la quantité à multiplier, & du multiplicateur ; ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA.

On entendra par ce theoreme, que ② multiplié par (4), donne produict ⑥, comme 3②, multipliés par 7 (4), font

(4), font 12 ⑥; Et 2 ①, par 4 ①, faict 8 (4); Et 5 ③, par 2, (qui eſt par 2 ⓪) faite 10 ①, &c.

De la multiplicatioo des nombres algebraiques entiers.

Probleme XLIX.

Estant donné nombre algebraique entier à multiplier, & nombre algebraique entier multiplicateur: Trouver leur produict.

Explication du donné. Soit donné nombre algebraique entier à multipliet tel: 2 ③ — 4 ② + 3 ①; Et multiplicateur 2 (4) + 3 ③. *Explication du requis.* Il faut trouver leur produict. *Conſtruction.* On diſpoſera les donnez en ordre vulgaire comme deſſoubz, diſant, + 3 ① fois + 3 ③, font + 9 (4) (car tel produict eſtre + appert par le theoreme devant le 26 probleme. Auſſi que c'eſt (4), appert par ce precedent theoreme, la ou il eſt demonſtré, que ① multiplié par ③, donne produict ④) & aioſi des autres; Puis ajouſte ce qu'il y a entre les deux lignes; il y aura produict 4 ⑦ — 2 ⑥ — 6 ⑤ + 9 (4); La diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle,

Nombre à multiplier	2 ③ — 4 ② + 3 ①
Multiplicateur	+ 2 ④ + 3 ⑦
	+ 6 ⑥ — 12 ⑤ + 9 ④
	4 ⑦ — 8 ⑥ + 6 ⑤
Produict	4 ⑦ — 2 ⑥ — 6 ⑤ + 9 ④

Je di, que ledict produict, eſt le produict requis. Et de meſme ſorte multipliant ✓ 3 ①, par ✓ 2 ②, faict ✓ 6 ③.

Item multipliant ✓ 3 X ①, par ✓ 2 X ②, faict ✓ 6 X ③.

Item pour multiplier ✓ 3 X ① par ✓ 2 ②, on convertira la prime quantité auſſi en racine, qui eſt ✓ 3 ②, & leur produict ſera ✓ 6 ④.

Item multipliant ✓ *bino.* 3 ③ + 2 ①, par ✓ *bino.* 5 ③ + 4 ①, font ✓ *trino.* 15 (4) + 22 ③ + 8 ②.

Item multipliant ✓ *bino.* ✓ 3 ③ + ✓ 2 ①, par ✓ *bino.* ✓ 5 ③ + ✓ 4 ①, font ✓ *quadrino.* ✓ 15 ⑥ + ✓ 12 ⑤ + 10 ④ + 8 ③.

Demonſtration.

La demonſtration de ce probleme, eſt manifeſte par les demonſtrations des problemes des multiplications precedentes; Ou autrement par la diviſion du ſuyvant probleme. *Concluſion.* Eſtant doneques donné nombre algebraique entier multiplicateur; nous avons trouvé leur produict; ce qu'il falloit faire.

Theoreme.

Quantité algebraique diviſée par quantité algebraique, donner quotient quantité, de laquelle le nominateur eſt egal à la reſte de nominateur du diviſeur ſoubſtraict du nominateur de la quantité à diviſer.

Premier exemple.

Explication du donné. Soyent au fondement des nombres geometriques devant la 14 definition la ſexte quantité F 64, & la ſeconde quantité B 4. *Explication du requis.* Il faut demonſtrer que F, diviſée par B, donne quotient quarte quantité D, qui eſt quantité de laquelle le nominateur eſt egal à la reſte de 2, ſoubſtraict de 6, nominateurs des donnez. *Demonſtration.* Diviſons 64 de F, par 4 de B, donne quotient 16, qui eſt la quarte quantité D.

Second exemple.

Explication du donné. Et pour demonſtrer le meſme en quantitez compoſées; Soyent aux figures devant le 49 probleme 16 (4) HI 1296, & 8 ③ FG 216. *Explication du requis.* Il faut demonſtrer, que HI, diviſé par FG, donnent quotient primes quantitez A C; qui ſont quantitez de laquelle le nominateur eſt egal à la reſte de 3 ſoubſtraict de 4, nominateurs des donnez. *Demonſtration.* Diviſons 1296 de HI, par 216 de FG, donne quotient 6, qui ſont les 2 ① A C. *Concluſion.* Quantité doneques algébraique, diviſée par quantité algebraique, doone quotient quantité, de laquelle &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

Nota. On entendra par ce theoreme, que ⑤ diviſées par ②, donnent quotient ③, comme 6 ⑤, diviſees par 3 ②, donnent quotient 2 ③; Et 8 ③, diviſees par 2, (qui eſt 2 ⓪) donnent quotient 4 ③, &c.

De la diviſion des nombres algebraiques entiers.

Probleme L.

Estant donné nombre algebraique entier à diviſer, & nombre algebraique entier diviſeur: Trouver leur quotient.

Exemple 1.

Explication du donné. Soit dooné nombre algebraique entier à diviſer tel 19 ④ — 14 ③ + 6 ① — 5; Et diviſeur 3 ②. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Conſtruction.* On diſpoſera les nombres donnez comme cy deſſoubs, diſant, combien de fois 3 ② en 9 ④? faict + 3 ② (+ par le theoreme devant le 27 probleme, & ② par le theoreme devant ce 50 probleme) leſquels 3 ② on mettra au vulgaire lieu du quotient; & alors leur diſpoſition ſera telle:

$$\begin{array}{l} 9\,(4) - 14\,③ + 6\,① - 5\ (3\,② \\ 3\,② \end{array}$$

Puis on mettra autrefois le diviſeur 3 ②, ſoubz — 14 ③, & on dira; combien de fois + 3 ② en — 14 ③? faict $-4\frac{2}{3}$ ①; Puis mettant autrefois le diviſeur ſoubs + 6 ①, on dira, combien de fois + 3 ② en + 6 ①? faict $+\frac{6\,(1)}{3\,(1)}$; (ce que devient touſiours telle fraction algebraique, quand le nominateur du diviſeur eſt majeur que le nombre à diviſer.) Puis on mettra autrefois le diviſeur ſoubz — 5, diſant; combien de fois 3 ② en — 5? faict $-\frac{1}{3\,(1)}$. Et la diſpoſition des characteres de l'operation achevee ſera telle:

$$\begin{array}{llll} 9\,(4) - 14\,② + 6\,① - 5\ (3\,② - 4\tfrac{2}{3}\,① + \tfrac{6\,(1)}{3\,(1)} - \tfrac{1}{3\,(1)} \\ 3\,② \qquad 3\,② \qquad 3\,② \qquad 3\,② \end{array}$$

Ie di que 3 ② — $4\frac{2}{3}$ ① + $\frac{6\,(1)}{3\,(1)} - \frac{1}{3\,(1)}$ eſt le quotient requis.

L'on pourroit auſſi pour ſolution mettre le nombre à diviſer ſur une ligne, & le diviſeur deſſoubs, & le quotient requis ſeroit fraction telle:

$$\frac{9\,(4) - 14\,③ + 6\,① - 5}{3\,②}$$

Exemple 11.

Explication du donné. Soit donné nombre algebraique entier à diviſer 4 ⑦ — 2 ⑥ — 6 ⑤ + 9 (4). Et diviſeur 2 (4) + 3 ③. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Conſtruction.* La conſtruction ſera par la conſtruction du precedent premier exemple aſſez notoire, parquoy nous mettrons ſeulement la diſpoſition des characteres de l'opetation achevée telle:

$$\begin{array}{l} \qquad 8\,⑥ \quad 6\,⑤ \\ 4\,⑦ - 2\,⑥ - 6\,⑤ + 9\,④\,(2\,③ - 4\,② + 3\,① \\ 2\,④ + 3\,③ + 3\,③ + 3\,③ \\ \qquad 2\,④ + 2\,④ \end{array}$$

Ie di,

Je di, que 2 ③ — 4 ② + 3 ①, eſt le quotient requis.

Exemple III.

Explication du donné. Soit donné nombre algebraique entier à diviſer 32③ + 4, & diviſeur 4 ① + 2. *Explication du requis.* Il faut trouveur leur quotient. *Conſtruction.* On diſpoſera les donnez en ceſte ſorte:

32③ + 4
4① + 2

Puis on dira, combien de fois 4 ① en 32③? faict 8 ② fois, les mettant au lieu du quotient; puis on multipliera le 2 par 8 ②, font 16 ②, qui ſoubſtraictes de ce qu'il y a deſſus, reſtera — 16 ② + 4; & leur diſpoſition ſera alors telle:

— 16 ②
32③ + 4 (8②
4① + 2

Puis on mettra autrefois le diviſeur; diſant, combien de fois 4 ① en — 16 ②? faict — 4 ① fois, les mettant au lieu du quotient; puis on multipliera le 2 par — 4 ①, faict — 8 ①, qui ſoubſtraict de ce qu'il y a deſſus, reſtera 8 ① + 4; & leur diſpoſition ſera alors telle:

Puis on mettra autrefois le diviſeur, diſant, combien de fois 4 ① en 8 ①? faict 2 fois, le mettant au lieu du quotient; puis on multipliera le 2 du diviſeur, par 2 du quotient, font 4, qui ſoubſtraict de ce qu'il y a deſſus, ne reſteta tien; & leur diſpoſition achevée ſera alors telle:

8①
— 2 ②
32③ + 4 (8② — 4① + 2
4① + 2
4① + 2
4① + 2

Je di, que 8 ② — 4 ① + 2, eſt le quotient requis. Et de meſme ſorte, eſtant à diviſer 6③ + 12, par 2 ① + 2, on trouvera (ſuivant le precedent exemple) pour quotient, $3② - 3① + 3 + \frac{6}{2①+2}$.

Item diviſant ✓ 6 ③ par ✓ 3 ①, donne quotient ✓ 2 ③.

Item diviſant ✓ 6 ✕ ③ par ✓ 3 ✕ ①, donne quotient ✓ 2 ✕ ③.

Item pour diviſer ✓ 6 ④ par ✓ 3 ✕ ①, on convertira la prime quantité auſſi en racine, qui eſt ✓ 3 ②, & leur quotient ſera ✓ 2 ②.

Item, diviſant ✓ *trino.* 15④ + 22③ + 8 ②, par ✓ *bino.* 3② + 2①, donne quotient ✓ *bino.* 5② + 4①.

Item, diviſant ✓ *quadrino.* ✓ 15 (4) + ✓ 12③ + ✓ 10③ + ✓ 8②, par ✓ *bino.* ✓ 3② + ✓ 2①, donne quotient ✓ *bino.* ✓ 5② + ✓ 4①.

La demonſtration des ſuſdicts exemples, eſt manifeſte par les demonſtrations des problemes des diviſions precedentes. Ou autrement par la multiplication du precedente probleme. *Concluſion.* Eſtant doncques donné nombre algebraique entier à diviſer, & nombre algebraique entier diviſeur, nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

De l'addition des nombres algebraiques entiers.

Probleme LI.

Eſtant donnez nombres algebraiques entiers à ajouſter: Trouver leur ſomme.

Explication du donné. Soyent donnez nombres algebraiques à ajouſter tels: 3⑤ — 4 (4) — 2③ + 5② + 7① + 8. Et 2⑤ — 3 (4) + 6③ — 5① — 5. *Explication du requis.* Il faut trouver leur ſomme. *Conſtruction.* On ajouſtera les nombres de multitude, obſervant les reigles de + & —, contenues au theoreme devant le 28. probleme. Or doncques ajouſtez 3⑤ à 2⑤, font 5⑤; & ainſi des aultres; La diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle.

Nombres à ajouſt. { 3⑤ — 4 (4) — 2③ + 5② + 7① + 8
{ 2⑤ — 3 (4) + 6③ — 5① — 5

Somme 5⑤ — 7 (4) + 4③ + 5② + 2① + 3

Je di que ladicte ſomme eſt la ſomme requiſe.

Item pour ajouſter ✓ 2① à ✓ 8①, on ajouſtera ✓ 2 & ✓ 8, font par le 24 probleme ✓ 18; doncques ✓ 18① eſt la ſomme requiſe. Et de meſme ſorte dirons, que ✓ 2 ✕ ① ajouſtée à ✓ 8 ✕ ①, faict ✓ 18 ✕ ①.

Item pour ajouſter racines de multinomies algebraiques commenſurables, comme ✓ *bino.* 3② + 2① à ✓ *bino.* 27② + 18①, on ſe ſouviendra de la note à la fin du 25 probleme; à ſçavoir que quotient des donnez, plus un, multiplié par diviſeur, donne ſomme des donnez; Diviſant doncques ✓ *bino.* 27② + 18①, par ✓ *bino.* 3② + 2①, donne quotient (par le 50 probleme) 3, auquel par reigle ajouſté 1, faict 4, par le meſme multiplié le diviſeur ✓ *bino.* 3② + 2①, donne ſomme requiſe ✓ *bino.* 48② + 32①.

Et par meſme maniere s'entendra que ✓ *bino.* ✓ 48 ✕ ① + ✓ 32 ✕ ① ajouſtée à ✓ *bino.* ✓ 3 ✕ ② + ✓ 2 ✕ ① faict ✓ *bino.* ✓ 243 ✕ ② + ✓ 162 ✕ ①.

L'utilité de ces additions, & de ſemblables ſoubſtractions au probleme ſuivant, eſt, que par icelles nous pouvons reduire (comme apparoiſtra es reductions) deux egales quantitez algebraiques, ainſi que nous en pourrons trouver le valeur de 1①, qui autrement nous ſeroit impoſſible.

Item comme l'on ajouſte les nombres incommenſurables par + & —, ainſi on ajouſtera diverſes eſpeces de quantitez par + & —, comme 2① & 3③, font 2① + 3③.

Item 2① & — 3③, font 2① — 3③, &c.

La demonſtration des ſuſdicts exemples eſt manifeſte, par les demonſtrations des problemes des additions precedentes. Ou autrement par la ſoubſtraction du probleme ſuivant. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez nombres algebraiques entiers à ajouſter, nous avons trouvé leur ſomme; ce qu'il falloit faire.

De la ſoubſtraction des nombres algebraiques entiers.

Probleme LII.

Eſtant donné nombre algebraique entier duquel on ſoubſtraict, & nombre algebraique entier à ſoubſtraire: Trouver leur reſte.

Explication du donné. Soit donné nombre algebraique duquel on ſoubſtraict rel: 4⑧ — 6⑦ + 7⑥ — 6⑤ + 3 (4) — 4③ + 8② + 6① — 7, & nombre à ſoubſtraire tel: 4⑧ — 6⑦ + 4⑥ — 5⑤ + 5 (4) — 7③ — 5② — 8① + 2. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reſte. *Conſtruction.* On ſoubſtraira les donnez, obſervant les reigles de + & — contenues au theoreme devant le 29 probleme. Or doncques ſoubſtraict 4⑧ de 4⑧, ne reſte rien; Et — 6⑦ de — 6⑦, ne reſte rien; & + 4⑥ de + 7⑥, reſte + 3⑥, & ainſi des autres; La diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle:

4⑧ — 6⑦ + 7⑥ — 6⑤ + 3 (4) — 4③ + 8② + 6① — 7
4⑧ — 6⑦ + 4⑥ — 5⑤ + 5 (4) — 7③ — 5② — 8① + 2

Reſte 3⑥ — 1⑤ — 2 (4) + 3③ + 13② — 14① — 9

Je di, que ladicte reſte eſt la reſte requiſe.

Item pour ſoubſtraire ✓ 2① de ✓ 8①, on ſoubſtrair

ſtraira ✓ 2 de ✓ 8, reſte par le 25 probleme ✓ 2, doncques ✓ 2 ①, eſt la reſte requiſe.

Et de meſme ſorte nous dirons, que 2 ✕ ①, ſoubſtraict de ✓ 8 ✕ ①, donne reſte ✓ 2 ✕ ①.

Item pour ſoubſtraire par racines de multinomies algebraiques entre eux commenſurables, comme eſtant ✓ *bino.* 3 ② + 2 ① à ſoubſtraire de ✓ *bino.* 27 ② + 18 ①, on ſe ſouviendra de la note du 25 probleme, à ſçavoir que quotient des donnez moins un, multiplié par diviſeur, donne reſte des donnez; diviſant doncques ✓ *bino.* 27 ② + 18 ① par ✓ *bino.* 3 ② + 2 ①, donne quotient (par le 50 probleme) 3; duquel ſoubſtraict, par reigle, 1, reſte 2; par le meſme multiplié le diviſeur ✓ *bino.* 3 ② + 2 ①, donne reſte requiſe ✓ *bino.* 12 ② + 8 ①.

Et par meſme moyen s'entendra, que ✓ *bino.* ✓ 3 ✕ ② + ✓ 2 ✕ ①, ſoubſtraict de ✓ *bino.* ✓ 48 ✕ ② + 32 ✕ ①, reſte ✓ *bino.* ✓ 3 ✕ ② + ✓ 2 ✕ ①.

Item comme on ſoubſtraict les racines incommenſurables par + & —, ainſi on ſoubſtraira diverſes eſpeces de quantitez par + & —; comme 2 ①, ſoubſtraictes de 3 ②, reſte 3 ② — 2 ①. Item — 2 ①, ſoubſtraictes de 3 ②, reſte 3 ② + 2 ①, &c.

La demonſtration des ſuſdicts exemples, eſt manifeſte par les demonſtrations des problemes des ſoubſtractions precedentes; ou autrement; par l'addition du 51 probleme. *Concluſion.* Eſtant doncques donné nombre algebraique entier duquel on ſoubſtraict, & nombre algebraique entier à ſoubſtraire, nous avons trouvé leur reſte, ce qu'il falloit faire.

Seconde diſtinction des quatre numerations des nombres algebraiques rompuz, & d'autres computations à icelles apartenantes.

PROBLEME LIII.

Estant donnez deux multinomies algebraiques: Trouver leur plus grande commune meſure.

NOTA. Petrus Nonius au commencement de la troiſieſme partie de ſon Algebre, eſtimoit qu'alors ce probleme n'eſtoit par generale reigle inventé; parquoy il en deſcrivoit quelque maniere à raſtons. Nous deſcritons ſa legitime conſtruction, qui ſera ſemblable à l'operation de l'invention de la plus grande commune meſure des nombres Arithmetiques entiers du 5 probleme: à ſçavoir on diviſera premierement le maieur par le moindre, & puis le diviſeur autresfois par la reſte, juſques à ce qu'il n'y reſte rien, &c. comme le tout ſera plus clair par exemple.

Explication du donné. Soyent donnez deux multinomies algebraiques tels: l'un 1 ③ + 1 ②, l'autre 1 ② + 7 ① + 6. *Explication du donné.* Il faut trouver leur plus grande commune meſure. *Conſtruction.* On diviſera le multinomie auquel eſt la ſuperieure quantité, comme eſt icy le premier donné 1 ③ + 1 ②, par l'autre (du quotient, qui eſt 1 ①, comme audict 5 probleme, ne prenons icy cure) en ceſte ſorte:

— 6 ② — 6 ①
1 ③ + 1 ②. ∅ (1 ①
1 ② + 7 ① + 6

Et reſtera — 6 ② — 6 ①, par les meſmes on diviſera autre fois le precedent diviſeur, en ceſte ſorte:

6 ①
1 ② + 7 ① + 6 (1/6
6 ② — 6 ①

Et reſtera 6 ① + 6; par les meſmes ſe diviſera autre fois le precedent diviſeur, en ceſte ſorte:

— 6 ② — 6 ① (— 1 ①
6 ① + 6

Et n'y reſte rien; parquoy je di, que 6 ① + 6, eſt la plus grande commune meſure requiſe.

Demonſtration. Si l'on meſure, combien de fois il y a 6 ① + 6 en 1 ③ + 1 ②, (c'eſt à dire, ſi on diviſe 1 ③ + 1 ② par 6 ① + 6) ſe trouve (par le 50 probleme) 1/6 ② fois: Semblablement, combien de fois les meſmes 6 ① + 6 ſont en 1 ② + 7 ① + 6, ſe trouve 1/6 ① + 1 fois: Mais que c'eſt auſſi la plus grande commune meſure, eſt manifeſte, par ce que 1/6 ② & 1/6 ① + 1, ſont quantitez (par la 21 definition) entre elles premieres; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez deux multinomies algebraiques, nous avons trouvé leur plus grande commune meſure; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME LIV.

Estant donné nombre algebraique rompu: Trouver ſon premier rompu.

Explication du donné. Soit donné rompu algebraique tel $\frac{1\,②+1\,①}{1\,②+7\,①+6}$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſon premier rompu. *Conſtruction.* On trouvera la plus grande commune meſure, de 1 ③ + 1 ②, & 1 ② + 7 ① + 6, qui par le 53 probleme ſera 6 ① + 6: par les meſmes ſe diviſera 1 ③ + 1 ②, donne quotient (par le 50 probleme) 1/6 ②, lequel on mettra ſur une ligne; Puis on diviſera les 1 ② + 7 ① + 6, par lesdicts 6 ① + 6, donne quotient 1/6 ① + 1, leſquels on mettra ſoubz ladicte ligne en ceſte ſorte:

1/6 ②
1/6 ① + 1
* 1/6 ②
1/6 ① + 1

Ie di que le meſme eſt le premier rompu requis. *Demonſtration.* Eſtant numerateur & nominateur de * nombres entre eux premiers, par la 21 definition, ils ſeront le premier rompu du rompu $\frac{1\,①+1\,①}{1\,②+7\,①+6}$, par la 23 defin. ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donné nombre algebraique rompu, nous avons trouvé ſon premier rompu; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME LV.

Estant donné nombre algebraique d'entier & rompu: Trouver un rompu qui leur ſoit egal.

Explication du donné. Soit donné nombre algebraique d'entier & rompu tel $2\,③ + \frac{3\,②}{5\,①}$.

Explication du requis. Il faut trouver un rompu qui leur ſoit egal. *Conſtruction.* Ceſte conſtruction eſt ſemblable à celle du 7 probleme; On dira doncques, 5 (4) fois 2 ③, font 10 ⑦, auſquels ajouſtez les 3 ②, font 10 ⑦ + 3 ②, leſquels on mettra ſur une ligne, & les 5 (4) ſoubz la ligne, en ceſte ſorte $\frac{2\,①+3\,②}{5\,①}$. Ie di que le meſme eſt le rompu requis, egal à l'entier & rompu donné. *Demonſtration.* La demonſtration eſt par diviſion manifeſte; Car diviſant 10 ⑦ + 3 ②, par 5 (4), donne quotient $2\,③ + \frac{3\,①}{5\,①}$, comme deſſus, ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donné nombre algebraique d'entier & rompu, nous avons trouvé un rompu qui leur eſt egal; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME LVI.

Estant donnez nombres algebraiques rompuz, ayans inegaux nominateurs; Les reduire en rompuz ayans commun denominateur.

Explication du donné. Soyent les rompuz donnez ayans inegaux nominateurs tels $\frac{2\,①}{3\,①}$ & $\frac{4\,①}{1\,①}$. *Explication du requis.* Il les faut reduire en rompuz ayans un commun nominateur: c'eſt à dire, qu'il faut trouver deux autres rompuz egaux aux donnez, & ayans egaux nominateurs. *Conſtruction.* Ceſte conſtruction eſt ſemblable à celle du 9 probleme. On diſpoſera doncques les

donnez

donnez comme ci deſſoubs; Puis on dira, 3 ② fois 4 ④, font 12 ⑥, les mettant ſur les $\frac{4\,(1)}{3\,(1)}$. Puis 5 ③ fois 2 ① font 10 ④, les mettant ſur les $\frac{4\,(1)}{5\,(1)}$; Puis on multipliera 3 ②, par 5 ③, font 15 ⑤, leſquels on mettra deſſoubs. Et la diſpoſition des characteres de l'operation ſera telle:

$$\frac{10\,④}{2\,①\ 3\,②} \times \frac{12\,⑥}{4\,④\ 5\,③} \qquad 15\,⑤$$

Je di que $\frac{10\,(4)}{2\,(1)\ 3\,(2)}$ & $\frac{12\,(6)}{4\,(4)\ 5\,(3)}$ ſont les rompus requis. *Demonſtration.* Les rompuz avoir 15 ⑤ pour commun nominateur, eſt manifeſte. Et les $\frac{10\,(4)}{15\,(5)}$ eſtre egales à $\frac{2\,(1)}{3\,(2)}$, apert en cela, que $\frac{2\,(1)}{3\,(2)}$ eſt premier rompu des $\frac{10\,(4)}{15\,(5)}$, auſſi ſont les meſmes $\frac{8\,⑧}{12\,⑫}$ premier rompu de $\frac{4\,⑥}{5\,⑩}$ par le 54 probleme. Et ſemblablement ſe demonſtrera que $\frac{12\,⑥}{20\,⑩}$ ſont egales à les $\frac{4\,(6)}{5\,(10)}$; ce qu'il falloit demonſtrer.

Corollaire.

Il eſt manifeſte par ce probleme, comment la raiſon donnée en nombres rompuz ſe convertira en nombres entiers, car les rompuz donnez ſont en telle raiſon comme 10 ④ à 12 ⑥.

Concluſion. Eſtant doneques donnez nombres algebraiques rompuz ayans inegaux nominateurs, nous les avons reduict en rompus ayans commun nominateur; ce qu'il falloit faire.

De la multiplication des nombres algebraiques rompuz.

Probleme LVII.

Eſtant donné nombre algebraique rompu à multiplier, & multiplicateur: Trouver leur produict.

Explication du donné. Soit donné le rompu à multiplier $\frac{3\,①}{2\,③}$, & multiplicateur $\frac{5\,②}{3\,①}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur produict. *Conſtruction.* Ceſte conſtruction eſt ſemblable à celle du 12 probleme. On multipliera doneques 3 ①, par 5 ②, font 15 ③; Puis 2 ③, par 3 ①, font 6 ④. Et la diſpoſition des characteres de l'operation ſera telle:

$$\frac{3\,①}{2\,③} \cdot \frac{5\,②}{3\,①} \cdot \frac{15\,③}{6\,④}$$

Je di que $\frac{15\,(3)}{6\,(4)}$ eſt le produict requis; dont la demonſtration ſera ſemblable aux precedentes demonſtrations des multiplications, ou bien par la diviſion ſuivante.

Nota. Et ſemblable ſera auſſi l'operation en multinomies rompuz; car il fauldroit alors multiplier les multinomies l'un par l'autre, comme nous avons faict icy par les ſimples noms, deſquels (à cauſe de brieveté & auſſi que la choſe eſt notoire) ne donnerons aucuns exemples. Et ceſte note ſervira auſſi pour ſemblable avertiſſement aux trois problemes ſuivans. *Concluſion.* Eſtant doneqnes donné nombre algebraique rompu à multiplier, & multiplicateur; Nous avons trouvé leur produict; ce qu'il falloit faire.

De la diviſion des nombres algebraiques rompuz.

Probleme LVIII.

Eſtant donné nombre algebraique rompu à diviſer, & diviſeur: Trouver leur quotient.

Explication du donné. Soit donné le nombre à diviſer $\frac{3\,(1)}{5\,(2)}$, & diviſeur $\frac{3\,(1)}{4\,(2)}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Conſtruction.* Ceſte conſtruction eſt ſemblable à celle du 13 probleme. On multipliera doneques par croix, à ſçavoir 6 (4), par 2 ①, font 12 ⑤; Puis 2 ②, par 5 ②, font 10 (4). Et la diſpoſition des characteres de l'operation ſera telle:

$$\frac{2\,③}{6\,④} \times \frac{2\,①}{5\,②} \cdot \frac{12\,⑤}{10\,④}$$

Je di que $\frac{12\,(5)}{10\,(4)}$ eſt le quotient requis; Dont la demonſtration ſera ſemblable à celles des precedentes diviſions, ou bien par la multiplication precedente. *Concluſion.* Eſtant doneques donné nombre algebraique rompu à diviſer, & diviſeur; nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

De l'addition des nombres algebraiques rompus.

Probleme LIX.

Eſtant donnez nombres algebraiques rompuz à ajouſter: Trouver leur ſomme.

Explication du donné. Soyent donnez nombres algebraiques rompuz à ajouſter tels, $\frac{2\,(1)}{4\,(4)}$ & $\frac{3\,(1)}{5\,(5)}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur ſomme. *Conſtruction.* Ceſte conſtruction ſera ſemblable à celle du 10 probleme. On multipliera doneques 4 ④ par 2 ①, font 8 ⑤, Puis a ①, par 5 ⑤, font 10 ⑤; Puis ajouſtant 10 ⑧, & 8 ⑤, font 10 ⑤ + 8 ⑤; Puis on dira, 4 ④ fois 5 ⑤, font 20 ⑨. Et la diſpoſition des characteres de l'operation ſera telle:

$$\frac{2\,③}{4\,④} \times \frac{2\,①}{5\,⑤} \cdot \frac{8\,⑤}{10\,⑧} \qquad \frac{10\,⑧ + 8\,⑤}{20\,⑨}$$

Je di que $\frac{10\,(8) + 8\,(5)}{20\,(9)}$ eſt la ſomme requiſe; Dont la demonſtration ſera ſemblable aux demonſtrations des additions precedentes. *Concluſion.* Eſtant doneques donnez nombres algebraiques rompuz à ajouſter, nous avons trouvé leur ſomme; ce qu'il falloit faire.

De la ſoubſtractioo des oombres algebraiques rompuz.

Probleme LX.

Eſtant donné nombre algebraique duquel on ſoubſtraict, & à ſoubſtraire: Trouver leur reſte.

Explication du donné. Soit donné nombre duquel on ſoubſtraict $\frac{9\,(1)}{3\,(1)}$, & nombre à ſoubſtraire $\frac{4\,⑥}{2\,③}$.

Explication du requis. Il faut trouver leur reſte. *Conſtruction.* Ceſte conſtruction ſera ſemblable à celle de 11 probleme. On multipliera doneques 2 ②, par 9 ③, faict 18 ⑤; Puis 4 ①, par 3 (4), faict 12 ③; Puis ſoubſtrayant 12 ⑤, de 18 ⑤, reſte 6 ⑤; Puis on mulpliera 2 ②, par 3 (4), faict 6 ⑥. Et la diſpoſition des characteres de l'operation ſera telle:

$$\frac{4\,①}{2\,②} \times \frac{9\,③}{3\,④} \cdot \frac{18\,⑤}{12\,⑤} \qquad \frac{6\,⑤}{6\,⑥}$$

Je di que $\frac{6\,(5)}{6\,(6)}$ eſt la reſte requiſe; dont la demonſtration ſera ſemblable aux demonſtrations des ſoubſtractions precedentes. *Concluſion.* Eſtant doneques donné nombre algebraique duquel on ſoubſtraict, & à ſoubſtraire, nous avons trouvé leur reſte; ce qu'il falloit faire.

Troiſieſme diſtinction, des extractions de racines de nombres algebraiques.

Probleme LXI.

Eſtant donné nombre algebraique: Trouver ſa racine requiſe.

DE L'ORIGINE DE L'EXTRACTION DES RACINES DES NOMBRES ALGEBRAIQVES.

L'origine de l'extraction des nombres algebraiques ſe collige par ſumption de leurs potenees, deſquelles nous dirons diſtinctement de chaſcun en particulier.

Au

Au premier pour demonſtrer l'origine de l'extraction de racine quarrée, qui ſoit ſimple nom, nous multiplierons quelque ſimple nom en ſoy, comme 3 ①; ſon quarré ſera 9 ②; doncques 3 ①, ſont racine quarrée deſdictes 9 ②; Mais il appert que 9 eſt le quarré de 3, & que le denominateur ② eſt double au denominateur ①, dont par le revers ſe collige reigle telle:

Reigle I.

Pour extraire racine quarrée qui ſoit ſimple nom, il faut prendre la racine quarrée du nombre de multitude, luy applicant quantité, de laquelle le denominateur ſoit la moitié du denominateur donné.

Quant aux origines des extractions des racines quarrees des multinomies, il faut premierement ſoigner, que les ſuperieures quantitez, tant donnees, que requiſes, ſoyent touſiours miſes devant, comme nous obſervons le meſme par tout en noſtre Arithmetique. Il faut auſſi noter, que 2 ④ eſt plus haute quantité que √ 4 ⑦; car le quarré de celle la, eſt 4 ⑧, & de ceſte cy ſeulement 4 ⑦, & ainſi des autres ſemblables.

Or pour declarer l'origine de l'extraction de racine quarrée qui ſera binomie, nous multiplierons quelque binomie en ſoy; comme 2 ② + 3 ①, ſon quarré ſera trinomie tel: 4 ④ + 12 ③ + 9 ②; Doncques 2 ② + 3 ①, ſont racine quarrée dudict trinomie: mais il appert, que 4 ④ ſont le quarré des 2 ②, & que 9 ② ſont le quarré des 3 ①; dont par le revers ſe collige reigle telle:

Reigle II.

Pour extraire racine quarrée qui ſoit binomie, on prendra les racines quarrees des extremes.

Et pour l'origine de l'extraction de racine quarrée, qui ſera trinomie, nous multiplierons quelque trinomie en ſoy, comme 2 ② + 3 ① + 4, ſon quarré ſera quinomie tel: 4 ④ + 12 ③ + 25 ② + 24 ① + 16; Doncques 2 ② + 3 ① + 4, ſont racine quarrée dudict quinomie; Mais il appert, que 4 ④ ſont le quarré des 2 ②, & que les 12 ③ ſont le double du produict de 2 ② par 3 ①, & que 16 ſont le quarré de 4; Dont par le revers ſe collige reigle telle:

Reigle III.

Pour extraire racine quarrée qui ſoit trinomie, on prendra les racines quarrees des extremes; puis la moitié du quotient de la diviſion du ſecond nom donné, par la racine quarrée du premier nom donné.

Et pour l'origine de l'extraction de racine quarrée qui ſera quadrinomie, nous multiplierons quelque quadrinomie en ſoi, comme 2 ③ + 3 ② + 4 ① + 5, ſon quarré ſera ſeptinomie tel 4 ⑥ + 12 ⑤ + 25 ④ + 44 ③ + 46 ② + 40 ① + 25; Doncques 2 ③ + 3 ② + 4 ① + 5, ſont racine quarrée dudict ſeptinomie; Mais il appert que les 4 ⑥ ſont le quarré des 2 ③, & que les 12 ⑤, ſont le double du produict de 2 ③, par 3 ②, & que 40 ①, ſont le double du produict de 4 ①, par 5, & que 25 ſont le quarré de 5; dont par le revers ſe collige reigle telle:

Reigle IV.

Pour extraire racine quarrée qui ſoit quadrinomie, on extraira les racines quarrees des extremes; puis on prendra la moitié du quotient de la diviſion du ſecond nom donné, par la racine quarrée du premier nom donné; puis la moitié du quotient de la diviſion du penultieſme nom donné, par la racine quarrée du dernier nom donné.

Et pour l'origine de l'extraction de racine quarrée, qui ſera quinomie, on multipliera quelque quinomie en ſoy, comme deſſus, & ſe trouvera alors reigle telle:

Reigle V.

Pour extraire racine quarrée qui ſoit quinomie, alors le premier, ſecond, quatrieſme, & cinquieſme nom de la racine requiſe, ſe trouvent comme le quadrinomie de la quatrieſme reigle; mais le troiſieſme nom de la racine requiſe, ſe trouvera en ſoubſtrayant de l'antepenultieſme nom donné, le quarré du quatrieſme de la racine requiſe, & diviſant la moitié du reſte par la racine du dernier nom donné.

Car le quotient ſera le troiſieſme nom du quinomie de la racine requiſe. La raiſon eſt, que l'antepenultieſme nom donné, ſe compoſe du double du produict, du troiſieſme nom de la racine requiſe, par le dernier nom de la racine requiſe, avec le quarré du quatrieſme nom de la racine requiſe. Et ſemblablement pourroit on proceder en infini pour reigles des extractions des racines quarrées quelconques. Nous viendrons donc aux racines cubiques.

Et premierement pour l'origine de l'extraction de racine cubique qui ſoit ſimple nom, nous prendrons la potence cubique de quelque ſimple nom, comme de 3 ②, ſon cube eſt 27 ⑥. Doncques 3 ②, ſont racine cubique des 27 ⑥; Mais il appert que 27 ſont le cube de 3, & que le denominateur ⑥ eſt triple au denominateur ②; Dont par le revers ſe collige reigle telle:

Reigle VI.

Pour extraire racine cubique qui ſoit ſimple nom, il faut prendre la racine cubique du nombre de multitude, luy applicant quantité, de laquelle le denominateur ſoit le tiers du denominateur de la quantité donnée.

Et pour l'origine de l'extraction de racine cubique qui ſera binomie, nous prendrons la potence cubique de quelque binomie, comme de 5 ① + 2, ſon cube ſera quadrinomie tel, 125 ③ + 150 ② + 60 ① + 8; Doncques 5 ① + 2, ſont racine cubique dudict quadrinomie: Mais il appert que 125 ③, ſont le cube des 5 ①, & que 8 ſont le cube de 2; Dont par le revers ſe collige reigle telle:

Reigle VII.

Pour extraire racine cubique qui ſoit binomie, on prendra les racines cubiques des extremes.

Et pour l'origine de l'extraction de racine cubique qui ſera trinomie, nous prendrons la potence cubique de quelque trinomie, comme de 3 ② + 2 ① + 4, ſon cube 27 ⑥ + 54 ⑤ + 144 ④ + 152 ③ + 192 ② + 96 ① + 64; Doncques 3 ② + 2 ① + 4 eſt racine cubique dudict ſeptinomie; Mais il appert, que 27 ⑥, ſont le cube de 3 ②, & que 54 ⑤, ſont le triple du produict, du quarré des 3 ②, par les 2 ①, & que 64 ſont le cube de 4; Dont par le revers ſe collige reigle telle:

Reigle VIII.

Pour extraire racine cubique qui ſoit trinomie, on prendra les racines cubiques des extremes, puis le quotient de la diviſion du tiers du ſecond nom donné, par le quarré de la racine cubique du premier nom donné.

Il eſt vray que l'on pourroit faire des autres reigles que ceſte cy, mais elle eſt la plus briefve que pour l'heure je voyois, & la colligeai des deux quantitez, deſquels ſe eſpoſe le ſecond nom donné, à ſçavoir touſiours en double raiſon, ce que je vi proceder de theoreme tel:

Le double du produict du premier & ſecond nombre, multiplié par le premier, eſt double au quarré du premier, multiplié par le ſecond.

Et pour l'origine de l'extraction de racine cubique, qui ſera quadrinomie, nous prendrons la potence cubique de quelque quadrinomie, & ſe trouvera alors reigle telle:

Reigle IX.

Pour extraire racine cubique qui ſoit quadrinomie, alors le premier, ſecond, & dernier nom de la racine requiſe, ſe trouveront comme le trinomie de la huictieſme reigle; mais le troiſieſme nom de la racine, ſe trouvera tout ainſi par les deux derniers noms donnez, comme le ſecond nom de la racine ſe trouva par les deux premiers noms donnez.

Et ainſi l'on pourroit proceder en infini pour la deſcription de ces reigles, mais eſtant ainſi les origines aſſes manifeſtes, nous viendrons aux exemples de noſtre probleme.

Exemple 1. de ſimple nom.

Explication du donné. Soit donné nombre algebraique ſimple 9 ②. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarree. *Conſtruction.* Si le ſimple nom donné, tient racine comme nous cherchons, elle ſera ſeulement ſimple nom, il nous faut doneques par la precedente 1 reigle, extraire racine quarrée qui ſoit ſimple nom, ainſi: On prendra la racine quarrée du 9, qui eſt 3, & la moitie du denominateur ②, qui eſt ①, lequel applique à 3, font 3 ①, leſquelles je di eſtre la racine requiſe.

Item de 8 (4) la racine quarrée ſera ✓ 8 ✕ ②, &c.

Mais parce que toute quantité multipliee en ſoy, donne produit une quantité, de laquelle le nominateur eſt nombre pet, s'enſuit, que denominateur imper, comme ① ou ①, ou ⑤, &c. n'aura autre ſolution, ſinon diſant que c'eſt racine d'autant: par exemple, racine quarrée de 9 ①, eſt ✓ 9 ①.

Multinomie ayant extreme quantité —, ne ſe ſolve que par racine quarrée d'autãt. Item de binomie ne s'extraict autrement racine quarrée, ſinon en diſant que c'eſt racine d'autant; la raiſon eſt, qu'il n'y a aucunes quantitez, qui multipliées en eux, peuvent produire binomie, nous commencerons doneques au trinomie.

Exemple 11. de trinomie.

Explication du donné. Soit donné trinomie algebraique 4 (4) + 12 ③ + 9 ②. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée. *Conſtruction.* Si le trinomie donne tient racine comme nous cherchons, elle ſera ſeulement binomie: il fault doneques par la precedente 2 reigle, extraire racine quarrée, qui ſoit binomie, ainſi: On prendra des extremes quantitez données, les racines quarrées, qui ſont 2 ② & 3 ①; Puis on verra ſi le quarté de 2 ② + 3 ①, eſt egal au trinomie donné; & ſe trouve qu'ouy; nous dirons doneques, que 2 ② + 3 ①, eſt la racine requiſe; Mais quand ledict quarté eſt inegal au trinomie donné, alors ſe ſolvera par racine d'autant.

Item de 2 ② + 12 ① + 18, la racine ſera ✓ 2 ✕ 1 + ✓ 18; car les multipliant en eux, donnent produict le trinomie donné.

Nota.

L'on peut auſſi autrement que par la multiplication en eux, cognoiſtre ſi la ſomme des racines des extremes, eſt la racine requiſe, à ſçavoir par le produict des extremes noms donnez: car eſtant tel produict egal au quarré de la moitie du moyen nom donné, alors le ſeront. Comme le produict des ſuſdictes 2 ②, par 18, faict 36 ②, auſſi faict 36 ②, le quarré de la moitie des 12 ① (dont la raiſon appatoiſt en multipliant un binomie algebraique en ſoy.) Doneques je concluz que la ſomme des racines des extremes, eſt le requis. Item de 4 (4) — 12 ③ + 9 ② la racine quarrée ſera autant 2 ② — 3 ① comme — 2 ② + 3 ①.

Exemple 111. de quadrinomie.

Explication du donné. Soit donne quadrinomie algebraique 64 (4) + 64 ③ — 8 ① + 1. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée. *Conſtruction.* Si le quadrinomie donné, tient racine comme nous cherchons, elle ſera ſeulement trinomie; il faut doneques par la precedente troiſieſme reigle, extraire racine quarrée qui ſoit trinomie, ainſi: on extraira la racine quarrée de 64 (4), & ſera 8 ②

Puis ſe diviſera le ſecond nom donné,	64 ①,
par 8 ② premier en l'ordre, donne quotient	8 ①,
Sa moitie	4 ①
Racine quarrée du dernier nom donné	1

Puis il faut conſiderer, ſi le ſecond, ou troiſieſme nom donné, eſt — (car tout quadrinomie ayant racine quarrée trinomie, aura neceſſairement ſecond ou troiſieſme nom —) & appert que ceſt le troiſieſme, nous dirons doneques, que le premier & ſecond en l'ordre eſt —, & que le troiſieſme en l'ordre eſt +, à ſçavoir — 8 ② — 4 ① + 1. Ou autrement, nous dirons, que le premier & ſecond en l'ordre eſt +, & le troiſieſme en l'ordre —, à ſçavoir 8 ② + 4 ① — 1, & ſera autant l'un trinomie, comme l'autre la racine requiſe.

Mais ſi le ſecond nom donné euſt eſté —, comme 64 (4) — 64 ③ + 8 ① + 1, nous dirons, que le ſecond & troiſieſme en l'ordre eſt —, & le premier +, à ſçavoir 8 ② — 4 ① — 1. Ou autrement, que le ſecond & troiſieſme en l'ordre eſt +, & le premier —; à ſçavoir — 8 ② + 4 ① + 1, & ſera autant l'un trinomie comme l'autre la racine requiſe.

Quant au quinomie, ſa racine quarrée peut eſtre ou trinomie, ou quadrinomie, ou quinomie; à ſçavoir trinomie, ſi tous les noms fuſſent +; quadrinomie, ou quinomie, s'il y euſt un ou deux noms avec —; & ſi la racine fuſt quadrinomie, elle ſe pourra rencontrer (Il eſt vray que l'operation, eſt ſelon la precedente 4 reigle, en toutes la meſme, mais au reſpect de la diſpoſition du + ou —) en 12 differences: car quinomie donné, comme + — + + + +, pourra avoir racines — + — —, ou + — — —, + — + +, ou — + + +, toutes leſquelles differences nous pourrions deſcrire, mais celuy qui entendra les antecedens, facilement verra l'infini progrés d'icelles: nous dirons doneques des racines cubiques.

Exemple 1v. de ſimple nom.

Explication du donné. Soit donné nombre algebraique ſimple 27 ⑥. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine cubique. *Conſtruction.* Si le ſimple nom donné, tient racine comme nous cherchons, elle ſera ſeulement ſimple nom, il faut doneques par la precedente 6 reigle, extraire racine cubique qui ſoit ſimple nom, ainſi; On prendra la racine cubique de 27, qui eſt 3, & le tiers du denominateur ⑥, qui eſt ②, appliqué à 3, ſeront 3 ②, leſquelles je di eſtre la racine requiſe.

Item de 8 ③ la racine cubique ſera ✓ ③ 6 ✕ ①, &c.

Mais parce que toute potence cubique de quantité, tient ſon denominateur triple au denominateur de la quantité, s'enſuit que denominateur, qui ne ſe meſure point par 3, comme ⑤, & ⑦, &c. n'aura autre ſolution, ſinon diſant, que c'eſt racine d'autant. Par exemple, racine cubique de 8 ⑤, eſt ✓ ③ 8 ⑤.

De binomie, & trinomie, ne s'extraict autrement racine cubique, ſinon en diſant, que c'eſt racine d'autant, dont la raiſon eſt, qu'il n'y a aucunes quantitez, deſquel-

les

les les potences cubiques ſont binomie ou trinomie. Nous commencerons doncques au quadrinomie.

Exemple v. *de quadrinomie.*

Explication du donné. Soit donné quadrinomie algebraique 8③+36②+54①+27. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine cubique. *Conſtruction.* Si le quadrinomie donné a racine comme nous cherchons, elle ſera ſeulement binomie, il faut doncques par la precedente 7 reigle, extraire racine cubique qui ſoit binomie, ainſi: On prendra des extremes noms donnez les racines cubiques, qui ſont a①, & 3; puis on verra ſi le cube de 2①+3, eſt egal au quadrinomie donné, & ſe trouve qu'ouy; Nous dirons doncques que a①+3, eſt la racine requiſe, mais quand ledict cube eſt inegal au quadrinomie donné, alors ſe ſolvera par racine d'autant.

Item, quand les donnez ſont quadrinomie +—+—, la racine cubique pourra eſtre +—, mais de quadrinomie —+—+ pourra eſtre —+. Et ſemblablement pourra on proceder eo infini par racines d'eſpeces quelconques.

Demonſtration.

La demonſtration eſt manifeſte en chaſcune conſtruction avant que nous affermames d'avoir trouvé la racine requiſe. *Concluſion.* Eſtant doncques donné nombre algebraique, oous avons trouvé ſa racine requiſe; ce qu'il falloit faire.

Quatrieſme diſtinction, des quatre numerations, des poſtpoſées quantitez.

De la multiplication des poſtpoſées quantitez.

Probleme LXII.

Eſtant donnée poſtpoſée quantité à multiplier, & multiplicateur: Trouver leur produict.

Explication du donné. Soit donné nombre à multiplier 3 *ſec.*①, & multiplicateur a *ter.*②. *Explication du requis.* Il faut trouver leur produict. *Conſtruction.* On multipliera 3 par 2, ſont 6, auſquels appliqué la *ſec.*①, ſeront 6 *ſer.*①; puis on mettra M avec l'autre denominateur donné, en ceſte ſorte, 6 *ſec.*① M *ter.*②, qui (pour produit requis) ſignifie par la 28 definition 6 *ſec.*① multipliées par 1. *ter.*②. Ou autrement, ayant multiplié 3 par 2, l'on peut au produict 6 appliquer la *ter.*②, & ſeront 6 *ter.*②; Puis on mettra M avec l'autre denominateur de quantité, en ceſte ſorte: 6 *ter.*② M *ſec.*①, & ſera autant le produict requis, comme le premier. *Demonſtration.* Poſons que 1 *ſec.*① valle 4, doncques 3 *ſec.*①, nombre à multiplier, vaudront 12; puis poſons que 1. *ter.*② valle 5, doncques a *ter.*②, multiplicateur, vaudront 10, parquoy le produict du nombre à multiplier 12, par multiplicateur 10, faict 120, Mais le produict 6 *ſec.*① M *ter.*②, vaut auſſi 120; Car par l'hypotheſe 1 *ſec.*① vaut 4, parquoy le 6. *ſec.*① vaudroot 24, qui multipliez par 5, valeur de 1 *ter.*②, faict comme deſſus 120. Ou aurrement, 6 *ter.*②, vallent 30 (car 1 *ter.*② vaut 5, par l'hypotheſe) qui multiplié par 4, valeur de 1 *ſec.*①, faict auſſi 120. Le meſme ſe prouvera de poſition de valeur quelconque; c'eſt doncques le vray produict requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Nota. De meſme ſorte oous dirons, qoe a *ſer.*①, multipliées par 3①, ſont 6① M *ſec.*①. Mais poſtpoſées quantitez d'une meſme progreſſion, comme toures de ſeconde poſition, ou toures de tierce poſition, ſe multiplient comme les precedeutes de premiere poſition, comme 3 *ſec.*①, par a *ſec.*①, ſont 6 *ſec.*③, &c.

Mais ſi multrinomie fuſt à multiplier par multinomie, comme 4 *ſec.*②+5① par 3 *ſec.*②+2①; On multipliera ſelon l'ordre vulgaire, comme demonſtré ceſte diſpoſition de characteres de l'operatiou achevée.

```
                4 ſec.②+5·①
                3 ſec.②+2 ①
            +8 ① M ſer.②+10②
      12 ſec.④+15① M ſec.②
      12 ſec.④+23① M ſec.②+10②
```

Mais s'il y euſt à multiplier par quantitez multipliées, ou diviſees; comme a①+4 *ſer.*③ par 2① M *ſec.*①, on les diſpoſera en oidre comme deſſoubs, diſant, 4 *ſec.*③ fois a① *ſec.*②, font 8 1 M *ſec.*④ (car mulripliant *ſec.*③ par *ſec.*② faict *ſec.*④) Puis 3② fois 2① *ſec.*②, faict 6③ *ſec.*②, & le produict requis & diſpoſition de characteres ſera comme cy deſſoubs:

```
                2 ① ſec.②
                3 ② + 4 ſec.③
Produict  6③ M ſec.② + 8 ① M ſec.④
```

Et pour demonſtrer que ledict produict eſt le vray produict requis, poſons pour 1① quelque valeur, comme 3, & pour 1 *ſec.*① poſons 2, doncques le nombre à multiplier vaudra 24, & multiplicateur vaudra 59, leur produict eſt 1416; auſſi vaut 1416 le produict de la ſolution.

Item 3① M *ſec.*②, par 3② M *ter.*①, ſont 9③ M *ſec.*② M *ter.*①, le meſme ſe prouve poſant quelques valeurs des quantitez; par exemple, 1① valoit 3, & 1 *ſec.*① valoit a, & 1 *ter.*① valoit 4: car nombre à multiplier vaudra 36, & multiplicateur 108, deſquels le produict eſt 3888; auſſi vaulr 3888 ledict produict: car 9③ vallent 243, qui mulripliez par valeur de 1 *ſec.*②, qui eſt par 4, faict 972, qui multiplié par valeur de 1 *ter.*①, qui eſt par 4, faict comme deſſus 3888.

Item 2① D *ſer.*③, multipliées par 3② D *ter.*①, donnent produict 6④ D *ſec.*② D *ter.*①.

Item 3②+a *ſer.*③, multipliées par 2① D *ſec.*②, donnent produict 6③ D *ſec.*②+4① D *ſec.*② M *ſec.*④, deſquels les demonſtrations ſont ſemblables aux precedentes. *Concluſion.* Eſtant doncques donnée poſtpoſée quantite à multiplier, & multiplicateur; nous avons trouvé leur produict; ce qu'il falloit faire.

De la diviſion des poſtpoſées quantitez.

Probleme LXIII.

Eſtant donnée poſtpoſée quantité à diviſer, & diviſeur: Trouver leur quotient.

Explication du donné. Soit donné nombre à diviſer 6 *ter.*②, & diviſeur a *ſec.*①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotieot. *Conſtruction.* On diviſera le 6 par a, donne quotient 3, auquel appliqué la *ter.*①, ſeront 3 *ter.*③; puis on mettra D avec l'autre denominateur donne, en ceſte ſorte: 3 *ter.*③ D *ſec.*①, qui (pour quotient requis) ſignifie par la 28 definition 3 *ter.*③ diviſées par 1 *ſec.*①. *Demonſtration.* Poſons que 1 *ter.*③ valle a, doncqoes 6 *ter.*② à diviſer vaudront 12, puis poſons que 1 *ſec.*① valle ③, doncques 2 *ſec.*① diviſeur vaudront 6, ergo le quotient de nombre à diviſer 12, par diviſeur 6, eſt a; Mais le quotient de la ſolution cy deſſus vaut auſſi a, car 1 *ter.*③ vaut (par l'hypotheſe) 2, parquoy les 3 *ter.*③, vallent 6, qui diviſé par 3 valeur de 1 *ſec.*①, donne quotient comme deſſus a. Le meſme ſe prouvera par poſition de valeor quelcooque, c'eſt doncques le vray produict requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Nota. Poſtpoſées quantitez d'une meſme progreſſion,

greſſion, ſe diviſent comme les precedentes premierement poſées, comme 8 *ter.* ④, diviſées par 4 *ter.* ①, donnent quotient 2 *ter.* ②, &c.

Item diviſant 6 ③ M *ſec.* ①, par 2 ① M *ter.* ②, donnent quotient 3 ② M *ſec.* ① D *ter.* ②.

Item diviſant 6 ③ D *ſec.* ①, par 2 ① D *ter.* ②, donne quotient 3 ② D *ſec.* ① M *ter.* ②.

Item diviſant 6 ③ D *ſec.* ①, par 2 ① M *ter.* ②, donne quotient 3 ③ D *ſec.* ① D *ter.* ②.

Item diviſant 6 ③ M *ſec.* ①, par 2 ① D *ter.* ②, donne quotient 3 ③ M *ſec.* ① M *ter.* ②: Deſquelles les demonſtrations ſeront ſemblables à les precedentes. Nous pourrions de ces diviſions donner autres exemples plus difficiles, mais celuy qui entendra bien les precedens, facilement procedera plus avant. *Concluſion.* Eſtant doncques donnée poſtpoſée quantité à diviſer, & diviſeur, nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

De l'addition des poſtpoſees quantitez.

PROBLEME LXIV.

ESTant donnees poſtpoſees quantitez à ajouſter: Trouver leur ſomme.

Explication du donné. Soyent donnees poſtpoſees quantitez à ajouſter 2 *ſec.* ① & 3 *ter.* ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur ſomme. *Conſtruction.* On les ajouſtera par +, diſant que c'eſt 2 *ſec.* ① + 3 *ter.* ①; dont la demonſtration eſt manifeſte.

Quant au + & — qui ſe rencontrent en additions des multinomies, on enſuivera les reigles des additions precedentes: mais quantitez d'une meſme progreſſion, s'adjouſtent comme les premierement poſees; par exemple, 3 *ſec.* ③, avec 5 *ſec.* ③, font 8 *ſec.* ③, &c. Et ſemblable avertiſſement ſervira au probleme ſuivant. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez poſtpoſees quantitez à ajouſter, nous avons trouvé leur ſomme; ce qu'il falloit faire.

De la ſoubſtraction des poſtpoſees quantitez.

PROBLEME LXV.

ESTant donnée poſtpoſée quantité de laquelle on ſoubſtraict, & a ſoubſtraire: Trouver leur reſte.

Explication du donné. Soit donnée poſtpoſée quantité de laquelle on ſoubſtraict (4) *ter.* ①, & à ſoubſtraire 2 *ſec.* ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reſte. *Conſtruction.* On les ſoubſtraira par —, diſant que c'eſt 4 *ter.* ① — 2 *ſec.* ①; dont la demonſtration eſt manifeſte. *Concluſion.* Eſtant doncques donnée poſtpoſée quantité de laquelle on ſoubſtraict, & à ſoubſtraire, Nous avons trouvé leur reſte; ce quil falloit faire.

Cinequieſme diſtinction, de la reigle de trois des quantitez.

VEu que les nombres Arithmetiques, & radicaux, à la precedente 1. & 2. partie de ce ſecond livre, ont eu apres leurs computations rationelles, auſſi leurs computations proportionelles; S'enſuit (ſelon qu'il a eſté promis en l'argument) qu'en ceſte troiſieſme partie, apres les precedentes computations rationelles des quantitez, il nous faut auſſi deſcrire leurs computations proportionelles, & premierement leur reigle de trois. Mais avant que d'y venir, nous annoterons quelques articles neceſſaires, deſquels le premier eſt tel:

LA RAISON POVRQVOY NOVS appellons Reigle de trois, ou invention du quatrieſme proportionel des quantitez; ce que vulgairement ſe dict equation des quantitez.

VEu que les noms convenables, ſont en les ſciences de grande importance, & principalement es difficiles, ce n'eſt point à tort, que nous les choiſiſſons, au lieu des inconvenables: ce qui ſera icy, de l'invention de quatrieſme proportionel des quantitez, qui ſe dict vulgairement equation; Nous le nommons ainſi, parce qu'il eſt plus commode à la doctrine; Car puis qu'il y a touſiours donnez trois termes, auſquels on cherche un quatrieſme proportionel (comme apparoiſtra en ſon lieu) pourquoy ne s'appelleroit cecy pas auſſi bien invention de quatrieſme proportionel, comme en tous autres? Quant à ce que l'on me dira, que c'eſt auſſi equation, certes je le concede, & non pas ſeulement en quantitez algebraiques, mais en tous autres. Par exemple, 6 aulnes couſtent 4 ℔, combien 3 aulnes? l'on trouve ſon quatrieſme proportionel 2 ℔, ce qui eſt auſſi equation, car on egale à la valeur des 3 aulnes, la valeur de 2 ℔: toutesfois il n'eſt point en uſage de le nommer equation; mais on l'appelle (& à bon droict, puis qu'il eſt plus propre) invention de quatrieſme proportionel: Et pour la meſme raiſon le nommons nous icy ainſi, à fin que le grand miſtere de proportion en quantitez, enſemble les cauſes de choſes, ſoyent plus faciles & notoires, que oncques au paravant. Car ce mot d'equation a faict penſer aux apprentifs, que c'eſtoit quelque matiere ſinguliere, laquelle toutesfois eſt commune en la vulgaire arithmetique, car nous cherchons à trois termes donnez, un quatrieſme proportionel. Mais comme cela qu'ils nomment equation, ne conſiſte point en egaleté des quantitez abſolue, ains en egaleté de leurs valeurs; Ainſi cõſiſte ceſte proportion en la valeur des quantitez, comme le ſemblable eſt vulgaire, aux communes choſes corporelles. Par exemple, un beuf vault 2 moutons avec 8 ℔, ergo 1 mouton vault 4 ℔, leſquels ſont quatre termes proportionaux, non pas ſelon la quantité, en reſpect de laquelle, le produict des extremes, n'eſt point egal au produict des moyens, mais ſelon la valeur: car comme 16 ℔ valeur du beuf, à 16 ℔ valeur de 2 moutons avec 8 ℔, ainſi 4 ℔ valeur de 1 mouton, à 4 ℔ valeur du quatrieſme terme, leſquels termes proportionels, nous mettrons en ordre, pour plus grande evidence, en ceſte ſorte:

1 beuf.	2 moutons + 8 ℔.	1 mouton.	4 ℔
16 ℔.	16 ℔.	4 ℔.	4 ℔

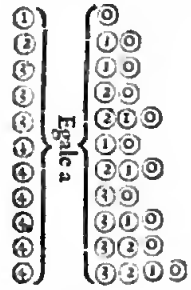
Le meſme s'entend auſſi des quantitez: car quand nous diſons, 1 ② eſt egale, ou vault 2 ① + 8, ergo 1 ① vault 4, ce ſont quatre termes proportionaux; mais au reſpect de leurs valeurs, deſquelles le produict des extremes, eſt ſeulement egal au produict des moyens. Leur diſpoſition conforme à la precedente eſt telle:

1 ②.	2 ① + 8.	1 ①.	4.
16.	16.	4.	4.

DES TROIS TERMES DONNEZ, auſquels pour le temps preſent, on ſçait legitimement trouver un quatrieſme proportionel.

COMME tous problemes en la geometrie, ne ſont encore inventez; Car l'on y deſire la quadrature du cercle, auſſi l'invention de deux lignes moyennes proportionelles entre deux lignes données, &c. leſquelles toutesfois nous ſentons par la raiſon ſe pouvoir trouver

Ainſi nous avient le ſemblable en l'Arithmetique à l'invention du quatrieſme terme proportionel des quantitez; Car quand le premier & ſecond, ſont compoſez de ces cinq quantitez ④③②①⓪, ou de partie d'icelles, ou de leurs derivatifs, ou qu'il nous ſoit poſſible de convertir les donnez à telles eſpeces, par la reduction (laquelle reduction ſe declarera cy deſſoubs) alors l'on en peut trouver (ſoit le troiſieſme terme de quantitez quelconque) le quatrieſme proportionel: excepté quelque difficulté qui ſe rencontre aucunefois en ③ egale a ① + ⓪, comme nous en dirons plus amplement, à la fin de la premiere difference du 69 probleme. De tous les autres n'eſt pour l'heure (combien qu'il eſt poſſible) trouvée legitime generale reigle, ſinon une que j'ay naguere inventée voir aſſez commode par autre voye que l'ordinaire. voyez la fin du Probl. 77. Les differences qui ſe rencontrent deſdictes cinq quantitez (deſquelles nous deſcrirons onze Problemes) ſont telles:



Il eſt vray qu'il y auroit des differences beaucoup d'avantage, prenant ③ egale à ⓪ pour une, & ④ egale à ②⓪, pour autre, &c. Mais veu que cecy ſont derivatifs des autres, par la 27 definition, deſquels l'operation ſera ſemblable à celle de leurs primitifs, nous les comprendrons tous ſoubs un probleme, qui ſera le 78. Et apres le meſme ſuit une reigle generale; puis ſuivront encore deux problemes, de l'invention de quatrieſme terme proportionel des poſtpoſées quantitez.

DES INVENTEVRS DE CES REIGLES DE TROIS DES QVANTITEZ.

LEs inventeurs de ces reigles de trois des quantitez ont eſté:

Mahomet filz de Moſe Arabien de { ① egale à ⓪. Leurs derivatifs. ② egale à ①⓪.

Et quelque autheur incognu de leurs derivatifs.

Quelque autre autheur incognu de { ③ egale à ①⓪. ④ egale à ②⓪.

Louys de Ferrare de ⑤ egala ③②①⓪.

Quant à Diophante, il ſemble qu'en ſon temps les inventions de Mahomet ayent ſeulement eſté cognues, comme ſe peult colliger de ſes ſix premiers livres; Il eſt vray qu'il ſolve de merveilleuſes queſtions, comme nous declarerons en ſon lieu, mais il conduict communement ſes operations par une admirable ſubrilité, ainſi, que le premier & ſecond terme, deviennent ① egale à ⓪, ou leurs derivatifs, & aucunefois, mais rarement, à ② egale a ①⓪.

Les derivatifs de ② egale à ①⓪, inventez par le ſuſdict premier autheur incognu, ſont deſcripts par Lucas Pacciolo.

Quant aux inventions du ſecond autheur incognu, Cardane ſe dict les avoir trouvé par eſcript; mais qu'elles n'eſtoyent point divulgees; Auſſi que Scipio Perreus de Boloigne, aie trouve la premiere ſorte, qui eſt de ③ egale à ①⓪; Auquel ſuivoit Nicolas Tartalia Breſſian, mais par occaſion de quelque diſpute, qu'il euſt de ceſte matiere avec Antonio Maria Flotido Venetien, diſciple dudict Scipio, en laquelle il diſcouvra quelque choſe, par laquelle Nicolas le conjectura, & trouva; Lequel apres beaucoup de ptieres de Cardane, le lui a declare, ce que luy Cardane eſtoit fondement, par lequel il eſt venu au bout de pluſieurs demonſtrations geometriques, de ③ egale à ②①⓪, & leurs dependances, dont il a deſcript un livre intitulé *Ars magna*.

Mais l'invention de Louys de Ferrare eſt n'agueres divulguée en langue Italienne par Raphael Bombelle grand Atithmeticien de noſtre temps.

DE LA REDVCTION.

AVANT que venir à ces problemes de la reigle de trois des quantitez, il nous faut conſiderer, que ſouventesfois leſdicts premier & ſecond, ou egaux termes donnez, ne ſemblent au premier regard point de ceux dont nous avons dict ci deſſus, à ſçavoir deſquels on ſçait trouver le quatrieſme proportionel; toutesfois eſtant reduicts, on trouvera qu'ils le ſeront. Il nous faut doncques declarer apertement ceſte reduction. & pour l'expliquer premierement par quelque exemple vulgaire; Poſons le cas qu'il y a propoſez trois termes deſquels on requiert le quatrieſme proportionel, tels: *8 aulnes de drap, plus 2 livres de poivre, moins 3 livres de canelle, vallent 2 livres de poivre, plus 24 eſcuz, moins 3 livres de canelle; combien vaudront 2 aulnes de drap?* Or parce que le premier & ſecond terme, ont des aioincts de plus & moins, il y a propoſé quelque queſtion, qui ſemble confuſe; car de multipliet le troiſieſme par le ſecond, & diviſer le produict par le premier, comme ilz ſont propoſez (pour en trouver le quatrieſme proportionel) ce ſeroit choſe tres-facheuſe & obſcure; parquoi il faut remedier à ce plus & moins (lequel remede s'appelle ici reduction) en ceſte ſorte: Puis que le premier & ſecond terme donnez, ſont par l'hypotheſe d'egale valeur, s'enſuit, que ſi d'un & d'aultre coſté nous aiouſtons & ſoubſtrayons choſes egales; que ſommes & teſtes ſeront egales, leſquelles nous ſervent au lieu des premiers donnez (comme le ſemblable eſt choſe vulgaire en autres computations communes. Par exemple, ſi l'on dict, 4 aulnes vallent 6 ℔, combien 5 aulnes? ou autrement, 2 aulnes vallent 3 ℔, combien 5 aulnes? l'un & l'autre donne un meſme quatrieſme) Soubſtrayons doncques de chaſcun terme, à ſçavoir du premier & ſecond, 2 livres de poivre, & demeureront 8 aulnes de drap, moins 3 livres de canelle; equivallans à 24 eſcuz, moins 3 livres de canelle: Puis aiouſtons (par ce qu'il y a moins) à chaſcun deſdicts termes 3 livres de canelle, & la ſomme de l'un ſera 8 aulnes de drap, & de l'autre 24 eſcuz, leſquels ſeront autresfois d'egale valeur; & ceci ſont les termes reduicts, par leſquels on pourra facilement venir au requis; Car diſant 8 aulnes de drap vallent 24 eſcuz, combien 2 aulnes? le requis ſera par vulgaire ſolution 6 eſcuz. Tout de meſme ſorte faut il entendre, qu'en la reigle de trois des quantitez (pour le plus & moins & autres ſemblables occurrences qui ſe rencontrent en icelle) eſt aucunefois neceſſaire telle reduction, aucunefois n'eſt il pas beſoing, comme apparoiſtra en ſon lieu par les exemples. Et s'appelle ceci reduction, parce qu'on reduict les termes donnez, en autres termes, qui ſont de maieure ou moindre valeur que les premiers, cõbiẽ qu'ilz demeurẽt entre eux en la meſme egale raiſon.

Or aiant declaré quelle choſe eſt reduction, nous viendrons à la pratique de reduire, & la comprendrons en 10 reigles, deſquelles la premiere eſt telle:

REIGLE

Reigle I.

Si les deux termes egaux donnez n'euſſent pas l'inferieure quantité ⓪, on poſera qu'il le ſoit, delaiſſant ſon ſigne de plus haulte quantité, & chaſcune des autres quantitez, deſcendra par egale diſtance.

Explication.

Soient trouvez 2④, egales à 6③; Or les 6③, ſont d'inferieure quantité; il faut doncques delaiſſer le ſigne de quantité, & au lieu de 6③ poſer ſeulement 6, mais les 2④ eſtoient un degré plus haut que les 6③; il faudra doncques au lieu de 2(④), prendre 2①, qui ſont d'un degré plus haut que 6⓪; Car ainſi (comme veult la reigle) ils deſcendront tous par egale diſtance, à ſçavoir & l'une & l'autre quantité par trois degrez. De ſorte qu'au lieu de 2(④), egales 6③, nous dirons pour termes reduictes 2①, egales à 6.

Et de meſme ſorte i'entendra, que 5②, egales à 8②, ſeront reduictes 5(②) egales à 8.

Item 1② egale à 3⓪ + 4③, ſeront reduictes 1② egale à 3① + 4.

Item 1② egale à 3② + 5③, ſe ront reduictes 1② egale à 3① + 5. Et ainſi de tous autres ſemblables.

Reigle II.

Pour reduire le nombre de multitude de la ſuperieure quantité en unité, on diviſera par luy toutes les quantitez propoſées.

Explication.

Soient 3①, egales à 9② + 12; Or parce que le nombre de la ſuperieure quantité n'eſt pas 1 (car il eſt 3) on diviſera toutes les quantitez par 3, & alors 1① ſera egale à 3② + 4. Et de meſme ſorte, $\frac{1}{3}$② egale à 2① + 3, & diviſée chaſcune quantité par $\frac{1}{3}$, ſera reduict 1② egale à 6① + 9.

Reigle III.

Si les deux termes egaux euſſent quantitez de meſme hauteur, on les oſtera toutes deux, ou l'une, par le moien d'egale addition, ou d'egale ſoubſtraction.

Explication.

Soient 3② + 4 egales à 2① + 4: Or parce qu'en l'un & l'autre terme, il y a des quantitez d'egale hauteur, à ſçavoir 4 en l'un & 4 en l'autre, qui ſont toutes deux ⓪, on ſoubſtraira d'un & d'autre coſté 4, & reſteront 3② egales à 2①. Et de meſme ſorte, quand 3② — 4 ſont egales à 2② — 4, on aiouſtera à chaſcune partie 4; & les ſommes, à ſçavoir 3② & 2①, ſeront egales.

Item eſtant 4③ + 7①, egales à 2② + 3①, on ſoubſtraira d'un & d'autre coſté 3①, & reſteront 4③ + 4①, egales à 2②.

Item eſtant 4③ — 7①, egales à 2② — 3①, on aiouſtera à chaſcun terme 3①, & 4③ — 4① ſeront egales à 2②. Ou autrement, on aiouſtera à chaſcun terme 7①, & 4③ ſeront egales à 2② + 4①.

Item eſtant 4③ — 7①, egales à 2② + 3①, on aiouſteta à chaſcune partie 7①, & 4③ ſeront egales à 2② + 10①. Ou autrement, on ſoubſtraira de chaſcune partie 3①, & 4③ — 10① ſeront egales à 2②.

Item eſtant ✓ *bino.* 27② + 8①, egale à 3 + ✓ *bino.* 3② + 2①, on ſoubſtraira par le 43 probleme de chaſcune partie ✓ *bino.* 3② + 2①, & reſtera ✓ *bino.* 12② + 8①, egale à 3, & par la 6 reigle 12② + 8① ſeront egales à 9.

Item eſtant 5③ + 7② — 4① + 2, egales à 4① — 4⓪ + 2② + 3① + 2. On aiouſtera à chaſcune partie 4⓪ (parce qu'a chaſcune partie y a des ⓪) & ſeront 9④ + 7② — 4① + 2, egales à 4④ + 2② + 3① + 2. Puis on ſoubſtraira de chaſcune partie 2②, & ſeront 9③ + 5② — 4① + 2, egales à 4(④) + 3① + 2. Puis on aiouſtera à chaſcune partie 4①, & ſeront 9③ + 5② + 2, egales à 4(④) + 7① + 2. Puis on ſoubſtraira de chaſcune partie 2, & ſeront 9③ + 5②, egales à 4(④) + 7①.

La teſte qui leur eſt neceſſaire, pour eſtre finalement reduictes, à ſçavoir que le ſuperieur nom doibt eſtre mis ſeul, ſera demonſtré à la 4 reigle ſuivante.

Reigle IV.

Si la ſuperieure quantité ne fuſt pas ſeule, on la mettra ſeule & premiere, par la precedente 3 reigle, & les ſuperieures quantitez ſuivantes par ordre touſiours devant.

Explication.

Comme à la fin de la preſente explication, ſe trouva 9③ + 5②, egale à 4(④) + 7①, mais la ſuperieure quantité, à ſçavoir 4(④), ne ſe trouve point ſeule, ny devant ny les autres en ordre, il faut doncques ſoubſtraire de chaſcune partie 7①, & reſteront 4(④) egales (mettant la ſuperieure quantité ③ devant, puis ②, puis ①) a 9③ + 5② — 7①, deſquelles (les convertiſſant par la 1 reigle en 4③, egales a 9② + 5① — 7; Et par la 2 reigle en 1③, egale à $\frac{9}{4}$② + $\frac{5}{4}$① — $\frac{7}{4}$) on poura trouver le quatrieſme terme proportionel, par le 71 probleme.

Reigle V.

Si aux egaux termes, il y euſt fraction algebraique, on les convertira en termes de quantitez entieres.

Explication.

Soient $\frac{3(①)}{4(①)}$, egales à 2, on les convertira en nombres entiers de la meſme raiſon par le cotollaire du 56 probleme, qui ſeront 8②, egales a 3①.

Et de meſme ſorte nous dirons, que $\frac{4(①)}{3(①)+6}$, egales à $\frac{2}{3}$, ſeront convertiz par ceſte reigle, 10② + 12, egales à 12①.

Item $\frac{2(①)}{3(①)+3}$, egales à $\frac{4}{5}$-①, ſeront convertiz par ceſte reigle, 10②, egales à 12③ + 20①, & ainſi des autres ſemblables.

Reigle VI.

Si l'un des termes egaux fuſt racine, on peut comparer à la potence du meſme, ſemblable potence de l'autre terme.

Explication.

Soient 3① egales à ✓ 2 1 Paree doncques que l'un terme eſt racine quarrée; on peut comparer (combien qu'en ceſt & ſemblables exemples il n'eſt point neceſſaire, comme appatoiſtra en ſon lieu) la potence quarrée de 3①, qui eſt 9②, à la potence quarrée de ✓ 2, qui eſt 2, de ſorte que pour reduction achevée, 9② ſeront egales à 2.

Item eſtant 1① + 3, egales à ✓ *bino.* 11 + ✓ 3, l'on pourra dire, que la potence quarrée de l'un 1② + 6① + 9, eſt egale à la potence quarrée de l'autre, qui eſt 11 + ✓ 3.

Ou autrement, ſans ceſte reigle, ſoubſtraire 3 de chaſcun terme donné, & reſtera 1①, egale à — 3 + ✓ *bino.* 11 + ✓ 3.

Item eſtant 2①, egales à ✓ *bino.* 3③ + 4①, on dira que la potence quarrée de 2①, qui eſt 4②, eſt egale à la potence quarrée de l'autre, qui eſt 3③ + 4②; Et ſemblablement procedera on aux autres.

Mais ſi 2③ + ✓ 3②, fuſſent egales à 5②, la vulgaire maniere eſt de mettre la ✓ 3② ſeule, ſoubſtrayant de chaſcun terme 2③, & demeureront ✓ 3② egales

à — 2 ① + 5 ②; Puis de prendre le quarré de l'une & l'autre partie, & ſeront 3 ②, egales à 4 ② — 20 ① + 25 ⓪; qui reduicts par les precedentes reigles (à ſçavoir mettant la ſuperieure quantité ſeule, par la 4 reigle, & les rabaiſſant ainſi que l'inferieure quantité ſoit ⓪, par la 1 reigle, & reduiſant le nombre de multitude du ſuperieur nom en unité par la 2 reigle) ſera finalement 1 ④ egale à 5 ① — $\frac{25}{4}$ ② + $\frac{3}{4}$.

Mais ſur ceſte & ſemblables queſtions, nous avons veu aurte maniere de reduction plus briefue, & commode, par laquelle nous pourrons tendre les termes reduicts tels, qu'on en pourra trouver ſon quatrieſme proportionel, qui ſouventesfois ſeroit impoſſible par la maniere cõme deſſus; nous declarerons la meſme en reigle telle.

Reigle VII.

Quand quelque racine de quantitez contient nominateur de quantité entier, on en extraira ſa racine.

Explication.

Soient (comme au dernier exemple ci deſſus) 2 ① + ✓ 3 ② egales à 5 ②. Or parce qu'il y a une racine, à ſçavoir ✓ 3 ②, conforme à ceſte reigle (car la racine quarrée de ② eſt ①, qui a nominateur entier, & de meſme ſorte dirons, que ✓ ③ 6 ③; Item ✓ 5 ④; Item ✓ ③ 2 ⓪, &c. ſont des racines da la qualité requiſe en ceſte reigle; Mais racines, comme ✓ ③ 3 ②, ne les ſont pas, parce que la racine cubique de ③ obtient nominateur rompu, à ſçavoir $\frac{2}{3}$ en circle) on extraira la racine des 3 ②, qui eſt par le 61 probleme, ✓ 3 ✕ ①, lequel nous mettrons au lieu de ✓ 3 ②; & a ① + ✓ 3 ✕ ①, ſeront egales à 5 ②, leſquels autrefois reduicts par les precedens, 2 ② ſeront egales à 5 ① — ✓ 3, qui ſont beaucoup plus commodes pour en trouver le quatrieſme 1erme proportionel, que par la reduction de l'autre maniere cy deſſus; là ou je trouvois 1 (4), egale à 5 ③ — $\frac{21}{4}$ ② + $\frac{5}{4}$.

Mais ſi de cecy on vouluſt prendre quelque facile preuve, l'on ſe pourroit propoſer a ③ + ✓ 9 ②, egales à 7 ③ (qui eſt autant à dire, veu que ✓ 9 ② ſont 3 ①, comme 2 ③ + 3 ①, egales à 7 ③; deſquels il eſt notoire par le 68 probleme, que le quatrieſme terme proportionel (reduiſant les donnez, & poſant pour le troiſieſme t ①) ſera 3; Et ſuivant l'operation, comme deſſus à la 6 reigle, ſe trouvera à la fin 1 (4), egale à 7 ③ — 12 $\frac{1}{4}$ ② + $\frac{9}{4}$, deſquels il appert par le 76 probleme, que 3, comme deſſus, eſt auſſi leur quatrieſme 1erme proportionel; Ce que nous voulions ainſi prouver.

Et celuy qui aura bien entendu ſes choſes ſuſdictes, facilement entendra, qu'eſtant a ③ + ✓ 12 ③ egales à 8 ①, qu'alors reduictes 1 ②, ſera egale à 4 — ✓ 3.

Item eſtant a ② egales à ✓ ⑤ a ⑤ — ✓ (4) 3 (4) + ✓ ③ 6 ③ + ✓ 6 ③ — 2 ①, qu'alors a ③ ſeront egales à ✓ ⑤ a — ✓ (4) 3 + ✓ ③ 6 + ✓ 6 — 2, deſquels on peut facilement ſe trouver le quatrieſme terme proportionel, car (poſant le troiſieſme terme 3 ①) ſera par le 67 probleme

$$\frac{\checkmark ⑤ a - \checkmark (4) 3 + \checkmark ③ 6 + \checkmark 6 + 2}{2}$$

De ſorte que par ceſte reduction (laquelle n'a eſté animadvertie par cy devant, que je ſçache) l'on pourra ſolver queſtions, que ſans la meſme on n'a ſceu achever, non ſeulement de termes, auſquels ſe rencontre binomie, trinomie, quadrinomie algebraique, mais (ſe rencontrans en telle ſorte) de millenomies.

Reigle VIII.

On ne peut abbreger les termes egaux, par extraction de racine de chaſque terme.

Explication.

Quand l'un & l'autre des termes egaux, tient racine qui ſoit de moindre multitude de quantitez, on peut extraire telles racines, & ſeront egales. Mais il faut bien noter ces mots *de moindre multitude de quantitez*; Car par exemple, 2 ③ + 5 ① eſt binomie, qui a racine ✓ *bino.* a ③ + 5 ①; mais elle n'eſt pas de moindre multitude de quantitez que ſa potence; doncques telle racine ne nous duict point à ce propos, mais celles qui s'enſuivent:

Soyent 16 ④ + 24 ③ + 9 ② egales à 25. On extraira racine quartee du premier terme, laquelle par le 2 exemple du 63 probleme ſe trouve de 4 ② + 3 ①. Et ſemblable racine, s'extraira de 25, qui eſt 5, & les termes reduicts par ceſte reigle ſeront 4 ② + 3 ①, egales à 5.

Item ſoyent a 27 ⑨ + 54 ⑦ + 36 ⑤ + 8 ③ egales à 125 ⑥ + 150 ⑤ + 200 (4) a 16 ③; On extraira s'il eſt poſſible, racine cubique ſervante à noſtre propos (car la quarrée n'y eſt point) du premier terme, & ſera par le 5 exemple du 61 probleme 3 ③ + 2 ①: Semblablement on extraira racine cubique de l'autre terme, & ſera 5 ② — 6 ①: Doncques 3 ③ + a ①, ſeront egales à 5 ② + 6 ①, leſquels autrefois reduicts par les precedens (à ſçavoir mettant la ſuperieure qnantité ſeule, & les rabaiſſant, ainſi qne l'inferieure ſoit ⓪, & reduiſant le nombre de multitude de la ſuperieure à unité, par la 2 reigle) finalement 1 ② ſera egale à $\frac{5}{3}$ ① — $\frac{2}{3}$.

Reigle IX.

Si tous les nombres de multitude des quantitez des deux termes egaux euſſent commune meſure, on les peut convertir par la meſme en moindres nombres.

Explication.

Soyent 20 ③, egales à 60 ①: Or parce que la plus grande commune meſure des nombres eſt 20, on pourra diviſer & l'une & l'autre partie par 20, & ſe trouvera 1 ③, egale à 3 ①. Et de meſme ſorte eſtant 200 ②, egales à 300 ① + 400; parce que leur plus grande commune meſure eſt 100; on peut diviſer toutes les quantitez par 100, & demeureront a ②, egales à 3 ① + 4. Cecy ce faict aucunefois, à fin que les operations algebraiques ſe feroyent par moindres nombres plus faciles.

Reigle X.

Si deux termes egaux, euſſent cõmune meſure algebraique, on les peut cõvertir par la meſme, en moindre multitude de quantitez.

Explication.

Soyent 8 ⑤ + 6 ③, egales à 12 ④ + 20 ③ + 9 ② + 15 ①; On verra s'ils ont commune meſure par le 53 probleme, & ſe trouve qu'ouy, & qne la maieure eſt 4 ① + 3 ①; on diviſera doncques & l'un & l'autre terme par 4 ③ + 3 ①, & l'on aura a ②, egales à 3 ① + 5.

Nota.

Les reductions (qui ſont en l'algebre choſe de grande cõſequẽce) ſe pourroient encore rencõtrer, en beaucoup d'autres ſortes, qui ſont impoſſibles de ſe pouvoir par menu toutes deſcrire: mais je m'eſtime avoir icy declaré les prineipales, & à la choſe plus neceſſaires, par leſquelles celuy les entendant, pourra facilement parvenir à l'invention de pluſieurs autres. Quant aux rednctions, cõme

③ egale à ① ⓪ en ① egale à ⓪
③ egale à ② ⓪
③ egale à ② ① ⓪ } en ③ egale à ① ⓪

④ egale à ① ⓪
④ egale à ② ① ⓪
④ egale à ③ ⓪
④ egale à ④ ① ⓪
④ egale à ③ ② ⓪
④ egale à ③ ② ① ⓪ } en ② egale à ① ⓪

leur

leur lieu ne ſera pas icy, parce qu'icelles reductions ſont les origines de leurs problemes, & ſont appliquées chaſcun au ſien.

Eſtant doncques ainſi achevée la reduction, il faut maintenant venir à la proportion des nombres algebraiques, en laquelle ne propoſerons autres termes egaux (qui ſont le premier & ſecond) que ceux, qui ſont reduicts, par les reigles precedentes, s'ils l'euſſent eu beſoing.

ANNOTATION
d'Alb. Girard.

Qve le Lecteur ſe reſouvienne, que les problemes ſuyvans, qui enſeignent de trouver le 4e terme proportionnel, ne doivent eſtre entendus parler de toute ſorte de proportion comme de majeure & mineure inegalité, mais ſeulement de la proportion egale, ce qui eſt auſſi de l'Intention de l'Autheur, comme on le pourroit prouver en pluſieurs lieux precedens & ſuyvans, comme auſſi il vient de dire (termes egaux.) Car autrement il s'enſuyvroit de l'abſurdité, pour preuve de quoy je mettray c'eſt exemple. Soyent trou termes donnez, dont le premier ſoit 1 ②, le ſecond 4 ① + 5, le troiſieſme 1 ①; Ie dis que le 4e terme proportionnel eſt incertain; car iceluy peut eſtre tout nombre quelquonque majeur à 4; veu que 1 ② eſtant poſée valoir 36, alors 4 ① + 5 vaudroit 29 (comme le ſuyvant probleme l'apprendra) & 1 ① vaudroit 6; or le quatrieſme proportionnel de ces trois, 36, 29 & 6, eſt $4\frac{5}{6}$, qui ſeroit auſſi celuy des trois ſuſmentionné, car que 1 ② aye telle raiſon à 4 ① + 5 comme 1 ① à $4\frac{5}{6}$ cela ſera certain ſi on prend que 1 ① vaille 6: La raiſon de cecy eſt que les nombres algebraiques ſont quantités indefinies, ſi on n'adjoinct quant & quant leur valeur par ſuppoſition. Mais ſi je dis que 1 ② eſt egale ou vaut autant que 4 ① + 5, alors 1 ① vaudra infailliblement un nombre certain & eſt 5. & en ceſte maniere ſe deuront entendre les Problemes ſuyvants en commenceant au Probleme 68; car les deux ſuyvans, le ſecond terme eſtant ⊙, aſſavoir nombre abſolu, & tous les trois non meſlés de nombres algebraiques & abſolus par + & —, ont leur quatrieſme proportionel certain; I'ay dit cy deſſus que le quatrieſme terme de l'exemple propoſé eſt tout nombre quelquonque majeur à 4, c'eſt à dire que ſi l'on veut que ce ſoit 6, 7, 8 ou 9, on prendra que 1 ① vaille $2\frac{1}{2}$, $1\frac{2}{3}$, $1\frac{1}{4}$, ou 1, &c.

Probleme LXVI.

Estant donnez trois termes, deſquels le premier 1 ①, le ſecond ⊙, le troiſieſme nombre algebraique quelconque: Trouver leur quatrieſme terme proportionel.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes ſelon le probleme tels: le premier 1 ①, le ſecond 4, le troiſieſme 5 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel. *Conſtruction.* On multipliera le troiſieſme terme donné 5 ①, par le ſecond 4, faict 20 ①; Puis on diviſera les meſmes par le premier terme donné, qui eſt 1 ①, & donne quotient (par le 50 probleme) 20: Je dis que 20 eſt le quatrieſme terme proportionel requis. *Demonſtration.* Pnis que nous diſons par ce probleme, que 5 ① vallent 20, la 1 ① vaudra 4. Mettons doncques ſoubs chaſcun terme ſa valeur en ceſte ſorte:

1 ①.	4.	5 ①.	20.
4.	4.	20.	20.

Et appert que 20 eſt leur quatrieſme terme proportionel, car comme 4 à 4, ainſi 20 à 20; ce qu'il falloit demonſtrer.

Nota. Et de meſme ſorte s'entendra, que 1 ① vallant 4, les 5 ① + 3 vauldront 23, car les 5 ① vallent par ce probleme 20, & plus 3 font 23.

Item 1 ① vallant 4, les 5 ① — 3 vauldront 17, car 5 ① vallent 20, par ce probleme, deſquels ſoubſtraict 3 reſte 17.

Item 1 ① vallant 3, a lors 1 ② (veu que 1 ② eſt la potence quarrée de 1 ①) vauldra 9.

Item 1 ① vallant 3, les 4 ② vauldront 4 fois 9, qui eſt 36.

Item 1 ① vallant 3, la 1 ③ (veu que 1 ③ eſt la porence cubique de 1 ①) vaudra 27.

Item 1 ① vallant 3, les 4 ③ vaudront 4 fois 27, qui eſt 108.

Item 1 ① vallant 5, les 2 ③ + 6 ① vaudront 80; car 2 ② vallent 50, & 6 ① vallent 30, font enſemble 80.

Item 1 ① vallant 2, les 3 ③ + 4 ② — 5 ① + 7 vaudront 37, car les 3 ③ vallent 24, & 4 ② vallent 16, & 7 vaut 7, deſquels la ſomme (à ſçavoir de 24. 16. 7) eſt 47, des meſmes ſoubſtraict 10 pour les — 5 ①, reſte pour ſolution comme deſſus 37.

Item 1 ① vallant 3, les $\frac{2\,①+3\,①-7}{3\,①-4\,①+6}$ vaudront $\frac{20}{5}$, car les 2 ② + 3 ① — 7 vallent 20, & les 3 ③ — 4 ② + 6 vallent 51.

Item 1 ① vallant $\surd$ 2, alors 3 ① vaudront trois fois $\surd$ 2, qui eſt par le 22a probleme $\surd$ 18.

Item 1 ① vallant $\surd$ 2, alors 1 ② (veu que 1 ② eſt potence quarrée de 1 ①) vaudra 2, & 3 ② vaudront 6.

Item 1 ① vallant $\surd$ 2 + $\surd$ 3, les 3 ① vaudront trois fois autant, qui eſt $\surd$ 18 + $\surd$ 27.

Item 1 ① vallant $\surd$ 2 + $\surd$ 3, la 1 ② vaudra le qnarré de $\surd$ 2 + $\surd$ 3, qui eſt 5 + $\surd$ 24. Et ainſi d'autres ſemblables. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez trois termes, deſquels le premier 1 ①, le ſecond ⊙, le troiſieſme nombre algebraique quelconque, nous avons trouvé leur quatrieſme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

Nota. Ce 66 probleme differe du ſuyvant ſeulement en cela, que ſon premier terme donné eſt d'une prime quantité; mais le ſuyvant de multitude de primes quantitez quelconque: auſſi que les exemples dn probleme precedent ont le troiſieſme terme donné de pluſieurs quantitez, mais le ſuyvant touſiours de 1 ①.

Et pour dire de ſon utilité & proprieté, faut ſçavoir, qu'aux problemes ſuyvans de trois termes donnez, le troiſieſme ſera touſiours nombre algebraique quelconque, toutesfois nous ne donnerons en les exemples des meſmes pour troiſieſme terme, autre que 1 ①. Comment doncques (pourroit quelcun dire) ſera on quant le troiſieſme terme ſera quelque multinomie algebraique, ſelon la propoſition? Ie reſpons que par double operation; Premierement on trouvera la valeur de 1 ①, par ſon probleme, qui eſtant cognu on trouvera alors par ce 66 probleme la valeur du multinomie propoſé pour troiſieſme terme donné, diſant, 1 ① donne autant, combien rel multinomie? Par exemple, ſi les trois termes donnez fuſſent tels: le premier 1 ③, le ſecond 3 ① + 2, le troiſieſme 3 ② + 4 ①: On diroit premierement, 1 ③ vaut 3 ① + 2, combien 1 ①? faict par le 69 probleme 2. Puis pour ſeconde operation, on diroit autrefois, 1 ① vaut 2, combien 3 ② + 4 ①, faict par ce 66 probleme, pour le quatrieſme terme proportionel requis, 20. Et ainſi d'aultres ſemblables. Ce probleme ſervira auſſi, pour les demonſtrations Arithmetiques, des problemes ſuyvans, comme le tout apparoiſtra par les exemples, chaſcun en ſon lieu.

Probleme LXVII.

Estant donnez trois termes, desquels le premier ①, le second ⊙, le troisiesme nombre algebraique quelconque : Trouver leur quatriesme terme proportionel.

Explication du donné. Soient donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 2 ①, le second 6, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel. *Construction.* On divisera le 6 du second terme, par 2 du premier terme (car puis que le nombre du troisiesme terme est 1, il ne sera besoing de faire la vulgaire multiplication du troisiesme & second terme, qui seroit 6 ①) donne quotient 3. Ie di que 3 est le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration.* Puis que nous disons par ce probleme, 1 ① valoir 3, doncques par le 66 probleme, 2 ① vaudront 6, mettons doncques soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte:

2 ①.	6.	1 ①.	3.
6	6.	3.	3.

Et appert que 3 est leur quatriesme terme proportionel, car comme 6 à 6, ainsi 3 à 3; ce qu'il falloit demonstrer. Quant à la demonstration geometrique, la chose est si notoire, qu'il ne semble point de mestier.

Nota. Si les trois termes donnez fussent tels: le premier 5 ①, le second $\surd 3$, le troisiesme 1 ①, on divisera (comme dessus) $\surd 3$ par 5, donne solution $\surd \frac{3}{25}$. Autrement, on pourroit solver ceste question reduisant les termes egaux par la 6 reigle de la reduction, à sçavoir prenant la poicnce quarree, de chasque terme, & seront 5 ②, egales à 3, & seroit alors question, requirant l'operation du 78 probleme.

Item si les trois termes donnez fussent tels: le premier 3 ①, le second $\surd 3 + \surd 2$, le troisiesme 1 ①; On divisera (comme dessus) $\surd 3 + \surd 2$ par les 3 (des 3 ①) donne solution $\surd \frac{1}{3} + \surd \frac{2}{9}$. Et ainsi d'autres semblables.

Conclusion. Estant doncques donnez trois termes, desquels le premier ①, le second ⊙, le troisiesme nombre algebraique quelconque; Nous avons trouvé leur quatriesme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

Probleme LXVIII.

Estant donnez trois termes, desquels le premier ②, le second ① ⊙, le troisiesme nombre algebraique quelconque: Trouver leur quatriesme terme proportionel.

Nota. Le binomie du second terme donné de ce probleme se peut rencontrer en trois differences, à sçavoir:

①+⊙.	Desquelles les autres en donnent trois diverses operations, ausquels Michel Stifle a commode ce mot *Amasias.* & Cardane livre 10 chap. 5. ce carme,
—①+⊙.	
①—⊙.	

Querna, dabis. Nuquer, admi. Requan, Minue dami.

Mais nous demonstrerons une seule maniere, par laquelle sans varier d'une syllabe, l'operation sera en toutes trois la mesme: Parquoi faut sçavoir que nous ne les appellons pas Differences, en respect des operations; car comme nous disons, l'operation est en toutes la mesme, mais en respect des diversitez, de la disposition des quantitez, du second terme donné.

PREMIERE DIFFERENCE DE SECOND TERME ①+⊙.

Explication du donné. Soient donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1 ②, le second 4 ①+12, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

Construction.

La moitie de 4 (des 4 ①) est	2
Son quarré	4
Au mesme aiousté le ⊙ donné, qui est	12
Donne somme	16
Sa racine quarrée	4
A la mesme aiousté 2 premier en l'ordre faict	6

Ie di que 6 est le quatriesme terme proportionel requis.

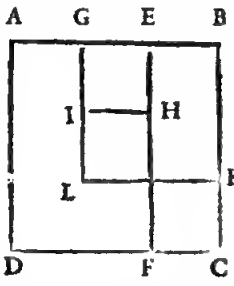
Demonstration Arithmetique. Puis que nous disons 1 ① valoir 6, doncques par le 66 probleme, 1 ② vaudra 36, & 4 ①+12 vaudront aussi 36; Parquoi mettons soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte:

1 ②.	4 ①+12.	1 ①.	6.
36	36.	6.	6.

Et appert que 6 est leur quatriesme terme proportionel.

Autre demonstration geometrique.

Soit descript le quarré A B C D, denotant 1 ②; doncques son costé B C (lequel prouverons valoir 6, à la fin de la demonstration) sera 1 ①, car multipliant 1 ① en soi, faict 1 ②. Puis soit menée la ligne E F, parallele avec A D, & soit A E 4; Ergo le rectangle A F (veu que A D est 1 ①) sera 4 ①. Or puis que tout le quarré A B C D, qui est 1 ②, est egal à 4 ①+12, & que le rectangle A F faict 4 ①, le rectangle E C sera 12. Doncques les trois termes donnez en nombres, nous les avons ici en grandeurs, à sçavoir A B C D 1 ②, egale à A F 4 ①+E C 12; Et B C est la 1 ①. Or faisons maintenant la construction par ces grandeurs, semblable à la precedente des nombres en ceste sorte:



La moitie de A E 4, qui est G E, est	2
Son quarré G E H I	4
Au mesme aiousté le ⊙ donné, c'est à dire E C	12
Donne somme, pour le gnomon HIGBCF, ou pour le quarré G B K L (qui est egal audict gnomon)	16
Sa racine B K	4
A la mesme aiousté G E 2 premier en l'ordre, ou en son lieu K C (car K C est egal à G E) faict pour B C	6

Ce qu'il falloit demonstrer.

Nota. Le quatriesme terme proportionel vient aucunefois à nombre Arithmetique incommensurable, duquel nous mettrons deux exemples.

Soient premierement les trois termes, desquels on requiert le quatriesme proportionel, tels: le premier 1 ②, le second 6 ①+3, le troisiesme 1 ①.

Construction.

La moitie de 6 (des 6 ①) est	3
Son quarré	9
Au mesme aiousté le ⊙ donné, qui est	3
Donne somme	12
Sa racine quarrée	$\surd 12$
A la mesme aiousté 3 premier en l'ordre, faict pour solution	$\surd 12 + 3$

Soient au second les trois termes, desquels on requiert le quatriesme proportionel, tels: le premier 1 ②, le second $\surd 8$ X ①, le troisiesme $\surd 3$.

Con-

Conſtruction.

La moitie de ✓8 (de ✓8 X ①) eſt	✓2
Son quarré	2
Au meſme ajouſté le ◎ donné, qui eſt	✓3
Donne ſomme	2 + ✓3
Sa racine quarrée	✓ *bino.* 2 + ✓3
A la meſme ajouſté ✓2 premier en l'ordre, faict pour ſolution	2 + ✓ *bino.* 2 + ✓3

Seconde maniere de conſtruction.

Autre maniere d'operation y a il, laquelle demonſtrerons en toutes les trois differences, auſſi la meſme; par laquelle il ne ſera meſtier de convertir par la 2 reigle de reduction, le nombre de multitude de ②, en unité. Et celuy qui voudra ſuivre ceſte reigle, evitera aucunefois les rompuz, qui procedent de telle reduction.

Soyent par exemple les trois termes, deſquels on requiert le quatrieſme proportionel, tels: le premier 3 ②, le ſecond 8 ① + 16, le troiſieſme 1 ①.

Conſtruction.

La moitie de 8 (des 8 ①) eſt	4
Son quarré	16
Au meſme ajouſté le produict de 3 (des 3 ②) par le ◎ donné, qui eſt	48
Donne ſomme	64
Sa racine quarrée	8
A la meſme ajouſté 4 premier en l'ordre, faict	12
Qui diviſe par 3 (des 3 ②) donne quotient & ſolution	4

DEUXIESME DIFFERENCE, DE SECOND TERME — ① + ◎.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes ſelon le probleme tels: le premier 1 ②, le ſecond — 6 ① + 16, le troiſieſme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quarrieſme terme proportionel.

Conſtruction.

La moitie de — 6 (des — 6 ①) eſt	— 3
Son quarré (car — 3 par — 3 faict + 9) eſt	9
Au meſme ajouſté le ◎ donné, qui eſt	16
Donne ſomme	25
Sa racine quarrée	5
A la meſme ajouſté — 3 premier en l'ordre, faict	2

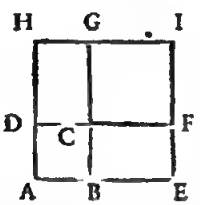
Je di que 2 eſt le quarrieſme terme proportionel requis.

Demonſtration Arithmetique. Puis que nous diſons 1 ① valoir 2, ergo par le 66 probleme 1 ② vaudra 4, & — 6 ① + 16 vaudront auſſi 4. Mettons doncques ſoubs chaſcun terme ſa valeur en ceſte ſorte:

1 ②.	— ① 6 + 16.	1 ①.	2.
4.	4.	2.	2.

Et apert que 2 eſt leur quarrieſme terme proportionel requis.

Autre demonſtration Geometrique.



Soit deſcript le quarré A B C D, denotant 1 ②, ergo ſon coſté A B (lequel prouverons valoir 2 à la fin de la demonſtration) ſera 1 ①. Puis ſoyt produicte la ligne A B, en E, qui ſoit B E, & de B E, & B C, ſoit deſcript le rectangle B E F C, & ſemblablement ſoit produict B C, en G, & ſoit C G 3, & de C G, & C D, ſoit deſcript le rectangle D C G H, Ergo le rectangle B E F C (veu que E B eſt 3, & B C 1 ①) ſera 3 ①. Et ſemblablement ſera le rectangle C D G H 3 ①. Or puis que le quarré A B C D 1 ②, eſt egal à — 6 ① + 16, & que les deux rectangles C E, C H, font 6 ①: s'enſuit que le gnomon C F E A H G ſera 16. Doncques les trois termes donnez en nombres nous les avons icy en grandeurs; à ſçavoir A B C D 1 ②, egale à — C E C H 6 ① + C F E A H G 16; Et A B eſt la 1 ①. Or faiſons maintenant la conſtruction par ces grandeurs, ſemblable à la precedente des nombres, en ceſte ſorte:

La moitie des deux lignes F C, & C G, qui ſoit F C, eſt	— 3
Son quarré C F I G	9
Au meſme ajouſté le ◎ donné, c'eſt à dire le gnomon C F E A H G	16
Donne ſomme pour le quarré A E I H	25
Sa racine A E	5
A la meſme ajouſté — F C 3 premier en l'ordre, ou en ſon lieu — B E 3, faict pour A B,	2

Ce qu'il falloit demonſtrer.

Seconde maniere de conſtruction, qui eſt ſans convertir le nombre de multitude de ② en unité.

Soyent les trois termes, deſquels on requiert le quatrieſme proportionel, tels: le premier 4 ②, le ſecond — 4 ① + 24, le troiſieſme 1 ①.

Conſtruction.

La moitie de — 4 (des — 4 ①) eſt	— 2
Son quarré	4
An meſme ajouſté le produict de 4 (des 4 ②) par le ◎ donné, qui eſt	96
Donne ſomme	100
Sa racine quarrée	10
A la meſme ajouſté — 2 premier en l'ordre, faict	8
Qui diviſe par 4 (des 4 ②) donne quotient & ſolution	2

Et encore pourroit par l'origine des conſtructions de ce probleme (laquelle origine nous deſcrirons derriere de ce probleme) former beaucoup d'autres reigles, des meſmes conſtructions, & viendroyent toutes à une meſme ſolution. Nous en donnerons deux ſur la queſtion precedente (qui ſe pourroit auſſi appliquer tant à la difference precedente, qu'a la ſuivante) en ceſte ſorte:

La moitie de — 4 (des — 4 ①) eſt	— 2
Son quarré 4, qui diviſe par 4 (des 4 ②) donne quotient	1
Au meſme ajouſté le ◎ donné, qui eſt 24, donne ſomme	25
Sa racine quarrée	5
De la meſme ſoubſtraict la racine de 1, ſecond en l'ordre, qui eſt 1, reſte	4
Qui diviſe par la racine de 4 (des 4 ②) qui eſt par 2, donne quotient & ſolution comme deſſus	2

Autrement.

Racine de 4 (des 4 ②) eſt 2; ſon double 4, par le meſme diviſé 4 (des 4 ①) donne quotient	1
An meſme ajouſté le ③ donné, qui eſt 24, donne ſomme	25
Sa racine quarrée	5
De la meſme ſoubſtraict la racine de 1, ſecond en l'ordre, qui eſt 1, reſte	4
Qui diviſe par la racine de 4 (des 4 ②) qui eſt par 2, donne quotient & ſolution comme deſſus	2

Mais la premiere de ces trois conſtructions eſt la plus commode pour eviter computations radicales, qui ſe rencon-

rencontrent ſouventesfois en la deuxieſme & troiſieſme maniere, leſquelles nous mettons, plus pour rendre notoire les cauſes (qui par l'origine apparoiſteront) qu'autrement.

TROISIESME DIFFERENCE, DE SECOND TERME ①—◎.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes ſelon le probleme, tels: le premier 1②, le ſecond 6①—5, le troiſieſme 1①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel.

Conſtruction.

La moitie de 6 (des 6①) eſt	3
Son quarré	9
Au meſme ajouſté le ◎ donné, qui eſt	—5
Donne ſomme	4
Sa racine quarrée	2
A la meſme ajouſté 3 premier en l'ordre, faict pour maieure ſolution	5
Ou autrement, ſoubſtraict ledict 2 de 3 premier en l'ordre (ce qui eſt le propte de ceſte troiſieſme difference, dont la raiſon ſera manifeſte, par l'origine de ces conſtructions ſuivantes) reſte pour moindre ſolution	1

Je di que & 5 & 1 eſt le quatrieſme terme proportionel requis. *Demonſtration Arithmetique.* Puis que nous diſons 1① valoir 5; ergo par le 66 probleme, 1② vaudra 25, & les 6①—5 vaudront auſſi 25; Mettons doncques ſoubs chaſcun terme ſa valeur en ceſte ſorte:

1②.	6①—5.	1①.	5.
25.	25.	5.	5.

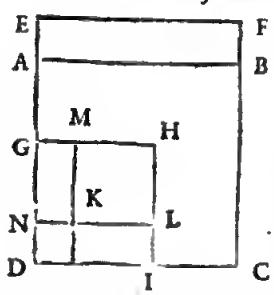
Et appert que 5 eſt leur quatrieſme terme proportionel requis.

Mais que la ſolution 1 eſt auſſi veritable, ſe demonſtre par meſme maniere. Mettons ſoubs chaſcun terme ſa valeur en ceſte ſorte:

1②.	6①—5.	1①.	1.
1.	1.	1.	1.

Et appert que 1 eſt leur quatrieſme terme proportionel requis.

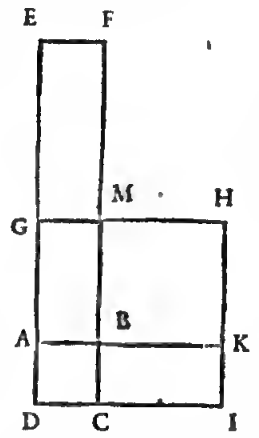
Autre demonſtration Geometrique.



Soit deſcript le quarré A B C D, denotant 1②, ergo ſon coſté A D (lequel prouverons valoir 5 à la fin de la demonſtration) ſera 1①. Puis ſoit produict la ligne D A, en E, & ſoit toute la D E 6, & de A E, & A B, ſoit deſcript le rectangle A E F B; ergo le rectangle D E F C (veu que D E eſt 6, & D C 1①) ſera 6①: Or puis que le quarré A B C D, qui eſt 1②, eſt egal à 6①—5, & que le rectangle D E F C faict 6①, ergo le rectangle A F ſera 5. Doncques les trois termes donnez en nombres nous les avons icy en grandeurs, à ſçavoir A B C D 1②, egale à D F 6①—A F 5; Et A D eſt la 1①. Or faiſons maintenant la conſtruction par ces grandeurs, ſemblable à la precedente des nombres, en ceſte ſorte:

La moitie de E D 6, qui ſoit G D, ſera	3
Son quarré G H I D	
Au meſme ajouſté le —5 donné, c'eſt à dire moins le gnomon K L I D G M, qui ſoit egal au rectangle A F	—5
Donne ſomme pour le quarré M H L K	4
Sa racine M K ou G N eſt	2
A la meſme ajouſté G D 3 premier en l'ordre, ou en ſon lieu G E 3, faict pour N E 5. Mais A D eſt egale à N E (lequel ſe prouve, ſoubſtrayant A D 5 de E D 6, reſte A E 1, qui multiplié par A B 5, donne ſon vray produict 5) faict doncques pour A D	5

Ce qu'il falloit demonſtrer.



Mais que la ſolution 1 eſt auſſi veritable, ſe demõſtre geometriquement ainſi: Soit deſcript le quarré A B C D, denotant 1②, ergo ſon coſté A D (lequel nous prouverons valoir 1, à la fin de la demõſtration) ſera 1①. Puis ſoit produict D A en E, & ſoit toute la D E 6, & de A E, & A B, ſoit deſcrit le rectangle A E F B; Ergo le rectangle D E F C (veu que D E eſt 6, & D C 1①) ſera 6①. Or puis que le quarré A B C D, qui eſt 1②, eſt egal à 6①—5, & que le rectangle D E F C faict 6①, ergo le rectangle A F ſera 5. Doncques les trois termes donnez en nombres, nous les avons icy en grandeurs, à ſçavoir A B C D 1②, egale à D E F C 6①—A F 5; Et A D eſt la 1①. Or faiſons maintenant la conſtruction par ces grandeurs, ſemblable à la precedente des nombres, en ceſte ſorte:

La moitie de E D 6, qui ſoit G D, ſera	3
Son quarré G H I D	9
Au meſme ajouſté le —5 donné, c'eſt à dire moins le gnomon B K I D G M, qui ſoit egal au rectangle A F,	—5
Somme pour le quarré M H K B	4
Sa racine M B ou G A eſt	2
La meſme ſoubſtraict de G D 3, premier en l'ordre, reſte pour A D	1

Ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA 1. Quant à l'exception qu'aucuns font en ceſte troiſieſme differẽce, ce ne doibt (à mon avis) point eſtre d'exception; veu que nous venons au vray requis par generale reigle, & par une meſme maniere. Prenons pour exemple, que les trois termes, deſquels on requiert le quatrieſme proportionel, ſoyent tels: le premier 1②, le ſecond 12①—36, le troiſieſme 1①, & faiſons en operation, ſemblable à la precedente, en ceſte ſorte:

La moitie de 12 (des 12①) eſt	6
Son quarré	36
Au meſme ajouſté le ◎ donné, qui eſt	—36
Donne ſomme	0
Sa racine quarrée	0
A la meſme ajouſté 6 premier en l'ordre, faict pour premiere ſolution	6
Ou autrement, 0 cinequieſme en l'ordre, ſoubſtraict de 6 premier en l'ordre, reſtera pour ſeconde ſolution	6

Et

Et appert, que celuy qui ſuivera la generale reigle, ne ſera en rien deceu.

Nota 2. Quelqu'un pourroit doubter, que veult ſignifier la double ſolution de ceſte troiſieſme difference (qui ſe peuvent rencontrer, comme en aucuns exemples ſuivans en ſix diverſes ſortes) & comment l'une & l'autre pourra eſtre bonne: Or combien que cecy apparoiſtra aſſez en diverſes exemples d'algebre ſuivans; Toutesfois pour ceux qui ce pendant pourtoyent eſtre en doubte, nous en dirons icy quelque choſe. Poſons le cas, qu'il y a propoſé de partir 6 en deux parties telles, que leur produict ſoit 8. On trouvera par la premiere maniere que l'une nombre requis ſera 4, & par l'autre maniere, ſe trouvera 2. Mais que l'un & l'autre ſolution ſoit bonne, eſt manifeſte. Car ſi on dict que l'un nombre eſt 4, doncques ſoubſtraict 4 de 6, reſte 2 pour l'autre nombre, leſquels 4 & 2 donnent produict ſelon le requis 8. Ou ſi on dict par la ſeconde maniere, que l'un nombre eſt 2, ergo ſoubſtraict 2 de 6 reſte 4 pour l'autre nombre, leſquels 2 & 4 donnent le meſme produict requis 8. En ceſte queſtion doncques & ſemblables voit on l'uſage de ceſte double ſolution.

Nota 3. Nous pourrions donner exemples en la ſeconde & troiſieſme difference, la ou ſe rencontrent nombres radicaux, comme nous avons faict à la precedente premiere difference; Mais veu que l'operation eſt en toutes trois la meſme, comme il appert, & comme nous avons promis d'exhiber au commencement de ce probleme, il ne ſera point de meſtier.

DE L'ORIGINE DE LA CONSTRVCTION DV PRECEDENT LXVIII. PROBLEME.

Nous avons amplement faict aux conſtructions precedentes leurs demonſtrations, tant Geometriques, qu'Arithmetiques; Mais encore n'eſt pas notoire par icelles l'occaſion qui a faict inventer à Mahomet telle reigle. A fin doncques que la choſe ſoit entendue parfaictement, nous la declarerons par ſes cauſes comme s'enſuit.

Quand ② eſt egale à ① ◎, nous la ponvons reduire en ①, egale à ◎, & alors eſt la valeur de 1 ① notoire par le precedent 67 probleme, & de telle reduction eſt colligée la maniere de ladicte conſtruction, comme apparoiſtra. Soit par exemple:

1② egale a —6①+16.

Qui ſont le premier & ſecond terme, de la premiere conſtruction, de la ſeconde difference; Et ajouſtons à chaſque partie 6①, & ſeront

1②+6① egales à 16.

Reſte maintenant de trouver quelque ◎, qui ajouſté à ②+6①, tel trinomie aie racine, qui ſoit 1①+quelque ◎. Or pour trouver tel nombre, il ne faut que multiplier la moitie de 6 (des 6①) qui eſt 3, en ſoy, faict 9, & on l'aura (la raiſon pourquoy le quarté de la moitie du nombre de ①, eſt touſiours le ◎, qu'il faut ajouſter à tel binomie, & par cela manifeſte, que le produict du nombre de ②, qui eſt icy unité, multiplié par le ◎, eſt touſiours egal au quarré de la moitie du nombre ①; Et qui encore veut ſçavoir pourquoy tel produict eſt touſiours egal au quarré, de la moitie du nombre de ①; Qu'il multiplie 1①+quelque ◎, en ſoy, & facilement verra la cauſe, es nombres procedens de l'operation de telle multiplication) Ajouſtons doncques 9, à chaſcune des egales parties, & ſeront

1②+6①+9, egales à 25.

Puis extrayons de chaſque partie racine quarrée, & ſeront:

1①+3, egales à 5.

Puis ſoubſtrayons de chaſcune partie 3, & ſera

1① egale, ou vaudra pour ſolution 2.

Et par ceſte maniere, nous pourrions ſolver tous ſemblables exemples; Mais à fin que telle invention de valeur de 1①, ſoit plus commode, on l'a redigé en ordre, & on en a faict une reigle; conſiderant d'ou nous procede tel 2, valeur de 1①, & nous voyons apertement, qu'on ajouſte touſiours le quarré du nombre de ①, au ◎, & que nous extrayons de la ſomme racine quarrée, & que de telle racine on ſoubſtraict encore la moitie du nombre de ①; & pourtant eſt-ce, qu'on applique ces choſes ainſi en reigle de ladicte conſtruction.

Quant à l'origine de la ſeconde conſtruction, qu'il y a en chaſcune difference, elle eſt ſemblable à la precedente. Soyent par exemple 4②, egales à —4①+24, qui ſont le premier & ſecond terme de la ſeconde conſtruction, de la ſeconde difference; Et ajouſtons à chaſcune partie 4①, & ſeront

4②+4①, egales à 24.

Reſte maintenant de trouver quelque ◎, qui ajouſté à 4②+4①, le trinomie aie racine, qui ſoit ①+quelque ◎.

Or pour le trouver, il ne faut que multiplier la moitie de 4 (des 4①) qui eſt 2, en ſoy, faict 4, & diviſer le meſme par 4 (des 4②,) donne quotient 1, pour tel nombre requis: la raiſon pourquoy l'on trouve tel nombre touſiours ainſi, eſt noroire par ce que nous en avons dict cy deſſus. Ajouſtons doncques à chaſcune partie 1, & ſeront

4②+4①+1, egales à 25.

Puis extrayons de chaſque partie racine quarrée, & ſeront

2①+1, egales à 5.

Puis ſoubſtrayons de chaſque partie 1, & ſeront

2①, egales à 4.

Diviſant doncques 4 par 2 (des 2①) on aura la valeur de 1①, qui ſera 2; Et appert que de ceſte operation eſt colligée la reigle de l'un des exemples de ladicte deuxieſme difference.

Item ſi l'on conſidere, que nombre de multitude de ① diviſé par le donble de la racine du nombre de multitude de ②, donne touſiours quorient ◎, duquel le quarré ajouſté au binomie, luy faict trinomie, ayant racine compoſée de ① & ◎, on en colligera encore une autre maniere.

Et par les choſes deſſus dictes eſt aſſés notoire l'origine des autres deux differences, touresfois parce que nous avons dict, qu'en l'origine appert pourquoy la troiſieſme difference a deux ſolutions, nous la declarerons. Soit 1②, egale à 6①—5, qui ſont le premier & ſecond terme de l'exemple de la troiſieſme difference, & ſoubſtrayons de chaſcune partie 6①, & ſera

1②—6①, egale à —5.

Reſte maintenant de trouver quelque ◎, qui ajouſté à 1②—6①, le trinomie aie racine, qui ſoit 1① & quelque ◎, le meſme pour les raiſons que deſſus ſera 9 (à ſçavoir le quarré de —3 moitie de —6 des —6①.) Aiouſtons doncques à chaſcune partie 9, & ſeront

1②—6①+9, egeles à 4.

Puis extrayons de chaſcune partie racine quarrée, & ſera

1①—3, egale à 2.

ou autrement

—1①+3, egale à 2.

Car

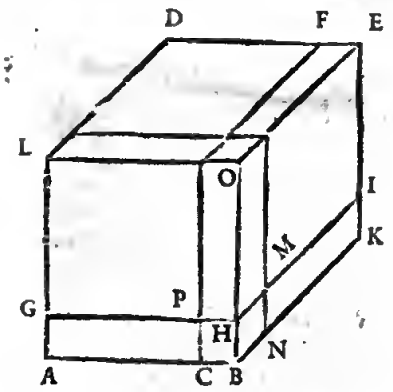
Car autant r ① — 3, comme — r ① + 3, eſt racine de 1 ② — 6 ① + 9; quand doncques nous poſons pour racine r ① — 3 egale à 2, il faut ajouſter à chaſcune partie 3, & r ① ſera egale, ou vaudra 5. Mais ſi nous poſons pour racine — r ① + 3, egale à 2, il faudra ſoubſtraire de chaſque partie 2, & reſtera — 1 ① + 1, egale à 0; Et ajouſtant à chaſcune partie 1 ①, alors ſera 1 ① egale ou vallant 1. Et eſt la cauſe de la double ſolution à ladicte troiſieſme difference par ces choſes ſi manifeſte, qu'il n'eſt meſtier d'en ſonner plus mot; Laquelle origine il falloit declarer. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez trois termes, deſquels le premier ②, le ſecond ① ⊙, le troiſieſme nombre algebraique quelconque, nous avons trouvé leur quatrieſme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

NOTA. Voyla achevée l'invention du quatrieſme terme proportionel iadis practiſée par Mahomet. S'enſuivent celles de ſes ſucceſſeurs; Mais avant qu'y venir nous deſcrirons quelque theoreme neceſſaire à leurs operations & demonſtrations, que nous avons colligé du theoreme de Tartalia, deſcript par Cardane chap. 6. livre ALGEB. & formé ſelon noſtre guiſe, à nos demonſtrations plus commode, comme s'enſuit.

THEOREME.

Si on coupe une ligne droicte en lieu quelconque, le cube de toute la ligne, ſera egal aux deux cubes des parties, & troiſfois le ſolide rectangle, contenu ſoubs les deux parties & toute la ligne.

Explication du donné. Soit la ligne droicte A B, coupée ou que ce ſoit en C. *Explication du requis.* Il faut demonſtrer que le cube de la A B, eſt egal, aux deux cubes, de A C, & C B, & troiſfois le ſolide rectangle, contenu ſoubs A C, & C B & A B.



Preparation de la demonſtration.

Deſcrivons de la ligne A B, le cube A D E B, qui ſoit coupé par le plain C F, parallele au quarré B E, & puis par le plain G H I, parallele à la baſe A K, & ainſi que H B ſoit egale à C B; puis par le plain L N, parallele au quarré A O, & ainſi que H M ſoit egale à la H B. *Demonſtration.*

Toutes les parties ſont egales à leur tour,

Deux cubes de A C, & C B, & les trois rectangles contenuz ſoubs A C, & C B, & A B, ou ſoubs leurs egales, ſont tout le cube de A B,

Ergo leſdictes parties ſont egales au cube de A B.

L'aſſomption ſe prouve ainſi: Le cube de A C eſt celuy duquel le quarré eſt L F, & le cube de C B eſt C H N, & les trois ſolides rectangles ſont L H, & N F, & G C, (nous denotons par G C, le ſolide rectangle conſiſtant ſoubs la ſuperfice G C) leſquelles ſont les parties integrantes du cube A E. Mais que leſdicts trois ſolides rectangles, ſont contenus ſoubs trois lignes egales à A C, C B, & A B, ſe demonſtre ainſi: du ſolide L H la H O eſt egale à la A C, & H M, à la B C, & G H, à la A B, & ſemblable ſera la demonſtration des deux autres ſolides, N F, & G C.

L'on pourroit encore prendre les trois ſolides rectangles d'aultre ſorte que deſſus; à ſçavoir L C, & H F, & N L. Nous denotons par N I, le ſolide rectangle conſiſtant ſoubs la ſuperfice N I.

Application des nombres aux grandeurs cy deſſus.

Soit toute la A B quelque nombre comme 10, & A C ſoit 8, & B C 2, ergo le cube de A C	512
Et le cube de C B	8
Et le ſolide rectangle L H 160, ſon triple pour les trois ſolides rectangles	480
Leur ſomme	1000
Egale au cube de A B 10, qui eſt auſſi	1000

Concluſion. Si doncques on coupe une ligne droicte en lieu quelconque, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

COROLLAIRE I.

Il appert, que le quarré A B, eſt egal au quarré de A C, avec le gnomon P O B A.

COROLLAIRE II.

Il eſt noroire que le gnomon P O B A eſt egal au quarré de C B, & le double du produict de A C & C B.

COROLLAIRE III.

Il eſt manifeſte, que le nombre des trois ſolides rectangles, L H, N F, G C, eſt egal au nombre de 6 quarrez de A C, & 12 lignes de A C. Par exemple, les 6 quarrez de A C (veu que nous poſons A C 8) ſont 384, & 12 fois A C faict 96, qui avec 384 faict 480: Et auſſi ſont 480 leſdicts trois ſolides rectangles.

COROLLAIRE IV.

Il eſt evident, que le nombre du cube de la ligne A B, eſt egal au nombre du cube de A C, & de 6 quarrez de A C, & de 12 lignes A C, & du cube de C B.

Car, le nombre du cube de A B (poſant pour A B 10, & pour C B 2, comme deſſus) eſt	1000
Qui ſera egal au nombre du cube de A C	512
Et de 6 quarrez de A C	384
Et de 12 lignes A C	96
Et du cube de C B	8
Deſquels la ſomme eſt auſſi	1000

COROLLAIRE V.

Il appert, que le quarré de A B, excede au quarré de A C, ou P G, au gnomon P O B A, d'ou s'enſuit que ſix quarrez de A B, excedent à ſix quarrez de A C, en ſix gnomons P O B A, &c.

PROBLEME LXIX.

Eſtant donnez trois termes, deſquels le premier ②, le ſecond ① ⊙, le troiſieſme nombre algebrayque quelconque: Trouver leur quatrieſme terme proportionel.

① + ⊙
— ① + ⊙
① — ⊙

NOTA. Le binomie du ſecond terme donné de ce probleme, ſe peut rencontrer en trois differences, à ſçavoir:

Leſquelles trois differences nous declarerons ſepareement.

PRE-

PREMIERE DIFFERENCE DE SECOND TERME ①+◎.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes ſelon le probleme tels: le premier 1③, le ſecond 6①+40, le troiſieſme 1①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel.

Conſtruction.

Le quarré de la moitie de 40 donné, eſt 400
Du meſme ſoubſtraict le cube de 2 (tiers de 6 de 6①) qui eſt 8, reſte 392, ſa racine ✓392, qui ajouſtée à 20, moitie de 40 donnez, faict 20+✓392
Sa racine cubique eſt ✓③*bino.* 20+✓392
A laquelle ajouſté ſon reſpondant binomie diſioinct comme ✓③*bino.* 20—✓392
Donne ſomme ✓③*bino.* 20+✓392+✓③*bino.* 20—✓392

Laquelle je di eſtre le quatrieſme terme proportionel requis. *Demonſtration Arithmetique.* Si la converſion du multinomie de ceſte ſolution en nombre Arith. fuſt legitimement inventée (quand il ſera poſſible comme icy) ce ſeroit ſinguliere invention, ſervant autant aux problemes ſuivans, comme a ceſtui-cy; & le trouverions valoir 4, par lequel nous pouvons faire demonſtration, mettant ſoubs chaſcun terme ſa valeur en ceſte ſorte:

1③.	6①+40.	1①.	4.
64	64.	4.	4.

Et appert que 4 eſt leur quatrieſme terme proportionel.

Quant à l'addition, que nous avons dict generale, par le moyen du theoreme du 24 probleme; à ſçavoir que multipliant le quotient des deux racines cubiques plus un, par le diviſeur; Elle ne nous faille en rien, mais parce que les parties ſont iocommenſurables, à la fin nous reviennent les meſmes deux racines cubiques des binomies donnez.

Mais pour trouver ce 4 terme en nombre abſolus, parfaictement ou ſi pres que l'on veut, nous renvoyons le Lecteur à une reigle generale qui ſera miſe à la fin du 77. probleme ſuivant, ce qui ſervira non ſeulement icy, mais auſſi à tous les problemes ſuivants juſques à la meſme reigle.

Preparation d'autre demonſtration Geometrique.

Soyent à la figure du theoreme devant ce 69 probleme ſelon la precedente operation, deux cubes, L F 20+✓392, & C H N 20—✓392, leur ſomme eſt 40, & leur produict 8; Doncques le coſté D F, ou A C, faict ✓③*bino.* 20+✓392, & le coſté C B, faict ✓③*bino.* 20—✓392, leſquels deux coſtez A C, & C B, ajouſtez, font pour le coſté A B, du cube A E, ✓③*bino.* 20+✓392+✓③*bino.* 20—✓392. Il faut demonſtrer, que tout le cube A E vaudra 6①+40, qui eſtant faict nous aurons le requis; car ſi on demonſtre que le cube qui eſt A E, de 1① A B ✓③*bino.* 20+✓392+✓③*bino.* 20—✓392, vaut 6①+40; Doncques on conclura par la renverſe raiſon que du cube A E 6①+40, la 1① A B vaudra ✓③*bino.* 20+✓392+✓③*bino.* 20—✓392, & par conſequent 1③ vallant 6①+40, qu'alors 1① vaudra ✓3 *bino.* 20+✓392+✓*bino.* 20—✓392. *Demonſtration.* Le produict de A C ✓③*bino.* 20+✓392, par C B ✓③*bino.* 20—✓392. eſt (par le 40 probleme) 2, pour la ſuperfice G C, parquoy la ſuperfice M O ſera auſſi 2, qui multipliée par 1① G H (car G H eſt egale à 1① A B) donne produict pour le ſolide rectangle L H 2①, & ſemblablement ſeront les deux ſolides rectangles N F, & G C, auſſi chaſcun 2①, & tous trois enſemble ſeront 6①. Item les deux cubes L F, & C H N (veu que leurs coſtez ſont comme deſſus) ſont enſemble 40; doncques tout le cube A E, faict 6①+40; Ergo, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

Nota. Il avient aucunefois que les racines cubiques de l'operation vallent oombre Arithmetique, deſquels l'operation peut eſtre la meſme comme deſſus. Par exemple 1③ vault 12①+16, & on requiert la valeur de 1①.

Conſtruction.

Le quarré de la moitie de 16 donné, eſt 64; du meſme ſoubſtraict le cube de 4 (tiers de 12 des 12① qui eſt 64, reſte 0, ſa racine ✓0, qui ajouſtée à 8, moitie de 16 donné, faict 8+✓0, ſa racine cubique eſt ✓③*bino.* 8+✓0
A laquelle ajouſté ſon reſpondant binomie diſioinct comme ✓③*bino.* 8—✓0
Donne ſomme pour ſolution ✓③*bino.* 8+✓0+✓③*bino.* 8+✓0.

Qui vaut 4. Et ainſi d'aultres ſemblables. Nous appellons eecy racine cubique de binomie, oon pas que veritablement il le ſoit; Mais à fin de demonſtrer la generalité de l'ordre de la conſtruction. Ceſte note ſoit auſſi pour avertiſſement aux problemes ſuivans la ou le ſemblable pourroit avenir; Car de deſcrire diverſes reigles (comme font aucuns) de ce qui ſe peut faire par une reigle generale, il ſemble inutile.

DE L'IMPERFECTION QU'IL Y A EN CESTE PREMIERE DIFFERENCE.

Il avient en aucuns exemples de ceſte difference, que le quarré de la moitie du ◎ donné, ſera moindre que le cube du tiers du nombre de multitude de ① donnée; D'ou s'enſuit que le meſme cube, ne ſe pourra ſoubſtraire d'iceluy quarré, comme veut la reigle de la precedente conſtruction; de ſorte que ceſte premiere difference (enſemble aucuns exemples des problemes ſuivans, qui ſe convertiſſent en icelle) eſt encore imparfaicte. Rafael Bombelle la ſolve par diction de *plus de moins & moins de moins* en ceſte ſorte: Soyent les trois termes donnez, deſquels on requiert le quatrieſme proportionel, tels: le premier 1③, le ſecond 30①+36, le troiſieſme 1①.

Conſtruction ſemblable à la precedente.

Le quarré de la moitie de 36 donné eſt 324
Du meſme ſoubſtraict le cube de 10 (tiers de 30 des 30① données) qui eſt 1000, reſte —676, ſa racine +de—26, qui ajouſté à 18, moitie des 36, faict 18+de—26
Sa racine cubique ✓③*bino.* 18+de—26
A laquelle ajouſté ſon reſpondant binomie diſioinct, comme ✓③*bino.* 18—de—26
Donne ſomme & ſolution ✓③*bino.* 18+de—26+✓③*bino.* 18—de—26.

Or ſi par les nombres de ceſte ſolution, l'on ſceuſt approcher infinement à 6 (car ils vallent preciſement autant) comme on faict par les nombres de la ſolution, du precedent premier exemple, certes ceſte difference ſeroit en ſa deſirée parfection.

Cardane met auſſi en ſon *Aliza* quelques exemples, ſervans à ceſte matiere, mais par generaux, ains à taſtons, par leſquels aprés grand travail, on ne peut ſouventes-

fois

fois rien en effectuer. Quant à moy, j'eſtime inutile d'en eſcripre icy de ſemblables; La raiſon eſt, que ce qui ne ſe peut trouver par certaine reigle, ſemble indigne d'avoir lieu entre les propoſitions legitimes. D'autre part, que de ce qui ſe ſolve en telle maniere, la Fortune en merite autant d'honneur, comme l'efficient. Au tiers, qu'il y a aſſez de matiere legitime, voire en infini, pour s'en exercer, ſans s'occuper, & perdre le temps, en les incertaines: pourtant nous les paſſerons oultre. Ceux auſquels plairont tels exemples, ils en pourront faire à leur plaiſir.

DE L'ORIGINE DE CESTE PREMIERE DIFFERENCE.

L'origine de la precedente conſtruction apparoiſt à la figure du theoreme devant ce 69 probleme en ceſte ſorte: Veu qu'il y a propoſé, que 1 ③ qui ſoit A E, eſt egale à 6 ① + 40, & que l'on deſire ſçavoir la valeur de 1 ① A B, nous diſtribuons ces deux parties, comme 6 ①, & 40, à les parties integrantes du cube A E, & poſons que les deux cubes, comme L F, & C H N, ſont 40; & que les trois ſolides rectangles comme L H. N F. G C ſont les 6 ①; Doncques chaſque ſolide rectangle ſera 2 ①; à ſçavoir la tierce part des 6 ①; Mais la longeur de chaſque ſolide rectangle eſt 1 ①, à ſçavoir le coſté du cube A E: Diviſe doncques le ſolide 2 ①, par ſon coſté 1 ②, donne quotient 2, pour une ſuperfice comme A P. Eſtant doncques la ſuperfice A P 2, il faut que A C, multiplié par P C, face 2; Mais A C, & P C, ſont les deux coſtez des cubes L F, & C H N, qui ſont enſemble 40 par l'hypotheſe: Ergo les nombres de A C, & P C, ſont tels que leur produict eſt 2, & la ſomme de leurs cubes eſt 40, Mais C B, eſt egale à P C, ergo les nombres de A C & C B, ſont tels, leur produict eſt 2, & la ſomme de leurs cubes eſt 40.

Quand doncques nous aurons trouvez tels deux nombres, la ſomme des meſmes (veu que A B, eſt la ſomme de A C & C B) ſera la requiſe valeur de 1 ① A B. Et pourtant diſons nous en ceſte premiere difference par reigle generale, que quand deux nombres multipliez, donnent pour produict le tiers du nombre de multitude de la ① donnée, & que la ſomme de leurs cubes eſt egale au ⑨ donné, que la ſomma d'iceux deux nombres ſera la valeur de 1 ①. Qui eſtant ainſi nous mettrons une queſtion telle: *Trouvons deux nombres tels que leur produict ſoit* 2 (qui eſt le tiers de 6 des 6 ① donnez) *& la ſomme de leurs cubes* 40 (qui eſt le 40 donné) Et eſt ceſte la 7 queſtion du 81 probleme, par l'operation de laquelle il appert eſtre colligée la reigle de la conſtruction precedente. Laquelle origine il nous falloit declarer.

SECONDE DIFFERENCE DE SECOND TERME —①+⓪.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes ſelon le probleme, tels: le premier 1 ③, le ſecond — 6 ① + 20, le troiſieſme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel.

Conſtruction.

Le quatré de la moitié de 20 donné eſt	100
Au meſme ajouſté le cube de 2 (tiers de 6 des 6 ①) qui eſt 8, faict 108, ſa racine quarree eſt ✓ 108, qui ajouſté à 10, moitié des 20 donnez, faict	✓ 108 + 10
Sa racine cubique eſt	✓③ *bino.* ✓ 108 + 10
De laquelle ſoubſtraict ſon reſpondant binomie diſioinct comme	✓③ *bino.* ✓ 108 — 10
La reſte ſera	✓③ *bino.* ✓ 108 + 10 — ✓③ *bino.* ✓ 108 — 10.

Laquelle je di eſtre le quatrieſme terme proportionel requis. *Demonſtration Arithmetique.* La ſolution cy deſſus pour valeur de 1 ① vaut 2, mettons doncques par le moyen du 66 probleme, ſoubs chaſcun terme ſa valeur en ceſte ſorte:

1 ③.	— 6 ① + 20.	1 ①.	2.
8.	8.	2.	2.

Et appert que 2 eſt leur quatrieſme terme proportionel.

Preparation d'autre demonſtration Geometrique.

Soyent à la figure du theoreme devant ce 69. probl. ſelon la precedente operation, deux cubes A E ✓ 108 + 10, & C H N ✓ 108 — 10, leur difference (qui eſt le cube L F, avec les trois ſolides rectangles L H, N F, G C) eſt 20, & leur produict 8; Doncques le coſté A B, faict ✓③ *bino.* ✓ 108 + 10, & le coſté C B ✓③ *bino.* ✓ 108 — 10; Puis ſoubſtraict le coſté C B, du coſté A B, reſte pour A C, coſté du cube L F, ✓③ *bino.* ✓ 108 + 10 — ✓③ *bino.* ✓ 108 — 10. Il nous faut demonſtrer que le cube L F, vaudra — 6 ① + 20, qui eſtant faict, nous aurons le requis. Car ſi on demonſtre que le cube (qui eſt L F) de 1 ① D F, ou A C ✓③ *bino.* ✓ 108 + 10 — ✓③ *bino.* ✓ 108 — 10, vaut — 6 ① + 20: Doncques on conclura par la renverſe raiſon, que du cube L F — 6 ① + 20, là 1 ① D F ou A C, vaudra ✓③ *bino.* ✓ 108 + 10 — ✓③ *bino.* ✓ 108 — 10. Et par conſequent 1 ③ vallant — 6 ① + 20, qu'alors 1 ① vaudra ✓③ *bino.* ✓ 108 + 10 — ✓③ *bino.* ✓ 108 — 10. *Demonſtration.* Le produict de A B ✓③ *bino.* ✓ 108 + 10, par C B ✓③ *bino.* ✓ 108 — 10 eſt 2 (par le 40 probleme) pour la ſuperfice G B, parquoy la ſuperfice L O ſera auſſi 2, qui multipliée par 1 ① H O (car H O eſt egale à 1 ① A C) donne produict pour le ſolide rectangle L H 2 ①, & ſemblablement ſeront les deux ſolides rectangles N F & G C chaſcun 2 ①, & tous trois enſemble ſeront 6 ①, aux meſmes ajouſte le cube L F, ſont par la preparation 20, des meſmes autrefois ſoubſtraict les trois ſolides rectangles vallans 6 ① reſtera le cube L F vallant — 6 ① + 20. Ergo, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

DE L'ORIGINE DE CESTE SECONDE DIFFERENCE.

L'origine de la precedente conſtruction, procede (comme celle de la premiere difference) de la figure, du theoreme devant ce 69 probleme, en ceſte ſorte: Veu qu'il y a propoſé, que 1 ③, qui ſoit le cube L F, eſt egale à — 6 ① + 20, & que l'on deſire ſçavoir la valeur de 1 ① D F, ou A C, nous diſtribuerons ces deux parties, comme — 6 ① + 20, ainſi: Poſons que le cube L F, avec les trois ſolides rectangles L H. N F. G C, ſoit 20, & que les trois ſolides rectangles ſoyent 6 ①, & demeurera, ſelon l'hypotheſe, 1 ③ L F vallant — 6 ① + 20. Or puis que les trois ſolides rectangles ſont 6 ①, doncques chaſque ſolide rectangle ſera 2 ①; Mais la largeur de chaſque ſolide rectangle eſt 1 ①, à ſçavoir le coſté du cube L F, ou bien la ligne H O. Diviſe doncques le ſolide L H 2 ①, par ſon coſté H O 1 ①, donne quotient 2, pour une ſuperfice, comme L O, ou A H; Or eſtant la ſuperfice A H 2, il faut que A B, multiplié par B H, face auſſi 2; Mais A B, & B H, ſont les deux coſtez des cubes A E, & C H N, deſquels la difference eſt 20, car leur difference eſt le cube L F, avec les trois ſolides rectangles,

gles, qui tous enſemble ſont 20 par l'hyporheſe: Ergo les nombres de A B, & B H, ſont tels, que leur produict eſt 2, & la difference de leurs cubes, eſt 20; Mais C B eſt egale à B H; ergo les nombres de A B & C B, ſont tels, que leur produict eſt 2, & la difference de leurs cubes eſt 20; Quand doncques nous aurons trouvé tels deux nombres, la difference des meſmes (veu que A C eſt la difference entre A B & C B) ſera la requiſe valeur de 1 ① A C: Et pourtant nous diſons en ceſte ſeconde difference pour reigle generale, que quand deux nombres multipliez, donuent pour produict le tiers du nombre de multitude de la ① donnée, & que la difference de leurs cubes, eſt egale au ◎ donné, qu'alors la difference d'iceux deux nombres, ſera la valeur de 1 ①. Qui eſtant ainſi nous metterons queſtion telle: *Trouvons deux nombres tels, que leur produict ſoit* 2. (qui eſt le tiers de 6 des 6 ① donnez) *& La difference de leurs cubes* 20 (qui eſt le 20 donné) Et eſt ceſte la 8 queſtion du 81 probleme. Et appert que par l'operation de la meſme, eſt colligée la reigle de la conſtruction precedente. Laquelle origine il nous falloit declarer.

DIFFERENCE TROISIESME DE SECOND TERME ① — ◎.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes ſelon le probleme, tels: Le premier 1 ③, le ſecond 7 ① — 6, le troiſieſme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel.

Conſtruction.

On mettra (par reigle) + au lieu dn — donné, de ſorte que 1 ③, ſe poſera egale à 7 ① + 6, deſquels la valeur de 1 ①, par la precedente premiere difference, eſt 3, auquel appliqué ① ſera 3 ①

Et le quarré dudict 3, eſt 9, qui ſoubſtraict du 7 (des 7 ① donnez) reſte —2

Puis 1 ② (par reigle) donne 3 ① (premier en l'ordre) — 2 (ſecond en l'ordre) combien 1 ①? faict par le 68 probleme 2 ou 1

Je di que autant 2 comme 1 eſt le quatrieſme terme proportionel requis. *Demonſtration Arithmetique.* Mettons par le moyen du 66 probleme, ſoubs chaſcun terme ſa valeur, en ceſte ſorte:

Premiere ſolution.

1 ③.	7 ① — 6.	1 ①.	2.
8.	8.	2.	2.

Seconde ſolution.

1 ③.	7 ① — 6.	1 ①.	1.
1.	1.	1.	1.

Et appert que 2 ou 1 eſt leur quatrieſme terme proportionel requis.

DE L'ORIGINE DE CESTE TROISIESME DIFFFRENCE.

A fin de declarer premierement en general ceſte origine, faut ſçavoir, que nous tachons d'ajouſter à chaſque partie des egales parties donnees, un meſme nombre, tel, qu'alors diviſée chaſque partie par quelque commun diviſeur, que les quotiens ſoyent ② egale à ① ◎, deſquels la valeur de 1 ①, ſera notoire par le 68 probleme, dont nous dirons maintenant plus particulierement en ceſte ſorte:

Quand nous diviſons 1 ③ + quelque ◎, par 1 ① + quelque ◎, eſtant ce diviſeur commenſurable au nombre à diviſer, il eſt notoire, qu'il en ſortira neceſſairement 1 ② — quelque ① + quelque ◎. Il appert auſſi par la meſme diviſion, que le ◎ du nombre à diviſer, ſera touſiours le cube du ② du diviſeur, pourtant il faut que le nombre que nous ajouſterons à chaſcune partie, ſoit le cube du ◎, qu'il nous faut trouver, pour appliquer à la 1 ①. Au ſecond il eſt manifeſte, que pour diviſer les 7 ① — 6 donnez & + quelque ◎, par 1 ① + quelqne ◎, ainſi que le quotient ſoit ◎, il ſera neceſſaire (comme un chaſcun pourra facilement veoir par l'experience, en toutes telles diviſions) que le quotient multiplié par le ◎ du diviſeur, le produict ſoit egal au ◎ du nombre à diviſer; dont il appert, qu'il nous faut avoir quelque nombre de ceſte qualité: *Trouvons un nombre cubique qui avec* — 6 (pour le — 6 donné) *face autant, comme le coſté dudict cube, multiplié par* 7 (7 des 7 ① donnés) Qui eſt la 9. queſtion du 81 probleme; & appert par la meſme, que le nombre requis, qu'il nous faudra ajouſter à chaſque partie donnée, ſera 27, duquel la racine cubique 3, eſt le nombre, qui faudra eſtre ajouſté à ladicte 1 ①, pour avoir ledict commun diviſeur, qui ſera 1 ① + 3. Ajouſtons doncques 27 à chaſque partie des egales parties données (qui eſt à 1 ③, & à 7 ① — 6) &

1 ③ + 27, ſeront egales à 7 ① + 21.

Puis diviſons chaſque partie par ledict commun diviſeur 1 ① + 3, & par le 50 probleme,

1 ② — 3 ① + 9, ſeront egales à 7.

Leſquels reduictes, 1 ② ſera egale à 3 ① — 2, de ſquels (par le 68 probleme) 1 ① vaudra 2, pour ſolution, comme deſſus.

Mais pour demonſtrer que ces choſes ſont l'origine de ladicte conſtruction, aviſe que le — 6 donné devient au ſuſdict 9 exemple du 81 probleme, apres la reduction faict, à eſtre + 6; pourtant nous avons dict en la precedente conſtruction, qu'on mettra par reigle +, au lieu du — donné, & que ſelon tels termes (parce qu'audict 9 exemple, l'on trouvoit la valeur de 1 ①, eſtant 1 ③ egale à 7 ① + 6) l'on prendra la valeur de 1 ①, qui eſt 3.

Mais pour clairement demonſtrer la reſte, nous mettrons icy les characteres de la diviſion, qui ſe faiſoit de 1 ③ + 27, par 1 ① + 3, parce que le ſuivant en depend: en ceſte ſorte: Or nous voyons que le ſuſdict 3, valeur de 1 ①, ſe trouve devanc la ①, de ce quotient. & le dernier nombre du meſme quotient (comme icy 9) eſt touſiours le quarré de ladicte valeur de 1 ① (comme ici de 3.) Puis il appert auſſi en la reduction ci deſſus, de 1 ② — 3 ① + 9 egales à 7, en 1 ② egale à 3 ① — 2, que l'exces — 2 dudict 7 (qui eſt le 7 de 7 ① donnés) pardeſſus le 9, eſt touſiours le ◎ des derniers termes egaux. Et parce que cecy eſt ainſi perpetuel en tous exemples, nous delaiſſons ces laborieuſes computations, & le comprenons en une reigle plus briefve, comme ladicte conſtruction demonſtre. Laquelle origine il nous falloit declarer. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez trois termes, deſquels le premier ③, le ſecond ① ◎, le troiſieſme nombre algebraique quelconque, nous avons trouvé leur quatrieſme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

3 ①	
— 3 ②	
1 ③ + 27 (1 ② — 3 ① + 9	
1 ① + 3	
1 ① + 3	
1 ① + 3	

PROBLEME LXX.

Eſtant donnez trois termes, deſquels le premier ③, le ſecond ② ⓪, le troiſieſme nombre algebraique quelconque: Trouver leur quatrieſme terme proportionel.

NOTA. Le binomie du ſecond terme donné de ce probleme, ſe peult rencontrer en trois differences, à ſçavoir:

② + ⓪
— ② + ⓪
② — ⓪

Leſquelles trois differences nous avons reduict à une meſme maniere d'operation, leſquelles nous deſeriprons ſeparement pour plus grande evidence, en ceſte ſorte:

PREMIERE DIFFERENCE DE SECOND TERME ② — ⓪.

Explication du donné. Soient donnez trois termes ſelon le probleme tels: le premier 1 ③, le ſecond 6 ② + 400, le troiſieſme 1 ①. *Explication du requis.* Il nous faut trouver leur quatrieſme terme proportionel.

NOTA. Ceſte conſtruction ſe peut faire en deux ſortes; L'une procedant d'origine à laquelle ſe faict converſion des termes donnez, en ① egale à ① + ⓪; L'autre en ③ egale à — ① + ⓪. Or quand ③ eſt egale à ① + ⓪, alors la valeur de 1 ① ſe trouve par la premiere difference du 69 probleme: Mais quand telle ſolution ne ſe pourra faire par icelle, pour les raiſons que nous en avons dict à la meſme difference, alors ne ſe pourra auſſi faire, par telle maniere, en ceſte premiere difference; Pourtant on la pourra ſolver par ladicte deuxieſme maniere, à ſçavoir, procedant de reduction en ③ egale à — ① + ⓪; Laquelle eſt generale. Parquoy nous deſeriprons les manieres toutes deux; Et premierement la conſtruction procedente de converſion en ③ egale à ① + ⓪ comme s'enſuit.

Conſtruction.

Le tiers de 6 (des 6 ②) eſt	2
Qui multiplie par ſon double 4 faict 8, au meſme ajouſté le quarré de 2 premier en l'ordre, faict 12, auquel applique ① ſera	12 ①
Puis de 400 donnez ſoubſtraict le cube de 2 premier en l'ordre, qui eſt 8, reſte	392
Au meſme ajouſte le produict de 2 premier en l'ordre, par 12 du ſecond en l'ordre, qui eſt 24, faict	416
Puis on dira 1 ③ (par reigle) vaut 12 ① (ſecond en l'ordre) + 416 (quatrieſme en l'ordre) combien 1 ①? faict (par la 1 differenee du 69 probleme)	✓ ③ *bino.* 208 + ✓ 43200 + ✓ ③ *bino.* 208 — ✓ 43200
Au meſme ajouſté 2 premier en l'ordre, faict	✓ ③ *bino.* 208 + ✓ 43200 + ✓ ③ *bino.* 208 — ✓ 42200 + 2.

Je di que le meſme eſt le quatrieſme terme proportionel requis.

Demonſtration Arithmetique. La ſolution cy deſſus, pour valeur de 1 ①, eſt egale à 10; mettons doneques par le moyen du 66 probleme, ſoubs chaſcun terme ſa valeur en ceſte ſorte:

1 ③.	6 ② + 400.	1 ①.	10.
1000.	1000.	10.	10.

Et appert que 10 eſt leur quatrieſme terme proportionel.

Preparation d'autre demonſtration Geometrique.

Soit à la figure du theoreme devant le 69 probleme, 1 ③ AB, egale ou vallant 6 ② AB + 400; Et ſoit CB 2, à ſçavoir le tiers de 6 des 6 ② donnez.

Il faut demonſtrer que ſon coſté ou 1 ① AB vaudra ✓ ③ *bino.* 208 + ✓ 43200 + ✓ ③ *bino.* 208 — ✓ 43200 + 2. *Demonſtration.* 1 ① AB eſt par l'hypotheſe, egale à 6 ② AB + 400.

Mais 1 ② AB, eſt egale à 1 ② AC + le gnomon POBA, par le 1 Corollaire devant le 69 probleme; parquoy 6 ② AB, ſont egales à 6 ② AC + 6 gnomons POBA;

Ergo 1 ③ AB, eſt egale à 6 ② AC + 6 gnomons POBA + 400.

Mais le gnomon POBA, eſt egal à 1 ② CB + le double du produict de 1 ① AC par CB par le 2 Corollaire devant le 69 probleme; parquoy 6 gnomons POBA, ſont egaux à 6 ② CB + 24 ① AC.

Ergo 1 ③ AB, eſt egale à 6 ② AC + 6 ② CB + 24 ① AC + 400.

Mais 6 ② CB, ſont egales à 24 (car CB eſt 2;) parquoy 6 ② CB (veu que chaſque cube de CB vaut 8) ſont egales à 3 ③ BC;

Ergo 1 ③ AB, eſt egale à 6 ② AC + 3 ③ CB + 24 ① AC + 400.

Mais 1 ③ AB, eſt egale à 1 ③ AC + 1 ③ CB + 3 ſolides rectangles LH. NF. GC. par le meſme theoreme devant le 69 probleme.

Ergo 1 ③ AC + 1 ③ CB + 3 ſolides rectangles LH. NF. GC, ſont egales à 6 ② AC + 3 ③ CB + 24 ① AC + 400.

Mais les trois ſolides rectangles LH. NF. GC, ſont egaux à 6 ② AC + 12 ① AC, par le 3 corollaire devant le 69 probleme;

Ergo 1 ③ AC + 1 ③ CB + 6 ② AC + 12 ① AC, ſont egales à 6 ② AC + 3 ③ CB + 24 ① AC + 400.

Puis ſoubſtrayons de chaſque partie 1 ③ CB + 6 ② AC + 12 ① AC;

Ergo reſtera 1 ③ AC, egale à 2 ③ CB + 12 ① AC + 400.

Mais 2 ③ CB (parce que CB faict 2) vallent 16;

Ergo 1 ③ AC, ſera egale à 12 ① AC + 416.

Mais eſtant 1 ③ AC egale ou vallant 12 ① AC + 416, alors par le 69 probleme 1 ① AC vaudra ✓ ③ *bino.* 208 + ✓ 43200 + ✓ ③ *bino.* 208 — ✓ 43200. A la meſme AC, ajouſté CB 2, faict pour 1 ① AB ✓ ③ *bino.* 208 + ✓ 43200 + ✓ ③ *bino.* 208 — ✓ 43200 + 2; ce qu'il falloit demonſtrer.

SECONDE MANIERE DE CONSTRUCTION, QUI EST GENERALE, *procedante de converſion des termes donnez, en ③ egale à* — ① + ⓪.

Explication du donné. Soient donnez les meſmes termes de la precedente premiere maniere, tels: le premier 1 ③, le ſecond 6 ② + 400, le troiſieſme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel.

Conſtruction.

Le produict des 400 donnez par le 6 des 6 ② donnez, faict 2400, auquel appliqué — & ① faict	— 2400 ①
Le quarré de 400 donné eſt	1600
Puis 1 ③ (par reigle) donne	— 2400 ③ + 1600

(pre-

(premier & ſecond en l'ordre) combien 1①?
faict par la 2 difference du 69 probleme 40
Par le meſme diviſe le 400 donné donne quotient 10

Ie di que 10 eſt le quatrieſme terme proportionel requis, dont l'Arithmetique & geometrique demonſtrations ſont faictes ci devant, mais l'origine s'enſuivera à la fin de ce probleme.

SECONDE DIFFERENCE DE SECOND TERME —②+0.

Explication du donné. Soient donnez trois termes ſelon le probleme tels: le premier 1③, le ſecond —6② +32, le troiſieſme 1①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel.

Conſtruction ſemblable à la premiere conſtruction, de la premiere difference.

Le tiers de —6 (des 6②) eſt —2
Qui multiplié par ſon double —4, faict 8, au meſme ajouſté le quarré de —2 premier en l'ordre, faict 12, auquel appliqué① ſera 12①
Puis des 32 donnez, ſoubſtraict le cube de —2 premier en l'ordre, qui eſt —8, reſte 40
Au meſme ajouſté le produict de —2 premier en l'ordre, par 12 ſecond en l'ordre, qui eſt —24, faict 16
Puis on dira, 1③ (par reigle) vault 12① (ſecond en l'ordre) +16 (quatrieſme en l'ordre) combien 1①? faict par le 69 probleme 4
Au meſme ajouſté —2 premier en l'ordre, faict 2

Je di que 2 eſt le quatrieſme terme proportionel requis. *Demonſtration Arithmetique.* Mettons par le moyen du 66 probleme, ſoubs chaſcun terme ſon valeur en ceſte ſorte:

1③.	—6②+32.	1①.	2.
8.	8.	2.	2.

Et appert que 2 eſt leur quatrieſme terme proportionel.

Preparation d'autre demonſtration Geometrique.

Soit à la figure du theoreme devant le 69 probleme, 1③AC, egale ou vallant —6②+32; Et ſoit CB 2, à ſçavoir le tiers de 6, des 6② donnez. Il faut demonſtrer, que ſon coſté ou 1①AC vaudra 2.

Demonſtration. 1③AC, eſt par l'byporheſe egale à —6②AC+32.

Ajouſtons doncques à chaſcune partie 6②AC;
Ergo 1③AC+6②AC, ſeront egales à 32.

Puis ajouſtons à chaſcune partie 1③CB+3 ſolides rectangles LH. NF. GC;
Ergo 1③AC+6②AC+1③CB+3 ſolides rectangles LH. NF. GC, ſeront egales à 1③CB+3 ſolides rectangles LH. NF. GC+32.

Mais 1③AC+1③CB+3 ſolides rectangles LH. NF. GC, ſont egales à 1③AB par le meſme theoreme devant le 69 probleme.

Ergo 1③AB+6②AC, ſont egales à 1③CB+3 ſolides rectangles LH. NF. GC.+32.

Mais les 3 ſolides rectangles LH. NF. GC, ſont egales à 6②AC+12①AC, par le troiſieſme corol. devant le 69 probleme.

Ergo 1③AB+6②AC, ſont egales à 1③CB+6②AC+12①AC+32.

Puis ſoubſtrayons de chaſque partie 6②AC;
Ergo 1③AB, demeurera egale à 1③CB+12①AC+32.

Mais 12①AC, ſont moindres que 12①AB, en 12① CB; Parquoi ajouſtons à chaſcune partie 12①CB;
Ergo 1③AB+12①CB, ſeront egales à 1③CB +12①AB+32.

Mais 12①CB, ſont egales à 3③CB; car eſtant chaſque CB 2, s'enſuit que 12①CB ſont 24. Item que 3③CB ſeront auſſi 24;
Ergo 1③AB+3③CB, ſont egales à 1③CB+12①AB+32.

Puis ſoubſtrayons de chaſque partie 1③CB;
Ergo 1③AB+2③CB demeurera egale à 12①AB+32.

Mais 2③CB (veu que chaſque CB faict 2) ſont egales à 16;
Ergo 1③AB+16, ſont egales à 12①AB+32.

Puis ſoubſtrayons de chaſcune partie 16;
Ergo 1③AB, demeurera egale à 12①AB+32.

Mais eſtant 1③AB, egale ou vallant 12①AB+16, alors par le 69 probleme 1①AB vaudra 4. Puis de ladicte AB ſoubſtraict CB 2, reſtera 1①AC 2; ce qu'il falloit demonſtrer.

TROISIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME ①—⓪.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes ſelon le probleme tels: le premier 1①, le ſecond 6②— 32, le troiſieſme 1①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel.

Conſtruction.

Le tiers de 6 (des 6②) eſt 2
Qui multiplié par ſon double 4 faict 8; au meſme ajouſté le quarré de 2 premier en l'ordre, faict 12, auquel appliqué① ſera 12①
Puis des —32 donnez, ſoubſtraict le cube de 2 premier en l'ordre qui eſt 8, reſte 40
Au meſme ajouſté le produict de 2 premier en l'ordre, par 12 ſecond en l'ordre, qui eſt 24, faict —16
Puis on dira, 1② (par reigle) vaut 12① (ſecond en l'ordre) —16 (quatrieſme en l'ordre) combien 1①? faict par le 69 probleme 2
Au meſme ajouſté 2, premier en l'ordre, faict 4

Je di que 4 eſt le quatrieſme terme proportionel requis. *Demonſtration d'Arithmetique.* Mettons par le moien du 66 probleme ſoubs chaſcun terme ſa valeur, en ceſte ſorte:

1③.	6②—32.	1①.	4.
64.	64.	4.	4.

Et appert que 4 eſt leur quatrieſme terme proportionel requis.

Preparation d'autre demonſtration Geometrique.

Soit à la figure du theoreme devant le 69 probleme 1③AB, egale ou vallant 6②AB—32; Et ſoit CB 2, à ſçavoir le tiers de 6 des 6② donnez; Il faut demonſtrer que ſon coſté ou 1①AB vaudra 4. *Demonſtration.* 1③AB, eſt par l'hypotheſe egale à 6②AB—32.

Mais 1②AB, eſt egale à 1②AC+ le gnomon POBA, par le 1 Corollaire devant le 69 probleme, parquoi 6②AB, ſont egales à 6②AC+6 gnomons POBA;

Ergo 1③AB, eſt egale à 6②AC + 6 gnomons POBA —32.

Mais le gnomon POBA, eſt egal à 1 ③ CB + le double du produict de 1 ① AC par CB 2, par le 2 corollaire devant le 69 probleme, parquoi 6 gnomons POBA, ſont egaux à 6 ② CB + 24 ① AC;

Ergo 1 ③ AB, eſt egale à 6 ② AC + 6 ② CB + 24 ① AC — 32.

Mais 6 ② CB, ſont egales à 24 (car CB eſt 2) parquoi 6 ② CB (veu que chaſque cube de CB vaut 8) ſont egales à 3 ③ CB;

Ergo 1 ③ AB, eſt egale à 6 ② AC + 3 ③ CB + 24 ① AC — 32.

Mais 1 ③ AB, eſt egale à 1 ③ AC + 1 ③ CB + 3 ſolides rectangles LH. NF. GC par le meſme theoreme devant le 69 probleme;

Ergo 1 ③ AC + 1 ③ CB + 3 ſolides rectangles LH. NF. GC, ſont egales à 6 ② AC + 3 ③ CB + 24 ① AC — 32.

Mais les trois ſolides rectangles LH. NF. GC, ſont egaux à 6 ② AC + 12 ① AC par le 3 corollaire devant le 69 probleme.

Ergo 1 ③ AC + 1 ③ CB + 6 ② AC + 12 ① AC ſont egales à 6 ② AC + 3 ③ CB + 24 ① AC — 32.

Puis ſoubſtrayons de chaſque partie 1 ③ CB + 6 ② AC + 12 ① AC;

Ergo reſtera 1 ③ AC egale à 2 ③ CB + 12 ① AC — 32;

Mais 2 ③ CB (parce que CB faict 2) vallent 16;

Ergo 1 ③ AC ſera egale à 12 ① AC — 16;

Mais eſtant 1 ③ AC egale ou vallant 12 ① AC — 16, alors par le 69 probleme 1 ① AC vaudra 1, à la meſme AC ajouſte CB 2, faict pour 1 ① AB 4; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doneques donnez trois termes, deſquels le premier ③, le ſecond ③ ◎, le troiſieſme nombre algebraique quelconque: Nous avons trouvé leur quatrieſme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

DE L'ORIGINE DE LA CONSTRVCTION DV PRECEDENT PROBLEME.

Quand ③ eſt egale à ② & ◎, nous les pouvons reduire, en ③, egale à ①, & ◎, ou en ② egale à ◎, & alors devient la valeur de 1 ① notoire par le preecedent 69 probleme, & de telle reduction eſt colligée la maniere de ladicte conſtruction comme il apparoiſtra. Soit par exemple:

1 ③ egale a 6 ③ + 400.

Qui ſont le premier & ſecond terme de la premiere difference; Et ſoubſtrayons de chaſque partie 6 ②;

Ergo 1 ③ — 6 ②, demeurera egale à 400.

Puis ajouſtons à chaſque partie quelque ①, & ◎, telles que la premiere partie aie racine cubique de 1 ① + quelque ◎. Or pour trouver telles quantitez, ne faut que multiplier en ſoy cubiquement 1 ① — le tiers de 6, des 6 ②, qui eſt 1 ① — 2 (la raiſon pourquoy il faut prendre le tiers de 6 des 6 ②, eſt, que la potence cubique de 1 ① — ◎, a touſiours le nombre de ſes ②, triple au ◎ de la racine, dont la raiſon appert, es nombres procedans de l'operation de telle cubique multiplication) Et donne produict 1 ③ — 6 ② + 12 ① — 8; du meſme ſoubſtraict la premiere des egales parties 1 ① — 6 ③, reſte 12 ① — 8, qui ajouſtez à chaſque partie fera que la premiere partie aura racine cubique de ① & ◎; ajouſtons les doncques à chaſque partie;

Ergo 1 ③ — 6 ② + 12 ① — 8, ſeront egales à 12 ① + 392.

Puis extrayons de chaſque partie racine cubique.

Ergo 1 ① — 2, ſeront egales à ✓ ③ *bino.* 12 ① + 392.

Or parce que la ſeconde partie n'a point de racine ſervant à noſtre propos, il nous faudra achever la reſte par l'aide de la figure du theoreme devant le 69 probleme en ceſte ſorte: Soit chaſcune ① de noz egales parties la ligne AB;

Ergo 1 ① AB — 2, ſera egale à ✓ ③ *bino.* 12 ① AB + 392.

Puis poſons que CB ſoit 2;

Ergo 1 ① AC, ſera egale à ✓ ③ *bino.* 12 ① AB + 392.

Puis prenons la potence cubique de chaſque partie;

Ergo 1 ③ AC ſera egale à 12 ① AB + 392.

Mais 12 ① AB, valent 12 ① AC + 24 (car 12 fois CB 2, faict 24) oſtons doncques les 12 ① AB —, en ſont lieu poſons 12 ① AC + 24;

Ergo 1 ③ AC, ſera egale a 12 ① AC + 416.

Et ainſi au lieu des donnez 1 ③ AB egale à 6 ② AB + 400, nous avons 1 ③ AC, egale à 12 ① AC + 416. Deſquelles eſtant trouvé la valeur de ① AC, qui par le 69 probleme eſt ✓ ③ *bino.* 208 + ✓ 43200 + ✓ ③ *bino.* 208 — ✓ 43200; s'enſuit que pour avoir la valeur de toute la AB requiſe, qu'il y faut encore ajouſter la CB, qui par l'hypotheſe eſt 2, & ſera pour ſolution comme deſſus ✓ ③ *bino.* 208 + ✓ 43200 + ✓ ③ *bino.* 208 — ✓ 43200 + 2.

Or que ceci eſt l'origine de ladicte conſtruction, eſt manifeſte; toutesfois pour plus grande evidence nous repeterons en brief le ſuſdict en ceſte ſorte:

Premierement il appert (par les nombres faiſans la cubique multiplication de 1 ① — 2) que le tiers de 6 des 6 ② qui eſt 2, multiplié par ſon double faict 8, & au meſme aiouſté le quarré dudict 2 faict (touſiours pour nombre des ① reduictes) 12, & les applicant ① ſont 12 ①

Il appert auſſi que des 400 donnez, on a ſoubſtraict le cube du ſuſdict 2, qui eſt 8, & reſtoit 392, aux meſmes s'aiouſta le produict dudict 2, par ledict 12, qui eſt 24, faict (touſiours pour le ◎ reduict) 416

Puis il appert, qu'eſtant 1 ③ egale à 12 ① AC + 416, qu'on en eherche la valeur de 1 ① par le 69 probleme qui eſt ✓ ③ *bino.* 208 + ✓ 43200 + ✓ ③ *bino.* 208 — ✓ 43200.

Puis qu'au meſme on ajonſte encore ledict tiers de 6 des 6 ②, qui eſt 2, faict pour ſolution ✓ ③ *bino.* 208 + ✓ 43200 + ✓ ③ *bino.* 208 — ✓ 43200 + 2.

De ſorte qu'il appert de point en point, que ceci eſt la vraie origine de la conſtruction de la premiere difference; Et celui qui entendra bien ceſte ci, entendra auſſi celles des deux autres differences. Laquelle origine il nous falloit declarer.

DE L'ORIGINE DE LA SECONDE CONSTRVCTION DE LA PRECEDENTE *premiere difference.*

Quand ③ eſt egale à ② + ◎, nous la pouvons reduire en ③ egale à — ① + ◎, & alors devient la valeur de 1 ① notoire par la ſeconde difference du 69 probleme, & de telle reduction eſt colligée la maniere de la ſeconde conſtruction de la precedente premiere difference, comme il apparoiſtra. Soit par exemple 1 ③, egale à 6 ② + 400, qui ſont le premier & ſecond terme de ladicte difference. Mais pour clairement expliquer le propoſé, nous mettrons deſſoubs noz quatre termes leurs valeurs, en ceſte ſorte:

1 ③.

1 ③.	6 ③ + 400.	1 ①.	10.
1000.	1000.	10.	10.

Or il eſt notoire par les meſmes, que le cube de la valeur de 1 ①, eſt egal à ſix quarrez du meſme valeur + 400: Pourtant ſi nous avions nombre tel, que de ſon cube ſoubſtraict les ſix quarrez du meſme nombre, & que la reſte fuſt 400, il eſt manifeſte, que tel nombre ſeroit la valeur de 1 ① requiſe. Pourtant mettons ceci en queſtion telle: *Trouvons un nombre tel, que de ſon cube ſoubſtraict les ſix quarrez dudict nombre, la reſte ſoit* 400. Or ſi nous commençames à beſoigner ſelon la vulgaire maniere, qui ſera enſeignée au 81 probleme, nous trouverions à la fin, egalerè de termes, qui ſeroient les meſmes que les termes donnez; de ſorte que ne prouffiterions ainſi rien; Parquoi il nous faut mettre autre queſtion que la precedente, laquelle eſt inventée en ceſte ſorte: Ie voi aux ſuſdicts quatre termes, que ſi ie diviſois le 400 donnez, par le to valeur de 1 ①, le quotient ſeroit 40: Doncques 40 & 10 ſont deux nombres tels, que leur produict eſt 400, & du cube de l'un (à ſçavoir du 10) ſoubſtraict les 6 quarrez du meſme nombre, reſte 400. parquoi je propoſe ceci en queſtion telle: *Trouvons deux nombres tels, que leur produict ſoit* 400. *& du cube de l'un, ſoubſtraict les ſix quarrez du meſme nombre, la reſte ſoit* 400. Et eſt notoire qu'eſtant trouvez tels deux nombres, l'un ſera celui que nous cherchons: Or ceſte queſtion eſt la 10 du 81 probleme, par l'operation de laquelle, il eſt notoire eſtre colligée ladicte conſtruction; Car apres la reduction, t ③ ſe trouva egale a — 2400 ① + t60000, mais ce 2400, eſt le produict de 6 & 400 donnez, auquel precede —, & leur quantite eſt 1: Et le 160000 eſt le quarré du 400 donné, ce qui avient ainſi en tous exemples ſemblables; & pourtant eſt ce, que l'on a mis tout ceci en reigle plus briefue. Quant au 400 qui ſe diviſe finalement par le 40 trouvé; La raiſon eſt notoire audict 10 exemple du 81 probleme. Laquelle origine il nous falloit declarer.

DES SOLVTIONS QVE L'ON PEVT FAIRE PAR — SVR LES PRECEDENS PROBLEMES.

Aucuns des precedens problemes, de la proportion des nombres algebraiques, reçoivent par deſſus les ſolutions ci devant données, encore d'autre ſolution par —; Et combien les meſmes ne ſemblent que ſolutions ſongées, toutesfois elles ſont utiles, pour venir par les meſmes aux vraies ſolutions des ptoblemes ſuivans par +; La cauſe eſt, qu'au valeur de 1 ① trouvé par quelque des problemes precedens, il faudra aucunefois encore aiouſtet quelque certain nombre, comme apparoiſtra; d'ou s'enſuit, que quand le nombre à aiouſtet, ſera maieur que ladicte ſolution par —, que leur difference ſera vraie ſolution par +. Or leſdictes ſolutions par — (leſquelles nous expliquerons par articles ſelon l'ordre des problemes) & leurs differentes precedentes ſont telles:

Article I. Eſtant t ① egale à ⊙, la valeur de t ①, ne peut eſtre —: la raiſon eſt, que la valeur du premier terme ſeroit touſiours —, & du ſecond terme touſiours +, leſquels ne peuvent eſtre egaux.

Article II. Eſtant ② egale à ① + ⊙, la ſolution ſe peut faire par —; Par exemple t ② vaut 4 ① + 21, combien t ①? On changera le ſecond terme donné ainſi: 1 ② vaut — 4 ① + 21, combien 1 ①? faict par le 68 probleme 3, lequel appliqué à noſtre queſtion, nous dirons que la ſolution eſt — 3. l'Arithmetique demonſtration en eſt telle:

1 ②.	4 ① + 21.	t ①.	— 3.
9.	— 12 + 21.	— 3.	— 3.

Article III. Eſtant ② egale a — ① + ⊙, la ſolution ſe peut faire par —. Par exemple, 1 ② vaut — 4 ① + 21, combien 1 ①? On changera le ſecond terme donné ainſi: 1 ② vaut 4 ① + 21, combien 1 ①? faict par le 68 probleme 7, lequel applique à noſtre queſtion, nous dirons que la ſolution eſt — 7; l'Arithmetique demonſtration en eſt telle:

1 ②.	— 4 ① + 21,	1 ①.	— 7.
49.	28 + 21.	— 7.	— 7.

Article IV. Eſtant ② egale à ① — ⊙, la valeur de 1 ① ne peut eſtre —: la raiſon eſt, que la valeur du ſecond terme ſeroit touſiours +, & du ſecond terme touſiours —, leſquels ne peuvent eſtre egaux.

Article V. Eſtant ⊙ egale à ① + ⊙, on verra ſi le produict des $\frac{2}{3}$ du nombre de ①, par la racine quarrée de $\frac{1}{3}$ du meſme nombre, eſt Egal, Maieur ou Moindre, que ⊙ donné. Car quand tel produict eſt egal, ou maieur, ils auront chaſcune une ſolution par —, mais eſtant moindre, il ne l'aura pas. Et premierement nous donnerons exemple, auquel ſe rencontre egaleté, ainſi: 1 ④ vaut 12 ① + 16, combien t ①? Car le produict de 8 (pour les $\frac{2}{3}$ de 12 des 12 ①) par 2 (pour la racine de $\frac{1}{3}$ deſdicts 12) faict 16, qui eſt egal au ⊙ donné. ils auront doncques une ſolution par —, laquelle on trouve en ceſte ſorte: On changera le ſecond terme donné ainſi: 1 ④ vaut 12 ① — 16, combien 1 ①? faict par le 69 probleme 2, lequel applique à noſtre queſtion nous dirons, que la ſolution ſera — 2. l'Arithmetique demonſtration en eſt telle:

1 ④.	t2 ① + 16.	t ①.	— 2.
— 8.	— 24 + 16.	— 2.	— 2.

Et eſtant ledict produict Maieut, les donnez auront auſſi (comme nous avons dict) ſolution par —. Par exemple, t ③ vaut .2 ① + 9, combien 1 ①? On changera le ſecond terme donné ainſi: 1 ③ vaut 12 ① — 9, combien 1 ①? faict par le 69 probleme, pour maieure ſolution 3, lequel applique à noſtre queſtion, nous dirons que la ſolution eſt — 3: L'arithmetique demonſtration en eſt telle:

1 ③.	12 ① + 9.	1 ①.	— 3.
— 27.	— 36 + 9.	— 3.	— 3.

Mais eſtant ledict produict moindre, ils ne peuvent (comme nous avons dict deſſus) avoir ſolution par —: la raiſon eſt que la valeur du deuxieſme terme donné ſeroit touſiours neceſſairement maieur, que celui du premier.

Article VI. Eſtant ③ egale à — ① + ⊙, la valeur de 1 ① ne peut eſtre —: la raiſon eſt, que la valeur du premier terme ſeroit touſiours —, & du ſecond terme touſiours +, leſquels ne peuvent eſtre egaux.

Article VII. Eſtant ③ egale à ① — ⊙, la ſolution ſe peut faire par —. Par exemple, 1 ③ vaut 2 ① — 21; combien 1 ①? On changera le ſecond terme ainſi: 1 ③ vaut 2 ① + 21, combien 1 ①? faict par le 69 probleme 3. lequel appliqué à noſtre queſtion, nous dirons que la ſolution eſt — 3. L'arithmetique demonſtration en eſt telle:

1 ③.	2 ① — 21.	1 ①.	— 3.
— 27.	— 6 — 21.	— 3.	— 3.

ARTICLE VIII. Et ſi l'on poſoit 1 ③ egale a — 3 ① — 4, la ſolution ſe pourroit auſſi faire par — changeant le ſecond terme comme deſſus, en ceſte ſorte: 1 ③ faut — 3 ① + 4, combien 1 ① ? faict par le 69 probleme 1; Lequel appliqué à noſtre queſtion, nous dirons que la ſolution eſt — 1. L'arithmetique demonſtration en eſt telle:

1 ③.	— 3 ① — 4.	1 ②.	— 1.
— 1.	+ 3 — 4.	— 1.	— 1.

ARTICLE IX. Eſtant ③ egale à ② + ⓪, la valeur de 1 ① ne peut eſtre —, la raiſon eſt, que la valeur du premier terme, ſeroit touſiours —, & du ſecond terme touſiours +, leſquels ne peuvent eſtre egaux.

ARTICLE X. Eſtant ③ egale à + ② + ⓪; On verra ſi le produict de $\frac{1}{3}$ du nombre de ②, par le quarré des $\frac{2}{3}$, du meſme nombre, eſt Egal, ou Maieur, ou Moindre, que ⓪ donné. Car quand tel produict eſt egal, ils auront une ſolution par —. Et eſtant maieur, ils auront deux ſolutions par —: mais eſtãt moindres, ils n'auront point de ſolution par —. Et premierement nous donnerons exemple, auquel ſe rencontre egaleté, ainſi, 1 ③ vaut — 3 ② + 4, combien 1 ① ? Car le produict 1 (pour $\frac{1}{3}$ de 3 des 3 ②) par 4 (pour le quarré des $\frac{2}{3}$ deſdicts 3) faict 4, qui eſt egal au ⓪ donné. Ils auront doncques une ſolution par —, laquelle on trouve en ceſte ſorte: On changera le ſecond terme donne ainſi, 1 ③ vaut 3 ② — 4, combien 1 ① ? faict par le 70. probleme 2, lequel appliqué à noſtre queſtion, nous dirons que la ſolution eſt — 2. l'Arithmetique demonſtration en ſera telle:

1 ③.	— 3 ② + 4.	1 ①.	— 2.
— 8.	— 12 + 4.	— 2.	— 2.

Et eſtant ledict produict maieur, nous aurons alors deux ſolutions par —. Par exemple, 1 ③ vaut — 11 ② + 72, combien 1 ② ? On changera comme deſſus, le ſecond terme ainſi: 1 ③ vaut 11 ② — 72, combien 1 ① ? faict par le 70 probleme, pour maieure ſolation 3, & pour moindre ſolution 4 ✓ 40 — 4, leſquels appliquez à noſtre queſtion, nous dirons que la ſolution eſt & — 3, & — 4 ✓ 40 — 4. l'Arithmetique demonſtration en eſt telle:

1 ③.	— 11 ② + 72.	1 ①.	— 3.
— 27.	— 99 + 72.	— 3.	— 3.

Item.

1 ③.	— 11 ② + 72.	1 ①.	— ✓ 40 — 4.

— ν 3097 60 — 544. — ν 3097 60 — 616472 — ν 40 — 4 — ν 40 — 4

Mais eſtant ledict produict moindre, alors ne ſe pourra (comme nous avons dict deſſus) avoir ſolution par —: la raiſon eſt que la valeur du deuxieſme terme, devient touſiours neceſſairement maieure, que celui du premier.

ARTICLE XI. Eſtant ③ egale à ② — ⓪, la ſolution ſe peut faire par —. Par exemple 1 ③ vaut 6 ② — 400, combien 1 ① ? On changera le ſecond terme ainſi, 1 ③ vaut 6 ② + 400, combien 1 ① ? faict par le 70 probleme 10. lequel appliqué à noſtre queſtion nous dirons que la ſolution eſt — 10. l'Arithmetique demonſtration en eſt telle:

1 ③.	6 ② — 400.	1 ①.	— 10.
— 1000.	— 600 — 400.	— 10.	— 10.

PROBLEME LXXI.

ESTant donnez trois termes, deſquels le premier ③, le ſecond ② ① ⓪, le troiſieſme nombre algebraique: Trouver leur quatrieſme terme porportionel.

NOTA. Le trinomie du ſecond terme donné de ce probl. ſe peut rencontrer en ſept differences, à ſçavoir:

② + ① + ⓪	Leſquelles ſept differences ſelon les autres autheurs, reçoivent bien 15 diverſes manieres d'operations: Mais nous l'avons convertie en une ſimple, facile & generale en ceſte ſorte:
— ② + ① + ⓪	
② + ① — ⓪	
— ② + ① — ⓪	
② — ① + ⓪	
— ② — ① + ⓪	
② — ① — ⓪	

PREMIERE DIFFERENCE DE SECOND TERME ② + ① + ⓪.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes ſelon le probleme tels: le premier 1 ③, le ſecond 6 ② + 10 ① + 300, le troiſieſme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel.

Conſtruction.

Le tiers de 6 (des 6 ③) eſt	2
Qui multiplié par ſon double 4, faict 8, au meſme aiouſté le quarré dudict 2, faict 12, au meſme aiouſté 10 (des 10 ①) faict 22, auquel appliqué ①, ſeront	22 ①
Puis du nombre ⓪ donné	300
Soubſtraict le cube de 2 premier en l'ordre qui eſt 8, reſte	292
Au meſme aiouſté le produict de 2 premier en l'ordre, par 22 ſecond en l'ordre, qui eſt 24, faict	336
Puis on dira 1 ③ (par teigle) vaut 22 ① (ſecond en l'ordre) + 336 cinequieſme en l'ordre, combien 1 ① ? faict par le 69 probleme	8
Au meſme aiouſté 2, premier en l'ordre, faict	10

Ie dique 10 eſt le quatrieſme terme proportionel requis. *Demonſtration d'Arithmetique.* Mettons par le moien du 66 probleme, ſoubs chaſcun terme ſa valeur, en ceſte ſorte:

1 ③.	6 ② + 10 ① + 300.	1 ①.	10.
1000.	1000.	10.	10.

Et appert que 10, eſt leur quatrieſme terme proportionel.

Preparation d'autre demonſtration Geometrique.

Soient à la figure du theoreme devant le 69 probleme 1 ③ A B, egale au vallant 6 ② A B + 10 ① A B + 300; Et ſoit C B 2, à ſçavoir le tiers de 6 des 6 ② donnez. Il nous faut demonſtrer que ſon coſté, ou 1 ① A B, vaudra 10. *Demonſtration.* 1 ③ A B, eſt par l'hypotheſe, egale à 6 ② A B + 10 ② A B + 300.

Mais 1 ③ A B, eſt auſſi egal à 1 ③ A C + 6 ② A C + 12 ① A C + 1 ③ C B, par le 4 corollaire devant le 69 probleme.

Ergo 1 ③ A C + 6 ② A C + 12 ① A C + 1 ③ C B, ſont egales à 6 ② A B + 10 ① A B + 300.

Mais 1 ③ C B (veu que C B eſt 2) eſt egale à 8, parquoi ſoubſtrayons de l'une partie 1 ③ C B, & de l'autre partie 8;

Ergo 1 ③ A C + 6 ② A C + 12 ① A C, ſont egales à 6 ② A B + 10 ① A B + 292.

Mais 6 ② A B, excedent aux 6 ② A C, en 6 gnomons

mons P O B A, par le 5 corollaire devant le 69 probleme. Et les 6 gnomons P O B A, ſont 24 ① A B — 6 ② C B (car eſtant A B 1 ①, & H B 2, alors ſera A H 2 ①, & C O 2 ①, parquoy chaſque gnomon ſera 4 ① — 1 ② C B, à ſçavoir 4 ① A B — 1 ② C B, parce que le produict de H B 2, par A B, faict auſſi bien le double de A B, comme la ſuperfice A H; doncques les 6 gnomons, comme nous avons dict, ſont 24 ① A B — 6 ② C B) parquoy 6 ② A B, excedent à 6 ③ A C, en 24 ① A B — 6 ② C B. Mais 6 ② C B ſont 24, parquoy 6 ② A B, excedent à 6 ② A C, en 24 ① A B — 24. Parquoy 6 ② A B, ſont egales à 6 ② A C + 24 ① A B — 24. Soubſtrayons doneques de la ſuſdicte ſeconde partie des egales parties 6 ③ A B, & ajouſtons en ſon lieu 6 ② A C + 24 ① A B — 24;

Ergo 1 ③ A C + 6 ② A C + 12 ① A C, ſont egales à 6 ③ A C + 34 ① A B ② 168.

Puis ſoubſtrayons de chaſque partie 6 ③ A C;

Ergo 1 ③ A C + 12 ① A C, ſont egales à 34 ① A B + 168.

Mais 34 ① A B, ſont egales à 34 ① A C + 34 ① C B, & 34 ① C B (paree que B C eſt 2) ſont 68, parquoy 34 ① A B ſont egales à 27 ① A C + 68. Soubſtrayons doncques de la premiere partie des egales parties 34 ① A B, & en ſon lieu ajouſtons 34 ① A C + 68;

Ergo 1 ③ A C + 12 ① A C, ſont egales à 34 ① A C + 336.

Puis ſoubſtrayons de chaſque partie 12 ① A C.

Ergo 1 ③ A C, eſt egale à 22 ① A C + 336.

Mais eſtant 1 ③ A C, egale ou vallant 22 ① A C 336, alors par le 69. probleme, 1 ① A C vaudra 8; Au meſme ajouſte C B 2, donne ſomme, pour 1 ① A C 10; ce qu'il falloit demonſtrer.

SECONDE DIFFERENCE DE SECOND TERME — ② + ① + ⓪.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes ſelon le probleme, rels: le premier 1 ③, le ſecond — 6 ② + 3 ① + 26. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel.

Conſtruction.

Le tiers de — 6 (des — 6 ②) eſt	— 2
Qui multiplié par ſon double — 4, faict 8, au meſme ajouſté le quarré dudict — 2, faict 12, au meſme ajouſté 3 (des 3 ①) faict 15, auquel appliqué ① ſeront	15 ①
Puis du ⓪ donné qui eſt	26
Soubſtraict le cube de — 2 premier en l'ordre, qui eſt — 8, reſte	34
Au meſme ajouſté le produict de — 2 premier en l'ordre, par 15 du ſecond en l'ordre, qui eſt — 30, faict	4
Puis on dira 1 ③ (par reigle) vault 15 ① (ſecond en l'ordre) + 4 (cinquieſme en l'ordre) combien t ①? faict par le 69 probleme	4
Au meſme ajouſte — 2 premier en l'ordre, faict	2

Je di que 2 eſt le quatrieſme terme proportionel requis. *Demonſtration Arithmetique.* Mettons par le moyen du 66 probleme, ſoubs chaſcun terme ſa valeur en ceſte ſorte:

1 ③.	— 6 ② + 3 ① + 26.	t ①.	2.
8.	8.	2.	2.

Et appert que 2 eſt leur quatrieſme terme proportionel requis.

Preparation d'autre demonſtration Geometrique.

Soit à la figure du theoreme devant le 69 probleme 1 ③ A C, egale ou vallant — 6 ③ A C + 3 ① A C + 26; Et ſoit C B 2, à ſçavoir le tiers de 6, des 6 ② donnez. Il faut demonſtrer que ſon coſté ou t ① A C vaudra 2.

Demonſtration. A B faict 1 ① A C + 2, mais le cube de t ① A C + 2 faict (par le 49 probleme, & par le 4 Corollaire devant le 69 probleme) 1 ③ A C + 6 ② A C + 12 ① A C + 1 ③ C B 8;

Ergo 1 ③ A B, eſt egale à 1 ③ A C + 6 ② A C + 12 ① A C + 1 ③ C B 8.

Mais puis que par l'hyporheſe 1 ③ A C, eſt egale à — 6 ② A C + 3 ① A C + 26: Doneques ſi nous ajouſtons à chaſcune partie 6 ②, alors 1 ③ A C + 6 ② A C ſeront egales à 3 ① A C + 26; ſoubſtrayons doncques de la ſeconde des egales parties 1 ③ A C + 6 ② A C, & en ſon lieu poſons 3 ① A C + 26;

Ergo 1 ③ A B, eſt egale à 15 ① A C + 34.

Mais 15 ① C B ſont egales à 30, parquoy ajouſtons à l'une partie 30, & à l'autre 15 ① C B;

Ergo 1 ③ A B + 30, ſera egal à 15 ① A B + 34.

Puis ſoubſtrayons de chaſque partie 30;

Ergo 1 ③ A B, eſt egale à 15 ① A B + 4.

Mais eſtant 1 ③ A B, egale ou vallant 15 ① A B + 4; alors par le 69 probleme 1 ① A B vaudra 4, de la meſme ſoubſtraict C B 2 reſte 1 ① A C 2; ce qu'il falloit demonſtrer.

Le general ordre que nous avons promis ſur les queſtions qui ſe peuvent rencontrer en ce probleme, apparoiſt aſſez es conſtructions des deux exemples precedens, car il n'y a en l'une pas une ſyllabe autrement qu'en l'autre, & pourroient ſatisfaire à ce probleme, toutesfois pour les moins exercés, nous deſcriprons leurs diverſitez. Mais (à fin de ne meſuſer le temps, & gaſter papier) ſeulement les nombres de l'ordre, auſquels on entendra ſe referer les mots des conſtructions precedens, en ceſte ſotte:

1 ③ egale à	2 ③ egale à
— 6 ② + 3 ① + 22	— 6 ② + 3 ① + 4
— 2	— 2
15 ①	15 ①
22	4
30	12
0	— 18
✓15	3
✓15 — 2	1

On entendra par ces conſtructions, que 1 ③ vallant — 6 ③ + 3 ① + 22, alors 1 ③ vaudra ✓15 — 2. Auſſi 1 ③ vallant — 6 ② + 3 ① + 4, alors t ① vaudra 1. Et ainſi des autres ſuivans.

TROISIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME ③ + ① — ⓪.

t ③ egale à	1 ③ egale à	t ③ egale à
6 ③ + 4 ① — 24	6 ③ + 3 ① — 18	6 ③ + 3 ① — 44
2	2	2
16 ①	15 ①	15 ①
— 24	— 18	— 44
— 32	— 26	— 52
0	4	— 22
4	4	2
6	6	4

QUATRIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME —③+①—⓪.

1③ egale a
—6②+18①—4
—2
30①
—4
4
—56
4
2

CINCQUIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME ②—①+⓪.

1③ egale a	1③ egale a	1③ egale a
6②—12①+8	6②—12①+9	6②—12①+7
2	2	2
0①	0①	0①
8	9	7
0	1	—1
0	1	—1
0	1	—1
2	3	1

1③ egale a	1③ egale a	1③ egale a
6②—10②+3	6②—14①+15	6②—15①+10
2	2	2
2①	—2①	—3①
3	15	10
—5	7	2
—1	3	—4
1	1 Faict par le 8 art. devant ce 71 prob.	—1
3	3	1

1③ egale a	1③ egale a
6②—9①+4.	6②—10①+4.
2	2
3①	2①
4	4
—4	—4
2	0
4	

Faict par la note du 69 probleme {&✓2 / &0
Faict auſſi par le 7 article devant ce 71 prob. —✓2
Et à chaſcun de ces trois ajouſté 2 premier en l'ordre, faict pour premiere ſolution 2+✓2
Et pour ſeconde ſolution 2
Et pour troiſieſme ſolution 2—✓2

SIXIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME —③—①+⓪.

1③ egale a	1③ egale a	1③ egale a
—6②—12①+56.	—6②—3①+10.	—6②—3①+38
—2	—2	—2
0③	9①	9①
56	10	38
64	18	46
64	0	28
4	3	4
2	1	2

1③ egale a	1③ egale a
—6②—15①+62	—6②—2①+8
—2	—2
—3①	11①
62	8
70	16
76	—6
4	3
2	2

Par le 69 probleme. {& ✓ 27/4 — 3/2
Maieure ſolution 1
Moindre ſolution ✓ 27/4 — 7/2 ſi vous plaiſt la ſolution par moins.

SEPTIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME ③—①—⓪.

1③ egale à	1③ egale a	1③ egale a
6②—3①—10	6②—4①—5	6②—4①—16
2	2	2
9①	8①	8①
—10	—5	—16
—18	—13	—24
0	3	—8
3	3	2
5	5	2

Par le 69 prob. {& / & ✓5—1
Maieure ſolution 4
Moindre ſolution ✓5+1

Concluſion. Eſtant doncques donnez trois termes, deſquels le premier ③, le ſecond ②①⓪, le troiſieſme nombre algebraique quelconque: Nous avons trouvé leur quatrieſme proportionel; ce qu'il falloit faire.

DE L'ORIGINE DE LA CONSTRVCTION DV PRECEDENT LXXI. PROBLEME.

Quand ③ eſt egale à ② ① ⓪, nous les pouvons reduire, en ③ egale à ① ⓪, ou en ③ egale à une quantité, & alors devient la valeur de 1 ① notoire par le probleme conformé aux termes reduicts, & de telle reduction eſt colligée la maniere de ladicte conſtruction, comme apparoiſtra. Soit par exemple 1③ egale à 6②+10①+300. Qui ſont le premier & ſecond terme, de la premiere difference; Et ſoubſtrayons de chaſque partie 6②.

Ergo 1③—6②, demeurera egale à 10①+300.

Puis ajouſtons à chaſque partie quelque ① & ⓪ telles que la premiere partie aie racine cubique de ①+ quelque ⓪; Et eſt demonſtré en l'origine du 70 probleme que ce ſeront 12①—8; Ajouſtons les doncques à chaſque partie;

Ergo 1③—6②+12①—8, ſeront egales à 22①+292.

Puis extrayons de chaſque partie racine cubique.

Ergo 1①—2, ſeront egales à ✓③ *bino.* 21①+292.

Or paree que la ſeconde partie n'a point de racine ſervant à noſtre propos, il faudra achever la reſte par l'aide de la figure du theoreme devant le 69 probleme, en ceſte ſorte: Soit chaſcune ① de noz egales parties la ligne AB.

Ergo 1① AB—2 ſera egale à ✓③ *bino.* 22① AB+292.

Puis poſons que BC ſoit 2.

Ergo 1① AC, ſera egale à ✓③ *bino.* 22① AB+292.

Puis

Puis prenons la potence cubique de chaſque partie;
Ergo 1 ③ A C, ſera egale à 22 ① A B + 292.

Mais 22 ① A B, vallent 22 ① A C + 44 (car 22 fois C B 2 font 44.) oſtons doncques les 22 ① A B, & en ſon lieu poſons 22 ① A C + 44;

Ergo 1 ③ A C, ſera egale à 22 ① A C + 336.

Et ainſi au lieu des donnez 1 ③ A B, egale à 6 ② A B + 10 ① A B + 300, nous avons 1 ③ A C, egale à 22 ① A C + 336; Deſquels eſtant trouvé la valeur de 1 ① A C, qui par le 69 probleme eſt 8: S'enſuit que pour avoir la valeur de toute la A B requiſe, qu'il y faut encore ajouſter la C B, qui par l'hypotheſe eſt 2, & ſera pour ſolution comme deſſus 10.

Or que cecy eſt l'origine de ladicte conſtruction (comme nous avons demonſtré le ſemblable, plus amplement à la fin de l'origine du 70 probleme, ſemblable à ceſte ci) eſt manifeſte. Laquelle origine il falloit declarer.

Probleme LXXII.

Eſtant donnez trois termes, deſquels le premier ④, le ſecond ① ◎, le troiſieſme, nombre algebraique quelconque: Trouver leur quatrieſme terme proportionel.

Nota. Le binomie du ſecond terme donné, de ce probleme, ſe peult rencontrer en trois differences, à ſçavoir:

① + ◎
— ① + ◎
① — ◎

Deſquelles trois diffetences les autres en donnent trois diverſes manieres d'operations, mais nous en donnerons une ſimple & generale en ceſte ſorte:

PREMIERE DIFFERENCE DE SECOND TERME ① + ◎.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes ſelon le probleme tels: le premier 1 ④, le ſecond 12 ① + 5, le troiſieſme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel.

Conſtruction.

$\frac{1}{4}$ ③ (par reigle) + 5 ① (pour le 5 donné, luy applicant ①) vallent 36 (quarrée de 6, moitie de 12 des 12 ① donnez) combien 1 ①? faict par le 69 probleme 4
Le quarré de ſa moitie 2 eſt 4
Au meſme ajouſté 5 donné, faict 9
Sa racine quarrée 3
De la meſme ſoubſtraict 2 moitie de 4 premier en l'ordre, reſte 1
La racine quarrée de 4 premier en l'ordre, eſt 2, laquelle quand au + ou — ſera par reigle comme les 12 ① donnez, qui ſont +, ſera doncques + 2, à laquelle appliqué ① par reigle ſeront 2 ①
Puis on dira 1 ② (par reigle) vaut 2 ① (ſixieſme en l'ordre) + 1 (cinquieſme en l'ordre) combien 1 ①? faict par le 68 probleme $\sqrt{2}+1$

Je di que $\sqrt{2}+1$ eſt le quatrieſme terme proportionel requis. *Demonſtration Arithmetique.* Mettons par le moien du 66 probleme, ſoubs chaſcun terme ſa valeur en ceſte ſorte:

1 ④.	12 ① + 5.	1 ①.	$\sqrt{2}+1$.
$17+\sqrt{288}$.	$17+\sqrt{288}$.	$\sqrt{2}+1$.	$\sqrt{2}+1$.

Et appert que $\sqrt{2}+1$, eſt leur quatrieſme terme proportionel.

DEVXIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME — ① + ◎.

Explication du donné. Soient donnez trois termes ſelon le probleme tels: le premier 1 ④, le ſeconde — 32 ① + 60, le troiſieſme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel.

Conſtruction.

$\frac{1}{4}$ ③ (par reigle) + 60 ① (pour le + 60 donné, lui applicant ①) vallent 256 (quarré de — 16, moitie de — 32 des — 22 ① données) combien 1 ①? faict par le 69 probleme 4
Le quarré de ſa moitie 2 eſt 4
Au meſme ajouſté 60 donné, faict 64
Sa racine quarrée 8
De la meſme ſoubſtraict 2, moitie de 4 premier en l'ordre, reſte 6
La racine quarrée de 4 premier en l'ordre eſt 2, laquelle quant au + ou —, ſera par reigle comme les — 32 ① donnez, qui ſont —, ſera donc — 2, à laquelle appliqué ① (par reigle) ſera — 2 ①
Puis on dira — 1 ② (par reigle) vaut — 2 ① (ſixieſme en l'ordre) + 6 (cinquieſme en l'ordre) combien 1 ①, faict par le 68 probleme $\sqrt{7}-1$

Je di que $\sqrt{7}-1$ eſt le quatrieſme terme proportionel requis. *Demonſtration Arithmetique.* Mettons par le moien du 66 probleme ſoubs chaſcun terme ſa valeur en ceſte ſorte:

1 ④.	— 32 ① + 60.	1 ①.	$\sqrt{7}-1$
$92-\sqrt{7168}$.	$92-\sqrt{7168}$.	$\sqrt{7}-1$.	$\sqrt{7}-1$

Et appert que $\sqrt{7}-1$ eſt leur quatrieſme terme proportionel.

TROISIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME ① — ◎.

Explication du donné. Soient donnez trois termes ſelon le probleme tels: le premier 1 ④, le ſecond 4 ① — 3, le troiſieſme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel.

Conſtruction.

$\frac{1}{4}$ ③ (par reigle) — 3 ① (pour le — 3 donné, lui applicant ①) vallent 4 (quarré de 2 moitie de 4 des 4 ①) combien 1 ①? faict par le 66 probleme 4
Le quarré de ſa moitie 2 eſt 4
Au meſme ajouſté — 3 donné faict 1
Sa racine quarrée 1
De la meſme ſoubſtraict 2, moitie de 4 premier en l'ordre, reſte — 1
La racine quarrée de 4 premier en l'ordre, eſt 2, laquelle quand au + ou —, ſera par reigle comme les 4 ① donnez, qui ſont +, ſera donc + 2, à laquelle appliqué ① (par reigle) ſera 2 ①
Puis on dira 1 ② (par reigle) vaut 2 ① (ſixieſme en l'ordre) — 1 (cinquieſme en l'ordre) combien 1 ①? faict par le 68 probleme 1

Je di que 1 eſt le quatrieſme terme porportionel requis. *Demonſtration Arithmetique.* Mettons par le moien du 66 probleme, ſoubs chaſcun terme ſa valeur en ceſte ſorte:

1 ④.	4 ① — 3.	1 ①.	1.
1.	1.	1.	1.

Et appert que 1 eſt leur quatrieſme terme porportionel requis. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez trois termes,

termes, deſquels le premier ④, le ſecond ①⓪, le troiſieſme nombre algebraique quelconque; Nous avons trouvé leur quatrieſme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

DE L'ORIGINE DE LA CONSTRVCTION DV PRECEDENT PROBLEME.

Quand (④) eſt egale à ① ⓪, nous les pouvons reduire, en ③, egale à ① ⓪, & alors devient la valeur de 1 ① noroire par le 68 probleme, comme apparoiſtra. Soit 1 (④, egale à 1② ① + 5; Qui ſont le premier & ſecond terme de la premiere difference. Il faut doncques trouver quelque ② & ⓪ telles, qui ajouſtées à la 1 (④) la ſomme ſoit trinomie, duquel la racine ſoit 1 ② + quelque ⓪. Puis leſdictes ② ⓪ ajouſtez aux 12 ① + 5, que la ſomme ſoit trinomie, duquel la racine ſoit ① & ⓪. Or pour les trouver, il ſera premierement neceſſaire, que le quarré de la moitie du nombre de multitude des ②, ſoit egal au ⓪, car autres ② & ⓪ ajouſtez à 1 (④), ne peuvent faire que la ſomme aie racine ſervant à noſtre propos. Au ſecond, que le produict du nombre des ②, par la ſomme de tel ⓪ trouvé, & le 5 donné ſoit egal à 36, à ſçavoir au quarré de 6, moitie de 12 des 12 ①, car autres ② & ⓪ ajouſtez à 12 ① + 5 ne peuvent faire, que la ſomme aie racine ſervante à noſtre propos: *Il nous faut doncques trouver deux nombres tels, que le quarré de la moitie du premier ſoit egal au ſecond, & que le produict du premier par le ſecond + 5 ſoit 36.* & eſt ceſte queſtion la 11 du 81 probleme, par laquelle il appert, que le premier eſt 4, & le ſecond auſſi 4, le premier doncques ſera le nombre des ②, & le ſecond le ⓪. De ſorte que les deux quantitez requiſes, ſeront 4② + 4. Ajouſtons les meſmes à chaſcune de noz egales parties donnees;

Ergo 1 (④) + 4② + 4, ſeront egales à 4 ② + 12 ① + 9.

Puis extrayons de chaſcune partie racine quarrée;

Ergo 1 ② + 2, ſeront egales à 2 ① + 3.

Puis ſoubſtrayons de chaſque partie 2;

Ergo 1 ②, demeurera egale à 2 ① + 1.

Et ainſi au lieu de 1 (④), egale à 12 ① + 5, nous avons 1 ③, egale à 2 ① + 1. Et la valeur de 1 ①, par le 68 probleme eſt $\checkmark 2 + 1$. Et eſt manifeſte que ceci eſt l'origine de noſtre conſtruction du precedent probleme. Laquelle il nous falloit declarer.

PROBLEME LXXIII.

Eſtant donnez trois termes deſquels le premier (④), le ſecond ②①⓪, le troiſieſme nombre algebraique quelconque: Trouver leur quatrieſme terme proportionel.

NOTA. Le trinomie du ſecond terme de ce probleme ſe peut rencontrer en ſept differences à ſçavoir:

②+①+⓪	Leſquelles ſept differences reçoivent pluſieurs diverſes manieres d'operations ſelon les autres autheurs, mais nous en avons faict une ſeule & generale, comme s'enſuit.
—②+①+⓪	
②+①—⓪	
—②+①—⓪	
②—①+⓪	
—②—①+⓪	
②—①—⓪	

PREMIERE DIFFERENCE DE SECOND TERME ②+①—⓪.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes ſelon le probleme, tels: le premier 1 (④), le ſecond 3 ② + 30 ① + 16, le troiſieſme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel.

Conſtruction.

$\frac{1}{4}$ ③ (par reigle) + $\frac{3}{4}$ ② (pour le $\frac{1}{4}$, par reigle, des 3 ② donnez) + 16 (pour le 16 donné, luy applicant ①) vallent 177 (exces de 225 quarré de la moitie de 30 des 30 ① donnez, ſur 48 produict de 16 donné par 3 des 3 ② donnez) combien 1 ①? faict par le 70 probleme 6

Auquel ajouſté 3, des 3 ② donnez, faict 9

Le quarré de 3, moitie de 6 premier en l'ordre, eſt 9

Au meſme ajouſté 16 donné, faict 25

Sa racine quarrée 5

De la meſme ſoubſtraict 3, moitie de 6 premier en l'ordre, reſte 2

La racine quarrée de 9 ſecond en l'ordre eſt 3, à laquelle appliqué ① par reigle ſeront 3①

Puis on dira, 1 ② par reigle vaut 3 ① (ſeptieſme en l'ordre) + 2 (ſixieſme en l'ordre) combien 1 ①? faict par le 68 probleme $\checkmark 4\frac{1}{4} + 1\frac{1}{2}$

Je di que les meſmes ſont le quatrieſme terme proportionel requis.

Demonſtration Arithmetique. Mettons par le moyen du 66 probleme ſoubs chaſcun terme ſa valeur en ceſte ſorte:

1 (④). 3 ② + 30 ① + 16. 1 ①. $\checkmark 4\frac{1}{4} + 1\frac{1}{2}$.

So $\frac{1}{2}$ + vv 64 64 $\frac{1}{4}$. 80 $\frac{1}{2}$ + vv 64 64 $\frac{1}{4}$. vv $4\frac{1}{4} + 1\frac{1}{2}$. vv $4\frac{1}{4} + 1\frac{1}{2}$.

Et appert que $\checkmark 4\frac{1}{4} + 1\frac{1}{2}$ eſt leur quatrieſme terme proportionel; ce qu'il falloit demonſtrer.

Veu que la reigle de ceſte conſtruction eſt generale, nous n'appliquerons pas (comme nous avons auſſi faict au 71 probleme) les eſcriptures aux nombres des ordres, pour la multitude des differences.

1 (④) egale a	NOTA. Quant le ſecond terme donné rient racine qui ſoit binomie, l'on extraira pour plus grande facilité (combien que la reigle ci deſſus eſt generale) de chaſque partie racine. Soit par exemple 1 (④), egale à 4② + 12① + 9. Or parce que le ſecond terme, tient telle racine, on l'extraira de chaſque terme, & 1 ② ſera egale à 2 ① + 3, & par le 68 probleme 1 ① vaudra.
15② + 36① + 27.	
— 6	
9	
9	
36	
6	
9	
3①	
$\checkmark 11\frac{1}{4} + 1\frac{1}{2}$	

DEVXIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME —②+①+⓪.

1 (④) egale a

—1② + 4① + 3

2

1

1

4

2

1

1①

$\checkmark \frac{1}{4} + \frac{1}{2}$

QVATRIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME —②+①—⓪.

1 (④) egale a

—2② + 8① — 5

6

4

9

4

2

— 1

2①

1

TROI-

TROISIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME ②+①—⓪.

1(¼) egale a
3②+16①—12
8.
16.
16.
4.
2.
—2.
4①
Soluti-on ou $\begin{cases} 2+\sqrt{2} \\ 2-\sqrt{2} \end{cases}$

Voyla les quatre premieres differences achevées, & ſont celles qui ont toutes euës au ſecond terme, la moyenne quantité +, à ſçavoir + ①; s'enſuivent maintenant les trois autres, qui ont ladicte moyenne quantité —; Et receuront en la conſtruction quelque petite mutation; La taiſon eſt, que leurs origines meſmes, les reçoivent, qui procede (comme apparoiſtra plus amplemẽt en ſon lieu) de cela, que ② —①+⓪, ont autant —①+⓪, pour racine, comme ①—⓪, deſquelles ne ſçavons en l'origine meſme quelle ſera la vraye, par ce que la valeur des quantitez que nous chetchons, nous eſt incognue. D'ou s'enſuit que deſdictes differentes ſuivances on pourra faire deux conſtructions, qui ſeront aucunefois toutes deux bonnes; aucunefois ſeulement l'une, deſquelles nous pourtons choiſir la vraye.

Ot la premiere de ces deux couſtructions, differe de la precedente ſeulement en cela, qu'il faut, que le ſeptiſme nombre en l'ordre (lequel cy deſſus s'a touſiours eſté dict +) ſoit par reigle —.

Et la deuxieſme de ces deux conſtructions, differe de la precedente ſeulement en cela, qu'il faut que le cinequieſme nombre en l'ordre (lequel cy deſſus s'a touſjours dict +) ſoit par reigle —.

Leſquelles choſes eſtant fort evidentes, nous en donnerons ſeulement les exemples par les chatactetes des nombres de l'ordre.

CINCQVIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME ②—①+⓪.

1(¼) egale a	1(¼) egale a	1(¼) egale a
14②—16①+3.	11②—18①+8.	10②—40①+16
2	2 — 2	—2 6 6
16	16 9	9 16 16
1	1 1	1 9 9
4	4 9	9 25 25
2	—2 3	—3 5 —5
1	—3 4	—2 2 —8
—4①	4①. — 3①	3①. — 4① 4①.
$\sqrt{5}-2$	ou $\begin{cases} 3 \\ 1 \end{cases}$	ou $\begin{cases} 1\sqrt{6}-2 \\ 1 \end{cases}$ Ceſtui n'a point de vraye ſol.

Nota. Quand le ſecond terme donné, aura racine qui ſoit binomie, on en pourra faire comme nous avons dict ſoubs la premiere ſorte.

SIXIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME —②—①+⓪.

1(¼) egale a
—3②—6①+5
4
1
4
9
3
1
—1①
$\sqrt{1\frac{1}{4}}-\frac{1}{2}$

SEPTIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME ②—①—⓪.

1(¼) egale a
19②—20①—5
6
25
9
4
—2
—5
5①
ou $\begin{cases} 2\frac{1}{2}+\sqrt{1\frac{1}{4}} \\ 2\frac{1}{2}-\sqrt{1\frac{1}{4}} \end{cases}$

La demonſtration de chaſcune difference ſera ſemblable à celle de la premiere difference. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez trois termes, deſquels le premier 4, le ſecond ②①⓪, le troiſieſme nombre algebraique quelconque: nous avons trouvé leur quatrieſme terme proportionel ce qu'il falloit faire.

DE L'ORIGINE DE LA CONSTRVCTION DV PRECEDENT PROBLEME.

Quand (¼) eſt egale a ②①⓪, nous les pouvons reduire en ②, egale à ①⓪, & alors devient la valeur de 1 ① notoire par le 68 probleme, comme il apparoiſtra. Soit 1(¼), egale à 3②+30①+16, qui ſont le premier & ſecond terme de la premiere difference. Il faut doncques trouver quelques ② & ⓪, tels que ajouſtez à la 1 (¼), la ſomme ſoit trinomie, duquel la racine ſoit 1② + quelque ⓪; Puis leſdictes 2 ⓪, ajouſtez aux 3②+30①+16, la ſomme ſoit trinomie, duquel la racine ſoit 1① & ⓪; Ot pour les trouver, il ſera premierement neceſſaire, que le quarré de la moitie du nombre de multitude des ② ſoit egal au ⓪, car autres ② & ⓪ ajouſtez à 1(¼), ne peuvent faire que la ſomme aie racine ſervante à noſtre propos, par la note du 2 exemple du 61 probleme. Au ſecond, que le produict de la ſomme de 3 (des 3② donnez) & le nombre des ② trouvé, par la ſomme de 16 donné, & du ⓪ trouvé, ſoit egal à 225, à ſçavoir au quarré de 15, moitie de 30 des 30① donnez, car autres ② & ⓪, ajouſtez à 3②+30①+16 ne peuvent faire que la ſomme aie racine ſervante à noſtre propos, par ladicte note du 61 probleme: *Il nous faut doncques trouver deux nombres tels, que le quarré de la moitie du premier ſoit egal au ſecond, & que le produict du premier + 3 par le ſecond + 16 ſoit* 225. Et eſt ceſte queſtion la 12 du 81 probleme; par laquelle appert, que le premier eſt 6, & le ſecond 9; le premier doneques ſera le nombre des ②, & le ſecond ſera le ⓪. De ſorte que les deux quantitez requiſes ſeront 6②+9: Ajouſtons les meſmes à chaſcune de noz egales parties donnees;

Ergo 1(¼)+6②+9, ſeront egales à 9②+30①+25.

Puis eztrayons de chaſcune partie racine quarrée;

Ergo 1②+3, ſeront egales à 3①+5.

Puis ſoubſtrayons de chaſque partie 3;

Ergo 1②, demeutera egale à 3①+2.

Et ainſi au lieu de 1(¼) egale à 3②+30①+16, nous avons 1② egale à 3①+2; Dont la valeur de 1① par le 68 probleme eſt $\sqrt{4\frac{1}{4}}+1\frac{1}{2}$.

Et eſt manifeſte, que ceci eſt l'origine de noſtre conſtruction du probleme precedent; Laquelle il nous falloit declaret.

Probleme LXXIV.

Eſtant donnez trois termes, deſquels le premier (¼), le ſecond ①⓪, le troiſieſme nombre algebraique quelconque: Trouver leur quatrieſme terme proportionel.

Nota. Le binomie du ſecond terme donné de ce probleme ſe peut rencontret en trois telles differences:

①+⓪
—①+⓪
①—⓪

Deſquelles nous donnerons trois conſtructions, toutes d'une meſme maniere d'operation.

PREMIE-

PREMIERE DIFFERENCE DE SECOND TERME ③+⓪.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes ſelon le probleme tels: le premier 1 ④, le ſecond 2③+27, le troiſieſme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel.

Conſtruction.

1 ④ (par reigle) +2 ① (pour 2 des 2③ donnez, les applicant ①) vaut 3 (racine cubique des 27 donnez) combien 1 ①? faict par le 72 probleme 1, par le meſme diviſe ledict 3 racine de 27 donne quotient 3

Je di que 3 eſt le quatrieſme terme proportionel requis. *Demonſtration.* Mettons par le moien du 66 probleme, ſoubs chaſcun terme ſa valeur en ceſte ſorte:

1 ④.	2③+27.	1 ①.	3.
81.	81.	3.	3.

Et appert que 3 eſt leur quartieſme terme proportionel; ce qu'il falloit demonſtrer.

SECONDE DIFFERENCE DE SECOND TERME —③+⓪.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes ſelon le probleme, tels: le premier 1 ④, le ſecond —2③ +32, le troiſieſme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel.

Conſtruction.

1 ④ (par reigle) —2 ① (pour —2 des —2③ donnés, les applicant ①) vaut √③32 (à ſçavoir racine cubique des 32 donnez) combien 1 ①? faict par le 72 probleme √③4, par la meſme diviſe ladicte √③32 donne quotient 2

Je di que 2 eſt le quatrieſme terme proportionel requis. *Demonſtration.* Mettons par le moien du 66 probleme ſoubs chaſcun terme ſa valeur en ceſte ſorte:

1 (¼).	—2③+32.	1 ①.	2.
16.	16.	2	2.

Et appert que 2 eſt leur quartieſme terme proportionel requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

TROISIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME ③—⓪.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes ſelon le probleme tels: le premier 1 (¼), le ſecond 3③—8, le troiſieſme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel.

Conſtruction.

1 (¼) (par reigle) +3① (pour 3 des 3③ donnez, les applicant a①) vaut —2 (à ſçavoir racine cubique des —8 donnez) combien 1 ①? faict par le 72 probleme —1, par le meſme diviſe ledict —2 racine de —8 donne quotient 2

Je di que 2 eſt le quatrieſme terme proportionel requis. *Demonſtration.* Mettons par le moyen du 66 probleme, ſoubs chaſcun terme ſa valeur en ceſte ſorte:

1 (¼)	3③—8.	1 ①.	2.
16.	16.	2.	2.

Et appert que 2 eſt leur quatrieſme terme proportionel requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

DE L'ORIGINE DE LA CONSTRUCTION DE CE LXXIV. PROBLEME.

Poſons que 1 ④ ſoit egale à —2①+3; Ou bien (ce qui vaut le meſme) 1④+2①, egales à 3, deſquels nous chercchons la valeur de 1 ①, que nous ſçavons eſtre 1; Diviſons par le meſme le 3 donné, donne quotient 3; doncques 1 & 3, ſont deux nombres, deſquels le produict faict le 3 donné, & le produict dudict nombre 1 par —2 (des —2① donnees) qui eſt —2, ajouſte à la potence de quatre quantité dudict nombre 1, reſte ledict nombre donné 3. Quand doncques nous aurons trouvé tels deux nombres comme ſont leſdicts 1 & 3, il eſt notoire que l'un ſera la valeur de 1 ① requiſe. Pourtant mettons le ſuſdict en forme de queſtion ainſi: *Trouvons deux nombres tels que leur produict ſoit 3, & que le produict de l'un nombre par 2 ajouſté à la potence de quatre quantité dudict un nombre, la ſomme ſoit auſsi 3.* Qui eſt la 13 queſtion du 81 probleme; Et appert aux termes reduicts, que 1 ④ ſe trouva egale à 2③ +27 (lequel 27 eſt le cube du 3 donné,) deſquels la valeur de 1① eſt 3; Par le meſme (pour trouver l'autre nombre requis) ſe diviſa le 3 (qui eſt le 3 du ſecond terme poſé ci deſſus,) Quand doncques 1④, eſt egale à —2①+3, alors pour trouver la valeur de 1 ①, nous pouvons (comme par reigle generale) mettre en leur lieu, 1④ egale à 2③ (à ſçavoir +2 au lieu du —2 donne, & ③ au lieu de ① donnée) +27 (pour le cube de 3 donné) diviſant la racine cubique de 27, par ladicte valeur de 1①, lequel quotient ſera le requis. Et par le tevers de ces choſes, Quand 1④ eſt egale à 2③+27, alors pour trouver la valeur de 1①nous pouvons mettre en leur lieu 1④, egale à —2①+3, diviſant par la valeur de 1① la racine cubique du 27 donné, qui eſt l'operation de ſa ſuſdicte premiere difference ſemblable aux deux autres. Laquelle ongine il nous falloit declarer.

NOTA 1. L'on pourroit encore deſcripre autre maniere de conſtruction que n'eſt la preecedente; à ſçavoir par l'operation du 14 exemple du 81 probleme; Mais nous le paſſons outre à cauſe de briefueté.

NOTA 11. Conſiderant d'une part que l'origine des conſtructions des trois problemes ſuivans, eſt en tous aſſez la meſme; Et d'autre part la multitude des diverſités des differences que reçoivent aucuns d'iceux problemes, nous deſcriprons leurs origines meſmes, au lieu de conſtruction, commençant à ce 74 probleme, duquel nous donnerons (outre les conſtructions ptecedentes) autre maniere de conſtruction, comme s'enſuit.

Explication du donné. Soient donnez trois termes ſelon le probleme tels: le premier 1 (¼), le ſecond 6③+3 ⅕, le troiſieſme 1①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel.

NOTA. Afin de declaret le ſens, autant de ceſte conſtruction, comme des trois problemes ſuivans, faut ſçavoir, que nous tachons d'ajouſter à chaſque partie, quelques quantitez egales, telles, que chaſque ſomme aie racine de moindre multitude de quantitez que les quantitez donnees; & deviennent ainſi finalement convertiz en ③ egale à ① ⓪, deſquelles la valeur de 1 ① eſt alors notoire, par le 68 probleme.

Conſtruction.

On appliquera les ③ données, ou par egale addition, ou par egale ſoubſtraction, touſiours à la 1 (¼), il faut doncques icy ſoubſtraire de chaſque partie 6③;

Ergo 1 (¼) —6③, demeureront egales à 3 ⅘.

Puis

Puis il faut ajouſter à chaſcune partie quelques ②① ◎, ainſi que l'une aie pour racine quarrée, trinomie, & l'autre binomie. Or puis que les deux premiers characteres de la premiere partie, ſont 1 ④ — 6 ②, il eſt noroire que les deux premiers characteres de la racine (apres l'addition deſdictes ②①◎) ſeront 1② — 3① (comme il appert par la multiplication de quantitez en eux) à ſçavoir — 3 (des — 3①) pour moitie de — 6 (des — 6 ③ donnés.) Il reſte maintenant d'appliquer à iceux 1② — 3①, quelque ③ rel, que le quarré de rel trinomie aie les quantitez comme ②①◎, relles, que les meſmes ajouſtez à la ſeconde partie, qui eſt $3\frac{1}{3}$, la ſomme aie racine qui ſoit ① ◎, qui ſera (par la note au 2 exemple du 61 probleme) quand le quatré de la moitie du nombre de multitude des ①, ſoit egal au produict du ◎, par le nombre de multitude des ③; Mais veu qu'en l'invention de ce ◎, qui doibt eſtre appliqué à 1② — 3①, nous n'avons que faire des ſignes des quantitez, nous les delaiſſerons, à fin qu'elles ne nous cauſent confuſion, & que ne ſoyons contraincts de beſoigner par poſtpoſées quantitez, diſant ainſi: *Trouvons un* — ◎ (car ceſt noroire que + ◎ ne le pourra eſtre) *qui appliqué à* 1 — 3, *Et puis tels trois nombres multipliez par eux meſmes diſtinctement, ſelon la maniere de multiplication des quantitez algebraiques, Et au dernier nombre du produict ajouſté* $3\frac{1}{3}$, *qu'alors le quarré de la moitie du cinquieſme, ſoit egal au produict du quatrieſme par le ſixieſme.* Et eſt ceſte queſtion la 15 du 81 probleme, par laquelle il appert que le nombre requis eſt — 2, qui appliqué auſdicts 1② — 3①, fera 1② — 3① — 2, ſon quarté 1④ — 6③ + 5② + 12① + 4. du meſme ſoubſtraict la premiere de noz egales parties, reſte 5② + 12① + ; 4 ajouſtons les meſmes à chaſcune de noz egales parties,

Ergo 1④ — 6③ + 5② + 12① + 4. ſeront egales à 5② + 12① + $7\frac{1}{3}$.

Puis extrayons de chaſque partie racine quarrée.

Ergo 1② — 3① + 2 ſeront egales à $\checkmark 5 \times ① + \checkmark 7\frac{1}{3}$.

Leſquels reduicts 1② ſera egale à $3① + \checkmark 5 \times ① + \checkmark 7\frac{1}{3} + 2$.

Et par le 68 probleme, 1① vaudra $1\frac{1}{2} + \checkmark \frac{1}{4} + \checkmark$ *bino.* $5\frac{1}{2} + \checkmark 36\frac{9}{20}$.

La diſpoſition des characteres de l'operation des choſes ſuſdictes eſt telle:

Quantitez données	1④ — 6③.	0.	0.	0.
Quant. à chaſcune parties ajou.	+ 5② + 12① + 4.			
Sommes	1④ — 6③ + 5② + 12① + 4.	egales à	0.	0. $3\frac{1}{3}$
			5② + 12① + 4	
			5② + 12① + $7\frac{1}{3}$	
Leurs racines quarrées	1② — 3① — 2.		$\checkmark 5 \times ② + \checkmark 7\frac{1}{3}$	
Reduictes	1②.		$3① + \checkmark 5 \times ① + \checkmark 7\frac{1}{3} + 2$	

Et 1① vaut par le 68 probleme $1\frac{1}{2} + \checkmark \frac{1}{4} + \checkmark$ *bino.* $5\frac{1}{2} + \checkmark 36\frac{9}{20}$.

Et par ſemblable diſpoſition de characteres, deſpecherons nous les conſtructions des trois problemes ſuivans.

Nota.

Le — 2, ci deſſus trouvé par la 15 queſtion du 81 probleme ſe peut encore trouver par la 16 queſtion du meſme probleme.

Item ſi 1④, fuſt donnée egale à — 8③ + $1\frac{1}{3}$, l'operation & diſpoſition des characteres ſemblable à la precedente, ſera relle:

Quantitez données.	1④ + 8③ .0.	0.	0.	
Quant. à chaſcune part. ajouſt.	12② — 16① + 4.			
Sommes	1④ + 8③ + 12② — 16① + 4.	egales à	0.	0. $1\frac{1}{3}$
			12② — 16① + 4	
			12② — 16① + $5\frac{1}{3}$	
Leurs racines quarrees	1② + 4① — 2.		$-\checkmark 12 \times ① + \checkmark 5\frac{1}{3}$	
Reduictes	1②.		$-4① - \checkmark 12 \times ① + \checkmark 5\frac{1}{3} + 2$	

Et 1① par le 68 probleme vaut $-2 - \checkmark 3 + \checkmark$ *bino.* $9 + \checkmark 85\frac{1}{3}$.

Item ſi 1④ fuſt donnée egale à 8③ — $\frac{4}{3}$, l'operation & diſpoſition de characteres ſemblable à la precedente ſera relle:

Quantitez données.	1④ — 8③	0.	0.	0.
Quant. à chaſcune partie ajouſt.	20② — 16① + 4.			
Sommes	1④ — 8③ + 20② — 16① + 4.	egales à	0.	0. $-\frac{4}{3}$
			20② — 16① + 4	
			20② — 16① + $3\frac{1}{3}$	
Leurs racines	1② — 4① + 2.		$-\checkmark 20 \times ① + \checkmark 3\frac{1}{3}$	
Reduictes	1②.		$4① - \checkmark 20 \times ① + \checkmark 3\frac{1}{3} - 2$	

Et 1① par le 68 probleme vaut $2 - \checkmark 5 + \checkmark$ *bino.* $7 - \checkmark 51\frac{1}{3}$.

Dont les demonſtrations ſeront ſemblables aux precedentes. *Concluſion.* Eſtant doneques donnez trois termes deſquels le premier (4), le ſecond ③ ◎, le troiſieſme nombre algebraique quelconque; nous avons trouvé leur quatrieſme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

Probleme LXXV.

Eſtant donnez trois termes, deſquels le premier (4), le ſecond ④①◎, le troiſieſme, nombre algebraique quelconque: Trouver leur quatrieſme terme proportionel.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes ſelon le probleme rels: le premier 1④, le ſecond 4③ + 8① — 32, le troiſieſme 1①.

Explication du requis. Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel.

Conſtruction. La couſtruction ſera ſemblable à celle du precedent probleme. Et le 6 (derniere quantité de 1② — 2① + 6) eſt trouvé par la 17 ou 18 queſtion du 81 probleme; la diſpoſition des characteres de l'operation, ſemblable aux precedentes, eſt relle.

Quantitez données	1 (4) — 4 ③.	0.	0.	0.		8 ① — 32
Quantitez à chaſcune partie ajouſtees		16 ② — 24 ① + 36.				16 ② — 24 ① + 36
Sommes	1 (4) — 4 ③ + 16 ② — 24 ① + 26.				egal. à	16 ② — 16 ① + 4
Leurs racines quarrees		1 ② — 2 ① + 6.				4 ① — 2
Reduictes			1 ②.			6 ① — 8

Et 1 ① par le 68 probleme vaudra 4 ou 2.

Item ſi 1 (4) fuſt donné egale à — 8 ③ + 40 ① — 32, l'operation & diſpoſition des characteres ſemblable à la precedente ſera telle:

Quantitez données	1 (4) + 8 ③.	0.	0.	0.		40 ① — 32
Quantitez à chaſcune partie ajouſtees		4 ② — 48 ① + 36.				4 ② — 48 ① + 36
Sommes	1 (4) + 8 ③ + 4 ② — 48 ① + 36.				egales à	4 ② — 8 ① + 4
Leurs racines quarrees		1 ② + 4 ① — 6.				2 ① — 2
Reduictes			1 ②.			— 2 ① + 4

Et 1 ① par le 68 probleme vaudra $\sqrt{5} - 1$.

Item ſi 1 ④ fuſt donné egale à 8 ③ + 2 ① + 589, l'operation & diſpoſition des characteres ſemblable à la precedente ſera telle:

Quantitez données	1 (4) — 8 ③.	0.	0.	0.		2 ③ + 589
Quantitez à chaſcune partie ajouſtees		4 ② + 48 ① + 36.				4 ② + 48 ① + 36
Sommes	1 (4) — 8 ③ + 4 ② + 48 ① + 36.				egales à	4 ② + 50 ① + 625
Leurs racines quarres		1 ② — 4 ① — 6.				2 ① + 25
Reduictes			1 ②.			6 ① + 31

Et 1 ① par le 68 probleme vaut $3 + \sqrt{40}$.

Et ſemblable ſera l'operation en toutes les autres differences. *Demonſtration.* Mettons par le moien du 66 probleme, ſoubs chaſcun terme du precedent premier exemple ſa valeur, en ceſte ſorte:

1 (4).	4 ③ + 8 ① — 32.	1 ①.	4.
256.	256.	4.	4.

Item.

1 (4).	4 ③ + 8 ① — 32.	1 ①.	4.
16.	16.	2.	2.

Et appert, qu'autant 4 comme 2, eſt leur quatrieſme terme proportionel; ce qu'il falloit demonſtrer.

Concluſion. Eſtant doncques donnez trois termes, deſquels le premier (4), le ſecond ③ ① ⓪, le troiſieſme nombre algebraique quelconque, nous avons trouvé leur quatrieſme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

Probleme LXXVI.

Eſtant donnez trois termes, deſquels le premier ④, le ſecond ③ ② ⓪, le troiſieſme nombre algebraique quelconque: Trouver leur quatrieſme terme proportionel.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes ſelon le probleme tels: le premier 1 ④, le ſecond 4 ③ + 4 ② — 12, le troiſieſme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel.

Conſtruction.

La conſtruction ſera ſemblable à celle du precedent probleme. Et le 4 (derniere quantité de 1 ② — 2 ① + 4) eſt trouvé par la 19 ou 20 queſtion du 81 probleme. La diſpoſition des characteres de l'operation ſemblable aux precedentes eſt telle:

Quantitez données	1 (4) — 4 ③	0.	0.	0.		4 ② 0 — 12
Quantitez à chaſcune partie ajouſt.	0.	0. 12 ② — 16 ① + 16.				12 ② — 16 ① + 16
Sommes	1 (4) — 4 ③ + 12 ② — 16 ① + 16.				egales à	16 ② — 16 ① + 4
Leurs racines quarrées		1 ② — 2 ① + 4.				4 ① — 2
Reduictes			1 ③.			6 ① — 6

Et 1 ①, par le 68 probleme, vaut $3 + \sqrt{3}$, ou $3 - \sqrt{3}$.

Item ſi 1 (4) fuſt donnée egale à 4 ③ — 1 ② — 5, l'operation & diſpoſition des characteres ſemblable à la precedente, ſera telle:

Quan-

Quantitez donnees	1(4) − 4③.	0.	0.	0.		− 1② 0 − 5
Quantitez à chaſcune partie ajouſtees	10②−12①+9.					10②−12①+9
Sommes	1(4) − 4③+10②−12①+9.				egales à	9②−12①+4
Leurs racines quarrees	1②− 2①+3.					3①− 2
Reduictes	1②.					5②− 5

Et 1① par le 68 probleme vaut $\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{5}{4}}$, ou $\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{4}{4}}$.

Et ſemblable ſera l'operation en toutes les autres ſortes. *Demonſtration.* Mettons par le moien du 66 probleme ſoubs chaſcun terme du precedent premier exemple ſa valeur, en ceſte ſorte:

1(4).	4③+4②−12.	1①.	3+√3.
252+√62208.	252+√62208.	3+√3.	3+√3.

Item.

1(4).	4③+4②−12.	1①.	3−√3.
252−√62208.	252−√62208.	3−√3.	3−√3.

Et appert que autant 3+√3, comme 3−√3, eſt leur quatrieſme proportionel; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donnés trois termes, deſquels le premier (4), le ſecond ③②①⓪, le troiſieſme nombre algebraique quelconque: Nous avons trouvé leur quatrieſme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

Probleme LXXVII.

Estant donnez trois termes, deſquels le premier (4), le ſecond ③②①⓪, le troiſieſme nombre algebraique quelconque: Trouver leur quatrieſme terme proportionel.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes ſelon le probleme tels: le premier 1(4), le ſecond −4③+4②+40①+33, le troiſieſme 1①.

Explication du requis. Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel.

Conſtruction.

La conſtruction ſera ſemblable à celle du precedent probleme. Et le 4 (derniere quantité de 1②+2①+4) eſt trouvé par la 21 ou 22 queſtion du 81 probleme. La diſpoſition des characteres de l'operation ſemblable aux precedentes eſt telle:

Quantitez données	1(4)+4③.	0.	0.	0.		4②+40①+33
Quantitez à chaſcune partie ajouſtées	12②+16①+16.					12②+16①+16
Sommes	1(4)+4③	12②+16①+16.			egales à	16②+56①+49
Leurs racines quartées	1②+2①+4.					4①+7
Reduictes	1②.					2①+3

Et 1① par le 68 probleme vaudra 3, lequel je di eſtre le quatrieſme terme proportionel requis. *Demonſtration.* Mettons par le moyen du 66 probleme ſoubs chaſcun terme ſa valeur en ceſte ſorte:

1(4).	−4③+4②+40①+33.	1①.	3.
81.	81.	3.	3.

Et appert, que 3 eſt leur quatrieſme terme proportionel, ſelon le requis, ce qu'il falloit demonſtrer.

Et ſemblable ſera l'operation en toutes les autres ſortes. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez trois termes, deſquels le premier (4), le ſecond ③②①⓪, le troiſieſme nombre algebraique quelquonque: Nous avons trouvé leur quatrieſme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

Nota. Nous demonſtrerons encore, comment l'on trouvera aux problemes precedens, le quatrieſme terme proportionel, n'eſtant le nombre de multitude de la ſuperieure quantité pas unité, comme a eſté aux exemples precedens; D'ou il ne ſera pas meſtier de convertir (par la 2 reigle de reduction) ledict nombre de multitude en unité, & ſera pour eviter aucune fois les rompuz, qui procedent de telle reduction.

Soient par exemple les trois termes donnez, deſquels il faut trouver le quatrieſme proportionel, tels: le premier 9(4), le ſecond −12③+30②+204①+171, le troiſieſme 1①. *Conſtruction.* L'on prendra (par reigle) la racine quarrée des 9(4), qui eſt −3②. Puis on diviſera la moitié de 12③, par iceux 3②. donne quorient 2①; Doncques 3②+2①, ſont les deux premiers characteres, auſquels il nous faudra trouver quelque ⓪, comme l'on trouve, par la 22 queſtion du 81 probleme, & ſera 5. Et puis la reſte comme deſſus. La diſpoſition des characteres de l'operation, ſemblable aux precedentes, eſt telle:

Quantitez donnez	9(4)−12③.	0.	0.	0.		30②+204①+171
Quantitez à chaſques parties ajouſtees.	34②+20①+25.					34②+20①+25
Sommmes	9(4)+12③+34②+20①+25.				egales à	64②+224①+196
Leurs racines quarrees	3②+2①+5.					8①+14
Reduictes	1②.					2①+3

Et 1① par le 68 probleme, vaudra 3, dont la demonſtration ſera ſemblable aux precedentes.

Reigle.

Estant donnez trois termes de nombres Algebraiques quelconques : Trouver leur quatrieſme proportionel, ou parfaict, ou avec infini approchement.

I'ay deſcrit (depuis le 66 probleme juſques au 80) l'invention du quatrieſme terme proportionel, de trois Algebraiques donnez, & cela ſi avant comme j'eſtime qu'icelle matiere eſt cognue: Mais j'ay puis apres trouvé une reigle generale, pour de tous trois termes Algebraiques donnez trouver le quatrieſme, ou valeur de 1 ① parfaicte, ou avec infini approchement, ce qu'en la practique nous donne quaſi autant comme une operation qui conſiſte en ſa parfaicte demonſtration Mathematique; car comme les ſinus ſont en leurs tables imparfaicts, & toutesfois en la practique font autant comme ſi c'eſtoyent multinomies radicaux accomplis, ainſi ſe fait le ſemblable en ceſte matiere Algebraique.

Le donné. Soyent donnez trois termes ſelon le probleme tels: Le premier 1 ③, le ſecond 300 ① + 33915024, le troiſieſme 1 ①.

Le requis. Il nous faut trouver leur quatrieſme terme proportionel.

Conſtruction. Pour premietement declarer en general la methode ſuivante, je di qu'on trouveta de combien de characteres doit eſtre la valeur de 1 ①: Laquelle multitude de characteres eſtant cognue, on trouvera puis apres le premier characte̊re, qui ſera un de ces neuf, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9: Puis ſe trouvera ſemblablement le deuxieſme, & tous les autres tant qu'il y en a.

Or pour venir à la choſe, & premierement trouver de combien de characteres doit eſtre la valeur 1 ① donnée; je mets pour icelle 1, enquiers par le meſme ce qu'il en ſortira, diſant, veu que 1 ① fait 1, les 300 ① font 300, par le 67 probleme: aux meſmes adjouſte 33915024, fait pour la valeur du deuxieſme terme 33915324: Et le premier terme, à ſçavoir 1 ③, fera tant ſeulement 1: Ce qui eſtant trop peu, parce que la valeur du premier terme doit eſtre egal avec la valeur du ſecond, & pourtant je mets au ſecond 10 pour la valeur de 1 ①, & enquiers par le meſme comme deſſus, & trouve la valeur du ſecond terme de 33918024, & le premier terme de 1000: Ce qui eſtant autrefois trop peu, je mets au troiſieſme 100 pour valeur de 1 ①; le meſme eſtant auſſi trop peu, je mets au quatrieſme 1000, par lequel je trouve le premier terme trop grand: Pourtant la valeur de 1 ① eſt moindre que 1000, & majeur que 100, elle eſt donc neceſſairement de trois characteres.

Or eſtant cognu que la deſirée valeur eſt de trois characteres, il faut que le premier ſoit un de ces neuf, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Mais il eſt cy deſſus enquis avec le premier characte̊re 1, à ſçavoir avec 100, & trouvois trop peu, pourtant je l'eſſaye maintenant avec le premiet characte̊re 2, mettant 200 pour valeur de 1 ①, & trouve trop peu: Ie l'enquiers puis apres avec 300, & vient auſſi trop peu: Puis avec 400, & trouve trop, ce qui me denote que le premier characte̊re doit eſtre 3.

Or pour trouver le ſecond characte̊re, il doit neceſſairement eſtre ou 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ou 9: Mais il eſt devant eſptouvé avec le ſecond characte̊re 0, à ſçavoir avec 300, & vint trop peu, pourtant je mets maintenant le ſecond characte̊re 1, à ſçavoir 310, & trouve trop peu: puis apres 320, vient auſſi trop peu: puis 330, & vient trop; ce qui me ſignifie que le ſecond characte̊re faut eſtre 2.

Pour trouver maintenant le troiſieſme characte̊re, il doit eſtre neceſſairement ou 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ou 9. Mais il eſt deſſus enquis avec le troiſieſme characte̊re 0, à ſçavoir par 320, & vint trop peu; pourtant je mets maintenant le troiſieſme characte̊re 1, à ſçavoir 321, & trouve trop peu; puis apres 322, & vient auſſi trop peu; puis 323, vient trop peu; puis apres 324, & trouve par iceluy la valeur du premier terme, egal à la valeur du ſecond, à ſçavoir l'un & l'autre de 34012224; ce qui me demonſtre que 324 eſt la valeur de 1 ①, & quatrieſme terme proportionel requis; car comme 34012224 valeur du premier à 34012224 valeur du ſecond terme, ainſi 324 valeur du troiſieſme au quatrieſme 324.

Corollaire.

Il appert par le ſuſdit, que quand la valeur de 1 ① eſt nombre ennier, que la meſme valeur ſe peut touſiours trouver parfaictement.

Mais ſi le ſuſdit compte n'euſt pas venu ainſi preciſement, comme par exemple, que le ⊙ ou nombre Arithmetique donné au lieu de 33915024, euſt tant ſeulemene eſté 33900000, alors 323 euſt eſté peu, & 324 trop, ce qui me certifie que la valeur de 1 ① fait 323 avec un rompu moindre que unité. Or pour trouver le meſme rompu, ou d'y approcher infiniment, je mets 323 avec encore un 0, deſſus une ligne comme numerateur, & 10 deſſoubs comme nominateur, en ceſte ſorte $\frac{3230}{10}$: Ce rompu fait 323, qui eſtant trop peu, il faut que 0 du numerateur face 0 avec quelque reſte, ou 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ou 9: Le meſme characte̊re eſtant trouvé comme deſſus, & qu'il y a encore quelque ſuperflu, on adjouſtera au numerateur & nominateur autrefois 0, en quirant comme deſſus, ce que doit venir au lieu d'iceluy 0 du numerateur: Et procedant ainſi infiniment, l'on approche infiniment plus pres au requis.

Mais ſi la deſirée valeur de 1 ① fut rompu moindre que unité, l'on enqueſtera premierement avec $\frac{1}{10}$, qui eſtant trop grand avec $\frac{1}{100}$; puis après $\frac{1}{1000}$ &c. Or poſé le cas que $\frac{1}{100}$ fut trop grand, mais $\frac{1}{1000}$ trop petit, cecy me certifie que deſſus le nominateur 10000, doit venir un nombre comme numerateur majeur que 1, & moindre que 10, le meſme ſera neceſſairement un characte̊re, comme 1 avec quelque ſuperflu, ou 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ou 9: Iceluy characte̊re eſtant trouvé au plus pres & moindre, & qu'il y a encore quelque reſidu, l'on agrandira numerateur & nominateur chaſcun d'un 0, enquirant puis apres comme deſſus, ce que doit eſtre icelux dernier 0 du numerateur, & ainſi des autres.

Aviſez encore qu'eſtant la valeur de 1 ① nombre rompu, il peut avenir qu'on pourra approcher infiniment au requis, ſans touresfois par ceſte maniere pouvoir parvenir à la parfaicte ſolution: Comme par exemple, poſons que l'incognuë valeur de 1 ① fuſt $\frac{5}{6}$, & que l'on met le nominateur ſelon la ſuſdicte reigle, on trouve que deſſus le meſme 10 faut venir 8, en ceſte ſorte $\frac{8}{10}$: Mais parce qu'il eſt trop peu, je mets pres de chaſcun nombre 0, ainſi $\frac{80}{100}$, & cerchant puis apres quel characte̊re doit venir au lieu de 0 du numerateur, je trouve au plus pres & moindre 3, ainſi $\frac{83}{100}$: Et faiſant le ſemblable au troiſieſme, je trouve $\frac{8333}{1000}$: Et au quatrieſme $\frac{83333}{10000}$. Et procedant ainſi avec les autres, l'on voit qu'on peut infinimét approchet, ſans toutesfois parvenir aux $\frac{5}{6}$ accomplies, à cauſe qu'il n'y a nul nombre ennier en telle raiſon à 10, 100, ou 1000, (& ſemblables deſquels le premier characte̊re eſt 1, avec les ſuivans 0) comme 5 à 6.

Nous pourrions encore donner exemples la ou la valeut de 1 ① eſt de nombres radicaux à nombre Arithmetique incommenſurables: mais veu que l'infini approchement eſt aſſez notoire par les precedens, il ne ſemble point meſtier d'en faire propres declarations.

Or

Or eſtant tous les ſuſdicts exemples notoires par leur operation, nous n'en faiſons point des particulieres demonſtrations. *Concluſion.* Eſtant doneques donnez trois termes de nombres Algebraiques quelconques, nous avons trouve leur quatrieſme proportionel, ou parfaictement, ou par infini approchement, ce qu'il falloit faire.

PROBLEME LXXVIII.

ESTant donnez trois termes, deſquels le premier & ſecond ſoyent quantitez derivatives des primitives, compoſees de ④③②①⓪, Le troiſieſme nombre algebraique quelconque: Trouver leur quatrieſme terme proportionel.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes ſelon le probleme, tels: le premier 2②, le ſecond 32 (qui ſont derivatifs de 2① & 32 par la 27 definition) le troiſieſme 1①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel. *Conſtruction.* On trouvera la valeur de 1① des primitives quantitez des donnees, qui eſt de 2①, vallans 32, & ſera par le 67 probleme 16. Puis on verra quelle racine algebraique eſt la ſuperieure quantité des primitives de la ſuperieure quantité des derivatives: c'eſt à dire, quelle racine ſoit ① de ②, & ſe trouve quarrée, il faut doneques des ſuſdictes 16 encore prendre racine quarrée, qui eſt pour ſolution 4. *Demonſtration.* Mettons par le moyen du 66 probl. ſoubs chaſcun terme, ſa valeur en ceſte ſorte:

2②	32.	1①.	4.
32.	32.	4.	4.

Et appert que 4 eſt leur quartieſme terme proportionel.

NOTA. Et par meſme raiſon, quand 3③ ſeront egales a 81, on trouvera la valeur de 1① des primitives quantitez des termes donnez, qui eſt de 3① egales à 81, & ſera par le 67 probleme 27. Puis on verra quelle racine algebraique ſoit la ſuperieure quantité des primitives, de la ſuperieure quantité des derivatives; C'eſt à dire, quelle racine ſoit ①, de ③, & appert que c'eſt cubique, il faut doneques des ſuſdictes 27 encore prendre racine cubique, qui eſt pour ſolution 3.

Mais pour l'invention de la valeur de 1① des derivatives quantitez compoſees, il faut premierement trouver leurs primitives, ainſi: On trouvera la majeure commune meſure des denominateurs donnez, & par icelle ſe diviſeront leſdicts denominateurs, & leurs quotiens ſeront denominateurs des primitives quantitez requiſes. Soyent par exemple les derivatives qnantitez ④ & ③, leurs denominateurs ſont 4 & 2, deſquels la majeure commune meſure, par le 5 probleme eſt 2, par lequel diviſé 4 & 2 donnent quotient 2 & 1: Doneques 2 & 1 ſont les primitives quantitez requiſes. Et de meſme ſorte, des derivatives (12) ⑨③, la commune meſure, par ledict 5 probleme, ſera 3; par le meſme diuiſez les denominateurs donnez, ſe trouvera pour primitives requiſes ⑤③①, & ainſi d'autres quelconques.

Qui eſtant entendu, ſoit 1④ egale à 2③ + 8, leurs derivatives ſont 1②, egale à 2① + 8, deſquelles la valeur de 1① par le 68 probleme, eſt 4, ſa racine quarrée (par ce que ſuperieure quantité ② eſt racine algebraique quarrée de ſuperieure quantité ④) eſt pour ſolution 2.

Item eſtant 1⑨ egale à 2③ + 496, leurs primitives ſont 1③, egale à 2① + 496, deſquels la valeur de 1① par le 69 probleme eſt 8, ſa racine cubique (par ce que ⑧ eſtoit racine algebraique cubique de ⑨) eſt pour ſolution 2.

Item eſtant 2(12), egale à 2⑨ + 3⑥ + 4③ + 2848, leurs derivatives ſont 1(⑧), egale à 2③ + 3⑨ + 4① + 2848, deſquels la valeur de 1① par le 77 probleme eſt 8, ſa racine cubique (par ce que ⑧ eſt racine algebraique cubique de (12)) eſt pour ſolution 2.

Et eſt ceſte reigle generale, non ſeulement des derivatives de primitives compoſees de ④, & ſes quantitez inferieures, mais de quantitez quelconques. Par exemple, eſtant ⓜ egale à 2ⓜ + 3⑨ + 2⑥ + 22912, leurs primitives ſeront 1⑤, egale à 2④ + 3③ + 2② + 22912, deſquels la valeur de 1① eſt 8, ſa racine cubique (par ce que ⑤ eſt racine algebraique cubique de ⓜ) eſt pour ſolution 2. Et ainſi de tous les autres.

DE L'ORIGINE DE LA CONSTRUCTION DV PRECEDENT PROBLEME.

Quand au lieu de 1ⓜ egale a 2ⓜ + 3⑨ + 2⑥ + 22912 nous poſames 1⑤ egale à 2(④) + 3③ + 2② + 22912, il faut ſçavoir, que ceſte derniere poſition, eſt de poſtpoſees quantitez d'une autre progreſſion (leſquelles ne ſe diſtinguent pas en la conſtruction par leur ſigne de poſtpoſition, par ce qne ſon abſence ne cauſe aucune confuſion) à ſçavoir 1 *ſec.*⑤, egale à 2 *ſec.*(④) + 3 *ſec.*③ + 2 *ſec.*② + 22912. De ſorte que 1ⓜ eſt par l'hypotheſe egale a 1 *ſec.*⑤, & 2ⓜ egales a 2 *ſec.*④, & ainſi des autres chaſcun à ſon homologue. Prennons doncques deſdicts termes quelques deux homologues, comme

1ⓜ egale a 1 *ſec.*⑤.

Puis extrayons de chaſcune partie racine de quinte quantité.

Ergo 1③ eſt egale a 1 *ſec.*①.

Mais 1 *ſec.*① eſt egale ou vaut 8, par la conſtruction cy deſſus.

Ergo 1③ eſt egale à 8.

Il appert doneques, que quand t ⓜ, eſt egale a 1 *ſec.*⑤, de laquelle la valeur de ſa 1 *ſec.*① eſt cognu, comme icy 8, que la meſme valeur ſera auſſi la valeur de 1③ des poſitives; Mais 1③ vallant 8, alors par le 78 probleme pour avoir la valeur de 1①, il faut prendre la racine cubique de 8: il appert doneques pourquoy l'on extraict encore quelque racine de la valeur de 1① des primitives pour avoir la valeur de 1① des derivatives.

Or ce que nous avons faict cy deſſus par le 1ⓜ & t *ſec.*⑤, ſe pourra faire ſemblablement, par les autres quantitez homologues, comme par les 2ⓜ & 2④, ou par les 3⑨ & 3③, ou par les 1⑥ & 2②.

Mais pour encore demonſtrer, que leſdicts homologues termes ſont d'egale valeur, nous mettrons ſoubs chaſcun terme ſa valeur, à ſçavoir la 1① vallant 2, & la 1 *ſec.*① vallant 8, en ceſte ſorte:

1ⓜ.		2ⓜ +.	3⑨. +	2⑥.
32768.		8192.	1536.	128.
1 *ſec.*⑤		2 *ſec.*④. +	3 *ſec.*③. +	2 *ſec.*②.
32768.		8192.	1536.	128.

Laquelle origine il nous falloit declarer.

Nous avons demonſtré aux precedens l'invention du quatrieſme terme proportionel, de trois termes donnez, eſtant toutes les quantitez poſitives, c'eſt à dire toutes d'une progreſſion, & procedans d'une meſme poſitive, ou premiere poſee prime quantité; Mais il avient en l'operation algebraique (comme il apparoiſtra aux exemples du 81 probleme) quand la proportion donnée, par laquelle on vient au requis, s'offre preſoculte, que joignant les poſitives quantitez on met

encore d'autres quantitez d'une autre progreſſion, & procedans d'une autre prime quantité que la poſitive; leſquelles nous appellons poſtpoſees quantitez, comme la 28 definition l'explique plus amplement.

Or comme aux precedens problemes de poſitives quantitez, l'on cherche touſiours la valeur en nombre arithmetique ou radical de 1 ①, ainſi eſt il ici neceſſaire, de trouver la valeur en poſitives quantitez, de la prime quantité des poſtpoſees quantitez; dont la cauſe ſera plus notoire par leurs exemples au 81 probleme.

Probleme LXXIX.

Eſtant donnez trois termes, deſquels la premiere poſtpoſée quantité de ſimple nom point multipliée ou diviſée, le ſecond de poſitives quantitez quelconques, le troiſieſme, de poſtpoſees quantitez quelconques, mais de la meſme progreſſion que celle du premier terme: Trouver leur quatrieſme terme proportionel, en poſitives quantitez.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes ſelon le probleme, tels: le premier 4 *ſec.* ①, le ſecond 8 ③ — 4 ①, le troiſieſme 1 *ſec.* ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel. *Conſtruction.* Parce que le troiſieſme terme eſt le quart du premier, on prendra auſſi le quart du ſecond, c'eſt à dire qu'on diviſera le ſecond terme par 4 (des 4 *ſec.* ①,) donne quotient pour le quatrieſme terme proportionel requis 2 ③ — 1 ①.

Corollaire.

Il eſt manifeſte par la precedente conſtruction, que encore que le premier & troiſieſme terme fuſſent multinomies quelconques, mais que le quotient de la diviſion du premier terme par le troiſieſme, fuſt nombre Arithmetique ou radical, qu'on en pourra trouver le quatrieſme terme proportionel. *Demonſtration.* Mettons ſoubs chaſcun terme ſa valeur en ceſte ſorte:

4 *ſec.* ①. 8 ③ — 4 ①. 1 *ſec.* ①. 2 ③ — 1 ①.
8 ③ — 4 ①. 8 ③ — 4 ①. 2 ③ — 1 ①. 2 ③ — 1 ①.

Et appert que 2 ③ — 1 ① eſt leur quatrieſme terme proportionel requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Nota 1. Si la quantité du premier terme euſt eſté poſtpoſée quantité plus haute que *ſec.* ①, par exemple 4 *ſec.* ②, on convertiroit les meſmes en quantité de l'eſpece du troiſieſme terme donné, prenant ſa racine quarree qui eſt 2 *ſec.* ①, & ſemblablement la racine quarrée du ſecond terme, qui eſt ✓ *bino.* 8 ③ — 4 ①, & ſeront 2 *ſec.* ① egales à ✓ *bino.* 8 ③ — 4 ①: Puis diviſant ✓ *bino.* 8 ③ — 4 ①, par 2 (des 2 *ſec.* ①,) viendra pour la valeur de 1 *ſec.* ①, ou pour le quatrieſme terme proportionel requis, ✓ *bi.* 2 ③ — 1 ①.

Et de meſme ſorte ſi 3 *ſec.* ② valoient — 6 ② + 9 ①, & qu'on cherchaſt la valeur de 1 *ſec.* ①, on extraira racine de chaſque des egales parties, & ✓ 3 ✕ *ſec.* ①, ſeront egales à ✓ *bino.* — 6 ② + 9 ①; Puis diviſant ✓ *bino.* — 6 ② + 9 ① par ✓ 3, viendra (pour valeur de 1 *ſec.* ①) ✓ *bino.* — 2 ② + 3 ①.

Nota 11. Mais ſi le troiſieſme terme fuſt quelque multinomie de poſtpoſees quantitez d'une meſme progreſſion, on trouvera (comme le ſemblable ſe faict aux poſitives quantitez) premierement la valeur de 1 telle, poſtpoſee ①, laquelle cognue, le troiſieſme terme ſe trouvera comme nous dirons: Soyent par exemple les trois termes donnez, tels: le premier 4 *ſec.* ①, le ſecond 8 ③ — 4 ①, le troiſieſme 2 *ſec.* ② + 3 *ſec.* ①. Or la valeur de 1 *ſec.* ①, eſt comme deſſus 2 ③ — 1 ①; Ergo les 3 *ſec.* ①, vaudront trois fois autant, qui eſt 6 ③ — 6 ①, & 1 *ſec.* ② vaudra le quarré de 2 ③ — 1 ①, qui eſt 4 ⑥ — 4 (4) + 1 ②; ergo les 2 *ſec.* ②, vaudront deux fois autant, qui eſt 8 ⑥ — 8 (4) + 2 ②, auſquels ajouſtez les 6 ③ — 3 ①, font pour quatrieſme terme propoſt. requis 4 ⑥ — 4 (4) + 6 ③ + 2 ② — 3 ①.

Nota 111. Si (par quelque operation algebraique la poſtpoſee quantité ſe rencontraſt avec quelque poſitive, egale à quelques poſitives quantitez, on mettra la poſtpoſee quantité ſeule, par le moien d'egale addition, ou ſoubſtraction de parties egales. Par exemple, ſi le premier terme donné fuſt 3 *ſec.* ① + 9 ②, & le ſecond terme à lui egal 6 ①, on ſoubſtraira de chaſcune partie 9 ②. & reſteront 3 *ſec.* ①, egales à — 9 ② + 6 ①, deſquels on trouvera par la teigle ci deſſus la valeur de 1 *ſec.* ①, qui ſera — 3 ② + 2 ①.

Ceſt avertiſſement ſervira auſſi pour le probleme ſuivant. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez trois termes, deſquels le premier poſtpoſée quantité de ſimple nom, &c. ce qu'il falloit faire.

Probleme LXXX.

Eſtant donnez trois termes, deſquels le premier poſitive quantité multipliée ou diviſée par poſtpoſee, le ſecond de poſitives quantitez quelconques, le troiſieſme de poſtpoſees quantitez quelconques, mais de la meſme progreſſion que celle du premier terme: Trouver leur quatrieſme terme proportionel en poſitives quantitez.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes ſelon le probleme, tels: le premier 1 ① M *ſec.* ①, le ſecond 5 ③ — 2 ①, le troiſieſme 1 *ſec.* ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel.

Conſtruction. On diviſera le ſecond terme donné par la 1 ①, de la 1 ① M *ſec.* ① donnée, donne quotient pour le quartieſme terme proportionel requis, 5 ② — 2.

Demonſtration. Mettons ſoubs chaſcun terme ſa valeur en ceſte ſorte:

1 ① M *ſec.* ①.	5 ③ — 2 ①.	1 *ſec.* ①.	5 ② — 2
5 ③ — 2 ①.	5 ③ — 2 ①.	5 ② — 2.	5 ② — 2

Que la valeur de 1 ① M *ſec.* ①, ſera 5 ③ — 2 ①, eſt manifeſte par ce que 1 ① multiplié, par la valeur de 1 *ſec.* ①, qui eſt 5 ② — 2, monte 5 ③ — 2 ①. Et appert que 5 ② — 2 eſt leur quatrieſme terme proportionel; ce qu'il falloit demonſtrer.

Nota I.

Il eſt manifeſte par les choſes ſuſdictes, que 3 ① M *ſec.* ① vallans 36 ②, la 1 *ſec.* ① vaudra 12 ①, car diviſant 36 ② par les 3 ①, donne quotient 12 ③.

Item 3 ① M *ſec.* ②, vallans 6 ② + 3 ①, la 1 *ſec.* ② vaudra 2 ① + 1, & la 1 *ſec.* ① vaudra ſa racine, qui eſt ✓ *bino.* 2 ① + 1.

Item 2 ② M *ſec.* ③ vallans 6 ④, la 1 *ſec.* ③ vaudra 3 ②, & la 1 *ſec.* ① vaudra ſa racine cubique qui eſt ✓ ③ 3 ②. Et ainſi en infini des autres ſemblables.

Mais ſi le premier terme ſe preſentraſt (par exemple) 3 ② M 4 *ſec.* ①, c'eſt à dire 3 ②, multipliées par 4 *ſec.* ①, il ſera notoire que la requiſe multiplication n'eſt poinct faicte; parquoy les multipliant ſelon le 62 probleme, donnent produict 12 ② M *ſec.* ①, de ſorte que le nombre de multitude des poſtpoſees quantitez eſt icy touſiours unité: qui eſt auſſi la raiſon pourquoy l'on ne deſcrit point expreſſement ceſte 1 devant la *ſec.* ①.

Nota. II. Mais ſi la poſitive quantité du premier terme, fuſt diviſée par poſtpoſee quantité, alors au lieu ou l'on a cy deſſus diviſé le ſecond terme, par la poſitive quantité du premier terme, on diviſera icy au contraire la poſitive quantité du premier terme, par le ſecond terme. Soyent par exemple trois termes donnez tels: le premier 6 ① *ſec.* ①, le deuxieſme 3 ②, le troiſieſme 1 *ſec.* ①.

Digitized by Google

ſec. ①. On diviſera les 6 ③, par 3 ②, donne quotient, & ſolution a ①; dont la demonſtration par la valeur des termes eſt telle:

6 ③ D *ſec.* ①.	3 ②.	1. *ſec.* ①.	2 ①.
3 ②.	3 ②.	2 ①.	2 ①.

Mais ſi la poſtpoſée quantité fuſt diviſée par poſitive, on multipliera alors la poſitive du premier terme, par le ſecond terme, & le produict ſera la valeur des poſtpoſées quantitez. Soyent par exemple trois termes donnez tels: le premier 3 *ſec.* ① D ①, le ſecond 6 ②, le troiſieſme 1 *ſec.* ①: On multipliera le ſecond terme 6 ①, par la 1 ① du premier terme; faict 6 ② pour valeur des 3 *ſec.* ①: Mais 3 *ſec.* ① vallans 6 ②, ergo 1 *ſec.* ① (pour quatrieſme proportionel requis) vaudra 2 ②. Dont la demonſtration par la valeur des termes, eſt telle:

3 *ſec.* ① D ①.	6 ①.	1 *ſec.* ①.	2 ②.
6 ①.	6 ①.	2 ②.	2 ②.

Que la valeur de 3 *ſec.* ① D ①, ſoit 6 ②, eſt manifeſte, par ce que 1 *ſec.* ① vallant a ②, la 1 *ſec.* ① D ①, vaudra 2 ①, & par conſequent les 3 *ſec.* ① D ①, vaudront 6 ①. Et appert que a ② ſont leur quatrieſme proportionel; ce qu'il falloit demonſtrer.

Et ſemblablement pourrions nous donner autres exemples de quantitez diviſées, comme nous avons faict cy deſſus des multipliées, ne fuſt que ces diviſées fuſſent par icelles multipliées aſſez manifeſtes.

Concluſion. Eſtant doncques donnez trois termes deſquels le premier poſitive quantité multipliee ou diviſee, &c. ce qu'il falloit faire.

DE L'ORIGINE DE LA CONSTRVCTION DV PRECEDENT PROBLEME.

Puis que le produict cy deſſus de 1 ①, multiplié par 1 *ſec.* ①, eſt egal par l'hypotheſe, à 5 ③ — a ②, c'eſt choſe claire, que 1 *ſec.* ① ſera egal au quotient de la diviſion de 5 ③ — a ①, par 1 ①, comme le ſemblable eſt vulgaire en computations communes. Par exemple, ſi le produict de 3 par 2, eſt egal à 6, ergo le a eſt egal au quotient de la diviſion de 6 par 3.

Et le meſme ſe demonſtre de la poſitive quantité du premier terme, diviſee par poſtpoſée. Par exemple: Puis que le quotient de 6 ③, diviſées par 1 *ſec.* ①, eſt egal par l'hypotheſe, a 3 ②, c'eſt choſe claire, que 1 *ſec.* ①, ſera egale, au quotient de la diviſion de 6 ③, par les 3 ②, comme le ſemblable eſt vulgaire, en computations communes. Par exemple, ſi le quotient de 6 par 3, eſt egal à 2, ergo 3 eſt egal au quotient de la diviſion de 6 par 2. Et le meſme ſe demonſtre de la poſtpoſée quantité du premier terme diviſée par poſitive quantité. Par exemple: Puis que le quotient de 3 *ſec.* ① diviſées par 1 ①, ſont egales par l'hypotheſe à 6 ①, c'eſt choſe claire, que 3 *ſec.* ①, ſeront egales au produict de 6 ① par la 1 ①, comme le ſemblable eſt vulgaire en computations communes. Par exemple, ſi le quotient de 6 par 3 eſt egal à 2, ergo 6 eſt egal au produict de a par 3. donc 3 *ſec.* ① D ① vallans 6 ②, les 3 *ſec.* ① vaduront 6 ②, & par conſequent la 1 *ſec.* ① vaudra a ②. Laquelle origine il nous falloit declarer.

NOTA. Nous avons demonſtré au 79 & 80 probleme, l'invention du quatrieſme terme, quand il y a un nom aux egaux termes donnez, qui ſoit poſtpoſée quantité point multipliée ou point diviſee: Puis de multipliee ou diviſée. Mais quand il y a multinomie de poſtpoſées quantitez, l'invention de la poſtpoſée prime, n'eſt point encore legitimement trouvée: Toutesfois l'on peut en les operations Algebraiques aucunefois venir au requis par quelque cognue proportion, qu'il y ā entre les termes donnez, & leur incognu valeur, comme la 23 queſtion du 81 probleme le demonſtre. Nous deſcrirons donc 6 theoremes explicans telles proportions que nous avons colligez du livre de Cardan intitulé *Ars Magna cap.* 10. & formé à noſtre maniere: Dont le premier, ſecond, & troiſieſme theoreme, ſeront des trois ſortes des comparaiſons, qui ſe rencontrent de 1 ① M *ſec.* ① à quelques *ſec.* ①, & quelques ①. Mais le quatrieſme, cinquieſme, & ſixieſme theoreme, ſeront des trois ſortes de comparaiſons, qui ſe rencontrent de quelques ① M *ſec.* ①, à quelques *ſec.* ① & 1 ①.

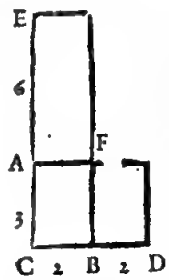
THEOREME I.

QVand 1 ① M ſec. ① + *quelques* ſec. ①, *ſont egales à quelques* ①: *Alors comme la valeur de* 1 ①, *à la valeur de* 1 ſec. ①, *ainſi la ſomme de la valeur de* 1 ①, *& le nombre de multitude* ſec. ①, *au nombre de multitude de* ①.

Explication du donné. Soyent 1 ① M *ſec.* ① + 6 *ſec.* ①, egales à 3 ①; Et la valeur de 1 ①, ſoit 12; Et de 1 *ſec.* ① ſera neceſſairement 2. *Explication du requis.* Il faut demonſtrer le requis du theoreme. *Demonſtration Arithmetique.* Comme 12 (valeur de 1 ①) a a (valeur de 1 *ſec.* ①) ainſi 18 (la ſomme de 12 valeur de 1 ① & 6 nombre de multitude de *ſec.* ①) a 3, nombre de multitude de ①. *Autre demonſtration Geometrique.* Soit AB 1 ① M *ſec.* ①, contenu ſoubs CB 1 ①, de laquelle la valeur ſoit 12, & ſoubs CA 1 *ſec.* ①, de laquelle la valeur ſoit 2, deſquels le produict pour AB (comme dict eſt) ſera 1 ① M *ſec.* ①, qui vaudra 24. Puis ſoit AD 6 *ſec.* ①, contenu ſoubs CA 1 *ſec.* ①, & ſoubs CD 6, deſquels le produict ou valeur eſt 12. Puis ſoit le rectangle EB 3 ①, contenu ſoubs CB 1 ①, & CE 3, & ſoit ledict rectangle EB, egal au rectangle AB avec AD.

Nous avons doncques en ceſte figure les egales quantitez propoſées, à ſçavoir 1 ① M *ſec.* ① AB + 6 *ſec.* ① AD, egales a 3 ① EB.

Or que la raiſon de CB 12 valeur de 1 ①, à AC 2 valeur de 1 *ſec.* ①, eſt comme de CB 12 valeur de 1 ① avec CD 6 nombre de multitude de *ſec.* ①, à EC 3 nombre de multitude de ①, eſt par leurs nombres manifeſte: Et pour demonſtrer le meſme geometriquement, il faut ſçavoir que le rectangle EB, eſt egal au rectangle AB avec AD par l'hypotheſe; Soubſtrayons doncques d'une & d'autre partie le rectangle AB, ergo reſtera EF egale à AD, doncques par la 16 propoſition du 6 d'Euclide, comme CB à AC, ainſi CD à AE, & par compoſée proportion, comme CB, à AC, ainſi CB avec CD, à AC avec AE qui eſt CE.



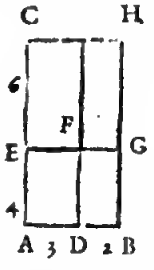
NOTA. Quand la valeur de 1 ① ſera moindre que le nombre de multitude de *ſec.* ①, la figure ſe repreſentera d'autre forme. Par exemple: Soit 1 ① M *ſec.* ① + 4 *ſec.* ①, egale à 9 ①, & la valeur de 1 ① ſoit 2, & de 1 *ſec.* ① ſera 3. Et la figure (ſur laquelle accordera auſſi la precedente geometrique demonſtration) ſera telle:

Et encore ſetoit ce autre figure, ſi la valoir de 1 ①, fuſt egale au nombre des *ſec.* ①. Ceſt avertiſſement ſervira auſſi aux theoremes ſuivans. *Concluſion.* Quand doncques 1 ① M *ſec.* ① + quelques *ſec.* ①, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

THEOREME II.

QVand 1 ① M ſec. ①, *eſt egale à quelques* ſec. ① + *quelques* ①: *Alors comme le nombre de multitude des* ſec. ①, *à l'exces de la valeur de* 1 ①, *ſur le nombre de multitude de* ſec. ①, *ainſi l'exces de la valeur de* 1 ſec. ①, *ſur le nombre de multitude de* ①, *au nombre de multitude de* ①.

Explication du donné. Soit 1 ① M *ſec.* ①, egale à 3 *ſec.* ① + 4 ①, & la valeur de 1 ① ſoit 5, & de 1 *ſec.* ① ſera neceſſairement 10. *Explication du requis.* Il faut demonſtrer le requis du theoreme. *Demonſtration Arithmetique.* Comme 3 (nombre des *ſec.* ①) à 2 (exces de 5 valeur de 1 ①, ſur 3 nombre de multitude de *ſec.* ①.) Ainſi 6 (exces de 10 valeur de 1 *ſec.* ①, ſur 4 nombre de multitude de ①) à 4, nombre de multitude de ①. *Autre demonſtration Geometrique.* Soit A B 1 ① 5, & A C 1 *ſec.* ① 10, leur produict C B ſera 1 ① M *ſec.* ①; Puis ſoit A D 3, nombre de multitude des *ſec.* ①, doncques C D ſera 3 *ſec.* ①. Puis ſoit menée la ligne E F G, ainſi que E D ſoit egal à F H, & ſoit A E 4, nombre de multitude de ①, ergo E B ſera 4 ①. Nous avons doncques en ceſte figure, les egales quantitez propoſées, a ſçavoir 1 ① M *ſec.* ① en C B, egales à 3 *ſec.* ① en C D + 4 ① en E B.



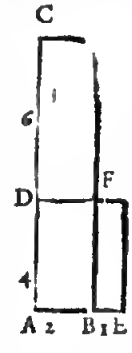
Or que la raiſon de A D 3 (nombre de multitude de *ſec.* ①) à D B 2 (exces de A B 5, valeur de 1 ①, ſur A D 3, nombre de multitude de *ſec.* ①) eſt comme de E C 6 (exces de A C 10, valeur de 1 *ſec.* ①, ſur A E 4, nombre de multitude de ①) à A E 4 (nombre de multitude de ①) eſt par leurs nombres manifeſte. Mais pour demonſtrer le meſme geometriquement, il faut ſçavoir, que F H eſt egale à E D, par l'hypotheſe: Ergo par le 16 propoſition du 6 livre d'Euclide, comme A D, à F G, ou à D B, ainſi G H, ou C E, à E A. *Concluſion.* Quand doncques 1 ① M *ſec.* ① eſt egal, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

Cardane audict livre *Ars Magna cap.* 10. à la quatrieſme demonſtration dict ainſi: *Quod ſi productum, ex re in quantitatem, quantitatibus & rebus comparetur, conſurgent duo modi tantum.* le ſens eſt, que de la comparaiſon de 1 ① M *ſec.* ① à quelques *ſec.* ①, & quelques ①, procedent ſeulement deux manieres, à ſçavoir celles des deux theoremes precedens: Mais nous y avons apercu la troiſieſme que nous deſcirons en ceſte ſorte:

THEOREME III.

QVand quelques ſec. ①, *ſont egales à* 1 ① M ſec. ① + *quelques* ①: *Alors comme l'exces du nombre de multitude des* ſec. ①, *ſur la valeur de* 1 ①, *à la valeur de* 1 ①, *ainſi le nombre de multitude de* ①, *à la valeur de* 1 ſec. ①.

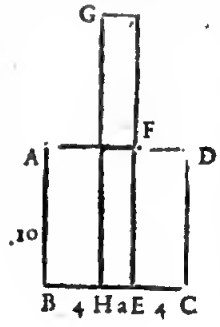
Explication du donné. Soyent 10 *ſec.* ①, egales à 1 ① M *ſec.* ① + 3 ①; Et la valeur de 1 ① ſoit 4, & de 1 *ſec.* ① ſera neceſſairement 2. *Explication du requis.* Il faut demonſtrer le requis du theoreme. *Demonſtration Arithmetique.* Comme 6 (exces du nombre de multitude des 10 *ſec.* ①, ſur la valeur de 1 ① 4) à 4 (valeur de 1 ①) ainſi 3 (nombre de multitude des 3 ①) à 2, valeur de 1 *ſec.* ①. *Autre demonſtration Geometrique.* Soit A B 1 *ſec.* ① 2, & A C 10, nombre de multitude de *ſec.* ①, leur produict ſera C B 10 *ſec.* ①. Puis ſoit faict le rectangle D E egal à C F, & ſoit D A 1 ①. de laquelle la valeur 4, & A E, ſoit 3. Nous avons doncques en ceſte figure les egales quantitez propoſees; Car D B eſt 1 ① M *ſec.* ①, & D E 3 ①, leſquelles enſemble ſont egales à C B 10 *ſec.* ①. Or que la raiſon de C D 6 (exces de A C 10 nombre de multitude de *ſec.* ①, ſur D A 4, valeur de 1 ①) à D A 4 (valeur de 1 ①) eſt comme A E 3 (nombre de multitude de ①) à A B 2 (valeur de 1 *ſec.* ①) eſt par leurs nombres manifeſte. Mais pour demonſtrer le meſme geometriquement, faut ſçavoir que C F eſt egale à la D E par l'hypotheſe. Ergo par la 16 propoſition du 6 livre d'Euclide, comme C D à D A, ainſi A E à D F ou à A B. *Concluſion.* Quand doncques quelque *ſec.* ① ſont egales à &c. ce qu'il falloit demonſtrer.



THEOREME IV.

QVand 1 ②, *eſt egale à quelques* ① M ſec. ① + *quelques* ſec. ①: *Alors comme la valeur de* 1 ①, *à la valeur de* 1 ſec. ①, *ainſi le nombre de multitude de* ſec. ①, *à l'exces de la valeur de* 1 ①, *ſur le produict du nombre de multitude des* ①, *par la valeur de* 1 ſec. ①. *Item la valeur de* 1 ①, *eſt moyen proportionel, entre la valeur de* 1 ſec. ①, *& la ſomme du nombre de multitude des* ſec. ①, *& la valeur des* ①.

Explication du donné. Soit 1 ② egale à 3 ① M *ſec.* ① + 2 *ſec.* ①; Et la valeur de 1 ① ſoit 10, & de 1 *ſec.* ① ſera neceſſairement 2. *Explication du requis.* Il faut demonſtrer le requis du theoreme. *Demonſtrat. Arithmetique.* Comme 10 (valeur de 1 ①) à 2 (valeur de 1 *ſec.* ①) Ainſi 20 (nombre de multitude des *ſec.* ①) à 4 (exces de 10 valeur de 1 ①, ſur 6 produict de 3 nombre de multitude des ①, par 2 valeur de 1 *ſec.* ①.) Item 10 (valeur de 1 ①) eſt moien proportionel entre 2 (valeur de 1 *ſec.* ①) & 50 ſomme de 20 nombre des *ſec.* ① & de 30 valeur des 3 ①. *Autre demonſtrat. Geometrique.* Soit A B 1 ① 10, & A B C D, ſera 1 ②. Puis ſoit menée la ligne E F, ainſi que A E ſoit 3 ① M *ſec.* ①. Puis ſoit deſcript le rectangle G E, egal au rectangle F C, & ſoit E H, 1 *ſec.* ① 2, & H G 20: Ergo G E faict 20 *ſec.*



20 *ſec.* ①. Nous avons doncques en ceſte figure les egales quantitez donnees. Or que la raiſon de A B 10 (valeur de 1 ①) à H E 2 (valeur de 1 *ſec.* ①) eſt comme G H 20 (nombre de multitude des *ſec.* ①) à E C 4 (exces de C B 10 valeur de 1 ① ſur E B 6) eſt par leurs nombres manifeſte.

Mais pour demonſtrer ceci geometriquement, il faut ſçavoir que F C, eſt egal à G E par l'hypotheſe; Ergo par la 16 propoſition du ſixieſme livre d'Euclide, comme D C ou A B, à H E, ainſi G H, à E C.

Concluſion. Quand doncques 1 ② eſt egale à quelques, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

Theoreme. V.

Quand 1 ① M ſec. ②, eſt egale à quelques ② + quelques ſec. ①: Alors comme la valeur de 1 ſec. ①, à la valeur de 1 ①, ainſi l'exces de la valeur de 1 ſec. ①, ſur le produict de la valeur de 1 ①, par le nombre de multitude des ②, au nombre de multitude des ſec. ①. Item la valeur de 1 ① eſt moyen proportionel, entre le quotient procedant de la diviſion de la valeur de la ſec. ①, par le nombre de multitude des ②, & la reſte procedante de la ſoubſtraction du nombre des ſec. ①, de la valeur de 1 ①.

Explication du donné. Soit 1 ① M *ſec.* ① egale a 2 ② + 4 $\frac{1}{2}$ *ſec.* ①; Et la valeur de 1 ① ſoit 5, & de 1 *ſec.* ① ſera neceſſairement 100. *Explication du requis.* Il faut demonſtrer le requis du theoreme. *Demonſtration Arithmetique.* Comme 100 (valeur de 1 *ſec.* ①) à 5 (valeur de 1 ①) Ainſi 90 (exces de 100 valeur de 1 *ſec.* ①, ſur 10 produict de 5 valeur de 1 ①, par 2 nombre des ②) à 4 $\frac{1}{2}$ (nombre de multitude des *ſec.* ①.)

Item 5 (valeur de 1 ①) eſt moyen proportionel entre 50 (quotient procedant de la diviſion de 100 valeur de

la *ſec.* ①, par le nombre des ②) & $\frac{1}{2}$ (reſte procedant de la ſoubſtraction de 4 $\frac{1}{2}$ nombre de multitude des *ſec.* ① de 5 valeur de 1 ①) *Autre demonſtrat. Geometr.* Soit A B 1 ① 5, & B C 1 *ſec.* ① 10, doneques A C, eſt 1 ① M *ſec.* ①, la meſme ſoit egale à 3 ② + 4 $\frac{1}{2}$ *ſec.* ①. Puis ſoit la ligne B D, double à la A B (double par ce que le nombre de multitude de ② eſt 2) Doncques (veu que A B eſt 1 ①, & B D 2 ①) le rectangle A D, ſera 2 ②, & la reſte E C ſera 4 $\frac{1}{2}$ *ſec.* ①. Puis ſoit menée la ligne F H, ainſi que F B ſoit egale à E C, done E C ſera 4 $\frac{1}{2}$ *ſec.* ①, à ſçavoir F C 4 $\frac{1}{2}$, par C B 1 *ſec.* ①.

Nous avons doneques en ceſte figure les egales quantitez donnees. Or que la raiſon de B C 100 (valeur de 1 *ſec.* ①) à A B 5 (valeur de 1 ①) eſt comme D C 90 (exces de C B 100 valeur de 1 *ſec.* ①, ſur D B 10 produict de 5, valeur de A B 1 ①, par 2, nombre des ②) à F C 4 $\frac{1}{2}$ (nombre de multitude des *ſec.* ①) eſt par leurs nombres manifeſte: Mais pour demonſtrer le meſme geometriquement, faut ſçavoir que F B, eſt egal à E C, par l'hypotheſe: Ergo par la 16 propoſition du 6 livre d'Euclide, comme B C, à E D, ou A B, ainſi D C, à F C.

Concluſion.

Quand doneques 1 ① M *ſec.* ①, eſt egale à quelques ②, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

Theoreme VI.

Quand quelques ſec. ①, ſont egales à 1 ① M ſec. ① + quelques ②: Alors comme le nombre de multitude des ſec. ①, à la ſomme de la valeur de 1 ſec. ①, & le produict du nombre de multitude des ②, par la valeur de 1 ①, ainſi la valeur de 1 ①, à la valeur de 1 ſec. ①. Item la valeur de 1 ① eſt moyen proportionel entre la valeur de 1 ſec. ①, & le quotient procedant de la diviſion de l'exces du nombre de multitude des ſec. ①, ſur la valeur de 1 ①, par le nombre des ②.

Explication du donné. Soyent 4 *ſec.* ① egales à 1 ① M *ſec.* ① + 6 ②. Et la valeur de 1 ① ſoit 2, & de 1 *ſec.* ① ſera neceſſairement 12. *Explication du requis.* Il faut demonſtrer le requis du theoreme. *Demonſtration Arithmetique.* Comme 4 (nombre de *ſec.* ①) à 24 (ſomme de 12 valeur de 1 *ſec.* ①, & 12 produict de 6 nombre de multitude des ② par 2 valeur de 1 ①) ainſi 2 (valeur de 1 ①) à 12 (valeur de 1 *ſec.* ①.)

Item 2 (valeur de 1 ①) eſt moyen proportionel entre 12 (valeur de 1 *ſec.* ①) & $\frac{1}{3}$ (quotient procedant de la diviſion de 2 exces de 4 nombre de multitude des *ſec.* ①, ſur 2 valeur de 1 ①, par 6 nombre des ②.)

Autre demonſtration Geometrique. Soit A B 1 *ſec.* ① 12, & B C 4; Doncques C A ſeront 4 *ſec.* ① egales par l'hypotheſe, à 1 ① M *ſec.* ① + 6 ②, les meſmes ſoyent D E, à ſçavoir D A 1 ① 2, parquoy D B 1 ① M *ſec.* ①, & B E, ſera ſextuple à F B 1 ①, c'eſt à dire que B E ſera 6 ①, ergo F E 6 ②.

Nous avons doncques en ceſte figure les egales quantitez donnees. Or que la raiſon de C B 4 (nombre de multitude des *ſec.* ①) à A E 24 (ſomme de A B 12 valeur de 1 *ſec.* ①, & B E 12 produict de 6 nombre de multitude des ② par 2 valeur de 1 ①) eſt comme D A 2 (valeur de 1 ①) à A B 12 (valeur de 1 *ſec.* ①) eſt par leurs nombres manifeſte.

Mais pour demonſtrer le meſme geometriquement faut ſçavoir que C A eſt egal à D E par l'hypotheſe: Ergo par la 16 propoſition du 6 livre d'Euclide, comme C B, à A E, ainſi D A, à A B. *Concluſion.* Quand doncques quelques *ſec.* ① ſont egales à &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

Eſtant doneques ainſi achevée la reigle de proportion des quantitez, nous viendrons à leur reigle de faux. Il eſt bien vray que ſuivant l'ordre des nombres Arithmetiques & Radicaux precedens, qu'il nous fauldroit premierement deſcrire la reigle de proportionelle partition des quantitez, qui ſeroit choſe aſſez facile, mais ne voyant pour le preſent leur utilité nous la paſſerons oultre.

Sixieſme diſtinction, de la reigle des faux des nombres algebraiques, dicte reigle de

ALGEBRE.

Probleme LXXXI.

Eſtant propoſé queſtion qui ſe ſolve par Algebre: La ſolvre par Algebre.

Or nous ſommes venuz au dernier probleme de ce livre, qui eſt de la treſſinguliere & admirable Reigle d'Alge-

Digitized by Google

d'Algebre, l'Inexhauſte fontaine d'infiniz Theoremes Arithmetiques, Revelatrice des myſteres eachez en nombres: De laquelle nous avons declaré la methode par ſimilitude, en nombres Arithmetiques, au 16 probleme, nous la demonſtrerons maintenant par effect en la choſe meſme. Mais avant que nous y venons, il faut encore dire un mot, à ſçavoir: Comme il eſt meſtier à l'apprentif, avant qu'il vienne à la reigle de faux des nombres Arithmetiques (que nous avons deſcript audict 16 probleme) qu'il cognoiſſe les lettres des cyffres, qu'il ſçache les quatre generales numerations, & la reigle de trois des nombres Arithmetiques, qui au paravant avoient eſté deſcriptes, ſans lequel il commenceroit deſordonneement, & à peu de prouffit, à icelle Reigle des faux, parce qu'elles ſont matiere & inſtrumens, par leſquels il faut operer: Tout ainſi eſt il neceſſaire, avant que venir à ceſte Reigle de Faux, ou Algebre, que l'on cognoiſſe ſes propres characteres, ſes quatre numerations generales, Reduction, & Reigle de proportion de ſes nombres Algebraiques. Leſquelles ſont copieuſement deſcriptes aux precedens, & ſans la cognoiſſance d'icelles, on commencera deſordonneement, & à peu d'utilité, parce qu'elles ſont auſſi matiere & inſtrumens, neceſſaires à l'operation d'icelle.

Item comme il n'eſtoit pas la le lieu, d'enſeigner ou repeter la maniere Ajouſter, Soubſtraire, Multiplier, Diviſer, &c. des nombres Arithmetiques, Mais cela ſe faiſoit au paravant en ſon propre lieu: Ainſi ne ſera ce pas ici le lieu de repeter en ceſte operation la maniere d'Ajouſter, Souhſtraire, Mulniplier, Diviſer, Reduire, trouver quatrieſme proportionel, des nombres Algebraiques; Car cela confondroit & noſtre diſtinct ordre, & meſme l'apprentif; mais il faut que tout ceci s'apprenne aux precedens; Ce que nous conſeillons de faire à ceux qui en requirent facilement parvenir à chef.

Qvestion I.

Trouvons un nombre, qui avec ſa moitie, face 18.

Construction.

Soit le nombre requis	1 ①
Sa moitie	$\frac{1}{2}$ ①
Leur ſomme	$1\frac{1}{2}$ ①
Egale à	18

Puis on mettra une ligne, joignant les nombres algebraiques, & alors leur diſpoſition ſera comme cy deſſus.

Puis on dira, $1\frac{1}{2}$ ① eſt egale, ou vaut 18, combien 1 ①? faict par le 67 probl. 12. Doncques 1 ① premier en l'ordre vaut 12. & la $\frac{1}{2}$ ① ſecond en l'ordre vaudra (par le 66 probleme) 6, & la $1\frac{1}{2}$ ① troiſieſme en l'ordre vaudra 18; Leſquelles valeurs ſe mettront chaſcune joignant ſa quantité, & ſera alors la diſpoſition des characteres de la conſtruction (leſquelles nous deſcirons autre fois en ceſte premiere queſtion pour plus grande evidence) comme ci deſſous:

Soit le nombre requis	1 ①	12
Sa moitie	$\frac{1}{2}$ ①	6
Leur ſomme	$1\frac{1}{2}$ ①	18
Egale à	18	18

Je di que 12 eſt le nombre requis. *Demonſtration.* 12 avec ſa moitie 6, faict ſelon le requis 18; ce qu'il falloit demonſtrer.

Nota. Semblable ſera la methode, en toutes les queſtions ſuivantes; à ſçavoir apres que (par operation conforme à la petition) on aura trouve deux quantitez egales, on trouvera par icelles la valeur de 1 ①, par quelque probleme des problemes 67 68.69.70.71 72.73.74. 75.76.77.78.79.80. à luy reſpondant; qui eſtant cognu, on trouvera par la meſme valeur de 1 ①, la valeur de toutes les quantitez en l'ordre, par le 66 probleme; & l'on aura les nombres requis à la propoſition.

L'on peut auſſi ſouventesfois trouver les autres nombres requis par le premier nombre trouvé, ſans trouver par le 66 probleme la valeur des quantitez de l'ordre. Par exemple, ſçachant cy deſſus que le nombre requis eſt 12, nous pourrions prendre ſa moitie, qui eſt 6, & l'ajouſter à 12, faict ſelon le requis 18: de ſorte que par l'une & l'autre maniere l'on vient à la deſiree ſolution; Mais par ce qu'il avient ſouventesfois, que la raiſon du nombre premier trouvé eſt aux autres nombres requis trop obſcure, voire aucunefois pas determinée, comme il apparoiſtra en pluſieurs queſtions du ſecond livre de Diophante, & autres ſuivants; l'on trouvera alors la valeur des quantitez en l'ordre, comme deſſus, par le moyen du 66 probleme.

Item la ou (au commencement de la conſtruction) nous avons poſé pour le nombre requis 1 ①: On peut poſer nombre algebraique quelconque, & tel qui en l'operation nous ſemblera le plus commode, ſelon la qualité de la queſtion. Par exemple, ſi à cauſe d'eviter fraction, nous euſſions voulu poſer pour le nombre requis, 2 ①, ſa moitie ſera 1 ①, ſont enſemble 3 ①, egales à 18, & par le 67 probleme 1 ① vaudroit 6: Ergo les propoſées 2 ① (par le 66 probleme) vaudroient 12, qui eſt le meſme, ce que deſſus valoit la poſée 1 ①, & nous vient la meſme ſolution.

Prennons autrefois pour nombre requis 4 ②, ſa moitie ſera 2 ②, ſont enſemble 6 ② egales à 18, & par le 78 probleme 1 ① vaudra 3; Ergo les 4 ② par le 66 probleme vaudront comme deſſus 12. Et ainſi d'autres quantitez que leconques.

Qvestion II.

Partons 5 en deux parties telles, que leur produict ſoit 6.

Nota.

Nous dirons icy encore une fois pour tout, que les nombres derriere la ligne, ſont les nombres de la ſolution; à ſçavoir les valeurs des nombres algebraiques, auſquels ils correſpondent, & ſe mettent apres que la valeur de 1 ① eſt trouvée.

Construction.

Soit l'une partie	1 ①	3
Et l'autre ſera neceſſairement	-1 ① $+5$	2
Leur produict	-1 ② $+5$ ①	6
Egales à	6	

Leſquels termes reduicts, par la 4 reigle devant le 66 probleme, à ſçavoir mettant la ſuperieure quantité ſeule, &c. 1 ② ſera egale à 5 ① -6, & par le 68 probleme, 1 ① vaudra 3, ou 2 ſoit 3.

Je di que 3 & 2 ſont les nombres requis. *Demonſtration.* Que 3 & 2 ſont les parties de 5, eſt notoire, & leur produict eſt 6 ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVE-

QVESTION III. QVI ENSEMBLE LES IVe. Ve. VIe. QVESTIONS SVIVANTES, ſervent à l'origine des extractions des racines quarrées, des multinomies radicaux du 39 probleme.

TRouvons deux nombres tels, que leurs quarrez facent 7, & que l'un quarré ſoubſtraict de l'autre, reſte 1.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis 1 ①	2
Son quarré pour premier quarré 1 ②	4
Ergo le ſecond quarré (puis qu'avec le premier quarre il doit faire 7) ſera neceſſairement — 1 ② + 7	3
Sa racine quarree, ponr le ſecond nombre requis. *R bino.* — 1 ② + 7	R 3
Differenee des quarrez 2 ② — 7	1
Egale à 1	

Leſquels termes reduicts, 2 ② ſeront egales à 8; Et par le 78 probleme 1 ① vaudra 2.

Je di, que 2 & R 3 ſont les deux nombres requis.

Demonſtration. Les deux quarrez de 2 & de R 3, qui ſont 4 & 3, ſont enſemble 7. Item ſoubſtraict 3 de 4 reſte 1, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA. L'on pourroit encore faire ceſte conſtruction ainſi:

Soit le premier nombre requis 1 ①	R 3
Son quarré pour le premier quarré 1 ②	3
Ergo le ſecond quarré (puis que du premier il doibt differer eu 1) ſera + 1 ou — 1, ſoit 1 ② + 1	4
Sa racine quarrée pour le ſecond nombre requis *R bino.* 1 ② + 1	2
Somme des quarrez 2 ② + 1	7
Egale à 7	

Leſquels termes reduicts 2 ② ſeront egales à 6; Et par le 78 probleme 1 ① vaudra R 3. & les deux nombres requis ſeront comme deſſus 2 & R 3.

QVESTION IV.

TRouvons deux nombres tels, que le double de leur produict ſoit R 48, & la ſomme de leurs quarrez 7.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis. 1 ①	2
Ergo le ſecond nombre (puis qu'il faut que le double du produict du premier & ſecond ſoit R 48) ſera $\frac{R\,12}{1\,①}$	R 3
Le quarré du premier nombre eſt 1 ②	4
Le quarré du ſecond nombre eſt $\frac{12}{1\,②}$	3
La ſomme des quarrez $\frac{2\,②+12}{1\,②}$	7
Egale à 7	

Leſquels termes reduicts, 1 ② ſera egale à 7 ② — 12. Et par le 78 probleme 1 ① vaudra 2.

Je di, que 2 & R 3 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Le produict de 2 & R 3, eſt R 12, ſon double R 48; Item la ſomme des quarrez de 2 & R 3, eſt 7, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA. L'on pourroit encore faire ceſte conſtruction ainſi:

Soit le premier nombre requis 1 ①	2
Son quarré pour le premier quarré 1 ②	4
Ergo le ſecond quarré (puis qu'avec le premier quarré il doibt faire 7) ſera neceſſairement — 1 ② + 7	3
Sa racine quarrée pour le ſecond nombre requis *R bino.* — 1 ② + 7	R 3
Produict du premier & ſecond nombre, eſt *R bino.* — 1 ④ + 7 ②, ſon double *R bino.* — 4 ④ + 28 ②	R 48
Egales à R 48	

Leſquels termes reduicts 1 ④ ſera egale a 7 ② — 12; Et par le 78 probleme, 1 ① vaudra 2, & les deux nombres requis ſeront comme deſſus 2 & R 3.

QVESTION V.

TRouvons trois nombres tels, que le double du produict du premier & ſecond, ſoit — R 60; Et le double du produict du premier par le troiſieſme, ſoit R 40; Et le double du produict du ſecond par le troiſieſme, ſoit — R 24.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis 1 ①	R 5
Ergo le ſecond (puis qu'il faut que le double du produict du premier & ſecond ſoit — R 60) ſera $\frac{=R\,15}{1\,①}$	— R 3
Et le troiſieſme (puis qu'il faut que le double du produict du premier & troiſieſme ſoit R 40) ſera $\frac{R\,10}{1\,①}$	R 2
Le produict du ſecond $=\frac{R\,15}{1\,①}$ & troiſieſme $\frac{R\,10}{1\,①}$ eſt $=\frac{R\,600}{1\,②}$	— R 24
Egal à — R 24	

Leſquels termes reduicts — R 24 X ② ſeront egales à — R 600; Et par le 78 probleme, 1 ① vaudra R 5.

Je di que R 5 & — R 3 & R 2 ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* Le produict de R 5 & — R 3, eſt — R 15, ſon double — R 60; Item le produict de R 5 & R 2, eſt R 10, ſon double R 40; Item le produict de — R 3 & R 2, eſt — R 6, ſon double — R 24, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION VI.

TRouvons quatre nombre tels, que le double du produict du premier & ſecond, ſoit R 140; Et du premier & troiſieſme R 84; Et du ſecond & troiſieſme R 60; Et du premier & quatrieſme — R 56; Et du ſecond & quatrieſme — R 40; Et du troiſieſme & quatrieſme — R 24.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis 1 ①	R 7
Ergo le ſecond $\frac{R\,35}{1\,①}$	R 5
Ergo le troiſieſme $\frac{R\,21}{1\,①}$	R 3
Ergo le quatrieſme $\frac{=R\,14}{1\,①}$	— R 2
Double du produict du ſecond & troiſieſme $\frac{R\,3940}{1\,②}$	R 60
Double du produict du ſecond & quatrieſme $=\frac{R\,1960}{1\,②}$	— R 40
Double du produict du troiſieſme & quatrieſme $=\frac{R\,1176}{1\,②}$	— R 24
Somme de ces trois produicts (quand aux autres produicts requis les meſmes ſe trouvét ſelon la queſtion) eſt $\frac{R\,3940-1960-R\,1176}{1\,②}$	R 60 — R 40 — R 24
Egale à R 60 — R 40 — R 24	

Leſquels termes reduicts R 60 X ② + R 40 X ② — 24 X

24 ✕ ② ſeront egales à ✓ 2940 — ✓ 1960 — ✓ 1176; Et par le 78 probleme 1 ① vaudra ✓ 7.

Je di, que ✓ 7, & ✓ 5, & ✓ 3, & — ✓ 2, ſont les quatre nombres requis. *Demonſtration.* Le double du produict de ✓ 7 & ✓ 5, eſt ✓ 140; Et de ✓ 7 & ✓ 3, eſt ✓ 84; Et de ✓ 5 & ✓ 3, eſt ✓ 60; Et de ✓ 7 & — ✓ 2 eſt — ✓ 56; Et de ✓ 5 & — ✓ 2 eſt — ✓ 40; Et de ✓ 3 & — ✓ 2, eſt — ✓ 24, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION VII, LAQVELLE ENSEMBLE LES QVESTIONS SVIVANTES juſques à la 18 ſervent aux origines des conſtructions des problemes 69. 71. 72. 73. 75. 76. 77.

TRouver deux nombres tels, que leur produict ſoit 2, & la ſomme de leurs cubes 40.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis 1 ①	✓ ③ *bino.* 20 + ✓ 392
Ergo le ſecond nombre, à fin que le produict du premier & ſecond ſoit 2 (qui ſe trouve diviſant 2 par 1 ①) ſera $\frac{2}{1①}$	✓ 3 $\frac{8}{20+\sqrt{392}}$
Le cube du premier nombre 1 ③	20 + ✓ 392
Le cube du ſecond nombre $\frac{8}{1③}$	$\frac{8}{20+\sqrt{392}}$
Somme des cubes 1 ③ + $\frac{8}{1③}$	40
Egale à 40	

Leſquels reduicts 1 ⑥ ſera egale à 40 ③ — 8; Et par le 78 probleme 1 ① vaudra ✓ 3 *bino.* 20 + ✓ 392.

Je di que ✓ ③ *bino.* 20 + ✓ 392 & ✓ ③ $\frac{8}{20+\sqrt{392}}$ ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Leur produict par le 40 probleme eſt 2, & la ſomme de leurs cubes par le 28 probleme eſt 40, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA. Ceſte queſtion (comme nous avons dict à l'origine du 69 probleme) ſert pour declaration de la conſtruction du meſme 69 probleme; Mais il faut ſçavoir qu'icelle conſtruction eſt colligée des nombres procedans de l'invention du valeur de 1 ①, quand 1 ② vaut 40 ③ — 8.

Quant à ce que l'on prenr la pour le deuxieſme nombre ✓ ③ *bino.* 20 — ✓ 392, & que nous trouvons icy ✓ ③ $\frac{8}{20+\sqrt{392}}$, il faut ſçavoir, que c'eſt tout le meſme par le 27 probleme. car diviſant le numerateur 8 par le nominateur 20 + ✓ 392, &c. Doncques pour evirer fraction, on prenr la touſiours le binomie diſioinct, reſpondant au premier conjoinct. Et le ſemblable s'entendra ſur la 8 queſtion ſuivante.

QVESTION VIII.

TRouvons deux nombres tels, que leur produict ſoit 2, & la difference de leurs cubes 20.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis 1 ①	✓ ③ *bino.* ✓ 108 + 10
Ergo le ſecond nombre à fin que le produict du premier & ſecond ſoit 2 ſera $\frac{2}{1①}$	✓ 3 $\frac{8}{\sqrt{108}+10}$
Le cube du premier nombre 1 ③	✓ 108 + 10
Le cube du ſecond nombre $\frac{8}{1③}$	$\frac{8}{\sqrt{108}+10}$
Difference des cubes eſt 1 ③ — $\frac{8}{1③}$ ou bien — 1 ③ + $\frac{8}{1③}$ ſoit 1 ③ — $\frac{8}{1③}$	20
Egale à 20	

Leſquels reduicts 1 ⑥ ſera egale à 20 ③ + 8; Et par le 78 probleme 1 ① vaudra ✓ ③ *bino.* ✓ 108 + 10.

Je di que ✓ ③ *bino.* ✓ 108 + 10 & ✓ ③ $\frac{8}{\sqrt{108}+10}$ ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Leur produict (par le 40 probleme) eſt 2, & la difference de leurs cubes (par le 29 probleme) eſt 20, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION IX.

TRouvons un nombre cubique, qui avec — 6, face autant comme le coſté dudict cube, multiplié par 7.

CONSTRVCTION.

Soit le nombre cubique 1 ③	27
Auquel ajouſte — 6 faict 1 ③ — 6	21
Egal à 1 ① (coſté cubique du premier en l'ordre) multiplié par 7 qui eſt à 7 ①	21

Leſquels reduicts, 1 ④ ſera egale à 7 ③ + 6; Et par le 66 probleme 1 ① vaudra 3.

Je di, que 27 eſt le nombre requis. *Demonſtration.* 27 eſt le nombre cubique qui avec 6 faict 21. Auſſi faict 21, le coſté 3 dudict cube multiplié par 7; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION X.

TRouvons deux nombres tels, que leur produict ſoit 400, & du cube de l'un, ſoubſtraicts les ſix quarrez du meſme nombre, la reſte ſoit 400.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis 1 ①	40
Le ſecond doncques ſera neceſſairement $\frac{400}{1①}$	10
Son cube $\frac{64000000}{1③}$	1000
Duquel ſoubſtraict les ſix quarrez du ſecond en l'ordre, qui ſont $\frac{960000}{1②}$	600
Reſte $\frac{=960000+64000000}{1③}$	400
Egal à 400	

Leſquels reduicts, 1 ③ ſera egale à — 2400 ① + 160000, & par la 2 differ. du 69 prob. la 1 ① vaudra 40.

Je di, que 40 & 10, ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Le produict de 40 & 10, eſt 400, & du cube du 10, qui eſt 1000, ſoubſtraict 600, pour les ſix quarrez de 10, reſte 400; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XI.

TRouvons deux nombres tels, que le quarré de la moitié du premier ſoit egal au ſecond, & que le produict du premier par le ſecond + 5, ſoit 36.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis 1 ①	4
Sa moitié eſt $\frac{1}{2}$ ①, ſon quarré $\frac{1}{4}$ ②; ergo le ſecond nombre $\frac{1}{4}$ ②	4
Produict du premier 1 ③, par le ſecond $\frac{1}{4}$ ② + 5 eſt $\frac{1}{4}$ ③ + 5 ①	36
Egale à 36	

Leſquels reduicts 1 ③ ſera egale à — 20 ① + 144; Et par le 69 probleme 1 ① vaudra 4.

Je di, que 4 & 4 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Le quarre de la moitié du premier nombre

duict de 4 par 4 + 5 (qui eſt le premier nombre par le ſecond + 5) eſt 36, ſelon le requis, ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XII.

TRouvons deux nombres tels, que le quarré de la moitie du premier ſoit egal au ſecond, & que le produict du premier + 3 par le ſecond + 16, ſoit 225.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis $1①$	6
Sa moitie eſt $\frac{1}{2}①$, ſon quarré $\frac{1}{4}②$; Ergo le ſecond nombre $\frac{1}{4}②$	9
Produict du premier $1① + 3$, par le ſecond $\frac{1}{4}② + 16$, eſt $\frac{1}{4}③ + \frac{3}{4}② + 16① + 48$	225
Egales à	225

Leſquels reduicts $1③$ ſera egale a $-3② - 64① + 708$; Et par le 71 probleme $1①$ vaudra 6.

Je di, que 6 & 9 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Le quarré de la moitie du premier nombre 6 eſt 9, & eſt egal au ſecond nombre 9; Item le produict du premier $6 + 3$, par le ſecond $9 + 16$, eſt 225, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XIII.

TRouvons deux nombres tels, que leur produict ſoit 3, & que le produict de l'un nombre par 2, ajouſté à la potence de quatre quantité dudict un nombre, la ſomme ſoit auſſi 3.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis $1①$	3
Ergo le ſecond nombre ſera $\frac{3}{1①}$	1
Qui multiplie par 2 faict $\frac{3}{2①}$	3
Le meſme 2 jouſté à la potence de quarte quantité du ſecond nombre ſecond en l'ordre, qui eſt $\frac{8\,2}{1①}$	1
Faict $\frac{6①+8\,2}{1①}$	3
Egales à	3

Leſquels reduicts, $1④$ ſera egale à $2③ + 27$; Et par le 74 probleme, $1①$ vaudra 3.

Je di, que 3 & 1 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Le produict de 3 & 1, eſt 3; Et le produict de 1 par 2 eſt 2, qui ajouſté à la potence de quarte quantité dudict 1, la ſomme eſt auſſi 3; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XIV.

TRouvons deux nombres tels, que leur produict ſoit 27, & de la potence de quarte quantité de l'un, ſoubſtraicts ſes deux cubes, la reſte ſoit auſſi 27.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis $1①$	9
Ergo le ſecond nombre ſera $\frac{27}{1①}$	3
S2 potence de quarte quantité $\frac{531441}{1③}$	81
De laquelle ſoubſtraicts les deux cubes du ſecond nõbre ſecond en l'ordre, qui ſont $\frac{39366}{1③}$	54
Reſte $\frac{-39366③+531441}{1④}$	27
Egales à	27

Leſquels reduicts, $1④$ ſera egale à $-1458① + 19683$; Et par le 72 probleme $1①$ vaudra 9.

Je di, que 9 & 3 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Le produict de 9 & 3 eſt 27; Puis de la potence de quarte quantité de 3 qui eſt 81, ſoubſtraicts les deux cubes dudict 3, qui ſont 54, la reſte eſt auſſi 27, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XV.

TRouvons un — ⓞ, qui appliqué à 1 — 3, & puis tels trois nombres multipliez par eux meſmes diſtinctement, ſelon la maniere de multiplication de quantitez algebraiques, & au dernier nombre du produict ajouſté $3\frac{1}{5}$: qu'alors le quarré de la moitie du quatrieſme, ſoit egal au produict du troiſieſme par le cinquieſme.

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis $-1①$	-2
Qui appliqué a 1 — 3 faict $1 - 3 - 1①$. multiplions les par eux meſmes diſtinctement, ſelon la maniere de multiplication des quantitez algebraiques en ceſte ſorte:	
$1 \quad -3 \quad -1①$	
$1 \quad -3 \quad -1①$	
$-1①. \quad +3①. \quad +1②$	
$-3. \quad +9. \quad +3①.$	
$1. \quad -3. \quad -1①.$	
$1. \quad -3. \quad -2① + 9. + 6①. \quad +1②$	
Doncques le troiſieſme nombre du produict eſt $-2① + 9$	5
Et le quatrieſme $6①$	12
Et le dernier eſt $1②$, auquel ſelon la queſtion 2jouſté $3\frac{1}{5}$ le dernier ſera $1② + 3\frac{1}{5}$	$7\frac{1}{5}$
Reſte maintenant que le quarré de $3①$ (moitie du quatrieſme) qoi eſt $9②$	36
Soit egal au produict du troiſieſme, par le dernier, qui eſt $-3③ + 9② - 6\frac{3}{5}① + 28\frac{4}{5}$	36

Leſquels reduicts $1③$ ſera egale à $-3\frac{1}{5}① + 14\frac{2}{5}$; Et $1①$ par le 69 probleme vaudra 2, & par conſequent la poſee $-1①$ vaudra -2.

Je di, que -2 eſt le nombre requis. *Demonſtration.* Multipliant $1 - 3 - 2$, par eux meſmes diſtinctement, ſelon la maniere de multiplication algebraique, le produict ſera $1 - 6 + 5 + 12 + 4$; Doncques le troiſieſme nombre du produict, eſt 5, & le quatrieſme 12, & le dernier 4: auquel dernier ajouſté $3\frac{1}{5}$, ſera $7\frac{1}{5}$, qui multiplié par le troiſieſme 5, faict 36 egal au quarre de 6, moitie du quatrieſme, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XVI.

TRouvons un — ⓞ tel, que ſon quarré $+ 3\frac{1}{3}$, multiplié par la ſomme du double d'iceluy — ⓞ, & le quarré de — 3, le produict ſoit egal au quarré du produict de — 3, par iceluy — ⓞ requis.

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis $-1①$	-2
Son quarre eſt $1②$, auquel ajouſté $3\frac{1}{3}$ faict $1② + 3\frac{1}{3}$	$7\frac{1}{3}$
Qui multiplié par la ſomme du double du nombre requis, & le quarré de — 3 qui eſt par $-2① + 9$, faict $-2③ + 9② - 6\frac{2}{3}① + 28\frac{4}{3}$	36
Egal au quarré du produict de — 3 par $-1①$ premier en l'ordre, qui eſt à $9②$	36

Leſquels reduicts $1③$ ſera egale à $-3\frac{1}{3}① + 28\frac{4}{3}$; Et par le 69 probleme $1①$ vaudra 2.

Je di, que -2 eſt le nombre requis. *Demonſtration.* Le quarré de -2 eſt 4, auquel ajouſté $3\frac{1}{3}$, faict $7\frac{1}{3}$, qui multiplié par 5 (5 pour la ſomme du double de -2

& le quarré de — 3) faict 36, qui ſont egales au quarré du produict de — 3 par iceluy — 2, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Qvestion XVII.

TRouvons un ⊙, qui appliqué à 1 — 2, & puis tels trois nombres multipliez par eux meſmes diſtinctement, ſelon la maniere de multiplication des quantitez algebraiques, & au dernier nombre du produict ajouſté — 32, & au quatrieſme nombre du produict ajouſté 8: Qu'alors le quarré de la moitie du quatrieſme, ſoit egal au produict du troiſieſme par le dernier.

Construction.

Soit le nombre requis 1 ①	6
Qui appliqué à 1 — 2, faict 1 — 2 + 1 ①, qui multipliez par eux meſmes diſtinctement, ſelon la maniere de multiplication des quantitez algebraiques comme nous les avons multiplié à la 15 queſtion, donnent produict 1. — 4. 2 ① + 4. — 4 ①. 1 ②.	
doncques le troiſieſme nombre eſt 2 ① + 4	16
Et le quatrieſme — 4 ①, auquel ajouſte 8	
ſera — 4 ① + 8	— 16
Et le dernier eſt 1 ②, à laquelle ajouſté — 32 fera 1 ② — 32	4
Reſte maintenant que le quarré de — 2 + 4 (moitie du quatrieſme)	
qui eſt 4 ② — 16 ① + 16	64
Soit egal au produict du troiſieſme nombre, par le dernier, qui eſt 1 ③ + 4 ② — 64 ① — 128	64

Leſquels reduicts, 1 ③ ſera egale à 24 ① + 72, Et par le 69 probleme 1 ① vaudra 6.

Je di, que 6 eſt le nombre requis. *Demonſtration.* Multipliant 1 — 2 + 6 par eux meſmes diſtinctement, ſelon la maniere de multiplication algebraique, le produict ſera 1 — 4 + 16 — 14 + 36. Doneques le troiſieſme nombre du produict eſt 16, le quatrieſme — 24, le dernier 36, puis au dernier ajouſté — 32, & au quatrieſme 8, alors ſera le troiſieſme 16, le quatrieſme — 16, & le dernier 4; Et le quarré de — 8, moitie du quatrieſme, eſt 64, & eſt egal au produict du troiſieſme 16, par le dernier 4, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Qvestion XVIII.

TRouvons un ⊙ tel, que ſon quarré — 32 multiplié par la ſomme du double d'iceluy ⊙, & le quarré de — 2, le produict ſoit egal au quarré de la moitie de la ſomme de 8 & du produict d'iceluy ⊙ par — 2.

Construction.

Soit le nombre requis 1 ①	6
Son quarré 1 ②, auquel ajouſté — 32 faict 1 ② — 32	4
Qui multiplié par la ſomme du double du nombre requis, & le quarré de — 2, qui eſt par 2 ① + 4, faict 2 ③ + 4 ② — 64 ① — 128	64
Egal au quarré de la moitie de la ſomme de 8, & du double du produict de 1 ① premier en l'ordre, par — 2. c'eſt à dire, egal au quarré de — 2 ① + 4 qui eſt 4 ② — 16 ① + 16	64

Leſquels reduicts 1 ③ ſera egale à 24 ① + 72; Et par le 69 probleme 1 ① vaudra 6.

Je di, que 6 eſt le nombre requis. *Demonſtration.* Le quarré de 6 eſt 36, qui avec — 32 font 4, qui multiplié par 16 (16 pour la ſomme du double d'iceluy 6 avec le quarré de — 2) faict 64, qui ſont egales au quarré de la moitie de la ſomme de 8, & du double du produict dudict 6 par — 2, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Qvestion XIX.

TRouvons un ⊙, qui appliqué à 1 — 2, & puis tels trois nombres multipliez par eux meſmes diſtinctement, ſelon la maniere de multiplication des quantitez algebraiques, & au dernier nombre du produict ajouſté — 12, & au troiſieſme nombre du produict ajouſté 4: Qu'alors le quarré de la moitie du quatrieſme, ſoit egal au produict du troiſieſme par le dernier.

Construction.

Soit le nombre requis 1 ①	4
Laquelle appliquée à 1 — 2 faict 1 — 2 + 1 ①, qui multipliez par eux meſmes diſtinctement, ſelon la maniere de multiplication des quantitez algebraiques, comme nous les avons multiplié à la 11 queſtion, donnent produict:	
1. — 4. 2 ① + 4. — 4 ①. 1 ②.	
Doneques le dernier nombre eſt 1 ②, à laquelle ajouſté — 12 faict 1 ② + 12	4
Et le quatrieſme eſt — 4 ①	— 16
Et le troiſieſme eſt 2 ① + 4, auquel ajouſté 4, faict 2 ① + 8	16
Reſte maintenant que le quarré de — 2 ① (moitie du quatrieſme) qui eſt 4 ②	64
Soit egal au produict du troiſieſme 2 ① + 8, par le dernier 1 ② — 12, qui eſt à 2 ③ + 8 ② — 24 ① — 96	64

Leſquels reduicts 1 ③ ſera egale à — 2 ② + 12 ① + 48; Et 1 ① par le 71 probleme vaudra 4.

Je di que 4 eſt le nombre requis. *Demonſtration.* Multipliant 1 — 2 + 4 par eux meſmes diſtinctement ſelon la maniere de multiplication algebraique, le produict ſera 1 — 4 + 12 — 16 + 16: Doncques le dernier nombre du produict eſt 16, & le quatrieſme — 16, & le troiſieſme 12: puis au dernier ajouſté — 12, & au troiſieſme 4, alors ſera le dernier 4, le quatrieſme — 16, & le troiſieſme 16, & le quarré de — 8, moitie du quatrieſme, eſt 64, & eſt egal au produict du troiſieſme 16, par le dernier 4, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Qvestion XX.

TRouvons un ⊙ tel, que ſon quarré — 12 multiplié par la ſomme du double d'icelui ⊙, & le quarré de — 2 & 4, le produict ſoit egal au quarré du produict de — 2 par icelui ⊙ requis.

Construction.

Soit le nombre requis 1 ①	4
Son quarré 1 ②, auquel ajouſté — 12 faict 1 ② — 12	4
Qui multiplié par la ſomme du double du nombre requis, & le quarré de — 2 & 4, qui eſt par 1 ① + 8, faict 2 ③ + 8 ② — 24 ① — 96	64
Egal au quarré du produict de — 2, par 1 ① premier en l'ordre, qui eſt à 4 ②	

Leſquels reduicts, 1 ③ ſera egale à — 2 ② + 12 ① + 48; Et 1 ① par le 71 probleme, vaudra 4.

Je di que 4 eſt le nombre requis. *Demonſtration.* Le quarré de 4 eſt 16, qui avec — 12 faict 4, qui multiplié par 16 (16 pour la ſomme du double d'iceluy 4, & le quarré de — 2 & encore 4) faict 64, qui ſont egales au quarré du produict de — 2, par le 4 trouvé, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Qvi-

Digitized by Google

QVESTION XXI.

TRouvons un ⊙ qui appliqué à 1 + 2, & puis tels trois nombres multipliez par eux meſmes diſtinctement, ſelon la maniere de multiplication des quantitez algebraiques, & au dernier nombre du produict ajouſté 33, & au quatrieſme 40. & au troiſieſme 4: Qu'alors le quarré de la moitie du quatrieſme, ſoit egal au produict du troiſieſme, par le dernier.

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis 1①	4
Qui appliqué à 1 + 2, faict 1 + 2 + 1①, qui multipliez par eux meſmes diſtinctement, ſelon la maniere de multiplication des quantitez algebraiques, comme nous les avons multipliés à la 11 queſtion, donnent produict	
1. 4. 2① + 4. 4①. 1②.	
Doncques le dernier nombre eſt 1②, auquel ajouſté 33, faict 1② + 33	49
Et le quatrieſme nombre 4①, auquel ajouſté 40, faict 4① + 40	56
Et le troiſieſme nombre 2① + 4, auquel ajouſté 4, faict 2① + 8	16
Reſte maintenant que le quarré de 2① + 20 (moitie du quatrieſme) qui eſt 4② + 80① + 400	784
Soit egal au produict du troiſieſme 2① + 8, par le dernier 1② + 33, qui eſt — 2③ + 8② + 66① + 264	784

Leſquels reduicts 1③ ſera egale à — 2② + 7① + 68; Et 1① par le 71 probleme, vaudra 4.

Je di que 4 eſt le nombre requis. *Demonſtration.* Multipliant 1 + 2 + 4 par eux meſmes diſtinctement ſelon la maniere de multiplication algebraique, le produict ſera 1. 4. 12. 16. 16. Doncques le dernier nombre du produict eſt 16, auquel ajouſté 33, faict 49; Et le quatrieſme nombre du produict eſt auſſi 16, auquel ajouſté 40, faict 56; Et le troiſieſme nombre eſt 12, auquel ajouſte 4, faict 16.

Or le quarré de la moitie du quatrieſme 56, eſt 784, egal au produict du troiſieſme 16, par le dernier 49, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXII.

TRouvons un ⊙ tel, que ſon quarré + 33 multiplié par la ſomme du double d'iceluy ⊙, & le quarré de 2, & encore 4, le produict ſoit egal au quarré de la moitie de la ſomme de 40, & du double du produict de 2 par iceluy ⊙.

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis 1①	4
Son quarré 1②, auquel ajouſté 33 faict 1② + 33	49
Qui multiplié par la ſomme du double du nombre requis & le quarré de 2 & encore 4, qui eſt par 2① + 8, faict 2③ + 8② + 66① + 264	784
Egal au quarré de 2① + 20 (pour la moitie de la ſomme de 40, & du double du produict de 2 par 1① premier en l'ordre) qui eſt 4② + 80① + 400	784

Leſquels reduicts, 1③ ſera egale à 2② + 7① + 68; Et 1① par le 71 probleme, vaudra 4.

Je di que 4 eſt le nombre requis. *Demonſtration.* Le quarré de 4 eſt 16, qui avec 33 faict 49, qui multiplié par 16 (pour la ſomme du double de 4, & le quarré de 2, & encore 4) faict 784, qui ſont egales au quarré de 28 (qui eſt la moitie de ſomme de 40, & du double du produict de 2 par 4) ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA. Les exemples ſuivans ſeront ceux la, auſquels ſe rencontrent poſtpoſees quantitez: Mais il faut ſçavoir que toute operation qui ſe faict par icelles, ſe peult auſſi faire par poſitives; mais parce que la raiſon des nombres requis eſt aucunefois fort obſcure, de ſorte que pour l'abſolvet par poſitives quantitez, l'on auroit meſtier de quelques theoremes, ou autres inductions, leſquelles ſouventesfois ne nous viennent à la memoire, pourtant on les deſpeſche pour le plus commode, par les poſtpoſees. Nous donnerons doncques deux exemples de poſtpoſees quantitez point multipliees ou diviſees; Puis un de poſtpoſee quantité multipliée; Et puis un autre de diviſée; Et au dernier un autre par lequel ſera demonſtré l'uſage des 6 theoremes ſuivans au precedent 80 probleme.

QVESTION XXIII.

TRouvons deux nombres deſquels la difference ſoit 3 & leur produict 10.

NOTA. Pour declaret ce qui eſt genetalement requis es operations des poſtpoſees quantitez, il faut ſçavoir, qu'apres qu'il y a poſees quelques poſtpoſees quantitez, il faut operet par les meſmes, ſelõ la queſtion, comme l'on a faict ci devant par les poſitives: mais eſtant venu à l'egaleté, on ne trouvera pas par icelle la valeur de 1①, comme l'on a faict deſſus, mais on trouveta la valeur des poſtpoſees en poſitives, par les 79 & 80 problemes. puis on commencera autre operation ſemblable à la premiere, mais entierement de poſitives quantitez, comme les exemples le declareront plus amplement.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis 1①	
Et ſoit le ſecond nombre 1 *ſec.*①	
Leur difference 1① — 1 *ſec.*①	
Egale à 3	

Leſquels reduicts (mettant la 1 *ſec.*① ſeule) 1 *ſec.*① ſera egale ou vaudra 1① + 3.

Or ayant trouvé que la 1 *ſec.*① ci deſſus poſée ſecond en l'ordre vaut (en quantitez de la meſme progreſſion qu'eſt la poſitive 1①) 3① — 1, on recommencera l'operation ſemblable à la precedente en ceſte ſorte:

Soit le premier nombre requis 1①	5
Et ſoit le ſecond nombre (car autant eſt trouvé valoit la 1 *ſec.*① premierement en la premiere operation poſée) 1① — 3	2
Leur difference ſelon le requis eſt 3, reſte que leur produict ſoit 10; mais il eſt 1② — 3①	10
Le meſme doncques eſt egal à 10	

Leſquels reduicts, 1② ſera egale à 3① + 10; Et par le 68 probleme 1① vaudra 5.

Je di, que 5 & 2 ſont les nombres requis. *Demonſtration.* La difference de 5 & 2 eſt 3. Item le produict de 5 & 2 eſt 10, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXIV.

TRouvons quatre nombres tels, que la ſomme du premier ſecond & troiſieſme ſoit 10, & du ſecond troiſieſme & quatrieſme 14, & du troiſieſme quatrieſme & premier 13, & du quatrieſme premier & ſecond 11.

CONSTRVCTION.

Soit le quatrieſme nombre requis 1 ①, & le premier 1 *ſec.* ①, & le ſecond 1 *ter.* ①, & le troiſieſme 1 *quart.* ①; Doncques la ſomme du quatrieſme nombre avec les trois autres eſt 1①+10
Et du premier nombre avec les 3 autres, eſt 1 *ſec.* ①+14
Et du ſecond nombre avec les 3 autres, eſt 1 *ter.* ①+13
Et du troiſieſme nombre avec les trois autres, eſt 1 *quar.* ①+11
Leſquels quatre ſommes ſont entre eux egales; ergo 1 *ſec.* ①+14, eſt egale à 1①+10, ſoubſtrayons doncques, de chaſque partie 14, & demeurera 1 *ſec.* ① egale ou vallant 1①—4
Et pour ſemblable raiſon, la 1 *ter.* ① vaudra 1①—3
Et la 1 *quart.* ① vaudra 1①—1

Or ayant des poſtpoſees quantitez trouvé leur valeur en poſitives, nous commencerons par les meſmes autres operations ſemblables à la precedente, en ceſte ſorte:

Soit le quatrieſme nombre autreſois 1①	6
Et le premier, (au lieu de 1 *ſec.* ① que nous poſames premierement) ſera 1①—4	2
Et le ſecond (au lieu de 1 *ter.* ① que nous poſames au commencement) ſera 1①—3	3
Et le troiſieſme (au lieu de 1 *quart.* ① que nous poſames au commencement) ſera 1①—1	5
Leur ſomme 4②—8	16
Egale au quatrieſme, & les trois autres 1①+10	16

Leſquels reduicts 3① ſeront egales à 18; Et par le 67 probleme, 1① vaudra 6.

Je di, que 2.3.5.6. ſont les quatre nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme de 2.3.5. eſt 10, & de 3.5.6. eſt 14, & de 5.6.2. eſt 13, & de 6.2.3. eſt 11, ſelon le requis: ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXV.

TRouvons deux nombres tels, que le triple de leur produict avec le quadruple du majeur, ſoit egal au double du quarré du majeur, & que les quarrez de deux nombres facent 29.

CONSTRVCTION.

Soit le majeur nombre requis 1①
Et le moindre 1 *ſec.* ①
Le triple de leur produict 3① M *ſec.* ①
Auquel ajouſté le quadruple du majeur qui eſt 4①, faict 3① M *ſec.* ①+4①
Egal au double du quarré du majeur nombre qui eſt à 2②

Leſquels reduicts 3① M *ſec.* ①, ſeront egales à 2②—4①, & par le 80 probl. 1 *ſec.* ① vaudra $\frac{2}{3}$①—$\frac{4}{3}$.

Or ayant trouvé que 1 *ſec.* ① cy deſſus poſée ſecond en l'ordre vaut (en quantitez de la meſme progreſſion qu'eſt la premiere poſee 1①) $\frac{2}{3}$①—$\frac{4}{3}$, on recommencera l'operation ſemblable à la precedente en ceſte ſorte:

Soit le maieur nombre requis 1①	5
Et le moindre $\frac{2}{3}$①—$\frac{4}{3}$	2
Le triple de leur produict 2②—4①	30
Auquel ajouſté le quadruple du maieur, qui eſt 4①, la ſomme (egale au double du quarre du maieur nombre ſelon le requis) ſera 2②	50
Reſte mainrenant que les quarrez des deux nombres facent 29, mais le quarré du majeur nombre eſt 1②, & du moindre nombre eſt $\frac{4}{9}$②—$\frac{16}{9}$①+$\frac{16}{9}$, qui ſont enſemble 1$\frac{4}{9}$②—$\frac{16}{9}$①+$\frac{16}{9}$	29
Egales à 29	

Leſquels reduicts 1② ſera egale à $\frac{16}{13}$①+18$\frac{11}{13}$. Et par le 68 probleme 1① vaudra 5.

Je di que 5 & 2 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Le triple du produict de 5 & 2, eſt 30, au meſme ajouſte le quadruple du majeur 5, faict 50, qui eſt egale au double du quarré du majeur. Item le quarré de 5, eſt 25, auquel ajouſté le quarré de 2, faict 29, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXVI.

TRouvons deux nombres tels, que le quotient de la diviſion du majeur par le moindre, ſoit egal au triple du quarré du moindre, avec le quadruple du moindre, & que le quarré du moindre, avec le double du majeur ſoit 84.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre requis 1②
Et le majeur 1 *ſec.* ①
Le quotient du majeur par le moindre eſt 1 *ſec.* ① D ①
Egal au triple du quarre du moindre, qui eſt 3②, avec le quadruple du moindre qui eſt 4①, ſont enſemble 3②+4①
Mais eſtant 1 *ſec.* ① D ① egale à 3②+4①, alors par le 80 probleme, 1 *ſec.* ① vaut 3②+4②.

Or ajant trouvé que 1 *ſec.* ①, ci deſſus poſée ſecond en l'ordre, vaut (en quantitez de la meſme progreſſion qu'eſt la premiere poſée ①) 3②+4②, nous recommeneerons l'operation ſemblable à la precedente en ceſte ſorte:

Soit le moindre nombre requis 1①	2
Et le maieur 3②+4②	40
Le quotient du maieur par le moindre (egal au triple du quarré du moindre, avec le quadruple du moindre ſelon le requis) eſt 3②+4①	20
Reſte maintenant que le qnarré du moindre, avec le double du maieur, facent 84; Mais le quarré du moindre eſt 1②, & le double du maieur eſt 6②+8②, qui ſont enſemble 6②+9②	84
Egales à 84	

Leſquels reduicts 1② ſera egale à —1$\frac{1}{2}$②+14
Et par le 70 probleme 1① vaudra 2.

Je di, que 2 & 40 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Le quotient de la diviſion du maieur 40, par le moindre 2, eſt 20, le meſme eſt egal au triple du quarré de 2, qui eſt 12, avec le quadruple de 2. Item le quarré de 2, qui eſt 4, avec le double de 40 faict 84, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXVII. ET EST LA QVATRIESME QVESTION DE Cardane chap. 10. livre 10. ſeulement changez les nombres.

PArtons 26 en trois parties continues proportionelles, ainſi que le quarré de la moienne, ſoit egal à la ſomme du double du produict de la moienne par la moindre, & le ſextuple de la moindre.

CONSTRVCTION.

Soit la moienne partie requiſe 1①
Et la moindre 1 *ſec.* ①
Le quarré de la moienne 1②

Eſt

Eſt egal au double du produict de la moienne, par la moindre 2 ① M *ſec.* ① avec le ſextuple de la moindre partie, qui eſt 6 *ſec.* ①, ſont enſemble 2 ① M *ſec.* ① + 6 *ſec.* ①

Or ſi nous ſçavions le moyen de trouver la valeur en poſitives quantitez de 1 *ſec.* ① quand il y a quelque autre poſtpoſee quantité à la quantité multipliee, comme ici nous la pourrions trouver & proceder comme devant; ce qui n'eſtant pas ainſi, nous nous aiderons des theoremes derriere le 80 probleme comme s'enſuit:

Eſtant 1 ② egale à 2 ① M *ſec.* ① + 6 *ſec.* ①; Alors (par le 4 theoreme derriere ledict 80 probleme) la valeur de 1 ① eſt moienne proportionel, entre la valeur de 1 *ſec.* ①, & la ſomme du nombre de multitude des *ſec.* ① & la valeur des ①: Ergo la valeur de 1 ① eſt ici moyen proportionel, entre la valeur de 1 *ſec.* ①, & la valeur de 2 ① + 6, doneques les trois valeurs de 1 *ſec.* ①, & 1 ①, & 2 ① + 6, ſont en continue proportion. Mais la moindre & moyenne partie requiſe ſont par l'hypotheſe 1 *ſec.* ①, & 1 ①, ergo la troiſieſme & majeure partie ſera 2 ① + 6

Or la ſomme de ces trois parties requiſes eſt 26 par l'hypotheſe; des meſmes ſoubſtraict la moyenne 1 ①, & la majeure 2 ① + 6, reſte pour la moindre partie (qui eſt pour la valeur de 1 *ſec.* ① en poſitives quantitez) — 3 ① + 20

Aiant doncques par tel moyen trouvé que 1 *ſec.* ① cy deſſus poſée ſecond en l'ordre vault (en quantitez de la meſme progreſſion qu'eſt la premiere poſée 1 ①) — 3 ① + 20, & que la maieure partie ſera 2 ① + 6, nous recommencerons par les meſmes l'operation comme s'enſuit:

Soit la moindre partie requiſe — 3 ① + 20	2
Et la moienne 1 ①	6
Et la maieure 2 ① + 6	8
Le quarré de la moienne 1 ②	36
Eſt egal au produict des extremes (car ils ſont en continue proportion par l'hypotheſe) à ſçavoir au produict de — 3 ① + 20, par 2 ① + 6, qui eſt — 6 ② + 22 ① + 120	36

Leſquels reduicts 1 ② ſera egale à 3 $\frac{1}{7}$ ① + 17 $\frac{1}{7}$;

Et par le 68 probleme 1 ① vaudra 6.

Je di que 2. 6. 18. ſont les trois nombres requis.

Demonſtration.

La ſomme de 2. 6. 18. eſt 26, ce ſont doneques les trois parties de 26. Elles ſont auſſi continues proportionelles, car comme 2 a 6, ainſi 6 a 18. Item le quarré de la moienne 6, qui eſt 36, eſt egal à la ſomme de 24 & 12, à ſçavoir le double du produict de la moienne, par le moindre 2, qui eſt 24, & le ſextuple de la moindre 2, qui eſt 12, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

LES SIX PREMIERS LIVRES

D'ALGEBRE

DE

DIOPHANTE D'ALEXANDRIE.

Dont les quatres premiers ſont traduicts en langue Françoiſe: & expliquez par SIMON STEVIN de Bruges. *Et les deux derniers par* ALBERT GIRARD, Samielois.

PREFACE DE STEVIN.

IL eſt vray, que nous avons deſcript cy devant, pluſieurs exemples d'Algebre, qui pourroyent ſuffire à leur probleme, d'autant plus que bonne partie d'iceux contiennent double utilité; Au premier qu'ils declarent le ſtyle & la maniere requiſe en operation Algebraique; Au ſecond qu'ils ſervent aux origines des conſtructions des precedens problemes, demonſtrans ainſi les cauſes des choſes: neantmoins voulans en tout plus abondamment ſatisfaire, & donner plus de contentement aux ſinguliers eſprits, qui ſe pourroyent complaindre de la petite quantité de ſubtiles queſtions, il m'a ſemblé bon de conjoindre à ce 81 probleme, comme pour exemples du meſme, les quatre premiers livres de Diophante, tant pour leurs treſſubtiles & habiles operations, comme auſſi qu'ils n'ont encores eſté divulgez, que je ſçache, en langue Françoiſe.

Or Diophante environ le commencement de ſon premier livre, ſe dict comprendre ſon Arithmetique en 13 livres, leſquels aucuns affirment tous exiſter: Et entre autres Jehan de Regiomonte ſe dict les avoir veu à la Vaticane Bibliotheque de Rome; mais les ſix premiers ſont pour le preſent ſeulement venuz en lumiere, transferez de langue Greque en Latine, par Guillaume Xylandre, & par le meſme diligemment expliquez. Sur les deux premiers a commenté Maxime Planude. Suide & autres diſent, que Hypatheia femme philoſophe & Royne d'Alexandrie en a auſſi treſdoctement commentée, mais ſes œuvres ne ſont point encore divulgées.

Or deſdicts ſix livres, nous convertirons ſeulement le Premier, Second, Troiſieſme, & Quatrieſme, laiſſant le Cincquieſme, & Sixieſme, pour empeſchement d'autres occupations plus neceſſaires. Quant au texte de Diophante, nous ne nous obligerons pas tant à la lettre, qu'au ſens d'iceluy, & ce pour deux raiſons: Premierement que l'exemplaire Grecq duquel Xylandre l'avoit tranſlaté, a eſté (par le ſouvent reſcrire, comme il ſemble) ſi rempli de vices (dont Xylandre s'en complaint ſouventesfois) que le texte de Diophante, ne ſe pourroit expliquer de mot à mot: Au ſecond que nous avons voulu diriger les meſmes queſtions, en forme & diſpoſition comme les precedentes. Quant aux nombres propoſez du premier livre (qui eſt de queſtions n'ayans qu'une ſolution) nous les avons changé, & mis en leurs lieux des moindres: Des autres livres dont les queſtions ont ſolutions en multitude infinie, nous avons prins les meſmes nombres.

PREMIER

PREMIER LIVRE

D'ALGEBRE

DE

DIOPHANTE D'ALEXANDRIE;

Traduict en langue Françoiſe & expliqué par SIMON STEVIN *de Bruges.*

Preface de Diophante.

APERCEVANT, treſcher Dionyſe, que vous eſtiez deſireux d'entendre l'explication des queſtions qui ſe propoſent en nombres, me ſuis adonné de vous preparer la raiſon & moyen d'y parvenir, voire par les fondemens meſmes, ſur leſquels la choſe eſt entierement apuyée, prenant pour commencement la deſcription de la nature & force des nombres: laquelle choſe combien d'aventure elle ſemble treſdifficile (eſtant pour l'heure incognue) par ce que les eſprits de ceux qui commencent ne ſont pas enclinez à bon eſpoir de pouvoir comprendre la choſe: Toutesfois & voſtre courage, & ma demonſtration, fera que facilement l'entendrés, car ceux la apprennent vitement, auſquels à l'appetit d'appendre s'applique la doctrine.

STEVIN.

APRES *ladicte Preface Diophante commence aux definitions des nombres, & choſes neceſſaires à la conſtruction des queſtions: les meſmes nous paſſons outre, à cauſe de briefueté: Auſsi (comme nous avons deſſus dict) que nous uſerons aux conſtructions, de noz fondemens qui ſont copieuſement declarez ci devant; Seulement nous deſcirons ici les characteres de Diophante, ſignifians quantitez algebraiques, à cauſe que nous les uſerons en quelques lieux, ou le texte de Diophante ſera tranſlaté de mot à mot. Les characteres ſont tels:*

Nombre	N	Qui ſignifient ſelon noſtre maniere.	①
Quarré	Q		②
Cube	C		③
Quarré de quarré	QQ		④
Quarré de cube	QC		⑥
Cube de cube	CC		⑨
Vnité	V		

Nous viendrons doncques à la premiere queſtion, de laquelle le ſens eſt tel:

QVESTION I.

PArtons 7 *en deux parties telles, que la majeure excede la moindre en* 3.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre partie requiſe	1①	2
Ergo la majeure partie	1①+3	5
Leur ſomme	1①+3	7
Egale à		7

Leſquels termes reduicts 2 ① ſeront egales à 4; Et par le 67 probleme 1 ① vaudra 2.

Je di que 2 & 5 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme de 2 & 5 eſt 7; ce ſont doneques les parties de 7. Item 5 excede à 2 en 3, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION II.

PArtons 8 *en deux parties, qui ſoyent en raiſon triple.*

CONSTRVCTION.

Soit la moindre partie requiſe	1①	2
Et la majeure ſera ſon triple	3①	6
Leur ſomme	4①	8
Egale à		8

Et par le 76 probleme 1 ① vaudra 2.

Je di que 2 & 6 ſont les nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme de 6 & 2 eſt 8; ce ſont doneques les parties de 8. Item 6 eſt triple à 2, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION III.

PArtons 10 *en deux parties telles, que la majeure ſoit le triple plus* 2 *de la moindre.*

CONSTRVCTION.

Soit la moindre partie requiſe	1①	2
Ergo la majeure	3①+2	8
Leur ſomme	4①+2	10
Egale à		10

Leſquels reduicts 4 ① ſeront egales à 8. Et par le 67 probleme, 1 ① vaudra 2.

Je di que 2 & 8 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme de 2 & 8, eſt 10, ce ſont doncques les parties de 10. Item 8 eſt le triple +2 de 2, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION IV.

TRouvons *deux nombres en raiſon triple, & que le majeur excede au moindre en* 4.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre requis	1①	2
Ergo le maieur ſon triple	3①	6
Leur difference	2①	4
Egale à		4

Et par le 67 probleme 1 ① vaudra 2.

Je di que 2 & 6 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Le 6 eſt triple à 2, & excede au 2, en 4; ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Qvestion V.

Partons 14 en deux parties telles, que le tiers de la premiere, avec la moitie de la ſeconde, ſoit 6.

Construction.

Soit le tiers de la premiere partie 1 ①	2
Ergo la premiere partie 3 ①	6
Or puis que le tiers de la premiere partie, avec la moitie de la ſeconde, doibt faire 6, ergo la moitie de la ſeconde ſera —1 ① + 6	4
Ergo la ſeconde partie ſon double —2 ① + 12	8
Somme de la premiere & ſeconde partie 1 ① + 12	14
Egale à 14	

Leſquels reduicts, 1 ① ſera egale ou vaudra 1.

Je di que 6 & 8 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme de 6 & 8, eſt 14, ce ſont doncques les parties de 14. Item le tiers de 6, qui eſt 2, avec 4 moitie du 8, faict 6, ſelon le requis, ce qu'il falloit demonſtrer.

Qvestion VI.

Partons 16 en deux parties telles, que la moitie de la premiere, excede au tiers de la ſeconde en 3.

Construction.

Soit la moitie de la premiere partie requiſe 1 ①	5
Ergo la premiere partie 2 ①	10
Et puis qu'il faut que 1 ① moitie de la premiere partie excede au tiers de la ſeconde en 3, ergo le tiers de la ſeconde partie ſera 1 ① —3	2
Ergo la ſeconde partie ſera ſon triple 3 ① —9	6
Somme de la premiere & ſeconde partie 5 ① —9	16
Egale à 16	

Leſquels reduicts 5 ① ſeront egales à 25; Et 1 ① par le 67 probleme, vaudra 5.

Je di que 10 & 6 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme de 10 & 6 eſt 16, ce ſont doncques les parties de 16. Item 5 (moitie de 10) excede à 2 (tiers de 6) en 3, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Qvestion VII.

Trouvons un nombre duquel ſoubſtraict 5, & du meſme ſoubſtraict 2, que la majeure reſte ſoit double au moindre reſte.

Construction.

Soit le nombre requis 1 ①	8
Du meſme ſoubſtraict 5, demeure pour moindre reſte 1 ① —5	3
Et dudict nombre requis ſoubſtraict 2, demeure pour moindre reſte 1 ① —2	6
Egale au double de la moindre reſte qui eſt à 2 ① —10	6

Leſquels reduicts 1 ① ſera egale ou vaudra 8.

Je di, que 8 eſt le nombre requis. *Demonſtration.* Soubſtrayons 5 de 8, reſte 3, puis 2 de 8, reſte 6, qui eſt double au 3, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Qvestion VIII.

Trouvons un nombre, lequel premierement ajouſté à 2, puis à 7, que les deux ſommes ſoyent en raiſon double.

Construction.

Soit le nombre requis 1 ①	3
Le meſme ajouſte à 2, faict pour moindre ſomme 1 ① + 2	5
Et ledict nombre requis ajouſté à 7, faict pour maieure ſomme 1 ① + 7	10
Egale au double de la moindre ſomme, qui eſt à 2 ① + 4	10

Leſquels reduicts 1 ① ſera egale ou vaudra 3.

Je di que 3 eſt le nombre requis. *Demonſtration.* Ajouſtons 3 a 2, faict 5; Puis ledict 3 a 7 faict 10, qui eſt en double raiſon a 5, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Qvestion IX.

Trouvons un nombre, qui premierement ſoubſtraict de 5, & puis de 7, que les reſtes ſoyent en raiſon double.

Construction.

Soit le nombre requis 1 ①	3
Le meſme ſoubſtraict de 5 demeure pour moindre reſte —1 ① + 5	2
Et ledict nombre requis ſoubſtraict de 7, demeure pour maieure reſte —1 ① + 7	4
Egal au double du moindre teſte qui eſt à —2 ① + 10	4

Leſquels reduicts 1 ① ſera egale ou vaudra 3.

Je di que 3 eſt le nombre requis. *Demonſtration.* Soubſtraict 3 de 5, reſte 2; Puis ſoubſtraict ledict 3 de 7, reſte 4, qui eſt double audict 2, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtret.

Qvestion X.

Trouvons un nombre, auquel ajouſté 3, & le meſme nombre requis ſoubſtraict de 5, que ſomme à reſte aie raiſon triple.

Construction.

Soit le nombre requis 1 ①	3
Auquel ajouſté 3, la ſomme eſt 1 ① + 3	9
Et ſoubſtraict ledict nombre requis de 5, reſte —1 ① + 5	2
Son triple —3 ① + 15	6
Egal à la ſuſdicte ſomme 1 ① + 3	6

Leſquels reduicts 4 ① ſeront egales à 12, & par le 67 probleme 1 ① vaudra 3.

Je di que 3 eſt le nombre requis. *Demonſtration.* Ajouſté 3 a 3, donne ſomme 6, puis ſoubſtraict ledict 3 de 5, reſte 2, auquel la ſomme 6, obtient raiſon triple, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Qvestion XI.

Trouvons un nombre, auquel ajouſté 4, & du meſme nombre requis ſoubſtraict 2, que la ſomme ſoit triple au reſte.

Construction.

Soit le nombre requis 1 ①	5
Auquel ajouſté 4, la ſomme eſt 1 ① + 4	9
Et dudict nombre requis ſoubſtraict 2, reſte 1 ① —2	
Le triple 3 ① —6	9
Egal à la ſuſdicte ſomme 1 ① + 4	9

Leſquels reduicts 2 ① ſeront egales à 10; Et par le 67 probleme 1 ① vaudra 5.

Je di que 5 eſt le nombre requis. *Demonſtration.* Ajouſté 4 à 5, donne ſomme 9, & dudict 5 ſoubſtraict 2, reſte 3; auquel la ſuſdicte ſomme 9, eſt en raiſon triple, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtret.

Qvestion XII.

Partons 5 en deux nombres, & puis le meſme 5 en deux autres nombres, tellement que le maieur de la premiere partition, ſoit le double du moindre de la derniere partition. Et le maieur de la derniere partition, le triple du moindre de la premiere partition.

Con-

CONSTRVCTION.

Soit le maieur nombre de la premiere partition 1 ①	4
Son ſubdouble pour le moindre nombre de la derniere partition eſt $\frac{1}{2}$ ①	2
Mais puis que le moindre nombre de la derniere partition eſt $\frac{1}{2}$ ①, ergo le maieur nombre de la derniere partition ſera $-\frac{1}{2}$ ① + 5	3
Son ſubtriple pour le moindre nombre de la premiere partition $-\frac{1}{6}$ ① + $\frac{5}{3}$	1
Somme du premier & quatr. en l'ordre $\frac{5}{6}$ ① + $\frac{5}{3}$	5
Egale à	5

Leſquels reduicts $\frac{5}{6}$ ① ſeront egales à $\frac{10}{3}$; Et par le 67 probleme, 1 ① vaudra 4.

Je di, que 4 & 1 nombre de la premiere partition, & 3 & 2, nombres de la derniere partition, ſont les nombres requis. *Demonſtration.* 4 & 1 font 5. Item 3 & 2 font auſſi 5, ce ſont doncques les parties de 5. Item 4 eſt le double du 2, & 3 eſt le triple de 1, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XIII.

PArtons 25 trois fois en deux nombres, ainſi que le maieur nombre de la premiere partition, ſoit le triple du moindre de la ſeconde partition; Et que le maieur nombre de la ſeconde partition, ſoit le double du moindre de la troiſieſme partition; Et que le maieur nombre de la troiſieſme partition, ſoit le quadruple du moindre de la premiere partition.

CONSTRVCTION.

Soit le maieur nombre de la premiere partition 1 ①	21
Ergo le moindre nombre de la ſeconde partition ſon ſubtriple, ſera $\frac{1}{3}$ ①	7
Ergo le maieur nombre de la ſeconde partition $-\frac{1}{3}$ ① + 25	18
Ergo le moindre nombre de la troiſieſme partition ſon ſubdouble $+\frac{1}{6}$ ① + 12 $\frac{1}{2}$	9
Et puis que le maieur nombre de la premiere partition eſt 1 ①, doncques le moindre nombre de la premiere partition ſera -1 ① + 25	4
Son quadruple pour le maieur nombre de la troiſieſme partition, ſera -4 ① + 100	16
Somme du quatrieſme & ſixieſme en l'ordre $+4\frac{1}{6}$ ① + 112 $\frac{1}{2}$	25
Egales à	25

Leſquels reduicts 4 $\frac{1}{6}$ ① ſeroot egales à 87 $\frac{1}{2}$; Et par le 67 probleme 1 ① vaudra 21.

Je di, que 21 & 4, oombres de la premiere partition, & 18 & 7, oombres de la deuxieſme partition, & 16 & 9, nombres de la troiſieſme partition, ſont les nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme de 21 & 4, eſt 25, & de 18 & 7, eſt auſſi 25, & de 16 & 9, eſt auſſi 25, ce ſont doncques les parties de 25. Item 21 eſt triple au 7, & 18 eſt double au 9, & 16 eſt quadruple au 4, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XIV.

TRouvons deux nombres eels, que leur produict ſoit triple à leur ſomme.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis 1 ①	12
Et le ſecond quelque nombre maieur que le denominateur de la triple raiſon requiſe, c'eſt à dire maieur que 3, ſoit 4	4
Somme du premier & ſecond nombre 1 ① + 4	16
Son triple 3 ① + 12	48
Egal au produict du premier & ſecond nombre 4 ①	48

Leſquels reduicts, 1 ① ſera egal ou vaudra 12.

Je di que 12 & 4 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Le produict de 12 & 4, eſt 48, qui eſt triple à 16, ſomme de 12 & 4; ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XV.

TRouvons deux nombres tels, que du premier ſoubſtraict 15, & les ajouſtant au ſecond, que la ſomme ſoit double au reſte. Item ſoubſtraict du ſecond nombre 25, & les ajouſtant au premier, que la ſomme ſoit eriple au reſte.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis 1 ① + 15	47
Ergo le ſecond nombre (à fin que ſoubſtraict du premier 15, & les ajouſtant au ſecond, la ſomme ſoit double au reſte) ſera 2 ① — 15	49
Duquel ſoubſtraict 25, reſte 2 ① — 40	24
Et ajouſté leſdicts 25 au premier nombre, la ſomme eſt 1 ① + 40	72
Qui eſt aor triple au reſte troiſieſme en l'ordre, doocques le triple du troiſieſme en l'ordre, qui eſt 6 ① — 120	72
Sera egal au meſme quatrieſme en l'ordre 1 ① + 40	

Leſquels reduicts 5 ① ſeront egales à 160; Et par le 67 probleme 1 ① vaudra 32.

Je di que 47 & 49 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* De 47 ſoubſtraict 15, reſte 32, & ajouſtant 15 à 49, donne ſomme 64, qui eſt double au reſte 32. Item de 49 ſoubſtraict 25, reſte 24, & ajouſtant les 25 au 47, donne ſomme 72, qui eſt triple à ladicte reſte 24, ſelon le requis, ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XVI.

TRouvons trois nombres, deſquels la ſomme du premier & ſecond ſoit 5, & du ſecond & troiſieſme 7, & du troiſieſme & premier 6.

CONSTRVCTION.

Soit la ſomme des trois nombres requis 1 ①	9
Puis ſoubſtraict du meſme le premier & deuxieſme nombre, qui font enſemble 5, reſte pour le troiſieſme nombre 1 ① — 5	4
Et par la meſme raiſon tronverons nous le premier 1 ① — 7	2
Et le ſecond nombre 1 ① — 6	3
Somme du premier ſecond & troiſieſme nombre 3 ① — 18	9
Egale au premier en l'ordre qui eſt 1 ①	9

Leſquels reduicts 2 ① ſeront egales à 18; Et par le 67 probleme 1 ① vaudra 9.

Je di que 2. 3. 4. ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme de 2 & 3 eſt 5, & de 3 & 4 eſt 7, & de 4 & 2 eſt 6, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XVII.

TRouvons quatre nombres tels, que la ſomme du premier ſecond & troiſieſme, ſoit 9; Et du ſecond troiſieſme & quatrieſme, 12; Et du troiſieſme quatrieſme & premier, 11; Et du quatrieſme premier & ſecond 10.

CONSTRVCTION.

Soit la ſomme des quatre nombres requis 1 ①	14
Puis ſoubſtraict de la meſme la ſomme du premier ſecond & troiſieſme nombre, qui eſt 9,	

reſte

reſte pour le quatrieſme nombre requis	1①—9	5
Et pour meſme raiſon ſera le premier nombre	1①—12	2
Et le ſecond nombre	1①—11	3
Et le troiſieſme nombre	1①—10	4
Somme du premier ſecond troiſieſme & quatrieſme nombre	4①—42	14
Egale au premier en l'ordre qui eſt	1①	14

Leſquels reduicts, 3① ſeront egales à 42; Et par le 67 probleme, 1① vaudra 14.

Je di, que 2. 3. 4. 5. ſont les quatre nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme de 2.3.4. eſt 9, & de 3. 4. 5. eſt 12, & de 4.5.2. eſt 11, & de 5.2.3. eſt 10, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Qvestion XVIII.

TRouvons trois nombres, deſquels la ſomme du premier & ſecond, excede au troiſieſme en 7; Et du ſecond & troiſieſme, au premier en 3; Et du troiſieſme & premier, au ſecond en 1.

Construction.

Soit la ſomme des trois nombres requis	1①	11
Or puis que la ſomme du premier & ſecond nombre, excede le troiſieſme en 7, s'enſuit par le theoreme ſuivant, que la ſomme de tous les nombres requis, ſera le double du troiſieſme nombre plus 7; Soubſtraict doncques du premier en l'ordre 7, reſte 1①—7, pour le double du troiſieſme; Ergo ſa moitié pour le troiſieſme nombre requis, eſt	$\frac{1}{2}$①—3$\frac{1}{2}$	2
Et pour la meſme raiſon le premier ſera	$\frac{1}{2}$①—1$\frac{1}{2}$	4
Et le ſecond	$\frac{1}{2}$①—$\frac{1}{2}$	5
Somme du premier ſecond & troiſieſme nombre	1$\frac{1}{2}$①—5$\frac{1}{2}$	11
Egale au premier en l'ordre, qui eſt	1①	11

Leſquels reduicts $\frac{1}{2}$① ſera egale à 5$\frac{1}{2}$; Et par le 67 probleme 1① vaudra 11.

Je di, que 4. 5. 2. ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme de 4 & 5, eſt 9, qui excede à 2 en 7.

Item la ſomme de 5 & 2, qui eſt 7, excede au 4 en 3.

Item la ſomme de 2 & 4, eſt 6, qui excede à 5 en 1, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Theoreme.

LA ſomme de quelques nombres, avec quelque autre nombre, eſt egale au double d'iceluy autre nombre, avec l'exces de ladicte ſomme ſur iceluy autre nombre.

Explication du donné. Soyent donnez quelques nombres 4 & 5, & quelque autre nombre 2. *Explication du requis.* Il faut demonſtrer par iceux nombres ce qui eſt requis au theoreme. *Demonſtration.* La ſomme de 4 & 5, eſt 9, qui avec l'autre nombre 2, faict 11. Le meſme eſt egal à 4 (double de 2) avec 7, exces de ladicte ſomme 9, ſur ledict autre nombre 2.

Soyent autre fois quelques nombres 7. 3. 5. 6. & quelque autre nombre 29. Or la ſomme de 7. 3. 5. 6. eſt 21, qui avec l'autre nombre 29, faict 50. Le meſme eſt egal à 58 (double de 29) avec—8, exces de ladicte ſomme 21; ſur ledict autre nombre 29. *Concluſion.* La ſomme doncques de quelques nombres, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

Qvestion XIX.

CEſte 19 queſtion, eſt la meſme que la 18, mais elle ſe ſera par autre conſtruction comme s'enſuit.

Construction.

Soit le troiſieſme nombre requis	1①	2
Or puis que la ſomme du premier & ſecond excede au troiſieſme en 7, leur ſomme doncques ſera neceſſairement	1①+7	9
Et puis que la ſomme du ſecond & troiſieſme, excede au premier en 3, ie poſe que le ſecond ſoit la moitié de la ſomme de 7 & 3, qui eſt	5	5
Qui ſoubſtraict de la ſomme du premier & ſecond 1①+7, reſte pour le premier	1①+2	4
Reſte maintenant que la ſomme du troiſieſme & premier qui eſt	2①+2	6
Soit egale à la ſomme de 1, dernier excés, & 5 du ſecond nombre (car ainſi excedera la ſomme du troiſieſme & premier au ſecond en 1) ſont	6	

Leſquels reduicts, a① ſeront egales à 4; Et par le 67 probleme, 1① vaudra 2.

Je di, que 4. 5. 2. ſont les trois nombres requis; dont la demonſtration eſt faicte à la precedente queſtion.

Qvestion XX.

TRouvons quatre nombres, deſquels la ſomme du premier ſecond & troiſieſme, excede au quatrieſme en 3; Et du ſecond troiſieſme & quatrieſme au premier en 11; Et du troiſieſme quatrieſme & premier au ſecond en 13; Et du quatrieſme premier & ſecond au troiſieſme en 7.

Construction.

Soit la ſomme des quatre nombres requis	1①	17
Or puis que la ſomme du premier ſecond & troiſieſme excede le quatrieſme en 3, s'enſuit par le theoreme de la 18 queſtion, que la ſomme de tous les nombres requis, ſera le double du quatrieſme nombre plus 3; Soubſtraict doncques du premier en l'ordre 3, reſte 1①—3 pour le double du quatrieſme nombre requis; Ergo ſa moitié pour le quatrieſme nombre requis ſera	$\frac{1}{2}$①—1$\frac{1}{2}$	7
Et pour meſme raiſon le premier ſera	$\frac{1}{2}$①—5$\frac{1}{2}$	3
Et le ſecond	$\frac{1}{2}$①—6$\frac{1}{2}$	2
Et le troiſieſme	$\frac{1}{2}$①—3$\frac{1}{2}$	5
Somme du premier ſecond troiſieſme & quatrieſme nombre, eſt	2①—17	17
Egale au premier en l'ordre, qui eſt	1①	17

Leſquels reduicts, 1① ſera egale à 17.

Je di que 3. 2. 5. 7. ſont les quatre nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme de 3. 2. 5. eſt 10, qui excede au 7 en 3. Item la ſomme de 2. 5. 7. eſt 14, qui excede au 3 en 11. Item la ſomme de 5. 7. 3. eſt 15, qui excede au 2 en 13. Item la ſomme de 7. 3. 2. eſt 12, qui excede au 5 en 7, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Qvestion XXI.

CEſte 21 queſtion, eſt la meſme que la 20, mais elle ſe ſera par autre conſtruction en ceſte ſorte:

Construction.

Soit le quatrieſme nombre requis	1①	7
Or puis que la ſomme du premier ſecond & troiſieſme, excede au quatrieſme en 3, icelle ſomme ſera	1①+3	10

Et

Et puis que la ſomme du ſecond troiſieſme & quatrieſme, excede au premier en 11, je poſe que le ſecond & troiſieſme ſoit la moitie de la ſomme des exces 11 & 3, qui eſt 7	7
Qui ſoubſtraict de la ſomme du premier ſecond & troiſieſme $1①+3$, reſte le premier $1①-4$	3
Or puis que la ſomme du ſecond troiſieſme & quatrieſme excede au premier en 11; Item que la ſomme du troiſieſme quatrieſme & premier excede au ſecond en 13; Ergo la ſomme du troiſieſme & quatrieſme, ſera la moitie d'iceux exces 11 & 13, qui eſt 12	12
Duquel ſoubſtraict le quatrieſme $1①$, reſte pour le troiſieſme $-1①+12$	5
Mais la ſomme du ſecond & troiſieſme eſt 7, duquel ſoubſtraict le troiſieſme, reſte pour le ſecond $1①-5$	2
Reſte maintenant que la ſomme du quatrieſme premier & ſecond $3①-9$, excede au troiſieſme $-1①+12$, en 7, mais elle luy excede en $4①-21$, ergo $4①-21$	7
Sont egales à 7	

Leſquels reduicts $4①$ ſeront egales à 28, & par le 67 probleme, $1①$ vaudra 7.

Je di, que 3. 2. 5. 7, ſont les quatre nombres requis, dont la demonſtration eſt faicte, à la precedente queſtion.

Qvestion XXII.

Partons 12 en trois nombres tels, que la ſomme du premier & ſecond ſoit le triple du troiſieſme; Et la ſomme du troiſieſme & ſecond, le quincuple du premier.

Construction.

Soit le troiſieſme nombre requis $1①$	3
Son triple pour la ſomme du premier & ſecond, eſt $3①$	9
Leur ſomme $4①$	12
Egale à 12	

Et par le 67 probleme, $1①$ vaudra (pour troiſieſme nombre requis) 3.

Reſte maintenant de trouver le premier & ſecond.

Soit le premier nombre requis $1①$	2
Son quincuple pour la ſomme du troiſieſme & ſecond $5①$	10
Leur ſomme $6①$	12
Egale à 12	

Et par le 67 probleme $1①$ vaudra (pour premier nombre requis) 2. Puis ſoubſtraict 3 & 2 (à ſçavoir le troiſieſme & premier nombre) de 12, reſte pour le ſecond nombre requis 7.

Je di, que 2. 7. 3. ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme de 2. 7. 3. eſt 12, ce ſont doncques les parties de 12. Item la ſomme de 2 & 7 qui eſt 9, eſt triple au 3.

Item la ſomme de 7 & 3, eſt quincuple au 2, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Qvestion XXIII.

Trouvons trois nombres tels, que le maieur excede au moyen la tierce part du moindre, & que le moyen excede au moindre, en la cinquieſme partie du maieur; Et que le moindre, excede au quart du moyen en 4.

Construction.

Soit le moyen nombre requis $1①$	8
Et puis que le moindre excede au $\frac{1}{4}$ du moyen en 4, le moindre ſera le quart du moyen plus 4 qui eſt $\frac{1}{4}①+4$	6
Or le moyen excede au moindre, en la $\frac{1}{3}$ du majeur, ſoubſtraict doncques le moindre du moyen, reſte pour la $\frac{2}{3}$ du majeur $\frac{3}{4}①-4$, ſon triple pour le majeur eſt $\frac{2}{4}①-20$	10
Or le majeur excede au moyen, en la $\frac{1}{3}$ du moindre, ſoubſtraict doocques le moyen du majeur, reſte pour la $\frac{2}{3}$ du moindre $\frac{2}{4}①-20$, ſon triple pour le moindre $\frac{2}{4}①-60$	6
Egal au ſecond en l'ordre qui eſt $\frac{1}{4}①+4$	6

Leſquels reduicts 8 ① ſeront egales à 64, & par le 67 probleme $1①$ vaudra 8.

Je di que 6. 8. 10. ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* Le majeur nombre 10, excede au moyen 8 en 2, qui eſt la tierce part du moindre 6. Item le moyen 8, excede au moindre 6 en 2, qui eſt la cinquieſme part du majeur 10. Item le moindre 6, excede au 2 (qui eſt la quatrieſme partie du moyen 8) en 4, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Qvestion XXIV.

Ceſte 24 queſtion, eſt la meſme que la 23, mais elle ſe fera ici par autre conſtruction en ceſte ſorte.

Construction.

Soit le moindre nombre requis $1①+4$	6
Et puis que le quart du moyen, eſt excede du moindre en 4, le moyen ſera $4①$	8
Et puis que le majeur excede au moyen le $\frac{1}{3}$ du moindre, qui eſt $\frac{1}{3}①+\frac{4}{3}$, la ſomme d'icelui tiers du moindre & du moyen pour le majeur nombre ſera $4\frac{1}{3}①+\frac{4}{3}$	10
Et puis que le moyen, excede au moindre en la $\frac{2}{5}$ du majeur, qui eſt $\frac{1\,2}{1\,5}①+\frac{4}{1\,5}$, la ſomme du moindre & de la $\frac{1}{5}$ du majeur pour le moyen ſera $1\frac{3}{1\,5}①+4\frac{4}{1\,5}$	8
Egale au ſecond en l'ordre qui eſt $4①$	8

Leſquels reduicts $2\frac{2}{15}①$ ſeront egales à $4\frac{4}{14}$; Et par le 67 probleme, $1①$ vaudra 2.

Je di, que 6. 8. 10 ſont les trois nombres requis, dont la demonſtration eſt faicte à la precedente 23 queſtion.

Qvestion XXV.

Trouvons trois nombres tels, que la ſomme des $\frac{3}{4}$ du ſecond, & du $\frac{2}{3}$ du premier, ſoit egale à la ſomme des $\frac{4}{5}$ du troiſieſme, & $\frac{1}{4}$ du ſecond. Item egale à la ſomme des $\frac{3}{5}$ du premier; & $\frac{1}{3}$ du troiſieſme.

Nota. I'ai prins en ceſte queſtion les meſmes nombres de Diophante, j'ai auſſi ſuivi ſon operation, poſant premierement $3①$, à fin d'autant plus manifeſtement declarer (dont Xylandre ſe complaint au meſme lieu) ce qui deffaut en l'exemplaire Grec, auquel il y a ſeulement *ſecond troiſieſme & premier*, la ou toutesfois il faut dire, à mon avis, $\frac{3}{4}$ *du ſecond, &* $\frac{4}{5}$ *du troiſieſme, &* $\frac{2}{3}$ *du premier.*

Construction.

Soit le premier nombre requis $3①$	6
Et le ſecond quelque nombre Arithmetique ſoit	4
Somme des $\frac{3}{4}$ du ſecond, & $\frac{2}{3}$ du premier, eſt $1①+3$	5
Or puis que (ſelon la queſtion) les $\frac{2}{3}$ du premier (qui ſont $2①$) avec le $\frac{1}{3}$ du troiſieſme faut eſtre egal au troiſieſme en l'ordre, s'enſuit que $2①$ ſoubſtraicts de $1①+3$, la reſte pour $\frac{1}{3}$ du troiſieſme nombre requis ſera $-1①$	

+ 33

+ 3; Et ſon quinceuple pour le troiſieſme nombre requis, ſera — 5 ① + 15	5
Multipliant doncques $\frac{1}{5}$ du troiſieſme, qui eſt — 1 ① + 3 par 4, le produict ſera $\frac{4}{5}$ du troiſieſme, lequel produict eſt — 4 ① + 12	4
Au meſme ajouſté ſelon la queſtion le $\frac{1}{4}$ du ſecond, qui eſt 1, faict — 4 ① + 13	5
Egal au troiſieſme en l'ordre qui eſt 1 ① + 3	5

Leſquels reduicts 5 ① ſeront egales à 10; Et par le 67 probleme, 1 ① vaudra 2.

Je dy, que 6. 4. 5. ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* Premierement la ſomme de 3 & 2, qui eſt 5 (à ſçavoir 3 pour les $\frac{3}{4}$ du ſecond nombre 4, & 2 pour le $\frac{2}{3}$ du premier nombre 6) eſt egale à la ſomme de 4 & 1, à ſçavoir 4 pour les $\frac{4}{5}$ du troiſieſme nombre 5, & 1 pour le $\frac{1}{4}$ du ſecond nombre 4. Au ſecond ladicte ſomme 5, eſt auſſi egale à la ſomme de 4 & 1, à ſçavoir 4 pour les $\frac{2}{3}$ du premier nombre 6, & 1 pour $\frac{1}{5}$ du troiſieſme nombre 5, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Queſtion XXVI.

Trouvons quatre nombres tels, que la ſomme des $\frac{3}{4}$ du ſecond & $\frac{1}{3}$ du premier, ſoit egale à la ſomme des $\frac{4}{5}$ du troiſieſme, & $\frac{2}{3}$ du ſecond. Item egale à la ſomme des $\frac{1}{6}$ du quatrieſme, & $\frac{2}{4}$ du troiſieſme. Item egale à la ſomme des $\frac{2}{3}$ du premier, & $\frac{1}{6}$ du quatrieſme.

Conſtruction.

Soit le premier nombre 3 ①	$\frac{150}{23}$
Et le ſecond quelque nombre Arithmetique, ſoit 4	4
Somme des $\frac{3}{4}$ du ſecond, & du $\frac{1}{3}$ du premier eſt 1 ① + 3	$\frac{129}{23}$
Or puis que ſelon la queſtion, la ſomme des $\frac{2}{3}$ du premier (qui ſont 2 ①) & de $\frac{1}{6}$ du quatrieſme, faut eſtre egale au troiſieſme en l'ordre, s'enſuit que 2 ① ſoubſtraict dudict troiſieſme en l'ordre, la reſte (pour $\frac{1}{6}$ du quatrieſme) ſera — 1 ① + 3; Et ſon ſextuple pour le 4 nombre requis — 6 ① + 18	$\frac{114}{23}$
Et puis que la ſomme des $\frac{2}{6}$ du quatrieſme (qui ſont — 5 ① + 15) & $\frac{2}{4}$ du troiſieſme, faut eſtre egale au troiſieſme en l'ordre, s'enſuit que — 5 ① + 15, ſoubſtraict de 1 ① + 3, la reſte pour la $\frac{1}{3}$ du troiſieſme, ſera 6 ① — 12, & ſon quincuple pour le troiſieſme nombre 30 ① — 60	$\frac{129}{23}$
Multipliant doncques $\frac{1}{5}$ du troiſieſme (qui eſt 6 ① — 12) par 4, le produict pour $\frac{4}{5}$ du troiſieſme ſera 24 ① — 48	$\frac{-96}{23}$
Au meſme ajouſté le $\frac{1}{4}$ du ſecond, qui eſt 1, la ſomme eſt 24 ① — 47	$\frac{129}{21}$
Egale au troiſieſme en l'ordre, qui eſt 5 ① + 3	$\frac{115}{23}$

Leſquels reduicts 23 ① ſeront egales à 50; Et par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{50}{23}$.

Je dy que $\frac{150}{23}$. 4. $\frac{129}{23}$. $\frac{114}{23}$ ſont les 4 nombre requis. *Demonſtration.* Premierement la ſomme de 3 & $\frac{50}{23}$, qui eſt $\frac{119}{23}$ (à ſçavoir 3 pour les $\frac{3}{4}$ du ſecond nombre 4, & $\frac{1}{23}$ pour le $\frac{1}{3}$ du premier $\frac{150}{23}$) eſt egale à la ſomme de $\frac{96}{23}$, & 1 (à ſçavoir $\frac{96}{23}$ pour les $\frac{4}{5}$ du troiſieſme, & 1 pour le $\frac{1}{4}$ du ſecond) Au ſecond ladicte ſomme de $\frac{119}{23}$, eſt auſſi egale à la ſomme de $\frac{91}{23}$ & $\frac{24}{23}$ (à ſçavoir $\frac{21}{23}$ pour les $\frac{2}{6}$ du quatrieſme $\frac{114}{23}$, & les $\frac{24}{23}$ pour le $\frac{1}{5}$ du troiſieſme $\frac{120}{23}$) Au troiſieſme ladicte ſomme de $\frac{119}{23}$, eſt auſſi egale à la ſomme de $\frac{100}{23}$, & $\frac{19}{23}$ (à ſçavoir $\frac{100}{23}$ pour les $\frac{2}{3}$ du premier $\frac{150}{23}$, & les $\frac{19}{23}$ pour la $\frac{1}{6}$ du quatrieſme $\frac{114}{23}$) ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Nota. Les queſtions qui ne ſe peuvent faire ſelon nombre donné ou raiſon requiſe, ſemblent de peu d'utilité; & telles ſont les precedentes 25 & 26 & les ſuivantes 27 & 28, les conſiderant ſimplement eõme elles ſont propoſees. Mais on les peut rendre en leur parfection, à ſçavoir ſelon nombre donné, par la Reigle de Proportionelle partition. Par exemple, ſoyent 10 à partir en quatre parties ſelon le requis de ceſte 26 queſtion: On beſoignera comme devant, & apres telle operation achevée, on partira 10 en quatre parties (par le 15 probleme) entre eux en telle raiſon comme ſont les nombres de la ſolution, à ſçavoir $\frac{150}{23}$. 4. $\frac{129}{23}$. $\frac{114}{23}$. Et les quatre parties de 10 requiſes ſeront telles: $3\frac{19}{119}$. $1\frac{111}{119}$. $2\frac{62}{119}$. $2\frac{47}{119}$. dont la demonſtration ſera ſemblable à la precedente; Et le meſme s'entendra auſſi de la 25 & 27 & 28 queſtions. Mais il faut noter que cecy ſe faict en infinies manieres; Car ſi nous mettons 8 au lieu de 4 ſecond en l'ordre de la precedente conſtruction, les quatres nombres requis ſeront $\frac{300}{23}$, 8, $\frac{240}{23}$, $\frac{220}{23}$, & partiſſant 10 en parties proportionelles à iceux, les parties de 10 ſe trouveront encor autrement que les precedentes, & ainſi en l'infini.

Queſtion XXVII.

Trouvons trois nombres tels, que la ſomme du premier, & le $\frac{1}{3}$ des deux autres, ſoit egale à la ſomme du ſecond, & le $\frac{1}{4}$ des deux autres. Item egale à la ſomme du troiſieſme, & le $\frac{1}{5}$ des deux autres.

Conſtruction.

Soit le premier nombre requis 1 ①	$\frac{11}{12}$
Et le ſecond & troiſieſme ſoyent enſemble quelque nombre Arithmetique eomme 3	3
Ergo la ſomme du premier, & le $\frac{1}{3}$ des deux autres, eſt 1 ① + 1; mais la ſomme du premier, & le $\frac{1}{3}$ des deux autres eſt (ſelon la queſtion) egale à la ſomme du ſecond, & le $\frac{1}{4}$ des deux autres; ergo la ſomme du ſecond & le $\frac{1}{4}$ des deux autres, eſt 1 ① + 1, ſon quadruple 4 ① + 4.	
Doncques le quadruple de la ſomme du ſecond & le $\frac{1}{4}$ des deux autres eſt 4 ① + 4.	
Mais le triple du ſecond, plus la ſomme de tous les trois nombres eſt (par le ſuivant theoreme) egale au quadruple de la ſomme du ſecond, & le $\frac{1}{4}$ des deux autres.	
Ergo le triple du ſecond, plus la ſomme de tous les trois, eſt 4 ① + 4.	
Des meſmes ſoubſtraict la ſomme de tous les trois nombres, qui ſont le premier & ſecond en l'ordre, à ſçavoir 1 ① + 3; Reſte pour le triple du ſecond nombre 3 ① + 1, deſquels le $\frac{1}{3}$ pour le ſecond nombre, eſt 1 ① + $\frac{1}{3}$	$\frac{17}{12}$
Mais la ſomme du premier, & $\frac{1}{3}$ des deux autres, eſt (ſelon la queſtion) egale à la ſomme du troiſieſme, & le $\frac{1}{5}$ des deux autres; Ergo la ſomme du troiſieſme nombre, & le $\frac{1}{5}$ des deux autres, eſt 1 ① + 1, ſon quincuple 5 ① + 5.	
Doncques le quincuple de la ſomme du troiſieſme, & le $\frac{1}{3}$ des deux autres, eſt 5 ① + 5.	
Mais le quadruple du troiſieſme, plus la ſomme de tous les trois nombres, eſt (par le ſuivant theoreme) egale au quincuple de la ſomme du troiſieſme, & la $\frac{1}{3}$ des deux autres.	

Ergo

Ergo le quadruple troiſieſme, plus la ſomme de tous les trois; eſt $5①+5$.

Des meſmes ſoubſtraict la ſomme de tous les trois, qui ſont le premier & ſecond en l'ordre, à ſçavoir $1①+3$, reſte pour le quadruple du troiſieſme nombre $4①+2$, deſquels le $\frac{1}{4}$ pour le troiſieſme nombre $1①+\frac{1}{2}$ $\frac{19}{12}$

La ſomme du premier ſecond & troiſieſme nombre (qui ſont le premier, troiſieſme & quatrieſme en l'ordre) eſt $3①+\frac{5}{6}$ $\frac{49}{12}$

Egale à la ſomme du premier & ſecond en l'ordre $1①+3$ $\frac{49}{12}$

Leſquels reduicts $2①$ ſeront egales à $2\frac{1}{6}$; Et par le 67 probleme $1①$ vaudra $\frac{13}{12}$.

Je dis, que $\frac{13}{12}$. $\frac{17}{12}$. $\frac{19}{12}$ ſont les trois nombres requis. *Demonſtration*. Premierement la ſomme de $\frac{13}{12}$ & 1 (à ſçavoir $\frac{13}{12}$ pour le premier nombre, & 1 pour le $\frac{1}{3}$ des deux autres nombres $\frac{17}{12}$ $\frac{19}{12}$) qui eſt $\frac{25}{12}$, eſt egale à la ſomme de $\frac{17}{12}$ & $\frac{2}{3}$ (à ſçavoir $\frac{17}{12}$ pour le ſecond nombre, & $\frac{2}{3}$ pour le quart des deux autres nombres $\frac{13}{12}$ & $\frac{19}{12}$.) Au ſecond de ladicte ſomme $\frac{25}{12}$, eſt auſſi egale à la ſomme de $\frac{19}{12}$ & $\frac{1}{3}$ (à ſçavoir $\frac{19}{12}$ pour le troiſieſme nombre, & $\frac{1}{3}$ pour le $\frac{1}{3}$ des deux autres nombres $\frac{13}{12}$ & $\frac{17}{12}$) ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Theoreme.

Le multiple d'un nombre de quelques nombres donnez, plus la ſomme de tous les donnez, eſt egal au produict du multiple d'unité maieur que le premier multiple, par la ſomme dudict un nombre, & le ſemblable ſubmultiple des nombres reſtans.

Explication du donné. Soyent donnez quelques nombres 6. 5. 2. *Explication du requis.* Il faut demonſtrer par ces nombres ce qui eſt propoſé au theoreme. *Demonſtration.* Prennons le multiple de quelque nombre des donnez; ſoit le triple du ſecond 5, faict 15, au meſme ajouſté tous les nombres 6. 5. 2. la ſomme ſera 28. Or dict le theoreme, que ceſte ſomme de 28, ſera egale au quadruple (car le premier multiple eſtoit triple, & le ſecond multiple doibt eſtre d'unité maieur, ergo quadruple) de la ſomme de 5 & 2 (à ſçavoir 5 qui deſſus avoir eſté multiplié, & 2 pour ſemblable ſubmultiple des nombres reſtans, c'eſt à dire du ſubquadruple de la ſomme de 6 & 2) qui eſt auſſi 28, ſelon le theoreme.

Et pourtant nous avons dict à la 27 queſtion, que le triple du ſecond, plus la ſumme de tous les trois, eſt egal au quadruple de la ſomme du ſecond nombre, & le $\frac{1}{4}$ des deux autres.

Autre exemple.

Soyent autrefois quelques nombres tels: 2. 7. 8. 3. 5. & prenons le multiple d'un des meſmes, ſoit le ſeptuple du troiſieſme 8, faict 56; au meſme ajouſtez tous les nombres 2. 7. 8. 3. 5. la ſomme ſera 81. Or dict le theoreme, que ceſte ſomme de 81, eſt egale à l'octuple (car le premier multiple eſt ſextuple, & le ſecond multiple doibt eſtre d'unité maieur, ergo octuple) de la ſomme de 8 & $2\frac{1}{8}$ (à ſçavoir 8 qui avoit eſté multiplié cy deſſus, & $2\frac{1}{8}$ pour le ſemblable ſubmultiple des nombres reſtans, c'eſt à dire, le ſuboctuple de 17, qui eſt la ſomme de 2. 7. 3. 5.) car elle eſt auſſi 81.

Dont ſe pourroit conclure, en queſtions comme ſont la 27 & 28, que le ſeptuple du troiſieſme nombre, plus la ſomme de tous les nombres, eſt egal à l'octuple de la ſomme du troiſieſme nombre, & du $\frac{1}{8}$ des quatre autres. *Concluſion.* Le multiple doncques d'un nombre, plus la ſomme, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

Queſtion XXVIII.

Trouvons quatre nombres tels, que la ſomme du premier, & le $\frac{1}{3}$ des trois autres, ſoit egale à la ſomme du ſecond & le $\frac{1}{4}$ des trois autres: Item egale à la ſomme du troiſieſme, & le $\frac{1}{5}$ des trois autres: Item egale à la ſomme du quatrieſme, & le $\frac{1}{6}$ des trois autres.

Construction.

Soit le premier nombre requis $1①$ $\frac{47}{90}$

Et le ſecond, troiſieſme, & quatrieſme enſemble quelque nombre Arithmetique comme 3 3

Ergo la ſomme du premier & le $\frac{1}{6}$ des trois autres eſt (ſelon la queſtion) egale à la ſomme du ſecond & le $\frac{1}{4}$ des trois autres, ergo la ſomme du ſecond & le $\frac{1}{4}$ des trois autres, eſt $1①+1$, ſon quadruple $4①+4$.

Doncques le quadruple de la ſomme du ſecond & le $\frac{1}{4}$ des trois autres eſt $4①+4$.

Mais le triple du ſecond plus la ſomme de tous les quatre nombres, eſt (par le precedent theoreme) egale au quadruple de la ſomme du ſecond & le $\frac{1}{4}$ des trois autres.

Ergo le triple du ſecond, plus la ſomme de tous les quatre nombres, eſt $4①+4$.

Des meſmes ſoubſtraict la ſomme de tous les quatre nombres, qui ſont le premier & ſecond en l'ordre, à ſçavoir $1①+3$, reſte pour le triple du ſecond nombre $3①+1$, deſquels le $\frac{1}{3}$ pour le ſecond nombre eſt $1①+\frac{1}{3}$ $\frac{77}{90}$

Mais la ſomme du premier & le $\frac{1}{3}$ des trois autres, eſt ſelon la queſtion, egale à la ſomme du troiſieſme & le $\frac{1}{5}$ des trois autres; Ergo la ſomme du troiſieſme nombre & le $\frac{1}{5}$ des trois autres, eſt $1①+1$, ſon quinceuple $5①+5$.

Doncques le quinceuple de la ſomme du troiſieſme & le $\frac{1}{5}$ des trois autres, eſt $5①+5$;

Mais le quadruple du troiſieſme plus la ſomme de tous les quatre nombres eſt (par le precedent theoreme) egale au quinceuple de la ſomme du troiſieſme & la $\frac{1}{5}$ des trois autres;

Ergo le quadruple du troiſieſme, plus la ſumme de tous les quatre nnmbres, eſt $5①+5$.

Des meſmes ſoubſtraict la ſomme de tous les quatre qui ſont le premier & ſecond en l'ordre, à ſçavoir $1①+3$, reſte pour le quadruple du troiſieſme nombre $4①+2$, deſquels le $\frac{1}{4}$ pour le troiſieſme nombre $1①+\frac{1}{2}$ $\frac{92}{90}$

Mais la ſomme du premier & le $\frac{1}{3}$ des trois autres eſt (ſelon la queſtion) egale à la ſomme du quatrieſme & le $\frac{1}{6}$ des trois autres; Ergo la ſomme du quatrieſme nombre, & le $\frac{1}{6}$ des trois autres, eſt $1①+1$, ſon ſextuple $6①+6$.

Doncques le ſextuple de la ſomme du quatrieſme, & le $\frac{1}{6}$ des trois autres eſt $6①+6$.

Mais le quinceuple du quatrieſme plus la ſomme de tous les quatre nombres eſt (par le precedent theoreme) egale au ſextuple de la ſomme du quatrieſme & à $\frac{1}{6}$ des trois autres.

Ergo le quinceuple du quatrieſme, plus la ſomme de tous les quatre nombres, eſt $6①+6$.

Des meſmes ſoubſtraict la ſomme de tous les quatre nombres, qui ſont le premier & ſecond en l'ordre, à ſçavoir $1①+3$, reſte

pour le quineuple du quatrieſme nombre $5\,③+3$, deſquels le $\frac{1}{5}$ pour le quatrieſme nombre $1\,①+\frac{3}{5}$	$\frac{101}{90}$
La ſomme du premier ſecond troiſieſme & quatrieſme nombre (qui ſont le premier troiſieſme quatrieſme & cinequieſme en l'ordre) eſt $4\,①+\frac{49}{10}$	$\frac{337}{90}$
Egale à la ſomme du premier & ſecond en l'ordre $1\,①+3$	$\frac{317}{90}$

Leſquels reduicts $3\,①$ ſeront egales à $\frac{47}{30}$, & par le 67 probleme, $1\,①$ vaudra $\frac{47}{90}$.

Ie di, que $\frac{47}{90}\ \frac{77}{90}\ \frac{137}{90}\ \frac{101}{90}$ ſont les quatre nombres requis. *Demonſtration.* Premierement la ſomme de $\frac{47}{90}$ & 1, eſt $\frac{137}{90}$ (à ſçavoir $\frac{47}{90}$ pour le premier nombre, & 1 pour le $\frac{1}{3}$ des trois autres nõbres & eſt egale à la ſomme de $\frac{77}{90}$, & $\frac{2}{3}$ (à ſçavoir $\frac{77}{90}$ pour le ſecond nombre, & $\frac{2}{3}$ pour le $\frac{1}{4}$ des trois autres.) Au ſecond ladicte ſomme $\frac{137}{90}$, eſt auſſi egale à la ſomme de $\frac{93}{90}$, & $\frac{1}{2}$ (à ſçavoir $\frac{93}{90}$ pour le troiſieſme nombre, & $\frac{1}{2}$ pour le $\frac{1}{4}$ des trois autres nombres.) Au troiſieſme ladicte ſomme $\frac{137}{90}$, eſt auſſi egale à la ſomme de $\frac{101}{90}$ & $\frac{2}{5}$ (à ſçavoir $\frac{101}{90}$ pour le quatrieſme nombre, & $\frac{2}{5}$ pour le $\frac{1}{6}$ des trois autres nombres) ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Qvestion XXIX.

Soyent donnez deux nombres 8 & 2. Il faut trouver un troiſieſme, qui multiplie par les donnez, donne l'un produict quarré, & l'autre produict ſon coſté.

Construction.

Soit le nombre requis $1\,①$	2
Qui multiplie par 8 donné, faict pour premier produict $8\,①$	16
Et multiplié ledict nombre requis par 2 donné, faict pour ſecond produict $2\,①$	4
Qui doibt eſtre la racine du premier produict, ergo ſon quarré $4\,②$	16
Eſt egal au ſecond en l'ordre $8\,①$	16

Leſquels reduicts, $4\,①$ ſeront egales à 8, & par le 67 probleme $1\,①$ vaudra 2.

Ie di, que 2 eſt le nombre requis. *Demonſtration.* Multiplié 2 par 8, faict 16, & le meſme 2 multiplié par le 2 donné faict 4, qui eſt racine quarrée du quarre 16, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Qvestion XXX.

Trouvons deux nombres, deſquels la ſomme ſoit 6, & le produict des meſmes 8.

Construction.

Soit l'un nombre $1\,①$	4
Ergo l'autre $-1\,①+6$	2
Leur produict $-1\,②+6\,①$	8
Egal à 8	

Leſquels reduicts $1\,②$ ſera egale à $6\,①-8$, & par le 68 probleme, $1\,①$ vaudra 4.

Ie di, que 4 & 2 ſont les deux nombres requis. *Demonſtrat.* La ſomme de 4 & 2 eſt 6; Et le produict de 4 & 2 eſt 8, ſelon le requis, ce qu'il falloit demonſtrer.

Autre conſtruction de ceſte 30 queſtion ſelon Diophante, pour avoir à la fin ſimple quantité egale à ſimple quantité.

Soit l'un nombre requis $1\,①$, plus la moitie de la ſomme des nombres requis qui eſt 3, faict $1\,①+3$	4
Ergo l'autre nombre (puis que leur ſomme doibt eſtre 6) ſera $-1\,①+3$	2
Leur produict $-1\,②+9$	8
Egal au produict requis 8	

Leſquels reduicts $1\,②$ ſera egale à 1, & par le 78 probleme, $1\,①$ vaudra 1.

Doncques 4 & 2 ſeront les nombres requis comme deſſus.

Qvestion XXXI.

Trouvons deux nombres, deſquels la ſomme ſoit 6, & la ſomme de leurs quarrez 20.

Construction.

Soit le premier nombre $1\,①$	4
Ergo le ſecond nombre $-1\,①+6$	2
Le quarré du premier nombre eſt $1\,②$	16
Le quarré du ſecond nombre $1\,②-12\,①+36$	4
Somme des deux quarrés $2\,②-12\,①+36$	20
Egal à 20	

Leſquels reduicts $2\,②$ ſeront egales à $12\,①-16$, & par le 68 probleme, $1\,①$ vaudra 4.

Ie di, que 4 & 2 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme de 4 & 2 eſt 6, & le quarré de 4 eſt 16; auquel ajouſté le quarré de 2, qui eſt 4, la ſomme eſt 20, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Autre conſtruction de ceſte 31 queſtion, ſelon Diophante, pour avoir à la fin ſimple quantité egale à ſimple quantité.

Soit le premier nombre requis $1\,①$, plus la moitie de la ſomme des nombres requis, qui eſt 3, faict $1\,①+3$	4
Ergo le ſecond nombre (puis que leur ſomme doibt eſtre 6) ſera $-1\,①+3$	2
Le quarré du premier nombre $1\,②+6\,①+9$	16
Le quarré du ſecond nombre $1\,②-6\,①+9$	4
Sommes des deux quarrez $2\,②+18$	20
Egale à 20	

Leſquels reduicts, $2\,②$ ſeront egales à 2, & par le 68 probleme, $1\,①$ vaudra 1.

Doneques 4 & 2, ſeront les deux nombres requis, comme deſſus.

Qvestion XXXII.

Trouvons deux nombres, deſquels la ſomme ſoit 6, & deſquels le quarré de l'un, excede au quarré de l'autre, en 12.

Construction.

Soit le premier nombre $1\,①$	4
Ergo le ſecond $-1\,①+6$	2
Le quarré du premier nombre $1\,②$	16
Du meſme ſoubſtraict le quarré du ſecond nombre, qui eſt $1\,②-12\,①+36$	4
Reſte $12\,①-36$	12
Egales à 12	

Leſquels reduicts, $12\,①$ ſeront egales à 48, & par le 67 probleme, $1\,①$ vaudra 4.

Ie di, que 4 & 2, ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme de 4 & 2 eſt 6, & le quarré de 4 qui eſt 16, excede au quarre de 2 qui eſt 4, en 12, ſelon le requis, ce qu'il falloit demonſtrer.

Autre

Autre conſtruction de ceſte 32 queſtion, ſelon Diophante.

Soit le premier nombre requis 1①, plus la moitié de la ſomme des nombres requis qui eſt 3, faict	1①+3	4
Ergo le ſecond nombre	—1①+3	2
Le quarré du premier nombre	1②+6①+9	16
Du meſme ſoubſtraict le quarré du ſecond nombre qui eſt	1②—6①+9	4
Reſte	12①	12
Egales à	12	

Et par le 67 probleme 1① vaudra 1.

Doncques 4 & 2 ſeront les deux nombres requis, comme deſſus.

QVESTION XXXIII.

TRouvons deux nombres, deſquels la difference ſoit 2, & le produict 8.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre	1①	2
Ergo le ſecond nombre	1①+2	4
Leur produict	1②+2①	8
Egal à	8	

Er par le 68 probleme 1① vaudra 2.

Je di, que 2 & 4 ſont les nombres requis. *Demonſtration.* La difference de 4 à 2 eſt 2, & le produict de 4 par 2 eſt 8, ſelon le requis; Ce qu'il falloit demonſtrer.

Autre conſtruction de ceſte 33 queſtion ſelon Diophante, pour avoir à la fin ſimple quantité egale à ſimple quantité.

Soit le premier nombre 1①, plus la moitie de leur difference requiſe, qui eſt 1, faict	1①+1	4
Ergo le ſecond nombre, puis que leur difference doibt eſtre 2, ſera	1①—1	2
Leur produict	1②—1	8
Egal au produict requis	8	

Leſquels reduicts 1② ſera egal à 9, & par le 78 probleme, 1① vaudra 3.

Doncques 4 & 2 ſeront les nombres requis comme deſſus.

QVESTION XXXIV.

TRouvons deux nombres en raiſon double, & que la ſomme de leurs quarrez, ſoit à la ſomme des meſmes nombres en raiſon quincuple.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre	1①	3
Et le ſecond nombre ſon donble, ſera	2①	6
Leur ſomme	3①	9
Le quarré du premier nombre	1②	9
Le quarré du ſecond nombre	4②	36
La ſomme des quarrez 5②, eſt quincuple au troiſieſme en l'ordre; Ergo ſa $\frac{1}{5}$ qui eſt	1②	9
Eſt egale au troiſieſme en l'ordre, qui eſt	3①	9

Leſquels reduicts 1① ſera egale ou vaudra 3.

Je di, que 3 & 6 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Les nombres 6 & 3 ſont en raiſon double, & la ſomme de leurs quarrez 45 (à ſçavoir 36 & 9) eſt en quincuple raiſon à la ſomme de 6 & 3, ſelon le requis; ce qu'il falloir demonſtrer.

QVESTION XXXV.

TRouvons deux nombres en raiſon triple, & que la ſomme de leurs quarrez aye à la difference des nombres, raiſon quincuple.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre	1①	1
Er le ſecond nombre ſon triple, ſera	3①	3
Leur difference eſt	2①	2
Le quarré du premier nombre	1②	1
Le quarré du ſecond nombre	9②	9
La ſomme des quarrez 10②, eſt quincuple au troiſieſme en l'ordre. ergo ſa $\frac{1}{5}$ qui eſt	2②	2
Eſt egale au troiſieſme en l'ordre, qui eſt	2①	2

Leſquels reduicts 2① ſeront egales à 2, & par le 67 probleme, 1① vaudra 1.

Je di, que 1 & 3 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* 3 & 1 ſont en raiſon triple, & la ſomme de leurs quarrez (qui ſont 9 & 1) eſt 10, qui obtient à 2 (difference d'entre 3 & 1) raiſon quincuple, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXXVI.

TRouvons deux nombres en raiſon triple, & que la difference de leurs quarrez, ſoit à la ſomme des meſmes nombres en raiſon quadruple.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre	1①	2
Et le ſecond nombre ſon triple, ſera	3①	6
Leur ſomme	4①	8
Le quarré du premier nombre	1②	4
Le quarré du ſecond nombre	9②	36
Difference des quarrez 8②, eſt quadruple au troiſieſme en l'ordre, ergo ſon $\frac{1}{4}$ qui eſt	2②	8
Eſt egal au troiſieſme en l'ordre	4①	8

Leſquels reduicts 2① ſeront egales à 4, & par le 67 probleme 1① vaudra 2.

Je di, que 2 & 6 ſont les nombres requis. *Demonſtrat.* 6 & 2 ſont en raiſon triple, & la difference de leurs quarrez 32 (à ſçavoir de 36 & 4) eſt quadruple à la ſomme de 6 & 2, ſelon le requis; ce qu'il falloir demonſtrer.

QVESTION XXXVII.

TRouvons deux nombres en raiſon triple, & que la difference de leurs quarrez aye a la difference des nombres raiſon quadruple.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre	1①	1
Et le ſecond nombre ſon triple, ſera	3①	3
Leur difference	2①	2
Le quarré du premier nombre	1②	1
Le quarré du ſecond nombre	9②	9
Differenee des quarrez 8②, eſt quadruple au troiſieſme en l'ordre, ergo ſon $\frac{1}{4}$ qui eſt	2②	2
Eſt egal au troiſieſme en l'ordre, qui eſt	2①	2

Leſquels reduicts 2① ſeront egales à 2, & par le 67 probleme, 1① vaudra 1.

Je di, que 1 & 3 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* 3 & 1 ſont en raiſon triple, & 8 difference de leurs quarrez, à ſçavoir de 1 & 9, obtient raiſon quadruple, à 2 differenee des nombres 3 & 1, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Qvestion XXXVIII.

TRouvons deux nombres en raiſon triple tels, que le quarré du moindre, aye au maieur nombre, raiſon double.

Construction.

Soit le moindre nombre	1 ①	6
Et le maieur nombre ſon triple, ſera	1 ①	18
Le quarré du moindre nombre 1 ②, eſt double au maieur nombre, ergo ſa moitie qui eſt $\frac{1}{2}$ ②		18
Eſt egale au maieur nombre	3 ①	18

Leſquels reduicts $\frac{1}{2}$ ① ſera egale à 3, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 6.

Je di, que 6 & 18 ſont les nombres requis. *Demonſtration.* 18 & 6 ſont en raiſon triple, & le quarré 36 du moindre nombre 6 obtient au maieur nombre 18, raiſon double ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Qvestion XXXIX.

TRouvons deux nombres en raiſon triple tels, que le quarré du moindre nombre, aye au moindre nombre raiſon double.

Construction.

Soit le moindre nombre	1 ①	2
Et le maieur nom ſon triple, ſera	3 ①	6
Le quarré du moindre nombre 1 ②, eſt double au moindre nombre, ergo ſa moitie qui eſt $\frac{1}{2}$ ②		2
Eſt egale au moindre nombre	1 ①	2

Leſquels reduicts $\frac{1}{2}$ ① ſera egale à 1, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 2.

Je di, que 2 & 6 ſont les deux nombres requis. *Demonſtrat.* 6 & 2 ſont en raiſon triple, & le quarré 4 du moindre nombre 2, obtient au meſme moindre nombre raiſon double, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Annotation d'A. G.

C'eſte queſtion eſt fort mal propoſée, & veux bien croire qu'elle a eſté adjouſtée de quelque ignorant, car la deuxieſme condition n'eſt pas liée n'y conjoincte, ce qui pourra ſervir d'advertiſſement de n'en point faire des telles.

Qvestion XL.

TRouvons deux nombres en raiſon triple tels, que le quarré du moindre, aye a la ſomme des nombres raiſon double.

Construction.

Soit le moindre nombre	1 ①	8
Et le maieur nombre ſon triple, ſera	3 ①	24
Leur ſomme	4 ①	32
Le quarré du moindre nombre 1 ②, eſt double à la ſomme des nombres 4 ①, ergo	1 ②	64
Eſt egale au double de 4 ①, qui eſt à	8 ①	64

Leſquels reduicts 1 ① ſera egale ou vaudra 8.

Je di, que 8 & 24 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Les nombres 24 & 8 ſont en raiſon triple, & le quarré 64 du moindre nombre 8, eſt double à 32, qui eſt la ſomme des 24 & 8, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Qvestion XLI.

TRouvons deux nombres en raiſon triple tels, que le quarré du moindre nombre, aye a la difference des nombres raiſon double.

Construction.

Soit le moindre nombre	1 ①	4
Et le maieur nombre ſon triple ſera	3 ①	12
Leur difference eſt	2 ①	8
Le quarre du moindre nombre 1 ②, eſt double à la difference 2 ①, ergo	$\frac{1}{2}$ ②	8
Eſt egale à la difference des nombres	2 ①	8

Leſquels reduicts $\frac{1}{2}$ ① ſera egale à 2, & par le 67 probleme 1 ① vaudra 4.

Je di, que 4 & 12 ſont les deux nombres requis. *Demonſtrat.* 12 & 4 ſont en raiſon triple, & le quarré 16 du moindre nombre 4, eſt 8 (difference de 4 & 12) en raiſon double, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Nota. Ce qui eſt mis pour 42 queſtion, eſt appendice des precedentes ſonnant ainſi:

PAr meſme maniere on trouvera deux nombres de raiſon donnée, ainſi que le quarré du maieur, au moindre nombre ſoit raiſon requiſe. Item deux nombres de raiſon donnée, ainſi que le quarré du maieur, au meſme maieur ſoit raiſon requiſe. Item deux nombres de raiſon donnée, ainſi que le quarré du maieur, obtienne à la ſomme des nombres, raiſon requiſe. Et au dernier deux nombres de raiſon donnée, ainſi que le quarré du maieur, à la difference des nombres, ſoit raiſon requiſe.

Qvestion XLIII.

SOyent donnez deux nombres 3 & 2; Il faut trouver leur troiſieſme nombre tel, que la ſomme de chaſques deux nombres multipliée par le troiſieſme, donnent trois produicts d'egaux exces: deſquels produicts celuy de 3, par la ſomme des deux autres, ſoit le maieur; Et le produict de 2, par les deux autres, le moyen, Et le produict du nombre requis, par les deux autres, le moindre.

Construction.

Soit le nombre requis	1 ①	$\frac{3}{2}$
Au meſme ajouſté le 2 donné, faict pour la ſomme des deux nombres 1 ① + 2, qui multipliée par le troiſieſme nombre 3, donne produict	3 ① + 6	$\frac{27}{2}$
Puis ajouſté au nombre requis 1 ①, le 3 donné, faict pour la ſomme de deux nombres 1 ① + 3, qui multipliée par le troiſieſme nombre 2, donne produict	2 ① + 6	$\frac{24}{2}$
Puis ajouſtez les nombres donnez 3 & 2, faict pur la ſomme de deux nombres 5, qui multipliée par le troiſieſme (qui eſt le premier en l'ordre) donne produict	5 ①	$\frac{15}{2}$
Doncques le maieur produict eſt 3 ① + 6, le moyen 2 ① + 6, le moindre 5 ①; Mais de trois nombres d'egal exces, le double du moyen eſt egal à la ſomme des extremes, & le moyen eſt icy 2 ① + 6, ergo ſon double	4 ① + 12	18
Eſt egal à la ſomme des extremes, c'eſt à dire à la ſomme de 3 ① + 6 & 5 ①, qui ſont 8 ① + 6		18

Leſquels reduicts 4 ① ſeront egales a 6, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{3}{2}$.

Je di, que $\frac{3}{2}$ ſont le nombre requis. *Demonſtration.* Multipliant $\frac{7}{2}$, ſomme de 2 & $\frac{3}{2}$, par le troiſieſme nombre 3, le produict eſt $\frac{21}{2}$; Puis multipliant $\frac{9}{2}$, ſomme de $\frac{3}{2}$ & 3, par le troiſieſme nombre 2, le produict eſt $\frac{18}{2}$; Puis multipliant 5, ſomme de 3 & 2, par le troiſieſme nombre $\frac{3}{2}$, le produict eſt $\frac{15}{2}$; Or ces trois produicts ont egaux exces, car le maieur excede au moyen en $\frac{3}{2}$, auſſi excede le moyen au moindre en $\frac{3}{2}$; Item le produict de 3, par les deux autres, eſt le maieur; Et le produict de 2 par les deux autres eſt le moyen; Et le produict du nombre requis $\frac{3}{2}$, par les deux autres, eſt le moindre ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

SECOND

SECOND LIVRE

D'ALGEBRE

DE

DIOPHANTE D'ALEXANDRIE;

Traduict en langue Françoiſe & expliqué par SIMON STEVIN *de Bruges.*

QVESTION I.

TRouvons deux nombres, deſquels la ſomme de leurs quarrez, aye a la ſomme des nombres raiſon decuple.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre	1①	6
Et le maieur quelque autre, ſoit	2①	12
Somme des nombres	3①	18
Le quarré du moindre	1②	36
Le quarré du maieur	4②	144
Somme des quarrez	5②	180
Egale au decuple de la ſomme des nombres troiſieſme en l'ordre, qui eſt à	30①	180

Leſquels reduicts 5① ſeront egales à 30, & par le 67 probleme, 1① vaudra 6.

Je di, que 6 & 12 ſont les nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme des quarrez des nombres 6 & 12 eſt 180, qui obtient à 18, ſomme des nombres, raiſon decuple, ſelon le requis, ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION II.

TRouvons deux nombres, deſquels la difference, obtienne à la difference de leurs quarrez raiſon ſubſextuple.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre	1①	2
Et le maieur quelque autre nombre, ſoit	2①	4
Leur difference	1①	2
Le quarré du moindre nombre	1②	4
Le quarré du maieur nombre	4②	16
Difference des quarrez	3②	12
Egale au ſextuple de la difference des nombres troiſieſme en l'ordre, qui eſt à	6①	12

Leſquels reduicts 3① ſeront egales à 6, & par le 67 probleme, 1① vaudra 2.

Je di, que 2 & 4 ſont les nombres requis. *Demonſtration.* La difference 2 (d'entre les nombres 2 & 4) obtient à la difference 12 (d'entre leurs quarrez 16 & 4) raiſon ſubſextuple, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION III.

TRouvons deux nombres tels, que leur produict aye à leur ſomme raiſon ſextuple.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre	1①	9
Et le maieur quelque nombre, ſoit	2①	18
Leur ſomme	3①	27
Le produict du moindre & majeur	2②	162
Egal au ſextuple de la ſomme des nombres	18①	162

Leſquels reduicts 2① ſeront egales à 18, & par le 67 probleme 1① vaudra 9.

Je di, que 9 & 18 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* 162 (qui eſt le produict de 9 & 18) obtient à 27 (qui eſt la ſomme de 9 & 18) raiſon ſextuple, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION IV.

TRouvons deux nombres, deſquels la ſomme de leurs quarrez obtienne à la difference des nombres, raiſon decuple.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre	1①	2
Et le maieur quelque autre nombre, ſoit	2①	4
Leur difference	1①	2
Le quarré du moindre nombre	1②	4
Le quarré du maieur nombre	4②	16
Somme des quarrez	5②	20
Egale au decuple de la differenee des nombres troiſieſme eu l'ordre, qui eſt à	10①	20

Leſquels reduicts, 5① ſeront egales à 10, & par le 67 probleme, 1① vaudra 2.

Je di, que 2 & 4 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* 20 (ſomme des quarrez des nombres 2 & 4) obtient à 2 (qui eſt difference des nombres 2 & 4) raiſon decuple, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION V.

TRouvons deux nombres tels, que la difference de leurs quarrez, aye à la ſomme des nombres, raiſon ſextuple.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre	1①	6
Et le maieur quelque autre nombre, ſoit	2①	12
Leur ſomme eſt	3①	18
Le quarré du moindre	1②	36
Le quarré du maieur	4②	144
Difference des quarrez	3②	108
Egale au ſextuple de la ſomme des nombres troiſieſme en l'ordre, qui eſt à	18①	108

Leſquels reduicts 3① ſeront egales à 18, & 1① par le 67 probleme, vaudra 6.

Je di, que 6 & 12 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* 108 (qui eſt la difference des quarrez de 6 & 12) obtient à 18 (qui eſt la ſomme des nombres 6 & 12) raiſon ſextuple, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION VI.

TRouvons deux nombres, deſquels la difference 2, & la difference de leurs quarrez 12.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre	1①	$4\frac{1}{2}$
Ergo le maieur nombre	1①+2	$6\frac{1}{2}$
Le quarré du moindre nombre	1②	$\frac{81}{4}$
Le quarré du maieur nombre	1②+4①+4	$\frac{169}{4}$
Difference des quarrez	4①+4	22
Egale à la difference des quarrés requiſe		22

Leſquels reduicts 4① ſeront egales à 18, & par le 67 probleme, 1① vaudra $4\frac{1}{2}$.

Je di, que $4\frac{1}{2}$ & $6\frac{1}{2}$ ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* La difference de $4\frac{1}{2}$ & $6\frac{1}{2}$ eſt 2, & la

difference de leurs quarrez (qui ſont $\frac{81}{4}$ & $\frac{369}{4}$) eſt 22, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Queſtion VII.

Nota. Si l'on conſidere bien la 7 queſtion, le ſens ſe trouve tel.

Trouvons deux nombres deſquels la difference ſoit 1, & la difference de leurs quarrez 16.

Laquelle eſtant ſemblable à la precedente 6 queſtion nous n'en ferons point de conſtruction.

Queſtion VIII.

Partons un nombre quarré à ſa racine commenſurable, comme 16, en deux ſemblables quarrez.

Construction.

Soit le premier quarré $1\,②$	$\frac{256}{25}$
Ergo le ſecond quarré $-1\,①+16$	$\frac{144}{25}$
Egal à quelque quarre à ſa racine commenſurable, pour le coſté duquel on poſera quelques $①-\sqrt{16}$; Soit $2\,①-4$, & le quarré ſera $4\,②-16\,①+16$	$\frac{144}{25}$

Leſquels reduicts $5\,①$ ſeront egales à 6, & par le 67 probleme $1\,①$ vaudra $\frac{16}{5}$.

Ie dis que $\frac{256}{25}$ & $\frac{144}{25}$, ſont les deux quarrez requis. *Demonſtration.* La ſomme de $\frac{256}{25}$ & $\frac{144}{25}$, eſt 16. Item la racine de $\frac{256}{25}$ eſt $\frac{16}{5}$; & la racine de $\frac{144}{25}$ eſt $\frac{12}{5}$, qui ſont à leurs quarrez commenſurables, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Nota. Il eſt notoire qu'on pourra trouver par ceſte 8 queſtion, des infiniz triangles rectangles divers, deſquels chaſque coſté ſera nombre Arithmetique Par exemple; Si l'on poſe l'un coſté contenant l'angle droict, la racine des ſuſdictes $\frac{256}{25}$, qui eſt $\frac{16}{5}$, & l'autre coſté la racine des $\frac{144}{25}$, qui eſt $\frac{12}{5}$, l'hypothenuſe ſera 4.

Queſtion IX.

Ceſte 9 queſtion, eſt la meſme que la 8, mais elle ſe fera icy par autre conſtruction telle.

Construction.

Soit le coſté du premier quarré $1\,①$	$\frac{16}{5}$
Et le coſté du ſecond quarre, ſoit de quelques $①$ moins $\sqrt{16}$, ſoit $2\,①-4$	$\frac{12}{5}$
Ergo le premier quarré $1\,②$	$\frac{256}{25}$
Et le ſecond quarré $4\,②-16\,①+16$	$\frac{144}{25}$
Somme des quarrez $5\,②-16\,①+16$	16
Egale à	16

Leſquels reduicts $5\,①$ ſeront egales à 16, & par le 67 probleme, $1\,①$ vaudra $\frac{16}{5}$.

Doncques $\frac{256}{25}$ & $\frac{144}{25}$, ſeront les deux quarrez requis, comme deſſus.

Queſtion X.

Partons un nombre compoſé de deux nombres quarrez à leurs racines commenſurables, comme 13 compoſé de 9 & 4; En deux autres ſemblables quarrez.

Construction.

Soit le coſté du premier quarré, de quelques $①$ plus la racine de l'un quarré donné 4, comme $1\,①+2$	$\frac{28}{5}$
Et le coſté du ſecond quarré, ſoit de quelques $①$ moins la racine de l'autre quarre donne, comme $2\,①-3$	$\frac{9}{5}$
Ergo le premier quarré $1\,②+4\,①+4$	$\frac{784}{25}$
Et le ſecond quarré $4\,②-12\,①+9$	$\frac{81}{25}$
Somme des quarrez $5\,②-8\,①+13$	13
Egale à	13

Leſquels reduicts $5\,①$ ſeront egales à 8, & par le 67 probleme, $1\,①$ vaudra $\frac{8}{5}$.

Ie dis que $\frac{324}{25}$ & $\frac{1}{25}$, ſont les deux quarrez requis. *Demonſtration.* Les deux quarrez $\frac{324}{25}$ & $\frac{1}{25}$, ſont enſemble 13, & la racine de $\frac{324}{25}$ eſt $\frac{18}{5}$, & la racine de $\frac{1}{25}$ eſt $\frac{1}{5}$, leſquels racines ſont à leurs quarrez commenſurables, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Queſtion XI.

Trouvons deux nombres quarrez à leurs racines commenſurables, tels que leur difference ſoit 60.

Construction.

Soit le coſté du premier quarré $1\,①$	$8\frac{1}{2}$
Et le coſté du ſecond quarre $1\,①$, & plus quelque nombre moindre que $\sqrt{60}$ (dont la raiſon appert en la derniere egalité) ſoit $1\,①+3$	$11\frac{1}{2}$
Ergo le premier quarré $1\,②$	$72\frac{1}{4}$
Et le ſecond quarré $1\,②+6\,①+9$	$132\frac{1}{4}$
Difference des quarrez $6\,①+9$	60
Egale à la difference requiſe	60

Leſquels reduicts $6\,①$ ſeront egales à 5, & par le 67 probleme, $1\,①$ vaudra $8\frac{1}{2}$.

Ie dis que $72\frac{1}{4}$ & $132\frac{1}{4}$ ſont les deux quarrez requis. *Demonſtration.* La difference des deux quarrez $72\frac{1}{4}$ & $13\cdot\frac{1}{4}$ eſt 60, & la racine de l'une eſt $8\frac{1}{2}$, & de l'autre $11\frac{1}{2}$, qui ſont à leurs quarrez commenſurables, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTE DV QVARRE DE DOVBLE EGALETE.

Nous parlerons en aucunes queſtions ſuivantes du quarré de double egalité, pourtant avant qu'y venir nous deſcirons ſa Definition & Invention en ceſte ſorte:

Definition.

Eſtant deux quantitez, à l'une deſquelles il faut poſer eſtre egal quelque quarre, tel que ſa valeur, enſemble la valeur de l'autre quantité, ſoyent quarrez à leurs racines commenſurables: Alors iceluy quarré poſé, s'appelle quarré de double egalete.

Explication.

Soyent par exemple deux quantitez, l'une $1\,①+1$, l'autre $1\,①+6$, & le quarré poſé, egal à $1\,①+1$ ſoit 4; D'ou s'enſuit que $1\,①+6$, vaudra ſemblable quarre 9 (car $1\,①+1$ vallant 4, la $1\,①$ vaut 3) Doncques 4 eſt quarré de double egaleté; Nomme ainſi, par ce qu'il eſt quarre, egal à $1\,②+1$, & ſur cela il cauſe encore egalete, entre $1\,①+6$ & ſemblable quarré 9.

DE L'INVENTION DV QVARRE DE DOVBLE EGALETE.

Et pour declarer ſon invention nous poſerons deux quantitez, la moindre $1\,①+1$, & la maieure $1\,①+6$, deſquelles il faut trouver le quarre de double egaleté, egal premierement à la moindre (car on peut egaler le quarré de double egaleté au moindre, ou au maieur, comme l'on veut; nous dirons doncques premierement du moindre, puis du maieur.)

On ſoubſtraira la moindre quantité propoſée $1\,①+1$ de la maieure $1\,①+6$, reſte 5; puis on prendra quelques deux nombres, deſquels le produict ſoit 5, à ſçavoir egal à ladicte reſte; ſoit l'un 5, l'autre 1 (car leur produict

produict eſt 5.) leur difference 4 (difference par ce que c'eſt du moindre que nous cherchons, car quand on le cherche du majeur, il faut prendre leur ſomme) ſa moitié 2, ſon quarré, pour le quarré de double egaleté egal à la moindre quantité propoſée, eſt 4.

La demonſtration eſt, que la moindre quantité 1 ① + 1 vallant 4, la 1 ① vaudra 3; Mais 1 ① vallant 3, la maieure quantité 1 ① + 6 vaudra 9, qui eſt ſemblable quarré. Doncques 4. ſelon la definition ci deſſus, eſt leur quarré de double egaleté.

Mais pour trouver le quarré de double egaleté, egal à la maieure quantité propoſee 1 ① + 6, on aiouſtera les ſuſdictes 5 & 1, font 6, ſa moitié 3, ſon quarré, pour le quarré de double egaleté requis egal au maieur propoſé, eſt 9, dont la demonſtration eſt notoire par la precedente.

AVTRE EXEMPLE.

Soient autre fois deux quantitez deſquelles il faut trouuer le quarré de double egaleté egal au moindre, tels; le maieur 4 ② + 15 ①, le moindre 4 ② — 1 ① — 4.

On ſoubſtraira la moindre quantité de la maieure, reſte 16 ① + 4. Puis on prendra quelque deux nombres deſquels le produict ſoit 16 ① + 4, à ſçavoir egal à icelle reſte, ſoit l'vn 4 ① + 1, l'autre 4, (car leur produict eſt 16 ① + 4) leur difference 4 ① — 3, ſa moitié 2 ① — $\frac{3}{2}$, ſon quarré (pour le quarré de double egaleté requis, egal au moindre propoſé) eſt 4 ② — 6 ① + $\frac{9}{4}$.

La demonſtration eſt, qu'eſtant 4 ② — 6 ① — $\frac{9}{4}$ egales à 4 ② — 1 ① — 4, alors 1 ① vaudra $\frac{3}{4}$, & le quarré de double egaleté 4 ② — 6 ① + $\frac{9}{4}$, vaudra quarré à ſa racine commenſurable 1. Item 4 ② + 15 ① vaudront ſemblable quarré 25.

Mais pour trouver le quarré de double egaleté egal au maieur, on aiouſtera les ſuſdictes 4 ① + 1 & 4, font 4 ① + 5, ſa moitié 2 ① + $\frac{5}{2}$, ſon quarré (pour le quarré de double egaleté requis egal au maieur nombre propoſé 4 ② + 15 ①) eſt 4 ② + 10 ① + $\frac{25}{4}$. Dont la demonſtration ſera ſemblable à la precedente.

EXCEPTION.

Quant à ce que nous avons dict ci deſſus (comme au premier exemple de l'invention du quarré de double egaleté) qu'on trouvera quelques deux nombres deſquels le produict ſoit 5, il faut conſiderer que tous nombres combien leur produict fuſt 5, n'en ſeront pas propres ne fuſt que lon vouluſt dire la ſolution eſtre — ou 0, qui n'eſtant pas l'intention de Diophante, faut qu'ils ſoient de la qualité comprinſe en la reigle deſcripte par Xylandre telle:

REIGLE.

ON trouvera deux nombres, deſquels le produict ſoit egal à la difference des deux nombres donnez, mais par telle condition, que le quarré de la moitié de leur difference, ſoit maieur que le moindre nombre Arithmetique donné, ou, ce qui eſt le meſme, que le quarré de la moitié de leur ſomme, ſoit maieur que le maieur nombre Arithmetique donné.

Dont la cauſe eſt notoire par les operations, comme nous en dirons plus amplement à la note de la ſuivante 12 queſtion.

QVESTION XII.

TRouvons un nombre, qui aiouſté à 3, puis à 2, les ſommes ſoient quarrez à leurs racines commenſurables.

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis 1 ①	$\frac{97}{64}$
Lequel aiouſté à 3, la ſomme eſt 1 ① + 3	$\frac{289}{64}$
Et ledict nombre requis aiouſté à 2, la ſomme eſt 1 ① + 2	$\frac{225}{64}$
Or chaſque de ces deux ſommes doibt eſtre egale à quelque quarré à ſa racine commenſurable, il faut doncques trouver un quarré de double egaleté, ſoit par poſition de 4 & $\frac{1}{4}$ (pour les deux nombres deſquels le produict eſt egal à la difference de 1 ① + 3 & 1 ① + 2) deſquels le quarré de double egaleté, egal au moindre 1 ① + 2, eſt par la precedente note	$\frac{225}{64}$

Leſquels reduicts 1 ① ſera egale ou vaudra $\frac{97}{64}$.

Je di, que $\frac{97}{64}$ eſt le nombre requis. *Demonſtration.* Aiouſtant $\frac{97}{64}$ à 3, faict quarré $\frac{289}{64}$, ſa racine $\frac{17}{8}$. Item aiouſté $\frac{97}{64}$ à 2, faict quarré $\frac{225}{64}$, ſa racine $\frac{15}{8}$; ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA. Si au lieu des deux nombres 4 & $\frac{1}{4}$, on euſt prins 5 & $\frac{1}{5}$ (deſquels le produict eſt auſſi 1) le nombre requis, qui ſatisfaict auſſi à la queſtion, euſt alors eſté $\frac{97}{25}$, & ainſi d'infiniz autres.

Mais ſi au lieu des deux nombres 4 & $\frac{1}{4}$, on euſt prins 2 & $\frac{1}{2}$ (deſquels le produict eſt auſſi 1) le nombre requis, qui ſatisferoit auſſi à la queſtion (ſi l'on vouluſt ſolver par —) ſeroit — $\frac{25}{16}$, lequel aiouſté au 3, faict quarré $\frac{25}{16}$, & aiouſté au 2, faict quarré $\frac{9}{16}$, qui ſont quarrez ſelon le requis.

AVTRE CONSTRVCTION SANS QVARRE DE DOVBLE EGALETE.

Poſons le nombre requis tel, que l'aiouſtant à 2 la ſomme ſoit tel quarré, ſoit 1 ② — 2	$\frac{97}{64}$
Au meſme ſi on aiouſte 2, ſera quarré ſelon la queſtion, & ſi au meſme nombre requis, on aiouſte 3, la ſomme ſera 1 ② + 1	$\frac{289}{64}$
Laquelle ſomme doibt eſtre valeur de nombre quarré ſelon la queſtion, doncques elle eſt egale à quelque tel quarré: Or pour le trouver, on fingera ſon coſté 1 ① moins quelque nombre Arithmerique, duquel le quarré ſoit maieur que le 1 de 1 ② du ſecond en l'ordre, dont la raiſon apparoiſt en la reduction, ſoit tel coſté fingé 1 ① — 4, ergo ſon quarré 1 ② — 8 ① + 16	$\frac{289}{64}$
Eſt egal au ſecond en l'ordre, qui eſt 1 ② + 1	$\frac{289}{64}$

Leſquels reduicts 8 ① ſeront egales à 15, & par le probleme 1 ① vaudra $\frac{15}{8}$. 67

Doncques $\frac{97}{64}$ ſera le nombre requis comme deſſus.

QVESTION XIII.

TRouvons un nombre, lequel ſoubſtraict de 9, & puis de 21, les reſtes ſoient quarrez à leurs racines commenſurables.

CONSTRVCTION.

Si lon ſoubſtraict — 1 ② + 9, de 9, il y en reſtera 1 ② valeur de quelque quarré ſelon la queſtion, poſons doncques que le nombre requis ſoit — 1 ② + 9	$8\frac{3}{4}$
Le meſme ſoubſtraict de 21, reſte 1 ② + 12	$12\frac{1}{4}$
Laquelle reſte doit eſtre valeur de nombre quarré ſelon la queſtion, doncques elle eſt egale à quelque tel quarré: Or pour le trouver fingeons que ſon coſté ſoit 1 ①,	

moins quelque nombre Arithmetique, duquel le quarre ſoit maieur que le 12 du ſecond en l'ordre; dont la raiſon apparoiſt en la reduction, ſoit tel coſté fingé 1 ① —4, ſon quarré egal au ſecond en l'ordre, eſt 1 ②—8 ① + 16 | 12 1/4

Leſquels reduicts 8 ① ſeront egales à 4, & par le 67 probleme 1 ① vaudra 3/2.

Je di, que 8 3/4 eſt le nombre requis. *Demonſtration.* Soubſtrayons 8 3/4, de 9, reſte 1/4, ſa racine 1/2. Puis ſoubſtrayons ledict nombre 8 3/4, de 21, reſte 12 1/4, ſa racine 7/2, ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XIV.

TRouvons un nombre, duquel ſoubſtraict 6, & puis 7, que les reſtes ſoient quarrez à leurs racines commenſurables.

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis 1 ①	225/16
Du meſme ſoubſtraict 6, reſte 1 ①—6	129/16
Et dudict nõbre requis ſoubſtraict 7, reſte 1 ①—7	81/16
Or chaſque de ces deux reſtes doibt eſtre egale à quelque quarré qui eſt à ſa racine commenſurable, il faut doncques trouver un quarré de double egalete, ſoit par poſition de 2 & 1/2 (pour les deux nombres deſquels le produict eſt egal à la difference de 1 ①—6 & 1 ①—7) Deſquels le quarré de double egaleté egal au moindre 1 ①—7, eſt par la note devant la 12 queſtion	9/20

Leſquels reduicts 1 ② ſera egale ou vaudra 225/16.

Je di, que 225/16 eſt le nombre requis. *Demonſtration.* De 225/16 ſoubſtraict 6, reſte quarré 129/16, ſa racine 9/4. Item deſdictes 225/16 ſoubſtraict 7, reſte 81/16, ſa racine 9/4; ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

AVTRE CONSTRVCTION SANS QVARRE DE DOVBLE EGALETE.

Poſons le nombre requis tel, qu'en ſoubſtrayant 6, la reſte ſoit quarré, ſoit 1 ②+6	225/16
Si du meſme on ſoubſtraict 6, la reſte ſera quarré ſelon la queſtion; Et ſi du meſme nombre requis on ſoubſtraict 7, la reſte ſera 1 ②—1	81/16
Laquelle reſte doibt eſtre valeur de quelque nombre quarré ſelon la queſtion, doncques elle eſt egale à quelque tel quarré. Or pour le trouver, on fingera ſon coſté 1 ① moins quelque nombre Arithmetique duquel le quarré ſoit maieur que —1 ſecond en l'ordre, dont la raiſon appert en la reduction; ſoit tel coſté fingé 1 ①—2, ergo ſon quarré 1 ②—4 ① + 4	16/16
Eſt egal au ſecond en l'ordre 1 ②—1	9/16

Leſquels reduicts, 4 ① ſeront egales à 5, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 5/4, & le nombre requis ſera comme deſſus 225/16.

QVESTION XV.

PArtons 20 en deux parties, puis trouvons un nombre quarré à ſa racine commenſurable, lequel aiouſté à chaſcune partie, face ſemblables quarrez.

CONSTRVCTION.

On prendra quelques deux nombres, tels que la ſomme de leurs quarrez n'excede point au 20, dont la raiſon apparoiſtra en la reduction; ſoient 2 & 3, puis à 2 aiouſté 1 ①, faict 1 ① + 2 pour quelque coſté duquel le quarré ſera 1 ② + 4 ① + 4, du meſme ſoubſtraict un quarré qui eſt 1 ②, reſte pour l'une partie de 20 requiſe 4 ① + 4	68/10
Puis au ajouſté 1 ①, faict 1 ① + 3 pour quelque coſté duquel le quarré ſera 1 ② + 6 ① + 9. du meſme ſoubſtraict un quarré qui eſt 1 ② reſte pour l'autre partie de 20 requiſe 6 ① + 9	132/10
Somme des deux parties 10 ① + 13	20.
Egale à 20	

Leſquels reduicts 10 ① ſeront egales à 7, & par le 67 probleme 1 ① vaudra 7/10.

Je di que 68/10 & 132/10 ſont les parties de 20 requiſes, & 49/100 le quarré requis. *Demonſtration.* La ſomme de 68/10 & 132/10 eſt 20, ce ſont doncques les parties de 20. Item la racine de 49/100 eſt 7/10, c'eſt doncques quarré à ſa racine commenſurable. Puis ajouſtons 49/100 à 68/10 faict 729/100, ſa racine 27/10. Item ledict quarré 49/100 à ajouſté aux 1321/100, faict 1369/100, ſa racine 37/10; ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XVI.

PArtons 20 en deux parties, puis trouvons un nombre quarré à ſa racine commenſurable, & du meſme ſoubſtraict chaſcune partie de 20, que les reſtes ſoient ſemblables quarrez.

CONSTRVCTION.

Soit la racine du nombre requis 1 ① + quelque nombre Arithmetique duquel le quarré n'excede point à 20, dont la raiſon apparoiſtra en la reduction, ſon quarré pour le quarré requis 1 ② + 4 ① + 4	625/36
Or il eſt notoire, que ſi du meſme on ſoubſtraict les 4 ① + 4, que la reſte 1 ② ſera valeur de nombre quarré à ſa racine commẽſurable: mais ſi on en ſoubſtraict 2 ① + 3, la reſte ſera 1 ② + 2 ① + 1, qui (veu que ſa racine eſt 1 ① + 1) ſera auſſi valeur de quarré à ſa racine commenſurable; Doncques pour l'une partie de 20, poſons 4 ① + 4	76/6
Et pour l'autre partie de 20, poſons 2 ① + 3	44/6
Or quelle de ces deux parties on ſoubſtraict du quarré premier en l'ordre, il eſt notoire que la reſte ſera valeur de quarré ſelon la queſtion: Reſte maintenant que leur ſomme, qui eſt 6 ① + 7	120/6
Soit egale à 20	

Leſquels reduicts 6 ① ſeront egales à 13, & par le 67 probleme 1 ① vaut 13/6.

Je di que 76/6 & 44/6 ſont les deux parties de 20 requiſes. Item, que 625/36 eſt le quarré requis. *Demonſtration.* La ſomme de 76/6 & 44/6 eſt 20, ce ſont doncques les deux parties de 20. Item la racine de 625/36, eſt 25/6, c'eſt doncques quarré à ſa racine commenſurable. Puis ſoubſtraict 76/6 du quarré 625/36, la reſte eſt quarré 169/36, duquel la racine 13/6. Item ſoubſtraict 44/6 du meſme quarré 625/36, la reſte eſt 361/36, duquel la racine eſt 19/6, qui ſont à leurs racines commenſurables, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVE-

Qvestion XVII.

Trouvons deux nombres en raiſon triple tels, que chaſcun ajouſté à nombre quarré à ſa racine commenſurable comme 9, les ſommes ſoyent ſemblables quarrez.

Construction.

On prendra 1 ① + la racine de 9 qui eſt 3, ſon quarré 1 ② + 6 ① + 9, du meſme ſoubſtraict le quarré donné 9, reſte pour le moindre nombre requis 1 ② + 6 ①	1080
Son triple pour le majeur nombre requis 3 ② + 18 ①	3240
Au meſme ajouſté (ſelon la queſtion) 9, la ſomme eſt 3 ② + 18 ① + 9	3249
Egale à quelque quarré duquel le coſté ſoit binome diſioinct, duquel le premier nom ſoit d'autant des ①, que leur porence quarré ſoit plus que 3 ② du troiſieſme en l'ordre, & que le ſecond nom, ſoit la racine de 9 donnée. la raiſon de ces choſes apparoiſtra en la reduction; Soit tel binome 2 ① — 3, ſon quarré ſera 4 ② — 12 ① + 9	3249

Leſquels reduicts 1 ① ſera egale à 30.

Je di, que 1080 & 3240 ſont les nombres requis. *Demonſtration.* Les 3240 ſont en raiſon triple aux 1080. Item ajouſté 9 à 3240, faict quarré 3249, ſa racine 57. Item ajouſté 9 à 1080 faict quarré 1089, ſa racine 33; ce ſont doncques quarrez à leurs racines tommenſurables, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Qvestion XVIII.

Trouvons trois nombres tels, que donnant le premier ſa $\frac{1}{5}$ plus 6 au ſecond: Le ſecond ſa $\frac{1}{6}$ plus 7 au troiſieſme: le troiſieſme ſa $\frac{1}{7}$ plus 8 au premier: Qu'alors ils ſoyent tous egaux.

Voila les motz ſelon Diophante, mais pour les mieux accommodet à conformité de la conſtruction, nous mettrons la meſme queſtion autre fois ainſi:

Trouvons trois nombres tels, que de la ſomme du ſecond & la $\frac{1}{5}$ du premier plus 6, ſoubſtraict la $\frac{1}{6}$ du ſecond + 7; Item de la ſomme du troiſieſme & la $\frac{1}{6}$ du ſecond plus 7, ſoubſtraict la $\frac{1}{7}$ du troiſieſme plus 8; Item de la ſomme du premier & la $\frac{1}{7}$ du troiſieſme plus 8, ſoubſtraict la $\frac{1}{5}$ du premier plus 6: Les trois reſtes ſoyent egales.

Construction.

Soit le premier nombre requis 5 ①	$\frac{20}{7}$
Et le ſecond ſoit 6 ①	$\frac{108}{7}$
La ſomme du ſecond nombre & la $\frac{1}{5}$ du premier & 6 eſt 7 ① + 6, des meſmes ſoubſtraict la $\frac{1}{6}$ du ſecond + 7, reſte pour premiere reſte requiſe 6 ① — 1	$\frac{101}{7}$
Ergo la troiſieſme reſte, egale à la premiere, ſelon la queſtion eſt auſſi 6 ① — 1	$\frac{101}{7}$
Or eſtant trouvées ces deux reſtes, enſemble le premier & ſecond nombre, il faut par les meſmes trouver le troiſieſme nombre en ceſte ſorte: Au reſte 6 ① — 1 ajouſté 1 ①, pour la $\frac{1}{5}$ du premier & + 6, la ſomme eſt 7 ① + 5, & des meſmes ſoubſtraict le premier nombre requis 5 ① & plus 8, reſte pour la $\frac{1}{7}$ du troiſieſme nombre requis 2 ① — 3; ergo ſon ſextuple pour le troiſieſme nombre requis eſt 14 ① — 21	$\frac{109}{7}$
Or eſtant trouvez les trois nombres requis, il faut que la ſeconde reſte que nous trouverons par les meſmes, ſoit auſſi (comme le troiſieſme en l'ordre) 6 ① — 1. Il faut donc (ſelon la queſtion) de la ſomme du troiſieſme nombre 14 ① — 21 & $\frac{1}{6}$ du ſecond, qui eſt 1 ①, & 7, laquelle ſomme eſt 15 ① — 14, ſoubſtraire la $\frac{1}{7}$ du troiſieſme nombre, qui eſt 2 ① — 3 & + 8, reſte pour ſeconde telle requiſe 15 ① — 19	$\frac{101}{7}$
Egale à la premiere reſte requiſe 6 ① — 1	$\frac{101}{7}$

Leſquels reduicts 7 ① ſeront egales à 18; & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{18}{7}$.

Je di, que $\frac{90}{7}$ $\frac{108}{7}$ $\frac{101}{7}$ ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* De $\frac{168}{7}$ (qui eſt la ſomme du ſecond $\frac{108}{7}$, & la $\frac{1}{5}$ du premier $\frac{18}{7}$ plus 6) ſoubſtraict $\frac{67}{7}$ (ſomme de $\frac{18}{7}$ pour la $\frac{1}{6}$ du ſecond nombre, & 7) reſte $\frac{101}{7}$. Item de $\frac{172}{7}$ (ſomme du troiſieſme nombre $\frac{101}{7}$, & la $\frac{1}{6}$ du ſecond nombre $\frac{10}{7}$, & 7) ſoubſtraict $\frac{71}{7}$ (ſomme de $\frac{11}{7}$ pour la $\frac{1}{7}$ du troiſieſme nombre, & 8) reſte auſſi $\frac{101}{7}$. Item de $\frac{161}{7}$ (ſomme du premier nombre $\frac{90}{7}$, & la $\frac{1}{7}$ du troiſieſme nombre $\frac{15}{7}$ & 8) ſoubſtraict $\frac{60}{7}$ (ſomme de $\frac{18}{7}$ pour la $\frac{1}{5}$ du premier, & 6) reſte auſſi $\frac{101}{7}$. Les trois reſtes doncques ſont egales, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Qvestion XIX.

Nota.

Ceſte 19 queſtion eſt ſemblable à la precedente 18, diſcordant ſeulement en cela, que l'on demande icy que la ſomme des trois nombres requis ſoit 80; Dont la ſolution de Diophante n'eſt pas bonne. Xylander l'a voulu amender, mais il y a de l'erreur en ſa ſolution auſſy bien qu'en celle de Diophante. Nous experimenterons l'operation par poſtpoſées quantitez ſelon que Son Excellence l'a calculé, comme il en a faict de meſme en pluſieurs queſtions de celles qui ont beſoing de Theoreme.

Partons 80 en trois nombres tels, que de la ſomme du ſecond & $\frac{1}{5}$ du premier plus 6, ſoubſtraict la $\frac{1}{6}$ du ſecond plus 7: Puis de la ſomme du troiſieſme, & la $\frac{1}{6}$ du ſecond plus 7, ſoubſtraict la $\frac{1}{7}$ du troiſieſme plus 8: Puis de la ſomme du premier & $\frac{1}{7}$ du troiſieſme plus 8, ſoubſtraict $\frac{1}{5}$ du premier plus 6, que les trois reſtes ſoyent egales.

Premiere partie de l'operation.

Son Excellence a pour le premier nombre, ou pour la premiere partie requiſe de 80 mis 1 ①.

Quant à la deuxieſme, veu qu'il y auroit quelque difficulté, & qu'il requiereroit beaucoup d'imagination, de la mettre en telles parties, comme la premiere en faict 1 ①, qui de le trouver par quelque autre practique, il mettoit pour icelle deuxieſme partie 1 *ſec.* ①.

Ce qui eſtant ainſi, le troiſieſme ſera neceſſairement de — 1 ① — 1 *ſec.* ① + 80.

Or avec ces trois nombres ſuivi le contenu de la queſtion, à ſçavoir de la ſomme du ſecond nombre & $\frac{1}{5}$ du premier + 6, ſoubſtraict la $\frac{1}{6}$ du ſecond + 7, il y demeure pour premiere reſte $\frac{5}{6}$ *ſec.* ① + $\frac{1}{2}$ ① — 1.

Puis de la ſomme du troiſieſme nombre, & la $\frac{1}{6}$ du ſecond + 7, ſoubſtraict la $\frac{1}{7}$ du troiſieſme + 8, il y demeure pour deuxieſme reſte — 6 ① — $\frac{29}{42}$ *ſec.* ① + $\frac{475}{7}$.

Les ſuſdites deux reſtes doivent eſtre egales, ſelon le contenu de la queſtion. parquoy il les reduiſoit, ſuivant la reigle, & trouvoit finalement 1 *ſec.* ① *Egale à* — $\frac{311}{160}$ + 45.

Deuxieſ-

Deuxieſme partie de l'operation.

Or ayant ainſi trouvé que la 1 *ſec.* ① miſe pour le deuxieſme nombre, ou partie deuxieſme en l'ordre, eſt egale en quantitez premierement poſées avec $-\frac{111}{100}$ ① $+45$, il a recommencé une nouvelle operation, entierement de quantitez premierement poſées, comme s'enſuit:

Pour premier nombre ou premiere partie requiſe de 80 ſoit poſé 1 ①.

Pour le ſecond nombre . $-\frac{111}{100}$ ① $+45$.

Pour mettre maintenant le troiſieſme, on faut ſçavoir la valeur de -1 *ſec.* ①, eſtant au nombre du troiſieſme en l'ordre de la premiere operation, laquelle ſe trouve, diſant, 1 *ſec.* ① vaut $-\frac{111}{100}$ ① $+45$, combien -1 *ſec.* ①? vient $\frac{111}{100}$ ① -45; cela mis au lieu de la ſuſdite -1 *ſec.* ①, & l'adjouſtant avec les autres deux -1 ① & $+80$, alors pour le troiſieſme nombre ou partie requiſe de 80 viendra $-\frac{49}{100}$ ① $+35$.

Or avec ces trois nombres ſuivi le contenu de la queſtion, à ſçavoir de la ſomme du deuxieſme nombre, & la $\frac{1}{3}$ du premier $+6$, ſoubſtraict la $\frac{1}{6}$ du deuxieſme $+7$, il y demeure pour premiere reſte $-\frac{121}{120}$ ① $+\frac{73}{2}$.

Et ainſi ſe trouvera la deuxieſme teſte auſſi de $-\frac{111}{330}$ ① $+\frac{73}{2}$.

Et la troiſieſme reſte de $-\frac{111}{100}$ ① $+7$.

Or donc ques eſtant ceſte troiſieſme reſte egale à chaſcune des deux precedentes, à ſçavoir $\frac{121}{100}$ ① $+7$, egale avec $-\frac{121}{330}$ ① $+\frac{73}{2}$, il les a reduit ſuivant la reigle, & trouvoit finalement 1 ① valoir ou faire $\frac{9640}{363}$, pour la premiere partie: Et les $\frac{111}{100}$ ① $+45$ faire $\frac{2786}{363}$, pour la deuxieſme partie; & les $-\frac{49}{100}$ ① $+35$ faire $\frac{9914}{363}$, pour la troieſieſme partie.

Demonſtration. Les ſuſdits trois nombres ſont enſemble 80, comme parties integrantes d'iceux 80, & quand on en fait ſelon le contenu de la queſtion, on trouve les trois reſtes requiſes egales, chaſcune de $\frac{2640}{363}$, comme il apparrient. *Concluſion.* Nous avons donc parti 80 en trois nombres tels, que de la ſomme du ſecond, &c.

Queſtion XX.

Trouvons trois nombres quarrez à leurs racines commenſurables, & tels que la difference du majeur au moyen ſoit triple à la difference du moyen au moindre.

Conſtruction.

Soit le moindre quarré requis 1 ②	$\frac{25}{4}$
Et le coſté du moyen ſoit 1 ① plus quelque nombre comme 1, ſon quarré pour le moyen quarré ſera 1 ② $+2$ ① $+1$	$\frac{49}{4}$
La difference du moindre quarré au moien, eſt 2 ① $+1$, ſon triple 6 ① $+3$, qui ajouſté au moyen quarré (à fin que le majeur quarré excede au moyen le triple de la difference du moyen au moindre) faict pour le majeur quarré 1 ② $+8$ ① $+4$	$\frac{121}{4}$
Egal à quelque quarré fingé, duquel le coſté ſoit 1 ① & plus quelque nombre Arithmetique. Mais tel que les ① & nombre Arithmetique de tel quarré, n'excedent pas (chaſcun à ſon eſpece) les 8 ① $+4$, mais que l'un excede & que l'autre ſoit excedé, dont la raiſon appert en la reduction; ſoit tel coſté 1 ① $+3$, ſon quarré 1 ② $+6$ ① $+9$	$\frac{121}{4}$

Leſquels reduicts 2 ① ſeront egales à 5, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{5}{2}$.

Je di que $\frac{25}{4}$. $\frac{49}{4}$. $\frac{121}{4}$. ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* Que les nombres $\frac{25}{4}$. $\frac{49}{4}$. $\frac{121}{4}$. ſont quarrez à leurs racines commenſurables, eſt manifeſte. Item la difference 18 du majeur quarré au moyen, eſt triple à la difference 6 du moyen au moindre. ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Queſtion XXI.

Trouvons deux nombres tels, que le premier avec le quarré du ſecond; Item le ſecond, avec le quarré du premier, ſoyent quarrez à leurs racines commenſurables.

Conſtruction.

Soit le premier nombre requis 1 ①	$\frac{3}{13}$
Ergo le quarré du premier nombre 1 ②	$\frac{9}{169}$
Le ſecond nombre ſoit tel, qu'aiouſté au quarré du premier nombre, donne pour ſomme un quarré ſelon la queſtion, lequel ſe trouve en ceſte ſorte: on prendra le quarré de 1 ① plus quelque nombre Arithmetique, ſoit 1, deſquels le quarré eſt 1 ② $+2$ ① $+1$, des meſmes on prendra pour ſecond nombre requis (car à 2 ① $+1$, ajouſté le quarré du premier nombre 1 ②, faict 1 ② $+2$ ① $+1$, qui aura valeur conforme à la queſtion, veu que ſa racine eſt 1 ① $+1$) les 2 ① $+1$	$\frac{10}{13}$
Son quarré pour quarré du ſecond nombre 4 ② $+4$ ① $+1$	$\frac{361}{169}$
Somme du premier nombre, & du quarré du ſecond nombre, eſt 4 ② $+5$ ① $+1$	$\frac{400}{169}$
Egale à quelque quarré ſelon la queſtion, lequel ſe fingera tel, qu'il en puiſſent ſortir des termes egaux convenables, qui ſera duquel le coſté 2 ①, & encore quelque nombre Arithmetique tel que les ① & nombre Arithmetique n'excedent pas (chaſcun à ſon eſpece) les 5 ① $+1$, mais que l'un excede, & que l'autre ſoit excedé, comme -2 (dont la raiſon appert en la reduction) le quarré ſera 4 ② -8 ① $+4$	$\frac{400}{169}$

Leſquels reduicts 13 ① ſeront egales à 3, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{3}{13}$.

Je di, que $\frac{3}{13}$ & $\frac{10}{13}$ ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Le premier nombre $\frac{3}{13}$, avec le quarré du ſecond $\frac{361}{169}$, faict quarré $\frac{400}{169}$, ſa racine $\frac{20}{13}$. Item le ſecond nombre $\frac{10}{13}$, avec le quarré du premier $\frac{9}{169}$, faict quarré $\frac{256}{169}$, ſa racine $\frac{16}{13}$; ce ſont donc ques quarrez à leurs racines commenſurables, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Queſtion XXII.

Trouvons deux nombres Arithmetiques tels, que le moindre ſoubſtraict, du quarré du majeur, & le majeur du quarré du moindre, les reſtes ſoyent quarrez à leurs racines commenſurables.

Conſtruction.

Soit le moindre nombre 1 ①, & plus quelque nombre Arithmetique comme 1 ① $+1$	$\frac{8}{5}$
Ergo le quarré du moindre nombre 1 ② $+2$ ① $+1$	$\frac{64}{25}$
Le majeur nombre ſoit tel, que le meſme ſoubſtraict du quarré du moindre, il y en reſte un quarré ſelon la queſtion, lequel nombre ſera touſiours les ① & nombre Arithmetique du quarré du premier nombre (car les meſmes ſoubſtraicts dudict quarré, reſtera encore 1 ②,	

de la-

de laquelle la valeur ſera quarré ſelon la queſtion) qui ſoit $2①+1$ | $\frac{21}{5}$
Son quarré pour quarré du ſecond nombre $4②+4①+1$ | $\frac{121}{25}$
Puis ſoubſtraict le moindre nombre du quarre du ſecond nombre, reſte $4②+3①$ | $\frac{81}{25}$
Egal a quelque quarré ſelon la queſtion, lequel on fingera tel, qu'il y en puiſſent ſortir termes egaux convenables, qui ſera prenant quelques ① deſquels le quarré ſoit plus que $4②$ (dont la raiſon appert en la reduction) ſoyent $3①$, ſon quarré $9②$ | $\frac{81}{25}$

Leſquels reduicts $5①$ ſeront egales à 3, & par le 67 probleme $1①$ vaudra $\frac{1}{5}$.

Je di, que $\frac{6}{5}$ & $\frac{11}{5}$ ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Le moindre nombre $\frac{6}{5}$, ſoubſtraict du quarré du majeur nombre $\frac{121}{25}$, reſte quarré $\frac{81}{25}$, ſa racine $\frac{9}{5}$. Item le maieur nombre $\frac{11}{5}$, ſoubſtraict du quarré du moindre nombre $\frac{64}{25}$, reſte $\frac{9}{25}$, ſa racine $\frac{3}{5}$. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXIII.

TRouvons deux nombres Arithmetiques tels, que le quarré de chaſcun, ajouſté à la ſomme des deux nombres, la ſomme ſoit quarré a ſa racine commenſurable.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre $1①$ | $\frac{1}{4}$
Ergo le quarré du moindre nombre $1②$ | $\frac{1}{16}$
Or pour trouver le majeur nõbre, on prendra la porence quarrée de quelque ① plus quelque nombre Arithmetique, ſoit de $1①+1$, ſon quarré $1②+2①+1$ du meſme ſoubſtraict $1②+1①$, pour le moindre nombre & ſon quarré (car ainſi la ſomme du quarré du premier nombre, & des deux nombres $1②+2①+1$, vaudra nombre quarré ſelon la queſtion, veu que ſon coſte eſt $1①+1$) reſte pour le majeur nombre $1①+1$ | $\frac{5}{4}$
Son quarré pour quarré du maieur nombre $1②+2①+1$ | $\frac{25}{16}$
Somme du quarré du majeur nombre & des deux nombres requis eſt $1②+4①+2$ | $\frac{49}{16}$
Egal à quelque quarré, que l'on fingera tel qu'il y en ſortent termes egaux convenables comme ſouventesfois a eſté dict ci deſſus, ſoit duquel le coſte $1①-2$, ergo le quar. $1②-4①+4$ | $\frac{49}{16}$

Leſquels reduicts $8①$ ſeront egales à 2, & par le 67 probleme $1①$ vaudra $\frac{1}{4}$.

Je di, que $\frac{1}{4}$ & $\frac{5}{4}$ ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Du moindre nombre $\frac{1}{4}$, le quarré eſt $\frac{1}{16}$, qui aiouſté à $\frac{1}{4}$ & $\frac{5}{4}$, faict quarré $\frac{25}{16}$, ſa racine $\frac{5}{4}$. Item du majeur nombre $\frac{5}{4}$, le quarré eſt $\frac{25}{16}$, qui ajouſté a $\frac{1}{4}$ & $\frac{5}{4}$, faict quarré $\frac{49}{16}$, ſa racine $\frac{7}{4}$; ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXIV.

TRouvons deux nombres Arithmetiques tels, que du quarré de chaſcun, ſoubſtraict la ſomme des deux nombres, les reſtes ſoyent quarrez à leurs racines commenſurables.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre requis $1①$ | $\frac{1}{2}$
Ergo le quarré du moindre nombre $1②$ | $\frac{1}{4}$
Or pour trouver le maieur nombre, on prendra le quarré de quelque ①, plus quelque nombre Arithmetique, ſoit de $1①+1$, ſon quarré eſt $1②+2①+1$, du meſme ſoubſtraict $1②+1①$, pour le moindre nombre & ſon quarre (car ainſi aviendra, que du quarre du majeur nombre, qui ſera $1①+2①+1$, ſoubſtraict les deux nombres requis, qui ſont enſemble $2①+1$, reſtera $1③$, de laquelle la valeur ſera quarré conforme à la queſtion) reſte pour majeur nombre requis $1①+1$ | $\frac{3}{2}$
Son quarré pour quarré du maieur nombre $1③+2①+1$ | $\frac{49}{4}$
Puis du quarré du moindre nombre, ſoubſtraict la ſomme des deux nombres requis $2①+1$, reſte $1②-2①-1$ | $\frac{5}{4}$
Egal à quelque quarré, que l'on fingera tel, qu'il y en ſortent termes egaux convenables, ſoit duquel le coſte $1①-3$, ergo le quarré $1②-6①+9$ | $\frac{5}{4}$

Leſquels reduicts, $4①$ ſeront egales à 10, & par le 67 probleme, $1①$ vaudra $\frac{5}{2}$.

Je di, que $\frac{5}{2}$ & $\frac{7}{2}$ ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Du quarre du moindre nombre requis $\frac{25}{4}$, ſoubſtraict la ſomme des deux nombres $\frac{5}{2}$ & $\frac{7}{2}$ qui eſt $\frac{24}{4}$, reſte quarré $\frac{1}{4}$, ſa racine $\frac{1}{2}$. Item du quarré du majeur nombre $\frac{49}{4}$, ſoubſtraict ladicte ſomme $\frac{24}{4}$, reſte $\frac{25}{4}$, ſa racine $\frac{5}{2}$; ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXV.

TRouvons deux nombres Arithmetiques tels, que le quarré de leur ſomme, atouſte à chaſcun nombre: Les ſommes ſoyent quarrez à leurs racines commenſurables.

CONSTRVCTION.

Soit la ſomme des quarrez $1②$ | $\frac{1}{121}$
Et le moindre nombre requis ſoit tel, qu'ajouſte à la ſomme des quarrez, la ſomme ſoit quarré ſelon le requis, ſoit $3②$ | $\frac{3}{121}$
Et le majeur nombre ſoit auſſi tel, qu'ajouſté à la ſomme des quarrez (qui eſt le premier en l'ordre) la ſomme ſoit quarré ſelon le requis, ſoit $8②$ | $\frac{64}{121}$
La ſomme des deux nombres requis eſt $11②$, ſon quarré $121④$ | $\frac{121}{121}$
Egal au premier en l'ordre $1②$ | $\frac{121}{121}$

Leſquels reduicts $121②$ ſeront egales à 1, & par le 78 probleme, $1①$ vaudra $\frac{1}{11}$.

Je di, que $\frac{1}{121}$ & $\frac{8}{121}$ ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme des deux nombres $\frac{3}{121}$ & $\frac{64}{121}$, eſt $\frac{11}{121}$, ſon quarré $\frac{121}{14641}$, au meſme atouſte le moindre nombre $\frac{1}{121}$, faict quarré $\frac{1}{14641}$, ſa racine $\frac{11}{121}$. Item audict quarré $\frac{121}{14641}$, atouſte le majeur nombre $\frac{8}{121}$, faict quarré $\frac{1089}{14641}$, ſa racine $\frac{33}{121}$, ce ſont doncques quarrés à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXVI.

TRouvons deux nombres Arithmetiques tels, que du quarré de leur ſomme, ſoubſtraict chaſcun nombre, les reſtes ſoyent quarrez à leurs racines commenſurables.

CONSTRVCTION.

On prendra quelque nombre quarré à ſa racine commenſurable, ſoit 16, puis on

choiſira

choiſira quelques deux nombres qui ſoubſtraicts de 16, donnent pour reſtes ſemblables quarrez, ſoyent 7 & 12. Ces trois nombres nous ſerviront au propoſt comme s'enſuit: Poſons pour le quarre de la ſomme des numbres requis $16\,②$ | $\frac{256}{361}$
Et le moindre nombre requis $7\,②$ | $\frac{49}{361}$
Et le majeur nombre requis $12\,②$ | $\frac{144}{361}$
La ſomme des nombres requis eſt $19\,②$, ſon quarré $361\,②$ | $\frac{256}{361}$
Egal au premier en l'ordre $16\,②$ | $\frac{256}{361}$

Leſquels reduicts $361\,②$ ſeront egales à 16, & par le 78 probleme $1\,①$ vaudra $\frac{4}{10}$.

Je di, que $\frac{112}{361}$ & $\frac{192}{361}$ ſunt les deux quarrez requis. *Demonſtration.* La ſomme des deux nombres requis eſt $\frac{304}{361}$, ſon quarré $\frac{256}{361}$, du meſme ſoubſtraict le moindre nombre requis $\frac{112}{361}$, reſte quarré, $\frac{144}{361}$, ſa racine $\frac{12}{19}$. Item du meſme quarré $\frac{256}{361}$, ſoubſtraict le majeur nombre requis $\frac{192}{361}$, reſte quarré $\frac{64}{361}$, ſa racine $\frac{8}{19}$. Ce ſunt doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falluit demonſtrer.

Qvestion XXVII.

Trouvons deux nombres Arithmetiques tels, que chaſcun avec le produict des deux nombres, ſoit quarré à ſa racine commenſurable, & que la ſomme des deux racines ſoit 6.

Construction.

Soit le premier nombre requis $1\,①$ | $\frac{37}{37}$
Et le ſecond nombre ſera tel, que le meſme multiplié par le premier, & au produict ajouſté le premier, la ſomme ſoit quarré ſelon la queſtion, doncques le ſecond nombre ſoit $4\,①-1$ | $\frac{111}{37}$
Car ainſi ſera le produict du premier & ſecond $4\,②-1\,①$, auquel ajouſté le premier nombre $1\,①$, ſera quarre ſelon la queſtion, à ſçavoir pour premier quarré $4\,②$, ſa racine quarree $2\,①$ | $\frac{74}{37}$
Puis au produict du premier & ſecond nombre $4\,②-1\,①$ ajouſtant le ſecond nombre faict pour ſecond quarré $4\,②+3\,①-1$ | $\frac{7744}{729}$
Or puis que la racine du premier quarré eſt $2\,①$, la racine du ſecond quarré (car leur ſomme doibt eſtre 6 ſelon la queſtion) ſera $-2\,①+6$, deſquels le quarré egal au ſecond quarré, eſt $4\,②-24\,①+36$ | $\frac{7744}{729}$

Leſquels reduicts, $27\,①$ ſeront egales à 37, & par le 67 probleme $1\,①$ vaudra $\frac{37}{27}$.

Je di, que $\frac{37}{27}$ & $\frac{111}{27}$ ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Le produict des deux nombres $\frac{37}{27}$ & $\frac{111}{27}$ eſt $\frac{4477}{729}$, au meſme ajouſte le premier nombre $\frac{37}{27}$ faict quarre $\frac{5476}{729}$, ſa racine $\frac{74}{27}$. Item audict produict $\frac{4477}{729}$, ajouſté le ſecond nombre $\frac{111}{27}$, faict quarré $\frac{7744}{729}$, ſa racine $\frac{88}{27}$. Item la ſomme des racines $\frac{74}{27}$ & $\frac{88}{27}$ eſt 6 ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Qvestion XXVIII.

Trouvons deux nombres Arithmetiques tels, que chaſcun ſoubſtraict de leur produict, les reſtes ſoyent nombres quarrez à leurs racines commenſurables; Et que la ſomme de leurs racines ſoit 5.

Construction.

Soit le premier nombre $1\,①$ | $\frac{36}{17}$
Et le ſecond nombre ſera tel, que multiplié par le premier, & du produict ſoubſtraict le premier, le reſte ſoit quarré ſelon la queſtion, doncques le ſecond nombre ſoit $4\,①+1$ | $\frac{125}{17}$
Car ainſi ſera le produict du premier & ſecond, $4\,②+1\,①$, duquel ſoubſtraict le premier nombre $1\,①$, la reſte eſt quarré ſelon la queſtion; à ſçavoir pour premier quarré $4\,②$, ſa racine pour racine du premier quarré $2\,①$ | $\frac{52}{17}$
Puis du produict du premier & ſecond nombre $4\,②+1\,①$, ſoubſtraict le ſecond nombre requis $4\,①+1$, reſte pour ſecond quarré $4\,②-3\,①-1$ | $\frac{1089}{289}$
Or puis que la racine du premier quarré eſt $2\,①$, la racine du ſecond quarré (car leur ſomme doibt eſtre 5 ſelon la queſtion) ſera $-2\,①+5$, deſquels le quarré egal au ſecond quarré, eſt $4\,②-20\,①+25$ | $\frac{1089}{289}$

Leſquels reduicts $17\,①$ ſeront egales à 26, & par le 67 probleme $1\,①$ vaudra $\frac{26}{17}$.

Je di, que $\frac{26}{17}$ & $\frac{121}{17}$ ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Le pruduict des deux nombres $\frac{26}{17}$ & $\frac{121}{17}$, eſt $\frac{3146}{289}$, du meſme ſoubſtraict le premier nombre $\frac{26}{17}$, reſte quarré $\frac{2704}{289}$, ſa racine $\frac{52}{17}$. Item dudict produict $\frac{3146}{289}$, ſoubſtraict le ſecond nombre $\frac{121}{17}$, la reſte eſt quarre $\frac{1089}{289}$, ſa racine $\frac{33}{17}$. Item la ſomme des racines $\frac{52}{17}$ & $\frac{33}{17}$ eſt 5 ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Nota.

Xylander ſe dict avoir amendé aux propoſitions ſuivantes quelques erreurs du texte Greeq, mais il ſemble qu'il y deffaut encore quelque choſe, nous declarerons le texte de Diophante de mot à mot comme s'enſuit.

Qvestion XXIX.

Trouvons deux nombres quarrez tels, que leur produict ajouſté à chaſcun d'iceux nombres les ſommes ſoient quarrez. Soit l'un des quarrez que l'on cherche $1\,Q$, l'autre 1, à ſçavoir quarré, leur produict ſera $1\,Q$, le meſme aiouſté à chaſcun doibt faire quarré. la choſe doncques eſt demenee juſques a la; qu'il nous faut trouver quel quarré avec unité face quarré. Poſons que le quarré que je cherce ſoit le produict des meſmes $1\,Q$, auquel ſi on ajouſte 1, faict $1\,Q+1$, egal à quarré. Ie finge quarré duquel le coſté $1\,N-2$, le meſme (à ſçavoir $1\,Q+4-4\,N$) s'egale à $1\,Q+1$, & $1\,N$ vaut $\frac{3}{4}$, & les nombres ſont $\frac{9}{16}$ & $\frac{16}{16}$, deſquels le produict avec unité eſt quarré.

Or à ce produict ſi l'on ajouſte auſſi l'autre, il faut qu'il ſace quarré, lequel produict eſtant $\frac{9}{16}$, nous les propoſerõs tous en quarrez, qui eſt leur ſe decuple $9\,Q+9$. Le meſme doneques eſt egal à quarré. ie finge quarré duquel le coſté $3\,N-4$, le meſme eſt $9\,Q+16-24\,N$, & $1\,N$ faict $\frac{7}{24}$, & l'un ſera $\frac{324}{576}$, & l'autre $\frac{49}{576}$, & font ce que l'on requeroit.

Qvestion XXX.

Trouvons deux nombres quarrez tels, que de leur produict ſoubſtraict chaſcun nombre, la reſte ſoit quarré. Or ſi je poſe autre fois l'un $1\,Q$, l'autre 1; Leur produict ſera $1\,Q$, & faut auſſi que ſoubſtraict 1, la reſte ſoit quarré. la choſe doncques eſt demenée juſques à la, qu'il faut trouver quelque quarré, duquel ſoubſtraict unité, demeure quarré, le meſme eſt $\frac{25}{16}$. duquel ſoubſtraict unité, à ſçavoir $\frac{16}{16}$, reſte quarre $\frac{9}{16}$. Prenons leur ſedecuple

ple. Je poſe doneques l'un 1 Q, l'autre 25, deſquels le produict eſt quarré. Mais de ces 25 Q, ſoubſtraict 25, reſte 25 Q — 25. qui s'egale à quelque quarré; Je finge le quarre du coſté 1 N — 4, lequel quarré eſt 1 Q + 16 — 8 N, & s'egale à 25 Q — 25, & ſe faict le nombre $\frac{27}{8}$. Doncques l'un nombre ſera $\frac{289}{64}$, & l'autre $\frac{100}{64}$, ce qui ſatisfaict au requis.

Qvestion XXXI.

TRouvons deux nombres tels, qu'a leur produict ajouſté leur ſomme, & dudict produict ſoubſtraict leur ſomme, que ſomme & reſte ſoyent quarrez à leurs racines commenſurables.

Construction.

Il eſt premierement à noter comme pour theoreme qu'a la ſomme des quarrez de deux nombres Arithmetiques quelconques, ajouſté le double de leur produict, ou de ladicte ſomme, ſoubſtraict ledict double de leur produict; que la ſomme & reſte ſeront quarrez à leurs racines commenſurables. Soyent par exemple 2 & 3, la ſomme de leurs quarrez eſt 13, à laquelle ajouſté le double du produict de 2 & 3, qui eſt 12, faict 25. le meſme 12 ſoubſtraict de 13, reſte 1. Doncques comme dict eſt, la ſomme (qui eſt 25) & reſte (qui eſt 1) ſont quarrez à leurs racines commenſurables

Pourtant poſons le cas que le produict des nombres requis ſoit 13 ②; & que le premier nombre requis ſoit 1①	$\frac{13}{6}$
Ergo le ſecond nombre requis (à fin que leur produict ſoit 13②) ſera 13①	$\frac{13}{6}$
Leur produict 13②	$\frac{637}{36}$
Si on ajouſte aux meſmes (ſelon le theoreme ci deſſus) 12②, ou ſi des meſmes on ſoubſtraict 12②, la ſomme & reſte ſeront quarrez ſelon la queſtion, doncques 12②	$\frac{13}{6}$
Seront egales à la ſomme du premier & ſecond nombre 14①	$\frac{7}{6}$

Leſquels reduicts 12① ſeront egales à 14, & par le 67 probleme 1① vaudra $\frac{7}{6}$.

Je di, que $\frac{7}{6}$ & $\frac{13}{6}$ ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Le produict de $\frac{7}{6}$ & $\frac{13}{6}$, eſt $\frac{637}{36}$, au meſme ajouſté la ſomme de $\frac{7}{6}$ & $\frac{13}{6}$, qui eſt $\frac{13}{6}$, faict $\frac{2225}{36}$, duquel la racine $\frac{35}{6}$. Item dudict produict $\frac{637}{36}$, ſoubſtraict leſdictes $\frac{13}{6}$, reſte quarre $\frac{49}{36}$, ſa racine $\frac{7}{6}$; ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Qvestion XXXII.

TRouvons deux nombres Arithmetiques deſquels la ſomme ſoit quarré à ſa racine commenſurable, & tels qu'a leur produict ajouſté leur ſomme, & du meſme produict ſoubſtraict leur ſomme; Somme & reſte ſoyent ſemblables quarrez.

Construction.

Il eſt premierement à noter comme pour theoreme (qui eſt ſemblable au theoreme de la precedente 31 queſtion) que le double du produict de deux nombres, ajouſte aux deux quarrez des nombres, ou ſoubſtraicts des meſmes quarrez, que ſomme & reſte ſeront quarrez à leurs racines commenſurables. Soyent par exemple deux nombres 4 & 2, leur produict eſt 8, le double 16, qui ajouſte aux deux quarrez des nombres, qui ſont 16 & 4, la ſomme eſt 36; Ou ſi on ſoubſtraict les meſmes 16 deſdicts quarrez 20, reſte 4. Doncquez comme dict eſt, la ſomme (qui eſt 36) & la reſte (qui eſt 4) ſont quarrez à leurs racines commenſurables.

Pourtant poſons le cas que la ſomme des deux nombres requis ſoit 20②, & que le premier nombre requis ſoit 2①	$\frac{6}{4}$
Ergo le ſecond nombre (à fin que le produict de leurs quarrez ſoit 20②) ſera 10①	$\frac{10}{4}$
La ſomme de leurs quarrez 20②	$\frac{136}{16}$
Si on ajouſte aux meſmes, 16②, ou ſi des meſmes on ſoubſtraict 16②, la ſomme & reſte ſeront (par le theoreme cy deſſus) quarrez ſelon la queſtion, doneques 16②	9
Seront egales à la ſomme du premier & ſecond nombre, qui eſt 12①	9

Leſquels reduicts 16① ſeront egales à 12, & par le 67 probleme 1① vaudra $\frac{3}{4}$.

Je di, que $\frac{6}{4}$ & $\frac{10}{4}$, ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme des nombres $\frac{6}{4}$ & $\frac{10}{4}$, eſt quarré $\frac{36}{4}$, ſa racine $\frac{6}{2}$. Item le produict de $\frac{6}{4}$ & $\frac{10}{4}$, eſt $\frac{120}{16}$, au meſme ajouſté ladicte ſomme $\frac{36}{4}$, la ſomme eſt quarré $\frac{324}{16}$, ſa racine $\frac{18}{4}$. Item dudict produict $\frac{180}{16}$, ſoubſtraict ladicte ſomme $\frac{36}{4}$, reſte quarré $\frac{36}{16}$, ſa racine $\frac{6}{4}$; ce ſont doneques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il fallout demonſtrer.

Qvestion XXXIII.

TRouvons trois nombres Arithmetiques tels, que le quarré du premier, ajouſté au ſecond; Et le quarré du ſecond, ajouſté au troiſieſme; Et le quarré du troiſieſme, ajouſté au premier, les ſommes ſoyent ſemblables quarrez.

Construction.

Soit le premier nombre requis 1①	$\frac{7}{57}$
Puis il faut noter comme pour theoreme que tout nombre Arithmetique excedant le double de un autre en 1, & ajouſté au quarré du moindre nombre, faict quarré à ſa racine commenſurable. Soit par exemple 2, & ſon double plus 1 eſt 5, doncques 5 ajouſté au quarré de 2 qui eſt 4, faict 9, quarré à ſa racine commenſurable. Qui eſtant ainſi s'enſuit qu'on pourra mettre pour le ſecond nombre requis, le double du premier plus 1, le ſecond nombre doncques ſera 2① + 1	$\frac{71}{57}$
Et pour meſme raiſon le troiſieſme nombre ſera le double du ſecond plus 1, à ſçavoir 4① + 3	$\frac{299}{57}$
Et ainſi au quarré du premier nombre qui eſt 1②, ajouſté le ſecond nombre, faict quarré ſelon la queſtion 1② + 2① + 1	$\frac{4096}{3249}$
Item au quarré du ſecond nombre, qui ſera 4② + 4① + 1, ajouſte le troiſieſme nombre, faict quarre 4② + 8① + 4	$\frac{26384}{3249}$
Puis au quarré du troiſieſme nombre, qui ſera 16② + 24① + 9, ajouſté le premier nombre, faict 16② + 25① + 9	$\frac{40000}{3249}$
Egales à quelque quarré ſelon la queſtion, lequel on fingera tel, qu'il y en peuvent ſortir egaux termes convenables, ſoit duquel le coſté 4① — 4, ſon quarré 16② — 32① + 16	$\frac{40000}{3249}$

Leſquels reduicts 57① ſeront egales à 7, & par le 67 probleme 1① vaudra $\frac{7}{57}$.

Je di, que $\frac{7}{57}$ & $\frac{71}{57}$ & $\frac{299}{57}$ ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* Le quarré du premier nombre $\frac{7}{57}$ eſt $\frac{49}{3249}$, au meſme ajouſté le ſecond nombre $\frac{71}{57}$, faict quarre $\frac{4096}{3249}$, ſa racine $\frac{64}{57}$. Item le quarré du ſecond nombre $\frac{71}{57}$, eſt $\frac{5041}{3249}$, au meſme ajouſté le troiſieſme $\frac{299}{57}$, faict quarre $\frac{26384}{3249}$, ſa racine $\frac{162}{57}$. Item le quat-

le quarré du troiſieſme nombre $\frac{220}{57}$, eſt $\frac{196021}{3249}$, au meſme ajouſté le premier nombre $\frac{20}{57}$, faict quarré $\frac{420000}{3249}$, ſa racine $\frac{2000}{57}$. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis, ce qu'il fallnit demonſtrer.

QVESTSON XXXIV.

TRouvons trois nombres Arithmetiques tels, que du quarré du premier ſoubſtraict le ſecond, Item du quarré du ſecond, ſoubſtraict le troiſieſme; Item du quarré du troiſieſme, ſoubſtraict le premier, les trois reſtes ſoyent quarrez à leurs racines commenſurables.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis $s\,①+1$ | $\frac{16}{9}$

Puis il faut noter comme pour theoreme, que tout nombre Arithmetique d'unité moindre que le double d'un autre nombre, & du quarré du moindre, ſoubſtraict le majeur nombre, la reſte eſt nombre quarré à ſa racine commenſurable. Soit par exemple 3, puis 5, qui eſt d'unite moindre que le double dudict 3, puis ſoubſtraict 5 du quarré de 3, qui eſt 9, reſte quarré 4, à ſa racine commenſurable. Qui eſtant ainſi, s'enſuit qu'on pourra mettre pour le ſecond nombre requis, le double du premier moins 5, le ſecond nombre doncques ſera $2\,①+1$ | $\frac{25}{9}$

Et pour meſme raiſon le troiſieſme nombre ſera le double du ſecond moins 1, à ſçavoir $4\,①+5$ | $\frac{37}{9}$

Et ainſi du quarré du premier nombre, qui eſt $1\,②+2\,①+1$, ſoubſtraict le ſecond nombre, reſte quarré $s\,②$ | $\frac{49}{81}$

Item du quarré du ſecond nombre, qui eſt $4\,②+4\,①+1$, ſoubſtraict le troiſieſme nombre, reſte quarré $4\,②$ | $\frac{196}{81}$

Puis du quarré du troiſieſme nombre, qui eſt $16\,②+8\,①+1$, ſoubſtraict le premier nombre, reſte $16\,②+7\,①$ | $\frac{1225}{81}$

Egal à quelque quarré ſelon la queſtion, lequel ſe fingera tel, qu'il y en peuvent ſurtir termes egaux convenables, ſoit duquel le coſte $5\,①$, ſon quarré $25\,②$ | $\frac{1225}{81}$

Leſquels reduicts $9\,①$ ſeront egales à 7, & $1\,①$ par le 67 probleme vaudra $\frac{7}{9}$.

Je di, que $\frac{16}{9}$ $\frac{25}{9}$ $\frac{37}{9}$ ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* Le quarré du premier nombre $\frac{16}{9}$ eſt $\frac{256}{81}$, du meſme ſoubſtraict le ſecond nombre $\frac{25}{9}$, reſte quarré $\frac{49}{81}$, ſa racine $\frac{7}{9}$. Item le quarré du ſecond nombre $\frac{25}{9}$, eſt $\frac{625}{81}$, du meſme ſoubſtraict le troiſieſme nombre $\frac{37}{9}$, reſte quarré $\frac{196}{81}$, ſa racine $\frac{14}{9}$. Item le quarré du troiſieſme nombre $\frac{37}{9}$, eſt $\frac{1369}{81}$, du meſme ſoubſtraict le premier nombre $\frac{16}{9}$, reſte quarré $\frac{1225}{81}$, ſa racine $\frac{35}{9}$. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXXV.

TRouvons trois nombres Arithmetiques tels, que le quarré de chaſcun, ajouſté à la ſomme des trois nombres: la ſomme ſoit quarré à ſa racine commenſurable.

CONSTRVCTION.

Il faut premierement noter comme pour theoreme, que le quarré de la moitie de la difference du diviſeur & quotient de nombres Arithmetiques, aiouſté au nombre à diviſer, donne pour ſomme un quarré à ſa racine commenſurable. Soit par exemple 7 nombre à diviſer, & diviſeur 3, le quotient ſera $2\frac{1}{3}$, la difference du quotient & diviſeur eſt $\frac{2}{3}$, ſa moitie $\frac{1}{3}$, ſon quarré $\frac{1}{9}$, ajouſté à 7, faict quarré $\frac{64}{9}$, à ſa racine $\frac{8}{3}$ commenſurable, ſelon le theoreme.

Or à fin de preparer par ce theoreme nombres propres ſervans à la conſtruction, prennons pour nombre à diviſer 12, & trois diviſeurs quelconques 1. 2. 3. doncques par le theoteme, la moitie de la difference procedant de nombre à diviſer 12, & diviſeur 1, ſera $\frac{11}{2}$. Item ſemblable difference procedant de 12 & 2 ſera 2, & de 12 & 3 ſera $\frac{3}{2}$. Eſtant doneques $\frac{11}{2}$ & 12 nombres conformes à la queſtion, à ſçavoir tels que le quarré de $\frac{11}{2}$, ajouſté à 52, donne pour ſomme un quarré ſelon la queſtion, & ainſi des autres deux nombres, s'enſuit que $\frac{21}{8}$ & 2 & $\frac{5}{8}$ & 12, ſont nombres ſervant à noſtre propos en ceſte ſorte:

Soit le premier nombre requis	$\frac{11}{8}\,①$	$\frac{121}{64}$
Et le ſecond nombre	$2\,①$	$\frac{4}{1}$
Et le troiſieſme	$\frac{3}{8}\,①$	$\frac{9}{64}$
Somme des trois nombres	$8\,①$	$\frac{256}{64}$
Egale à	$52\,②$	$\frac{256}{3}$

Leſquels reduicts $3\,①$ ſeront egales à 2, & par le 67 probleme $1\,①$ vaudra $\frac{2}{3}$.

Je di, que $\frac{11}{2}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{3}{5}$ ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme des trois nombres eſt $\frac{256}{3}$, à la meſme ajouſté $\frac{121}{9}$ (quarré du premier nombre $\frac{11}{3}$) faict quarré $\frac{2809}{9}$, ſa racine $\frac{53}{3}$. Item à ladicte ſomme $\frac{256}{3}$, ajouſté $\frac{16}{9}$ (quarré du ſecond nombre $\frac{4}{3}$) faict quarré $\frac{64}{9}$. Item à ladicte ſomme $\frac{256}{3}$, ajouſté $\frac{1}{9}$ (quarré du troiſieſme nombre $\frac{1}{3}$) faict quarré $\frac{49}{9}$, ſa racine $\frac{7}{3}$; ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il faut demonſtrer.

QVESTSON XXXVI.

TRouvons trois nombres Arithmetiques tels, que du quarré de chaſcun ſoubſtraict la ſomme des trois nombres, la reſte ſoit quarré à ſa racine commenſurable.

CONSTRVCTION.

Premierement il faut noter comme pour theoteme, que le nombre à diviſer, ſoubſtraict du quarré de la moitie de la ſomme du diviſeur, & le quotient de nombres Arithmetiques, donne pour reſte un qnarré à ſa racine commenſurable. Soit par exemple 7 nombre à diviſer & diviſeur 3, le quotient ſera a $2\frac{1}{3}$, ſomme du quotient a $\frac{1}{3}$ & diviſeur 3, eſt $5\frac{1}{3}$, ſa moitie $\frac{8}{3}$, ſon quarré $\frac{64}{9}$, du meſme ſoubſtraict 7, reſte quarré $\frac{1}{9}$, à ſa racine commenſurable ſelon le theoteme.

Or à fin de preparet par ce theoteme nombres propres ſervans à la conſtruction, prennons pour nombre à diviſet 12, & trois diviſeurs quelconques 1. 2. 3. Doneques par le theoreme, la moitie de la ſomme procedant de nombre à diviſer 12, & diviſeur 1, ſera $\frac{13}{2}$. Item ſemblable ſomme procedante de 12 & 2, ſera 4. Item ſemblable ſomme procedante de 12 & 3 ſera $\frac{7}{2}$. Eſtant doncques $\frac{13}{2}$ & 12 nnmbres conformes à la queſtion, à ſçavoir que le quarré de $\frac{13}{2}$, ſoubſtraict de 52, donne pour teſte un quarré ſelon la queſtion, & ainſi des autres deux nombres, s'enſuit que $\frac{21}{2}$ & 4 & $\frac{7}{2}$ & 52, ſont nombres ſervant à noſtre propos en ceſte ſoste:

Soit le premier nombre requis	$\frac{21}{8}\,①$	$\frac{25}{16}$
Le ſecond nombre	$4\,①$	$\frac{16}{1}$
Et le troiſieſme nombre	$\frac{7}{8}\,①$	$\frac{49}{64}$
Somme des trois nombres	$54\,①$	$\frac{256}{1}$
Egale à	$12\,②$	$\frac{256}{3}$

Leſ-

Leſquels reduicts 12 ① ſeront egales à 14, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{7}{6}$.

Je di, que $\frac{91}{12}$ $\frac{56}{12}$ $\frac{49}{12}$ ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* Le quarré du premier nombre $\frac{91}{12}$, eſt $\frac{8281}{144}$, du meſme ſoubſtraict la ſomme des trois nombres $\frac{91}{12}$ $\frac{56}{12}$ $\frac{49}{12}$, qui eſt $\frac{196}{12}$, reſte quarré $\frac{5929}{144}$, ſa racine $\frac{77}{12}$. Item le quarré de $\frac{56}{12}$ eſt $\frac{3136}{144}$, du meſme ſoubſtraict ladicte ſomme $\frac{196}{12}$, reſte quarré $\frac{784}{144}$, ſa racine $\frac{28}{12}$. Item le quarré de $\frac{49}{12}$, eſt $\frac{2401}{144}$, du meſme ſoubſtraict ladicte ſomme $\frac{196}{12}$, reſte quarré $\frac{49}{144}$, ſa racine $\frac{7}{12}$; ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

TROISIESME LIVRE D'ALGEBRE DE DIOPHANTE D'ALEXANDRIE;

Traduict en langue Françoiſe & expliqué par SIMON STEVIN *de Bruges.*

QVESTION I.

TRouvons trois nombres Arithmetiques tels, que le quarré de chaſcun, ſoubſtraict de la ſomme des trois nombres, la reſte ſoit ſemblable quarré.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis 1 ①	$\frac{81}{121}$
Et le ſecond nombre de ① autant qu'on veut, ſoyent 2 ①	$\frac{270}{121}$
Le quarré du premier nombre eſt 2 ②	$\frac{72900}{14641}$
Le quarré du ſecond nombre eſt 4 ②	$\frac{291600}{14641}$
Somme des quarrez, laquelle on poſera auſſi pour ſomme des nombres requis (car ainſi ſera ſatisfaict aux deux premiers nombres requis) eſt 5 ②	$\frac{364125}{14641}$
Puis diviſant 5 ②, en deux quarrez ſelon la queſtion, à ſçavoir 1 ② & 4 ②, il faut diviſer les meſmes 5 ② autrefois en deux quarrez, par la 10 queſtion du 2 livre, ſoit en $\frac{121}{25}$ ② & $\frac{4}{25}$ ②.	
Puis poſons le troiſieſme nombre eſtre racine de $\frac{4}{25}$ ② qui eſt $\frac{2}{5}$ ①	$\frac{34}{121}$
Son quarré (qui ſoubſtraict de la ſomme des nombres 5 ② ſe en l'ordre, reſte 121 ①, qui eſt quarré ſelon la queſtion) ſera $\frac{4}{25}$ ②	$\frac{2356}{14641}$
Doncques la ſomme des trois nombres (qui ſont le premier ſecond & ſixieſme en l'ordre) qui eſt $\frac{3}{5}$ ①	$\frac{319}{121}$
Eſt egale à la ſomme des nombres cinequieſme en l'ordre, qui eſt 5 ②	$\frac{319}{121}$

Leſquels reduicts 5 ② ſeront egales à $\frac{3}{5}$, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{27}{25}$.

Ie di, que $\frac{81}{121}$ $\frac{270}{121}$ $\frac{34}{121}$ ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* Le quarré du premier nombre $\frac{81}{121}$, eſt $\frac{7225}{14641}$, le meſme ſoubſtraict de $\frac{319}{121}$ (qui eſt la ſomme des trois nombres requis $\frac{81}{121}$ $\frac{270}{121}$ $\frac{34}{121}$) reſte quarre $\frac{28900}{14641}$, ſa racine $\frac{170}{121}$. Item le quarré du ſecond nombre $\frac{270}{121}$, eſt $\frac{72900}{14641}$, le meſme ſoubſtraict de ladicte ſomme $\frac{319}{121}$, reſte quarré $\frac{72361}{14641}$, ſa racine $\frac{269}{121}$. Item le quarré du troiſieſme nombre $\frac{34}{121}$, eſt $\frac{1156}{14641}$, le meſme ſoubſtraict de ladicte ſomme $\frac{319}{121}$, reſte quarré $\frac{74969}{14641}$, ſa racine $\frac{197}{121}$. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION II.

TRouvons trois nombres Arithmetiques tels, que le quarré de leur ſomme, aiouſté à chaſcun nombre, les ſommes ſoyent ſemblables quarrez.

CONSTRVCTION.

Soit la ſomme des nombres requis 1 ①	$\frac{3}{26}$
Son quarre pour quarre de la ſomme des trois nombres requis, ſera 1 ②	$\frac{9}{676}$
Puis on poſera les nombres requis tels, que chaſcun aiouſté au quarré de leur ſomme, les ſommes ſoyent quarrez ſelon la queſtion. ſoit le premier nombre requis 3 ②	$\frac{27}{676}$
Et le ſecond nombre ſoit 8 ②	$\frac{72}{676}$
Et le troiſieſme nombre (car aiouſtant à chaſcun nombre le quarre de leur ſomme 1 ②, ce ſeront 4 ②, & 9 ②, & 16 ②, quarrez conformes à la queſtion) ſoit 15 ②	$\frac{135}{676}$
Somme des trois nombres requis (qui ſont le troiſieſme quatrieſme & cinequieſme en l'ordre) eſt 26 ②	$\frac{234}{676}$
Egale à la ſomme des trois nombres premier en l'ordre 1 ①	$\frac{3}{26}$

Leſquels reduicts 26 ① ſeront egales à 1, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{3}{26}$.

Je di, que $\frac{3}{676}$ $\frac{27}{676}$ $\frac{135}{676}$ ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme des trois nombres requis eſt $\frac{3}{26}$, ſon quarré $\frac{9}{676}$; au meſme aiouſté le premier nombre $\frac{3}{676}$, faict quarré $\frac{81}{676}$, ſa racine $\frac{9}{26}$. Item audict quarré $\frac{27}{676}$, aiouſte le ſecond nombre $\frac{81}{676}$, faict quarré $\frac{729}{676}$, ſa racine $\frac{27}{26}$. Item audict quarré $\frac{135}{676}$, aiouſté le troiſieſme nombre $\frac{135}{676}$, faict quarré $\frac{18225}{676}$, ſa racine $\frac{135}{26}$; Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon la queſtion; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION III.

TRouvons trois nombres Arithmetiques tels, que du quarré de leur ſomme ſoubſtraict chaſcun nombre, les trois reſtes ſoyent ſemblables quarrez.

CONSTRVCTION.

Soit la ſomme des trois nombres requis 4 ① | $\frac{4}{17}$
Son quarré pour quarté des trois nombres requis 16 ② | $\frac{64}{289}$
Puis on poſera les nombres requis tels, que chaſcun ſoubſtraict du quarre de leur ſomme ſecond en l'ordre, les reſtes ſoyent quarrez ſelon la queſtion, ſoit le premier nombre 7 ② | $\frac{28}{289}$
Et le ſecond nombre 12 ② | $\frac{48}{289}$
Et le troiſieſme nombre (car chaſcun nombre ſoubſtraict du quarré de leur ſomme 16 ②, les reſtes ſeront 9 ②, & 4 ②, & 1 ②, quarrez conformes à la queſtion) ſoit 15 ② | $\frac{60}{289}$
Somme des trois nombres requis (qui ſont le troiſieſme & quatrieſme & cinequieſme en l'ordre) eſt 34 ② | $\frac{8}{17}$
Egale à la ſomme des trois nombres premier en l'ordre 4 ① | $\frac{8}{17}$

Leſquels reduicts 17 ① ſeront egales à 2, & par le 67 ptobleme, 1 ① vaudra $\frac{2}{17}$.

Je di, que $\frac{28}{289}$, $\frac{48}{289}$, $\frac{60}{289}$, ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme des trois nombres requis eſt $\frac{8}{17}$, ſon quarré $\frac{64}{289}$, du meſme ſoubſtraict le premier nombre $\frac{28}{289}$, reſte quarré $\frac{36}{289}$, ſa racine $\frac{6}{17}$. Item du dict quarre $\frac{64}{289}$, ſoubſtraict le ſecond nombre $\frac{48}{289}$, reſte quarré $\frac{16}{289}$, ſa racine $\frac{4}{17}$. Item du dict quarré $\frac{64}{289}$, ſoubſtraict le troiſieſme nombre $\frac{60}{289}$, reſte quarré $\frac{4}{289}$, ſa racine $\frac{2}{17}$; ce ſont doncques quarrés à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

*QVESTION IV.

TRouvons trois nombres Arithmetiques tels, que le quarré de leur ſomme, ſoubſtraict de chaſcun nombre, les trois reſtes ſoyent ſemblables quarrez.

CONSTRVCTION.

Soit la ſomme des trois nombres requis 1 ① | $\frac{1}{17}$
Son quarré pour quarré de la ſomme des trois nombres 1 ② | $\frac{1}{289}$
Puis on poſera les nombres requis tels, que de chaſcun ſoubſtraict le quarre de ſa ſomme des nombres, qui eſt 1 ② ſecond en l'ordre, les reſtes ſoyent quarrez ſelon la queſtion; Soit le premier nombre 2 ② | $\frac{2}{289}$
Et le ſecond nombre 5 ② | $\frac{5}{289}$
Et le troiſieſme nombre requis (car de chaſcun nombre ſoubſtraict le quarré de la ſomme qui eſt 1 ②, les reſtes ſeront 1 ②, & 4 ②, & 9 ②, qui ſont quarrez conſonnes à la queſtion) ſoit 10 ② | $\frac{10}{289}$
Somme des trois nombres requis (qui ſont le troiſieſme quatrieſme & cinequieſme en l'ordre) eſt 17 ② | $\frac{3}{17}$
Egale à la ſomme des trois nombres premier en l'ordre, qui eſt 1 ① | $\frac{1}{17}$

Leſquels reduicts 17 ① ſeront egales à 1, & par le 67 probleme 1 ①, vaudra $\frac{1}{17}$.

Ie di, que $\frac{2}{289}$ $\frac{5}{289}$ $\frac{10}{289}$, ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme des trois nombres $\frac{2}{289}$ $\frac{5}{289}$ $\frac{10}{289}$ eſt $\frac{1}{17}$, & ſon quarré eſt $\frac{1}{289}$, qui ſoubſtraict du premier nombre $\frac{2}{289}$, reſte quarré $\frac{1}{289}$, ſa racine $\frac{1}{17}$. Item du ſecond nombre $\frac{5}{289}$, ſoubſtraict ledict quarré $\frac{1}{289}$, reſte quarré $\frac{4}{289}$, ſa racine $\frac{2}{17}$. Item du troiſieſme nombre $\frac{10}{289}$, ſoubſtraict ledict quarré $\frac{1}{289}$, reſte quarré $\frac{9}{289}$, ſa racine $\frac{3}{17}$. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION V.

TRouvons trois nombres deſquels la ſomme ſoit quarré à ſa racine commenſurable, & tels que chaſques deux nombres excedent au troiſieſme en ſemblable quarré.

CONSTRVCTION.

Soit la ſomme des nombres requis, le quarré de 1 ① + 1 qui eſt 1 ② + 2 ① + 1 | 81
Poſons maintenant que le premier & ſecond nombre, excedent au troiſieſme en quelque quarré ſelon la queſtion, ſoit en 1 | 1
Or eſtant cognue la ſomme des trois nombres, & l'exees du premier & ſecond au troiſieſme, doneques par le theoreme cy deſſoubs, le troiſieſme nombre requis ſera $\frac{1}{2}$ ② + 1 ① | 49
Poſons maintenant que le ſecond & troiſieſme nombre exeedent au premier autre fois en quelque quarré ſelon la queſtion, ſoit en 1 ② | 64
Or eſtant cognue la ſomme des trois nombres, & l'exees du ſecond & troiſieſme au premier, doneques par le theoreme cy deſſoubs le premier nombre requis ſera 1 ② + $\frac{1}{4}$ | $\frac{17}{4}$
Puis la ſomme du troiſieſme & premier nombre requis, qui eſt $\frac{1}{2}$ ② + 2 ① + $\frac{1}{2}$, ſoubſtraict de la ſomme des trois nombres, qui eſt le premier en l'ordre, reſte pour le ſecond nombre requis $\frac{1}{2}$ ② + $\frac{1}{2}$ | $\frac{65}{4}$
Reſte maintenant que le premier & troiſieſme, excedent au ſecond en quarré ſelon la queſtion, mais la ſomme du premier & troiſieſme nombre, qui eſt $\frac{1}{2}$ ② + 2 ① + $\frac{1}{2}$, excede au ſecond nombre qui eſt $\frac{1}{2}$ ② + $\frac{1}{2}$, en 2 ① | 16
Les meſmes doncques ſont egales à quelque quarré ſelon la queſtion, ſoit à 16 | 16
Et par le 67 probleme 1 ① vaudra 8.

Je di, que $\frac{17}{2}$ $\frac{65}{2}$ $\frac{80}{2}$ ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme des trois nombres $\frac{17}{2}$ $\frac{65}{2}$ $\frac{80}{2}$ eſt quarré 81, ſa racine 9. Item la ſomme du premier & ſecond nombre $\frac{82}{2}$, excede au troiſieſme nombre $\frac{80}{2}$ en quarré $\frac{2}{2}$, ſa racine 1. Item la ſomme du ſecond & troiſieſme nombre qui eſt $\frac{145}{2}$, excede au premier nombre $\frac{17}{2}$, en quarré $\frac{128}{2}$, ſa racine 8. Item la ſomme du troiſieſme & premier nombre qui eſt $\frac{97}{2}$, exeede le ſecond $\frac{65}{2}$, en quarré $\frac{32}{2}$, ſa racine 4; Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

THEOREME
DE XYLANDRE.

SOubſtraict l'exces de deux nombres au troiſieſme, de la ſomme des trois nombres: la moitié du reſte ſera le troiſieſme nombre.

Explication du donné. Soyent donnez quelques trois nombres 2. 3. 4. *Explication du requis.* Il faut par iceux nombres demonſtrer ce qui eſt propoſé au theoreme. *Demonſtration.* Si on ſoubſtraict 1 (qui eſt l'exees du premier & ſecond au troiſieſme) de 9 (qui eſt la ſomme des trois nombres) reſte 8, la moitié eſt 4, le troiſieſme nombre propoſé.

Or s'enſuit par ce theoreme, qu'eſtant la ſomme des trois

trois nombres 1 ② + 2 ① + 1, & l'exces du premier & ſecond au troiſieſme, qui eſt 1, que le troiſieſme nombre ſera $\frac{1}{4}$ ② + 1 ①, comme dict eſt en la conſtruction de la precedente queſtion. Car de 1 ② + 2 ① + 1 (qui eſt la ſomme des trois nombres) ſoubſtraict 1 (qui eſt l'exces du premier & ſecond au troiſieſme) reſte 1 ② + 2 ①, ergo ſa moitie pour le troiſieſme nombre ſera $\frac{1}{2}$ ② + 1 ①. *Concluſion.* Soubſtraict doncques l'exces des deux nombres au troiſieſme, de la ſomme des trois nombres: La moitie du reſte, ſera le troiſieſme nombre; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION VI.

CESTE VI. queſtion eſt la meſme que la precedente V. mais elle ſe fera ici par autre conſtruction telle:

CONSTRVCTION.

On trouvera premierement trois nombres quarrez à leurs racines commenſurables, & deſquels la ſomme ſoit ſemblable quarré. Soyent 4. 9. 36. deſquels la ſomme quarré 49. Or eſtant cogneuz ces trois nombres & leur ſomme, la reſte ſe peut faire par la preecedente 5 queſtion, ou bien par le preecedent theoreme diſant: ſi la ſomme des trois nombres eſt 49, & le premier & ſecond excedaſſent le troiſieſme en 4: Ergo le troiſieſme ſera 22 $\frac{1}{2}$. Item, ſi le ſecond & troiſieſme excedaſſent le premier en 9; Ergo le premier ſera 20. Item ſi le troiſieſme & premier excedaſſent le ſecond en 36; Ergo le ſecond ſera 6 $\frac{1}{4}$; Dont la demonſtration ſera ſemblable à la demonſtration de la precedente 5 queſtion.

QVESTION VII.

TRouvons trois nombres, deſquels la ſomme ſoit quarré à ſa racine commenſurable, & que la ſomme de chaſque deux, ſoit ſemblable quarré.

CONSTRVCTION.

Soit la ſomme des trois nombres, le quarré de 1 ① + 1 qui eſt 1 ② + 2 ① + 1	441
Et ſoit la ſomme du premier & ſecond 1 ②	400
Ergo le troiſieſme nombre ſera 2 ① + 1	41
Soit la ſomme du ſecond & troiſieſme, le quarré de 1 ① — 1, qui eſt 1 ② — 2 ① + 1	361
Laquelle ſomme ſoubſtraicte de la ſomme des trois nombres premier en l'ordre, reſte pour le premier nombre requis 4 ②	80
Or la ſomme du premier & ſecond nombre ſecond en l'ordre, eſt 1 ②, de la meſme ſoubſtraict le premier nombre 4 ①, reſte pour le ſecond nombre requis 1 ② — 4 ①	320
Reſte maintenant que le troiſieſme & premier nombre, qui font enſemble 6 ① + 1	121
Soient egal à quelque quarré, lequel on fingera tel, qu'il y en ſorte convenable egaleté, ſoit le quarre de 11, à ſçavoir 121	

Leſquels reduicts 6 ① ſeront egales à 120, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 20.

Je di, que 80. 320. 41. ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme de 80. 320. 41 eſt quarré 441, ſa racine 21. Item, la ſomme du premier & ſecond, eſt quarré 400, ſa racine 20. Item la ſomme du ſecond & troiſieſme, eſt quarré 361, ſa racine 19. Item la ſomme du troiſieſme & premier eſt quarré 121, ſa racine 11. Ce ſont doneques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION VIII.

CESTE 8 queſtion eſt la meſme que la precedente 7, & differe quaſi ſeulement en cela, que la ou Diophante en la 7 a poſé 111, il poſe en la 8 queſtion 36, d'ou la ſolution pour les trois nombres requis ſera, $\frac{840}{36}$. $\frac{1681}{36}$. $\frac{456}{36}$.

QVESTION IX.

TRouvons trois nombres d'egal exces, deſquels chaſques deux ſoyent quarrez à leurs racines commenſurables.

CONSTRVCTION.

On trouvera premierement trois nombres quarrez d'egal exces; Et deſquels la moitie de leur ſomme ſoit majeur qu'aucun des meſmes nombres (car l'experience demonſtre que ce ſeroit autrement travaille a l'impoſſible, ne fuſt que l'on vouluſt ſolver par —) Soit le premier le quarré de 1 ① qui eſt 1 ②

Et le ſecond ſoit le quarre de 1 ① + 1 qui eſt 1 ② + 2 ① + 1

Leur exces eſt 2 ① + 1, qui ajouſté au ſecond nombre, faict pour le troiſieſme 1 ② + 4 ① + 2

Egal à quelque quarré, que l'on fingera tel qu'il y en ſorte convenable egaleté, ſoit le quarré de 1 ① — 8, qui eſt 1 ② — 16 ① + 64

Leſquels reduicts 20 ① ſeront egales à 62, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $3\frac{1}{10}$. Et les trois nombres requis ſeront tels $\frac{961}{100}$. $\frac{1681}{100}$. $\frac{2401}{100}$. Et delaiſſant les denominateurs nuls pouvons dire que ce ſont 961. 1681. 2401. car ce ſont trois quarrez d'egal exces, & deſquels la moitie de leur ſomme eſt majeure qu'aucun deſdicts nombres ſelon qu'il eſtoit propoſé.

Or eſtant trouvez ces trois nombres il faut maintenant par les meſmes venir au requis; c'eſt quoi l'on trouvera trois nombres tels, que la ſomme du premier & ſecond ſoit 961, & que la ſomme du ſecond & troiſieſme 2401. Et la ſomme du troiſieſme & premier 1681. Et eſt choſe claire qu'alors on aura le requis. Or pour y avenir,

Soit la ſomme des trois nombres requis 1 ①	$2521\frac{2}{3}$
De la meſme ſoubſtraict la ſomme du premier & ſecond nombre, qui ſoit 961, reſte pour le troiſieſme 1 ① — 961	$1560\frac{2}{3}$
Et de ladicte ſomme des trois nombres requis, autrefois ſoubſtraict la ſomme du ſecond & troiſieſme, qui ſoit 2401, reſte pour le premier 1 ① — 2401	$120\frac{2}{3}$
Et de ladicte ſomme des trois nombres, autrefois ſoubſtraict la ſomme du troiſieſme & premier nombre, qui ſoit 1681, reſte pour le ſecond nombre 1 ① — 1681	$840\frac{2}{3}$
La ſomme des trois nombres requis, qui ſont ſecond troiſieſme & quatrieſme en l'ordre, eſt 3 ① — 5043	$2521\frac{2}{3}$
Egale à la ſomme des trois nombres premier en l'ordre + 1 ①	$2521\frac{2}{3}$

Leſquels reduicts 2 ① ſeront egales à 5043, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $2521\frac{2}{3}$.

Je di, que $120\frac{2}{3}$. $840\frac{2}{3}$. $1560\frac{2}{3}$ ſunt les trois nombres requis. *Demonſtration.* L'exces du ſecond au prenuer: Item du troiſieſme au ſecond, eſt 720, ils ſont doncques d'egal exces. Item la ſomme du premier & ſecond eſt quarré 961, ſa racine 31; Item la ſomme du ſecond & troiſieſme eſt quarré 2401, ſa racine 49; Item la ſomme du troiſieſme & premier eſt quarré 1681, ſa

racine 41. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Qvestion X.

TRouvons trois nombres tels, que chaſques deux ajouſtez à 3, facent quarré à ſa racine commenſurable, & que la ſomme des trois nombres avec ledict 3, ſoit ſemblable quarré.

Construction.

Prenons premierement quelque quarré, comme le quarre de 1 ① + 2, qui eſt 1 ② + 4 ① + 4; du meſme ſoubſtraict 3, la reſte pour le premier & ſecond nombre requis (car ſi on y ajouſte 3, il ſera quarré ſelon la queſtion) eſt 1 ② + 4 ① + 1	222
Et de meſme ſorte prenons le quarré de 1 ① + 3, qui eſt 1 ② + 6 ① + 9, du meſme ſoubſtraict 3, la reſte pour le ſecond & troiſieſme nombre requis (car ſi on y ajouſte 3, il ſera quarré ſelon la queſtion) eſt 1 ② + 6 ① + 6	253
Et de meſme ſorte prenons le quarré de 1 ① + 4, qui eſt 1 ② + 8 ① + 16, du meſme ſoubſtraict 3, la reſte pour la ſomme des trois nombres requis (car ſi on y aiouſte 3, il ſera quarre ſelon la queſt.) eſt 1 ② + 8 ① + 13	286
De la meſme ſomme, ſoubſtraict la ſomme du premier & ſecond, premier en l'ordre, reſte pour le 3 nombre requis 4 ① + 12	64
Puis de ladicte ſomme troiſieſme en l'ordre, autrefois ſoubſtraict la ſomme du ſecond & troiſieſme, ſecond en l'ordre, reſte pour le premier nombre requis 2 ① + 7	33
Lequel premier nombre ſoubſtraict de la ſomme du premier & ſecond nombre, premier en l'ordre, reſte pour le ſecond nombre requis 1 ② + 2 ① — 6	189
Somme du troiſieſme & premier nombre, qui ſont le quatrieſme & cinequieſme en l'ordre, eſt 6 ① + 19, auquel ajouſté 3, faict 6 ① + 22	100
Qui doibt eſtre quarré ſelon la queſtion, il ſera doncques egal à quelque quarre que l'on fingera tel, qu'il y en ſorte convenable egaleté, ſoit 100	

Leſquels reduicts 6 ① ſeront egales à 78, & par le 67 probleme 1 ① vaudra 13.

Je di, que 33. 189. 64. ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* Aux deux nombres 33. & 189. ajouſté 3, la ſomme eſt quarré 225, ſa racine 15. Item aux deux nombres 189, 64. ajouſté 3, faict quarré 256, ſa racine 16. Item aux deux nombres 64. 33, ajouſté 3, faict quarré 100, ſa racine 10. Item aux trois nombres 33. 189. 64. ajouſté 3. faict quarré 289, ſa racine 17. Ce ſont doncques quarrez ſelon la queſtion; ce qu'il falloit demonſtrer.

Qvestion XI.

TRouvons trois nombres tels, que de la ſomme de chaſques deux ſoubſtraict 3, la reſte ſoit quarré à ſa racine commenſurable. & que la ſomme deſdicts trou nombres ſoubſtraict duict 3, la reſte ſoit ſemblable quarré.

Construction.

Prenons premierement quelque quarré, comme le quarré de 1 ①, qui eſt 1 ②, au meſme ajouſté 3, la ſomme pour le premier & ſecond nombre (car ſi l'on en ſoubſtraict 3, la reſte ſera quarré ſelon la queſtion) eſt 1 ② + 3	105
Et de meſme ſorte prenons le quarré de 1 ① + 1, qui eſt 1 ② + 2 ① + 1, au meſme ajouſté 3, la ſomme pour le ſecond & troiſieſme nombre (car ſi on en ſoubſtraict 3, la reſte ſera quarré ſelon la queſtion) eſt 1 ② + 2 ① + 4	124
Et de meſme ſorte prenons le quarré de 1 ① + 2, qui eſt 1 ② + 4 ① + 4, au meſme ajouſté 3, faict pour la ſomme des trois nombres requis (car ſi on en ſoubſtraict 3, la reſte ſera quarré ſelon la queſtion) eſt 1 ② + 4 ① + 7	147
De la meſme ſomme ſoubſtraict la ſomme du premier & ſecond nombre premier en l'ordre, reſte pour troiſieſme nombre requis 4 ① + 4	44
Puis de ladicte ſomme troiſieſme en l'ordre, autrefois ſoubſtraict la ſomme du ſecond & troiſieſme nombre ſecond en l'ordre, reſte pour le premier nombre 2 ① + 3	23
Lequel premier nombre ſoubſtraict de la ſomme du premier & ſecond nombre premier en l'ordre, reſte pour le 2 nombre 1 ② — 2 ①	80
Somme du troiſieſme & premier nombre quatrieſme & cinequieſme en l'ordre, eſt 6 ① + 7 des meſmes ſoubſtraict 3, reſte 6 ① + 4	64
Qui doibt eſtre quarré ſelon la queſtion, il eſt doncques egal à quelque quarré, que l'on fingera tel qu'il y en ſorte convenable egaleté, ſoit 64	

Lequels reduicts 6 ① ſeront egales à 60, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 10.

Je di, que 23. 80. 44 ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* De la ſomme des deux nombres 23. 80. qui eſt 103, ſoubſtraict 3, reſte quarré 100, ſa racine 10. Item de la ſomme des deux nombres 80. 44, qui eſt 124, ſoubſtraict 3, reſte quarré 121, ſa racine 11. Item de la ſomme des deux nombres 44. 23, qui eſt 67, ſoubſtraict 3, reſte quarré 64, ſa racine 8. Item de la ſomme des trois nombres 23. 80. 44, qui eſt 147, ſoubſtraict 3, reſte quarre 144, ſa racine 12. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Nota. Quant aux operations de ceſte 12 enſemble de la 13 queſtion ſuivante, j'en ſuis de la meſme opinion qu'eſt Xylandre; a ſçavoir qu'elles ne ſont pas algebraiques, c'eſt à dire ſelon les legitimes reigles d'algebre, parquoi nous deſcrirons les meſmes motz de Diophante en ceſte ſorte.

Qvestion XII.

L'On requiert trois nombres tels, qu'au produict de chaſques deux ajouſté quelque nombre donné, la ſomme ſoit quarré. Soit le nombre donné 12, ſi on ſoubſtraict le meſme de quelque quarré, facilement appert que la reſte eſt le produict du premier & ſecond; parce qu'au meſme aiouſté 12, la ſomme ſera quarré. Je ſoubſtrairai 12, de quelque quarré, ſoit de 25, reſte 13, qui eſt le produict du premier & ſecond, ſoit le premier 13 N, le ſecond 1 N, à fin que leur produict ſoit 13 Q. Puis je ſoubſtrairai 12 de quelque autre quarré, à fin que j'aie le produict du ſecond & troiſieſme. Ie les ſoubſtrairai de 16, reſte 4. Ergo le produict du ſecond & troiſieſme eſt 4, mais eſtant le ſecond 1 N, le troiſieſme ſera 4 N, leur produict 4 Q. Reſte maintenant que le produict du troiſieſme

ſieſme & premier plus 12, ſoit quarré, le produict eſt 52 Q. Doncques 52, Q + 12, vallent un quarré. Or ſeroit l'equation facile, ſi 13, qui eſt au lieu du premier des produicts 13 Q, fuſt quarré: Lequel n'eſtant pas ainſi, la choſe eſt demenée juſques à la, qu'il faut trouver deux nombres, deſquels le produict ſoit quarré, & d'avantage chaſcun ajouſté à 12, face quarre. Mais ſi au lieu de ces nombres, je trouve des quarrez, les meſmes donneront produict quarré.

Eſtant doncques trouvez des quarrez rels, qu'a chaſcun ajouſté 12, les ſommes ſoyent quarrez, l'equation ſera achevée. Or 4 & $\frac{1}{4}$, ſont quarrez tels, qu'a chaſcun ajouſté 12, les ſommes ſont quarrez. Leſquels eſtant ainſi trouvez, je me reſere à ce que je fiz au premier: je mets le premier nombre 4 N, le ſecond 1 N, le troiſieſme $\frac{1}{4}$ N; Reſte maintenant que au produict du premier & troiſieſme ajouſté 12, la ſomme ſoit quarré. Le produict du troiſieſme & premier eſt 1 Q. Ergo 1 Q + 12 s'egale à quelque quarré, lequel je finge duquel le coſté 1 N + 3, qui ſera 1 Q + 6 N + 9, & 1 N, faict 3. Et eſt ſatisfaict au requis.

Qvestion XIII.

L'On requiert trois nombres tels, que du produict de chaſques deux ſoubſtraict quelque nombre donné, la reſte ſoit quarré.

Soit le nombre donné 10. Or eſtant le produict du premier & ſecond celuy duquel ſoubſtraict 10 donne reſte quarré, j'aiouſtera 10 à quelque quarré à fin de le trouver. Soit le quarré 4; Ergo le produict du premier & ſecond 14. Soit le premier 14, le ſecond ſera 1. Conſtituons autrefois en nombres ceux deſquels le produict ſera 14 quarrez, ſoit le premier 14 N, le ſecond 1 N. Puis j'aiouſte à un autre quarré 10, pour avoir le produict du ſecond & troiſieſme, ſoit celuy quarré 9. Ergo le produict du ſecond & troiſieſme eſt 19 Q. Reſte maintenant que le produict du premier & troiſieſme plus 10, ſoit quarré. Ergo 266 — 10 ſont egales à quarré. Or pour les raiſons que j'ay demonſtré en la precedente propoſition, la choſe eſt demenée juſques à la, qu'il faut trouver deux quarrez, deſquels de chaſcun ſoubſtraict 10, la reſte ſoit quarré; qui ſera facile, ſi cherchez le quarré, duquel ſoubſtraict 10, reſte quarré. Certes ſi à quelque nombre on ajouſte 1, & qu'on multiplie la moitié de la ſomme en ſoy, & que de tel quarre on ſoubſtraict le nombre premier poſé, la reſte ſera auſſi quarré. J'aiouſte 1 a 10, la moitié eſt 5 $\frac{1}{2}$, ſi de ſon quarré 30 $\frac{1}{4}$, je ſoubſtraicts 10, reſte quarré 20 $\frac{1}{4}$ duquel la racine 4 $\frac{1}{2}$. Je poſe maintenant le premier eſtre 30 $\frac{1}{4}$, le dernier 1, & ſera neceſſaire que de 1 Q, ſoubſtraict 10, la reſte ſoit quarré. Ergo 1 Q — 10 s'egale à quarré. Ie finge ſon coſté 1 ① — 2, ſon quarré ſera 1 ② + 4 — 4 N, & 1 N faict 3 $\frac{1}{2}$. Ergo le troiſieſme que je poſois 1 Q, ſera 12 $\frac{1}{4}$, le premier 30 $\frac{1}{4}$, deſquels ſoubſtraict de chaſcun 10, reſte quarré. Ie viens maintenant à ce que je cherchois au premier & je poſe les nombres tels: le premier 30 $\frac{1}{4}$, le deuxieſme 1 N, le troiſieſme 12 $\frac{1}{4}$ N; Reſte maintenant que le produict du troiſieſme & premier 370 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{16}$ moins 10, ſoit egal à quarré, & à fin que les quarrez ſoyent entiers, multiplions les par 16, & ainſi 5929 Q — 160 s'egaleront au quarré du coſté 77 N — 2, qui eſt 5929 Q + 4 — 308 N. Et 1 N ſera $\frac{1}{17}$. Et je poſois le premier 30 $\frac{1}{4}$, celuy ſera 1244, le deuxieſme 1, celuy ſera 77, le troiſieſme 12 $\frac{1}{4}$, le meſme ſera 502 $\frac{1}{4}$. Et eſt ſatisfaict au requis.

Qvestion XIV.

TRouvons trois nombres, deſquels le produict de chaſques deux avec le troiſieſme, ſoit quarré a ſa racine commenſurable.

Construction.

Soit le produict du premier & ſecond nombre avec le troiſieſme, le quarré de 1 ① + 3 qui eſt 1 ② + 6 ① + 9	16
Du meſme prenons pour le troiſieſme nombre le 9	9
Ergo le produict du premier & ſecond ſera 1 ② + 6 ①	7
Et ſoit le premier 1 ①	2
Ergo (à fin que le produict du premier & ſecond nombre ſoit 1 ② + 6 ①) le ſecond nombre ſera 1 ① + 6	7
Et le produict du ſecond & troiſieſme (qui ſont le ſecond & cinquieſme en l'ordre) eſt 9 ① + 54, au meſme ajouſté le premier nombre 1 ① faict 10 ① + 54	64
Et le produict du troiſieſme & premier (qui ſont le ſecond & quatrieſme en l'ordre) eſt 9 ①, au meſme ajouſté le ſecond nombre 1 ① + 6 faict 10 ① + 6	16
Or chaſcun des deux precedens nombres (à ſçavoir le ſixieſme & ſeptieſme en l'ordre) eſt egal à quelque quarré à ſa racine commenſurable, il faut doncques trouver un quarré de double egaleté. Soit par poſition de 12 & 4 (pour les deux nombres deſquels le produict 48, eſt egal à la difference de 10 ① + 54, à 10 ① + 6) deſquels le quarré de double egaleté egal au maieur propoſé 10 ① + 54, eſt (par la note devant la 12 queſtion du ſecond livre) 64	64

Leſquels reduicts 10 ① ſerout egales à 10, & par le probleme 1 ① vaudra 1. 67

Je di, que 1. 7. 9. ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* Le produict de 1 & 7 eſt 7, au meſme ajouſté 9, faict quarré 16, ſa racine 4. Item le produict de 7 & 9, eſt 63, au meſme ajouſté 1, faict quarré 64, ſa racine 8. Item le produict de 9 & 1 eſt 9, au meſme ajouſté 7, faict quarré 16, ſa racine 4. Ce ſont doncques quatrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Qvestion XV.

TRouvons trois nombres tels, que du produict de chaſque deux, ſoubſtraict le troiſieſme, la reſte ſoit quarré à ſa racine commenſurable.

Construction.

Soit le premier nombre requis	1 ①	$\frac{-3}{4}$
Et le ſecond nombre	1 ① + 4	$\frac{13}{4}$
Leur produict eſt	1 ② + 4 ①	$\frac{105}{16}$
Du meſme ſoubſtraict le troiſieſme nombre, la reſte doibt eſtre quarré ſelon la queſtion. Poſons doncques que le troiſieſme (à fin que ſoubſtraict 4 ① de 1 ② + 4 ① reſte quarré 1 ②) ſoit	4 ①	$\frac{20}{4}$
Le produict du ſecond & troiſieſme nombre eſt 4 ② + 16 ①, du meſme ſoubſtraict le premier 1 ①, reſte	4 ② + 15 ①	$\frac{400}{16}$
Le produict du troiſieſme & premier eſt 4 ②, duquel ſoubſtraict le ſecond nombre 1 ① + 4, reſte	4 ② — 1 ① — 4	1

Or chaſcun des deux precedens nombres, à ſçavoir le cinquieſme & ſixieſme en l'ordre, eſt egal à quelque quarré à ſa racine commenſurable, il faut donc trouver un quarré de double egaleté, Soit par poſition de $4\,①+1$, & 4 (pour les deux nombres deſquels le produict $16\,①+4$, eſt egal à la difference de $4\,②+15\,①$ à $4\,②-1\,①+4$) deſquels le quarré de double egaleté egal au maieur propoſé, à ſçavoir à $4\,②+15\,①$, eſt (par la note devant la 12 queſtion du ſecond livre) $4\,②+10\,①+\frac{25}{4}$ | $\frac{400}{16}$

Leſquels reduicts $5\,①$ ſeront egales à $\frac{25}{4}$, & par le 67 probleme $1\,①$ vaudra $\frac{5}{2}$.

Je di, que $\frac{1}{4}\ \frac{21}{4}\ \frac{20}{4}$ ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* Du produict de $\frac{1}{4}$ & $\frac{21}{4}$, qui eſt $\frac{105}{16}$, ſoubſtraict $\frac{20}{4}$, reſte quarré $\frac{25}{16}$, ſa racine $\frac{5}{4}$. Item du produict de $\frac{21}{4}$ & $\frac{20}{4}$, qui eſt $\frac{420}{16}$, ſoubſtraict $\frac{1}{4}$, reſte quarré $\frac{400}{16}$, ſa racine $\frac{20}{4}$. Item du produict de $\frac{20}{4}$ & $\frac{1}{4}$, qui eſt $\frac{20}{4}$, ſoubſtraict $\frac{21}{4}$, reſte quarré $\frac{4}{4}$, ſa racine 1. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Queſtion XVI.

Trouvons trois nombres tels, que le produict de chaſques deux avec le quarré du troiſieſme, ſoit quarré à ſa racine commenſurable.

Conſtruction.

Soit le premier nombre requis	$1①$	$\frac{9}{71}$
Et le ſecond nombre ſoit	$4\,①+4$	$\frac{328}{71}$
Le troiſieſme, à fin que le produict du ſecond & troiſieſme, plus le quarré du premier (qui ſont quarré $1\,②+4\,①+4$, ſa racine $1\,①+2$) Item le produict du premier & ſecond, plus le quarré du troiſieſme (qui ſont quarré $4\,②+4\,①+1$, duquel la racine $2\,①+1$) ſoyent quarrez ſelon la queſtion, ſera	1	1
Le produict du premier & troiſieſme, eſt $1\,①$, au meſme ajouſté le quarré du ſecond, qui eſt $16\,②+32\,①+16$, faict	$16\,②+33\,①+16$	$\frac{10824}{5329}$
Egal à quelque quarré, que l'on fingera tel qu'il y en ſorte convenable egaleté, ſoit duquel le coſte $4\,①-5$, ſon quarré	$16\,②-40\,①+25$	$\frac{10824}{5329}$

Leſquels reduicts $73\,①$ ſeront egeles à 9, & par le 67 probleme $1\,①$ vaudra $\frac{9}{71}$.

Je di, que $\frac{9}{71}\ \frac{1320}{73}\ 1$ ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* Le produict de $\frac{9}{71}$ & $\frac{328}{73}$, eſt $\frac{2952}{5329}$, au meſme ajouſté le quarré de 1, faict quarré $\frac{8281}{5329}$, ſa racine $\frac{91}{73}$. Item le produict de $\frac{328}{73}$ & 1, eſt $\frac{328}{73}$, au meſme ajouſté le quarré de $\frac{9}{73}$, qui eſt $\frac{81}{5329}$, faict quarré $\frac{24025}{5329}$, ſa racine $\frac{155}{73}$. Item le produict de 1 & $\frac{9}{73}$ eſt $\frac{9}{73}$, au meſme ajouſté le quarré de $\frac{328}{73}$, qui eſt $\frac{107584}{5329}$, faict quarré $\frac{10824}{5329}$, ſa racine $\frac{329}{73}$. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Queſtion XVII.

Trouvons trois nombres tels, que le produict de chaſques deux, avec la ſomme des meſmes deux nombres, ſoit quarré à ſa racine commenſurable.

Conſtruction.

Puis que le produict de deux quarrez comme 4 & 9, deſquels les racines ſont d'unité differens, ajouſté à leur ſomme, faict quarré à ſa racine commenſurable par le ſuivant theoreme; Poſons le premier nombre | 4 | 4

Et le ſecond nombre (à fin que leur produict avec leur ſomme ſoit quarré ſelon la queſtion) ſoit | 9 | 9

Soit la troiſieſme | $1①$ | 28

Le produict du ſecond & troiſieſme $9\,①$ avec leur ſomme, ſera | $10\,①+9$ | 289

Et le produict du troiſieſme & premier $4\,①$ avec leur ſomme ſera | $5\,①+4$ | 144

Or chaſcun des deux precedens nombres (à ſçavoir le quatrieſme & cinquieſme en l'ordre) eſt egal à quelque quarré à ſa racine commenſurable, il faut doncques trouver un quarré de double egaleté. Soit par poſition de $1\,①+1$ & 5 (pour les deux nombres deſquels le produict $5\,①+5$, eſt egal à la difference du quatrieſme & cinquieſme en l'ordre) deſquels le quarré de double egaleté, egal au maieur propoſé $10\,①+9$, eſt (par la note devant la 12 queſtion du ſecond livre) | $\frac{1}{4}\,②+3\,①+9$ | 289

Leſquels reduicts $\frac{1}{4}\,①$ ſera egale à 7, & par le 67 probleme, $1\,①$ vaudra 28.

Je di, que 4. 9. 28. ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* Le produict de 4 & 9 eſt 36, auquel ajouſté la ſomme de 4 & 9 qui eſt 13, faict quarré 49, ſa racine 7. Item le produict de 9 & 28 eſt 252, auquel ajouſté la ſomme de 9 & 28 qui eſt 37, faict quarré 289, ſa racine 17. Item le produict de 28 & 4 eſt 112, auquel ajouſté la ſomme de 28 & 4, qui eſt 32, faict quarré 144, ſa racine 12. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Theoreme.

Si deux nombres Arithmetiques fuſſent d'unité differens, le produict de leurs quarrez avec la ſomme de leurs quarrez, ſera quarré à ſa racine commenſurable.

Explication du donné. Soyent deux nombres deſquels la difference unité, comme 2 & 3. *Explication du requis.* Il faut demonſtrer par les meſmes le requis du theoreme. *Demonſtration.* Les quarrez de 2 & 3 ſont 4 & 9, leur produict 36, & la ſomme de 4 & 9 eſt 13, qui ajouſté à 36, faict 49, ſa racine 7 à ſon quarré commenſurable ſelon le theoreme. *Concluſion.* Si doncques deux nombres Arithmet. &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

Queſtion XVIII.

CEſte XVIII. queſtion eſt la meſme que la precedente XVII. Et differe ſeulement en la conſtruction qui ſera icy telle:

Conſtruction.

Soit le premier nombre	$1①$
Et le ſecond nombre	3
Leur produict $3\,①$ ajouſté à leur ſomme, faict	$4\,①+3$
Egal à quelque quarré à ſa racine commenſurable, ſoit	25

Leſquels reduicts, $4\,①$ ſeront egales à 22, & par le 67 probleme $1\,①$, vaudra $\frac{11}{2}$. Nous avons doncques trouvez deux nombres, le premier $\frac{11}{2}$, le ſecond 3, ſatisfaiſans à la premiere partie du requis, à ſçavoir que leur produict avec leur ſomme, monte quarré 25 à ſa racine commenſurable, doncques la precedente operation aura ſeulement ſervie, pour l'invention deſdicts deux nombres,

nombres, parquoy ce qui s'enſuit eſt operation particuliere, comme ſi nous commencions du premier.

Soit le premier nombre requis	$\frac{11}{2}$
Et le ſecond	3
Et le troiſieſme	$1①$
Produict du ſecond & troiſieſme nombre, qui eſt $3①$, aiouſté à leur ſomme faict	$4①+3$
Produict du troiſieſme & premier nombre qui eſt $\frac{11}{2}①$, aiouſté à leur ſomme, faict	$\frac{11}{2}①+\frac{11}{2}$

Or chaſcun des deux precedens nombres, à ſçavoir quatrieſme & cinequieſme en l'ordre, eſt egal à quelque quarré à ſa racine commenſurable, d'où s'enſuiveroit d'achever l'operation par quelque quarré de double egaleté, mais tel quarré ſervant au propos ne ſe peut icy trouver, car on verra par experience que l'un des egaux termes auroit deux quantitez, deſquels ne ſuccederoit pas le requis. La raiſon de ceſt accident eſt, que les propoſez n'ont point entre eux telle raiſon, comme de quarré à ſa racine commenſurable, à quarré à ſa racine commenſurable. La raiſon de quarré à quarré dont nous parlons, s'entend quand le nombre explicant leur raiſon, eſt ſemblable quarré; Comme la raiſon de 36 à 9, eſt quadruple, & 4 (qui eſt le nombre explicant icelle raiſon) eſt auſſi tel quarré. Et tous deux nombres deſquels le quotient eſt tel quarré, comme de 27 & 3 le quotient eſt 9, s'appellent nombres en telle raiſon, comme de quarré à ſa racine commenſurable, à quarré à ſa racine commenſurable. Doncques tout ce que nous avons faict juſques icy, eſt comme pour rien, car il appert qu'il fault que les deux nombres, auſquels on trouve le quarré de double egalete, ayent raiſon de quarré à quarré comme deſſus dict eſt.

Et Diophante a faict la precedente operation, ſeulement pour demonſtrer la cauſe, pourquoy il faut trouver eu la ſuivante vraye operation, deux nombres ayans ladicte raiſon de quarré à quarré.

Soit le premier nombre requis $1①$	$\frac{3}{10}$
Et le ſecond nombre (à fin que nous aions nombres en raiſon comme ledict quarré à quarré) ſera par le ſuivant theoreme ſon quadruple plus 3, qui eſt $4①+3$	$\frac{42}{10}$
Leur produict $4②+3①$, aiouſté à leur ſomme $5①+3$, faict $4②+8①+3$	$\frac{576}{100}$
Egal à quelque quarré que l'on fingera tel qu'il y en ſorte convenable egaleté, ſoit duquel la racine $2①-3$, le quarré ſera $4②-12①+9$	$\frac{576}{100}$

Leſquels reduicts 20① ſeront egales à 6, & par le 67 probleme $1①$ vaudra $\frac{3}{10}$, pour le premier nombre, & le ſecond ſera $\frac{42}{10}$.

La precedente operation doncques auta ſeulement ſervi pour l'invennon deſdicts deux nombres; parquoy ce que s'enſuivra ſera operation particuliere comme ſi nous commencions du premier.

Soit le premier nombre	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{10}$
Et le ſecond nombre	$\frac{42}{10}$	$\frac{42}{10}$
Et le troiſieſme ſoit	$1①$	$\frac{10}{10}$
Le produict du ſecond & troiſieſme nombre qui eſt $\frac{42}{10}①$, aiouſté à leur ſomme, qui eſt $1①+\frac{42}{10}$, faict $\frac{52}{10}①+\frac{42}{10}$, egal à quelque quarré à ſa racine commenſurable, ſoit 25, leur produict (ceſte multiplication icy par 25 & deſſoubs par 100 ſe faict pour venir à convenable egaleté comme appartoiſtra par la reduction) qui neceſſairement eſt ſemblable quarré ſera	$130①+105$	196
Le produict du troiſieſme & premier nombre, qui eſt $\frac{3}{10}①$, aiouſté à leur ſomme $1①+\frac{3}{10}$, faict $\frac{13}{10}①+\frac{3}{10}$, egales à quelque quarré, ſoit 100, leur produict qui neceſſairement eſt ſemblable quarré, ſera	$130①+30$	121
Or chaſcun des deux precedens nombres, à ſçavoir le quatrieſme & cinequieſme en l'ordre, eſt egal à quelque quarré à ſa racine commenſurable, il faut doncques trouver un quarré de double egalete. Soit par poſition de 15 & 5 (pour les deux nombres deſquels le produict 75, eſt egal à la difference de $150①+105$, & $130①+30$) deſquels le quarré de double egaleté, egal au moindre propoſé, à ſçavoir à $130①+30$, eſt (par la note devant la 12 queſtion du ſecond livre)	121	121

Leſquels reduicts 130① ſeront egales a 91, & par le 67 probleme, $1①$ vaudra $\frac{7}{10}$.

Je dy, que $\frac{3}{10}$ $\frac{42}{10}$ $\frac{7}{10}$ ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* Le produict de $\frac{3}{10}$ & $\frac{42}{10}$, eſt $\frac{126}{100}$, au meſme ajouſté la ſomme de $\frac{3}{10}$ & $\frac{42}{10}$ qui eſt $\frac{45}{10}$, faict quarré $\frac{576}{100}$, ſa racine $\frac{24}{10}$. Item le produict de $\frac{42}{10}$ & $\frac{7}{10}$, qui eſt $\frac{294}{100}$, au meſme ajouſté la ſomme de $\frac{42}{10}$ & $\frac{7}{10}$, qui eſt $\frac{49}{10}$, faict quarré $\frac{784}{100}$, ſa racine $\frac{28}{10}$. Item le produict de $\frac{7}{10}$ & $\frac{3}{10}$ eſt $\frac{21}{100}$, au meſme ajouſté la ſomme de $\frac{7}{10}$ & $\frac{3}{10}$, qui eſt $\frac{10}{10}$, faict quarré $\frac{121}{100}$, ſa racine $\frac{11}{10}$. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA. Quant à ce que Xylandre dict ces motz, *Cur autem ſolutio non procedat, culpa eſt, quod tertium primo æqualem ſtatuit; Cum fieri nullo modo poſſit ut in ſe multiplicatus aliquis numerus, &c.* Mais la ſolution ſi procede bien, & ce qui a faict abuſer Xylandre eſt, qu'il n'a pas faict diſtinction entre l'operation de la $1①$, reſpondante au premier nombre requis, & l'operation de la $1①$ reſpondante au troiſieſme nombre requis; Car la premiere poſition de $1①$ reſpondante au premier nombre, eſtoit pour l'invention des $\frac{3}{10}$ & $\frac{42}{10}$, leſquels trouvez (comme auſſi il eſt diſtinctement annoté ci deſſus) nous ne prenons plus d'egard en l'operation ſuivante à icelle $1①$, mais en ſon lieu ſeulement ſur $\frac{3}{10}①$. De ſorte que combien que la $1①$ reſpondante au premier nombre & la $1①$ reſpondante au troiſieſme nombre, ſont en une meſme queſtion, toutesfois y applicant convenable diſtinction, ne ſont pas d'une meſme valeur. Le meſme a auſſi abuſé ou Diophante ou (ce que je croirois pluſtoſt) quelqu'un qui de ſon authorité l'aura mis à la fin de ladicte queſtion, à ſçavoir que le premier nombre ſeroit egal au troiſieſme, ce qui faict une fauſſe ſolution.

THEOREME.

SI un nombre fuſt le quadruple plus 3 d'un autre, puis ajouſté à chaſcun nombre 1: Les ſommes auront entre elles telle raiſon comme de quarré à ſa racine commenſurable, à quarré à ſa racine commenſurable.

Explication du donné. Soit 2, & ſon quadruple plus 3 qui eſt 11. *Explication du requis.* Il faut par les meſmes demonſtrer le contenu du theoreme. *Demonſtration.* Ajouſtons 1 au 2 donné, faict 3. Item 1 a 11, faict 12. Or 12 & 3 ſont en raiſon quadruple, qui eſt comme de quarré à quarré ſelon le theoreme. *Concluſion.* Si doncques un nombre, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

QVE.

Question XIX.

Trouvons trois nombres tels, que du produict de chasques deux soubstraict la somme des mesmes deux nombres, la reste soit quarré a sa racine commensurable.

Construction.

Estant ceest exemple semblable au precedent, & tel en soubstraction comme le precedent en addition, s'ensuit que voulant imiter la seconde construction du precedent, nous ne pourrons pas prendre pour le premier nombre 1 ①, oy pour le second quelque nombre, que voulons, comme 3 ou 4, mais il nous faudra prendre ceux desquels procedent nombres aians entre eux ladicte raison de quarre à quarré.

Soit le premier nombre 1 ① + 1	$\frac{2}{3}$
Et le second nombre, (à fin que nous aions nombres en ladicte raison de quarré à quarre) sera par le suivant theoreme son quadruple moins 3, qui est 4 ① + 1	$\frac{2}{3}$
Leur produict est 4 ② + 5 ① + 1, duquel soubstraict leur somme 5 ① + 2, reste 4 ② — 1	$\frac{9}{16}$
Egale à quelque quarré à sa racine commensurable, que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egalere, soit duquel la racine 2 ① — 2, son quarré est 4 ② — 8 ① + 4	$\frac{9}{16}$

Lesquels reduicts, 8 ① seront egales à 5, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{5}{8}$, & le premier nombre sera $\frac{13}{8}$ & le second $\frac{25}{8}$. Nous avons doneques trouvé le premier & second nombre, satisfaisans à la premiere partie du requis; à sçavoir que de leur produict soubstraict leur somme, reste quarré $\frac{16}{64}$, sa racine $\frac{6}{8}$. Doneques la precedente operation aura seulement servi, pour l'invention desdicts deux nombres, parquoi ce qui s'ensuit sera operation particuliere; comme si nous commençames du premier.

Soit le premier nombre	$\frac{13}{8}$ $\frac{13}{8}$
Et le second nombre	$\frac{25}{8}$ $\frac{25}{8}$
Et le troisiesme nombre	1 ① 3
Le produict du second & troisiesme est $\frac{25}{8}$ ①, du mesme soubstraict leur somme qui est 1 ① + $\frac{25}{8}$, reste $\frac{25}{8}$ ① — $\frac{25}{8}$, egal a quelque quarré, soit 4, leur produict, qui neecessairement est semblable quarre, sera 10 ① — 14	16
Le produict du troisiesme nombre & premier, est $\frac{13}{8}$ ①, du mesme soubstraict leur somme 2 ② — $\frac{13}{8}$, reste $\frac{3}{8}$ ② — $\frac{13}{8}$, egal à quelque quarré, soit 16, leur produict qui neecessairement est semblable quarré, sera 10 ① — 26	4

Or chascun des deux precedens nombres, à sçavoir le quartiesme & cinquiesme en l'ordre, est egal à quelque quarré à sa racine commensurable, il faut doncques trouver un quarré de double egaleté; Soit par position de 2 & 6 (pour les deux nombres desquels le produict est egal à la difference de 10 ② — 14, & 10 ① — 26) desquels le quarré de double egaleté, egal au majeur proposé 10 ① — 14, est (par la note devant la 12 question du 2 livre) 16

Lesquels reduicts, 10 ① seront egales à 30, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 3.

Je di, que $\frac{13}{8}$ $\frac{25}{8}$ & 3 sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le produict de $\frac{13}{8}$ & $\frac{25}{8}$, est $\frac{325}{64}$, du mesme soubstraict la somme de $\frac{13}{8}$ & $\frac{25}{8}$, qui est $\frac{38}{8}$, reste quarré $\frac{36}{64}$, sa racine $\frac{6}{8}$; Item le produict de $\frac{25}{8}$ & 3, est $\frac{75}{8}$, du mesme soubstraict la somme de $\frac{25}{8}$ & 3, qui est $\frac{49}{8}$, reste quarré 4, sa racine 2. Item le produict de 3 & $\frac{13}{8}$, est $\frac{39}{8}$, du mesme soubstraict la somme de 3 & $\frac{13}{8}$, qui est $\frac{37}{8}$, reste quarré $\frac{1}{4}$, sa racine $\frac{1}{2}$; Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables seloo le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

Theoreme.

Si un nombre fust le quadruple moins 3 d'un autre, puis soubstraict de chascun nombre 1, les restes auront entre elles telle raison, comme de quarré à sa racine commensurable, à quarré à sa racine commensurable.

Explication du donné. Soit 6, & son quadruple moins 3 qui est 21. *Explication du requis.* Il faut par les mesmes demonstrer le contenu du theoreme. *Demonstration.* Soubstrayons 1 de 6 reste 5; Item 1 de 21 reste 20; & 20 & 5 sont en raison quadruple, qui est comme de quarré à quarré selon le theoreme. *Conclusion.* Si doncques un nombre fust le quadruple, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

Question XX.

Trouvons deux nombres tels, qu'a leur produict ajousté chascun des nombres, ou tous deux les nombres, la somme soit quarré à sa racine commensurable.

Construction.

Soit le premier nombre requis 1 ①	$\frac{67}{324}$
Et le second nombre son quadruple moins 1 (car ainsi avient par le suivant theoreme, que le moindre nombre ajousté au produict des deux nombres, la somme sera quarré selon la quest.) qui est 4 ① — 1	$\frac{16}{324}$
Leur produict est 4 ② — 1 ①, au mesme aioustre le second nombre 4 ① — 1, faict 4 ② + 3 ① — 1	$\frac{1048}{50176}$
Et audict leur produict 4 ② — 1 ①, aioustre la somme des deux nombres qui est 5 ① — 1, faict 4 ② + 4 ① — 1	$\frac{4964}{50176}$

Or chascun des deux preecdens nombres, à sçavoir le troisiesme & quatriesme en l'ordre, est egal à quelque quarré à sa racine commensurable, il faut doncques trouver un quarré de double egaleté. Soit par position de 4 ① & $\frac{1}{4}$ (pour les deux nombres desquels le produict 1 ① est egal à la differenee du troisiesme & quatriesme en l'ordre) desquels le quarré de double egaleté, egal au maieur proposé à sçavoir à 4 ② + 4 ① — 1, est (par la note devant la 12 question du seeond livre) 4 ② + $\frac{1}{2}$ ① + $\frac{1}{64}$ $\frac{2496}{50176}$

Lesquels reduicts 3 $\frac{1}{2}$ ① seront egales à $\frac{65}{64}$, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{65}{224}$.

Je di, que $\frac{65}{224}$ $\frac{36}{224}$ sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le produict de $\frac{65}{224}$ & $\frac{36}{224}$, est $\frac{2340}{50176}$, au mesme aioustre le premier nombre $\frac{65}{224}$, faict quarré $\frac{86900}{50176}$, sa racine $\frac{290}{224}$. Item audict prodnict $\frac{2340}{50176}$, aioustre le second nombre $\frac{36}{224}$, la somme est quarré $\frac{12996}{50176}$, sa racine $\frac{102}{224}$. Item audict produict $\frac{2340}{50176}$, aioustre la somme des nombres $\frac{65}{224}$ & $\frac{36}{224}$, qui est $\frac{101}{224}$, la somme est quarré $\frac{10201}{50176}$, sa racine $\frac{101}{224}$. Ce sont doncques quarrés à leurs racines commensurables selon le requis; ee qu'il falloit demonstrer.

THEO-

Theoreme.

Si le nombre explicant la raiſon de deux nombres, fuſt quarré à ſa racine commenſurable moins 1: Le produict d'iceux deux nombres, avec le moindre nombre, ſera ſemblable quarré.

Explication du donné. Soit 3, & ſon quadruple moins 1 (qui eſt raiſon ſelon le theoreme) eſt 11. *Explication du requis.* Il faut par les meſmes demonſtrer le contenu du theoreme. *Demonſtration.* Le produict de 3 & 11 eſt 33, auquel aiouſté le moindre nombre 3, faict quarré 36 à ſa racine 6 commenſurable. *Concluſion.* Si doncques le nombre explicant la raiſon, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

Queſtion XXI.

Trouvons deux nombres tels, que de leur produict ſoubſtraict chaſcun des nombres, ou tous deux les nombres, la reſte ſoit quarré à ſa racine commenſurable.

Construction.

Soit le premier nombre $1①+1$ | $\frac{9}{4}$

Et le ſecond nombre ſon quadruple moins 4 (car ainſi avient par le ſuivant theoreme, que le maieur nombre ſoubſtraict du produict des deux nombres, la reſte ſera quarré à ſa racine commenſurable) qui eſt $4①$ | $5.$

Leur produict $4②+4①$, du meſme ſoubſtraict le premier nombre $1①+1$, reſte $4②+3①-1$ | $\frac{36}{4}$

Et dudict leur prodoict $4②+4①$, ſoubſtraict la ſomme des deux nombres, qui eſt $5①+1$, reſte $4②-1①-1$ | $\frac{16}{4}$

Or chaſcun des deux precedens nombres, à ſçavoir le troiſieſme & quatrieſme en l'ordre, eſt egal à quelque quarré à ſa racine commenſurable, il faut doncques trouver un quarré de double egalete; Soit par poſition de $4①$ & 1 (pour les deux nombres deſquels le produict $4①$, eſt egal à la difference du troiſieſme & quatrieſme en l'ordre) deſquels le quarré de double egaleté, egal au maieur propoſé à ſçavoir à $4②+3①-1$, eſt (par la note devant la 12 queſtion du ſecond livre) $4②+2①+\frac{1}{4}$ | $\frac{36}{4}$

Leſquels reduicts $1①$ ſera egal ou vaudra $\frac{5}{4}$.

Je dis que $\frac{9}{4}$ & 5 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Le produict de $\frac{9}{4}$ & 5, eſt $\frac{45}{4}$, du meſme ſoubſtraict $\frac{9}{4}$, reſte quarré $\frac{36}{4}$, ſa racine $\frac{6}{2}$. Item dudict produict $\frac{45}{4}$ ſoubſtraict 5, reſte quarré $\frac{25}{4}$, ſa racine $\frac{5}{2}$. Item dudict produict $\frac{45}{4}$, ſoubſtraict la ſomme de $\frac{9}{4}$ & 5, qui eſt $\frac{29}{4}$, reſte quarré $\frac{16}{4}$, ſa racine $\frac{4}{2}$. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Theoreme.

Si le nombre explicant la raiſon de deux nombres, fuſt quarré à ſa racine commenſurable, moins le meſme nombre: Le produict des deux nombres moins le maieur des deux, ſera ſemblable quarré.

Explication du donné. Soit 6, & ſon quadruple moins 4, (qui eſt raiſon ſelon le theoreme) eſt 20. *Explication du requis.* Il faut par les meſmes demonſtrer le contenu du theoreme. *Demonſtration.* Le produict de 6 & 20 eſt 120, duquel ſoubſtraict le maieur nombre 20, reſte quarré 100 à ſa racine 10 commenſurable. *Concluſion.* Si doncques le nombre explicant la raiſon, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

Queſtion XXII.

Trouvons quatre nombres tels, que chaſcun ou aiouſté, ou ſoubſtraict du quarré de la ſomme des quatre nombres, la ſomme ou reſte ſoit quarré à ſa racine commenſurable.

Construction.

Veu (par le ſuivant theoreme) qu'ao quarré de l'Hypothenuſe d'un triangle rectangle duquel les trois coſtez ſont nombres Arithmetiques, aiouſté le quadruple du nombre du triangle, ou ledict quadruple ſoubſtraict dudict quarré, la ſomme ou reſte eſt quarré à ſa racine commenſurable; S'enſuit qu'il nous faut trouvet quatre tels triangles. Mais encore ainſi que leurs hypothenuſes ſoyent egales, car nous aurons alors nombres ſervans à noſtre propos. Prenons doncques quelques deux tels triangles, leſquels ſe trouvent par la note à la 8 queſtion du ſecond livre. Soyent 5. 4. 3. & 13. 12. 5. Mais ces deux triangles ont diverſes hypothenuſes, il faut donc par les meſmes trouver deux triangles d'une commune hypothenuſe, qui ſe peut faire ainſi: On multipliera les hypothenuſes 5 & 13, l'un par l'autre, faict 65: Puis on trouvera trois nombres, deſquels le premier 65, & entre eux en telle raiſon comme 5. 4. 3. qui ſeront pour le premier triangle 65. 52. 39. Puis on trouvera encore trois nombres deſquels le premier 65, & entre eux en relle raiſon comme 13. 12. 5. qui ſeront pour le ſecond triangle 65. 60. 25. Nous avons doncques deux triangles deſquels les hypothenoſes ſont egales. Or pour trouver les autres deux triangles à ladicte hypothenuſe 65, on diviſera (par la 10 queſtion du ſecond livre) le quarré de 65, deux fois en deux autres quarrez, que ne ſont les quarrez de 52 & 39, ou 60 & 25 (ce qui par ladicte 10 queſtion ſera poſſible; vrai eſt que l'ony demonſtre ſeulement une fois la partition d'un nombre compoſé de deux quarrez, en deux autres quarrez, mais veu que le quarré de 65 eſt nombre en deux manieres compoſé de deux quarrez, à ſçavoir des deux quarrez de 52 & 39, & des deux quarres de 60 & 25; S'enſuit qu'on pourra partir par ladicte 10 queſtion, ledict quarre de 65 deux fois en deux divers autres quarrez; & à mon advis Diophante a eu egard à ceſte raiſon, ſans qu'il en aye alieurs eſcript particulier theoreme comme eſtime Xylandre) Soit aux quarrez de 56 & 33, & aux quarrez de 63 & 16, de ſorte que le troiſieſme triangle ſera 65. 56. 33, & le quatrieſme 65. 63. 16. leſquels nous annotons pour plus grande evidence en ceſte ſorte:

Premier triangle	65.	52.	39.
Second triangle	65.	60.	25.
Troiſieſme triangle	65.	56.	33.
Quatrieſme triangle	65.	63.	16.

Or eſtant trouvez les nombres de ces quatre triangles, les meſmes nous ſervitont à l'operation en ceſte ſorte:

Soit la ſomme des quatre nombres requis $65①$

Son quarré $4225②$

Soit maintenant le premier nombre requis le quadruple de la ſuperfice du premier triangle, qui eſt le double du rectangle de $52①$ en $39①$ (car, par le ſuivant theoreme, le meſme ou aiouſté ou ſoubſtraict des $4225②$, la ſomme ou reſte ſera quarré ſelon la queſtion) faict $4056②$

Et par

Et par meſme raiſon, le double du produict de 60 ① par 25 ①, ſera pour le ſecond nombre 3000 ②

Et par meſme raiſon le double du produict de 56 ① par 33 ①, ſera pour le troiſieſme nombre 3696 ②

Et par la meſme raiſon le double du produict de 63 ① par 16 ① ſera pour le quatrieſme nombre 2016 ②

Somme du troiſieſme quatrieſme cinquieſme & ſixieſme en l'ordre, pour la ſomme des quatre nombres requis, eſt 12768 ②

Egale à la ſomme des quatre nombres requis premier en l'ordre, qui eſt 65 ①

Leſquels reduicts 12768 ① ſeront egales à 65, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{65}{12768}$.

Je di, que $\frac{17136600}{163033824}$, $\frac{13675060}{163033824}$, $\frac{13633600}{163033824}$, $\frac{8127600}{163033824}$, ſont les quatre nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme de ces quatre nombres trouvez eſt $\frac{53904800}{163033824}$, qui vaut auſſi (car il eſt ſon premier rompu) $\frac{12768}{3192}$, ſon quarre $\frac{1631006224}{163033824}$, au meſme aiouſté $\frac{172336176}{163033824}$, la ſomme eſt quarre $\frac{349987225}{163033824}$, ſa racine $\frac{18705}{12768}$. Item dudict quarré $\frac{349987225}{163033824}$, ſoubſtraict $\frac{171336600}{163033824}$, reſte quarré $\frac{178650625}{163033824}$, ſa racine $\frac{6425}{12768}$. Item audict quarré $\frac{178650625}{163033824}$, aiouſté $\frac{42075000}{163033824}$, la ſomme eſt quarre $\frac{220725625}{163033824}$, ſa racine $\frac{14855}{12768}$. Item dudict quarré $\frac{220725625}{163033824}$, ſoubſtraict $\frac{136750000}{163033824}$, reſte quarré $\frac{83975625}{163033824}$, ſa racine $\frac{2273}{12768}$. Item audict quarré $\frac{83975625}{163033824}$, aiouſté $\frac{136750000}{163033824}$, la ſomme eſt quarre $\frac{220725625}{163033824}$, ſa racine $\frac{14855}{12768}$. Item dudict quarré $\frac{220725625}{163033824}$, ſoubſtraict $\frac{81276600}{163033824}$, reſte quarré $\frac{139449025}{163033824}$, ſa racine $\frac{11809}{12768}$. Item audict quarré $\frac{139449025}{163033824}$, aiouſté $\frac{81276600}{163033824}$, la ſomme eſt quarré $\frac{220725625}{163033824}$, ſa racine $\frac{14855}{12768}$. Item dudict quarré $\frac{220725625}{163033824}$, ſoubſtraict $\frac{81276600}{163033824}$, reſte quarré $\frac{139449025}{163033824}$, ſa racine $\frac{11809}{12768}$. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA. De meſme ſorte on pourra trouver non ſeulement qnatre nombres de la qualite de ceſte 22 queſtion, mais de multitude quelconque. Par exemple; pour trouver tels ſix nombres, on prendra trois triangles rectangles, ſoyent 5. 4. 3. & 13. 12. 5. & 65. 52. 39. Leſquels reduicts comme deſſus en triangles d'une commune hypothenuſe, qui ſera 4225 (à ſçavoir 65 multiplié par 13 faict 845, les meſmes multipliez par 5 ſont comme deſſus 4225) Puis on partira pour les raiſons que deſſus le quarré de 4225 trois fois en deux autres quarrez que ne ſont les quarrez, &c.

THEOREME.

AV quarré de l'hypothenuſe d'un triangle duquel les trois coſtez ſont nombres Arithmetiques, aiouſte le quadruple de la ſuperfice, ou ledict quadruple ſoubſtraict dudict quarré; La ſomme ou reſte ſera quarré à ſa racine commenſurable.

Explication du donné. Soit un triangle rectangle duquel l'hypothenuſe 5, & les deux autres coſtez 4 & 3.

Explication du requis. Il faut par les meſmes demonſtrer le contenu du theoreme. *Demonſtration.* Le quarré de l'hypothenuſe 5 eſt 25, au meſme aiouſte 24, pour le quadruple de la ſuperfice du triangle, la ſomme eſt 49 à ſa racine 7 commenſurable. Ou ledict 24 ſoubſtraict de 25, reſte ſemblable quarré 1, ſelon le theoreme. *Concluſion.* Au quarré doncques de l'hypothenuſe, &c, ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXIII.

PArtons 10 en deux parties, puis trouvons quelque quarré à ſa racine commenſurable, & tel que du meſme ſoubſtraict chaſcune partie de 10, la reſte ſoit ſemblable quarré.

CONSTRVCTION.

Le quarré requis, ſoit le quarré de 1 ① + 1 (qui eſt tel, que ſi on en ſoubſtraict 2 ① + 1, ou 4 ①, teſtera quarré ſelon la queſtion) qui eſt $1②+2①+1$	$\frac{25}{4}$
Doncques la premiere partie requiſe ſera $2①+1$	4
Et la ſeconde partie requiſe $4①$	6
Somme des deux parties $6①+1$	10
Egale à	10

Leſquels reduicts 6 ① ſeront egales à 9, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{3}{2}$.

Je di, que 4 & 6 ſont les deux parties requiſes, & que $\frac{25}{4}$ eſt le quarre requis. *Demonſtration.* Que 4 & 6 ſont les deux parties de 10, eſt notoire. Puis ſoubſtraict 4 du quarré $\frac{25}{4}$, reſte quarre $\frac{9}{4}$, ſa racine $\frac{3}{2}$. Item ſoubſtraict 6 dudict quarré $\frac{25}{4}$, reſte quarre $\frac{1}{4}$, ſa racine $\frac{1}{2}$. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXIV.

PArtons 20 en deux parties, puis trouvons quelque quarré à ſa racine commenſurable, & tel qu'au meſme aiouſte chaſcune partie de 20, la ſomme ſoit ſemblable quarré.

CONSTRVCTION.

Le quarré requis ſoit le quarré de 1 ① + 1 (qui eſt tel, que ſi on l'aiouſte a 2 ① + 3, ou a 4 ① + 8, la ſomme ſera quarré ſelon la queſtion, car la racine de l'un ſera alors 1 ① + 2, & de l'autre 1 ① + 3) qui eſt $1②+2①+1$	$\frac{25}{4}$
Doncques la premiere partie requiſe ſera $2①+3$	6
Et la deuxieſme partie $4①+8$	14
Somme des deux parties $6①+11$	20
Egale à	20

Leſquels reduicts 6 ① ſeront egales à 9, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{3}{2}$.

Je di, que 6 & 14 ſont les deux parties requiſes & que $\frac{25}{4}$ eſt le quarré requis.

Demonſtration.

Que 6 & 14 ſont les deux parties de 20, eſt notoire. Puis 6 aiouſté au quarre $\frac{25}{4}$, faict quarré $\frac{49}{4}$, ſa racine $\frac{7}{2}$. Item aiouſté 14 audict quarré $\frac{25}{4}$, faict quarre $\frac{81}{4}$, ſa racine $\frac{9}{2}$. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVA-

D'ALGEBRE

DE

DIOPHANTE D'ALEXANDRIE;

Traduict en langue Françoise & expliqué par SIMON STEVIN *de Bruges.*

QVESTION I.

PArtons 370 en deux cubes à leurs racines commensurables, & tels que la somme des racines soit 10.

CONSTRVCTION.

Soit la racine du premier cube	1 ① + 5	7
Ergo la racine du second cube, à fin que leur somme soit 10, sera	— 1 ① — 5	3
Doncques le premier cube sera	1 ③ + 15 ② + 75 ① + 125	343
Et le second cube	— 1 ③ + 15 ② — 75 ① + 125	27
Somme des deux cubes	30 ② + 250	370
Egale à	370	

Lesquels reduicts 30 ② seront egales à 120, & par le 78 probleme 1 ① vaudra 2.

Je di, que 343 & 27 sont les deux cubes requis. *Demonstration.* Que 343 & 27 sont les deux parties de 370, est notoire; Et la racine cubique de 343 est 7, & de 27 est 3, desquelles racines la somme est 10. Ce sont doncques cubes à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION II.

TRouvons deux nombres desquels la difference soit 6, & la difference de leurs cubes 504.

CONSTRVCTION.

Soit la racine du premier cube requis	1 ① + 3	8
Ergo la racine du second cube, à fin que leur difference soit 6, sera	1 ① — 3	2
Doncques le premier cube sera	1 ③ + 9 ② + 27 ① + 27	512
Et le second cube	1 ③ — 9 ② + 27 ① — 27	8
Difference des cubes	18 ② + 54	504
Egale à	504	

Lesquels reduicts 18 ② seront egales a 450, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra 5.

Je di, que 8 & 2, sont les deux nombres requis. *Demonstration.* La difference de 8 & 2 est 6. Item le cube de 8 est 512, & de 2 est 8, qui soubstraict de 512, reste 504 selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION III.

MVltiplier par un quarré, & par son costé, un certain nombre: Ainsi que du costé provienne cube & du quarré le costé d'iceluy.

CONSTRVCTION.

Soit posé que le quarré fust	1 ②	$\frac{1}{16}$
Ergo son costé	1 ①	$\frac{1}{4}$
Item le nombre qu'ilz doivent multiplier soit un nombre cube, ayant pour denominateur 1 ①, à sçavoir	$\frac{1}{64}$	32
Lequel multiplié par 1 ② viendra	8 ①	2
Et par 1 ①, viendra	8	
Or la question veut que 8 ① soit le costé & 8 le cube, parquoy 8 ① seront egales à	2	

Lesquels reduicts 1 ① vaudra $\frac{1}{4}$.

Je di, que $\frac{1}{16}$ est le quarré & $\frac{1}{4}$ son costé, & 32 le nombre qu'ils doivent multiplier. *Examen.* Le produict de 2 par $\frac{1}{16}$ est 2; & le produict du mesme 32 par $\frac{1}{4}$ est 8, cube dudit 2 selon le requis, ce qu'il falloit examiner.

QVESTION IV.

ADjouster à un quarré & à son costé un mesme nombre, tellement que le semblable symptome advienne.

CONSTRVCTION.

Soit iceluy quarré	1 ②	$\frac{1}{9}$
Ergo son costé	1 ①	$\frac{1}{3}$
Ausquels il faut adjouster tant de ⓒ, qu'avec 1 ⓒ (premier en l'ordre) facent quarré soit	3 ②	$\frac{1}{3}$
Donc le mesme adjousté avec 1 ② fera quarré	4 ②	$\frac{4}{9}$
Le mesme 3 ② adjousté avec 1 ① faict qui devoit estre le costé de 4 ② quatriesme en l'ordre, donc 3 ② + 1 ① seront egales à	2 ①	$\frac{2}{3}$

Lesquels reduicts 1 ① vaudra $\frac{1}{3}$.

Je di, que $\frac{1}{9}$ sera le quarré, & $\frac{1}{3}$ son costé, ausquels on doit adjouster $\frac{2}{9}$ à un chascun particulierement.

Examen. A $\frac{1}{9}$ quarré, & à $\frac{1}{3}$ son costé si on adjouste $\frac{1}{3}$ à un chascun d'iceux, viendra $\frac{4}{9}$ quarré, & $\frac{2}{3}$ son costé selon le requis, ce qu'il falloit examiner.

QVESTION V.

AIoustons à quelque quarré à sa racine commensurable puis à sa racine, un mesme nombre, qui avec la racine face quarré duquel la racine soit la somme du premier quarré, & le nombre à ajouster.

CONSTRVCTION.

Soit le quarré requis	1 ②	$\frac{9}{25}$
Sa racine	1 ①	$\frac{3}{5}$
Et pour le nombre à aiouster prenons quelques ⓒ, desquelles le nombre de multitude soit à sa racine commensurable, comme 4 ② moins (à fin qu'aioustе à la racine cy dessus 1 ①, la somme soit quarré selon la question la racine 1 ① faict	4 ② — 1 ①	$\frac{25}{25}$
Auquel aiousté la racine 1 ①, faict 4 ②, sa racine	2 ①	$\frac{5}{5}$
Egale à la somme du premier & troisiesme en l'ordre, qui est	5 ② — 1 ①	$\frac{6}{5}$

Lesquels reduicts, 5 ① seront egales a 3, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{3}{5}$.

Je di, que $\frac{9}{25}$ est le quarré & $\frac{21}{25}$ le nombre requis. *Demonstration.* Le quarré $\frac{9}{25}$ est à sa racine $\frac{3}{5}$ commensurable, & audict quarré $\frac{9}{25}$ aiousté le nombre $\frac{21}{25}$ donne somme $\frac{6}{5}$; Et à ladicte racine $\frac{3}{5}$, aiousté ledict nombre $\frac{21}{25}$, faict quarré $\frac{36}{25}$, sa racine $\frac{6}{5}$, egale à ladicte somme selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION VI.

AIoustons à quel que cube puis à quelque quarré à leurs racines commensurables un mesme semblable quarré, ainsi que les sommes soyent par mesme ordre semblable cube & quarré.

CONSTRVCTION.

Soit le cube requis 1 ③	$\frac{4096}{343}$
Et le premier quarre requis sera de quelques ①, telles que leur nombre de multitude soit quarre à sa racine commensurable, soit 9 ②	$\frac{2304}{49}$
Or puis qu'il faut trouver encore un autre quarré qui aioustè à 9 ②, face quarré selon la question, on prendra quelques deux nombres desquels le produict 9, comme 1 & 9, le quarré de la moitié de leur difference est 16, qui aioustè à 9, faict quarré selon la question par le theoreme de la 35 question du second livre, Doncques 16 est nombre nous servant en l'operation, auquel appliqué ③ sera pour le second quarré requis 16 ③	$\frac{4096}{49}$
Somme des deux quarrez 25 ②	$\frac{65536}{49}$
Somme du cube & second quarré 1 ③ + 16 ③	$\frac{512}{343}$
Egale à quelque cube selon la question, qui soit 8 ③	$\frac{13760}{343}$

Lesquels reduicts 7 ① seront égales à 16, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{16}{7}$.

Je di, que $\frac{4096}{343}$, est le cube, & que $\frac{2304}{49}$ $\frac{4096}{49}$ sont les quarrez requis. *Demonstration.* La racine cubique de $\frac{4096}{343}$ est $\frac{16}{7}$; Et la racine quarrée de $\frac{2304}{49}$ est $\frac{48}{7}$, Et la racine quarrée de $\frac{4096}{49}$ est $\frac{64}{7}$. Item la somme du cube $\frac{4096}{343}$, & du quarré $\frac{2304}{49}$, est cube $\frac{227652}{343}$, sa racine $\frac{22}{7}$. Item la somme des deux quarrez $\frac{231344}{49}$ $\frac{4096}{49}$, est quarré $\frac{64400}{49}$, sa racine $\frac{80}{7}$; Ils sont doncques à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION VII.

AIoustons à quelque cube, & quarré, un mesme quarré, afin que le mesme symptome advienne mais par ordre renversé.

CONSTRVCTION.

Soyent iceux disposez en ordre, premierement le cube, secondement le quarré, tiercement le quarré qu'il faut adjouster à un chascun des precedens, comme s'ensuit.

Cube. Quarré. Quarré à adjouster.

Et pource qu'en adjoustant le deuxiesme & troisiesme, la somme doit estre cube, soit icelle cube, à sçavoir le premier. D'avantage puis que le premier est egal aux deux suivans, Il s'ensuit que le premier moins le dernier sera le second qui doibt estre quarré; mais le premier plus le dernier doibt faire aussi un quarré, parquoy tant la somme, que la difference des extremes doit estre quarré. Or est il que, *A la somme des quarrez de deux nombres quelquonques, si on adjouste, ou soubstraict le double produict d'iceux, tant la somme que la difference seront quarrez*: Prenons donc deux nombres tels toutesfois que leur double produict soit quarré comme 1 ① & 2 ①; & soit 5 ② (la somme de leurs quarrez) pour le premier cy dessus; & leur double produict 4 ② pour le troisiesme, & 1 ② (leur difference) pour le second; donc le second aussi le troisiesme sont quarrez. il reste que le premier soit cube, parquoy 5 ② sera egale à nn cube soit à 1 ①, alors 1 ① vaudra 5

Je di, que 125 cube, & 25 quarré, sont les deux requis, & 100 le quarré à adjouster.

Examen. La somme de 125 & 100 est quarré. Item la somme de 25 & 100 est cube, selon le requis, ce qu'il falloit trouver.

QVESTION VIII.

CESTE question est la mesme que la precedente 7e, seulement differe en l'operation qui sera icy telle.

CONSTRVCTION.

Il appert en la proposition, qu'entre autres sont requis deux quarrez à leurs racines commensurables, desquels la somme avec l'un des quarrez soit semblable quarré, il faut doncques premierement trouver tels deux quarrez en ceste sorte; Soit l'un quarré 1 ②	16
Et l'autre quarré 4	4
Leur somme plus le premier quarré, est 2 ② + 4	36
Egale à quelque quarré, que l'on fingera tel qu'il y en sorte convenable egalité, soit duquel la racine 2 ① — 2, son quarré 4 ② — 8 ① + 4	36

Lesquels reduicts, 2 ① seront egales à 8, & par le 67 probleme 1 ① vaudra 4. Et les deux quarrez seront 16 & 4; car leur somme 20 plus l'un quarré 16, faict quarré 36, comme il estoit proposé. Doncques 16 & 4 sont deux nombres que nous cherchions servans à nostre propos, par lesquels nous commencerons autre operation telle:

Soit l'un quarré 16 ②	6400
Et l'autre quarré à aioustet 4 ②	1600
Leur somme pour le cube requis est 20 ③	8000
Egal à quelque cube, soit 2 ③	8000

Lesquels reduicts 1 ① sera egale ou vaudra 20.

Je di, que 8000 est le cube, & que 6400. 1600 sont les quarrez requis. *Demonstration.* La racine du cube 8000 est 20, & la racine du quarré 6400, est 80, & du quarré 1600 est 40. Item la somme du cube 8000, & du quarré 6400, est quarré 14400, sa racine 120. Item la somme du quarré 6400, & du quarré 1600, est cube 8000, sa racine 20. Ils sont doncques à leurs racines commensurables; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION IX.

AIoustons à quelque cube à sa racine commensurable puis à sa racine, un mesme nombre Arithmetique, tel que du cube procede autrefois semblable cube, & de l'autre son costé.

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis 1 ①	
La racine du cube requis soit d'autant des ① qu'on voudra, soit de 2 ①	
Ergo son cube 8 ③	
Puis aioustè le nombre 1 ① à la racine 2 ①, faict pour la racine du cube que l'on requiert proceder de telle addition 3 ①	
Son cube 27 ③	
Egal à la somme du nombre requis 1 ①, & du cube 8 ③, qui est 8 ③ + ① 1	

Lesquels reduicts 19 ② seront egales à 1, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra $\frac{1}{19}$. Or si cecy fust nombre Arithmetique selon la question, la solution seroit bonne, mais il ne l'est pas, il faut doncques proceder d'autre sorte, car on devra au lieu des 2 ① posées cy dessus à la volee, poser quelques ① de certaine condition en ceste sorte: Puis que 19 ② procedent par l'exces de 27 ③ à 8 ③, desquels les racines sont 2 ①, & 3 ①. Item procedant 3 ① (qui sont cy dessus quatriesme en l'ordre) par l'addition de 1 ①, & plus quelques ① à plaisir, comme cy dessus 2 ① second en l'ordre: Il appert qu'il nous faudra trouver deux nombres Arithmetiques,

ques, deſquels la difference ſoit 1, & la difference de leurs cubes quelque quarré à ſa racine commenſurable.

Soit le premier nombre $1①$	7
Le ſecond nombre ſera $1①+1$	8
Le cube du premier nombre $1③$	343
Le cube du ſecond $1③+3②+3①+1$	512
Difference des cubes $3②+3①+1$	169
Egale à quelque quarré que l'on fingera tel qu'il y en ſorte convenable egaleté, ſoit duquel la racine $-2①+1$, ſon quarré $4②-4①+1$	169

Leſquels reduicts $1①$ ſera egale ou vaudra 7 pour le premier nombre, & le ſecond nombre ſera 8; Car la difference de leurs cubes eſt quarré 169, à ſa racine 13 commenſurable. Doncques 7 & 8 ſont deux nombres que nous cherchions, ſervans à noſtre propos; oous commencerons doncques par les meſmes autre operation ſemblable à la premiere en ceſte ſorte;

Soit le nombre requis $1①$	$\frac{1}{13}$
Et la racine du cube requis ſoit de $7①$	$\frac{7}{13}$
Ergo le cube $343③$	$\frac{343}{2197}$
Puis ajouſté le nombre $1①$ à la racine cubique $7①$, faict pour la racine du cube que l'on requiert proceder de telle addition $8①$	$\frac{8}{13}$
Son cube $512③$	$\frac{512}{2197}$
Egal à la ſomme du nombre requis $1①$ & du cube $343①$, qui eſt $343③+1①$	$\frac{513}{2197}$

Leſquels reduicts $169②$ ſeront egales a 1, & par le 78 probleme, $1①$ vaudra $\frac{1}{13}$.

Ie di, que $\frac{343}{2197}$ eſt le cube, & que $\frac{7}{13}$ eſt le nombre requis. *Demonſtration.* La racine du cube $\frac{343}{2197}$ eſt $\frac{7}{13}$. Et ajouſté le nombre $\frac{1}{13}$ au cube $\frac{343}{2197}$, la ſomme eſt cube $\frac{512}{2197}$, ſa racine $\frac{8}{13}$. Item ajouſté $\frac{1}{13}$, à la racine $\frac{7}{13}$, la ſomme eſt $\frac{8}{13}$, qui eſt auſſi racine du cube $\frac{512}{2197}$. Ce ſont doncques cubes à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Queſtion X.

Ajouſtons à quelque cube à ſa racine commenſurable, puis à ſa racine, un meſme nombre Arithmetique tel, que de la racine procede ſemblable cube, & du cube ſon coſté.

Conſtruction.

Soit la racine du cube requis	$2①$
Son cube ſera	$8③$
Puis pour trouver le nombre requis, prenons quelque cube duquel la racine $3①$, qui eſt 27 $③$, du meſme ſoubſtraict ladicte racine $2①$, reſte (car ainſi ſera ſatisfaict au requis, en cela qu'ajouſté le nombre requis à la racine cubique la ſomme ſoit cube) pour le nombre requis	$27③-2①$
Or ajouſté ce nombre $27③-2①$ à la racine cubique $2①$, la ſomme eſt	$27③$
Sa racine	$3①$
Egale à la ſomme du nombre $27①-2①$, & du cube $8③$, qui eſt	$35③-2①$

Leſquels reduicts $35②$ ſeront egales a 5, & par le 78 probleme $1①$ vaudra $\sqrt{\frac{5}{7}}$. Or ſi ceſte racine fuſt à ſon quarré commenſurable, la ſolution ſeroit bonne, mais elle ne l'eſt pas; il faut doncques proceder d'aultre ſorte, car il nous faudra au lieu des $2①$ & $3①$ poſées ci deſſus à la volée, poſer quelques $①$ de certaine condition en ceſte ſorte: Il appert qu'il eſt neceſſaire, que la ſomme des nombres de multitude des $③$ ci deſſus 35, aie à la ſomme des nombres de multitude des $①$ ou racines cubiques comme 5, telle raiſon comme de quarré à ſa racine commenſurable, a quarré à ſa racine commenſurable. mais ceſte raiſon n'eſt pas de 35 a 5, il les faut doncques trouver en ceſte ſorte:

Soit la ſomme des racines cubiques nombre Arithmerique quelconque comme	2
Et ſoit l'une racine	$2①$
Ergo l'autre racine	$-1①+2$
Ergo l'une cube	$1③$
Et l'autre cube	$-1③+6②-12①+8$
Somme des deux cubes (laquelle obtient ne ceſſairement à la ſomme des racines, raiſon comme de quarré à quarré ſelon le requis) eſt	$6②-12①+8$

Or puis que 2, & $6②-12①+8$, ont ladicte raiſon de quarré a quarré, s'enſuit que leur quotient ſera le quarré requis, lequel quotient eſt $3②-6①+4$

Egal à quelque quarré que l'on fingera tel, qu'il y en ſorte convenable egaleté, ſoit duquel la racine $-4①+2$, ſon quarré $16②-16①+4$

Leſquels reduicts, $13①$ ſeront egales a 10, & par le 67 probleme $1①$ vaudra $\frac{10}{13}$, pour l'une racine cubique, & l'autre racine cubique ſera $\frac{16}{13}$. Car leur ſomme 2, obtient à la ſomme de leurs cubes $\frac{4096}{2197}$, ladicte raiſon de quarré à quarré. Doncques $\frac{10}{13}$ & $\frac{16}{13}$ ſont les deux nombres que nous cherchions, ſervans à noſtre propos. Mais nous delaiſſons à cauſe de briefueté leurs nominateurs, & prenons la moitie des 10 & 16, à ſçavoir 5 & 8, qui ſont entre eux en la meſme raiſon, & par les meſmes nous commencerons autre operation ſemblable à la premiere en ceſte ſorte:

Soit la racine du cube	$5①$
Son cube ſera	$125③$
Puis pour trouver le nombre requis, prenons le cube de $8①$, qui eſt $512③$, du meſme ſoubſtraict leſdicts $5①$, reſte (car ainſi ſera ſatisfaict au requis, en cela qu'ajouſté ce nombre à la racine cubique, la ſomme ſoit cube) pour le nombre requis	$512③-5①$
Or ajouſte ce nombre $512③-5①$ à la racine cubique $5①$, la ſomme eſt	$512③$
Sa racine	$8①$
Egale à la ſomme du nombre $512③-5①$ & du cube $125③$, qui eſt	$637③-5①$

Leſquels reduicts $637②$ ſeront egales a 13, & par le 78 probleme $1①$ vaudra $\frac{5}{7}$.

Ie di, que $\frac{125}{343}$ eſt le cube, & que $\frac{267}{343}$ eſt le nombre requis. *Demonſtration.* La racine du cube $\frac{125}{343}$ eſt $\frac{5}{7}$; Et ajouſté le nombre $\frac{267}{343}$ à la racine $\frac{5}{7}$, la ſomme eſt cube $\frac{512}{343}$, ſa racine $\frac{8}{7}$. Item le dict nombre $\frac{267}{343}$, ajouſté au cube $\frac{125}{343}$, la ſomme eſt $\frac{8}{7}$, qui eſt auſſi racine du cube compoſé $\frac{512}{343}$. Ce ſont doncques cubes a leurs racines commenſurables ſelon le requis.

Queſtion XI.

Trouvons deux cubes à leurs racines commenſurables, & tels que leur ſomme ſoit egale à la ſomme de leurs racines.

Nota. L'on pourroit dire facilement pour ſolution que l'une cube eſt 1, & l'autre cube auſſi 1, mais il nous faut expliquer la ſolution de Diophante.

Conſtruction.

Soit la racine du premier cube	$2①$
Et la racine du ſecond cube	$3①$
Ergo le premier cube	$8③$
Et le ſecond cube	$27③$
Somme des cubes	$35③$

Egale a la ſomme des racines, qui eſt 5 ①

Leſquels reduicts 35 ③ ſeront egales à 5, & par le 78 probleme, 1 ① vaut $\sqrt{\frac{1}{7}}$. Or ſi la meſme racine fuſt a ſon quarré commenſurable, la ſolution ſeroit bonne; mais elle ne l'eſt pas, il faut doncques proceder d'autre ſorte; car les racines cubiques comme ci deſſus 2 ① & 3 ① qui ſont poſees a la volee, il les faudra poſer par certaine condition comme s'enſuit: Il appert qu'il eſt neceſſaire de trouver deux nombres Arithmetiques tels, que la ſomme de leurs cubes diviſee par la ſomme de leurs racines, le quotient ſoit quarré à ſa racine commenſurable. Mais il eſt demonſtré à la 10e. queſtion precedente, que tels deux cubes ſont ceux, deſquels les racines ſont 5 & 8. il nous faut doncques par les meſmes commencer autre operation ſemblable à la precedente en ceſte ſorte:

Soit la racine du premier cube 5 ①	$\frac{5}{7}$
Et la racine du ſecond cube 8 ①	$\frac{8}{7}$
Ergo le premier cube 125 ③	$\frac{125}{343}$
Et le ſecond cube 512 ③	$\frac{512}{343}$
Somme des cubes 637 ③	$\frac{637}{343}$
Egale à la ſomme des racines qui eſt 13 ①	$\frac{91}{7}$

Leſquels reduicts 637 ③ ſeront egales a 13, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra $\frac{1}{7}$.

Ie di, que $\frac{125}{343}$ $\frac{512}{343}$ ſont les deux cubes requis. *Demonſtration.* La racine du cube $\frac{125}{343}$ eſt $\frac{5}{7}$; Et la racine du cube $\frac{512}{343}$ eſt $\frac{8}{7}$. ce ſont doncques cubes a leurs racines commenſurables. Item la ſomme des cubes eſt $\frac{91}{7}$, auſſi eſt $\frac{13}{7}$ la ſomme des racines ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XII.

TRouvons deux cubes à leurs racines commenſurables, & tels que leur difference ſoit egale à la difference de leurs racines.

CONSTRVCTION.

Soit la racine du premier cube	2 ①
Et la racine du ſecond cube	3 ①
Ergo le premier cube	8 ③
Et le ſecond cube	27 ③
Difference des cubes	19 ③
Egale à la difference des racines qui eſt	1 ①

Leſquels reduicts 19 ② ſeront egales a 1, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra $\sqrt{\frac{1}{19}}$. Or ſi la meſme racine fuſt à ſon quarré commenſurable, la ſolution ſeroit bonne, mais elle ne l'eſt pas, il faut doncques proceder d'autre ſorte; Car les racines cubiques ci deſſus 2 ① & 3 ① poſées a la volée, il les faudra prendre par certaine condition comme s'enſuit: Il appert qu'il eſt neceſſaire, que la difference des nombres comme ci deſſus 19, aye à la difference des nombres des racines comme 1, telle raiſon comme de quarre à ſa racine commenſurable, a quarré a ſa racine commenſurable; Mais ceſte raiſon n'eſt pas de 19 a 1; Il les faut doncques trouver en ceſte ſorte:

Soit la racine de l'une cube 1 ①	7
Et la racine de l'autre cube 1 ① + 1	8
Ergo l'une cube 1 ③	343
Et l'autre cube 1 ③ + 3 ② + 3 ① + 1	512
Difference des cubes 3 ② + 3 ① + 1	169
Difference des racines 1	1
Or puis que la difference des cubes doibt avoir à la difference des racines, la raiſon de quarré a quarré, comme dict eſt; s'enſuit que leur produict doibt eſtre tel quarré qui eſt 3 ③ + 3 ① + 1	169
Ergo il eſt egal a quelque ſemblable quarré, que l'on fingera tel qu'il y en ſorte convenable egaleté, ſoit duquel la racine — 2 ① + 1, ſon quarré 4 ② — 4 ① + 1	169

Leſquels reduicts 1 ① ſera egale ou vaudra 7, pour l'une racine cubique, & l'autre racine ſera 8, car leur difference 1, obtient à la difference de leurs cubes 169, ladicte raiſon de quarre a quarré: Doncques 7 & 8 ſont les deux nombres que nous cherchions ſervans à noſtre propos, par leſquels nous commencerons autre operation ſemblable à la premiere en ceſte ſorte:

Soit la racine du premier cube 7 ①	$\frac{7}{13}$
Et la racine du ſecond cube 8 ①	$\frac{8}{13}$
Ergo le premier cube 343 ③	$\frac{343}{2197}$
Et le ſecond cube 512 ③	$\frac{512}{2197}$
Difference des cubes 169 ③	$\frac{169}{2197}$
Egale à la difference des racines, qui eſt 1 ①	$\frac{13}{13}$

Leſquels reduicts 169 ② ſeront egales à 1, & par le 78 probleme 1 ① vaudra $\frac{1}{13}$.

Ie di, que $\frac{343}{2197}$ & $\frac{512}{2197}$ ſont les deux cubes requis. *Demonſtration.* La racine du cube $\frac{343}{2197}$ eſt $\frac{7}{13}$, Et la racine du cube $\frac{512}{2197}$ eſt $\frac{8}{13}$; ce ſont doncques cubes a leurs racines commenſurables. Item la difference des cubes $\frac{343}{2197}$ & $\frac{512}{2197}$ eſt $\frac{169}{2197}$, auſſi eſt $\frac{13}{13}$ la difference des racines $\frac{7}{13}$ & $\frac{8}{13}$, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XIII.

TRouvons deux nombres Arithmetiques tels, que le cube du majeur ajouſte au moindre, ſoit egal au cube du moindre ajouſté au maieur.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre requis	2 ①
Et le majeur nombre	3 ①
Ergo le moindre cube	8 ③
Et le majeur cube	27 ③
La ſomme du majeur cube & moindre nombre, eſt 27 ③ + 2 ①	
Egale a la ſomme du moindre cube & majeur nombre qui eſt 8 ③ + 3 ①	

Leſquels reduicts 19 ② ſeront egales a 1, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra $\sqrt{\frac{1}{19}}$. Or ſi la meſme racine fuſt nombre Arithmetique, la ſolution ſeroit bonne; mais elle ne l'eſt pas, il faut doncques proceder d'autre ſorte, car les racines cubiques ci deſſus 2 ① & 3 ① poſées à plaiſir, il les faudra poſer par certaine condition comme s'enſuit: Il appert qu'il eſt neceſſaire de trouver deux nombres Arithmetiques tels, que la ſomme du cube du maieur nombre & le moindre nombre diviſee par la ſomme du cube du moindre & le majeur nombre, le quotient ſoit quarré à ſa racine commenſurable: Mais il eſt demonſtre à la 12 queſtion precedéte, que tels deux nombres ſont 7 & 8, il faut doncques par les meſmes commencer autre operation ſemblable à la precedente en ceſte ſorte:

Soit le moindre nombre requis 7 ①	$\frac{7}{13}$
Et le maieur nombre 8 ①	$\frac{8}{13}$
Ergo le moindre cube 343 ③	$\frac{343}{2197}$
Et le maieur cube 512 ③	$\frac{512}{2197}$
Somme du maieur cube & moindre nombre 512 ③ + 7 ①	$\frac{1695}{2197}$
Egale a la ſomme du moindre cube & maieur nombre, qui eſt 343 ③ + 8 ①	$\frac{1695}{2197}$

Leſ-

Leſquels reduicts 169 ② ſeront egales a 21,& par le 78 probleme 1 ① vaudra $\frac{4}{13}$.

Je di,que $\frac{7}{13}$ & $\frac{6}{13}$ ſont les nombres requis. *Demonſtrat.* Le cube du maieur nombre $\frac{6}{13}$ eſt $\frac{512}{2197}$, & le cube du moindre nombre $\frac{7}{13}$, eſt $\frac{343}{2197}$: Puis aiouſté le maieur cube $\frac{512}{2197}$ au moindre nombre $\frac{7}{13}$, la ſomme eſt $\frac{2695}{2197}$, qui eſt auſſi la ſomme du moindre cube $\frac{343}{2197}$ & du maieur nóbre $\frac{8}{13}$, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtr.

Qvestion XIV.

TRouvrons deux nombres Arithmetiques tels, qu'a chaſcun, puis à leur ſomme,puis à leur difference ajouſté 1, ſoyent tous quarrez à leurs racines commenſurables.

Construction.

Si de quelque quarré ſelon la queſtion, on ſoubſtraict 1, la reſte ſera le premier nombre. Soit quelque quarré duquel la racine eſt de quelques ① plus 1, comme 3 ① + 1, ſon quarré 9 ② + 6 ① + 1, du meſme ſoubſtraict 1, reſte pour le premier nombre requis 9 ② + 6 ①	3024
Or puis que nous voulons que le premier & ſecond nombre plus 1, ſoit auſſi quarré ſelon la queſtion, il faut trouver un quarré qui aiouſté aux 8 ② + 6 ①, face tel quarré. Parquoy ſuivant le theoreme cy deſſoubs, on prendra quelques deux nombres deſquels le produict eſt 9 ② + 6 ①; Soyent 9 9 ① + 6, & 1 ①, leur difference eſt 8 ① + 6, la moitie 4 ① + 3, ſon quarré 16 ② + 24 ① + 9 (lequel quarre aiouſté a 9 ② + 6 ①, faict quarré ſelon la queſtion 15 ② + 30 ① + 9, car ſa racine eſt 5 ① + 3) dudict quarré ſoubſtraict 1, reſte pour le ſecond nombre requis 16 ② + 24 ① + 8	5624
La difference des deux nombres requis eſt 7 ② + 18 ① + 8, à la meſme aiouſté 1, faict 7 ② + 18 ① + 9	2601
Egal à quelque quarré ſelon la queſtion; que l'on fingera tel, qu'il y en ſorte convenable egaleté,ſoit duquel la racine — 3 ① + 3, ſon quarré 9 ② — 18 ① + 9	2601

Leſquels reduicts 2 ① ſeront egales a 36, & par le 67 probleme 1 ① vaudra 18.

Je di, que 3024 & 5624 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Aiouſté 1 a 3024, faict quarré 3025, ſa racine 55. Item aiouſté 1 a 5624, faict quarré 5625, ſa racine 75. Item aiouſté 1 a la ſomme de 3024, & 5624, qui eſt 8648, faict quarre 8649, ſa racine 93. Item aiouſte 1 à la difference de 3025 & 5625, qui eſt 2600, faict quarré 2601, ſa racine 51; ce ſont doncques quarrez a leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Theoreme.

AV produict de deux nombres Arithmetiques,aiouſté le quarré de la moitie de leur difference, faict quarré à ſa racine commenſurable.

Explication du donné. Soyent deux nombres Arithmetiques 2 & 10. *Explication du requis.* Il faut demonſtrer par les meſmes le contenu du theoreme. *Demonſtration.* Le produict de 2 & 10 eſt 20, la differenee de 2 & 10 eſt 8, ſa moitie 4, ſon quarré 16, aiouſté à 20, faict quarré 36, à ſa racine 6 commenſurable ſelon le theoreme. *Concluſion.* Au produict doneques de deux nombres,&c. ce qu'il falloit demonſtrer.

Qvestion XV.

TRouvrons trois quarrez à leurs racines commenſurables, & tels que leur ſomme ſoit egale à la ſomme de leurs trois differences.

Construction.

Soit le moindre quarré	1	1
Et le maieur quarré ſoit duquel la racine 1 ① + 1, le quarré	1 ② + 2 ① + 1	$\frac{296}{25}$
Or veu que les trois differéces des trois nombres requis, ſont egales au meſmes trois nombres: Ergo le double de la difference du maieur & moindre, eſt egal aux meſmes trois nombres par le ſuivant theoreme. Prenons doncques la difference du maieur & moindre quarré, qui eſt 1 ② + 2 ①, le double pour la ſomme des trois quarrez requis, eſt	2 ② + 4 ①	$\frac{342}{25}$
De la meſme ſoubſtraict la ſomme du maieur & moindre quarré, qui eſt 1 ② + 2 ① + 2, reſte pour le moyen quarre requis	1 ② + 2 ① — 2	$\frac{292}{25}$
Egal à quelque quarré ſelon la queſtion, que l'on fingera tel, qu'il y ſorte convenable egaleté, ſoit duquel la racine 1 ① — 4, ſon quarré	1 ② — 8 ① + 16	$\frac{292}{25}$

Leſquels reduicts 10 ① ſeront egales à 18, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{2}{5}$.

Ie di, que 1, $\frac{121}{25}$, $\frac{296}{25}$, ſont les trois quarrez requis. *Demonſtration.* La racine du quarré 1, eſt 1; Et la racine du quarré $\frac{121}{25}$, eſt $\frac{11}{5}$; Et la racine du quarré $\frac{296}{25}$, eſt $\frac{24}{5}$; ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables. Item les trois differences des quarrez ſont $\frac{96}{25}$. $\frac{75}{25}$. $\frac{200}{25}$. la ſomme des meſmes $\frac{342}{25}$, eſt egale à la ſomme des trois quarrez trouvez, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Theoreme.

SI la ſomme des trois differences de trois nombres, fuſt egale à la ſomme de trois nombres: Le double de la difference du maieur & moindre nombre, ſera auſſi egal à la ſomme des trois nombres.

Explication du donné. Soyent trois nombres 2. 10. 16, deſquels les trois differences 8. 6. 14. ſont telles, que leur ſomme 28 eſt egal à la ſomme des trois nombres qui eſt auſſi 28. *Explication du requis.* Il faut demonſtrer par les meſmes le contenu du theoreme. *Demonſtration.* Le double de la difference du maieur 16,& du moindre 2 (laquelle differenee eſt 14) eſt 28, egale à ladicte ſomme des trois nombres 2. 10. 16. ſelon le theoreme. *Concluſion.* Si doneques la ſomme des trois differences,&c. ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA. Pour facilement trouver trois nombres de la qualité de ce theoreme, comme ſont 2. 10. 16, on poſera quelques deux nombres pour le moindre & maieur, mais par telle condition,que le double de leur difference excede à leur ſomme, ſoyent 3 & 21, leur difference eſt 18, le double eſt 36, du meſme ſoubſtraict 24, pour la ſomme de 21 & 3, reſte pour le moyen nombre 12. Doneques les trois nombres 3, 12, 21, ſont nombres de la qualité requiſe.

Qvestion XVI.

TRouvrons trois nombres tels, que le produict de la ſomme du premier & ſecond par le troiſieſme ſoit 35, & du ſecond & troiſieſme par le premier 27, & du troiſieſme & premier par le ſecond 32.

CONSTRVCTION.

Soit le troiſieſme nombre requis 1①

Ergo la ſomme du premier & ſecond nombre, qui multiplié par le premier doibt faire 35 (laquelle on trouve diviſant 35 par 1① du troiſieſme nombre) ſera $\frac{35}{1①}$

Soit le premier $\frac{10}{1①}$

Ergo le ſecond $\frac{25}{1①}$

Et ainſi eſt ſatisfaict au premier poinct requis, reſte encore d'accõplir les deux autres, deſquels le premier eſt, que le produict de la ſomme du ſecond & troiſieſme (qui eſt $\frac{35}{1①} + \frac{1①①}{1}$) par le premier nombre $\frac{10}{1①}$, ſoit 27; & tel produict (egal a 27) eſt $\frac{250}{1②} + \frac{1000}{1②}$ qui faict $\frac{250}{1②} + 25$

Or la difference de 27 a 32 eſt 5; Si doncques la difference de leurs egaux (qui ſoot le cincquieſme & ſixieſme en l'ordre) fuſt auſſi 5, le tout euſt eſte bien faict. Mais elle ne l'eſt pas; car leur differeoce eſt 15, il faut doncques proceder d'autre ſorte comme s'enſuit: Il appert qu'on ne peut partir les $\frac{35}{1①①}$ ſecond en l'ordre comme on veult, mais par telle condition que la difference du cinequieſme & ſixieſme en l'ordre ſoit 5. Pour à quoy advenir il appert qu'on devra prendre leſdictes deux parties troiſieſme & quatrieſme en l'ordre telles, que leur difference ſoit $\frac{5}{1①①}$, qui ſeroit $\frac{15}{1①①}$ & $\frac{20}{1①①}$; il faut doncques par les meſmes commencer autre operation ſemblable à la precedente en ceſte ſorte:

Soit le troiſieſme nombre requis 1①	5
Ergo la ſomme du premier & ſecond nombre, qui multiplié par le premier doibt faire 35, ſera $\frac{35}{1①①}$	
Le premier nombre ſera $\frac{7}{1①①}$	7
Le ſecond nombre $\frac{20}{1①①}$	4
Et ainſi eſt ſatisfaict au premier poinct requis, reſte encore d'accomplir les deux autres, deſquels le premier eſt, que le produict de la ſomme du ſecond & troiſieſme nombre $\frac{20}{1①①}$ + 1①, par le premier $\frac{15}{1①①}$ ſoit 27; & tel produict egal à 27 eſt $\frac{300}{1②} + 15$	27
Le dernier poinct requis eſt, que le produict de la ſomme du premier & troiſieſme $\frac{35}{1①①} + 1①$, par le ſecond $\frac{20}{1①①}$, ſoit 32, & tel produict eſt $\frac{800}{1②} + 20$	32
Egal à	32

Leſquels reduicts 12② ſeront egales a 300, & par le 7ᵉ probleme, 1① vaudra 5.

Je di, que 3. 4. 5. ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme du premier 3 & ſecond 4, eſt 7, qui multipliée par le troiſieſme 5, faict 35. Item la ſomme du ſecond 4 & troiſieſme 5, eſt 9, qui multiplie par le premier 3 faict 27. Item la ſomme du troiſieſme 5 & premier 3 eſt 8, qui multipliée par le ſecond, faict 32 ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XVII.

TRouvons trois nombres Arithmetiques deſquels la ſomme ſoit quarré à ſa racine commenſurable, & tels, que le quarré de chaſcun nombre, avec ſon nombre ſuivant, ſoit ſemblable quarré.

CONSTRVCTION.

Poſons pour le ſecond nombre des① queleonques, ſoit 4①	52②
Or puis que le quarré do premier nombre aiouſté au ſecond, doibt eſtre quarré ſelon la queſtion, s'enſuit qu'il faut trouver un quarré, qui aiouſté a 4①, face tel quarré. Prenons deux nombres deſquels le produict ſoit 4①, ſoyent 2 & 2①, leur difference 2①—2, la moitie (car aiouſté ſon quarré à 4① ſera quarré ſelon la queſtion par le theoreme de la 35 queſtion du 2 livre) pour le premier nombre requis eſt 1①—1	13②—1
Reſte maintenant de trouver le troiſieſme nombre tel, que le quarré du ſecond, aiouſté audict troiſieſme, ſoit ſemblable quarré, le meſme ſera trouvé, quand d'un quarré, on ſoubſtraict le quarre de 4①, qui eſt 16②: Poſoos doncques quelque convenable racine comme 4① + 1, ſon qoarré 16③ + 8① + 1, du meſme ſoubſtraict 16②, reſte pour le troiſieſme nombre requis 8① + 1	104② + 1
Somme des trois nombres 13①	169②
Egale à qoelque quarré ſelon la queſtion, que l'on fingera tel, qu'il y en ſorte convenable egaleté, ſoit duqoel la racine 13①, ſon quarré 169②	169③

Or 13① vallans 169②, la 1① vaudra 13②, laquelle valeur de 1① ainſi cognue ſeront ſemblablement cognuz (à ſçavoir en quantitez algebraiques) les valeurs des trois nombres requis, par leſquelles nous commencerons autre operation telle:

Le premier nombre cy deſſus 1①—1 (veu que 1① vaut 13②) vaudra 13②—1	$\frac{66621}{2704}$
Et pour meſme raiſon le ſecond nombre qui cy deſſus eſt 4①, vaudra 52②	$\frac{351300}{2704}$
Et le troiſieſme nombre vaudra 104② + 1	$\frac{351300}{2704}$
Somme des trois nombres, qui eſt quarré ſelon le requis, eſt 169③	$\frac{731161}{2704}$
Et ainſi eſt ſatisfaict aux 3 poincts requis, ſans toutesfois que la requiſe valeur d'une① ſoit encore cognue. Reſte mainrenant le quatrieſme poinct, qui eſt que le quarré du troiſieſme nõbre avec le premier nombre, ſoit auſſi quarré ſelon la queſtion. Or le quarré du troiſieſme nombre eſt 10816④ + 208② + 1, & le premier nombre eſt 13② — 1, leur ſomme eſt 10816④ + 221③ qui ſont en inferieurs quantitez de meſme raiſon 10816② + 221	$\frac{100308971600}{731161}$
Egales à quelque quarré, que l'on fingera tel, qu'il y en ſorte convenable egaleté. ſoit duquel la racine 104① + 1, ſon quarré 10816② + 208① + 1	$\frac{100308971600}{731161}$

Leſquels reduicts 208① ſeront egales à 220, & par le 67 probleme, 1① vaudra $\frac{55}{52}$.

Je di, que $\frac{66621}{2704}$, $\frac{351300}{2704}$, $\frac{351304}{2704}$, ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme des trois nombres eſt quarré $\frac{731161}{2704}$, ſa racine $\frac{855}{52}$. Item le quarré du premier nombre $\frac{66621}{2704}$, eſt $\frac{4436964225}{7311616}$, au meſme aiouſté le ſecond nombre $\frac{351300}{2704}$, la ſomme eſt quarré $\frac{1766430841}{7311616}$, ſa racine $\frac{42025}{2704}$. Item le quarré du ſecond nombre $\frac{351300}{2704}$, eſt $\frac{123432900000}{7311616}$, au meſme aiouſté le troiſieſme nombre $\frac{351304}{2704}$, la ſomme eſt

me eſt quarré $\frac{256009}{73116}$, ſa racine $\frac{16004}{270}$. Item le quarré du troiſieſme nombre $\frac{117304}{2704}$, eſt $\frac{10028102816}{73116}$, au meſme ajouſte le premier nombre $\frac{3664}{104}$, la ſomme eſt quarré $\frac{10078081216}{73116}$, ſa racine $\frac{317460}{270}$. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis : ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XVIII.

TRouvons trois nombres Arithmetiques, deſquels la ſomme ſoit quarré à ſa racine commenſurable, & tels que du quarré de chaſcun ſoubſtraict ſon nombre ſuivant, les reſtes ſoyent ſemblables quarrez.

CONSTRVCTION.

Poſons pour le ſecond nombre des ① queleonques, ſoyent 4 ①	52 ②
Or puis que du quarré du premier nombre requis, ſoubſtraict le ſecond, la reſte doibt eſtre quarré ſelon la queſtion, s'enſuit qu'il nous faut trouver un quarré, duquel ſoubſtraict 4 ②, la reſte ſoit tel quarré. Prenons deux nombres deſquels le produict ſoit 4 ①, ſoyent 2 & 2 ①, leur ſomme eſt 2 ① + 2, la moitié (car de ſon quarre ſoubſtraict 4 ①, reſtera quarré ſelon la queſtion, par le theoreme de la 36 queſtion du 2 livre) pour le premier nombre requis eſt 1 ① + 1	13 ② + 1
Reſte maintenant de trouver le troiſieſme nombre tel, que ſoubſtraict du quarré du ſecond, la reſte ſoit ſemblable quarré, le meſme ſera trouvé, quand du quarré de 4 ①, qui eſt 16 ②, on ſoubſtraict quelque autre quarré. Poſons doncques quelque convenable racine comme 4 ① — 1, ſon quarré 16 ② — 8 ① + 1, qui ſoubſtraict de 16 ②, reſte pour le troiſieſme nombre requis 8 ① — 1	104 ② — 1
Somme des trois nombres 13 ①	169 ②
Egale a quelque quarre ſelon la queſtion, que l'on fingera tel, qu'il y en ſorte convenable egaleté, ſoit duquel la racine 13 ①, ſon quarré 169 ②	169 ②

Or 13 ① vallans 169 ②, la r ① vaudra 13 ②, laquelle valeur de 1 ① ainſi cognue, ſeront ſemblablement cognuz (à ſçavoir en quantitez algebraiques) les valeurs des trois nombres requis, par leſquels nous commencerons autre operation telle:

Le premier nombre ci deſſus 1 ① + 1 (veu que 1 ① vaut 13 ②) vaudra 13 ② + 1	$\frac{17\,0989}{10816}$
Et pour meſme raiſon, le ſecond nombre qui deſſus eſt 4 ①, vaudra 52 ②	$\frac{6\,40692}{10816}$
Et le troiſieſme nombre vaudra 104 ② — 1	$\frac{1\,12\,90148}{10816}$
Somme des trois nombres 169 ②	$\frac{1\,30\,08840}{10816}$
Et ainſi eſt ſatisfaict à trois poincts du requis, ſans toutesfois que la requiſe valeur de 1 ① ſoit cognue. Reſte maintenant le quatrieſme poinct qui eſt, que du quarre du troiſieſme nombre ſoubſtraict le premier, la reſte ſoit quarré ſelon la queſtion. Or le quarré du troiſieſme nombre eſt 108 16 ② — 208 ② + 1, du meſme ſoubſtraict le premier nombre, qui eſt 13 ① + 1, reſte 10816 ② — 221 ② qui ſont en inferiores quantitez de meſme raiſon 10816 ② — 221	$\frac{1\,30\,08840}{10816}$
Egales a quelque quarré, que l'on fingera tel, qu'il y en ſorte convenable egaleté, ſoit duquel la racine 104 ① — 1, ſon quarré 10816 ② — 208 ① + 1	$\frac{1\,30\,87600}{10816}$

Leſquels reduicts 208 ① ſeront egales a 221, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{13}{304}$.

Je di, que $\frac{17\,0989}{10816}$, $\frac{6\,40692}{10816}$, $\frac{12\,70168}{10816}$, ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme des trois nombres eſt quarré $\frac{30\,08840}{10816}$, ſa racine $\frac{1443}{104}$. Item le quarré du premier nombre eſt $\frac{29\,37\,23\,21\,81}{11\,69\,85\,85\,6}$, du meſme ſoubſtraict le ſecond nombre $\frac{6\,40692}{10816}$, reſte quarré $\frac{22\,30\,71\,12\,44\,9}{11\,69\,85\,85\,6}$, ſa racine $\frac{14\,93\,52}{10816}$. Item le quarré du ſecond nombre $\frac{6\,40692}{10816}$, eſt $\frac{41\,04\,63\,98\,64}{11\,69\,85\,85\,6}$, du meſme ſoubſtraict le troiſieſme nombre $\frac{12\,70168}{10816}$, reſte quarré $\frac{39\,67\,43\,77\,53\,76}{11\,69\,85\,85\,6}$, ſa racine $\frac{6\,29\,87\,6}{10816}$. Item le quarré du troiſieſme nombre $\frac{12\,70168}{10816}$, eſt $\frac{16\,14\,21\,04\,28\,24}{11\,69\,85\,85\,6}$, du meſme ſoubſtraict le premier nombre $\frac{17\,0989}{10816}$, reſte quarré $\frac{16\,12\,49\,36\,25\,60\,7}{11\,69\,85\,85\,6}$, ſa racine $\frac{12\,69\,84\,0}{10816}$. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis ; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XIX.

TRouvons deux nombres Arithmetiques tels, que le cube du premier ajouſté au ſecond, la ſomme ſoit cube à ſa racine commenſurable : Item le quarré du ſecond nombre ajouſté au premier, la ſomme ſoit quarré à ſa racine commenſurable.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre	1 ①
Son cube	1 ③
Le ſecond nombre (à fin que le cube du premier ajouſté au ſecond nombre, ſoit cube ſelon la queſtion) ſoit	— 1 ③ + 8
Le quarré du ſecond nombre	1 ⑥ — 16 ③ + 64
Auquel ajouſté le premier nombre, faict	1 ⑥ — 16 ③ + 1 ① + 64
Egal a quelque quarré, que l'on fingera tel, qu'il y en ſorte convenable egaleté, ſoit duquel la racine 1 ③ + 8, ſon quarré	1 ⑥ + 16 ③ + 64

Leſquels reduicts 32 ② ſeront egales à 1, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\sqrt{\frac{1}{32}}$. Or ſi la meſme racine fuſt à ſon quarré commenſurable, la ſolution ſeroit bonne ; Mais elle ne l'eſt pas ; il faut doncques proceder d'autre ſorte, car le cube 8 poſé ci deſſus à la volée, il le faudra poſer par certaine condition comme s'enſuit : Il appert que ces 32 nous viennent de deux fois 16, procedant chaſcune de double multiplication de 8 par 1 ; Et par conſequent leſdicts 32 procedent auſſi de quadruple poſition de 8 : D'ou il eſt manifeſte qu'il nous faut trouver un nombre cubique au lieu de 8, tel que ſon quadruple ſoit quarré à ſa racine commenſurable.

Poſons que tel nombre ſoit	1 ③ | 64
Son quadruple	4 ③ | 256
Egal a quelque convenable quarré ſoit	16 ② | 256

Leſquels reduicts 4 ① ſeront egales a 16, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 4. Et le nombre requis (au lieu de 8, de la precedente operation) ſera 64. Car c'eſt cube ſelon le requis, & ſon quadruple 256 eſt quarré ſelon le requis ; nous en ferons doncques autre operation ſemblable à la precedente en ceſte ſorte:

Soit le premier nombre 1①
Son cube 1③
Le ſecond nombre (à fin que le cube du premier, ajouſté au ſecond, face cube ſelon la queſtion) ſoit —1①+64
Son quarré 1⑨—128③+4096
Auquel ajouſté le premier nombre, faict 1⑨—128③+1①+4096
Egal a quelque quarré que l'on fingera tel, qu'il y ſorte convenable egaleté, ſoit duquel la racine 1③ +64, ſon quarré 1⑨+128③+4096

Leſquels reduicts 256② ſeront egales a 1,& par le 78 probleme, 1① vaudra $\frac{1}{16}$.

Je dy, que $\frac{1}{16}$ & $\frac{262143}{4096}$, ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Le cube du premier nombre $\frac{1}{16}$ eſt $\frac{1}{4096}$, qui ajouſté au ſecond nombre $\frac{262143}{4096}$, faict cube $\frac{262144}{4096}$, ſa racine $\frac{64}{16}$. Item le quarré du ſecond nombre $\frac{262143}{4096}$, eſt $\frac{68718952449}{16777216}$, qui ajouſté au premier nombre $\frac{1}{16}$, faict quarré $\frac{68719214593}{16777216}$, ſa racine $\frac{262145}{4096}$. Ce ſont doncques cube & quarré, a leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Queſtion XX.

TRouvons operation algebraique telle, que ponr la valeur de 1①, poſant nombre Arithmetique quelconque. nous aions trois nombres tels, qu'au produict de chaſques deux ajouſté 1, la ſomme ſoit quarré a ſa racine commenſurable.

Conſtruction.

Soit le produict du premier & ſecond nombre requis, le quarré de ① quelconque plus 1, comme 1①+1, qui eſt 1②+2①+1, des meſmes ſoubſtraict 1 (car ainſi adviendra que luy ajouſtant 1, il ſera quarré ſelon la queſtion) reſte pour ledict produict 1②+2①

Et ſoit le ſecond nombre requis 1①
Ergo le premier nombre (puis que leur produict eſt 1②+2①) ſera 1①+2
Et de meſme ſorte nous trouverons le troiſieſme nombre requis, poſant pour le produict du ſecond & troiſieſme nombre le quarré de ① quelconques plus 1, comme de 3①+1 qui eſt 9②+6①+1, des meſmes ſoubſtraict 1 (car ainſi adviendra, que luy ajouſtant 1, il ſera quarré ſelon la queſtion) reſte pour ledict produict 9②+6①
Mais le ſecond eſt 1①; Ergo le troiſieſme (puis que le produict du ſecond & troiſieſme eſt 9②+6①) ſera 9①+6
Reſte maintenant que le produict du troiſieſme & premier +1, ſoit quarré ſelon la queſtion, mais le produict du troiſieſme nombre 9①+6, & du premier 1①+2, eſt 9②+24①+12, au meſme ajouſte 1, faict 9②+24①+13

Or ſi le meſme nombre euſt racine ſelon la queſtion, le requis ſeroit trouvé, mais il ne l'a point, il faut doncques proceder d'autre ſorte. Il appert, que ſi le double du produict de la racine de 9, par la racine de 13, fuſt egal au moyen 24 (car alors ledict nombre auroit racine ſelon la queſtion) nous aurions le requis. Il appert auſſi que le 13 doibt eſtre quarré à ſa racine commenſurable, pour lequel trouver, il faut conſiderer d'ou procede tel 13, à ſçavoir de la multiplication de 2 par 6 & plus 1 item que le 2 procede de deux fois multiplié 1 par 1. Item que le 6 proceede de deux fois multiplie 3 par 1. Ergo le 13 procede du quadruple de 3 (à ſçavoir des 3① au quattieſme en l'ordre) il nous faudra doneques au lieu deſdicts 3①, trouver rel nombre, qui avec ſon quadruple plus 1, face quarré ſelon la queſtion. Prenons deux nombres deſquels la difference 1①, comme 1①+1, & 2①+1, leur produict 2②+3①+1, ſon quadruple 8②+12①+4, difference de deux nombres 1①, ſon quarré 1② ajouſté audict quadruple, faict par le ſuyvant theoreme, quarré ſelon la queſtion 9②+12①+4, car ſa racine eſt 3①+2. Doncques il nous faudra au lieu de 3①+1 quattieſme en l'ordre, prendre 2①+1, & ſelon les meſmes nous commencerons autre operation ſemblable à la precedente en ceſte ſorte:

Soit le produict du premier & ſecond nombre requis, le quarré de① quelconques plus 1, comme 1①+1, qui eſt 1②+2①+1, des meſmes ſoubſtraict 1 (car ainſi adviendra que luy ajouſtant 1, il ſera quarré ſelon la queſtion) reſte pour ledict produict 1②+2①
Soit le ſecond nombre requis 1①
Ergo le premier nombre (puis que leur produict eſt 1②+2①) ſera 1①+2
Et de meſme ſorte nous trouverons le troiſieſme nombre requis, poſant pour le produict du ſecond & troiſieſme nombre (non pas① quelconques comme en la precedente operation; mais comme deſſus dict eſt, nombre rel, que ſa difference à la premiere poſition 1①+1, ſoit 1①) pour les raiſons que deſſus, le quarré de 2①+1, qui eſt 4②+4①+1, du meſme ſoubſtraict 1 (car ainſi adviendra que luy ajouſtant 1, il ſera quarré ſelon la queſtion) reſte pour ledict produict 4②+4①
Mais le ſecond nombre eſt 1①, ergo le troiſieſme (puis que le produict du ſecond & troiſieſme eſt 4②+4①) ſera 4①+4
Le produict du troiſieſme nombre 4①+4, & du premier 1①+2, eſt 4②+12①+8, au meſme ajouſté 1, faict quarré ſelon la queſtion (car ſa racine eſt 2①+3) 4②+12①+9
Lequel eſtant tel quarré il ne requiert point d'egaleté. Le di, que la valeur de 1① eſt nombre Arithmetique quelconque ſelon le requis. *Demonſtration.* La valeur de 1① ſoit 2; Ergo le premier nombre 4, le ſecond 2, le troiſieſme 12. Mais que les meſmes ſatisfont au requis, ſe demonſtre ainſi: Le produict de 4 & 2, eſt 8, plus 1 faict quarré 9, ſa racine 3. Item le produict de 2 & 12 eſt 24, plus 1, faict quarré 25, ſa racine 5. Item le produict de 12 & 4, eſt 48, plus 1, faict quarré 49, ſa racine 7, ſelon le requis.

Autre demonſtration.

Soit maintenant de 1① la valeur 3. Ergo le premier nombre 5, le ſecond 3, le troiſieſme 16, mais que les meſmes ſatisfont auſſi au requis, ſe demonſtre ainſi: Le produict de 5 & 3 eſt 15, plus 1, faict quarré 16, ſa racine 4. Item le produict de 3 & 16 eſt 48, plus 1, faict quarré 49, ſa racine 7. Item le produict de 16 & 5, eſt 80, plus 1, faict quarré 81, ſa racine 9. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; Et ſemblable ſera la demonſtration de nombre Arithmetique (poſé pour la valeur de 1①) qnelconque.

Theo-

THEOREME.

AV quadruple du produict de deux nombres Arithmetiques, ajouſté le quarré de leur difference, faict quarre à ſa racine commenſurable.

Explication du donné. Soyent deux nombres 2 & 5. *Explication du requis* Il faut demouſtrer par les meſmes le contenu du theoreme. *Demonſtration.* Le produict de 2 & 5, eſt 10, ſon quadruple 40, leur difference 3, ſon quarré 9, aiouſté à 40, faict quarré 49, à ſa racine 7 commenſurable. D'ou s'enſuit que ſi l'on poſe les deux nombres differens en unité, que l'on trouvera un nombre, qui avec ſon quadruple plus 1, ſera quarré comme eſtoit requis à la conſtruction de la precedente 20 queſtion. Soyent par exemple deux nombres deſquels la difference eſt 1, comme 2 & 3, leur produict eſt 6, ſon quadruple 24, leur difference 1, ſon quarre 1, aiouſté a 24, faict quarre ſelon le theoreme 25. *Concluſion.* Si doncques au quadruple, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXI.

TRouvons quatre nombres Arithmetiques tels, qu'au produict de chaſques deux, aiouſté 1, la ſomme ſoit quarré à ſa racine commenſurable.

CONSTRVCTION.

On trouvera les trois nombres par la precedente 20 queſtion, qui eſt pour le premier	$1①$ / $\frac{1}{1}$
Et le ſecond	$1①+2$ / $\frac{3}{1}$
Et le troiſieſme	$4①+4$ / $\frac{16}{1}$
Or il faut que le produict du quatrieſme & premier plus 1, ſoit quarré ſelon la queſtion; On poſera doncques pour la racine de tel quarré, des ④ quelconque plus 1, ſoit $3①+1$, ſon quarré $9②+6①+1$, du meſme ſoubſtraict 1 (car ainſi adviendra, que luy ajouſtant 1, il ſera quarre ſelon la queſtion) reſte pour ledict produict	$9②+6①$ / $\frac{304}{256}$
Mais le premier nombre eſt $1①$, Ergo le quatrieſme (puis que tel produict de quatrieſme & premier nombre eſt $9②+6①$) ſera	$9①+6$ / $\frac{304}{256}$
Reſte maintenant que le produict du quatrieſme & ſecond plus 1, ſoit quarré ſelon la queſtion, mais tel produict eſt $9②+24①+12$, auquel aiouſté 1, faict	$9②+24①+13$ / $\frac{3249}{256}$
Egal à quelque quarré, que l'on fingera tel qu'il y en ſorte convenable egaleté, ſoit duquel la racine $3①-4$, ſon quarré	$9②-24①+16$ / $\frac{3721}{256}$

Leſquels reduicts, $48①$ ſeront egales a 3, & par le 67 probleme $1①$ vaudra $\frac{3}{16}$.

Le di, que $\frac{3}{16}$ $\frac{33}{16}$ $\frac{69}{16}$ $\frac{105}{16}$ ſont les quatre nombres requis. *Demonſtration.* Le produict de $\frac{3}{16}$ & $\frac{33}{16}$, eſt $\frac{99}{256}$, au meſme aiouſté 1, faict quarré $\frac{355}{256}$, ſa racine $\frac{17}{16}$. Item le produict de $\frac{3}{16}$ & $\frac{69}{16}$, eſt $\frac{207}{256}$, au meſme aiouſté 1, faict quarré $\frac{463}{256}$, ſa racine $\frac{21}{16}$. Item le produict de $\frac{33}{16}$ & $\frac{105}{16}$, eſt $\frac{3465}{256}$, au meſme aiouſté 1, faict quarré $\frac{3721}{256}$, ſa racine $\frac{61}{16}$. Item le produict de $\frac{33}{16}$ & $\frac{69}{16}$ eſt $\frac{2277}{256}$, au meſme aiouſté 1, faict quarre $\frac{2533}{256}$, ſa racine $\frac{49}{16}$. Item le produict de $\frac{33}{16}$ & $\frac{105}{16}$, eſt $\frac{3465}{256}$, au meſme aiouſté 1, faict quarré $\frac{3721}{256}$, ſa racine $\frac{61}{16}$. Item le produict de $\frac{69}{16}$ & $\frac{105}{16}$, eſt $\frac{7245}{256}$, au meſme aiouſté 1, faict quarre $\frac{7501}{256}$, ſa racine $\frac{86}{16}$. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXII.

TRouvons trois nombres Arithmetiques proportionaux tels, que la difference de chaſques deux ſoit quarré à ſa racine commenſurable.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre $1①$

Et le ſecond nombre (à fin qu'il excede au premier en quarre ſelon la queſtion) ſoit $1①+4$

Et le troiſieſme (à fin qu'il excede au ſecond en quarré ſelon la queſtion) ſoit $1①+13$

Or la difference du troiſieſme & premier, eſt 13, laquelle doibt eſtre quarré ſelon la queſtion, mais elle ne l'eſt pas, il faut doncques proceder d'autre ſorte. Il appert que 13 eſt nombre compoſé de deux quarrez 9 & 4, parquoy il nous faut trouver deux tels quarrez, deſquels la ſomme ſoit ſemblable quarre. Soyent 9 & 16, leur ſomme eſt quarré 25 à ſa racine commenſurable. Et par les meſmes nous ſerons autre operation ſemblable à la precedente en ceſte ſorte:

Soit le premier nombre requis	$1①$ / $\frac{25}{1}$
Le ſecond nombre	$1①+9$ / $\frac{144}{1}$
Le troiſieſme nombre	$1①+25$ / $\frac{256}{1}$
Or de ces trois nombres chaſques deux ſont differens en quarré ſelon la queſtion, Reſte maintenant qu'ils ſoyent auſſi proportionels, mais de trois nombres proportionels le produict des extremes eſt egal au quarré du moyen, doncques le produict des extremes $1①$ & $1①+25$ qui eſt	$1②+25①$ / $\frac{400}{49}$
Eſt egal au quarré du moyen $1①+9$, qui eſt	$1②+18①+81$ / $\frac{529}{49}$

Leſquels reduicts, $7①$ ſeront egales à 81, & par le 67 probleme, $1①$ vaudra $\frac{81}{7}$.

Je di, que $\frac{81}{7}$ $\frac{144}{7}$ $\frac{256}{7}$ ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* Comme $\frac{81}{7}$ à $\frac{144}{7}$, ainſi $\frac{144}{7}$ à $\frac{256}{7}$; ergo ils ſont proportionaux. Item la difference de $\frac{81}{7}$ à $\frac{144}{7}$ eſt quarré 9, ſa racine 3, Item la difference de $\frac{144}{7}$ à $\frac{256}{7}$, eſt quarré 16, ſa racine 4. Item la difference de $\frac{256}{7}$ à $\frac{81}{7}$, eſt 25, ſa racine 5; ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXIII.

TRouvons trois nombres Arithmetiques tels, que chaſque nombre ajouſté au ſolide deſdictes trois nombres la ſomme ſoit quarré à ſa racine commenſurable.

NOTA. Nombre ſolide de trois nombres, eſt le produict des deux multiplié par le troiſieſme, comme de 3. 4. 5. le ſolide eſt 60, par ce que 3 fois 4 faict 12, le meſme multiplié par 5 faict nombre ſolide 60. Qui eſt appellé ſolide, parce que le ſolide rectangle duquel la hauteur 3, largeur 4, longueur 5, aura grandeur 60.

CONSTRVCTION.

Soit le ſolide des trois nombres $1③+2①$

Et le premier nombre (à fin qu'aiouſté 1 au ſolide, face quarre ſelon le requis) ſoit 1

Et pour avoir le ſecond nombre, on ſoubſtraira (à fin que le ſolide avec le ſecond nombre, face auſſi quarré ſelon la queſtion) le ſolide $1③+2①$ de quelque quarré, ſoit duquel la racine $1①+3$,

ſon

ſon quarré 1 ②+6 ①+9, du meſme ſoubſtraict ledict ſolide, reſte pour le ſecond nombre requis. 4 ①+9

Or pour avoir le troiſieſme nombre, prenons le produict du premier & ſecond nombre, qui eſt 4 ①+9, par lequel diviſé ledict ſolide, donne quotient pour le troiſieſme nombre requis $\frac{1\text{ ⓒ}+4\text{ ①}}{4\text{ ①}+9}$ (car, par exemple, diviſé un ſolide 24 procedant de 2. 3. 4, par le produict de quelques deux nombres, comme de 2 & 3, qui eſt 6, le quotient 4 eſt neceſſairement le troiſieſme nombre 3; Et le meſme s'entendra en nombres algebraiques) Mais tel quotient aura valeur au reſpect des autres nombres qui ne ſera point nombre Arithmetique. Il faut doncques proceder d'autre ſorte. Il appert qu'au lieu des 4 ①+9 il nous faut trouver tel nombre de meſme qualité, ainſi que par le meſme diviſé 1 ②+2 ①, le quotient ſoit quelque ①, deſquelles la valeur ſoit nombre Arithmetique. Veu doncques qu'il faut diviſer le ſolide 1 ②+2 ①, par le ſcond numbre qui en la precedente operation eſt 4 ① 9, il eſt notoire que pour avoir le quotient de quelques ①, qu'il faut que le 1 (de 1 ②) au 4 (des 4 ①) aye relle raiſon, comme le 2 (des 2 ①) au 9 (car autrement il ſeroit impoſſible de parvenir à telle diviſion) Il appert auſſi par alterne raiſon, que comme 1 à 2, ainſi faudroit eſtre 4 à 9; Mais t eſt la moitie de 2, ergo le nombre qui viendra au lieu de 4, faut eſtre la moitie du nombre qui viendra au lieu du 9. Item le nombre qui viendra au lieu de 9, eſt neceſſairement quarré à ſa racine commenſurable; Ergo au lieu de 4 & 9, il nous faut trouver deux nombres tels, que l'un ſoit quarré comme dict eſt, & l'autre ſa moitie, & encore procedans d'antecedens nombres qualifiez comme les antecedens, deſquels procedent les 4 & 9; Mais qu'elles ſont les qualitez de ces antecedens, c'eſt que l'un procede du double de quelque certain nombre moins 2 (car 4 procede du double de 3 moins 2) l'autre du quarré d'icelui certain nombre (car 9 procede du quarré deſdicts 3.) Il nous faut doncques (au lieu de 3) trouver un nombre tel, que de ſon double ſoubſtraict 2, la reſte ſoit la mutie du quarré d'iceluy nombre.

Soit le nombre requis t ①
Son duuble moins 2 eſt 2 ⓣ—2
Egal a la moitie du quarré du nombre requis, qui eſt $\frac{1}{2}$ ⓒ

Leſquels reduicts, t ② ſera egale à 4 ①—4, & par le 68 probleme, t ① (pour le nombre requis au lieu de 3) vaudra 2, car ſon double moins 2, eſt la moitie du quarré du nombre requis 2, doncques au lieu ou nous avons ci deſſus mis 3, il faudra mettre 2, ceſt à dire au lieu des 3 ⓒ au troiſieſme en l'ordre, il faudra mettre 2 ①; Et nous ferons par les meſmes autre operation ſemblable à la precedente en ceſte ſorte.

Soit le ſolide des trois nombres t ② +2 ①
Et le premier nombre (à fin qu'ajouſté au ſolide face quarré ſelun la queſtion) ſoit t
Et pour avoir le ſecond nombre, on ſoubſtraira (à fin que le ſolide avec le ſecond nombre, face auſſi quarré ſelon la queſtion) le ſolide 1 ② +2 ①, non pas d'un quarré duquel la racine 1 ① +3 comme à la premiere operation, mais pour les raiſons que deſſus, du quarré de 1 ① +2, qui eſt de 1 ② +4 ① +4, reſte pour ſecond nombre requis 2 ① +4

Or pour avoir le troiſieſme nombre, prenons le produict du premier & ſecond 2 ⓣ+4, qui eſt 2 ① +4, par lequel diviſe le ſolide, donne quotient pour le troiſieſme nombre $\frac{1}{2}$ ①

La ſomme du ſolide & troiſieſme nombre, eſt 1 ② +2 $\frac{1}{2}$ ①
Egale a quelque quarré, que l'on fingera tel qu'il y en ſorte convenable egaleté, ſoit duquel la racine 2 ①, ſon quarré 4 ②

Leſquels reduicts 3 ① ſeront egales à 2 $\frac{1}{2}$; & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{1}{6}$.

Je di, que t, $\frac{6\text{ ⓣ}}{12}$, $\frac{1}{12}$, ſont les trois nombres requis. *Demonſtration*. Le ſolide des trois nombres t, $\frac{6\text{ ⓣ}}{12}$, $\frac{2}{12}$, eſt $\frac{3\text{ ⓒ}}{144}$, au meſme aiouſté le premier nombre t, faict quarré $\frac{484}{144}$, ſa racine $\frac{22}{12}$. Item audict ſolide $\frac{3\text{ ⓒ}}{144}$, aiouſté le ſecond nombre $\frac{6\text{ ⓣ}}{12}$, faict quarré $\frac{132\text{ ⓒ}}{144}$, la racine $\frac{3\text{ ⓣ}+4}{12}$. Item audict ſolide $\frac{3\text{ ⓒ}+4\text{ ⓣ}}{144}$, aiouſté le troiſieſme nombre $\frac{1}{12}$ faict quarré $\frac{400}{144}$, la racine $\frac{20}{12}$. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXIV.

TRouvons trois nombres Arithmetiques tels, que chaſcun ſoubſtraict du ſolide deſdictes trois nombres, la reſte ſoit quarré à ſa racine commenſurable.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis 1 ①	$\frac{17}{8}$
Et le ſolide des trois nombres (à fin que du meſme ſoubſtraict le premier, la reſte ſoit quarré ſelon la queſtion) ſoit 1 ② +1 ①	$\frac{425}{64}$
Or pour trouver le produict du ſecond & troiſieſme nombre, nous diviſerons le ſolide par le premier nombre (car par exemple, le ſolide 24 procedant de 2. 3. 4, diviſé par le premier 2, le quotient 12 eſt neceſſairement produict des deux autres, à ſçavoir de 3 & 4, le meſme s'entendra en nombres Algebraiques) donne quotient pour ledict produict du ſecond & troiſieſme 1 ①+1	$\frac{25}{8}$
Soit le ſecond nombre requis t	t
Ergo le troiſieſme (puis que le produict du troiſieſme & ſecond eſt 1 ①+t) ſera t ①+1	$\frac{25}{8}$
Reſte maintenant que du ſolide ſoubſtraict le ſecond nombre, puis le troiſieſme, les reſtes ſoyent quarrez ſelon la queſtion. Mais ſoubſtraict le ſecond nombre 1 du ſolide 1 ② + 1 ①, reſte t ② +1 ① +t	$\frac{361}{64}$
Item ſoubſtraict le troiſieſme 1 ① + t, dudict ſolide, reſte t ② —1	$\frac{289}{64}$
Or chaſcun des deux precedens nombres, à ſçavoir le ſixieſme & ſeptieſme en l'ordre, eſt egal à quelque quarré à ſa racine commenſurable, il faut doncques trouver un quarré de double egaleté. Soit par poſition de 2 ① & $\frac{1}{2}$ (pour les deux nombres deſquels le produict t ①, eſt egal à la difference du ſixieſme au ſeptieſme en l'ordre) deſquels le quarré de double egaleté, egal au moindre nombre t ② — t, eſt (par la note de la 12 queſtion du 2 livre) 1 ② — $\frac{5}{2}$ ① + $\frac{1}{16}$	$\frac{225}{64}$

Leſquels reduicts $\frac{1}{2}$ ① ſera egale à $\frac{17}{16}$, & par le 67 probleme, t ① vaudra $\frac{17}{8}$.

Je di, que $\frac{17}{8}$. t. $\frac{25}{8}$ ſont les trois nombres requis. *Demonſtration*. Le ſolide des trois nombres $\frac{17}{8}$. 1. $\frac{25}{8}$, eſt $\frac{425}{64}$, duquel ſoubſtraict le premier nombre $\frac{17}{8}$, reſte quarré $\frac{289}{64}$, ſa racine $\frac{17}{8}$. Item dudict ſolide $\frac{425}{64}$, ſoubſtraict le ſecond nombre 1, reſte quarré $\frac{361}{64}$, ſa racine $\frac{19}{8}$. Item dudict ſolide $\frac{425}{64}$, ſoubſtraict le troiſieſme nombre $\frac{25}{8}$, reſte quarré $\frac{225}{64}$, ſa racine $\frac{15}{8}$. Ce ſont doncques

doncques quarrez à leurs racines commensurables, selon le requis. ce qu'il falloit demonstrer.

Question XXV.

Partons 6 en deux parties telles, que leur produict soit cube à sa racine commensurable, & luy defaillant sa racine.

Construction.

Soit la premiere partie	1 ①
Ergo la seconde partie	$-1①+6$
Leur produict	$-1②-6①$
Egal à quelque cube luy defaillant sa racine; fingeons la racine du cube quelques 1 mouns 1, soit $2①-1$	
Son cube	$8③-12②+6①-1$
Du mesme soubstraict sa racine, reste pour le cube luy deffaillant sa racine	$8③-12②+4①$
Egal au produict des deux nombres requis troisiesme en l'ordre, qui est	$-1②+6①$

Lesquels reduicts 8 ② seront egales à 11 ① + 2, & par le 68 probleme, 1 ① vaudra $\sqrt{\frac{195}{359}}-\frac{11}{16}$. Or si la mesme valeur de 1 ① fust à son quarré commensurable, nous aurions le requis, mais elle ne l'est pas, il faut doncques proceder d'autre sorte. Il appert que si aux termes reduicts, n'y eust point venu des ①, mais que l'egaleté s'eust rencontre seulement entre ① & ⓪, nous aurions le requis; Or pour l'avoir ainsi, il faut considerer d'ou precedent les 4 ① sixiesme en l'ordre, & appert que du triple de 2 ① quatriesme en l'ordre, moins les mesmes deux primes: Ergo elles procedent du double de 2 ① quattiesme en l'ordre; Il faut doncques trouver une multitude de ① (au lieu desdictes 2 ①) de laquelle le double (veu qu'elles s'egalent à 6 ① troisiesme en l'ordre) soit 6 1; La mesme sera 3 ①, ergo au lieu de 2 ①, quatriesme en l'ordre, il faudra mettre 3 ①, & nous ferons par les mesmes autre operation semblable à la precedente en ceste sorte:

Soit la premiere partie	1①	$\frac{26}{27}$
Ergo la seconde partie	$-1①+6$	$\frac{136}{27}$
Leur produict	$-1②+6①$	$\frac{3536}{729}$
Egal à quelque cube auquel deffaut sa racine, fingeons la mesme non pas 2 ① — 1 comme à la premiere operation, mais pour les raisons que dessus	$3①-1$	$\frac{27}{27}$
Son cube	$27③-27②+9①-1$	$\frac{1136}{19683}$
Du mesme soubstraict sa racine, reste pour le cube luy deffaillant sa racine	$27③-27②+6①$	$\frac{3536}{729}$
Egal au produict des deux nombres requis troisiesme en l'ordre, qui est	$-1②+6①$	$\frac{3536}{729}$

Lesquels reduicts 27 ① seront egales à 26, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{26}{27}$.

Je dis, que $\frac{26}{27}$, $\frac{136}{27}$ sont les deux nombres; item que $\frac{2336}{19683}$ est le cube requis. *Demonstration*. Que les deux nombres $\frac{26}{27}$, $\frac{136}{27}$, sont les deux parties integrantes de 6, est notoire. Item leur produict est $\frac{3536}{729}$, qui est cube $\frac{2336}{1728}$, luy deffaillant sa racine $\frac{136}{27}$, Car soubstrayant racine $\frac{136}{27}$, de cube $\frac{2336}{1728}$, reste comme dessus $\frac{3536}{729}$, selon le requis, ce qu'il falloit demonstrer.

Question XXVI. A. Ger.

Partons 4 en trois nombres tellement que leur solide soit cube, dont la racine soit egale à la somme de leur trois intervalles.

Construction.

Soyent iceux entendus estre disposez par ordre, assavoir aux extremitez le maieur & le mineor; & soit le solide de trois parties (pource que ce doit estre un cube) 8 ③

Son costé	2①
Egal aux trois Intervales; Or pource que quand trois nombres sont disposez de tel ordre, les trois Intervales sont ensemble double à l'Intervale des extremes, donc la moitié de 2 1 qui est 1 ①, sera l'Interval des extremes, soit donc le moindre extreme, quelque nombre algebraique	2①
Ergo le maieur extreme	3①
Et le moyen, (afin que leur solide soit 8 ③) sera $1-\frac{3}{3}$ (1 que s'il eust este plus grand que 2 1, la question seroit soudée; or il vient de la division de 8 par le produict de 2 & 3 (qui devoyent differer de l'unité; parquoy nous en sommes revenus là qu'il faut trouver deux nombres (au lieu des 2. 3.) differens de l'unité, telz que leur produict divisant 8, le quotient soit entre iceux assavoir maieur au moindre, & moindre au maieur. A ceste fin soit 1 ① le mineur, ergo le maieur 1 ① + 1. que si on divise 8 par leur produicts $1②+1①$, viendra le moyen $\frac{8}{1②+1①}$ qui doit estre entre 1 ① & $1①+1$ & doit exceder 1 ①, mais l'exces doit estre moindre que l'unité, que si on luy adjouste l'unité il sera maieur à $1①+1$; soit à iceluy donc adjouste l'unité, & les deux mis en denomination de $1②+1①$, alors $1②+1①-8$ sera maieur à $1③+2②-1①$, & reduicts 8 sera maieur à $1③+1②$ (formons un cube quadrinome algebraique ayant $1③+1②$, iceluy aura son costé $1①+\frac{1}{3}$, mais le cube de $1①+\frac{1}{3}$ est aussi maieur à $1③+1②$; & si on veut egaler 8 au cube de $1①+\frac{1}{3}$, les costez seront egaux, assavoir 2 à $1①+\frac{1}{3}$, & 1 ① vaudra $\frac{5}{3}$. parquoy les trois nombres seront $\frac{4}{3}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{6}{3}$; lequels multipliez par 15 (quand il licite comme icy, pour eviter les fractions) viendra 25, 27, 40; qui sont trois nombres dont leur solide est cube ayant sa racine egale aux trois intervales d'iceux, que si leur somme estoit 4, la question seroit resoute; il faut donc diviser 4 en trois nombres proportionnaux aux mesmes, ce qui est tresfacil, voire mesme sans algebre par le 15 probleme, & seront iceux $\frac{25}{23}$, $\frac{27}{23}$, $\frac{40}{23}$. dont la preuve est manifeste, qu'ils sont les parties de 4, & que leur solide est cube, ayant sa racine egale aux trois Intervales d'iceux selon le requis, ce qu'il falloit faire.

Question XXVII.

Trouvons deux nombres tels, que chascun ajousté à leur produict, la somme soit cube à sa racine commensurable.

Construction.

Soit le premier nombre de quelques ① telles que son nombre de multitude soit cube à sa racine commensurable soit	8①	$\frac{512}{64}$
Le second nombre sera tel, que multiplié par le premier, & au produict ajousté le premier, la somme soit cube selon la question soit	$1③-1$	$\frac{37}{64}$
Leur produict	$8③-8①$	$\frac{296}{4096}$
Au mesme ajousté le second nombre, faict	$8③+1②-8①-1$	$\frac{333}{4096}$
Egal à quelque cube, que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egaleté, soit duquel la racine $2①-1$, son cube	$8③-12②+6①-1$	$\frac{1331}{4096}$

Lesquels

Lesquels reduicts 13① seront egales a 14, & par le 67 probleme, 1① vaudra $\frac{14}{13}$.

Le di, que $\frac{132}{13}$ & $\frac{27}{169}$, sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le produict de $\frac{132}{13}$ & $\frac{27}{169}$, est $\frac{3564}{2197}$, au mesme aioustè le premier nombre $\frac{132}{13}$, faict cube $\frac{2515528}{2197}$, sa racine $\frac{268}{169}$. Item audict produict $\frac{3564}{2197}$, aioustè $\frac{27}{169}$, la somme est cube $\frac{3537}{2197}$, sa racine $\frac{15}{13}$; Ce sont doncques cubes à leurs racines, commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

Question XXVIII.

Trouvons deux nombres tels, que chascun soubstraict de leur produict, la reste soit cube à sa racine commensurable.

Construction.

Soit le premier nombre quelques ① telles, que leur nombre de multitude soit cube à sa racine commensurable & plus 1, soit $8①+1$	$\frac{133}{12}$
Le second nombre sera tel, que multiplié par le premier, & du produict soubstraict le second, la reste soit cube selon la question, soit tel second nombre $1②$	$\frac{196}{144}$
Leur produict $8③+1②$	$\frac{26068}{2069}$
Du mesme soubstraict le premier, reste $8③\ \ 1②-8①-1$	$\frac{3375}{1331}$
Egal à quelque cube, que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egaleté, soit duquel la racine $2①-1$, son cube $8③-12②+6①-1$	$\frac{1728}{2197}$

Lesquels reduicts 12① seront egales a 14, & par le 67 probleme, 1① vaudra $\frac{14}{12}$.

Le di, que $\frac{144}{12}$ $\frac{196}{169}$, sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le produict de $\frac{144}{12}$ & $\frac{196}{169}$, est $\frac{24500}{2197}$, duquel soubstraict le premier $\frac{1331}{1728}$, reste cube $\frac{13797}{2197}$, sa racine $\frac{23}{13}$. Item du mesme produict $\frac{24500}{2197}$, soubstraict le second nombre $\frac{196}{169}$, reste cube $\frac{2128}{2197}$, sa racine $\frac{28}{13}$. Ce sont doncques cubes à leurs racines commensurables selon le requis, ce qu'il falloit demonstrer.

Question XXIX.

Trouvons deux nombres Arithmetiques tels, que aioustez à leur produict, puis soubstraict de leur produict, somme & reste soyent cubes à leurs racines commensurables.

Construction.

Soit le cube procedant des deux nombres aioustez à leur produict,	64
Et le cube procedant des deux nombres soubstraicts de leur produict soit	8
Leur difference qui est le double de la somme des deux nombres, par le suivant theoreme, est , sa moitie pour la somme des deux nombres requis est	28
Or parce que le produict aioustè aux deux nombres faict 64, s'ensuit (car soubstraict 28 de 64 reste 36) que leur produict est	36

Reste doncques de trouver deux nombres tels, que leur somme soit 28, & leur produict 36; les mesmes se trouvent par la 30 question du premier livre, toutesfois a cause des nombres qui se rencontrent en l'operation, nous mettrons leur construction autrefois en ceste sorte:

Soit le maieur nombre requis	$1①+14$
Ergo le moindre	$-1①+14$
Leur produict	$-1②+196$
Egal au produict donné	36

Lesquels reduicts 1② sera egale à 160, & par le 78 probleme, 1① vaudra $\sqrt{160}$. Et les nombres cherchez seront $14+\sqrt{160}$, & $14-\sqrt{160}$. Or si ces deux nombres fussent Arithmetiques, nous aurions ce requis; mais ils ne sont pas, dont est la cause, que le 160 n'est point quarré à sa racine commensurable. Il faut doncques considerer d'où procedent ces nombres, afin que nous trouvions autres semblables, qui au lieu de 160 donnent quarré comme dict est. Premierement la difference de 160, & 196, est 36, & les 196 sont le quarré de 14, qui est la moitie de 28, qui est la moitie de 56; Doncques 196 est le quarré du quart de 56; Mais 56 est la difference des deux cubes 64 & 8. Item 36 est la moitie de la somme des mesmes cubes; Il appert donc, qu'au lieu de 64 & 8, il nous faut trouver deux autres semblables cubes tels, que du quarré du quart de leur difference, soubstraict la moitie de la somme des cubes, la reste soit quarré à sa racine commensurable, pour lesquels trouver:

Soit la racine du maieur cube	$1⑦+1$
Et la racine du moindre cube soit	$1①-1$
Ergo le maieur cube	$1③+3②+3①+1$
Et le moindre cube	$1③-3②+3①-1$
Leur difference $6②+2$, son quart	$\frac{3}{2}②+\frac{1}{2}$
Son quarré	$\frac{9}{4}④+\frac{3}{2}②+\frac{1}{4}$
Du mesme soubstraict la moitie de la somme des cubes, qui est $1③+3①$, reste	$\frac{9}{4}④-1③+\frac{3}{2}②-3①+\frac{1}{4}$
Qui convertiz en entiers de mesme raison les multipliant par 4, faict	$9④-4③+6②-12①+1$
Egal à quelque quarré, que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egaleté, soit duquel la racine $3②-6①+1$, le quarré est	$9④-36③+41②-12①+1$

Lesquels reduicts 32① seront egales à 36, & par le 67 probleme, 1① vaudra $\frac{9}{8}$. Ergo les deux cubes cherchez au lieu de 64 & 8, seront $\frac{4913}{512}$, & $\frac{1}{512}$, par lesquelles il nous faut commencer autre operation semblable à la premiere en ceste sorte:

Soit le cube procedant des deux nombres aioustez à leur produict	$\frac{4913}{512}$
Et le cube procedant des deux nombres soubstraicts de leur produict soit	$\frac{1}{512}$
Leur difference qui est le double de la somme des deux nombres par le theoreme suivant, est $\frac{4912}{512}$, sa moitie pour la somme des deux nombres requis	$\frac{2456}{512}$

Or parce que le produict aioustè aux deux nombres faict $\frac{4913}{512}$, s'ensuit (car soubstraict $\frac{2456}{512}$ de $\frac{4913}{512}$ reste $\frac{2457}{512}$) que leur produict sera $\frac{2456}{512}$.

Reste doncques de trouver deux nombres Arithmetiques tels, que leur somme soit $\frac{2456}{512}$, & leur produict $\frac{2457}{512}$, en ceste sorte:

Soit le maieur nombre requis	$1①+\frac{2228}{512}$
Ergo le moindre nombre	$-1①+\frac{2228}{512}$
Leur produict	$-1②+\frac{4967184}{262144}$
Egal au produict donné	$\frac{2457}{512}$

Lesquels reduicts 1② sera egale à $\frac{2100000}{262144}$, & par le 78 probleme 1① vaudra $\frac{500}{512}$.

Je di, que $\frac{1728}{512}$ $\frac{728}{512}$ sont les deux nombres requis. *Demonstrat.* Le produict de $\frac{1728}{512}$ & $\frac{728}{512}$, est $\frac{1258884}{262144}$, au mesmes aioustez lesdicts deux nombres (desquels deux nombres la somme est $\frac{2456}{512}$) faict cube $\frac{2515456}{262144}$, sa racine $\frac{136}{64}$. Item dudict produict $\frac{1258884}{262144}$, soubstraict ladicte somme des deux nombres $\frac{2456}{512}$, reste cube

cube $\frac{4913}{2744}$, ſa racine $\frac{17}{14}$. Ce ſont doncques cubes à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Theoreme.

Deux nombres ajouſtez à leur produict, puis ſoubſtraicts de leur produict: La difference de ſomme & reſte ſera double aux deux nombres.

Explication du donné. Soyent deux nombres quelconques 2 & 3. *Explication du requis.* Il faut par les meſmes demonſtrer le contenu du theoreme. *Demonſtration.* Les deux nombres 2 & 3, ajouſtez à leur produict 6, faict 11, & du meſme produict 6, ſoubſtraict leſdicts nombres 2 & 3, reſte 1. Or la difference de ſomme 11 & reſte 1, eſt 10, qui eſt double ſelon le theoreme, auz deux nombres 2 & 3. *Concluſion.* Deux nombres doncques ajouſtez, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

Question XXX.

CEſte queſtion eſt la meſme que la 29 precedente, mais elle differe en l'operation qui ſera ici telle:

Construction.

Veu (par le ſuyvant theoreme) que le quarré à ſa racine commenſurable, diviſée en deux parties deſquelles l'une ſoit ſa racine, & au produict des deux parties aioustez les meſmes deux parties: la ſomme ſera cube ſelon la queſtion: Poſons le quarré de 1 ① qui eſt	1 ② $\frac{216}{49}$
Et que l'une partie pour l'un nombre requis ſoit ſa racine	1 ① $\frac{16}{7}$
Ergo l'autre partie pour l'autre nombre requis ſera	1 ② — 1 ① $\frac{144}{49}$
Produict des deux parties	1 ③ — 1 ② $\frac{2304}{343}$
Au meſme ajouſté les deux parties, faict cube	1 ③ $\frac{4096}{343}$
Et dudict produict 1 ③ — 1 ②, ſoubſtraict la ſomme des deux parties reſte	1 ③ — 2 ② $\frac{512}{343}$
Egale a quelque cube, que l'on fingera tel, qu'il y en ſorte convenable egaleté, ſoit duquel la racine $\frac{1}{7}$ ①, ſon cube	$\frac{1}{8}$ ③ $\frac{512}{343}$

Leſquels reduicts $\frac{7}{8}$ ① ſeront egales 22, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{16}{7}$.

Ie di, que $\frac{16}{7}$ $\frac{144}{49}$ ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Le produict de $\frac{16}{7}$ & $\frac{144}{49}$, eſt $\frac{2304}{343}$, au meſmes ajouſté leſdicts deux nombres (deſquels deux nombres la ſomme eſt $\frac{216}{49}$ faict cube $\frac{4096}{343}$, ſa racine $\frac{16}{7}$. Item dudict produict $\frac{2304}{343}$, ſoubſtraict ladicte ſomme des deux nombres $\frac{216}{49}$, reſte cube $\frac{512}{343}$, ſa racine $\frac{8}{7}$. Ce ſont doncques cubes à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Theoreme.

Le quarré à ſa racine commenſurable diviſé en deux parties deſquelles l'une ſoit ſa racine, & au produict des deux parties ajouſté les meſmes deux parties: Donne pour ſomme un cube à ſa racine commenſurable.

Explication du donné. Soit donné quarré à ſa racine commenſurable 9. *Explication du requis.* Il faut par le meſme 9 demonſtrer le contenu du theoreme. *Demonſtration.* Les deux parties de 9, deſquelles l'une ſoit ſa racine, ſont 3 & 6, leur produict 18, au meſme ajouſté 3 & 6, ſont cube ſelon le theoreme 27, à ſa racine 3 commenſurable. *Concluſion.* Le quarré doneques à ſa racine commenſurable diviſe en deux parties, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

Question XXXI.

TRouvons quatre nombres quarrez à leurs racines commenſurables, & tels, qu'a leur ſomme ajouſté la ſomme de leurs racines, le tout ſoit 12.

Construction.

Les quatre quarrez que nous cherchons, avec leurs racines, ſont enſemble 12, & ſi nous ajouſtons au meſmes encore quatre fois $\frac{1}{4}$ faict 13, qui (par le ſuivant theoreme) contiendront quatre quarrez ſelon la queſtion, & tels que de chaſcune de leurs racines ſoubſtraict $\frac{1}{2}$, reſteront les quatre racines des quatre quarrez requis. Reſte doncques de partir 13 en quatre tels quarrez: Lequel ſe fera premierement en deux, ſoyent en 4 & 9, & puis chaſcun quarré (par la 8e queſtion du ſecond livre) en deux autres; ceux de 4 ſoyent $\frac{64}{25}$ & $\frac{36}{25}$, Et de 9 ſoyent $\frac{144}{25}$ & $\frac{81}{25}$. Or les quatre racines de ces quatre quarrez ſont $\frac{8}{5}$, $\frac{6}{5}$, $\frac{12}{5}$, $\frac{9}{5}$, puis de chaſcune deſdictes racines ſoubſtraict $\frac{1}{2}$, reſteront $\frac{11}{10}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{19}{10}$, $\frac{13}{10}$, deſquels les quarrez ſont les quatre quarrez requis, ſont $\frac{121}{100}$, $\frac{49}{100}$, $\frac{361}{100}$, $\frac{169}{100}$.

Demonſtration. Les racines des quatre quarrez $\frac{121}{100}$, $\frac{49}{100}$, $\frac{361}{100}$, $\frac{169}{100}$, ſont $\frac{11}{10}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{19}{10}$, $\frac{13}{10}$, leſquelles ajouſtées à leurs quarrez, font en ſomme 12, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Theoreme.

AV quarré à ſa racine commenſurable, ajouſté ſa racine plus $\frac{1}{4}$ faict ſemblable quarré: Et de ſa racine ſoubſtraict $\frac{1}{2}$ reſte racine du premier quarré.

Explication du donné. Soit le quarré à ſa racine commenſurable 4. *Explication du requis.* Il faut par le meſme demonſtrer le contenu du theoreme. *Demonſtration.* Au quarré 4, aiouſté ſa racine 2 plus $\frac{1}{4}$, faict quarré ſelon le theoreme 6 $\frac{1}{4}$, ſa racine $\frac{5}{2}$, de laquelle ſoubſtraict $\frac{1}{2}$, reſte 2, qui eſt racine du premier quarré 4 ſelon le theoreme. *Concluſion.* Au quarré doneques à ſa racine commenſurable, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

Question XXXII.

TRouvons quatre nombres quarrez à leurs racines commenſurables, & tels que de leur ſomme ſoubſtraict la ſomme de leurs racines, la reſte ſoit 4.

Construction.

Les quatre quarrez que nous cherchons moins leurs racines ſont 4, & ſi nous aiouſtons au meſmes encore quatre fois $\frac{1}{4}$ faict 5, qui (par le ſuivant theoreme) contiendront quatre quarrez ſelon la queſtion, & tels qu'a chaſcune de leurs racines aiouſte $\frac{1}{2}$, elles ſeront les quatre racines des quatre quarrez requis. Reſte doncques de partir 5 en quatre tels quarrez: Lequel ſe fera premierement en deux quarrez comme 1 & 4, puis chaſcun quarré (par la 8 queſtion du ſecond livre) autre fois en deux ſemblables quarrez; celles de 1 ſoyent $\frac{16}{25}$, $\frac{9}{25}$, & de 4 ſoyent $\frac{64}{25}$, $\frac{36}{25}$. Or les quatre racines de ces quatre quarrez ſont $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{8}{5}$, $\frac{6}{5}$. Puis à chaſcune racine aiouſté $\frac{1}{2}$, ſont $\frac{13}{10}$, $\frac{11}{10}$, $\frac{21}{10}$, $\frac{17}{10}$. Deſquels les quarrez pour les quarre quarrez requis, ſont $\frac{169}{100}$, $\frac{121}{100}$, $\frac{441}{100}$, $\frac{289}{100}$.

Demonſtration. Les racines des quatre quarrez $\frac{169}{100}$, $\frac{121}{100}$, $\frac{441}{100}$, $\frac{289}{100}$, ſont $\frac{13}{10}$, $\frac{11}{10}$, $\frac{21}{10}$, $\frac{17}{10}$, deſquelles la ſomme $\frac{62}{10}$ ſoubſtraicte de la ſomme des quarrez, qui eſt $\frac{1020}{100}$, reſte 4 ſelon le requis: ce qu'il falloit demonſtrer.

THEOREME.

DV quarré à ſa racine commenſurable, ſoubſtraict ſa racine, & au reſte aiouſté $\frac{1}{4}$, faict ſemblable quarré. Et à ſa racine aiouſté $\frac{1}{2}$, la ſomme ſera racine du premier quarré.

Explication du donné. Soit le quarré à ſa racine commenſurable 9. *Explication du requis.* Il faut par le meſme demonſtrer le contenu du theoreme. *Demonſtration.* Du quarré 9, ſoubſtraict ſa racine 3, reſte 6, au meſme aiouſté $\frac{1}{4}$, faict ſemblable quarré $6\frac{1}{4}$, ſa racine $\frac{1}{2}$, à laquelle aiouſté $\frac{1}{2}$, faict 3, qui eſt racine du premier quarré 9 ſelon le theoreme. *Concluſion.* Du quarré doneques à ſa racine commenſurable, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXXIII.

PArtons 1 en deux parties telles, qu'a l'une aiouſté 3, & à l'autre 5, le produict des ſommes ſoit quarré à ſa racine commenſurable.

CONSTRVCTION.

Soit la premiere partie $1①$
Ergo la ſeconde partie $-1①+1$
A la premiere partie aiouſté 3, la ſomme eſt $1①+3$
Et à la ſeconde partie aiouſte 5, la ſomme eſt $-1①+6$
Produict des deux ſommes $-1②+3①+18$
Egal à quelque quarré, ſoit duquel la racine a ①, ſoo quarre $4③$

Leſquels reduicts 1 ② ſera egale à $\frac{1}{4}①+\frac{18}{5}$, dont l'loventioo de 1 ② ſelon le 68 probleme (laquelle invention nous mettroos icy au long; nous deſcrirons auſſi nombres entiers & rompuz pour numerateurs des rompuz ſelon la maniere de Diophante, pour les raiſons qui en aptes apparoiſtront) eſt telle:

Le nombre des ① donnees $\frac{2}{5}$
Sa moitie $\frac{1}{5}$
Son quarré $\frac{1}{25}$
Le nombre Arithmetique donné $\frac{20}{25}$
Somme du troiſieſme & quatrieſme en l'ordre $\frac{92}{25}$
Sa racine quarrée $\checkmark \frac{92}{25}$
Somme du 2 & ſixieſme en l'ordre $\checkmark 92\frac{1}{4}+1\frac{1}{2}$

Or ceſte valeur de 1 ① ſeroit la premiere partie requiſe, mais ce n'eſt point nombre Arithmenque ſelon la queſtion, il faut doneques au lieu de 4 ③ du quarré, trouver autre quarré tel, qu'en invention de la valeur de 1 ①, le nombre au lieu de $92\frac{1}{4}$ ſoit quarré à ſa racine commenſurable. Mais re $92\frac{1}{4}$ (nous delaiſſons le nominateur 25 parce que c'eſt quarre ſelon le requis) procede de l'addition de 90 & $2\frac{1}{4}$, & les 90 procedent de la multiplicatiõ de 18 par 5, & 5 procede du quarré 4 plus 1, il faut dõcques trouver autre ſemblable quarré & 1, tels que leur ſomme multipliee par 18, & au produict aiouſté $2\frac{1}{4}$, la ſomme ſoit (au lieu de $92\frac{1}{4}$) ſemblable quarre.

Soit le meſme le quarré de 1 ① qui eſt $1②$
Et plus 1, faict $1②+1$
Multiplié par 18, faict $18②+18$
Aux meſmes ajouſtez $2\frac{1}{4}$, faict $18②+20\frac{1}{4}$ qui ſont en nombres entiers de meſme raiſon $72②+81$
Egal à quelque quarré, que l'on fingera tel, qu'il y en ſorte convenable egalete ſoit du quel la racioe $8①+1$, ſon quarré $64②+144①+81$

Leſquels reduicts $8①$ ſeront egales à 144, & par le 67 probleme $1①$ vaudra 18, & $1②$ premier en l'ordre pour le quarré que nous cherchions, vaudra 324.

Il faut doncqoes au lieu de $4②$ en la conſtruction, mettre $324②$ eo ceſte ſorte:

Soit la premiere partie $1①$ | $\frac{6}{25}$
Ergo la ſeconde partie $-1①+1$ | $\frac{19}{25}$
Puis à la premiere partie ajouſté 3, la ſomme eſt $1①+3$ | $\frac{81}{25}$
Et à la ſeconde partie ajouſté 5, la ſomme eſt $-1①+6$ | $\frac{144}{25}$
Produict des 2 ſommes, eſt $-1②+3①+18$ | $\frac{1166}{625}$
Egal non pas à $4②$ comme deſſus, mais pour les raiſoos ſuſdictes, a $324②$ | $\frac{11664}{625}$

Leſquels reduicts, $1②$ ſera egale à $\frac{3}{125}①+\frac{18}{125}$, & par le 67 probleme, $1①$ vaudra $\frac{6}{25}$.

Le di, que $\frac{6}{25}$, $\frac{19}{25}$, ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Que $\frac{6}{25}$ & $\frac{19}{25}$ ſont les deux parties integrãtes de 1, eſt manifeſte. Item à $\frac{6}{25}$ ajouſté 3 faict $\frac{81}{25}$. Puis ajouſté 5, faict $\frac{144}{25}$, leſquels $\frac{81}{25}$ & $\frac{144}{25}$, multipliez donnent produict quarré $\frac{11664}{625}$, à ſa racine $\frac{108}{25}$ commenſurables ſelon le requis, ce qu'il falloit demooſtrer.

QVESTION XXXIIII.

CEſte queſtion eſt la meſme que la precedente, mais elle differe en l'operation qui ſera ici telle:

CONSTRVCTION.

Soit l'une partie $1①$ moins le nombre 3 qu'il luy faut aiouſter, faict $1①-3$ | $\frac{25}{41}$
Ergo la ſeconde partie ſera $-1①+4$ | $\frac{20}{41}$
Puis ajouſté 3 à la premiere partie donne ſomme $1①$ | $\frac{144}{41}$
Et aiouſté 5 à la ſecoode partie, donne ſomme $-1①+9$ | $\frac{225}{41}$
Le produict des deux ſommes eſt $-1②+9①$ | $\frac{11664}{1681}$

Egal à quelque quarre, fingeons qu'il ſoit de $2①$, qui eſt $4②$; Leſquels reduicts $5①$ ſeront egales à 9, & par le 67 probleme, $5①$ vaudra $\frac{9}{5}$, & par conſequent la premiere partie requiſe ſeroit ? moins 3, mais Diophante ne faict point de ſolution par —; Il appert doncques, que la valeur de $1①$ doibt eſtre maieure que 3 & moindre que 4; Il nous faudra doncques finger autre quarré que de $4②$. Or pour le trouver, conſiderons d'ou nous procedent ces $\frac{9}{5}$; Et appert que de la diviſion de 9 par 5, mais 5 procede du nombre quarré 4 plus 1, il nous faut doncques diviſer 9 par ſemblable quarré $+1$, aioſi que le quotient ſoit maieur que 3, & moindre que 4. Or trouvons premierement quarré $+1$ qui donne preciſement quotient 4, en ceſte ſorte: Si 9 diviſé par quarré $+1$, donne quotient 3, c'eſt choſe claire que le quarré $+1$ eſtoit 3, duquel ſoubſtraict 1, reſte quarré 2. Item ſi 9 diviſé par quarré $+1$, donne quotient 4, c'eſt notoire que le quarré $+1$, eſtoit $2\frac{1}{4}$, duquel ſoubſtraict 1, reſte le quarré $1\frac{1}{4}$; il appert doncques que le quarré au lieu des $4②$ fingez, doibt eſtre moindre que 1, & maieor que $1\frac{1}{4}$. Mais pour facilement parvenir au meſmes nous coovertirons les deux nombres 2 & $1\frac{1}{4}$ en autres rompuz ayans commun quarré, comme 64; Et 2 vaudra $\frac{128}{64}$; & $1\frac{1}{4}$ vaudra $\frac{80}{64}$. Puis prenons quelque tel quarré, moindre que

$\frac{289}{64}$, &

$\frac{128}{64}$, & maieur que $\frac{90}{64}$, comme $\frac{100}{64}$ qui vaut $\frac{25}{16}$, le meſme ſera le quarré que nous fingerons au lieu des ſuſdicts 4 ②. Nous ditons donc que leſdictes $-1\,②+9\,①$ ſont egales a $\frac{25}{16}\,③$ | $\frac{3240000}{1681}$

Leſquels reduicts $\frac{41}{16}\,①$ ſeront egales à 9, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{144}{41}$.

Je di, que $\frac{25}{41}\,\frac{20}{41}$ ſont les deux parties requiſes. *Demonſtration.* Que $\frac{25}{41}$ & $\frac{20}{41}$, ſont les deux parties integrantes de 1, eſt manifeſte. Item à $\frac{25}{41}$, aiouſté 3, faict $\frac{144}{41}$. Item à $\frac{20}{41}$ aiouſté 5, faict $\frac{225}{41}$, leſquels $\frac{144}{41}$ & $\frac{225}{41}$ multipliez, donnent produict quarré $\frac{32400}{1681}$, à ſa racine $\frac{180}{41}$ commenſurable, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Qvestion XXXV.

Tranſlatée de mot à mot.

PArtons le nombre donné en trois nombres, ainſi qu'au produict du premier & ſecond on ajouſte ou ſoubſtraict le troiſieſme, qu'il ſoit quarré. Soit le nombre donné 6; Et poſons la troiſieſme parrie 1 N; Et le ſecond d'unité d'avantage ſoit 2: Ergo le premier ſera $1-1$ N; Reſte maintenant qu'au produict du ſecond & premier, ou ajouſte ou ſoubſtraict le troiſieſme, qu'il ſoit quarre. Et avient double egaleté, car $8-1$ N, s'egalent à quarré, & $8-3$ N, s'egalent à quarré: Mais il n'eſt point tationel, parce que la raiſon des nombres n'eſt point comme de quarré à quarré: mais le premier nombre eſt en unité moindre que le ſecond, & ſemblablement ſont trois nombres majeurs que le ſecond. La choſe donc eſt demenée juſques à la, qu'il faut trouver un nombre au ſecond tel, comme celuy qui l'exeede en unité à unité nombre quarré, ſoit celuy qu'on requiert 1 N, & celuy qui luy eſt maieur en unité ſera 1 N + 1, & qui eſt en unité moindre 1 N — 1. Nous voulons que ces nombres aient la raiſon comme quarré à quarré, ſoit 54 à 1, comme 1 N — 1 à 4, ſont 4 N — 4, & 1 N + 1 à 1. Et ces nombres expoſez ſont entre eux en telle raiſon comme quarré à quarré. Or donc 4 N — 4, s'egale à 1 N + 1, faict 1 N 5. Je poſe donc le ſecond 5. Mais le troiſieſme eſt 1 N. Ergo le premier eſt 13 — 1 N: Reſte maintenant qu'au produict du premier & ſecond, ſi bien aiouſté comme ſoubſtraict le troiſieſme, face quarré: Mais le produict du premier & ſecond avec le troiſieſme eſt 65 — 2 N, egal à quarré. Et du meſme ſoubſtraict le troiſieſme $65-6$ * tous par 9, ſont $65-70$ N egales à quarré: Et $65-24$ N egales à quarré. Et multipliant egalement les nombres de l'un par 4, faict $260-24$ N, egales à quarré: Et $65-24$ N, egales à quarré. Or je prens leur intervalle 195; Et je poſe deux nombres deſquels le produict ſoit 195, qui ſont 13 & 15, la moitié de leur intervalle en ſoy, s'egale au moindre quarré, faict 1 N 8. Or venons aux poſez, le premier ſera 5, le ſecond 5, le troiſieſme 8; Et la demonſtration eſt manifeſte.

Qvestion XXXVI.

TRouvons deux nombres Arithmetiques tels, que le ſecond donnant quelque ſa partie au premier, la ſomme ſoit en raiſon triple au reſte. Item donnant le premier ſemblable ſa partie au ſecond, la ſomme ſoit quincuple au reſte.

Construction.

Soit le ſecond nombre requis	$1\,① + t$ | $\frac{25}{7}$
Sa partie requiſe ſoit	1 | 1
Ergo le premier nombre (à fin que ſoubſtraict 1 du ſecond & aiouſté au premier, la ſomme ſoit triple au reſte) ſera	$3\,① - 1$ | $\frac{6}{7}$
Reſte maintenant que donnant le premier nombre ſemblable ſa partie au ſecond, que la ſomme ſoit quincuple au reſte. Or par le ſuivant theoreme la ſomme de ceſte ſomme & reſte, eſt ſeſcuple au reſte; Mais la ſomme de ceſte ſomme & reſte (car elle eſt la meſme que la ſomme du premier & ſecond nombre) eſt $4\,①$, ergo quelque nombre auquel de $4\,①$ obtient raiſon ſeſcuple, ſera la reſte qui demeure du premier, la meſme ſera	$\frac{2}{3}\,①$ | $\frac{16}{25}$
Ergo la partie que le premier nombre donnera au ſecond (car ſouhſtraict $\frac{2}{3}\,①$ du premier nombre il y reſtera autant) ſera	$\frac{7}{3}\,① - 1$ | $\frac{3}{5}$
Reſte maintenant que les meſmes $\frac{7}{3}\,① - 1$, ſoyent telle partie du premier nombre $3\,① - 1$, comme 1 du ſecond nombre $1\,① + t$. Il faut doncques qu'ils ſoyent proportionaux. Ergo le produict des extremes $\frac{7}{3} - 1$, & $1\,①$ $+ 1$, qui eſt	$\frac{7}{3}\,② + \frac{4}{3}\,① - 1$ | $\frac{6}{7}$
Seta egal au produict des moyens $3\,① - 1$ par t qui eſt	$3\,① - 1$ | $\frac{6}{7}$

Leſquels reduicts $\frac{7}{3}\,①$ ſeront egales à $\frac{6}{7}$, & par le 67 probleme $1\,①$ vaudra $\frac{3}{7}$.

Je di, que $\frac{6}{7}\,\frac{12}{7}$ ſont les deux nombres requis & que ſuperquinpartiente ſeptieſmes (c'eſt comme de $\frac{25}{7}$ à 1, ou comme de 12 à 7 eſt la raiſon requiſe de chaſque nombre à ſa partie qu'il donne à l'autre. *Demonſtration.* Donnant le ſecond nombre $\frac{12}{7}$, ſa partie à laquelle il eſt en raiſon ſuperquinpartiente ſeptieſmes, à ſçavoir 1, au premier nombre $\frac{6}{7}$, la ſomme $\frac{18}{7}$, ſera triple à la reſte $\frac{6}{7}$. Item donnant le premier nombre $\frac{6}{7}$, ſa partie à laquelle il eſt en raiſon ſuperpartient ſeptieſmes, à ſçavoir $\frac{5}{7}$, au ſecond nombre $\frac{12}{7}$, la ſomme $\frac{30}{7}$, ſera quincuple à la reſte $\frac{30}{42}$ ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Theoreme.

LE nombre explicant la raiſon de la ſomme de deux nombres au moindre nombre, ſera d'unité maieur que le nombre explicant la raiſon du maieur au moindre.

Explication du donné. Soyent deux nombres 15 & 3. *Explication du requis.* Il faut par les meſmes demonſtrer le contenu du theoreme. *Demonſtration.* Le nombre 6 explicant la raiſon ſeſcuple de 18 (qui eſt la ſomme de 15 & 3) au moindre nombre 3, eſt d'unité maieur que le nombre 5 explicant la quincuple raiſon de 15 à 3 ſelon le theoreme. *Concluſion.* Le nombre doncques explicant la raiſon, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

Qvestion XXXVII.

TRouvons operation algebraique telle, que pour la valeur de $1\,①$ poſant nombre Arithmetique quelconque; nous aions deux nombres tels, que leur produict avec leur ſomme ſoit 8.

Construction.

Soit le premier nombre requis	$1\,①$
Et le ſecond ſoit quelque nombre Arithmetique comme	3
Leur produict	$3\,①$
Somme du premier & ſecond nombre & de leur produict	$4\,① + 3$
Egal a	8

Leſquels reduicts $4\,①$ ſeront egales à 5, & par le 67 proleme $1\,①$ vaudra $\frac{1}{4}$, mais cecy ne ſatisfaict point au requis. Il faut doncques conſideret, d'ou $1\,①$ vient à valoir $\frac{1}{4}$, & appert que pour la diviſion de 5 par 4; Mais le 5 eſt l'exces de 8 à 3, & 4 excede au ſecond

nombre 3 en 1; d'ou s'enſuit que le nombre qu'on poſera pour le ſecond, ſoubſtraict du nombre donné 8, & la reſte diviſe par nombre d'unité maieur que le ſecond, alors le quotient ſera le premier nombre.

Soit donc le ſecond nombre $1①-1$

Lequel ſoubſtraict de 8, reſte $-1①+9$, laquelle diviſee par nombre d'unité maieur que le ſecond nombre, qui ſera par $1①$, donne quotient pour le premier nombre requis $\frac{-1①+9}{1①}$

Doncques le premier nombre ſera $\frac{-1①+9}{1①}$, & le ſecond $1①-1$, deſquels je di la valeur de $1①$ eſtre nombre Arithmetique quelconque. *Demonſtration.* La valeur de $1①$ ſoit 2; ergo le premier nombre ſera $\frac{7}{2}$, & le ſecond ſera 1, leur produict $\frac{7}{2}$, auquel aiouſté la ſomme de $\frac{7}{2}$ & 1, faict 8, ſelon le requis.

Autre demonſtration. La valeur de $1①$, ſoit maintenant $\frac{3}{2}$; Ergo le premier nombre ſera 17, & le ſecond $-\frac{1}{2}$, leur produict $-\frac{17}{2}$, au meſme aiouſté la ſomme de 17 & $-\frac{1}{2}$, faict comme deſſus 8. Et ſemblable ſera la demonſtration de nombre Arithmetique (poſé pour la valeur de $1①$) quelconque.

Qvestion XXXVIII.

TRouvons trois nombres Arithmetiques tels, que le produict du premier & ſecond avec leur ſomme ſoit 8; Et le produict du ſecond & troiſieſme avec leur ſomme ſoit 15; Et le produict du troiſieſme & premier avec leur ſomme ſoit 24.

Construction.

Poſons le premier & ſecond nombre requis par la doctrine de la precedente 37 queſtion (car ainſi ſera ſatisfaict à une partie du requis) donc le premier ſera $\frac{-1①+9}{1②}$ $\frac{11}{4}$

Et le ſecond ſera $1①-1$ $\frac{7}{4}$

Or puis que le produict & ſomme du ſecond & troiſieſme eſt 15, ergo par le ſuivant theoreme (car du produict du ſecond & troiſieſme avec leur ſomme, qui en tout eſt 15, ſoubſtraict le ſecond nombre $1①-1$, reſte $-1①+16$, qui diviſe par nombre d'unité maieur que ledict ſecond nombre, qui ſera par $1①$, donne quotient $\frac{16}{1①}$) le troiſieſme nombre ſera $\frac{-1①+16}{1①}$ $\frac{71}{3}$

Le produict du premier & troiſieſme nombre eſt $\frac{1①-1②+16①}{1②}$, au meſme aiouſté la ſomme du premier & troiſieſme qui eſt $\frac{-1②+16①}{1①}$ faict $\frac{-1②+144}{1①}$ 24

Egal a 24

Leſquels reduicts 2② ſeront egales à 144, & par le 78 probleme, $1①$ vaudra $\frac{12}{5}$.

Je di, que $\frac{11}{4}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{71}{3}$, ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* Le produict du premier $\frac{11}{4}$, & ſecond $\frac{7}{5}$, eſt $\frac{77}{20}$, au meſme aiouſté la ſomme de $\frac{11}{4}$, & $\frac{7}{5}$, qui eſt $\frac{163}{20}$, faict 8. Item le produict du ſecond $\frac{7}{5}$, & troiſieſme $\frac{71}{3}$, eſt $\frac{119}{3}$, au meſme aiouſté la ſomme de $\frac{7}{5}$ & $\frac{71}{3}$ qui eſt $\frac{106}{15}$, faict 15. Item le produict du troiſieſme $\frac{71}{3}$, & premier $\frac{11}{4}$, eſt $\frac{781}{12}$, au meſme aiouſté la ſomme de $\frac{71}{3}$ & $\frac{11}{4}$, qui eſt $\frac{1040}{(12)}$, faict 24 ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Nota. Quant à ce que Diophante dict, qu'il eſt neceſſaire que chaſcun des trois nombres requis ſoit d'unité moindre que quarré (car tels ſont les nombres 8. 15. 24) cela s'entend pour par ceſte operation en ſçavoir donner ſolutiun, comme appert en l'egaleté. Quant au reſte, il eſt par autre voye poſſible d'en douner ſolution par nombres quelconques. Par exemple; ſi les nombres requis au lieu de 8. 15. 24. fuſſeut 14. 23. 39. nous pourrions dire, que la ſolution eſt 4. 2. 7. & ainſi d'infiniz autres. Et ſemblable avertiſſement ſe peut auſſi appliquer à la 40e queſtion ſuivante.

Theoreme.

DV produict de deux nombres avec leur ſomme, ſoubſtraict l'un nombre, & la reſte diviſe par nombre d'unité maieur que le nombre ſoubſtraict; donne pour produict l'autre nombre.

Explication du donné. Soyent deux nombres 2 & 6. *Explication du requis.* Il faut par les meſmes demonſtrer le contenu du theoreme. *Demonſtration.* Le produict de 2 & 6 eſt 11, qui avec leur ſomme 8, faict 20, duquel ſoubſtraict l'un nombre 2, reſte 18; lequel diviſe par nombre d'unité maieur que 2, qui eſt par 3, donne quotient 6, qui eſt l'autre nombre ſelon le theoreme. *Concluſion.* Du produict doncques de deux nombres, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

Qvestion XXXIX.

TRouvons deux nombres algebraiques tels, que pour la valeur de $1①$ poſant nombre Arithmetique quelconque; nous aions deux nombres tels, que de leur produict ſoubſtraict leur ſomme, la reſte ſoit 8.

Construction.

Suit le premier nombre $1①$

Le ſecond ſoit quelque nombre Arithmetique, comme 3

Leur produict eſt $3①$, duquel ſoubſtraict leur ſomme qui eſt $1①+3$, reſte $2①-3$

Egal a 8

Leſquels reduicts $2①$, ſeront egales à 11, & par le 67 probleme, $1①$ vaudra $\frac{11}{2}$. Mais ceci ne ſatisfaict point au requis. Il nous faut doncques conſiderer d'ou que $1①$ vient à valoir $\frac{11}{2}$, & appert que pour la diviſion de 11 par 2, mais 11 eſt la ſomme de 3 & 8, & 2 eſt unité moindre que le ſecond nombre 3. D'ou s'enſuit, que poſant pour le ſecond nombre requis, nombre Arithmetique quelconque, & luy ajouſtant le nombre donné 8, & leur ſomme diviſée par nombre d'unité moindre que le ſecond, alors le quotient ſera le premier nombre.

Soit donc le ſecond nombre $1①+1$

Lequel aiouſté à 8, faict $1①+9$, qui diviſe par nombre d'unité moindre que le ſecond nombre, qui ſera par $1①$, donne quotient pour le premier nombre requis $\frac{1①+3}{1①}$

Doncques le premier ſera $\frac{1①+9}{1①}$, & le ſecond $1①+1$, deſquels je di, que la valeur de $1①$ eſt nombre Arithmetique quelconque. *Demonſtration.* La valeur de $1①$ ſoit 2. Ergo le premier nombre ſera $\frac{11}{5}$. Et le ſecond nombre ſera 3, leur produict $\frac{33}{5}$, duquel ſoubſtraict la ſomme de $\frac{11}{5}$ & 3, qui eſt $\frac{19}{5}$, reſte 8, ſelon le requis.

Autre demonſtration. La valeur de $1①$ ſoit maintenant $\frac{3}{2}$. Ergo le premier nombre ſera 19, & le ſecond nombre ſera $\frac{3}{2}$, leur produict $\frac{57}{2}$, duquel ſoubſtraict la ſomme de 19 & $\frac{3}{2}$, qui eſt $\frac{41}{2}$, reſte 8 ſelon le requis. Et ſemblable ſera la demonſtration de nombre Arithmerique (poſé pour valeur de $1①$) quelconque.

Qvestion XL.

TRouvons trois nombres Arithmetiques tels, que du produict du premier & ſecond ſoubſtraict leur ſomme, la reſte ſoit 8; Et du produict du ſecond & troiſieſme ſoubſtraict leur ſomme, la reſte ſoit 15; Et du produict du troiſieſme & premier ſoubſtraict leur ſomme, la reſte ſoit 24.

Con-

CONSTRVCTION.

Posons le premier & second nombre requis par la doctrine de la precedente 39 question (car ainsi sera satisfaict à une partie du requis) doncques le premier nombre sera $\frac{1\textcircled{1}+3}{1\textcircled{1}}$ — $\frac{19}{4}$

Et le second nombre $1\textcircled{1}+1$ — $\frac{5}{1}$

Or puis que du produict du second & troisiesme, soubstraict leur somme, la reste est 15, ergo par le suivant theoreme (car à 15 qui est le produict du second & troisiesme nombre moins leur somme, ajousté le second nombre $1\textcircled{1}+1$, faict $1\textcircled{2}+16$, qui divise par $1\textcircled{1}$, qui est nombre d'unité moindre que ledict second nombre, donne quotient $\frac{1\textcircled{2}+16}{1\textcircled{1}}$) le troisiesme nombre sera $\frac{1\textcircled{2}+16}{1\textcircled{1}}$ — $\frac{23}{3}$

Le produict du troisiesme & premier nombre est $\frac{1\textcircled{2}+19\textcircled{1}+304}{1\textcircled{1}}$, duquel soubstraict la somme du mesme troisiesme & premier qui est $\frac{1\textcircled{2}+19\textcircled{1}}{1\textcircled{1}}$, reste $\frac{-1\textcircled{2}+304}{1\textcircled{1}}$ — 24

Egal a 24

Lesquels reduicts 25 ② seront egales à 144, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra $\frac{22}{3}$.

Le di, que $\frac{19}{4}$, $\frac{17}{5}$, $\frac{23}{3}$, sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le produict du premier $\frac{19}{4}$ & second $\frac{17}{5}$ est $\frac{323}{20}$, duquel soubstraict la somme de $\frac{19}{4}$ & $\frac{17}{5}$ qui est $\frac{261}{20}$, reste 8. Item le produict du second $\frac{17}{5}$ & troisiesme $\frac{23}{3}$, est $\frac{391}{15}$, du mesme soubstraict la somme de $\frac{17}{5}$ & $\frac{23}{3}$, qui est $\frac{166}{15}$, reste 15. Item le produict du troisiesme $\frac{23}{3}$ & premier $\frac{19}{4}$, est $\frac{437}{12}$, duquel soubstraict la somme de $\frac{23}{3}$ & $\frac{19}{4}$, qui est $\frac{149}{12}$, reste 24 selon le requis, ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME.

DV produict de deux nombres soubstraict leur somme, & au reste ajouste l'un nombre, & la somme divisée par nombre d'unité moindre que le nombre ajousté, donne pour quotient l'autre nombre.

Explication du donné. Soyent deux nombres 3 & 7.

Explication du requis. Il faut par les mesmes demonstrer le contenu du theoreme. *Demonstration.* Le produict de 3 & 7 est 21, duquel soubstraict leur somme 10, reste 11, auquel ajousté l'un nombre 3, faict 14, qui divise par nombre d'unité moindre que ledict nombre ajousté 3, qui est par 2, donne quotient 7, qui est l'autre nombre selon le theoreme. *Conclusion.* Du produict doncques de deux nombres, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XLI.

TRouvons deux nombres algebraiques tels, que pour la valeur de $1\textcircled{1}$ mettant nombre Arithmetique quelconque, Que nous aions deux nombres tels, que leur produict aye à leur somme raison triple.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre $1\textcircled{1}$

Le second nombre soit quelque nombre Arithmetique comme 5

Leur produict $5\textcircled{1}$, doibt estre triple à leur somme $1\textcircled{1}+5$; Ergo le triple de $1\textcircled{1}+5$, qui est $3\textcircled{1}-15$

Est egal a $5\textcircled{1}$

Lesquels reduicts a ① seront egales à 15, & par le 67 probleme, 1 ① vaut $\frac{15}{2}$: Mais ceci ne satisfaict point au requis, il nous faut doncques considerer d'ou c'est que 1 ① vient à valoir $\frac{15}{2}$, & appert que pour la division de 15 par 2; mais 15 viennent du second nombre, multiplié par le nombre explicant la raison requise, & 2 sont la difference du second & du nombre explicant ladicte raison; D'ou s'ensuit, que pour le second nombre requis, posant nombre quelconque, & multipliant le mesme par 3, qui est le nombre explicant ladicte raison, & divisant le produict par l'excés du second au nombre explicant la raison requise, le quotient sera le premier nombre requis.

Soit le second nombre $1\textcircled{1}$

Qui multiplié par 3 faict $3\textcircled{1}$, qui divisé par $1\textcircled{1}-3$ (qui est l'excés du second nombre à 3) donne quotient pour le premier nombre requis $\frac{3\textcircled{1}}{1\textcircled{1}-3}$

Doncques le premier nombre sera $\frac{3\textcircled{1}}{1\textcircled{1}-3}$, le second $1\textcircled{1}$; desquels je di, que la valeur de $1\textcircled{1}$ est nombre Arithmetique quelconque. *Demonstration.* La valeur de $1\textcircled{1}$ soit 4; Ergo le premier nombre sera 12, & le second sera 4, leur produit 48, qui obtient à la somme de 12 & 4, raison triple selon le requis. *Autre demonstration.* La valeur de $1\textcircled{1}$ soit autrefois 3; Ergo le premier nombre sera (contemplation novelle) $\frac{9}{0}$, & le second sera $\frac{3}{1}$, leur produict $\frac{27}{0}$, qui à la somme de $\frac{9}{0}$ & $\frac{3}{1}$, qui est $\frac{9}{0}$, obtient raison triple, selon le requis. Mais que la somme de $\frac{9}{0}$ & $\frac{3}{1}$ est $\frac{9}{0}$, se demonstre par nostre acoustumee methode d'addition du 10e probleme ainsi;

$$\frac{9}{0}\times\frac{3.\ 0}{1.\ \frac{9}{0}}$$

Autre demonstration.

Soit finalement la valeur de $1\textcircled{1}$ (pour autrefois contempler quelque rare qualité des nombres) 2; Ergo le premier nombre sera $\frac{6}{0}$; Et le second nombre sera $\frac{2}{1}$: leur produict $\frac{12}{0}$, qui à la somme de $\frac{6}{0}$ & $\frac{2}{1}$ qui est $\frac{6}{0}$, obtient raison triple selon le requis. Mais que la somme de $\frac{6}{0}$ & $\frac{2}{1}$, est $\frac{6}{0}$, se demonstre comme dessus; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XLII.

TRouvons trois nombres tels, que le produict du premier & second, aye à leur somme raison triple; Et que le produict du second & troisiesme, aye à leur somme raison quadruple; Et que le produict du troisiesme & premier aye à leur somme raison quincuple.

CONSTRVCTION.

Posons le premier & second nombre requis par la doctrine de la precedente 41 proposition (car ainsi sera satisfaict à une partie du requis) doncques le premier nombre sera $\frac{3\textcircled{1}}{1\textcircled{1}-3}$ — $\frac{360}{23}$

Et le second sera $1\textcircled{1}$ — $\frac{120}{23}$.

Et le troisiesme, lequel se trouve aussi par ladicte 41 question (à sçavoir en multipliant la $1\textcircled{1}$ du second nombre par 4, la ou ci dessus on l'a multiplié par 3) soit $\frac{4\textcircled{1}}{1\textcircled{1}-4}$ — $\frac{120}{7}$

Et ainsi sera satisfaict à deux parties du requis; Reste maintenant que le produict du premier & troisiesme qui est $\frac{4\textcircled{2}}{1\textcircled{2}-7\textcircled{1}+12}$ aye à leur somme qui est $\frac{3\textcircled{2}-4\textcircled{1}}{1\textcircled{2}-7\textcircled{1}+12}$, raison quincuple; ergo le quincuple de ceste somme qui est $\frac{15\textcircled{2}-20\textcircled{1}}{1\textcircled{2}-7\textcircled{1}+12}$ — $\frac{2100}{357}$

Est egal audict produict $\frac{4\textcircled{2}}{1\textcircled{2}-7\textcircled{1}+12}$ — $\frac{1200}{357}$

Lesquels reduicts a $3\textcircled{1}$ seront egales a 120, & par le 67 probleme $1\textcircled{1}$ vaudra $\frac{120}{3}$.

Le di, que $\frac{360}{23}$, $\frac{120}{23}$, $\frac{120}{7}$, sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le produict de $\frac{360}{23}$ & $\frac{120}{23}$, est $\frac{43200}{1173}$, qui est le triple de la somme de $\frac{360}{23}$ & $\frac{120}{23}$, laquelle est $\frac{14400}{1173}$. Item le produict de $\frac{120}{23}$ & $\frac{120}{7}$, est $\frac{14400}{161}$, qui est le quadruple de la somme de $\frac{120}{23}$ & $\frac{120}{7}$,

laquelle eſt $\frac{3600}{361}$. Item le produict de $\frac{120}{7}$ & $\frac{160}{51}$, eſt $\frac{432000}{3\,\,8640}$, qui eſt quincuple à la ſomme de $\frac{120}{7}$ & $\frac{160}{51}$, qui eſt $\frac{8640}{357}$. ſelon le requis, ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XLIII.

TRouvrons trois nombres tels, que le produict du premier & ſecond ſoit à la ſomme des trois nombres triple; Et le produict du ſecond & troiſieſme, à la ſomme des trois nombres quadruple, & le produict du troiſieſme & premier, à la ſomme des trois nombres quincuple.

CONSTRVCTION.

Soit la ſomme des trois nombres 15, ergo ſon triple pour le produict du premier & ſecond, ſera 45. Poſons doncques pour le ſecond nombre 1①

Ergo le premier (puis que leur produict eſt 45) ſera $\frac{45}{1\,(1)}$

Or le quadruple de la ſomme des trois nombres pour le produict du ſecond & troiſieſme, eſt 60, & le ſecond eſt 1①, ergo le troiſieſme ſera $\frac{60}{1\,(1)}$

Le produict du troiſieſme & premier $\frac{2700}{1\,(1)}$

Egal au quincuple de la ſomme des trois nombres 75.

Leſquels reduicts 75② ſeront egales à 2700, & par le 78 probleme, 1① vaudra 6. D'ous enſuit que le premier ſera $7\frac{1}{2}$ le ſecond 6 & le troiſieſme 10. Or la ſolution ſeroit bonne ſi la ſomme de ces trois nombres ſuſt 15, mais elle ne l'eſt pas, car ils montent $23\frac{1}{2}$. Nous uſerons doncques ces trois nombres trouvez en autre telle operation:

Soit le premier nombre requis $7\frac{1}{2}$①	$\frac{15}{2\,(1)}$
Le ſecond 6①	$\frac{12}{2\,(1)}$
Et le troiſieſme 10①	$\frac{20}{2\,(1)}$
Le produict du premier & ſecond 45③ doibt eſtre triple à la ſomme des trois nombres qui eſt $23\frac{1}{2}$①, ergo le $\frac{1}{3}$ de 45② qui eſt 15②	$\frac{2209}{60}$
Eſt egal à la ſomme des trois nombres $23\frac{1}{2}$①	$\frac{1409}{60}$

Leſquels reduicts 15① ſeront egales à $23\frac{1}{2}$, & par le 67 probleme, 1① vaudra $\frac{47}{30}$.

Je di, que $\frac{705}{60}$, $\frac{564}{60}$, $\frac{940}{60}$, ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* Le produict de $\frac{705}{60}$ & $\frac{564}{60}$, qui eſt $\frac{397620}{3600}$, eſt triple à la ſomme des trois nombres $\frac{2209}{60}$ ou $\frac{132540}{3600}$. Item le produict de $\frac{564}{60}$ & $\frac{940}{60}$ qui eſt $\frac{530160}{3600}$, eſt quadruple à ladicte ſomme $\frac{132540}{3600}$. Item le produict de $\frac{940}{60}$ & $\frac{705}{60}$, qui eſt $\frac{662700}{3600}$, eſt quincuple à ladicte ſomme $\frac{132540}{3600}$ ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XLIIII.

TRouvons trois nombres tels, que leur ſomme multipliée par le premier, le produict ſoit triangle, & par le ſecond, quarré à ſa racine commenſurable, & par le troiſieſme, cube à ſa racine commenſurable.

NOTA. Ils appellent nombres trianglaires nombres entiers comme ceux ci: 3. 6. 10. 21, &c. à cauſe que 3 ou 6 ou 10 poinct, mis en ordre comme ei deſſoubs, font

. quelque figure triangulaire
. . . equilaterale. Le premier tri-
. . . . . angle en l'ordre ſe dict 1, le
. . . . . ſecond 3, le troiſieſme 6, &
ainſi en infini des autres.

CONSTRVCTION.

Soit la ſomme des trois nombres 1②

Le produict de la ſomme des trois nombres & le premier ſoit triangle 6, ergo le premier nombre $\frac{6}{1\,(1)}$

Le produict de la ſomme des trois nombres & le ſecond, ſoit quarré 4, ergo le ſecond $\frac{4}{1\,(1)}$

Le produict de la ſomme des trois nombres & le troiſieſme, ſoit cube 8, ergo le troiſieſme $\frac{8}{1\,(1)}$

Et ainſi eſt ſatisfaict au requis, en tant que le produict procedant de la ſomme des trois nombres 1② multiplié par le premier, ſera triangle 6, & par le ſecond, ſera quarré 4, & par le troiſieſme, ſera cube 8. Reſte maintenant que la ſomme de ces trois nombres qui eſt $\frac{18}{1\,(1)}$

Soit egale à la ſomme des trois nombres premier en l'ordre qui eſt 1②

Leſquels reduicts 1④ ſera egale à 18, & par le 78 probleme 1① vaudra $\sqrt{18}$, laquelle ne nous ſert point a propos, mais il eſt neceſſaire que nous aions en ſon lieu nombre Arithmetique. Il nous faut donc conſiderer d'ou procede ceſte $\sqrt{18}$, à fin que par ſemblable moyen nous trouvons le nombre ſervant a propos. Or il appert que 18 eſt la ſomme de triangle 6 & quarré 4 & cube 8, parquoy il faut au lieu de 6. 4. 8. trouver autre triangle quarre & cube tels, que leur ſomme ſoit quarre quantité à ſa racine commenſurable.

Soit ladicte ſomme des trois nombres 1④	6561
Et pour le quarre requis, poſons le quarré de 1②—t (la cauſe de telle poſition apparoiſtra ci deſſoubs) qui eſt 1④—2②+1	6400
Le meſme ſoubſtraict de la ſomme des trois nombres 1④, reſte pour le cube & triangle requis 2②—t, des meſmes poſons pour le cube requis 8	8
Ergo reſte pour le triangle requis 2②—9	153
Et ainſi eſt la ſomme du triangle quarré & cube 1④, egale à la dicte ſõme premiere en l'ordre. Or multipliant le triangle 2②—9, par 8, & au produict ajouſté 1, faict par le ſuivant theoreme quarré ſelon la queſtion, qui eſt 16②—71	1225
Egal a quelque quarré que l'on fingera tel, qu'il y en ſorte convenable egaleté, ſoit duquel la racine 4①—t, ſon quarré t6②—8①+1	1225

Leſquels reduicts 8① ſeront egales à 72, & par le 67 probleme 1①, vaudra 9, & le triangle 153, le quarré 6400, le cube 8. Doncques au lieu de triangle 6, quarré 4, & cube 8, cy deſſus qui ne nous ſervoyent pas a propos nous prendrons triangle 153, quarre 6400, & cube 8 (car leur ſomme eſt quarre quantité 5661, ſa racine 9) par les meſmes nous commencerons autre operation ſemblable à la premiere en ceſte ſorte:

Soit la ſomme des trois nombres t②	81
Le produict de la ſomme des trois nombres & le premier, ſoit triangle 153, ergo le premier nombre ſera $\frac{153}{1\,(1)}$	$\frac{153}{81}$
Le produict de la ſomme des trois nombres & ſecond ſoit quarré 6400, etgo le ſecond $\frac{6400}{1\,(1)}$	$\frac{6400}{81}$
Le produict de la ſomme des trois nombres & le troiſieſme ſoit cube 8, ergo le troiſieſme $\frac{8}{1\,(1)}$	$\frac{8}{81}$
Et ainſi eſt ſatisfaict au requis, entant que le produict 1②, procedant de la ſomme des trois nombres 1② multiplié par le premier, ſera triangle 153, & par le ſecond ſera quarré 6400, & par le troiſieſme ſera cube 8. Reſte maintenant que la ſomme de ces trois nombres qui eſt $\frac{5661}{1\,(1)}$	81

Soit

Soit egale a la ſomme de ces trois nombres premiere en l'ordre, qui eſt	1 ② | 81

Leſquels reduicts 1 ② ſera egale à 6561, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra 9.

Je di, que $\frac{243}{81}$, $\frac{6400}{81}$, $\frac{8}{81}$, ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme des trois nombres $\frac{2145}{81}$, $\frac{6400}{81}$, $\frac{8}{81}$, eſt 81. laquelle multipliée par le premier nombre $\frac{243}{81}$, donne produict & triangle dixſeptieſme en l'ordre 153. Item ladicte ſomme 81, multipliée par le ſecond nombre $\frac{6400}{81}$, donne produict quarre 6400, ſa racine 8. Item ladicte ſomme 81 multipliée par le troiſieſme nombre $\frac{8}{81}$, donne produict cube 8, ſa racine 2 ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Theoreme.

Nombre triangulaire multiplié par 8, & plus 1, faict quarré à ſa racine commenſurable.

Explication du donné. Soit donné nombre triangulaire 6. *Explication du requis.* Il faut par le meſme demonſtrer le contenu du theoreme. *Demonſtration.* Le nombre triangulaire 6, multiplié par 8, faict 48, & plus 1, faict quarre 49, à ſa racine 7 commenſurable ſelon le requis. *Concluſion.* Nombre doncques triangulaire multiplié par 8, & plus 1, faict quarre à ſa racine commenſurable; ce qu'il falloit demonſtrer.

Queſtion XLV.

Trouvons trois nombres Arithmetiques tels, que l'exces du maieur au moien, aye a l'exces du moien au moindre raiſon triple, & que chaſques deux nombres facent quarré à ſa racine commenſurable.

Construction.

La ſomme du moindre & moien nõbre ſoit quarré 4

Ergo le moien nombre ſera plus grand que 2, car ſi nous le mettions 2, le moindre ſeroit auſſi 2, qui eſt abſurd, ſoit donc le moien nombre requis $1 ① + 2$

Ergo le moindre nombre $-1 ① + 2$

L'exces du moien au moindre eſt 2 ①, & l'exces du maieur au moien doibt eſtre ſon triple, il ſera donc 6 ①, au meſme aiouſté le moien, faict pour le maieur nombre requis $7 ① + 2$

Somme du moien & maieur nombre, egal a quelque quarré, eſt $8 ① + 4$

Somme du maieur & moindre nombre, egal à quelque quarré, eſt $6 ① + 4$

Or chaſcun des deux precedens nombres, à ſçavoir le cinquieſme & ſixieſme en l'ordre, eſt egal à quelque quarré, ſelon la queſtion, il faut doncques trouver un quarré de double egaleté, ſoit par poſition de $\frac{1}{2} ①$ & 4 (pour les deux nombres deſquels le produict 2 ②, eſt egal à la difference des $8 ① + 4$ a $6 ① + 4$) deſquels le quarré de double egaleté egal au moindre propoſe $6 ① + 4$, eſt (par la note devant la 124e queſtion du ſecond livre) $\frac{1}{16} ② - 1 ① + 4$

Leſquels reduicts $\frac{1}{16} ①$ ſera egale à 7, & par le 67 probleme 1 ① vaudra 112. Ergo le moindre nombre, qui deſſus eſt $-1 ① + 2$, ſeroit 2 moins 112, laquelle ſolution de moins ils eſtiment abſurd. S'enſuit donc qu'il ſera neceſſaire, que la valeur de la ſomme du maieur & moindre, laquelle eſt cy deſſus $6 ① + 4$, ſoit moindre que 16, & par conſequent, il eſt neceſſaire que la valeur de 1 ① ſoit moindre que 2, car eſtant 2, les $6 ① + 4$ vaudroyent 16. Nous ne pouvons donc venir à ſolution par le quarré de double egaleté; parquoy il faut trouver la valeur de 1 ① d'autre ſorte. Premierement conſiderons que nous avons trois ſommes $8 ① + 4$; & $6 ① + 4$; & 4; procedans de trois nombres de qualité du ſuivant theoreme; à ſçavoir deſquels l'exces du moien au moindre, obtient à l'exces du maieur au moien raiſon ſubtriple, d'ou s'enſuit que la raiſon de l'exces $8 ① + 4$ à $6 ① + 4$ ſera ſubtriple à l'exces de $6 ① + 4$ à 4, mais leſdictes trois ſommes vallent quarrez ſelon la queſtion. Nous ſommes donc venuz juſques à la, qu'il nous faut trouver trois quarrez tels, que l'exces du maieur au moien, ſoit le tiers de l'exces du moien au moindre, & d'avãtage que le moindre ſoit 4, & le moien moindre que 16, & la valeur de 1 ① moindre que 2.

Soit le moindre quarré 4

Et la racine du moien quarré ſoit $1 ① + 2$, ſon quarré pour le moien quarré requis ſera $1 ② + 4 ① + 4$

L'exces du moien quarré au moindre quarre eſt $1 ② + 4 ①$, & l'exces du maieur au moien, doibt eſtre ſon tiers, il ſera donc $\frac{1}{3} ② + \frac{4}{3} ①$, lequel aiouſté au moien faict pour le maieur quarre $\frac{4}{3} ② + \frac{16}{3} ① + 4$, leſquels reduicts en entiers de meſme raiſon, les multipliant par 9, à fin qu'il devienne autrefois quarré, ſont $12 ② + 48 ① + 36$, egales à quelque quarré. Mais à fin d'avoir moindres nombres de meſme raiſon nous les pouvons partir par 4, car ainſi ſera le quotient ſemblable quarré, faict pour le maieur nombre requis $3 ② + 12 ① + 9$

Egal à quelque quarré, que l'on fingera tel, qu'il y en ſorte convenable egaleté, ſoit duquel la racine $-5 ① + 3$ (le 3 eſt pour rencontrer au 9, & les $-5 ①$ ſont à fin que la valeur de 1 ① ſoit moindre que 2, car l'experience demonſtrera que au lieu de 5 ① poſant 4 ①, ou 3 ①, ou 2 ①, que la valeur de 1 ① viendra maieure que 2, mais poſant 5 ①, ou 6 ①, ou 7 ①, &c. la valeur de 1 ①, ſera, comme appert cy deſſoubs, moindre que 2) ſon quarré $25 ② - 30 ① + 9$

Leſquels reduicts $22 ①$ ſeront egales à 42, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{21}{11}$, qui ſont moindres que 2. Ergo le moien quarré qui cy deſſus $1 ② + 4 ① + 4$, vaudra $\frac{1849}{121}$; & cecy eſt le nombre que nous chercions au lieu du quarré de double egaleté. Doncques les $6 ① + 4$ (auſquels fiſmes egaleté par ledict quarré de double egaleté ſont egales a $\frac{1849}{121}$. Mais à fin que le tout ſoit plus clair, nous deſcirons la premiere operation autrefois en ceſte ſorte:

La ſomme du moindre nombre & moien ſoit quarré	4	4
Ergo le moien nombre	$1 ① + 2$	$\frac{231}{726}$
Ergo le moindre nombre	$-2 ① + 2$	$\frac{84}{726}$
Et le maieur nombre	$7 ① + 2$	$\frac{1617}{726}$
Somme du maieur & moindre	$6 ① + 4$	$\frac{1848}{121}$
Egale à	$\frac{1849}{121}$	

Leſquels reduicts $6 ①$ ſeront egales à $\frac{1848}{121}$, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{1464}{726}$.

Je di, que $\frac{1296}{726}$, $\frac{1617}{726}$, $\frac{84}{726}$, ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* L'exces du maieur nombre $\frac{1296}{726}$, au moyen $\frac{1617}{726}$, qui eſt $\frac{1296}{726}$, obtient à l'exces du moyen $\frac{1617}{726}$, au moindre $\frac{84}{726}$, qui eſt $\frac{1533}{726}$, raiſon triple. Item la ſomme de $\frac{1296}{726}$, & $\frac{1617}{726}$, eſt quarré $\frac{2304}{121}$, ſa racine $\frac{48}{11}$. Item la ſomme de $\frac{1296}{726}$ & $\frac{84}{726}$, eſt quarré 4, ſa racine 2; Item la ſomme de $\frac{84}{726}$ & $\frac{1296}{726}$ eſt quarré $\frac{1521}{121}$, ſa racine $\frac{39}{11}$. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Theoreme.

Eſtant trois nombres, la raiſon de l'exces du moien au moindre, à l'exces du maieur au moien, eſt egale à la raiſon de l'exces de la ſomme du maieur & moien, à la ſomme du maieur

& moindre, à l'exces de la ſomme du maieur & moindre, à la ſomme du moien & moindre.

Explication du donné. Soyent trois nombres 14. 5 2. *Explication du requis.* Il faut demonſtrer par les meſmes le contenu du theoreme. *Demonſtration.* La ſomme du maieur & moien eſt 19, & du maieur & moindre 16, & du moien & moindre 7. Or la raiſon de 3 (qui eſt l'exces de 5 à 2) à 9 (qui eſt l'exces de 14 à 5) eſt ſubtriple; Auſſi eſt ſubtriple la raiſon de 3 (qui eſt l'exces de 19 à 16) à 9 (qui eſt l'exces de 16 à 7) ſelon le theoreme. *Concluſion.* Eſtant doncques trois nombres, la raiſon de l'exces, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

Queſtion XLVI.

TRouvons trois nombres Arithmetiques tels, que l'exces du quarré du maieur, au quarré du moien, ſoit à l'exces du moien au moindre, en raiſon triple, & que chaſques deux nombres facent quarré à ſa racine commenſurable.

Conſtruction.

La ſomme du maieur & moien nombre requis ſoit, quarré tel $16\,②$

Ergo le maieur ſera plus grand que $8\,②$. car ſi nous le mettions $8\,②$; le moien ſeroit auſſi $8\,②$, qui ſeroit abſurd, ſoit donc le maieur nombre requis $8\,② + 2$

Ergo le moien ſera $8\,② - 2$

Or puis que la ſomme du maieur & moien, excede la ſomme du moindre & maieur, ergo la ſomme du moindre & maieur ſera moindre que $16\,②$, & maieure que $8\,②$, ſoit donc la ſomme du moindre & maieur, quarré tel $9\,②$

Ergo, puis que le maieur eſt $8\,② + 2$) le moindre ſera $1\,② - 2$

Et ainſi eſt ſatisfaict à deux poincts requis, qui ſont, que la ſomme du maieur & moien $16\,②$, item la ſomme du maieur & moindre $9\,②$, ſont quarrez ſelon la queſtion. Reſte maintenant que l'exces du quarré du maieur au quarré du moien aye à l'exces du moien au moindre, raiſon triple. Or l'exces du moien nombre au moindre eſt $7\,②$

Le quarré du maieur eſt $64\,④ + 32\,② + 4$

Le quarré du moien eſt $64\,④ - 32\,② + 4$

L'exces du quarré du maieur, au quarré du moien, eſt $64\,②$, & doibt ſeulement eſtre $21\,②$, à ſçavoir le triple de $7\,②$, qui ſont l'exces du moien nombre au moindre. Il nous faut doncques au lieu de l'exces $64\,②$ trouver autre exces de meſme qualité, qui ſoit $21\,②$. Parquoy conſiderons d'ou procedent ces 64, & appert que du double du produict de 8 par 2, prins deux fois, il faut donc au lieu de 2 trouver autre nombre tel, que le double de ſa multiplication par 8, prins deux fois, ſoit 21. Pour lequel trouver, prenons le double de 8 deux fois, faict 32. par le meſme diviſons 21, donne (au lieu de 2) quotient $\frac{21}{32}$ qui eſt le nombre duquel le double de ſa multiplication par 8 prins deux fois, fera 21. Il nous faudra donc au lieu de $8\,② + 2$, poſer $8\,② + \frac{21}{32}$, & par les meſmes achever autre operation ſemblable à la precedente en ceſte ſorte:

La ſomme du maieur & moien nombre ſoit quarré tel $16\,②$ — $\frac{2^{\circ}025344}{331776}$

Et le maieur pour la raiſon que deſſus, ſoit $8\,② + \frac{21}{32}$ — $\frac{1069000}{331776}$ & $\frac{263\,1544}{331776}$

Ergo le moien ſera $8\,② - \frac{21}{32}$

Or puis que la ſomme du maieur & moien, excede la ſomme du moindre & maieur, ergo la ſomme du moindre & maieur ſera moindre que $16\,②$, & maieure que $8\,②$, ſoit la ſomme du muindre & maieur quarré tel $9\,②$ — $\frac{2331681}{331776}$

Ergo (puis que le maieur eſt $8\,② + \frac{21}{32}$) le moindre ſera $1\,② - \frac{21}{32}$ — $\frac{338688}{331776}$

Et ainſi eſt ſatisfaict à deux poincts requis, qui ſont, que la ſomme du maieur & moien $16\,②$, item la ſomme du maieur & moindre $9\,②$, ſont quarrez ſelon la queſtion. Reſte maintenant que l'exces du quarte du maieur, au quarré du moien, aie à l'exces du moien au moindre, raiſon triple. Or l'exces du moien au moindre eſt $7\,②$ — $\frac{2324865}{331776}$

Le quarré du maieur eſt $64\,④ + \frac{21}{2}\,② + \frac{441}{1024}$ — $\frac{2018761000000}{110075314176}$

Le quarré du moien eſt $64\,④ - \frac{21}{2}\,② + \frac{441}{1024}$ — $\frac{691551\,999936}{110075314176}$

L'exces donc du quarré du maieur, au quarré du moien, eſt $21\,②$, qui eſt triple à l'exces du moien nombre au moindre 7 $②$. Reſte maintenant que la ſomme du moien & moindre ſoit quarré ſelon la queſtion, la meſme eſt $9\,② - \frac{21}{16}$ — $\frac{2975244}{331776}$

Egale à quelque quarré, que l'on fingera tel, qu'il y en ſorte convenable egaleté, ſoit duquel la racine $3\,① - 6$, ſon quarré $9\,② - 36\,① + 36$ — $\frac{2975244}{331776}$

Leſquels reduicts $36\,①$ ſeront egales à $37\frac{5}{16}$, & par le 67 probleme, $1\,①$ vaudra $\frac{597}{576}$.

Je di, que $\frac{1069000}{331776}$, $\frac{263\,1544}{331776}$, $\frac{2331681}{331776}$, ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* Le quarré du maieur nombre $\frac{1069000}{331776}$, eſt $\frac{2418761000000}{110075314176}$, & le quarré du moien nombre $\frac{263\,1544}{331776}$, eſt $\frac{691551\,999936}{110075314176}$, l'exces du maieur quarré, au quarré du moien, eſt $\frac{24833070000064}{110075314176}$, le meſme eſt triple à l'exces du moien nombre $\frac{263\,1544}{331776}$, au moindre nombre $\frac{338688}{331776}$, qui eſt $\frac{2494881}{331776}$, mais à fin que cela ſoit encore plus clair, convertrons ce dernier exces en fraction de nominateur egal au nominateur de l'exces des quarrez, qui ſera en multipliant ſon numerateur & nominateur par 331776, ſera $\frac{827731\,6\cdot6688}{110075314176}$, qui eſt apertement le tiers du ſuſdict exces des quarrez. Item la ſomme de $\frac{1069000}{331776}$ & $\frac{263\,1544}{331776}$, eſt quarré $\frac{3702544}{331776}$, ſa racine $\frac{2348}{576}$. Item la ſomme de $\frac{263\,1544}{331776}$ & $\frac{338688}{331776}$, eſt quarré $\frac{970225}{331776}$, ſa racine $\frac{1665}{576}$. Item la ſomme de $\frac{338688}{331776}$ & $\frac{1069000}{331776}$, eſt quarré $\frac{3207681}{331776}$, ſa racine $\frac{2793}{576}$. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Nota.

Si nous avons deſcript quelques calculations, apres le 69 probleme fol. 70, de la qualité de celles auſquelles la premiere difference eſt encore imparfaicte (de laquelle imperfection nous avons dict fol. 71) il vous ſouviendra qu'elles ſont miſes à cauſes de facilité pour exemple, faiſans autant en leur lieu comme les autres.

CINC-

CINCQVIESME LIVRE

D'ALGEBRE

DE

DIOPHANTE D'ALEXANDRIE;

Traduict en langue Françoiſe & expliqué par ALBERT GIRARD, *Samielois.*

QVESTION I.

TRouvrons trois nombres proportionaux, tels que ſi d'un chaſcun d'iceux, l'on ſoubſtraict 12, chacque reſte ſoit auſſi quarré.

CONSTRVCTION.

Il faut trouver premierement quelque quarré duquel oſté le nombre donné 12 le reſte ſoit quarré, ce qui eſt facil par l'onſieſme queſtion du ſecond livre, & eſt $42\frac{1}{4}$.

Soit donc, pour l'un extreme $42\frac{1}{4}$ — $42\frac{1}{4}$

L'autre extreme $1\,②$ — $\frac{2303\,521}{10816}$

Ergo le moyen $6\frac{1}{2}\,①$ — $\frac{46921}{208}$

Quoy faict, il reſte ſeulement que d'un chaſcun d'iceux ſoubſtraict le nombre donné 12, la reſte ſoit qnarré. Partant $1\,② - 12$ ſera egal à quelque quarré; auſſi ſera pareillement $6\frac{1}{2}\,① - 12$; & par la note qui ſuit la 11e queſtion du 2e livre, il ſera facil de les trouver, car leur difference eſt $1\,② - 6\frac{1}{2}\,①$ ſi l'on veut, lequel eſt le produict de $1\,①$ & de $1\,① - 6\frac{1}{2}$, la moitie de leur difference eſt $3\frac{1}{4}$, ſon quarré eſt $\frac{169}{16}$ qui eſt egal au moindre $6\frac{1}{2}\,① - 12$ — $\frac{169}{16}$

Leſquels reduicts, $1\,①$ vaudra $\frac{361}{104}$.

Je di, que $42\frac{1}{4}$, $\frac{46921}{208}$, & $\frac{2303521}{10816}$ ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* De $42\frac{1}{4}$ ſi on en oſte 12, il reſtera $30\frac{1}{4}$; qui eſt quarré, car ſa racine eſt $5\frac{1}{2}$; Puis ſi de $\frac{46921}{208}$ l'on oſte 12, il reſtera $\frac{169}{16}$ qui eſt auſſi qnarré, ſa racine $\frac{13}{4}$. finalement de $\frac{2303521}{10816}$ ſi on en oſte 12, il reſtera $\frac{22801}{10816}$, qui eſt quarré, ſa racine eſtant $\frac{133}{104}$. Iceux trois nombres ſont auſſi proportionaux ſelon le requis, ce qu'il falloit demonſtret.

QVESTION II.

TRouvrons trois nombres proportionaux; tels qu'a un chaſcun d'iceux eſtant adiouſté un nombre donné 20, chaſcune ſomme ſoit nombre quarré à ſa racine commenſurable.

CONSTRVCTION.

Il faut premierement trouver quelque quarré auquel adiouſté le nombre donné 20, la ſomme ſoit quarré, & ſera 16.

Soit donc pour l'un extreme 16 — 16

Et l'autre $1\,②$

Ergo le moyen ſera $4\,①$

Il reſte maintenant que à un chaſcun d'iceux eſtant adiouſté 20; la ſomme ſoit quarré; or à 16 par la conſtruction ſi on adiouſte 20, la ſomme ſera quarré: Item $1\,② + 20$ eſt auſſi egal à un quarré, comme auſſi $4\,① + 20$, & par la note apres l'onſieſme queſtion du deuxieſme livre, on reſout cecy ainſi; leur interval eſt $1\,② - 4\,①$, ſi l'on veut (en ſuppoſant que $1\,②$ ſoit maieure à $4\,①$) qui eſt produict de $1\,①$ & de $1\,① - 4$; dont la difference eſt 4, ſa moitié 2, ſon quarré 4, qui doibt eſtre egal au ſuſdict moindre ſuppoſé $4\,① + 20$, ce qui eſt impoſſible, car 4 devroit eſtre alors plus grand que 20: D'ou vient ce 4, il eſt quarré de 16; parquoy ce 16 premier en l'ordre n'eſt pas propre à c'eſt effect; donc nous en ſommes venus juſques à la que il faut trouver un quarré qui ſoit plus que quadruple de 20; & adiouſté à 20 face quarré; c'eſt à dire qu'il faut trouver un quarré plus grand que 80; Mais 81 eſt un quarré plus grand que 80, donc ſi la racine du quarré que nous cerchons fuſt poſé $1\,① + 9$

Son quarré ſeroit $1\,② + 18\,① + 81$

Auquel adiouſté 20 ſera $1\,② + 18\,① + 101$

Egal à quelque quarré, que l'on fingera tel qu'il en ſorte convenable egaleté, ſoit iceluy dont la racine ſoit de $1\,② - 11$, ſon qnarré eſt $1\,② - 22\,① + 121$

Et $1\,①$ vaudra $\frac{1}{8}$; alors ce $1\,① + 9$ vaudra $9\frac{1}{8}$; & partant le quarré que nous poſerons au lieu du 16 ſuſdict, ſera le quarré de ce $9\frac{1}{8}$ qui eſt $90\frac{1}{4}$

Nous recommencerons donc par iceluy la conſtruction; à tel fin ſoit l'un extreme $90\frac{1}{4}$ — $90\frac{1}{4}$

L'autre extreme $1\,②$ — $\frac{16081}{23104}$

Ergo le moyen $9\frac{1}{8}\,①$ — $\frac{361}{152}$

Et faiſant comme deſſus nous trouverons que $\frac{361}{16}$ ſera egal à $9\frac{1}{8}\,① + 20$ & $1\,①$ vaudra $\frac{41}{152}$

Je di, que $90\frac{1}{4}$, $\frac{7709}{104}$, & $\frac{16081}{23104}$ ſeront les trois nombres requis. *Demonſtration.* Car ils ſont proportionaux par la 20. propoſition du 7. livre d'Euclide; d'avantage ſi à $90\frac{1}{4}$ on adiouſte 20; la ſomme $110\frac{1}{4}$ ſera quarré, ſa racine, $10\frac{1}{2}$; auſſi à $\frac{7709}{104}$ ſi on y adiouſte 20, viendra $\frac{361}{16}$, ſa racine $\frac{19}{4}$. Item à $\frac{16081}{23104}$ adiouſté 20, viendra $\frac{463761}{23104}$, dont ſa racine $\frac{681}{152}$. ce ſont donc trois quarrez à leurs racines commenſurables, ſelon le requis, ce qu'il falloit demonſtret.

QVESTION III.

TRouvrons trois nombres tels, que ſi à un chaſcun d'iceux, auſſi bien qu'aux produicts de chaſque deux l'on adiouſte un nombre donné 5, la ſomme ſoit quarré à ſa racine commenſurable.

CONSTRVCTION.

Par le ſuivant theoreme; ſi de deux quarrez prochains l'on oſte quelque nombre donné, les deux nombres reſtans ſeront ſelon les conditions requiſes preſentement. à ſçavoir que ſi à un chaſcun d'iceux; auſſi bien qu'a leur produict, on adiouſte le nombre donné, la ſomme ſera quarré, & ſi à ces deux on leur adjoinct un troiſieſme qui ſoit d'nniré moindre que le double de la ſomme

la ſomme des autres deux, alors on aura trois nombres tels qu'au produict de chaſque deux, ſi on adiouſte le nombre donné, la ſommé ſera quarré.

Soyent donc deux quarrez prochains dont l'un ſoit quarré de 1 ① + 3 aſſavoir 1 ② + 6 ① + 9

L'autre le quarré de 1 ① + 4 aſſivoir 1 ② + 8 ① + 16

Deſquels ſi on oſte le 5 donne, le premier ſera 1 ② + 6 ① + 4

L'autre pour le ſecond ſera 1 ② + 8 ① + 11

Leſquels ont les conditions requiſes, & pour trouver le troiſieſme, ſoit le double de la ſomme moins 1 du premier & ſecond (troiſieſme & quatrieſme en l'ordre) 4 ② + 28 ① + 29

Auquel aiouſté 5 ſera 4 ② + 28 ① + 34

Egal à un quarré, ſoit de 2 ① — 6 qui eſt 4 ② — 24 ① + 36

Et 1 ① vaudra $\frac{1}{26}$.

Ie dis que $\frac{29161}{676}$, $\frac{76545}{676}$, $\frac{203336}{676}$ ſont les trois nombres requis; *Demonſtration.* Si à $\frac{29161}{676}$ l'on adiouſte 5, la ſomme ſera quarre $\frac{62401}{676}$, ſa racine $\frac{249}{26}$. Item ſi a $\frac{76545}{676}$ l'on adiouſte 5, la ſomme ſera quarté $\frac{110025}{676}$, ſa racine $\frac{105}{26}$. finalement ſi à $\frac{203336}{676}$ l'on adiouſte 5, la ſomme ſera quarré $\frac{237716}{676}$, ſa racine $\frac{154}{26}$: D'avantage ſi au produict des deux premiers l'on adjouſte 5; la ſomme ſera quarre; dont la racine $\frac{49225}{676}$, & auſſi du reſte; ce qui eſt ſelon le requis.

THEOREME.

SI de deux quarrez prochains, l'on oſte quelque nombre donné, de chaſcun en particulier: les deux nombres reſtans ſeront tels, que ſi à chaſcun d'eux, auſſi bien qu'à leur produict, on adiouſte le nombre donné, la ſomme ſera nombre quarré; Item ſi à ces deux reſtes, l'on adioinct un troiſieme qui ſoit d'une unité moindre que le double de leur ſomme, alors on aura trois nombres, tels qu'au produict de chaſque deux ſi on adiouſte le donné, les ſommes ſeront nombres quarrez.

Explication du donné. Soyent deux quarrez prochains, 25, & 36, (c'eſt à dire que leurs racines ne different que de l'unité) & 10 le nombre donné. *Explication du requis.* Il faut par les meſmes demonſtrer le Contenu du Theoreme. *Demonſtration.* Si on oſte 10, de 25 & de 36; les reſtes ſeront 15 & 26; leſquelz ſont chaſcun quarré à 10 pres: comme auſſi leur produict 390. D'avantage, ſi à 15, 26, l'on adioinct un troiſieſme, qui ſoit d'unite moindre que le double des deux enſemble, (aſſavoir, 81,) on aura trois nombres, 15, 16, 81, dont au produict de chacque deux ſi on adjouſte 10, les ſommes ſeront quarrez, 400, 1225, 2116, car, 20, 35, 46 ſont leurs racines. *Concluſion.* Si de deux quarrez prochains donc l'on oſte &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION IIII.

TRouvons trois nombres, tels que ſi d'un chaſcun, auſſi du produict de chacque deux, l'on oſte le nombre donné 6: le reſte ſoit nombre quarré à ſa racine commenſurable.

CONSTRVCTION.

Par le ſuivant Theoreme: Ie prens deux quarrez prochains 1 ②, & 1 ② + 2 ① + 1, auquels

I'adjouſte le nombre donné 6: alors le premier ſera 1 ② + 6	$\frac{4993}{784}$
Le ſecond, 1 ② + 2 ① + 7	$\frac{6729}{784}$
Deſquels le double de la ſomme moins l'unité eſt 4 ② + 4 ① + 25	$\frac{22660}{784}$
Reſte ſeulement que ſi on en oſte 6, alors le reſidu 4 ② + 4 ① + 19	$\frac{27956}{784}$
Doit eſtre egal à quelque quarré, dont le coſté ſoit 2 ① — 6: ſon quarré 4 ② — 24 ① + 36	$\frac{27956}{784}$

Alors 1 ① vaudra $\frac{17}{28}$.

Ie dis que $\frac{4993}{784}$, $\frac{6729}{784}$, & $\frac{22660}{784}$, ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* Si à un chaſcun d'iceux l'on oſte 6, reſtera $\frac{289}{784}$, $\frac{2025}{784}$, & $\frac{27956}{784}$, qui ſont quarrez dont leurs racines ſont $\frac{17}{28}$ $\frac{45}{28}$ $\frac{134}{28}$: D'avantage ſi du produict de chacque deux l'on ſoubſtraict 6, les reſtes ſeront auſſi quarrez, ſelon le requis, ce qu'il falloit faire.

THEOREME.

SI à deux quarrez prochains, l'on adjouſte quelque nombre donné; on aura deux certains nombres, auquels ſi on adjoinct pour troiſieſme, un nombre qui ſoit d'unité moindre que le double de leur ſomme, on aura trois nombres tels que ſi du produict de chacque deux, l'on ſoubſtraict le nombre donné, alors les trois reſtes ſeront nombres quarrez.

Explication du donné. Soyent deux quarrez prochains 25 & 36: & 10 le nombre donné. *Explication du requis.* Il faut demonſtrer par iceux le contenu du theoreme. *Demonſtration.* Si à 25, & 36, l'on adjouſte 10, l'on aura deux nombres, 35 & 46, auſquels ſi on adjoinct un troiſieſme qui ſoit d'unite moindre que le double de la ſomme des ſuſdits 35 & 46, c'eſt 161, alors on aura trois nombres 35, 46, 161, tels que du produict de chaſque deux ſi on oſte 10, les trois reſtes ſeront quarrez 1600, 5625. 7396. leurs racines, 40, 75, 86. ſelon le theoreme. *Concluſion.* Si doncques à deux quarrez prochains, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION V.

TRouvons trois nombres quarrez à leurs racines commenſurables tels que ſi au produict de chacque deux l'on adjouſte les meſmes deux, ou le reſtant nombre, la ſomme ſoit quarré à ſa racine commenſurable.

LEMME.

Il faut premierement entendre que ſi à deux nombres quarrez prochains, l'on prend un troiſieſme, qui ſoit 2, D'avantage que le double d'iceux enſemble, alors on aura trois nombres, tels qu'au produict de deux ſi l'on y adiouſte la ſomme des meſmes deux nombres, ou ſeulement le reſtant, la ſomme ſera quarré à ſa racine commenſurable.

EXPLICATION.

Soit par Exemple, 28, qui eſt deux d'avantage que la ſomme de deux quarrez prochains, 4, & 9: alors on aura trois nombres 28, 4, 9, tels qu'au produict de chacque deux (ſoit de 28 & de 4) 112, adjouſté les meſmes nombres 28, & 4, ſera 144, nombre quarré: ou bien audit 112 adiouſté le ſeul nombre reſtant 9, viendra 121 nombre quarré. & ainſi ſi on prend 28 & 9 viendra 252, auquel ſi on adjouſte 28 & 9 ou bien ſeulement 4, viendra 289 ou 256, qui ſont tous deux quarrez pareillement le meſme s'entendra de 4 & 9. car ſi à 36 l'on adjouſte 4 & 9 ou bien 28: l'une ſoumme ſera 49, l'autre 64, qui ſont auſſi quarrez, ſelon le theoreme. Venons maintenant à la conſtruction.

CONSTRVCTION.

Soit l'un quarré 1 ② + 2 ① + 1

L'autre quarré prochain 1 ② + 4 ① + 4

Le double de leur ſomme, & 2 d'avantage pour le dernier 4 ② + 12 ① + 12

Reſte ſeulement qu'il ſoit egal à un quarré, mais ſon quart doit auſſi eſtre egal à un quarré par les 1, 2, prop. du 9. d'Euclide, le quel eſt 1 ② + 3 ① + 3

Et ſoit iceluy le quarré de 1 ① — 3 qui eſt 1 ② — 6 ① + 9

Alors 1 ① vaudra $\frac{6}{3}$.

Ie dis que $\frac{-1}{9}$, $\frac{63}{9}$ & $\frac{196}{9}$ ſont les trois nombres quarrez requis. *Demonſtration.* Qu'ilsſoyent quarrez, il apert, puis

puis que $\frac{1}{1}, \frac{8}{3}, \frac{14}{3}$ ſont les coſtez d'iceux. Or le produict des deux premiers eſt $\frac{1600}{81}$, auquel adjouſté $\frac{69}{9}$ les deux ſuſdicts, ou $\frac{169}{9}$ le reſtant, les ſommes ſeront $\frac{2401}{81}$ ou $\frac{1764}{81}$ qui ſont quarrez, dont leurs racines ſont $\frac{49}{9}$ & $\frac{42}{9}$, & ainſi du reſte.

Qvestion VI.

Trouvons trois nombres tels que ſi de quelqu'un que ce ſoit, l'on ſoubſtraict 2, le nombre binaire le reſte ſoit quarré; Auſſi ſi du produict de deux tels qu'on voudra d'iceux, l'on oſte la ſomme des meſmes deux, ou bien ſi l'on oſte le nombre reſtant, que la reſte ſoit un nombre quarré.

Construction.

Soyent trois nombres ſelon le Lemme de la precedente queſtion à ſçavoir, $1\,②$, & $1\,③ + 2\,① + 1$, & $4\,② + 4\,① + 4$; or adiouſtons 2 à un chaſcun d'iceux & viendra pour le premier $1\,③ + 2$

L'autre $1\,② + 2\,① + 3$

Et le troiſieſme $4\,③ + 4\,① + 6$

On aura ce qu'on demande, hormis que le dernier moins 2, doit eſtre quarré, ou egal à un quarré. partant $4\,③ + 4\,① + 4$ ſera egal à un quarré, auſſi ſera pareillement ſon quart qui eſt $1\,③ + 1\,① + 1$, ſoit au quarré de $1\,① - 2$ qui eſt $1\,② - 4\,① + 4$, alors $1\,①$ vaudra $\frac{3}{1}$.

Ie dis que $\frac{59}{25}, \frac{114}{25}, \frac{246}{25}$, ſeront les trois nombres requis, dont la *Demonſtration* eſt evidente. Seulement eſt à norer qu'il ne faut que prendre, les trois nombres de ſolution de la precedente, & adjouſter 2 à un chaſcun d'iceux, ce qui ſe fera ſans Algebre; comme à $\frac{25}{9}\ \frac{64}{9}\ \frac{100}{9}$ de la precedente adjouſtons 2, & viendra $\frac{43}{9}, \frac{82}{9}, \frac{254}{9}$ pour les trois nombres requis de ceſte queſtion.

Qvestion VII.

Ceſte prop. eſt un lemme à la ſuivante.

Trouver deux nombres tels, qu'à leur produict adjouſté la ſomme de leurs quarrez, la ſomme ſoit nombre quarré.

Construction.

Soit l'un d'iceux $1\,①$

L'autre, nombre quelquoncque 1

Leur produict $1\,①$

La ſomme des quarrez d'iceux deux nombres $1\,③ + 1$

Somme du 3e & 4e en l'ordre $1\,② + 1\,① + 1$

Egal à un nombre quarré dont le coſté ſoit $1\,① - 2$

$1\,③ - 4\,① + 4$

Alors $1\,①$ vaudra $\frac{3}{5}$: & les deux nombres ſeront $\frac{3}{5}, \frac{5}{5}$, que ſi on oſte la commune denomination (quand il eſt loiſible comme icy) alors les nombres requis ſeront, 3 & 5. *Demonſt.* Car à leur produict 15 ſi on adiouſte 34 ſomme des quarrez, la ſomme 49 ſera quarré. ce qu'il falloit demonſtrer.

ANNOTATION
d'Alb. Gir.

Si un triangle eſt faict de trois coſtez, tels que la ſomme des quarrez des deux Coſtez avec le produict d'iceux coſtez, ſoit enſemble egaux au quarré de la baſe, alors l'angle ſouſtenu par la baſe eſt infailliblement de 120 degrez. Et ceſte queſtion ſert pour trouver trois tels coſtez ſymmetriques: que ſi le produict eſt oſté de la ſomme des quarrez, & que le reſte ſoit egal au quarré de la baſe, alors l'angle que la baſe ſouſtient ſera de 60 degrez de neceſſité. Revenons à noſtre Autheur.

Qvestion VIII.

Trouvons trois triangles rectangles, de ſuperfices egales.

Construction.

Il faut trouver premierement deux nombres de la qualité de la precedente, 3, & 5, à ſçavoir que la ſomme de leur produict & de leurs quarrez ſoit quarré, ot 7 eſt la raeine de la ſomme ſuſdite; Partant je forme trois triangles rectangles de deux nombres, l'un de 7 & 3, l'autre de 7 & 5, & l'autre de 7 & 8 (8 ſomme de 3 & 5) Et ces triangles ſeront 40, 42, 58, & 24, 70, 74. & 15, 111, & 113. Leſquels ont un chaſcun 840 de ſuperfices.

A. Gir.

La maniere de former un triangle rectangle de deux nombres quelconques ſe faict ainſi: Leur double produict eſt pour l'un coſté, La ſomme de leurs quarrez eſt pour l'Hypotenuſe, & la difference des meſmes quarrez eſt pour l'autre coſté reſtant.

Qvestion IX.

Trouvons trois nombres tels, que ſi du quarré de l'un d'iceux, l'on en oſte, ou y adjouſte le compoſé des trois, le provenu ſoit quarré.

Construction.

* Quant au premier; il faut que ſon quarré ſoit tel que ſi l'on en oſte, ou adjouſte la ſomme des trois nombres, le provenu ſoit quarré. *Or en tout triangle rectangle, du quarré de l'hypotenuſe, ſi on en oſte, ou y adjouſte, le quadruple de ſon aire, le provenu eſt quarré.* Donc ees trois nombres, ſeront Hypotenuſes de triangles rectangles, & auſſi la ſomme d'iceux trois nombres ſera le quadruple de l'aire de chaſcun triangle. Parquoy nous en ſommes venu là, qu'il faut trouver trois triangles rectangles de ſuperfices egales. Mais la precedente nous ſatisfera en cela, car l'un eſt 40, 42, 58, l'autre 24, 70, 74, & 15, 112, 113. Et recommenceant de nouveau, Ie poſeray iceux par des nombres d'Hypotenuſes, le premier ſera $58\,①$

Le ſecond $74\,①$

L'autre $113\,①$

La ſomme des trois eſt $245\,①$

Egale au quadruple de l'aire d'un triangle, or chaſcun faict $840\,②$, ſon quadruple ſera $3360\,②$

Alors $1\,①$ vaudra $\frac{7}{96}$.

Ie dis que le premier ſera $\frac{406}{96}$ & les deux autres $\frac{812}{96}$ & $\frac{791}{96}$. dont la *Demonſtration* eſt manifeſte.

Qvestion X.

Trouvons trois nombres, leſquels eſtans multiplies deux à deux, les trois produicts ſoyent trois quarrez donnez, 4, 9, 16.

Construction.

Soit le premier $1\,①$

L'un des reſtans ſera $\frac{4}{1\,①}$

Et l'autre $\frac{9}{1\,①}$

Il reſte que le produict des deux derniers face 16. Mais ils produiſent $\frac{36}{1\,①}$

Egal à 16

Et $1\,①$ vaudra $1 - \frac{2}{3}$.

Parquoy les nombres requis ſeront $1\frac{1}{3}$, le ſecond $2\frac{2}{1}$, & l'autre 6. Mais pour expoſer cccy, $\frac{36}{1\,①}$ s'eſt egalé à 16, puis i'ay multiplié tout par $1\,③$, & alors 36 eſtoit egal à $16\,②$, parquoy $1\,②$ valoit $\frac{16}{36}$, dõt les racines denotoyẽt que $1\,①$ eſt egale à $\frac{4}{6}$; Mais ce numerateur 6, vient du prodnict des racines des 4, 9, donnez, & le nominateur 4, eſt le coſté du 16 donné, partant quand il ſera requi-

quis de trouvet trois nombres, tels que les trois produicts de deux à deux ſoyent trois quarrez donnez, comme 4, 9, 16. Prenez alors le produict des coſtez de deux quarrez 4 & 9. & eſt 6. lequel diviſez par le coſté de l'autre 4. & ſera $\frac{6}{4}$; par lequel diviſez autrefois les deux quarrez premier pris, 4 & 9, & viendra $\frac{16}{6}$ & 6; & ces trois $\frac{6}{4}$, $\frac{16}{4}$, 6 ſeront les requis : ce qu'il falloit faire.

QVESTION XI.

TRouvons trois nombres, que ſi au produict de deux l'on adjouſte ou ſoubſtraict, la ſomme des trois, le provenu ſoit quarré.

CONSTRVCTION.

Il faudra derechef icy chercher trois triangles rectangles egaux (de ſuperfices;) leſquels trouvez, ſoyent pris les quarrez des hypothenuſes, ſçavoir eſt, 3364, le ſecond, 5476, & 12769. Quoy faict, ſoyent puis apres trouvez par la precedente trois nombres, dont les trois produicts de deux à deux, facent les quarrez cy deſſus; leſqnels avons poſez pource que ſi à l'un d'iceux, quel il ſoit, eſt adiouſté ou ſoubſtraict 3360 (qui eſt quadruple de l'aire d'un chaſcun triangle) le provenu ſoit quarré. Parquoy nous les poſerons ſelon la precedente, en y applicquant les quantitez ainſi; à ſçavoir le premier ſera $\frac{225}{15}$ ①
Le ſecond $\frac{4161}{117}$ ①
Le troiſieſme $\frac{2132}{57}$ ①

Car eſtans multipliez deux à deux ſeront les quarrez ſuſmentionez, reſte maintenant qu'iceux enſemble ſoyent egaux à 3360 ②; & afin d'avoir tout en meſme denomination, ſoyent reduicts à 121249. Le premier ſera alors $\frac{240241\,10}{121249}$ ①
Le ſecond $\frac{3206761}{121249}$ ①
Le troiſieſme $\frac{2073225}{121249}$ ①
Leur ſomme $\frac{3820249\,06}{121249}$ ①

Egale à 3360 ②; le tout multiplié par 121249 ſera 318248061 egales à 407396640 ②. Alors 1 ① vaudra $\frac{32\,07\,48\,06}{40\,73\,96\,64\,0}$; ou $\frac{78\,15\,41}{99\,59\,92\,0}$; & partant le premier ſera $\frac{13\,83\,93\,39}{27\,40\,23\,74\,0}$, le ſecond $\frac{32\,67\,63\,01}{27\,40\,23\,74\,0}$, & le troiſieſme $\frac{23\,61\,10\,41\,2}{27\,40\,23\,74\,0}$: ſelon le propoſe.

QVESTION XII.

PArtageons l'unité en deux parties telles qu'à chaſcune adjouſtée 6 les deux ſommes ſoyent nombres quarrez.

DETERMINAISON *ſi le donné fuſt entier.*

Il ne faut pas que le nombre donne ſoit impair. Mais que ſon double & 1 d'avantage, ſoit un nombre qui ſe puiſſe diviſer en deux quarrez, la determinaiſon duquel deduiray comme s'enſuit.

ALB. GER. *Determinaiſon d'un nombre qui ſe peut diviſer en deux quarrez entiers.*

I. Tout nombre quarré.
II. Tout nombre premier qui excede un nombre quaternaire de l'unité.
III. Le produict de ceux qui ſont tels.
IV. Et le double d'un chaſcun d'iceux.

Laquelle determinaiſon n'eſtant faicte n'y de l'Autheur n'y des interpretes, ſervira tant en la preſente & ſuivante comme en pluſieurs autres.

CONSTRVCTION.

Puis qu'à chaſcune des deux parties de l'unité, il faut adiouſter 6, & qu'alors la ſomme ſoit quarré, il s'enſuit que la ſomme de ces deux quarrez là ſera 13. Donc nous en ſommes là qu'il faut partir 13 en deux quarrez, tels toutesfois que chaſcun ſoit plus grand que 6; & plus petit que 7; Pour à quoy parvenir, il eſt certain que leurs racines ſont treſpres de la racine de 6 $\frac{1}{2}$ (moitié de 13) leſquel 6 $\frac{1}{2}$ n'eſtant quarré, il faudra trouver un quarré au lieu d'iceluy, qui luy ſoit treſprochain, l'invention, duquel delaiſſerons à la fin de ceſte queſtion pour eviter confuſion, & prendrons cependant $\frac{529}{81}$ nombre quarré; dont la racine eſt $\frac{23}{9}$; Or 13 ſe diviſe en deux quarrez, ayans leurs racines 3 & 2, leſquelles il faut adegaler audit $\frac{23}{9}$ ainſi que s'enſuit. On verra de combien 3 excede le meſme, & combien le meſme excede 2, delaiſſant la denomination, & y applicquans ①, viendra 3 — 4 ① & 2 + 5 ① pour les racines des quarrez requis, (auſquels toutesfois on n'eſt point du tout aſtreint comme nous verrons en un autre lieu, ſeulemẽt noter que 3 fois 4 doibt eſtre plus que 2 fois 5, à cauſe du ſigne moins) la ſomme de leurs quarrez eſt 41 ② — 40 ① + 13 egale à 13; & 1 ① vaudra $\frac{40}{41}$, donc les racines cy deſſus vaudront 2 $\frac{25}{41}$ & 2 $\frac{70}{41}$, & les quarrez ſeront 6 $\frac{2161}{1681}$ & 6 $\frac{2929}{1681}$, qui ont les conditions requiſes un chaſcun entre 6 & 7 & la ſomme 13. Quoy faict ſi l'on oſte les 6, on aura $\frac{1161}{1681}$ & $\frac{2929}{1681}$ les parties de l'unité requiſes, car ſi on adjouſte 6 à un chaſcun, la ſomme ſera quarré.

Nous avons dit cy deſſus que nous expoſerions la maniere de trouver un quarré au lieu de 6 $\frac{1}{2}$ entre 6 & 7. certes 6 $\frac{1}{4}$ eſt tel, mais il n'eſt pas propre à la conſtruction precedente, pource qu'il eſt un peu trop eſloigné de ceſtuy-là; quant à Diophante il adjouſte une condition non pas de neceſſité, mais pour facilité, à ſçavoir de trouver (non ſeulement une fraction, mais) une fraction quarree, laquelle adjouſtee à 6 $\frac{1}{2}$ face quarté; & pour entier fraction, & garder les conditions, comme auſſi pour en avoir un tant plus aſſeuré, il prend le quadruple, (de meſme le ſedecuple & infiniis autres ſeroyent meilleurs, mais non pas ſi aiſez) ſoit donc iceluy 26; & la fraction quarrée à adjouſter $\frac{1}{676}$, alors la ſomme ſera 26 + $\frac{1}{676}$ egale à un quarré, leſquels autrefois multipliez par 1 ② viendra 26 ② + 1 egal à un quarré, ſoit 5 ① + 1 le coſté d'iceluy, & 1 ① vaudra 10; & 1 ②, 100. donc la fraction quarté qu'il falloit ajouſter à 26, ſera $\frac{9}{100}$, & la fraction quarrée à 6 $\frac{1}{2}$ ſera $\frac{9}{400}$, faiſant un quarré dont la racine eſt $\frac{13}{20}$ qu'on pourroit prendre au lieu de $\frac{23}{9}$ cy deſſus, & par conſequent 3 — ① & 2 + 11 ① pour les racines, &c.

QVESTION XIII.

PArtons l'unité en deux parties telles, qu'à l'une adjouſté 2, & à l'autre 6, les ſommes ſoyent nombres quarrez.

DETERMINAISON.

Il faut que la ſomme des donnez avec l'unité facent un nombre qui ſe puiſſe diviſer en deux quarrez. voyez la determinaiſon precedente : toutesfois l'autheur n'a reſolu ſa queſtion que quand 6, 2, & 1, ſont un quarré.

CONSTRVCTION.

Soit AB, l'unité, D A le nombre binaire; & B E le ſenaire: Il faut diviſer l'unité A B en G, tellement que D G & G E ſoyent nombres quarrez; alors D G ſera entre les nombres 2 & 3; & G E entre 6 & 7.

Si l'on

Si l'on poſe DG, 1 ②; GE ſera — 1 ② + 9 lequel doit eſtre egal à un quarre, ce qui ſeroit treſfacil à reſoudre, mais il faut que 1 ② aye ſa valeur entre 2 & 3, lequel ſtermes n'eſtans quarrez nous prendrons en leur place $\frac{289}{144}$ & $\frac{361}{144}$: parquoy 1 ① ſera entre $\frac{17}{12}$ & $\frac{19}{12}$, que ſi on egaliſe — 1 ② + 9 au qnarré de 3 — quelques ①, priſes à la volee comme à 1 ② — 6 ① + 9, alors 1 ① vaudra 3, & 1 ②, ſera egale à 9, qui n'eſt pas entre 2 & 3, & ſi on prend garde à la reduction on verra que le nombre des ① doit eſtre tel qu'eſtant multiplié par 6 (double de 3) & le produict diviſé par ſon quarré plus 1, alors le quotient ſoit entre $\frac{17}{12}$ & $\frac{19}{12}$; Parquoy ſi l'on poſe iceluy 1 ①, ſon ſextuple 6 ① diviſé par 1 ② + 1 viendra $\frac{6①①}{①②+1}$ ayant ſa valeur entre $\frac{17}{12}$ & $\frac{19}{12}$, alors 72 ① ſera entre 17 ② + 17 & 19 ② + 19, or l'equation eſtant faicte au plus pres, 1 ① ſera entre $\frac{66}{119}$ & $\frac{67}{117}$, ce qu'eſtant ainſi & $3\frac{1}{2}$ eſtât entre les meſmes, nous egalerons — 1 ② + 9 au quarré de $3-3\frac{1}{2}$ ① qui eſt $12\frac{1}{4}$ ② — 21 ① + 9, & 1 ① vaudra $\frac{84}{337}$, ſon quarré $\frac{7056}{113569}$ pour DG, & finalement les parties requiſes AG, GB, de l'unité, ſeront $\frac{14338}{113569}$ & $\frac{127231}{113569}$. *Demonſtration.* $\frac{14338}{113569}$ eſt quarré, ſa racine $\frac{119}{337}$, auſſi $\frac{6561}{113569}$ eſt quarré, car ſa racine eſt $\frac{81}{337}$, ſelon le requis.

Queſtion XIV.

Partageons l'unité en trois portions telles, qu'à chaſcune d'icelles adjouſtant 3, la ſomme ſoit quarré.

Determinaiſon.

Le nombre donné ne doit eſtre 2, n'y ſurpaſſant de 2 un nombre octonaire, comme 2, 10, 18, 26 &c. qui eſt une progreſſion dont l'exces eſt 8.

Conſtruction.

Puis que les trois quarrez enſemble ſeront 10, & chaſcun d'iceux entre 3 & 4: Il nous faudra adegaler les trois quarrez à $3\frac{1}{3}$ (tiers de 10) à ſçavoir les trois racines, à la racine de $3\frac{1}{3}$ lequel n'eſtant quarré, nous prendrons un autre en la place comme $\frac{121}{36}$ qui eſt quarre, ſa racine $\frac{11}{6}$ (la maniere de le trouver ſe peut voir en la fin de la 12 queſtion precedente) Item 10 ſe diviſe en trois quarrez, premierement en 9 & 1, & puis 1 en deux autres, & ſoit $9, \frac{16}{21}, \frac{9}{25}$, dont leurs racines ſeront $3, \frac{4}{1}, \frac{3}{5}$, leſquels il faut adegaler à $\frac{11}{6}$ (mettons le tout en denomination de trentieſmes) c'eſt $\frac{90}{30}, \frac{24}{30}, \frac{10}{30}$, qu'il faut adegaler à $\frac{33}{30}$, parquoy nous poſerons les racines des trois quarrez, $3 - 35$ ①, $\frac{4}{1} + 31$ ① & $\frac{3}{5} + 37$ ①, & la ſomme de leurs quarrez ſera 3555 ② — 116 ① + 10 egales à 10, & 1 ① vaudra $\frac{416}{3513}$, & finalement les trois racines, & leurs quarrez trouvez, & puis de chaſcun eſtant ſoubſtraict 3, on aura les trois parties de l'unité, à ſçavoir, les fractions dont les numerateurs ſont 228478, 142381, 134662, le commun denominateur eſt 505521. & la *Demonſtration* eſt manifeſte.

Nous traduiſons adegalité ce que Diophante appelle παρισότητα, enſuivant les interpretes, ce n'eſt pas à dire egalité, mais un extreme approchement de quelque choſe.

Queſtion XV.

On requiert de faire trois parties de l'unité, avec celle condition, que la premiere augmentée de 2, la ſeconde de 3, & la troiſieſme de 4, alors les ſommes ſoyent nombres quarrez.

A. Girard.

La determinaiſon eſt telle que ſi on augmente la ſomme des trois nombres donnez de l'unité, (c'eſt 10,) elle doit eſtre un nombre diviſible en trois quarrez; or tous ceux qui ſe diviſent en deux quarrez, ſe diviſent auſſi en trois; Item il y a des nombres qui ne ſe peuvent diviſer en trois quarrez comme, 7, 15, 23, 28, 31, 39, &c. ſeulement ceux qui ſont entre-deux; item 3, 6, 11, 12, 14, 19, &c. ne ſe peuvent diviſer en deux quarrez mais bien en trois; Or tout nombre entier ſe peut diviſer en quatre quarrez.

Conſtruction.

Il faut diviſer 10 en trois quarrez, dont le premier excede 2, le ſecond 3, & le troiſieſme 4; Pour à quoy parvenir je party 10 en deux quarrez tellement que l'un tombe entre 2 & 3, ce qui ſe fera par la conſtruction de la 12 queſtion precedente, & ſeront $\frac{6561}{8281}, \frac{3721}{8281}$, leurs racines $\frac{81}{91}$ & $\frac{61}{91}$, & auray deſia un quarré requis à ſçavoir $\frac{6561}{8281}$, lequel eſcheoit entre les nombres 2 & 3: duquel ſi on oſte 2 ou aura $\frac{1441}{8281}$ une des parties premierement requiſe de l'uuiré.

Il reſte doue à partir l'autre quarré $\frac{6561}{8281}$ en deux autres quarrez, ainſi que l'un tombe entre 3 & 4, ce qui ſe parfera par l'operation de la 13. queſtion, ainſi que s'enſuit: Au lieu des termes 3 & 4, je prend deux quarrez entre iceux (toutesfois ne reiettans 4 pource qu'il l'eſt) comme $\frac{49}{16}$ & 4, dont $\frac{7}{4}$ & 2 ſont leurs coſtez; Quoy faict je poſe que l'un des quarrez fuſt 1 ②, l'autre ſera — 1 ② + $\frac{3721}{8281}$ qu'il faut egaler à un quarré dont le coſté ſoit $\frac{61}{91}$ — quelques ① ainſi que la valeur de 1 ① vienne entre $\frac{7}{4}$ & 2, & apres avoir pris quelque nombre de ① ſans choix pour former la demande, finalemẽt on trouvera qu'il doit eſtre pris entre $2\frac{132}{203}$ & $2\frac{43}{116}$; ſoit dõc choiſi quelqu'un à la volonté d'entre les meſmes comme $2\frac{3}{4}$, & partant $\frac{81}{39} - 2\frac{3}{4}$ ① ſera poſé eſtre la racine du quarre qu'on doit egaler à — 1 ② + $\frac{61561}{6241}$, & 1 ① vaudra $\frac{7}{3971}$ pour le coſté du premier quarré, & $\frac{1054}{39773}$ pour le coſté du ſecond, & leurs quarrez eſtãs calculez, auſſi du premier ſoubſtraict 3, & de l'autre 4, ſes reſtes ſeront les deux autres parties de l'unité, leſquelles avec la premiere trouvée de cy deſſus ſeront les trois parties de l'unité ſelon le requis, $\frac{127}{9941}$, $\frac{3134423}{15778105}$ & $\frac{12345600}{15778105}$, quant au premier ſi on le met en meſme denomination, le numerateur ſera 3134423, deſquelles choſes la preuve eſt manifeſte.

Queſtion XVI.

Partons 10, en trois nombres, que la ſomme de deux à deux ſoit quarré.

Conſtruction.

Le maieur avec le moindre, doibt faire un quarré, auſſi le maieur avec le moyeu, & finalement le moyen avec le moindre. Or ce ſont trois quarrez, d'avantage chaſcun nombre eſt enumeré deux fois, doue ces trois quarrez là ſeront enſemble 20; Item pource que chaſque deux font un quarré, il s'enſuit, que chaſcun d'iceux quarré ſera moins que 10. Donc il faut diviſer 20 en trois quarrez, chaſcun moindre que 10. Mais 20 eſt cõpoſé de deux quarrez, 16 & 4. Or ſi nous poſons 4 eſtre l'un des quarrez requis: Il faudra puis apres diviſer 16 en deux quarrez deſquels un chaſcun d'iceux ſoit moindre que 10. (comme devant) & plus que 6. (pource que 10 & 6 ſont 16) ſoyent donc pris deux quarrez entre 6 & 10, comme 9 & $\frac{64}{9}$, dont les racines 3 & $\frac{8}{1}$: Puis ſoit poſé

l'un des quarrez requis 1 ②

Donc l'autre — 1 ② + 16

Et fingeons que ſa racine ſoit 4 — tant de ① que 1 ① aye ſa valeur entre 3 & $\frac{8}{3}$ ſoit iceluy $4 - \frac{12}{5}$ ①, alors 1 ① vaudra $\frac{120}{100}$ pour le coſté d'un des quarrez requis, & partant l'autre ſera $\frac{336}{100}$; donc les trois quarrez ſeront 4, $\frac{120000}{10000}$, & l'autre $\frac{112896}{10000}$. leſquels an chaſcun eſtant ſoubſtraict de 10 les trois reſtes ſeront 6, $\frac{112896}{10000}$ & $\frac{40320}{10000}$

pour les trois parties de 10 ſelon le requis, dont la demonſtration eſt manifeſte.

A. GIRARD.

ICy l'autheur requiert un quarré dont la racine ſoit 4 — quelque nombre de ① pour egaler à — 1② + 16, tellement que la valeur de 1① ſoit entre 3 & $\frac{8}{3}$, ce qui n'eſt pas ſi aiſé qu'intelligible, & pour reſoudre cecy ſoit A, le nombre des① à ſçavoir 4 — A①, la racine du quarré requis, ſon quarré ſera Aq② — A8① + 16 egal à — 1② + 16; oſtons de chaſque coſté 16; & adjouſtons A8①, & 1②; & le tout diviſé par 1① puis encor par Aq + 1, alors 1① vaudra $\frac{A8}{Aq+1}$, mais 1① eſt entre 3 & $\frac{8}{3}$, donc A ſera entre $\frac{3}{2}$ + & $\frac{4+\sqrt{7}}{3}$, c'eſt en nombres rationaux entre $\frac{1}{2}$ & $\frac{4}{3}$ aſſez pres; & pour avoir incontinent un nombre entre iceux, ceſte maniere eſt fort propre d'adjouſter les numerateurs, auſſi les denominateurs, & viendra $\frac{22}{7}$, parquoy la ſuſdicte racine ſe pourra prendre de $4-\frac{22}{7}$① commodement. Autrement par le moyen du triangle rectangle 20, 21, 29, nous en trouverons en ſemblable qui aura ſon hypothenuſe 4; & les quarrez des deux autres coſtez ſeront 16, & ſeront entre 6 & 10, iceux ſont $7\frac{120}{841}$, &c, $8\frac{120}{841}$. Il y a des triangles rectangles qui ont les coſtez de l'angle droict, ſeulement differens de l'unité, & ne ſerviront pas moins à pluſieurs queſtions ſuivantes qu'a celle cy, & ont les angles aiguz aſſez pres de 45 degrez, car tant plus les nombres croiſſent & tant plus pres; je ne mettray qu'un coſté de l'angle droict, le plus petit de deux, car l'autre ſera aiſé à trouver pource qu'il ne l'excede que de 1 ſeulement.

le moindre coſté faiſant l'angle droict	hypothenuſe
5	5
20	29
119	169
696	985
4059	5741
23660	33461
137903	195025
803760	1136689
4684659	6625109
27304196	38613965
159140519	225058681
927538920	1311738121
5406093003	7645370045
31509019100	44560482149

QUESTION XVII.

DIviſons 10, en quatre nombres, tels que la ſomme de chaſque trois d'iceux ſoit un nombre quarré.

CONSTRVCTION.

Puis que les trois nombres (commenceant par le premier & les deux ſuivans) ſont un quarré: Il ſe trouvera quatre tels quarrez; & les quatres y ſeront trois fois comprins. Parquoy il faudra diviſer 30 en quatre quarrez dont chaſcun ſoit moindre que 10, ce qui ſe pourra reſoudre comme s'enſuit. Si on rapporte l'equation au $\frac{3}{4}$ dudit 30 qui eſt $7\frac{1}{2}$ comme on a faict aux queſtions precedentes, & ayant trouvé les quatre quarrez, & oſtez chaſcun de 10, on trouvera les parties de 10 requiſes: Voyla une maniere, mais ſi par cas fortuit on s'adviſaſt que 30 fuſt compoſé des quatre quarrez 16, 9, 4, & 1, on pourroit choiſir deux d'iceux qui ſont moins que 10, comme 4 & 9: pour ſatisfaire en partie à la queſtion, alors il reſtera encor 17 à diviſer en deux quarrez (comme nous avons demonſtré cy devant) tels que l'un ſoit plus que $8\frac{1}{2}$ & moins que 10; car ils doivent tous eſtre en particulier moins que 10: ce qu'ayant faict on les oſtera de 10, alors on aura les autres parties de 10; comme par ces deux quatrez choiſis 4 & 9 nous trouverons les nombres 6 & 1 ainſi ſe fera des autres.

A. GIRARD.

L'Autheur monſtre que deux chemins pour reſoudre ceſte queſtion, quant au $7\frac{1}{2}$ n'eſtant point quarré on prendra en ſon lieu $7\frac{9}{16}$ quarré, ſa racine $\frac{3.5}{4}$; d'avantage 30, ſe diviſe en quatre quarrez, 16, 9, 4, 1; leurs racines, 4, 3, 2, 1, leſquels il faut adegaler à $\frac{1.2}{4}$; en prenant 1① pour $\frac{1}{4}$, alors les quatres racines ſeront — 5① + 4; — 1① + 3; 3① + 2, & 7① + 1; la ſomme de leurs quarrez eſt 84② — 20① + 30 egal à 30, & 1① vaudra $\frac{5}{21}$; les quatres racines eſtant trouvez, puis leurs quarrez, leſquels eſtans un chaſcun ſoubſtraict de 10, on aura les quatre nombres requis $\frac{2347}{441}$, $\frac{1181}{441}$, $\frac{1046}{441}$, $\frac{229}{441}$: Quant à l'autre maniere, on peut prendre 9 & 4 pour deux des quarrez requis, & reſtera à partir 17 en deux quarrez leſquels il faut adegaler à la moitié de 17 ou à un quarré treſprochain d'iceluy 8 $\frac{23}{144}$, ſa racine eſt $\frac{23}{12}$; & 4, 1, ſont racines des quarrez faiſant enſemble 17; & ces meſmes 4, 1, faut adegaler à $\frac{35}{12}$ en prenant 1ω pour $\frac{1}{12}$, & les racines ſeront — 13① + 4 & 23① + 1; la ſomme de leurs quarrez egale à 17 & 1① vaudra $\frac{29}{349}$, mais il faut noter qu'on n'eſt point ſi fort aſſubjecti à — 13① + 4 & 23① + 1, car on peut bien prendre plus ou moins comme — 12① + 4 & 20① + 1, alors les quatre nombres ſeront (apres avoir eſté chaſque quarré de 10) $\frac{6481}{289}$, $\frac{1806}{289}$, 1, 6, dont la demonſtration eſt manifeſte, & en ceſte derniere cy la 1① ne vaut que $\frac{7}{60}$ qui eſt une fraction plus aiſée que $\frac{29}{349}$.

QUESTION XVIII.

TRouvons trois nombres tels, que ſi on adjouſte un chaſcun d'iceux (quel il puiſſe eſtre) au cube de leur ſomme l'aggregat ſoit nombre cube.

CONSTRVCTION.

Soit pour la ſomme des trois nombres requis 1①
Son cube ſera 1③
Alors les trois nombres requis ſeront 7③ 26① & 63①

Car ſi à chaſcun d'iceux l'on adiouſte 1③ qui eſt le cube de 1① (la ſomme d'iceux,) il viendra un nombre cubicque, il reſte ſeulement qu'iceux trois enſemble ſoyent egaux à 1①; parquoy 96③ ſeront egales à 1① & 1② vaudra $\sqrt{\frac{1}{96}}$; lequel eſtant radical, ne ſatisfaict pas totalement ſi bien à mon deſſeing qu'aux conditions requiſes, car je deſire que ce ſoyent nombres abſoluz, la cauſe eſt que 96 n'eſt nombre quarré; or il eſt la ſomme de trois nombres cubes (ſi un chaſcun avoit une unité d'avantage,) parquoy la queſtion eſt reduite en une autre qui eſt, qu'il faut trouver trois nombres tels que ſi on adiouſte l'unité à un chaſcun d'eux, alors ils ſoyent cubes; & auſſi que la ſomme d'iceux nombres face un nombre quarré.

Soit le coſté du premier cube	1② + 1
Et du ſecond	— 1① + 2
Et du troiſieſme	2
Leurs cubes ſeront	1③ + 3② + 3① + 1
Et	— 1③ + 6② — 12① + 8
Et auſſi	8

Or

Or ſi on oſte l'unité d'un chaſcun d'iceux on aura les trois nombres, dont la ſomme eſt $9\,②-9\,①+14$

Egale à un quarré dont la racine ſoit $3\,① - 4$; ſon quarré eſt $9\,②-24\,①+16$

Et $1\,①$ vaudra $\frac{8}{15}$, quoy faict les trois nombres de ceſte ſeconde propoſition ſeront propres pour les poſitions de la premiere, ſoit donc le premier $\frac{11138}{3375}$ ③

Le ſecond $\frac{28377}{3375}$ ④

Et le troiſieſme 7 ③

Soit auſſi leur ſomme poſée comme devant t ①

Egale à leur ſomme $\frac{43740}{3375}$ ③

Et 1 ⑥ vaudra $\frac{5}{18}$.

Je di, que les trois nombres requis ſeront trois nombres rompuz, dont la commune denomination eſt 157464, & les trois numerateurs ſont 1538, 18577, & 23625. *Demonſtration.* Leur ſomme eſt $\frac{5}{18}$, ſon cube $\frac{125}{5832}$, lequel eſtant adjouſte à un chaſcun des nombres requis, les ſommes ſeront cubes, dont les coſtez ſont $\frac{37}{54}$, $\frac{23}{54}$, & $\frac{13}{54}$. Ce qu'il falloit demonſtrer.

Queſtion XIX.

Trouvons trois nombres, deſquels ſi un tel que l'on voudra d'iceux eſt oſte du cube de leur ſomme, que la reſte ſoit cube.

Conſtruction.

Soit la ſomme des trois nombres requis t ① & iceux ſoyent, $\frac{7}{6}$ ③, $\frac{36}{37}$ ③ & $\frac{54}{37}$ ③; il reſte que leur ſomme ſoit egale à t ①; & $\frac{43777}{1728}$ ② ſera egal à 1: mais 1 eſt nombre quarré, partant $\frac{43777}{1728}$ devroit auſſi eſtre quarré; d'ou procede-il? c'eſt que trois cubes $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{27}$, $\frac{1}{64}$ ont eſtez ſoubſtraicts de trois unitez; leſquels cubes un chaſcun eſt moindre que l'uniré. Nous en ſommes là doncques, qu'il faut trouver trois cubes dont un chaſcun ſoit moindre que l'unité, & leur ſomme ſoubſtraicte de 3 le reſte ſoit nombre quarre. Et pource que nous voulons avoir un chaſcun cube moindre que l'unité, ſi l'on les prenoit tons trois enſemble moindres que l'uniré, il eſt certain qu'un chaſcun ſeroit de tant plus moindre que l'unité, tellement que le quarré reſtant ſera maieur au nombre binaire. Soit ce quarré reſtant $2\frac{1}{4}$, parquoy $\frac{t}{4}$ ſera la ſomme des trois cubes, donc diviſons $\frac{1}{4}$ en trois cubes, & pour mieux faire prenons $\frac{1}{4}$ en plus grand denominateur qui ſoit cubicque, & ſoit $\frac{512}{2197}$, partant il faudra diviſer 162 en trois nombres cubicques. Or 162 eſt egalà 125 cube, & 37 diviſible en deux cubes (pource qu'il eſt interval de deux cubes 64 & 27.) Il faut donc diviſer 37 en deux cubes; ſoit t ① -3 le coſté de l'un d'iceux, iceluy cube ſera $1\,③ - 9\,② + 27\,① - 27$. pour trouver l'autre cube, poſez le coſté eſtre $4 - t$ ① autant de ① que le cube aye ceſte note -27 ① afin qu'en l'adjouſtant avec le ſuſdict cube les ① s'eſvanouiſſent, & pour trouver cela prenons le cube de $4 - t$ ① viendra $-1\,③ + 12\,② - 48\,① + 64$; alors diviſez 27 ① par 48 ② viendra $\frac{9}{16}$ pour le nombre des ① requis: finalement $4 - \frac{9}{16}\,①$ ſera l'autre coſté du cube; & ſon cube qui eſt $\frac{729}{4096}\,③ + \frac{243}{64}\,② - 27\,① + 64$ adjouſté avec l'autre feront enſemble $\frac{3087}{4096}\,③ - \frac{243}{64}\,② + 37$ egales à 37, & partant 1 ① vaudra $\frac{243}{3087}$; alors les deux cubes ſeront $\frac{1400371484032}{2017632883}$ & $\frac{3241792000}{2017632883}$ parties integrantes de 37, (dont leurs racines ſont $\frac{1331}{343}$ & $\frac{1480}{343}$) leſquelles adjouſtez à l'autre cube .25 viendra 162 ſelon le requis, or ces trois cubes ſont numeratenrs de fractions, dont 216 eſt denominateur: leſquels enſembles vallent $\frac{3}{4}$, & ſoubſtraicts de 3 reſtera $2\frac{1}{4}$ nombre quarré, ſelon ce qui eſtoit requis. & pour ne parler de fraction de fractions, les ſuſdicts eſtants ſoubſtraicts chaſcun de l'unite reſtera $\frac{583170492147}{824438564824064}$, & $\frac{824161463040}{824438564824064}$ & $\frac{91}{216}$, leſquelles ſont propres à faire la poſition des le commencement miſe, leur applicquants, ③, en fin eſtants oſtez de t ③ (cube ſuppoſé de leur ſomme) les trois reſtes ſeront cubes; & ſuffira de comparer leur ſomme à 1 ① (car 1 ① eſt ſuppoſée eſtre leur ſomme) or leur ſomme eſt $2\frac{1}{4}$ ③ laquelle ſera egale à t ①; partant 1 ① vandra $\frac{2}{3}$ & autant ſera la ſomme des nombres requis, leſquels ſeront $\frac{8541614629040}{27}$ & $\frac{583170492147}{27}$, & $\frac{91}{729}$, leſquels ſi ſelon la queſtion ſont oſtez du cube de leur ſomme $\frac{8}{27}$, les trois reſtes ſeront cubes.

A. Girard.

Diophante, comme les intrepretes le diſent auſſi, eſt tellement obſcur en ce lieu qu'ils confeſſent n'y entendre rien meſme. le Sieur Gaſpar Bachet dit (comme il ſe peut voir en la page 324 lin. 29. de ſon livre) que la ſuivante propoſition luy eſt incognue, à ſçavoir:

Eſtans propoſez deux cubes quelconeques ſans determinaiſon aucune, partir leur Inferval en deux autres cubes.

Le plus petir des deux cubes donnez eſt plus ou moins de neceſſite que le moitié du maieur: ſi iceluy eſt plus que ladite moitié, alors il n'en faudra que trouver deux autres en leur place par la ſuivante.

Eſtans propoſez deux cubes, trouver deux autres cubes de meſme interval que les donnez: mais il faut que le moindre cube donné ſoit plus que la moitié de l'autre.

Soyent B, M, nombres dont le cube de moindre ſoit plus que la moitie de l'autre. les coſtez des cubes requis ſont ceux cy.

$$B\left\{\frac{\text{M cub.} - \text{B cub.}}{\text{B cub.} + \text{M cub.}}\right.^{2} \quad \& \quad M\left\{\frac{\text{B cub.} + \text{M cub.}}{\text{B cub.} + \text{M cub.}}\right.$$

Que ſi il advenoit que le moindre cube ſoit encot plus que la moitié du maieur, alors au lieu de ceux la on en chercheroit des autres par ceſte meſme reigle; mais i'eſtime qu'il ſera moins que la moitié; finalement ſi le moindre cube donné, eſt moins que la $\frac{1}{2}$ du maieur cube, on fera alors la premiere propoſitiõ comme s'enſuit. ſoit M cub. moindre que la moitié de F cub. alors les racines des cubes ſeront ceux qui s'enſuivent, à ſçavoir la racine d'un des cubes requis ſera $\frac{\text{B cub.} + \text{M cub.}}{\text{F cub.}}$. & racine de l'autre cube ſera $\frac{\text{M cub.} - \text{B cub.}}{\text{F cub.}}$. tellemẽt que s'il eſtoit requis comme deſſus de partir 37 (interval ou difference de deux cubes 64 & 27) en deux cubes, on les trouveroit par ces deux figures premiſes, à ſçavoir $\frac{64000}{7}$ & $\frac{27}{7}$; dont leurs racines ſont $\frac{40}{7}$ & $\frac{3}{7}$, ce qui eſt plus aiſé que cy deſſus & en nombres plus petis: Notez auſſi qu'il y a pluſieurs pairs de cubes qui ont les intervals egaux, à fin qu'il ne ſemble à quelqu'un qu'il n'y en ait que deux paires, car par exemple les cubes de 12 & 10, de 9 & 1, de $\frac{944}{37}$ & $\frac{930}{37}$, de $\frac{1027}{141}$ & $\frac{403}{141}$ ont l'interval de 728, & ainſi à l'infini. Item 8 & 6 ſont racines de cubes ayans leurs ſommes auſſi 728. Mais quant à ce que le Sieur Bachet dit qu'il ne voit pas la raiſon pourquoy noſtre Autheur prend pluſtoſt $2\frac{1}{4}$ que non pas $2\frac{7}{9}$ ou quelque autre. Ie reſpond que $\frac{2}{4}$ (l'exces de 3 ſur le $2\frac{7}{9}$) ſe pent pareillement diviſer en trois cubes, ven qu'il faict $\frac{162}{729}$, or 162 ſe diviſe comme deſſus en trois cubes &c. & ainſi en une infinité d'autres. Mais

pour mieux ampliñer ceſte matiere ſoit pris (au lieu de 2 $\frac{1}{4}$) $2\frac{24}{25}$ qui eſt auſſi nõbre quarré, l'exces de 3 ſur iceluy eſt $\frac{24}{25}$ ou $\frac{240}{1000}$, le meſme ſe diviſe en trois cubes $\frac{216}{1000}, \frac{216}{1000}, \frac{216}{1000}$, parquoy les meſmes oſtez de l'unité, & appliqués à ③, viendra $\frac{784}{1000}$ ③, $\frac{784}{1000}$ ③, $\frac{952}{1000}$ ③, avec leſquels on recommencera l'operation; & 1 ① vaudra $\frac{1}{6}$: parquoy $\frac{42}{216}, \frac{42}{216}$ & $\frac{62}{216}$ ſeront les trois nombres requis; dont la demonſtration eſt manifeſte.

Queſtion XX.

Trouver trois nombres tels, que ſi le cube de leur ſomme eſt ſoubſtraict d'un chaſcun d'iceux les reſtes ſoyent nombres cubes.

Conſtruction.

Soit la ſomme des trois nombres requis 1 ①

Et les trois nombres ſoyent 2 ③, 9 ③, 28 ③, Il reſte ſeulement que leur ſomme 39 ③ ſoit egale à 1 ①, & 39 ② vaudront 1; Que ſi 39 fuſt nombre quarré la queſtion ſeroit ſoudée, ce qui n'eſtant ainſi, 39 eſtant la ſomme de trois cubes & du nombre ternaire: *Il faudra trouver trois nombres cubes, dont la ſomme d'iceux augmentée du nombre ternaire ſoit nombre quarré.* A c'eſt effect ſoit autrefois, 1 ① le coſté du premier cube, le coſte du ſecond — ① + 3, & le coſté du troiſieſme, nombre quelconeque 1, la ſomme de leurs cubes augmentée de 3 ſera 9 ② — 27 ① + 31 egale au quarré de 3 ① — 7, à fin d'avoir convenable egalité, & 1 ① vaudra $\frac{6}{3}$, qui ſera le coſté du premier cube, & $\frac{2}{3}$, 1, les coſtez des deux autres; & pour revenir à la premiere poſition, ſoit adjouſté 1 à chaſcun cube, & poſerons iceux au lieu des 2 ③, 9 ③ & 28 ③, & alors 1 ① vaudra $\frac{1}{13}$, & le reſte eſt manifeſte, car les trois nombres requis ſont fractions, dont les numerateurs ſont 341, 854, 250, & le commun denominateur eſt 4913; leur ſomme eſt $\frac{5}{1}$, du cube duquel ſi on ſoubſtraict les trois nombres ſuſdicts, les trois reſtes ſeront cubes veu que leurs racines ſeront 6, 9, 5 dixſeptieſmes.

Queſtion XXI.

Trouver trois nombres dont la ſomme ſoit nombre quarré, & tels que ſi au cube de ladite ſomme l'on adjouſte un chaſcun d'iceux les trois ſommes ſoyent nombres quarrez.

Conſtruction.

Soit la ſomme des trois nombres requis un quarré comme 1 ②

Et le premier d'iceux 3 ⑥

Le ſecond 8 ⑥

Et le troiſieme 15 ⑥

Car au cube de leur ſomme eſtant adjouſté l'un d'iceux viendra un quarré. Il reſte ſeulement que leur ſomme qui eſt 26 ⑥ ſoit egale à leur preſuppoſée ſomme 1 ②, alors 26 ④ ſeront egales à 1. mais 26 n'eſtant pas tel que l'on en puiſſe tirer la racine de quarte quantité, comme on la peut extraire de 1, il ne ſatisfera pas à la queſtion; Il eſt la ſomme de trois nombres auſquels ſi on adjouſtoit l'unité ils ſeroyent quarrez. Il faut doncques trouver trois nombres un chaſcun de l'unité moins, qu'un quarré, & que leur ſomme ſoit nombre quarré-quarré.

Soyent iceux trois nombres 1 ④ — 2 ②, 1 ② + 2 ①, & 1 ② — 2 ①. car ſi à l'un d'iceux eſt adjouſté 1, il ſera quarré: & ſi leur ſomme eſt nombre quarré-quarré; Tellement que la queſtion eſt ſoudée en nombre indefinis; poſons que 1 ① ſoit 3 (car il eſt licite de choiſir) ces trois la ſeront 63, 15, 3, & par les meſmes recommençons l'operation, & poſons que la ſomme des trois ſoit comme devant 1 ②

Et le premier requis 63 ⑥

Le ſecond 15 ⑥

Et le troiſieſme 3 ⑥

Leur ſomme (à ſçavoir des trois) 81 ⑥

Egale à 1 ②, & 1 ① vaudra $\frac{1}{3}$. Ie dis que $\frac{63}{729}, \frac{15}{729}$ & $\frac{3}{729}$ ſeront les trois nombres requis. *Demonſtration.* Leur ſomme eſt $\frac{1}{9}$ nombre quarré, Item le cube de ladite ſomme eſt $\frac{1}{729}$; lequel adjouſté à un chaſcun d'iceux, viendra $\frac{64}{729}, \frac{16}{729}$ & $\frac{4}{729}$ trois nombres quarrez, car les racines d'iceux ſont $\frac{8}{27}, \frac{4}{27}$ & $\frac{2}{27}$ ſelon la queſtion.

Queſtion XXII.

L'Exemplaire eſt extremement deſpravé en ce lieu, & eſt aiſé à juger qu'il y a trois queſtions perdues, comme auſſi le Sieur Bachet l'a bien remarqué, tellement qu'il eſt plus expediẽt de la reſoudre ſelon qu'il ſemble que Diophante a faict autrefois, que non pas de s'arreſter à l'Imperfection du Texte.

Partons 2 en trois parties, telles, qu'une chaſcune oſtée de 8 (cube de 2) le reſte ſoit quarré.

Conſtruction.

Chaſcune partie (eſtant moindre que 2) ſoubſtraicte de 8, le reſte ſera plus que 6, & moindre que 8. D'avantage les trois quarrez reſtans feront enſemble 22; car on oſte les trois parties qui ne ſont que 2, de trois fois 8. Ce qui eſtant ainſi, il faudra diviſer 22 en trois quarrez, un chaſcun plus que 6 & moindre que 8. ceſt à dire treſpres du tiers de 22, qui eſt $7\frac{1}{3}$ ou bien de $7\frac{18}{49}$ nõbre quarré treſprochain d'iceluy, ayant ſa racine $\frac{15}{7}$, de laquelle faut trouver trois nombres bien peu differens, dont la ſomme des quarrez ſoit 22: or puis que 22 ſe diviſe naturellement en trois quarrez de 3, 3, 2, nous poſerons les racines 3 — 2 ①; 3 — 2 ①; 2 + 5 ①; & egalerons la ſomme de leurs quarrez 33 ② — 4 ① + 22 à 22, alors 1 ① vaudra $\frac{4}{33}$, & les quarrez ſeront ces numerateurs 8281, 8281, 7396, dont 1089 eſt commun denomin. leſquels ſoubſtraicts de 8 on aura les trois nombres requis, parties integrantes de 2, à ſçavoir 431, 431, & 1316, en meſme denomination que deſſus 1089. dont la demonſtration eſt treſmanifeſte.

Queſtion XXIII.

Diviſer la partie d'un entier donnée en trois parties telles, que ſi d'une chaſcune l'on oſte le cube de leur ſomme, les trois reſtes ſoyent quarrez.

Conſtruction.

Soit $\frac{2}{4}$ la partie, ou rompu donné lequel il faut diviſer ſelon le requis, tellement que ſi on oſte $\frac{2}{64}$ de chaſcune d'icelles, un chaſcun reſte ſoit quarré. Mais les reſtes enſemble, feront autant que ſi on oſtoit trois fois $\frac{1}{64}$ (c'eſt $\frac{3}{64}$) de $\frac{1}{4}$: donc les reſtes feront enſemble $\frac{13}{64}$, lequel il faut diviſer en trois quarrez, & quand on les aura trouvez, il faudra adjouſter $\frac{1}{64}$ à chaſcun, on aura les trois nõbres requis, ce qui eſt treſfacil, veu que 64 eſtant quarré il ne faudra que diviſer 13 en deux quarrez 9 & 4 puis 4 encor en deux quarrez $\frac{36}{41}$ & $\frac{64}{41}$, & a ces trois quarrez eſtant adjouſté $\frac{1}{64}$ on aura trois fractions 250, 61, 89 de commun denominateur 1600, pour les trois parties requiſes de $\frac{1}{4}$.

Queſtion XXIV.

Trouver trois quarrez, ainſi qu'à leur ſolide adjouſtant quelqu'un que ce ſoit d'iceux, la ſomme ſoit nombre quarré.

Solide eſt le produict de trois nombres. Tranſlation de mot à mot.

Con-

CONSTRVCTION.

Soit le ſolide des trois nombres quarrez requis 1 ②

Puis ſoyent trouvez trois quarrez auſquels adjouſté l'unité facent nombres quarrez, ce qui ſe peut faire par le moyen des triangles rectangles diſſemblables. Car diviſant le quarré d'un des coſtez qui faict l'angle droit, par le qnarré de l'autre, le quotient ſera tel qu'on le requiert. Partant apres en avoir trouvé trois tels quarrez, & leurs applicquant ②, on aura l'un $\frac{9}{25}$ ②

L'autre $\frac{2025}{6724}$ ②

Et le troiſieme $\frac{144}{125}$ ③

Car ſi à l'un d'iceux on adjouſte 1 ② (premier en l'ordre) la ſomme ſera un quarré. Reſte ſeulement que leur ſolide $\frac{24400}{118400}$ ⑥ ſoit egal à 1 ③; finalement viendra $\frac{14400}{29584}$ ④ egal à 1, & l'une racine ſera egale à l'autre c'eſt à ſçavoir $\frac{120}{720}$ ③ egale à 1, mais ſi $\frac{120}{720}$ ② fuſt quarré, la queſtion ſeroit ſoudée, Ce qui n'eſtant pas ainſi, nous en ſommes venus là, qu'il faut trouver trois triangles rectangles, ainſi que le ſolide des perpendiculaires multiplié par le ſolide des baſes, le produict ſoit quarré; *(le texte eſt icy mutilé)* dont le coſté ſoit le produict de la perpendiculaire & baſe d'un triangle rectangle.

Et ſi on diviſe le tout par le produict des coſtez qui font l'angle droit du triangle trouvé, le quotient ſera un produict des coſtez qui font l'angle droit du ſecond triangle, multiplié par le produict des coſtez qui ſont l'angle droit de l'autre triangle. Et ſi l'un d'iceux eſt poſé eſtre 3, 4, 5, Nous en ſommes venuz là qu'il faut trouver deux triangles rectangles tels, que le produict des coſtez qui ſont l'angle droit, multipliez par les coſtez faiſans l'angle droit ſoit 12 ①; Et l'aire de l'aire 12, ſi 12 & 3; Ce qui eſt facil & ſemblable à ceſtuy-cy, 9, 40, 41, l'autre 5, 12, 13; Et ayant ainſi les trois triangles rectangles, nous recommencerons autreſois l'operation. Et poſerons les trois quarrez requis, l'un 9, l'autre 25 & le troiſieſme 81, & ſi leur ſolide eſt egalé à 1 ②, alors 1 ① ſera rationelle. Parquoy les poſitions vaudront ****.

A. GIRARD.

POur donner à entendre la ſolution de ceſte queſtion, je diray premierement comment il faut trouver un triangle rectangle de quelques deux nombres donnez que ce ſoit, ſoyent donnez 2 & 3; il faut former un triangle rectangle tiré de ces nombres; la ſomme des quarrez 13 eſt pour l'hypothenuſe; la difference des quarrez 5 eſt pour un coſté faiſant l'angle droict, & le double produict eſt pour l'autre, qui eſt une reigle generale tres-neceſſaire.

Il eſt neceſſaire de ſçavoir auſſi que ſi deux nombres ſe diviſant font un quarré auſſi en ſe multipliant feront un quarré. Or il falloit trouver trois triangles rectangles que le ſolide de leurs perpendiculaires eſtant diviſé par le ſolide des baſes le quotient ſoit quarré, partant ce n'eſt pas mal à poinct que au lieu de diviſer l'autheur parle de multiplier en ceſt endroict, comme il ſera encor en la 32e. queſtion ſuivante. Et pour trouver iceux triangles ſoit prins un triangle rectangle tel qu'on veut ſoit 3, 4, 5, & des deux nombres 5, 4, auſſi 5 & 3; ſoyent formez deux autres triangles rectangles comme nous avons dict, tellement que les double-produicts ſoyent pour les baſes à ſçavoir 30 & 40; mais quand au premier triangle il n'importe; & aurez ainſi les trois triangles requis, 3, 4, 5, & 9, 40, 41, &, 16, 30, 34: avec leſquels on fera le commencement de ceſte queſtion. Ie diray encor que le produict des baſes, (des 3 triangles conſtruit comme deſſus) eſt au produict des perpendiculaires comme quatre fois le quarré de l'hypotenuſe du premier triangle, au quarré de ſa perpendiculaire. Quant au texte il eſt tellement embrouillé & corrompu qu'on ne ſçauroit paraphraſer les reliques, ſi aiſement que l'on diroit bien, neantmoins cela ſera reſervé pour ceux qui ont plus de loiſir.

QVESTION XXV.

TRouver trois quarrez, tels que ſi de leur ſolide on oſte un chaſcun d'iceux les reſtes ſoyent quarrez.

CONSTRVCTION.

Soit le produict des trois (ou lent ſolide) 1 ①

Et ſoyent trouvez les quarrez requis, par les triangles rectangles, l'un de $\frac{16}{25}$, l'autre de $\frac{25}{169}$, & le troiſieſme de $\frac{64}{289}$, donnant à un chaſcun le quantité ②; Quoy faict ſi on les ſoubſtraicts particulairement de 1 ② les reſtes ſeront quarrez, & reſtera à eſgaler ſeulement leur ſolide qui eſt $\frac{25600}{1221025}$ ⑥ à 1 ③; que ſi on diviſe l'un & l'autre par 1 ② alors on trouvera que $\frac{25600}{1221025}$ ④ ſeront egales à 1; mais l'unité eſt telle qne l'on en peut extraire la racine de quarte quantité ce qu'on ne peut faire de l'autre. Parquoy nous en ſommes la qu'il faudra trouver trois triangles rectangles tels que le ſolide des baſes au ſolide des hypothenuſes ſoit comme nombre qnarré à nombre quarre. *(Et pource que le texte eſt corrompu nous pourſuivrons le reſte ſelon qu'il devroit eſtre reſtitué)* ſoit à ceſt effect 3, 4, 5, un triangle rectangle tel que le double de la baſe ſoit maieur à la perpendicle, & ſoit formé un triangle rectangle de 3 (qui eſt perpend. ſuſnommée) & de 8 (qui eſt le double de la baſe) ce qni ſe fera ſelon qu'il a eſté enſeigné en la precedente note, & viendra 55, 48, 73 pour le deuxieſme triangle, & 48 ſoit baſe; & pour le troiſieſme, ſoit pour l'hypothenuſe le produict des autres hypothenuſes 365, & la baſe ſoit le produict des deux baſes moins le produict des deux perpend. & la perpend. ſont la ſomme de deux produicts des perpend. & baſe alternativement, & viendra 364, 27, 365 le troiſieſme triangle, & 27 baſe; & ceux cy ſatisferont au requis comme auſſi, 4, 3, 5; 5, 12, 13, & 63, 16, 65, leſquels nous prendrons comme eſtans plus petits nombres, & diviſant les quarrez des baſes par les quarrez des hypothenuſes, nous aurons trois quarrez avec leſquels nous recommencerons autresfois l'operation y applicquant ③ ainſi: ſoit 1 ③ le produict on ſolide des trois quarrez; & les trois quarrez ſoyent $\frac{9}{25}$ ③, $\frac{144}{169}$ ②, $\frac{256}{4225}$ ②. Car ſi chaſcun d'iceux eſt oſté de 1 ② reſteront quarrez, puis apres leur ſolide $\frac{33176}{17810025}$ ⑥ eſt egal à 1 ③; à ſçavoir $\frac{33176}{17810025}$ ④ egale à 1, & partant $\frac{64}{67}$ ① vaudront 1, c'eſt que 1 ① vaudra $\frac{67}{64}$; parquoy les trois quarrez requis ſeront $\frac{169}{64}$, $\frac{25}{4}$ & $\frac{4}{9}$. dont la demonſtration eſt manifeſte.

QVESTION XXVI.

Tranſlatée de mot à mot.

TRouvons trois quarrez, tels que leur ſolide ſoubſtraict d'un chaſcun d'iceux les reſtes ſoyent quarrez.

CONSTRVCTION.

Soit derechef leur ſolide 1 ②; & iceux ſe trouveront par le moyen des triangles rectangles. Et de là on teviendra en des accidens pareils aux precedentes: Si donc en la preſente l'on s'aide des meſmes rectangles, & que nous poſions les quarrez requis * l'un 25 ② l'autre 625 ② & le troiſieſme 14784 ②. Car leur ſolide oſté d'un chaſcun d'iceux faict un quarré. Il reſte ſeulement que leur ſolide ſoit egal à 1 ②. & ſe trouve que 1 ① eſt maieure à 8, & eſt notoire. *

QVESTION XXVII.

TRouvons trois qnarrez, tels que ſi au produict de chaſque deux l'on y adjouſte l'unité la ſomme ſoit nombre quarré.

CONSTRVCTION.

Pource que je cerche qu'au produict des deux premiers adjouſte l'unité la ſomme ſoit quarrée, ſi on la

multiplie par le troiſieſme qui eſt nombre quarré, le produict ſera encor quarré. C'eſt autant que ſi l'on diſoit que le produict (ou ſolide) des trois avec le troiſieſme face quarré; & ainſi avec le premier & ſecond. Ce qu'avons demonſtré cy deſſus (aſſavoir en la 24 queſtion.) Donc les meſmes nombres ſoudent auſſi ceſte queſtion.

QVESTION XXVIII.

TRouvons trois quarrez, ainſi que ſi l'on ſoubſtraict l'unité du produict de chaque deux, le reſte ſoit quarré.

CONSTRVCTION.

Multiplions le tout par le troiſieſme, donc ſi du produict ou ſolide des trois, l'on ſoubſtraict le troiſieſme, le reſte ſera quarré; & du meſme ſolide ſi on en oſte le premier ou ſecond le reſte ſera ſemblablement quarré. Ce qui a eſté demonſtré cy deſſus (en la 25.) Parquoy ces nombres là ſatisferont ceſte queſtion.

QVESTION XXIX.

TRouvons trois quarrez, tels que ſi l'on ſoubſtraict le produict de chaque deux de l'unité, le reſte ſoit quarré.

CONSTRVCTION.

Dereches ſi on multiplie le tout par le reſtant on en reviendra là qu'il faut trouver trois nombres, tels que ſi on oſte leur ſolide de quelqu'un d'iceux quel il ſoit, le reſte ſoit quarré. Ce cy à eſté demonſtré. (en la 26e queſt.)

QVESTION XXX.

TRouver trois quarrez, tels qu'a la ſomme de chaque deux adjouſté 15, la ſomme ſoit auſſi quarré.

CONSTRVCTION.

Soit l'un d'iceux quarré 9.

Il faut trouver donc les deux autres quarrez tels que chaſcun d'iceux avec 24 face qnarré. & eux deux + 15 facent, quarré. Trouvons donc deux quarrez, ainſi qu'à un chaſcun adjouſté 24 face nombre quarré. Prenons des nombres qui meſurent 24. & qu'iceux ſoyent les coſtez, qui ſont l'angle droict d'un triangle rectangle. ſoit ſelon $\frac{4}{100}$, l'oppoſite ſera 6①; leurs moitiés ſont $\frac{2}{100}$ & 3①: ſoit derechef (pour en avoir encor deux autres) ſelon $\frac{3}{100}$, l'oppoſite ſera 8①; & les moitiez d'iceux ſont $\frac{3}{200}$ & 4①. Partant ſoit l'un coſté du quarré, l'interval entre $\frac{2}{100}$ & 3①; & ſoit l'autre coſte, l'interval entre $\frac{3}{200}$ & 4①. Car à chaſcun d'iceux quarrez adjouſté 24 la ſomme ſera un quarré; Il reſte ſeulement qu'iceux enſemble adjouſtez a 15 facent quarré; Mais c'eſt 25② — $9 + \frac{24}{100}$, le meſme ſera egal à un quarré, & ſoit à 25②; alors 1① vaudra $\frac{1}{6}$. Partant les trois quarrez requis ſeront 9, $\frac{1}{100}$ & $\frac{289}{225}$; dont la demonſtration eſt manifeſte.

QVESTION XXXI.

TRouver trois quarrez, tels que ſi de la ſomme de deux quelconques d'iceux l'on oſte 13 le reſte ſoit quarré.

CONSTRVCTION.

Soit 25 l'un des quarrez requis; Il en faudra trouver deux autres, tellement qu'un chaſcun d'iceux avec 12 face quarré, mais d'iceux deux enſemble oſté 13, le teſte ſoit quarré. Soyent 3, 4, les deux coſtez ſaiſans l'angle droict d'un triangle, & avec un chaſcun d'iceux ſoyent pris des oppoſites (ſelon la precedente produiſans 12,) & pris la moitié, Alors le premier coſté ſera de l'interval qui eſt entre $\frac{3}{2}$① & $\frac{1}{100}$; & l'autre coſté de l'interval entre a ① & $\frac{1}{100}$. Car ſi a chaſcun quarré on adjouſte 12 la ſomme ſera quarré. Reſte que de leur ſomme ſi on oſte 13 le reſte ſoit quarré, parquoy $6\frac{2}{4}$② — $25 + \frac{25}{400}$ ſera egal à un quarré, ſoit à $\frac{25}{400}$ alors 1① vaudra 2; & les trois quarrez requis ſeront, 25, 4, & $10\frac{9}{576}$, leſquels ſont tels que ſi on oſte 13 de la ſomme de chaſque deux les reſtes ſeront quarrez, ſelon le requis.

QVESTION XXXII.

TRouver trois quarrez, tels que la ſomme de leurs quarrez ſoit quarré.

Notez que c'eſt autant que ſi l'on propoſoit trouver trois nombres dont la ſomme de leurs quarré-quarrez ſoit nombre quarré.

CONSTRVCTION.

Soit un des nombres quarrez requis	1②
Et les deux autres	4. & 9.
La ſomme de leurs quarrez	1④ + 97
Egal à un quarré, ſoit iceluy dont 1② — 10 eſt le coſté, partant iceluy ſera	1④ — 20② + 100

Et a 0② vaudront 3: leſquels ſi leur produict fuſt quarré la queſtion ſeroit reſoute.

La choſe eſt demenée juſques a là, qu'il faut trouver deux quarrez, & un certain nombre, tellement que de ſon quarré, eſtans ſoubſtraicts les quarrez, des quarrez requis en un, le reſte ſoit un nombre qui ſoit au double dudict certain nombre, comme quarré à nombre quarré. Soyent iceux quarrez 1②, l'autre 4; & le nombre arbitraire 1② + 4, du quarré duquel ſoubſtraicts les quarrez des deux autres, reſteta 8② lequel doit eſtre à 2② + 8 (double de l'arbitraire) comme quarré à nombre quarré. Leurs moitiez, 4② à 1② + 4 ſeront comme quarré à quarré; mais 4② eſt quarré donc 1② + 4 ſera egal à un quarré ſoit iceluy de t① + 1, & 1① vaudra $t\frac{1}{2}$; & les nombres quarrez requis ſeront a $\frac{1}{4}$ & 4; & l'arbitraire $\frac{25}{4}$; leſquels quadruples ſeront 9, 16, & l'arbitraire 25. Avec leſquels on recommencera l'operation & poſerons l'un des nombres quarrez requis comme deſſus 1②

L'autre	9
Et le troiſieſme	16
La ſomme de leurs quarrez	1④ + 337

Egal au quarré de 1② — 25; & 1① vaudra $\frac{25}{5}$; le teſte eſt manifeſte.

D'icy ſe forme une teigle, pour reſoudre telles queſtions. *Prenez les quarrez des coſtez qui ſont l'angle droict d'un triangle rectangle pour deux des nombres quarrez requis; Puis diviſez leur produict par le quarré de l'hypotenuſe & vous aurez le troiſieſme.*

QVESTION XXXIII.

VN quidam fit un meſlange de deux ſortes de vins, dont l'un luy couſtoit 8 ſous le pot, l'autre ſeulement 5, en ſin il y avoit du vin pour un certain nombre quarré de ſous; tellement qu'au meſme adjouſtant encor 60, la ſomme eſtoit derechef quarré, la racine duquel eſtoit la quantité des pots que le meſlange contenoit. On demande combien il y avoit de pots des deux ſortes de vins, & combien une chacune ſorte de vin couſtoit.

CONSTRVCTION.

Soit poſé le nombre des pots du meſlange	1①
Ergo le pris total ſera,	1② — 60

Il teſte qu'iceluy ſoit egalé à quelque quarré dont le coſté ſoit 1① — quelque ②; Davantage pource que 1① eſt le nombre des pots meſlangez tant de 5 ſous que de 8, le pris total (aſſavoit 1② — 60) vaudra plus que 5① & moins que 8①, & par conſeqnent 1① vaudra plus que $\sqrt{66\frac{1}{4}} + 2\frac{1}{2}$ & moins que $\sqrt{76} + 4$: c'eſt en nombre rationnaux $10\frac{187}{200}$, & $11\frac{710}{1000}$ & aſſez pres entre 11 & 12. Il faudra auſſi diviſer le pris total 1② — 60, en deux nombres tels que la $\frac{1}{5}$ de l'un + la $\frac{1}{8}$ de l'autre ſoit 1① la ſomme des pots du meſlange qui eſt entre 11 & 12. Auſſi pour trouver le quarré auquel on veut egaler 1② — 60, on en prendra cõme dict eſt la racine

1①

1 ① — quelque ◎ ſoit icelluy A; alors $\frac{2A+60}{A^2}$ ſera egal à 1 ①, c'eſt à dire, qu'il faut trouver un quarré auquel adjouſté 60 & diviſé par le double de ſa racine, le quotient ſoit entre 11 & 12; & ſoit icelluy poſé 1 ②, donc $\frac{120+60}{240}$ aura ſa valeur entre 11 & 12; c'eſt a dire que 1 ② + 60 aura ſa valeur entre 22 ① & 24 ①. & 1 ① ſera entre 19 & 21, (aſſez ptes) ſoit donc 20, alors on eſgaleta 1 ② — 60 puis total au quarré de t ① — 20 qui eſt 1 ② — 40 ① + 400, quoy faict 1 ① vaudra $11\frac{1}{2}$ pour le nombre des pots du meſlange, auſſi 1 ② — 60 vaudra $72\frac{1}{4}$ pris total, lequel il faut diviſer en deux parties telles que la $\frac{1}{5}$ de la premiere avec la $\frac{1}{8}$ de l'autre ſoit $11\frac{1}{2}$. A ceſte fin ſoit 1 ① poſee eſtre la $\frac{1}{5}$ de la premiere parrie, donc — 1 ① + $11\frac{1}{2}$ ſera la $\frac{1}{8}$ de l'autre; alors les parties ſeront 5 ① & — 8 ① + 92, leſquelles enſemble font — 3 ① + 92 egales à $72\frac{1}{4}$, & 1 ① vaudra $\frac{-9}{12}$ nombre des pots de 5 ſous, parquoy $\frac{5\cdot9}{12}$ ſera le nombre des pots de 8 ſous.

Je di, qu'il y a $11\frac{1}{2}$ pots de meſlange, à ſçavoir $\frac{2\cdot9}{12}$ pots de 5 ſous, & $\frac{8\cdot9}{12}$ pots à 8 ſous. *Demonſtration.* Le vin de 5 ſous le pot vaut $32\frac{11}{12}$ ſous, & l'autre de 8, vaut $39\frac{3}{8}$ ſous, dont la ſomme eſt le pris total $72\frac{1}{4}$ ou $\frac{289}{4}$ qui eſt quarré, ſa racine $\frac{17}{2}$. Item ſi à $72\frac{1}{4}$ l'on adjouſte 60, viendra $132\frac{1}{4}$ ou $\frac{529}{4}$ auſſi nombre quarre ſa racine eſtant $\frac{23}{2}$, ou $11\frac{1}{2}$ nombre des pots de vin meſlangé deſſuſdict, ſelon le requis & qu'il falloit demonſtrer.

SIXIESME LIVRE D'ALGEBRE DE DIOPHANTE D'ALEXANDRIE;

Traduict en langue Françoiſe & expliqué par ALBERT GIRARD, *Samielois.*

QVESTION I.

Trouvons un triangle rectãgle, ainſi que ſi on oſte l'un ou l'autre coſté qui faict l'angle droict de l'hypothenuſe le reſte ſoit cube.

CONSTRVCTION.

Soit le triangle requis, celuy qui eſt formé de ces deux nombres, t ① & 3; L'hypothenuſe ſera 1 ② + 9; la perpend. 6 ①, & la baſe 1 ② — 9; & de l'hypotenuſe eſtant ſoubſtraict l'un des coſtez à ſçavoir 1 ② — 9 le reſte ſera 18 qui n'eſt pas cube. Mais d'ou vient il? c'eſt le double du quarré de 3; Il faut donc trouver un nombre, que ſon double quarré ſoit cube; ſoit icelluy 1 ① ſon double quarré eſt 2 ② egal à un cube ſoit à 1 ① alors 1 ① vaudra 2. Ie reviens donc à former un triangle de 1 ① & 2 (non pas 3 comme deſſus) & l'hypothenuſe ſera 1 ② + 4 la perpend. 4 ①, la baſe, 1 ② — 4; de laquelle hypot. ſi on en oſte la baſe le reſte ſera cube 8; il reſte que de la meſme hypot. eſtant ſoubſtraicte la perpend. le reſte ſoit cube, à ſçavoir t ② — 4 ① + 4 egale à un cube, mais le meſme eſt le quarré de 1 ① — 2; donc ſi on egaliſe de ① — 2 à un cube on ſoudra la queſtion, ſoit icelluy egal à 8; 1 ① vaudra 10; quoy faict, ſoit formé un triangle de 10 & 2, alors l'hypothenuſe ſera 104; la perpend. 40 & la baſe 96; la demonſtration eſt manifeſte.

QVESTION II.

Trouver un triangle rectãgle, ainſi que l'hypotenuſe adjouſtée avec l'un des coſtez reſtans lequel on voudra, La ſomme ſoit cube.

CONSTRVCTION.

Si l'on forme un triangle de deux nombres comme en la precedente, il faudra trouver un quarre dont le double ſoit cube, icelluy ſera le quarré de 2, faiſons donc un triangle de 1 ① & de 2; & l'hypothenuſe ſera 1 ② + 4, l'un des coſtez faiſant l'angle droict 4 ①; & l'autre — 1 ② + 4. Il reſte que l'hypotenuſe avec le premier coſté face un cube, mais il eſt neceſſaire que la valeur de t ② ſoit moindre que 4 c'eſt à dire 1 ① moindre que 2, (autrement on n'expliqueroit pas — 1 ② + 4) & comme la precedente 1 ② + 4 ① + 4 eſtant quarré & egal à un cube, on eſgalera ſa racine quarrée 1 ① + 2, à un cube, qui ſoit moindre que 4, pour les meſmes raiſons, & plus que 2 puis que 1 ① + 2 eſt plus que 2; comme eſt $\frac{27}{8}$. ce qu'eſtant ainſi poſons 1 ① + 2 egal à $\frac{27}{8}$ & 1 ① vaudra $\frac{11}{8}$; parquoy le triangle requis ſera $\frac{135}{64}$, $\frac{352}{64}$ & $\frac{377}{64}$. La demonſtration eſt facile.

QVESTION III.

Trouver un triangle rectangle, tel qu'au nombre de ſon aire eſtant adjouſté le nõbre donné 5, La ſomme ſoit nõbre quarré.

CONSTRVCTION.

Soit poſé que le triangle requis ſoit d'une eſpece donnée à ſçavoir 3 ①, 4 ①, 5 ① alors l'aire + 5 ſera 6 ② + 5 egal à un quarré ſoit icelluy 9 ② partant 3 ② ſeront egales à 5, qui devroit eſtre comme quarré à nombre quarré comme les quantitez le demonſtrent. Il faudra donc trouver un triangle rectangle, & un nombre quarré, tellement que d'iceluy quarré eſtant ſoubſtraict l'aire du triangle, le reſte ſoit la $\frac{1}{5}$ partie d'un quarré (pource que 5 eſt donné.) Soit formé un triangle de 1 ① & $\frac{1}{1\cdot01}$, & l'aire ſera 1 ② — $\frac{1}{1\cdot02}$, ſoit pour la racine du quarré requis 1 ① + une fraction de ① de tant d'unitez que le double du nombre donné; c'eſt $\frac{10}{1\cdot02}$, le quarré ſera 1 ② + 20 + $\frac{100}{1\cdot02}$, duquel eſtant ſoubſtraict l'aire 1 ② — $\frac{1}{1\cdot02}$ reſtera $\frac{101}{1\cdot02}$ + 20: dont le quintuple eſt $\frac{505}{1\cdot02}$ + 100 egale à un quarré; le tout multiplié par 1 ② viendra 100 ② + 505 egales à un quarré, dont le coſté ſoit poſé de 10 ① + 5; & t ① ſera $\frac{2\cdot1}{5\cdot}$. Venons aux poſitions, le triangle ſe formera de $\frac{2\cdot1}{5\cdot}$ & $\frac{5}{24}$; & le coſté du quarré ſera $\frac{421}{240}$ ①, tellement qu'à l'aire du triangle eſtant adjouſté 5, on l'egalera à $\frac{176161}{57600}$ ②, le reſte eſt aſſez manifeſte.

QVESTION IV.

Trouver un triangle rectangle tel que ſi du nombre de ſon aire eſt ſoubſtraict 6, le reſte ſoit quarré.

CONSTRVCTION.

Soit iceluy triangle poſé comme deſſus, 3 ①, 4 ①, 5 ①; alors 6 ② — 6 ſeront egales à un quarré, ſoit à 4 ②; le tout parachevé. On ſera contrainct de trouver un triangle rectangle, & un nombre quarre tel, qu'eſtant ſoubſtraict de l'aire du triangle, & le reſte ſextuple ſoit un quarré. A ceſt effect ſoit formé un triangle de 1 ① & de $\frac{1}{1\cdot01}$. Auſſi le coſté du quarré requis ſoit t ① — une fraction denommée par ①, ayant pour numerateur la moitie du nombre donné qui ſera $\frac{1}{1\cdot01}$, ſon quarré (à ſçavoir de 1 ① — $\frac{1}{1\cdot01}$) ſera 1 ② — 6 + $\frac{1}{1\cdot02}$ le quel eſtant ſoubſtraict de l'aire 1 ② — $\frac{1}{1\cdot02}$ reſtera 6 — $\frac{1}{1\cdot02}$ lequel ſextuplé & encor multiplié par t ② viendra 36 ② — 60 egal à un

quarré, ſoit fingé le coſté d'iceluy 6 ① — 2 alors 1 ① vaudra $\frac{8}{3}$. Ce qu'eſtant ainſi on reviendra à former le triangle de $\frac{8}{3}$ & $\frac{2}{3}$, & le coſté du quarré $\frac{37}{24}$, pour recommencer les poſitions au lieu de celles qui eſtoyent priſes à la volee, car le triangle ſe poſera $\frac{4177}{376}$ ①, $\frac{4015}{376}$ ①, 2 ①, dont l'aire diminuée du nombre donné 6 ſera $\frac{4015}{376}$ ② — 6 egal au quarré de $\frac{37}{24}$ ① qui eſt $\frac{1395}{376}$ ② & alors 1 ① vaudra $\frac{6}{7}$, & ſera le triangle rectangle $\frac{4177}{304}$, $\frac{4015}{304}$, $\frac{16}{7}$, dont la demonſtration eſt facile.

Queſtion V.

Trouvons un triangle rectangle, tel que le nombre de ſon aire eſtant ſoubſtraict d'un nombre donné comme de 10 *le reſte ſoit quarré.*

Conſtruction.

Soit poſé derechef que le triangle rectangle ſoit 3 ①, 4 ①, 5 ①, alors 10 — 6 ② ſeront egales à un quarré, parquoy on en reviendra là, qu'il faudra trouver un triangle rectangle, & un nombre quarré, ainſi que la ſomme de l'aire d'iceluy triangle & dudict nombre quarré eſtant multipliée par 10 face quarré. A ceſt effect ſoit formé un triangle rectangle de 1 ① & $\frac{1}{1600}$, & le coſté du quarré 5 ① + $\frac{1}{1600}$, & ainſi le compoſé de l'aire & du quarré ſera 26 ② + 10, lequel decuple ſera 260 ② + 100, egal à un quarré, & pour avoir des plus petits nombres ſoit diviſé les meſmes par 4 (nombre quarré) viendra 65 ② + 25 egales à un quarré dont le coſté ſoit fingé eſtre 8 ① + 5, & 1 ① vaudra 80; done on formera le triangle de 8 & $\frac{5}{8}$ & ſera 2 ① 63 $\frac{63}{64}$ ①, 64 $\frac{1}{64}$ ②, & le coſté du quarré $\frac{2900}{64}$ ①, & le reſte ſera aiſé à pourſuivre.

Queſtion VI.

Trouvons un triangle rectangle tel qu'au nombre de l'aire d'iceluy y adjouſté l'un des coſtez qui font l'angle droict la ſomme ſoit 7.

Conſtruction.

Soit derechef poſé que le triangle ſoit d'une eſpece donnée, 3 ①, 4 ②, 5 ①; alors 6 ② + 3 ① ſeront egales à 7; mais en reduiſant ceſte equation au quarré de la moitie de 3 (des 3 ①) quand l'on y adjouſte 6 fois 7 la ſomme n'eſt quarré ce qui ſeroit toutesfois neceſſaire. Parquoy il faut trouver un triangle rectangle tel qu'au quarré de la moitié d'un des coſtez qui font l'angle droict eſtant adjouſté ſept fois l'aire la ſomme ſoit quarré. A ceſte fin ſoit 1 ① & 1, les coſtez qui font l'angle droict, alors 3 $\frac{1}{4}$ ① + $\frac{1}{4}$ ſeront egaux à un quarré, toutesfois multiplions le par 4, viendra 14 ① + 1 egales à quarré. D'avantage il faut que le triangle ſuppoſé ſoit rationel parquoy 1 ② + 1 ſera egal à un quarré (à ſçavoir pour le quarré de l'hypothenuſe) & par la note de double egaleté apres l'onſieſme queſtion du 2e livre, on fera ainſi, ayans deux nombres qu'on veut egaler à nombres quarrez, leur interval 1 ② — 14 ① ſe peut meſurer par 1 ① & 1 ① — 14 dont le quarré de leur differencé eſt 49, egal au moindre, à ſçavoir à 14 ① + 1, & 1 ① vaudra $\frac{24}{7}$. Retournant donc à faire les poſitions les coſtez faiſans l'angle droict ſoyent $\frac{24}{7}$ ① & 1 ① ou bien pour eviter les fractions le tout par 7, viendra 24 ① & 7 ① & partant l'hypothenuſe 25 ①; d'avantage à l'aire 84 ② adjouſté 7 ① viendra 84 ② + 7 ① egales à 7, & 1 ① vaudra $\frac{3}{4}$, d'ou procedera l'invention du triangle requis 6, $\frac{7}{4}$, $\frac{25}{4}$. La Demonſtration eſt facile.

Queſtion VII.

Trouver un triangle rectangle tel que ſi on ſoubſtraict l'un des coſtez qui faict l'angle droict du nombre de l'aire d'iceluy, le reſte ſoit 7.

Conſtruction.

Que ſi derechef l'on preſuppoſe que le triangle requis ſoit d'une eſpece donnée, on deduira le tout tellement qu'il faudra trouver un triangle rectangle dont le quarré de la moitié d'un des coſtez faiſant l'angle droict adjoinct au ſeptuple de l'aire face un quarré. Iceluy eſt trouvé aſſavoir 7, 24, 25, avec lequel recommenceant les poſitions & conduiſant l'operation ſelon les conditions 84 ② — 7 ① ſeront egales à 7; & 1 ① vaudra $\frac{1}{3}$, & par conſequent le triangle rectangle ſera $\frac{7}{3}$, 8, $\frac{25}{3}$. La demonſtration eſt aiſée.

Queſtion VIII.

Trouvons un triangle rectangle, tellement, que l'airt d'iceluy ſoyent adjouſtez les deux coſtez faiſans l'angle droict, la ſomme ſoit 6.

Conſtruction.

Apres avoir ſuppoſé que le triangle ſoit d'une eſpece donnée: On deduira le tout à ce qu'il ſoit neceſſaire de trouver un triangl. rect. ainſi que le quarré de la moitié de la ſomme des deux coſtez faiſans l'angle droict, adjoinct au ſextuple de l'aire face un nombre quarre. Poſons derechef qu'un d'iceux coſtez ſoit 1 ① & l'autre 1; alors $\frac{1}{4}$ ② + $\frac{3}{2}$ ① + $\frac{3}{4}$ ſera egal à un quarré; multiplions le par 4; alors 1 ② + 14 ① + 1 ſeront egales à un quarré, auſſi 1 ② + 1 pareillement (quarré de l'hypotenuſe) & par la ſuſdite note du quarré de double egaleté apres l'onzieſme queſt. du 2. livre on prendra l'interval 14 ① lequel eſtant meſuré par 2 ① & 7. dont le quarré de la moitie de leur difference eſt 1 ② + 12 $\frac{1}{4}$ — 7 ① egal à 1 ② + 1 & 1 ① vaudra $\frac{45}{28}$: & le triangle ſera $\frac{45}{28}$, 1, $\frac{53}{28}$. Le tout multiplié par 28 on aura 45 ①, 28 ①, 53 ①; dont l'aire avec les deux coſtez faiſans l'angle droit ſera 630 ② + 73 ① egal à 6, & 1 ① ſera rationelle aſſavoir $\frac{1}{28}$, parquoy les deux coſtez ſeront $\frac{24}{9}$ & $\frac{1}{2}$ & l'hyporenuſe $\frac{53}{28}$. *Demonſtration.* L'aire eſt $\frac{315}{28}$ à laquelle adjouſtée la ſomme des coſtez faiſant l'angle droict, le tout ſera 6 ſelon le requis.

Queſtion IX.

On requiert un triangle rectangle, ainſi que du nombre de l'aire eſtans ſoubſtraict la ſomme de coſtez faiſant l'angle droict le reſte ſoit 6.

Conſtruction.

Ayant premierement ſuppoſé que le triang. ſoit d'une eſpece donnée, on viendra requerir à en trouver un dont le quarré de la moitié de la ſomme des deux coſtez faiſans l'angle droict, adjoinct au ſextuple de l'aire d'iceluy, face quarré. Le meſme a eſté deſia demonſtré cy devant, & eſt 28, 45, 53. Auſquels appliquez ①, à la fin 630 ② — 73 ① ſeront egales à 6. & 1 ② vaudra $\frac{6}{315}$; & iceluy triangle ſera $\frac{24}{5}$, $\frac{24}{7}$, $\frac{318}{115}$.

Queſtion X.

Trouver un triangle rectangle, que la ſomme de l'hypotenuſe, d'un autre coſté, & de l'aire ſoit 4.

Conſtruction.

Apres avoir ſuppoſé que le triangle ſoit d'une eſpece donnée, il ſera beſoing d'en trouver un autre tel que le quarré (de la moitié de la ſomme de l'hyporenuſe, & d'un autre coſté,) avec le quadruple de l'aire face quarré. A ceſte fin ſoit formé un triangle rectangle de 1 ① & 1 ① + 1; & le quarré de la moitié de la ſomme de l'hyporenuſe & d'un autre coſté ſera 1 ④ + 4 ③ + 6 ② + 4 ① + 1; & le quadruple de l'aire eſt 8 ③ + 12 ② + 4 ①; parquoy 1 ④ + 12 ③ + 18 ② + 8 ① + 1 ſera egal à

un

un quarré, dont le coſté ſoit fingé 1 ② + 6 ① — 1: alors 1 ① vandra $\frac{1}{4}$. On formera donc un triangle de $\frac{1}{4}$ & $\frac{9}{4}$ on pluſtoſt (le tout quadruplé pour eviter les fractions) de 5 & 9. & puis (pour eviter les grands nombres) ſoit pris un ſemblable en moindre nombre, y adjoingnant — 1; iceluy ſera 28 ①, 45 ①, 53 ①; & la ſomme de l'hyporenuſe, & d'un autre coſté, enſemble de l'aire ſera 630 ② + 81 ① egale à 4; & 1 ① vaudra $\frac{4}{105}$, partant le triangle ſera $\frac{2\,9\,3}{105}$, $\frac{1\,6}{15}$, $\frac{2\,2}{7}$. *Demonſtration.* La ſomme de l'aire $\frac{9\,6}{105}$ de l'Hypotenuſe, & d'un autre coſté $\frac{3\,2\,4}{105}$, eſt $\frac{4\,2\,0}{105}$ ou 4, ſelon le requis.

Queſtion XI.

Il eſt requis de trouver un tel triangle rectangle que le nombre de ſon aire, diminué de l'Hypotenuſe & de l'un des coſtez qui font l'angle droit, le reſte ſoit 4.

Conſtruction.

Si nous poſons que le triangle ſoit d'une eſpece donnée, nous en reviendrons la qu'il faudra chercher un triangle rect. tel qu'au quadruple de ſon aire adjouſté le quarré de la moitié de la ſomme de l'hypotenuſe & d'un autre coſté, la ſomme ſoit nombre quarré. Ce qui a eſté demonſtré eſtre 28, 45, 53, auquels nombres eſtant appliquée ①, on trouvera que 630 ② — 81 ① ſeront egales à 4, & alors 1 ① vaudra $\frac{1}{6}$: Le triangle requis ſera $\frac{3\,3}{6}$, $\frac{2\,4}{3}$, $\frac{1\,1}{2}$. dont la *Demonſtration* eſt manifeſte.

Queſtion XII.

On requiert un triangle rectangle de telle qualité que l'interval des deux coſtez faiſans l'angle droit, item le plus grand coſté, Et finalement l'aire avec le plus petit coſté ſoyent tous trois nombres quarrez.

Conſtruction.

Soit formé un triangle rectangle de deux nombres, & ſoit aſſigné au plus grand coſté d'à l'entour l'angle droict le double produict d'iceux. Il faudra donc trouver deux nombres tels que le double de leur produict ſoit quarré, Item que l'exces du ſuſdict donble produict, ſur l'Interval de leurs quarrez ſoit auſſi quarré. Or cela arrive touſiours quand les nombres ſont en raiſon double. A ceſte fin ſoit formé donc un triangle de 2 ① & 2 ①, lequel ſatisfera à deux conditions requiſes. Il reſte ſeulement que l'aire avec le petit coſté face un quarré, or c'eſt 6 ④ + 3 ②, le quel diviſé par 1 ② viendra 6 ② + 3 egal encor à un quarré. Cerchons quelque nombre donc, qu'à 6 fois ſon quarré adjouſté 3 la ſomme ſoit quarré. Or 1 eſt un tel nombre & aurres infinis, donc le triangle rectangle requis, ſe formera de 1 & 2, & ſera 3, 4, 5. & pour en trouver d'autres s'enſuit un

Lemme.

Si la ſomme de deux nombres donnez fuſt quarrée, On trouvera Infinis quarrez, ainſi que l'un des nombres donnez multipliant un quarré, & au produict adjouſté l'autre, la ſomme ſoit nombre quarré.

Demonſtration. Soyens 3 & 6, les nombres donnez, & l'on veut demonſtrer qu'il eſt poſſible de trouver tant de quarrez que l'on voudra, qui multiplians 3 & au produict adjouſtez 6, face quarrę. Soit 1 ② + 2 ① + 1 un quarré requis, alors 3 ② + 6 ① + 9 ſeront egales à un quarré, ce qui ſe peut reſoudre en une Infinité de façons, à cauſe que le ② eſt quarré, & par exemple ſoit — 3 ① + 3 le coſté du quarré fingé, & alors 1 ① vaudra 4, donc 5 ſera le coſté du quarré requis, & ainſi des autres.

Le Sieur Bacher au lieu de ce Lemme en demonſtre un plus general, ainſi:

De deux nombres donnez, ſi l'un diviſe par un certain quarré, & au quotient adjouſtant l'autre nombre donné, la ſomme ſoit nombre quarre, on trouvera une infinité d'autres quarrez qui ſeront de meſme qualité.

Queſtion XIII.

Trouver un triangle rectangle que le nombre de l'aire eſtant augmenté de l'un ou de l'autre coſté qui faict l'angle droict, ſoit quarré.

Conſtruction.

Soit preſuppoſé que le triangle, fuſt d'une eſpece donnée, 5 ① 12 ①, 13 ①, alors 30 ② + 12 ① ſeront egales à un quarré, ſoit à 36 ②, & 1 ① vaudra 2, mais il falloit auſſi que 30 ② + 5 ① fuſt nombre quarré, ce qui n'eſtant ainſi, il nous faudra trouver un quarré, au lieu de 36. duquel ſoubſtraict 30 le reſte diviſant 12, puis auſſi par le quarté du quotient multiplant 30, auquel produict adjouſté 5 fois le ſuſdit quotient, la ſomme ſoit nombre quarré. a ceſte fin ſoit poſé 1 ② le quarré requis, duquel oſtant 30, reſtera 1 ② — 30; lequel diviſant 12 viendra une fraction algebraique à ſçavoir le numerateur 12 & le denominateur 1 ② — 30, dont le quarré ſera 144 pour le numeration & 1 ④ — 60 ② + 900 le denominateur; lequel quarré multiplié par 30, & y adjouſtant le quintuple de la premiere mentionée fraction algebraique, viendra 60 ② + 2520 ayant pour denominateur 1 ④ — 60 ② + 900 egal à un quarré, mais le denominateur eſtant quarré il ne reſtera ſeulement que d'egaler le numerateur 60 ② + 2520, à un quarré, c'eſt à dire qu'à 60 fois un quarté adjouſtant 2520, la ſomme doit eſtre un nombre quarré. Et ſi en formant le triangle, nous euſſions eu égard, qu'à 60 eſtant adjouſté 2520, face un quarré, la queſtion euſt eſté ſoudée, (car il euſt eſté facil d'egaler 60 ② + 2520 à un quarré, la 1 ① euſt valu 1,) Mais 60 eſt le produict des coſtez faiſans l'angle droict, auſſi 2520 (par le ſuyvant theoreme) eſt le ſolide, de l'interval des coſtez faiſans l'angle droict, & du plus grand de ces deux là, & de l'aire: La choſe eſt parvenue à tel poinct, qu'il faudra trouver un triangle rectangle tel qu'au produict des deux coſtez de l'angle droict, adjouſté le ſolide, de l'Interval des meſme, & du plus grand des deux, & de l'aire, face un quarré. or en ce binome conjoinct, les noms ont commune haureur c'eſt le plus grand des coſtez faiſans l'angle droict, & le meſme binome eſtant requis eſtre quarré, ſi on le diviſe par un quarré, le quotient doit eſtre auſſi quarré, donc ſi on preſuppoſe ce plus grand coſté eſtre un quarré, & diviſant le binome par iceluy, la queſtion en ſera plus facile. Car il faudra ſeulement que la ſomme du moindre coſté, & du produict, de l'aire par l'interval des coſtez faiſans l'angle droict, ſoit un quarré; Mais ſi avec ce que le maieur coſté eſt poſé eſtre quarré l'on poſe encor que l'interval des coſtez faiſans l'angle droit ſoit l'unité; le teſte ſera tant plus facil: car il faudra ſeulement que la ſomme du moindre coſté & de l'aire ſoit quarré. or la precedente queſtion eſtant cela meſme elle nous fournira d'un tel triagle qui eſt 3, 4, 5, & de ſemblables, auquels nombres appliquans ①, alors en ſuyvant les conditions de la queſtion, 6 ② + 4 ① auſſi 6 ② + 3 ①, ſeront un chaſcun egal à un quarré. mais ſi nous reſoudons la maieure equation (à ſçavoir 6 ② + 4 ① egales à un quarré) comme deſſus, alors 1 ① ſera $\frac{4}{1-6}$, dont le quarré eſt $\frac{16}{1-12+36}$; lequel ſextuple & puis y adjouſté trois fois le coſté à ſçavoir $\frac{3\,2}{1-6}$ en les mettant en meſme denomination, la ſomme ſera $\frac{18+32}{1-12+36}$ qui doit eſtre egal à un quarré, & le denominateur l'eſtant, il reſtera que 12 ② + 24 ſoit egal à un quarré; c'eſt à dire que ſi un quarté

un quarré (à cauſe de ②) multiplie 12, & puis on y adjouſte 24, la ſomme ſoit quarré, ce qui ſe parfera par le precedent lemme, & eſt 25, donc 1 ② vaudra 25, & 1 ①, 5; & partant voulans egaler 6 ② + 4 ① à un quarré, iceluy ſera 25 ②, & 1 ① vaudra $\frac{4}{19}$: Et finalement le triangle cerché ſera $\frac{32}{19}$, $\frac{16}{19}$, $\frac{20}{19}$, dont la *Demonſtration* eſt manifeſte.

Notez que Diophante rencontre fortuitement que 12 + 24 ſont un quarré pour de là venir au Lemme precedent; ce qu'a tresbien remarqué le Sieur Bacher, lequel auſſi a explicqué & faict le ſuivant Theoreme ſur ce qui a eſté cité cy deſſus, & eſt tel. *De deux nombres inegaux, ainſi un troiſieſme donnez; ſi on multiplie le troiſieſme par le quarré du maieur des deux, le produict ſera egal au ſolide des trois donnez, & au ſolide du maieur des deux de l'interval des meſmes, & du troiſieſme donné.*

Queſtion XIV.

Trouvons un triangle rectangle, que ſoubſtraict l'un de deux qu'on voudra qui font l'angle droict du nombre de l'aire, le reſte ſoit quarré.

Conſtruction.

Si derechef l'on poſe que le triangle ſoit d'une eſpece duonée comme en la precedente; on viendra à la fin à requerir un triangle ſemblable à 3, 4, 5, auſquels à c'eſt effect applicquez ①, ſeront 3 ①, 4 ①, 5 ①, parquoy 6 ② — 4 ①, ſeront egales à un quarré; lequel eſtant moindre que 6, on verra quel il puiſſe eſtre que 1 ② ſera egale à 4 ayant pour denomination l'exces de ce 6 ſur ledit quarré. Lequel quarré eſtant donc poſé 1 ② & la valeur trouvée, 6 ② — 3 ① devra eſtre pareillement trouvé quarré; Or 1 ② ſextuplé eſt 96 ayant denomioateur 1 ④ — 12 ② + 36; & le triple du coſte eſt 12 ayant denomioateur — 1 ② + 6 c'eſt — 12 ② + 72 en meſme denominateur que deſſus, lequel oſté de 96 reſtera 12 ② + 24 ayant meſme denominateur 1 ④ — 12 ② + 36, laquelle eſtant quarrée, il reſtera que 12 ② + 24 ſoit egal à uo quarré, or 1 ② vaut 1. Ce qu'eſtant ainſi je poſeray 6 ② — 4 ① egales à 1 ②, alors 1 ① vaudra $\frac{4}{6}$, & le triangle requis ſera $\frac{12}{6}$, $\frac{26}{6}$, 4.

Que ſi on ne ſe veut ſervir de l'unité en egalant 12 ② + 24, à un quarré ou bien (en ayant ptis le $\frac{1}{4}$) 3 ② + 6; on ſe ſervira du lemme qui eſt apres la precedente 12 queſtion, mais il faut avoir eſgard à — 1 ② + 6 cy deſſus, c'eſt que 1 ② eſt moindre que 6; Il faut donc trouver un quarré moindre que 6, lequel multiplie par 3 (des 3 ②) & y adjouſte 6, face quarré. A ceſte fin ſoit 1 ① + 1 la racine d'iceluy; donc 3 ② + 6 ① + 9 ſera egal à un qnarré dont la racine ſoit autrefois 3 — quelques ①, qu'il faut determiner ainſi: Puis que le quarré requis doibt eſtre moindre que 6 (prenons $\frac{484}{81}$ quarré au lieu de 6) ſa racioe $\frac{22}{9}$ ſera maienre à 1 ① + 1 (racine ſuppoſée du quarré requis) donc 1 ① ſera encor moindre que $\frac{13}{9}$, donc 3 ② + 6 ① + 9, s'egalera au quarré de 3 — rant de ① que la valeur de 1 ① ſoit moindre que $\frac{22}{9}$; pour à quoy parvenir, on les prendra premierement à la volée pour pouvoir former une queſtion, & trouvera-on que le nombre des ſuſdictes ① doibt excedet (environ) 5 $\frac{3}{11}$, ſoit donc 3 — 6 ①, au quarré duquel s'eſgalera 3 ② + 6 ① + 9, & 1 vaudra $\frac{14}{11}$, donc les 1 ① + 1 vaudront $\frac{24}{11}$, & partant le quarré requis ſera $\frac{624}{121}$ pour la valeur de 1 ② (des 3 ② + 6, ou, 12 ② + 24,) ce qu'eſtant faict on egalera les 6 ② — 4 ① (du commencement) à $\frac{624}{121}$ ②, & 1 ① vaudra $\frac{414}{704}$; par ainſi le triangle requis ſera $\frac{2452}{704}$, $\frac{5916}{704}$, $\frac{8320}{704}$, dont l'examen eſt manifeſte.

Queſtion XV.

Trouver un triangle rectangle, tel que ſi on ſoubſtraict l'hypothenuſe ou un coſté faiſant l'angle droict de l'aire, le reſte ſoit quarré.

L'exemplaire eſtant ſi mutile qu'il n'eſt facil de diviner ce qui eſt perdu, nous poſerons la Conſtruction telle que Diophante ſemble l'avoir voulu effectuer apres beaucoup d'inquiſitions.

Conſtruction.

Soit formé un triangle rectangle de deux nombres plans ſemblables, 1, 4, & le requis ſoit de la meſme eſpece à ſçavoir 8 ①, 15 ①, 17 ①; (dont le 8 ſoit le double produict des ſuſdicts, 1, 4;) alors 60 ② — 17 ① & 60 ② — 8 ① ſeront un chaſcun egal à un quarré: & ſi on veut egaler 60 ② — 8 ① à un quarré (ayant la quantité ②,) on en viendra là, de requerir un nombre quarre abſolu moindre que 60, tellement que ſoubſtraict de 60, & le reſte diviſant 8, puis le quarré dudit quotient multiplié par 60, & du produict ſoubſtraict 17 fois ledit quotient, le reſte ſoit quarré. Soit iceluy quarré 1 ②, (pour l'abſolu requis) & ſoubſtraict de 60, &c. viendra $\frac{336\ (\text{①}) - 4320}{3136\ (\text{②}) - 4320 + 900}$ egales à un quarré, & puis que le denominateur eſt quarré, il ne faudra que prendre le numerateur 1136 ② — 4320, & l'eſgaler à un quarré, ce qui eſt facil (*par la Demonſtration du Sr. Bachet*) en prenant 1 ② valoir 36 (ce 36 eſt le produict de ces trois à ſçavoir 4, 1, & le quarré de la difference des meſmes, or iceux ſont les nombres plans ſemblables de cy deſſus) par ainſi 36 ſera le quarré requis, alors 60 ② — 8 ① s'eſgalera à 36 ②, & 1 ① vaudra $\frac{7}{3}$, & finalement le triangle requis ſera $\frac{9}{3}$, $\frac{11}{3}$, $\frac{27}{3}$. *Examen.* L'aire eſt $\frac{20}{3}$; de laquelle oſtez $\frac{17}{3}$ ou $\frac{17}{3}$ reſtera 1 on 4 nombres quarrez ſelon le requis.

L'autheur du commencement a poſé 3 ①, 4 ①, 5 ① pour le triangle requis, & conclud peu apres que 15 ② — 36 eſt egal à un quarré, ce qu'il dict eſtre une equation impoſſible pource que 15 ne ſe diviſe en deux quarrez, (par ce que nous avons determiné en la 15 queſtion du 5e livre precedent,) toutesfois la demonſtration de ce qu'il conclud eſt telle; ſoit 15 ② — quarré, egal à quelque quarré; rempliſſons le —, alors ſera 15 ② egale à la ſomme de deux quarrez, ce qui eſt impoſſible. Finalement il commence à la volee le plus ſouvent ſes poſitions; que ſi elles ne ſont idoines, à tout le moins il y recogoiſt les determinaiſons des poſitions: & ſe ſert auſſi icy de ceſte precaution; que ſi oo forme uu triangle rectangle de deux nombres quelcooques, l'hypothenuſe & le coſté qui eſt double produict d'iceux, ſont tels que leur ſomme auſſi leur differēce ſont nombres quarrez. Item que la ſomme, auſſi la difference de l'hypotenuſe & de l'autre coſte ſont double-quarrez. Item ſi les deux nombres formans ſont plans ſemblables, le coſté faict de leur double produict, multipliant la difference des deux coſtez reſtans, faict quarré.

Queſtion XVI.

Si un certain quarré, multipliant l'un de deux nombres donnez, & l'autre donné eſtant ſoubſtraict dudict produict face quarré; alors on trouvera encor un autre quarré plus grand que le premier pris, qui ſera le meſme.

Conſtruction.

Soyent donnez deux nombres 3, 11, & qu'un certain quarré (je prens) du coſté 5, multipliant 3, & du produict oſté 11, face quarré du coſté 8. Il faut trouver

encor

encor un quarré maieur à 25 faisant le mesme. Soit le costé du quarre requis 1 ① + 5, & iceluy sera 1 ② + 10 ① + 25 du triple, duquel osté 11, restera 3 ② + 30 ① + 64 egal à un quarré qu'on fingera tel qu'il en sorte une egaleté convenable, soit le costé d'iceluy — 2 ① + 8; alors 1 ① vaudra 62, & partant 4489 sera le quarré requis (dont la racine est 67) lequel satisfera au requis.

Question XVII.

On requiert un triangle rectangle ainsi que l'Hypotenuse, ou un des deux costez restans, adjoustè à l'aire face quarré.

Construction.

Si nous posons qu'iceluy soit d'une espece donnée, à la fin nous serons contraincts de le determiner, & d'en chercher un tel & nn nombre quarré maieur à l'aire, ainsi que le quarré multipliant le produict de l'Hypotenuse & d'un costé de l'angle droict, & de cela soubstraict le solide Comprins de l'aire, & du susdict costé de l'angle droit, & de l'Interval de l'hypotennse sur le mesme costé, face quarré. Soit donc formé un triangle de 4 & 13 & soit 36 le quarré. Mais icelny n'est maienr au nombre de l'aire. Or nous avons deux nombres à sçavoir 136 (produict de l'Hypotennse 17 & d'un autre costé 8) & 4320 (solide Comprins de l'aire 60, & d'un costé faisant l'angle droit 8, & de 9, exces de l'Hypot. sur le mesme costé) Et pource qu'un certain quarré à sçavoir 36 multipliãt 136, & du produict sonbstraict 4320, reste nn nõbre quarré, nous avons un moyen par la precedente de trouver un quarré maieur à 36 faisant le mesme, voire une infinité, mais 676 en est un, posons donc le triangle rectangle 8 ①, 15 ①, 17 ①, & ainsi 60 ② + 8 ① vaudront 676 ②, alors 1 ① vaudra $\frac{1}{77}$, partant le triangle requis sera $\frac{8}{77}, \frac{15}{77}, \frac{17}{77}$. *Demonstration.* L'aire est $\frac{60}{5929}$, à laquelle estant adjoustè ou l'Hypotenuse, ou le premier costé, feront les quarrez $\frac{3369}{5929}$ & $\frac{3906}{5929}$ dont les racines sont $\frac{57}{77}$ & $\frac{75}{77}$ selon le requis.

Question XVIII.

On requiert un triangle rectangle, tel que la ligne coupante l'un des angles aiguz en deux parties egales, soit rationelle.

Construction.

Soit posé que la bisecante (c'est à dire la ligne qui coupe l'angle en deux egalement,) soit 5 ①, & l'un segment de la base 3 ①, & la perpendicle 4 ①; soit preallablement posé que la base fust un nombre ternaire je prend 3, alors l'autre segment de la base, — 3 ① + 3, mais puis que l'angle est coupé en deux egalement & que la perpendicle est en raison sesquitierce à la partie de la base qui luy est adjoincte, alors (par ce qui resulte de la 3e. P. 6. d Euclide, en concluant alternativement) l'Hypotennse sera en raison sesquitierce à l'autre partie de la base, mais ceste partie là est — 3 ① + 3, donc l'Hypotenuse sera — 4 ① + 4, Il reste seulement que son quarré qui est 16 ② — 32 ① + 16, soit egal aux quarrez des deux autres costez, lesquels sont ensemble 16 ② + 9, alors 1 ① vaudra $\frac{7}{32}$, le reste est facil; que si on multiplie le rout par 32 (pour cause des fractions) on aura la perdend. 28; la base 96, & l'Hypotenuse 100; & la bisecante 35. ce qu'il falloit faire.

Alb. Gir.

En algebre litterale soit premierement pris un triangle rectangle quelconque dont K soit le plus petit costé: G, l'autre, & F, Hypotenuse: & pour trouver le triangle requis, soit donné F q à l'Hypotenuse (à sçavoir en nombres.) Et le double produict de K, G, pour la base, & la difference des quarrez de G, K à sçavoir G q — K q pour la perpendicle; alors le triangle estant ainsi trouvé qui sera aussi rectangle, la bisecante sera le produict de la susdicte perpendicle G q — K q par fraction $\frac{1}{E}$, & quant au segmens de la base, on multipliera pour eux l'Hypotenuse F q & la perpendicle par $\frac{K}{E}$.

Question XIX.

Il est requis de trouver un triangle rectangle, ainsi que la somme de l'aire & hypotenuse face quarré, aussi que le circuit soit un nombre cube.

Construction.

Posons que l'aire soit 1 ①, & l'Hypotenuse soit — 2 ② + quelque ◎ quarré, soit — 1 ① + 16, D'avantage le produict des costez faisans l'angle droict sera 2 ① (puis que l'aire est posé 1 ①) mais le mesme est produict de 1 ① & 2, parquoy si l'un des costez est posé 2, l'autre sera 1 ①, & le circuit 18 qui n'est pas cube. Mais ce 18 la est somme d'un quarre, 16, & de 2. Il faut donc trouver un quarré lequel avec le binaire 2 face un cube: A ceste fin soit 1 ① + 1 la racine de ce quarré requis, & la racine du cube 1 ① — 1; le quarré sera 1 ② + 2 ① + 1 & le cube 1 ③ — 3 ② + 3 ① — 1, auquel cube, sera egal le dit quarré + 2, à sçavoir 1 ③ + 2 ① + 3; alors 1 ③ + 1 ① sera egale à 4 ② + 4, & par ainsi 1 ① vaudra 4; (car si 1 ① vaut 4, multipliant le tout par 1 ②, 1 ③ vaudra 4 ②, & partant 1 ③ + 1 ① vaudront 4 ② + 4 comme devant.) Cela estant ainsi 5 sera le costé du quarré, & 3 du cube; & iceux seront 25, 27; En changeant donc la supposition faite au commencement, nous poserons bien l'aire 1 ① & les deux costez 2, 1 ①, comme dessus, mais l'Hypotenuse — ① + 25; Il reste seulement que le quarré de l'Hypotenuse 1 ② — 50 ① + 625 soit egal à la somme des quarrez des deux autres costez qui est 1 ② + 4, & 1 ① vaudra $\frac{621}{50}$ donc le triangle rectangle requis sera 2, 12 $\frac{21}{50}$, & 12 $\frac{29}{50}$. *Demonstration.* L'aire 12 $\frac{21}{50}$, & l'Hypotenuse 12 $\frac{29}{50}$, font ensemble 25, qui est quarre; Item le circuit est 27, qui est cube selon le requis.

Question XX.

L'On requiert un triangle rectangle, tel que l'Hypotenuse adjoustee avec l'aire face cube; Et que le circuit soit nombre quarré.

Construction.

Si nous posons pareillement que le nombre de l'aire soit 1 ②; & l'Hypotennse — 1 ① + quelque ◎ cubique, on en viendra là, qu'il faudra trouver quelque cube auquel adjoustè le binaire 2, face quarré. Soit la racine du cube requis 1 ① — 1, alors le cube + 2 sera 1 ③ — 3 ② + 3 ① + 1 egal à quelque quarré dont le costé soit $r\frac{1}{8}$ ① + 1, alors 1 ① vaudra $\frac{21}{4}$, & $\frac{33}{4}$ sera le costé du cube $\frac{4913}{64}$. Parquoy posons derechef 1 ① pour l'aire, & $\frac{4913}{64}$ — 1 ① pour l'Hypotenuse, 2 la base, 1 ① la perpendiculaire; & puis apres avoir egalé le quarré de l'Hypotenuse aux deux quarrez des deux autres costez, nous trouverons la valeur de 1 ① rationelle, à sçavoir $\frac{6218464}{24133129}$ pour l'aire, aussi pour l'nn des costez la base 2, & l'Hypotenuse $\frac{12846721}{24133129}$. *Demonstration.* L'hypotenuse adjoustee à l'aire sera le cube $\frac{49152}{64}$, & le circuit est $\frac{1042}{64}$ nombre quarré, car $\frac{72}{8}$ est sa racine, selon le requis.

Question XXI.

Il faut trouver un certain triangle rectangle ainsi que la somme de l'aire & d'un costé de ceux qui font l'angle droict soit un nombre quarré, & que le circuit soit nombre cube.

Con-

Construction.

Soit formé un triangle, de quelque nombre indefini, & d'un autre qui l'excede de l'unité; ſoyent donc iceux ① & ① + 1; partant la perpendicle ſera ① + 1, la baſe ② + ① + 1; & l'hypothenuſe ② + ① + 1. Reſte que leur ſomme (c'eſt à dire le circuit) ſoit cube, & que la ſomme de l'aire & d'un coſté faiſant l'angle droict face un quarré; Or le circuit eſt ④ + ⑥ ① + ④ egal à un cube, iceluy auſſi eſt compoſé, car ④ ① + ④ le meſure par ① + 1; parquoy ſi on diviſe un chaſcun coſté par ① + 1 on aura le circuit ④ ① + ④ egal à un cube. Il reſte donc que l'aire avec un des coſtez qui font l'angle droict ſoit quarré, mais l'aire eſt $\frac{①①+①①}{①①+②①+①}$ & l'un des coſtez de l'angle droict eſt $\frac{①①+①}{①①+①}$ leur ſomme eſt $\frac{②①①+②①①+①①+①①+①}{①①+①}$ (ou ② ① + 1) egal à un quarré, mais ④ ① + ④ eſt egal à un cube, & ceſtuy-cy eſt double de ceſtuy-là, parquoy nous en ſommes venuz là qu'il faut trouver un cube qui ſoit double à un quarré, tel eſt 8 double à 4; alors ④ ① + ④ ſeront egales à 8; & ① vaudra $\frac{1}{2}$. Ie di, que $\frac{8}{4}$, $\frac{24}{5}$, $\frac{12}{3}$ eſt le triangle requis, la demonſtration en eſt facile.

Nota.

Notez que l'on peut trouver d'autres nombres que 8 & 4, à ſçavoir que le cube ſoit double au quarré, voire meſme en telle raiſon qu'on voudroit comme enſeigne le Sieur Baeher en la premiere du ſixieſme de noſtre Autheur, par une telle reigle, *Diviſez le denominateur de la raiſon donnée, par quelque cube, le quotient ſera le coſté du quarre requis.* Exemple, ſi on veut un cube qui ſoit double à un quarré, il faut diviſer 2 par quelque cube, comme par 1, 8, 27, viendra 2, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{27}$ dont leurs quarrez ſont 4, $\frac{1}{16}$, $\frac{4}{729}$ deſquels les doubles ſeront cubes à ſçavoir 8, $\frac{1}{8}$, $\frac{8}{729}$, mais en la queſtion il falloit que le cube ſoit plus que 2, alors au lieu de diviſer 2 par 1, 8 ou 27 il le faudra diviſer par $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{27}$ ou $\frac{8}{729}$; & ainſi on aura 512 cube, double à 256 quarré, &c.

Queſtion XXII.

Il faut trouver un certain triangle rectangle ainſi que l'aire avec l'un des coſtez, faiſant l'angle droict, face cube; mais le circuit ſoit nombre quarré.

Construction.

Si nous uſons icy de ſemblable diſcours comme en la precedente, nous en reviendrons là qu'il faudra trouver un quarre egal à ④ ① + ④; & un cube egal à ④ ① + 1; & par conſequent il faudra trouver un quarré double à un cube, c'eſt 16, 8; ou infiniz autres comme 1024 & 512 &c. ſoit 16, & 8; alors ④ ① + ④ ſeront egales à 16; & ① vaudra $3\frac{1}{2}$; & le triangle ſera $\frac{10}{9}$, $\frac{63}{9}$, $\frac{65}{9}$. Dont la demonſtration eſt maoiſeſte.

Queſtion XXIII.

Trouvons un triangle rectangle, ainſi que le circuit d'iceluy ſoit nombre quarré, & le meſme avec l'aire ſoit un nombre cubique.

Construction.

Soit formé un triangle rectangle de ① & 1, iceluy ſera ②①, & ② — 1, & l'hypothenuſe ② + 1, leur ſomme pour le circuit eſt ④ ② + ④ ① egales à un quarré, & ③ + ④ ② + ① egales à un cube. Quant à ④ ② + ④ ① il eſt aiſé de l'egaler à un quarré, car ſi on diviſe le binaire 2, par un quarré — 2, on aura la valeur de ① ①, laquelle doibt eſtre telle que ① ③ + ④ ② + ① ① ſoit cube, c'eſt à dire que ſon cube + 2 fois ſon quarré + ſoymeſme ſoit cube. Or comme il a eſté dit ① ① eſt a diviſé par ① ② — 2, alors ſon cube eſt 2 fois ſon quarré + ſoymeſme ſera une fraction dont le numerateur eſt ② ⑥ & le denominateur le cube de ① ② — 2, lequel denominateur eſtant cubicque, il faudra ſeulement egaler ② ⑥ à un cube, lequel eſtant diviſé par un cube ① ③, le quotient ② ① devra encor eſtre egalé à un cube, & ① ① vandra un demy cube. ſoit 8 le cube, alors ① ① vaudra 4; dont le quarre eſt 16; auquel applicqué ② ſera 16 ② (le quarré lequel on cerche pour egaler le ſuſdict ② ② — ② ①) & ① ① vaudra $\frac{2}{3}$; mais l'un coſté du triangle cy deſſus eſt ① ② — 1 qui ſeroit alors moins que rien. Parquoy la choſe eſt reduicte en tel poinct qu'il faut trouver un cube, ainſi que le quarre de ſa moitié ſoit (non pas 16 comme deſſus mais entre 2 & 4, (car qu'il doive eſtre plus que 2, il appert en ce que ② ② + ② ① eſtant egale à quelques ②, le nombre de ces ② doibt eſtre maieur à 2 des ② ②; pareillement qu'il doive eſtre moindre que 4, il eſt evident en ce que ſi ledict ② ② + ② ① eſtoit egal à ④ ② ou d'avantage, alors ② ſeroit egal à ① ① ou d'avantage, c'eſt à dire ① ② vaudroit ① ou quelque choſe de moindre, mais ① ① doibt eſtre d'avantage que ① à cauſe des ① ② — 1 cy deſſus mentionnées, partant ledict nombre de ② doibt eſtre entre 2 & 4) ſoit donc iceluy cube ① ③; le quarré de ſa moitié ſera $\frac{1}{4}$ ⑥ ayant ſa valeur entre 2 & 4, & partant ① ⑥ entre 8 & 16, mais tel eſt $\frac{2\,2\,2}{64}$. Ergo ① ③ vaudra $\frac{2}{8}$ pour le cube requis: Poſons donc (au lieu de ② ① egales à 8 comme cy devaor) ② ① egales à $\frac{27}{8}$ alors ① ① vaudra $\frac{27}{16}$, dont le quarré eſt $\frac{729}{256}$ (au lieu de 16 cy deſſus;) auquel applicqué ② ſera $\frac{729}{256}$ ⑥ pour egaler à ② ③ + ② ①, & ① ③ vaudra finalement $\frac{243}{2197}$ (pour reſoudre les premiers poſitions) alors ① ③ — ① coſté faiſant l'angle droict du triangle ſera quelque choſe (car ſelon la precedente ſolution il eſtoit moins que rien) & le triangle ſera, 309233, 215055, 222208, auſquels comme numerateurs, on doibt ſubmettre le commun denominateur 47089: dont la demonſtration eſt plus facile que breve.

Queſtion XXIV.

Cherchons un triangle rectangle de telle qualité que le circuit ſoit cube, & le meſme adjouſté à l'aire face un quarré.

Construction.

Il faut premierement premediter qu'eſtans deux nombres donnez, comment on trouveroit un triangle rectangle que ſon circuit ſoit l'un des nombres donnez, & ſon aire, l'autre. A ceſt effect ſoyent deux nombres donnez 12 & 7; à ſçavoir 12 pour le circuit, & 7 pour l'aire. Cela eſtant ainſi le double de l'aire eſt 14 pour le produict des coſtez faiſans l'angle droict; ſoyent iceux coſtez $\frac{1}{①①}$ & 14 ①, leſquels ſatisfont à l'une condition, & pource que le circuit eſt, 12, l'hypothenuſe ſera — 14 ① + 12 — $\frac{1}{①①}$. Or ſon quarré (par la 47 p. 1 d'Euclide) qui eſt 196 ② — 336 ① + 172 — $\frac{24}{①①}$ + $\frac{1}{①①①①}$ doibt eſtre egal aux deux quarrez des autres coſtez, qui ſont enſemble 196 ② + $\frac{1}{①①①①}$, alors 172 ① vaudront 336 ② + 24; laquelle equation (comme elle doibt eſtre rationelle) ne ſe pourra faire, ſi 336 fois 24 oſte du quarré de la moitié de 172, n'eſt un nombre quarré: Or 172 eſt ſomme du quarré du circuit, & du quadruple de l'aire, & 336 fois 24 eſt le produict de l'octuple quarré du circuit, par l'aire; tellement que ſi tels nombres fuſſent donnez, la queſtion ſe reſoudroit facilement. Soit ① ① l'aire; & le circuit ſoit un nombre cube & quarré tout enſemble à ſçavoir 64; & afin de conſtituer le trian-

le triangle par les choſes ja mentionnées, il faut que le quarré de la moitié de la ſomme, du quarré de 64, & de 4 ①; moins l'octuple produict du quarré du circuit, & de l'aire 1 ①, ſoit egal à un quarré. C'eſt 4 ② + 4194304 — 24576 ① dont le quart eſt 1 ② — 6144 ① + 1048576 encor egal à un quarré. Mais 1 ① + 64 eſt auſſi egal a un quarré, & par la note du quarré de double egaleté apres l'onzieſme queſt. du 2. (ayant premierement multiplié 1 ① + 64 par un quarré 16384 afin d'avoir les ⊙ des deux parties egaux, & au lieu de 1 ① + 64 on aura 16384 ① + 1048576;) l'on parachevera facilement le reſte.

Qvestion XXV.

TRouvons un triangle rectangle, ainſi que le quarré de l'hypotenuſe, ſoit un quarré avec ſa racine; Item le meſme eſtant diviſe par l'un coſté faiſant l'angle droict, face un nombre cubique plus ſon coſté.

Construction.

Soit l'un coſté à l'entour de l'angle droict 1 ①, l'autre 1 ②, par ainſi le quarré de l'hypotenuſe ſera la ſomme d'un quarré avec ſa raeine; & le meſme eſtant diviſé par l'un des ſuſdits coſtez 1 ①, ſera 1 ③ + 1 ① (c'eſt un cube avec ſa racine;) Il reſte ſeulement que 1 ② + 1 ② ſoit egalé à un quarre, lequel diviſé par 1 ②, 1 ② + 1 ſera encor egal à un quarré; ſoit au quarré de 1 ① — 2 (qui eſt 1 ② — 4 ① + 4,) alors 1 ① vaudra $\frac{3}{4}$; & le triangle requis ſera $\frac{3}{4}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{15}{16}$. *Demonſtration.* Le quarré de l'hypotenuſe $\frac{225}{256}$ contient un quarré $\frac{81}{256}$ avec ſa racine $\frac{9}{16}$ (ou $\frac{144}{256}$,) le meſme quarré de l'hypotenuſe, eſtant diviſe par l'un des coſtez $\frac{3}{4}$, viendra $\frac{27}{64}$, qui contient le cube $\frac{27}{64}$ avec ſa racine $\frac{3}{4}$, ou $\frac{48}{64}$; ſelon le requis.

Qvestion XXVI.

L'On requiert un triangle rectangle, ainſi que l'un coſté faiſant l'angle droict ſoit cube, & l'autre un cube moins ſa racine; & l'hypotenuſe ſoit un cube avec ſa racine.

Construction.

Soit poſée l'hypotenuſe 1 ③ + 1 ①; & l'un des autres coſtez 1 ③ — 1 ①, parquoy l'autre coſté ſera neceſſairement 2 ②. Il reſte ſeulement que le meſme 2 ③, ſoit egalé à un cube, ſoit iceluy cube 1 ③, alors 1 ① vaudra 2. Ie dis que le triangle rectangle requis ſera 6, 8, 10, ce qui eſt manifeſte.

A. Girard.

VOila en ſomme les ſix livres d'Algebre de Diophante laquelle a donné entrée en l'Algebre generale ou pluſtoſt à l'Analyſique, par laquelle ſe parfaict ce probleme des problemes qui ſe prononce. Reſoudre tout Probleme quelconque propoſé.

Devant que de mettre fin à c'eſte œuvre j'ay bien voulu mettre quelques applications regulieres, qui ne ſont pas de peu d'effect, en la reſolution de pluſieurs propoſitions, & ſoit poſé B, *plus grand que* D: *& notez que deux lettres jointes enſemble ſans l'interventiõ d'aucun poinct ou autre marque, ſignifie le produict des meſmes.*

S'enſuivent quelques applications regulieres, de quelques binomes, ou ſi l'on veut multiplications dont le multiplicateur & le produict ſont binomes: Et faut noter que les noms de chaſcun multin. ſont continuellement proportionaux, dont les extremes ſont puiſſances de telle denominateur de quantité, qu'il y a de noms moins un.

Premiere maniere.

Produicts.	Multiplicateurs.	
Binomes conjoincts & diſjoincts.	*Binome conjoinct.*	*Multinomes conjoincts & diſjoincts.*
Bq — Dq.	B + D	B — D.
B cub + D cub.		Bq — BD + Dq.
Bqq — D qq.		Bc — BqD + BDq — De.
Bcq + Dcq.		Bqq — BeD + BqDq — BDe + Dqq.
Bec — Dcc.		Bcq + BqqD + BeDq + BqDe + BDqq — Dcq.
&c.		&c.

Seconde maniere.

Produicts.	Multiplicateurs.	
Binomes diſjoincts.	*Binome diſjoinct.*	*Multinomes conjoincts.*
Bq — Dq	B — D	B + D.
Be — Dc		Bq + BD + Dq.
Bqq — D qq		Bc + BqD + BDq + Dc.
Bcq — Dcq		Bqq + BcD + BqDq + BDe + Dqq.
Bee — Dcc		Beq + BqqD + BcDq + BqDe + BDqq + Deq.
&c.		&c.

Conſtitutions de quelques triangles en nombres rationaux.

Subtendentes.	Coſtez comprenans l'angle.	
Bq + Dq.	Bq — Dq.	BD 2. quand l'angle eſt 90 degrez.
BD3 + Dq3 + Bq.	BD2 + Bq. *ou bien* BD2 + Dq3.	BD4 + Dq3 + Bq. quand l'angle eſt de 60 degrez.
BD3 + Dq3 + Bq.	BD2 + Bq.	BD2 + Dq3. quand l'angle eſt de 120 degrez.

Autrement.

Bq + BD + Dq	BD 2 + Dq *ou bien* Bq — Dq.	BD 2 + Bq. de 60 degrez.
Bq + BD + Dq	BD2 + Dq	Bq — Dq. de 120 degrez.

Puis que je ſuis entté en la matiete des nombres rationaux j'adjouſteray encor deux ou trois particularitez non encor par cy devant practiquées, comme d'expliquer les radicaux extremement ptes, par certains nombres

bres à ce plus aptes & idoines que les autres, tellement que si l'on entreprenoit les mesmes choses par des autres nombres ce ne seroit sans grandement augmenter le nombre des characteres; & pour exemple soit proposé d'expliquer par des rationaux la raison des segmens de la ligne coupée en la moyenne & extreme raison, soit faicte une telle progression 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, &c. dont chasque nõbre soit egal aux deux precedens, alors deux nombres pris immediatemẽt denotteront la mesme raison, comme 5 à 8 ou 8 à 13 &c. & tant plus grands, tant plus pres, comme ces deux 594759 86 & 962341 55, tellement que 13, 13, 21 constituent assez precisement un triangle isoscele les ayant l'angle du pentagone; Item pour l'extraction de la racine quarrée des nombres non quarrez, comme la racine de 2 est $\frac{577}{408}$, voulez vous plus pres $\frac{1393}{985}$; & ainsi en l'infini comme on pourroit prendre des si grands nõbres qu'on voudroit; la racine de 10 est $3\frac{33333}{105776}$, biẽ pres, car son quarré est $\frac{1}{10\,\text{⑩}\,92\,\text{⑥}\,5\,\text{⑧}\,176}$ trop, qui est une chose de nulle estime, comme d'autre coste en la disme le quarré de 1635742 18751 ⑦ est tresprés de 2675652504 ①, mais combien s'enfaut il? seulement $1\frac{\text{⑩}}{\text{⑩}}$, en somme la maniere de remettre en petits nombres une raison explicquée par grands nombres, & ayans tresprés la mesme vigueur, & sous un mesme genre, cõme le, 7 à 22 d'Archimedes, & pour ne point passer les limites nous mettrõs icy la fin, advertissant le lecteur qu'il ne se mescontente s'il n'a trouvé des fleurs de Retorique en un Iardin là ou le chãp du discours n'a nullement esté labouré, laissant les mesmes là ou on les doibt cercher.

Fin de vi livres de Diophante d'Alexandrie.

TABLE DES CHOSES PRINCIPALES DE LA precedente Arithmetique, selon l'ordre qu'elles sont descriptes.

Le premier livre d'Arithmetique des definitions. Fol. 1

Premiere partie des definitions de l'Arithmetique & des nombres Arithmetiques. 1

Premiere definition de l'Arithmetique. 1

Seconde definition du nombre en general. 1

Que l'unité est nombre. 1

3. 4. 5. *Des characteres par lesquelles on denote les nombres, & de leurs significations.* 3

6. *Du nombre Arithmetique.* 3

7. *Du nombre entier.* 3

8. *Des nombres entre eux premiers.* 3

9. *Des nombres entre eux composez.* 3

10. *Du nombre rompu.* 3

11. *Du numerateur de rompu.* 3

12. *Du nominateur de rompu.* 4

13. *Du rompu premier.* 4

Seconde partie des definitions des nombres Geometriques. 4

Description du foudament des nombres Geometriques. 4

14. *Definition de commencement de quantité.* 5

15. *De prime quantité.* 5

16. *De seconde quantité.* 5

17. *De tierce quantité.* 5

18. *De quarte quantité, & autres ensuyvantes.* 5

Que dignitez ou denominateurs des quantitez ne sont pas necessairement nombres entiers, mais potentiellement nombres rompuz & nombres radicaux quelconques. 6

19. *Du nombre algebraique entier.* 6

20. *Du nombre algebraique rompu.* 6

21. *Des quantitez entre elles premieres.* 6

22. *Des quantitez entre elles composez.* 6

23. *Du rompu algebraique premier.* 6

24. *Des quantitez continues en l'ordre.* 6

25. *De la superieure quantité.* 6

26. *Du multinomie algebraique.* 6

27. *Des quantitez primitives & derivatives.* 6

28. *Des postposées quantitez.* 7

29. *De la racine.* 7

Que racine est vocable convenable à l'are. 7

30. *Des racines de racines.* 7

31. *Du nombre Geometrique.* 8

Que nombres quelconques peuvent estre nombres quarrez, cubiques, &c. Item que racine quelconque est nombre. 8

Que la quinte quantité ne se doibt point nommer surfolidum ou plus long d'un costé. 9

Qu'il n'y a nulz nombres absurds, irrationels, irreguliers, inexplicables, ou sourds. 9

De la difference entre prime quantité & racine. 10

32. *Des racines algebraiques.* 10

33. *De la signification du nombre devant ou derriere la marque de quantité.* 10

34. *Du signe de separation entre le nombre radical & la quant.* 10

35. *Que toute quantité s'appelle la potence de sa racine.* 11

36. *Des signes de plus & moins.* 11

37. *Des nombres conmensurables.* 11

38. *Des nombres incommensurables.* 11

39. *Du multinomie radical en general.* 11

40. *Du binomie & trinomie radical, &c.* 11

41. *Du nom de multinomie.* 11

42. *Du multinomie conjoinct.* 12

43. *Du multinomie disjoinct.* 12

44. *Du multinomie en partie conjoinct & en partie disjoinct.* 12

45. 46. 47. 48. 49. 50. 51. 52. 53. 54. 55. 56. *des douze especes des binomies.* depuis 12. à 13

57. *Du binomie conjoinct & disjoinct respondants.* 14

Troisiesme partie des definitions, des effects des nombres procedans de leur comparaison, qui est de la raison, & proportion Arithmetique, & de leurs dependances. 14

58. *Definition du terme Arithmetique.* 14

59. *De la raison Arithmetique.* 14

60. *De la raison binaire, ternaire, &c.* 15

61. *De la raison d'egalecé.* 15

62. *De la raison d'inegaleté.* 15

63. *De la raison commensurable.* 15

64. *De la raison d'inegaleté majeure.* 15

65. *De la raison superparticuliere.* 15

66. *De la raison superpertiente.* 15

67. *De la raison multiple.* 15

68. *De la raison multiple superparticuliere.* 15

69. *De la raison multiple superpartiente.* 15

70. *De la raison d'inegaleté mineure.* 15

71. *De la raison incommensurable.* 15

72. *De la raison transformée.* 15

73. *De la raison renverse.* 15

74. *De la raison perturbée.* 16

75. *Des raisons egales.* 16

76. *De la proportion.* 16

77. *De la proportion binaire, ternaire, &c.* 16

78. *De la proportion continue.* 16

79. *De la proportion discontinue.* 16

80. *Des termes homologues.* 16

81. *De la proportion transformée.* 16

82. *De la proportion renverse.* 17

83. De la proportion alterne. 17
84. De la proportion perturbée. 17
85. De la multiple raiſon qu'il y a de la comparaiſon du premier terme au troiſieſme & à chaſcun des ſuyvans, à la comparaiſon du premier au ſecond. 17
Quatrieſme partie des definitions, des effects des nombres procedans de leur computation rationelle, comme Ajouſtrr, Soubſtraire, Multiplier, & Diviſer, & leurs dependances. 17
86. Definition de l'Ajouſter. 17
87. Des nombres à ajouſtrr. 17
88. De la ſomme. 17
89. Du ſoubſtraire. 17
90. Du nombre duquel on ſoubſtraict. 17
91. Du nombre à ſoubſtraire. 17
92. De la reſte. 17
93. Du multiplier. 17
94. Du nombre à multiplier. 18
95. Du multiplicateur. 18
96. Du produict. 18
97. Du diviſer. 18
98. Du nombre à diviſer. 18
99. Du diviſeur. 18
100. Du quotient. 18
Cinquieſme partie des definitions, des effects des nombres procedans de leur computation proportionelle. 18
101. Definition de la reigle de trou. 18
102. De la reigle de proportionelle partition. 18
103. De la reigle des faux. 18
De la ſignification des vocables, Probleme, Theoreme, & Hypotheſe. 18
Briefue collection des propres characteres qu'on uſera en ceſte Arithmetique. 19
Le ſecond livre d'Arithmetique de l'operation. 20
Premiere partie de l'operation des nombres Arithmetiquès. 20
Premiere diſtinction des quatre numerations des nombres Arithmetiques entiers. 20
1 2 3 4 probleme de leur { Addition. 20; Soubſtraction. 20; Multiplication. 20; Diviſion. 21
Seconde diſtinction des quatre numerations des nombres Arithmetiques rompus & d'autres cõputations à icelles appartenãtes. 21
5 6 7 8 9 10 11 12 13 probleme de leur { Invention de la plus grande commune meſure. 21; Invention du premier rompu. 21; Invention d'un rompu egal à entier & rõpu donné. 22; Invention des unitez qu'il y a en un rompu donné. 22; Reduction à un commun denominateur. 22; Addition. 22; Soubſtraction. 22; Multiplication. 23; Diviſion. 23
Troiſieſme diſtinction de la reigle de trois des nombres Arithmetiques. 24
14. Probleme de trois termes donnez, trouver le quatrieſme proportionel. 24
Quatrieſme diſtinction de la reigle de proportionelle partition des nombres Arithmetiques. 24
15. Probleme de la partition d'un nombre Arithmetique donné en parties proportionelles à nombres donnez. 24
Cinquieſme diſtinction de la reigle de faux des nombres Arithmetiques. 24
16. Probleme d'une fauſſe poſition. 24
17. Probleme de deux fauſſes poſitions. 25
Seconde partie de l'operation des nombres radicaux. 25
Premiere diſtinction des extractions des racines des nombres ſimples. 25
18. Probleme des extractions des racines des nombres ſimples. 25
Deuxieſme diſtinction des quatre numerations, de racines entieres ſimples, & d'autres computations à icelles appartenantes. 32
19 20 21 22 23 24 25 probleme de leur { Reduction en racines d'une meſme eſpece. 32; Invention de commenſurance ou incommenſurance. 32; Invention de raiſon. 33; Multiplication. 33; Diviſion. 34; Addition. 35; Soubſtraction. 37
Troiſieſme diſtinction des quatre numerations de multinomies radicaux entiers. 39
26 27 28 29 probleme de leur { Multiplication. 40; Diviſion. 40; Addition. 41; Soubſtraction. 41
Quatrieſme diſtinction des quatre numerations de multinomies radicaux rompuz. 42
30 31 32 33 34 probleme de leur { Multiplication. 42; Diviſion. 42; Addition. 42; Soubſtraction. 42; Invention du maieur. 43
Cinquieſme diſtinction de l'invention des douze eſpeces de binomies & autres computations y appartenantes. 43
35. 36. 37. Des inventions de quelques deux nombres ſervans à la conſtruction du probleme ſuivant. 43
38. De l'invention des douze eſpeces de binomies. 43
Sixieſme diſtinction des extractions des racines de multinomies radicaux. 44
39. Probleme des extractions de racines des multinomies radicaux. 44
Septieſme diſtinction des quatre numerations des racines de multinomies radicaux. 50
40 41 42 43 Probleme de leur { Multiplication. 50; Diviſion. 50; Addition. 50; Soubſtraction. 51
Huictieſme diſtinction de la reigle de trois des nombres radicaux, & de l'invention de moyens proportionels. 51
44 Probleme de leur invention de quatrieſme terme proportionel. 51
45 De l'invention des moyens proportionels. 52
Neufieſme diſtinction de la reigle de proportionelle partition des nombres radicaux. 52
46 Probleme de la partition d'un nombre radical donné, en parties proportionelles a nombres donnez. 52
Dixieſme diſtinction de la reigle de faux des nõbres radicaux. 52
47 Probleme d'une fauſſe poſition. 52
48 Probleme de deux fauſſes poſitions. 52
Troiſieſme partie de l'operation des nombres Algebraiques. 53
Premiere diſtinction des quatre numerations des nombres Algebraiques entiers. 53
49 50 51 52 probleme de leur { Muleiplication. 54; Diviſion. 54; Addition. 55; Soubſtraction. 55
Deuxieſme diſtinction des quatre numtrations des nõbres Algebraiques rompuz, & d'autres cõputations à icelles appartenãtes. 56
53 54 55 56 57 58 59 60 probleme de leur { Invention de la plus grande commune meſure. 56; Invention du premier rompu. 56; Invention d'un rompu egal à entier & rõpu donné. 56; De leur reduction à un commun denominateur. 56; Multiplication. 57; Diviſion. 57; Addition. 57; Soubſtraction. 57

Troiſieſme diſtinction des extractions de racines des nombres Algebraiques. 57

61 Probleme des extractions de racines des nombres Algebraiques. 57

Quatrieſme diſtinction des quatre numerations des poſtpoſees quantitez. 60

62 63 64 65 } probleme de leur { Multiplication. 60 / Diviſion. 60 / Addition. 61 / Soubſtraction. 61

Cinquieſme diſtinction de la reigle de trois des quantitez. 61

Aux problemes de ceſte diſtinction, precedent 10 reigles de la reduction. 63

66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 } Probleme de l'invention de quatrieſme terme proportionel eſtant le premier { 1 ① / ① / ② / ③ / ④ / ⑤ / ⑥ / ⑦ / ⑧ / ⑨ / ⑩ } & le ſecond { ⓪ 65 / ⓪ 66 / ①⓪ 66 / ①⓪ 70 / ②⓪ 74 / ②①⓪ 78 / ①⓪ 81 / ②①⓪ 82 / ③⓪ 83 / ③①⓪ 85 / ③②⓪ 86 / ③②①⓪ 87

78 Probleme de l'invention du quatrieſme terme proportional, eſtans le premier & ſecond quelques quantitez derivatives des primitives compoſez de ④③②①⓪. 89

79 Probleme de l'invention du quatrieſme terme proportionel, eſtant le premier poſtpoſée quantité de ſimple nom, point multipliée ou diviſée, le ſecond de poſitives quantitez quelconques, le troiſieſme poſtpoſée quantité de la meſme progreſſion que celle du premier terme. 90

80. Probleme de l'invention du quatrieſme terme proportionel, eſtant le premier poſitive quantité quelconque multipliée ou diviſée par poſtpoſée. Le ſecond de poſitives quantitez quelconques. Le troiſieſme de la meſme progreſſion que la poſtpoſée quantité du premier terme. 90

Sixieſme diſtinction de la reigle de faux des nombres algebraiques, dicte algebre. 93

81. Probleme de la reigle d'Algebre. fol. 93. declarée par 27 exemples, & par les ſix premiers livres de Diophante; dont le premier commence fol. 103. & contient 43. queſtions. Le ſecond, fol. 113. & contient 36. queſtions. Le troiſieſme, fol. 113. & contient 24. queſtions. Le quatrieſme, fol. 133. & contient 46. queſtions. Le cinquieſme commence fol. 153. & contient 33. queſtions. Le ſixieſme commence fol. 163. & contient 26. queſtions.

TABLE
DES CHOSES PRINCIPALES DE LA precedente Arithmetique ſelon l'ordre de l'ABC.

A.

Aiouſter quoy 17
Ajouſter nombres Arithmetiques entiers. 10
Ajouſter nombres Arithmetiques rompuz. 12
Ajouſter racines ſimples. 35
Ajouſter multinomies radicaux entiers. 41
Ajouſter multinomies radicaux rompuz. 42
Ajouſter racines de multinomies radicaux. 50
Ajouſter nombres Algebraiques entiers. 55
Ajouſter nombres Algebraiques rompuz. 57
Ajouſter poſtpoſées quantitez. 61
Arithmetique quoy. 1

B.

Binomie & trinomie radical, &c. quoy. 11
Binomie conjoinct & diſioinct reſpondans. 14
Briefve collection des propres characteres qu'on uſera en ceſte Arithmetique. 19

C.

Cinquieſme livre de Diophante. 153
Commencement de quantité quoy. 5
Commenſurance ou incommenſurance des nombres ſe trouve. 32
Commune meſure des nombres Arithmetiques ſe trouve. 21
Commune meſure des quantitez ſe trouve. 56

D.

Difference entre prime quantité & racine. 10
Diviſer quoy. 18
Diviſer nombres Arithmetiques entiers. 21
Diviſer nombres Arithmetiques rompuz. 23
Diviſer racines ſimples. 34
Diviſer multinomies radicaux entiers. 40
Diviſer multinomies radicaux rompuz. 42
Diviſer racines de multinomies radicaux. 50
Diviſer nombres algebraiques entiers. 54
Diviſer nombres algebraiques rompuz. 57
Diviſer poſtpoſees quantitez. 60
Diviſeur quoy. 18
Douze eſpeces de binomies quoy. depuis 12. à 13. Leurs conſtructions. 43

E.

Extraire racines. 25
Extraire racines de multinomies radicaux. 44
Extraire racines algebraiques. 57

F.

Fondament des nombres Geometriques. 4

H.

Hypotheſe quoy. 19

I.

Invention de la plus grande commune meſure des nombres Arithmetiques. 21
Invention du premier rompu Atithmetique. 21
Invention d'un rompu egal à entier & rompu donné. 32
Invention des unitez qu'il y a en un rompu donné. 32
Invention de commenſurance ou incõmenſurance. 32
Invention de la raiſon de racines. 33
Invention du majeur multinomie. 43
Invention des douze eſpeces de binomies. 43

Inven-

Invention de la plus grande commune meſure des nombres algebraiques. 56
Invention du premier rompu des nombres algebraiques. 56
Invention d'un rompu egal à entier & rompu donné en nombres algebraiques. 56
Inventeurs des reigles de trois algebraiques. 62
Imperfection de la premiere difference du 69 probleme. 75

M.

Majeur multinomie radical ſe trouve. 43
Moyens proportionnels ſe trouve. 52
Multinomie algebraique quoy. 6
Multinomie comme binomie, trinomie, &c. quoy. 51
Multinomie conjoinct quoy. 12
Multinomie diſioinct quoy. 12
Multinomie en partie conjoinct & en partie diſioinct. 12
Multinomie radical quoy. 11
Multiplicateur quoy. 58
Multiplier quoy. 57
Multiplier nombres Arithmetiques entiers. 20
Multiplier nombres Arithmetiques rompuz. 23
Multipliet racines ſimples. 33
Multiplier multinomies radicanx entiers. 40
Multiplier multinomies radicaux rompuz. 42
Multiplier racines de multinomies radicaux. 50
Multiplier nombres algebraiques entiers. 54
Multiplier nombres algebraiques rompuz. 57
Multiplier poſtpoſees quantitez. 60

N.

Nombre en genetal quoy. 5
Nombre Arithmetique quoy. 3
Nombre entiet quoy. 3
Nombres entre eux premiers quoy. 3
Nombres entre eux compoſez quoy. 3
Nombre rompu quoy. 3
Nombre geometrique quoy. 8
Nombres quelconques peuvent eſtre nombres quartez, cubiques, &c. Item racine quelconque eſt nombre. 8
Nombre algebraique entier quoy. 6
Nombre algebraique rompn quoy. 6
Nombres commenſurables quoy. 11
Nombres iocommenſurables quoy. 11
Nombre à ajouſter quoy. 17
Nombre duquel quoy. 17
Nombre à ſoubſtraire quoy. 17
Nombre à multiplier quoy. 58
Nombre à diviſer quoy. 18
Nom de multinomie quoy. 11
Nominateur de rompu quoy. 4
Numerateur de rompu quoy. 3
Nuls nombres ſont abſurds irrationels inexplicables ou ſours. 9

O.

ORigine de la conſtruction d'extraction de racine des douze binomies. 147
Origine d'extraction de racine quarrée de multinomie. 48. 49.
Origine d'exrtaction de racine algebraique. 57
Origine de la conſtruction de l'invention du valeur de s① quand ② eſt egale à ①◎. fol. 69. Item quand ③ eſt egale à +①+◎. fol. 72. Item quand ③ eſt egale à —③+◎. fol. 72. Item quand ③ eſt egale à +①—◎. fol. 73. Item quand ③ eſt egale à ③◎. fol. 76. Item quand ③ eſt egale à ②①◎. fol. 80. Item quand ④ eſt egale à ①◎. fol. 82. Item quand ④ eſt egale à ②①◎. 83. Item quand ④ eſt egale à ③◎. fol. 84. Item des quantitez derivatives. fol. 89. Item des poſtpoſees quantitez. 91

P.

PLus grande commune meſure des nombres Arithmetiques ſe trouve. 25
Potence de nombre quoy. 15
Premier livre de Diophante. 103
Premier tompuſe trouve. 21
Probleme quoy. 18
Produict quoy. 58
Proportion quoy. 56
Proportion binaire, ternaire, &c. quoy. 16
Proportion continue quoy. 16
Proportion diſcontinue quoy. 16
Proportion transformée quoy. 16
Proportion renverſée quoy. 17
Ptoportion alterne quoy. 17
Proportion perturbée quoy. 17

Q.

QUinte qnantité ne ſe doibt point nommer ſurſolidum ou plus long d'un coſté. 9
Quantité prime, ſeconde, tierce, &c. quoy. 5
Quantitez entre elles premieres quoy. 6
Quantitez entre elles compoſees quoy. 6
Quantitez continues en l'ordre quoy. 6
Quantité ſuperieure quoy. 6
Quantitez primitives quoy. 6
Quantitez derivatives quoy. 6
Quantitez poſtpoſees quoy. 7
Quorient quoy. 58
Quarré de double egaleté quoy. 514
Quatrieſme livre de Diophante. 533
Quatrieſme proportionel de nombres Atirhmetiques ſe trouve. 24
Quatrieſme proportionel des nombres radicaux ſe trouve. 51
Quatrieſme proportionel des nombres algebraiques ſe trouve. depuis 61. à 90

R.

RAcine de quantité quoy. 7
Racine eſt vocable convenable à l'art. 7
Racine de racine quoy. 7
Racine algebraique quoy. 10
Raiſon Arithmetique quoy. 14
Raiſon binaire, ter naire, &c. quoy. 15
Raiſon d'egaleté quoy. 15
Raiſon d'inegaleté quoy. 15
Raiſon commenſurable quoy. 15
Raiſon d'inegaleté majeure quoy. 15
Raiſon ſuperparticuliere quoy. 55
Raiſon ſuperpartiente quoy. 15
Raiſon mulriple quoy. 55
Raiſoo mulriple ſuperparticuliere quoy. 55
Raiſon multiple ſuperpartiente quoy. 15
Raiſoo de moindre inegaleté quoy. 55
Raiſon incommenſurable quoy. 15
Raiſon rtansformée quoy. 15
Raiſon renverſée quoy. 15
Raiſon perturbée quoy. 56
Raiſons egales quoy. 16
Raiſon des racines ſe trouve. 33
Reduction algebraique. 62
Reduire diverſes fractions Arithmetiques à un commun denominateur. 22

Reduire diverſes fractions algebraiques à un commun denominateur. 56
Reduire diverſes eſpeces de racines en une meſme eſpece. 32
Reigle de trois quoy. 18
Reigle de trois des nombres Arithmetiques. fol. 24. & des nombres radicaux. fol. 31. & des nombres algebraiques. depuis 61. à 90
Reigle de proportionelle partition quoy. 18
Reigle de proportionelle partition des nombres Arithmetiques fol. 24. & des nombres radicaux. 51
Reigle des faux quoy. 18
Reigle des faux des nombres Arithmetiques. fol. 24. Des nombres radicaux. fol. 25. Des nombres algebraiques. depuis 93. à 152
Reſte quoy. 17
Rompu Arithmetique quoy. 3
Rompu Arithmetique premier quoy. 4
Rompu algebraique quoy. 6
Rompu Algebraique premier quoy. 6

S.

SEcond livre de Diophante. 113
Signification des vocables Probleme Theoreme Hypotheſe. 18
Signification du nombre devant ou derriere la marque de quantité. 10
Signe de ſeparation entre le nombre radical & la quantité. 10
Signes de plus & moins. 11
Six premiers livres d'Algebre de Diophante d'Alexandrie. 102
Sixieſme livre de Diophanté. 163
Somme quoy. 17
Soubſtraire quoy. 17
Soubſtraire nombres Arithmetiques entiers. 20
Soubſtraire nombres Arithmetiques rompuz. 22
Soubſtraire racines ſimples. 37
Soubſtraire multinomies radicaux entiers. 41
Soubſtraire multinomies radicaux rompuz. 42
Soubſtraire racines de multinomies radicaux. 51
Soubſtraire nombres algebraiques entiers. 55
Soubſtraire nombres Algebraiques rompuz. 57
Soubſtraire poſtpoſées quantitez. 61
Solutions qu'on peut faire par moins. 77

T.

TErme Arithmetique quoy. 14
Termes homologues quoy. 16
Theoreme quoy. 18
Theoremes de la ſeconde partie de l'operation ſont. 31. 35. 37. 39. 40. 41. 51. & de la troiſieſme partie. fol. 53. 54. 70. 91. 92. 93. Et du premier livre de Diophante. 106. 109. & du troiſieſme livre de Diophante. 124. 128. 129. 130. 131. 132. & du quatrieſme livre de Diophante. 137. 141. 145. 146. 147. 148. 149. 151. & du cinquieſme livre de Diophante. 154
Toute quantité s'appelle la potence de ſa racine. 11
Troiſieſme livre de Diophante. 123

V.

VNité eſt nombre. 1
Vnitez qu'il y a au rompu donné, ſe trouvent. 22

FIN DE LA TABLE.

LA PRACTIQVE D'ARIHMETIQVE

De Simon Stevin de Bruges.

AV LECTEVR.

Veu que l'efficace de l'ordre des disciplines eſt telle, que l'on apprent par icelle facilement & à plaiſir, ce qui autrement ne ſe faict qu'à grand labeur & ennuy; dequoy nous avons traicté en general en noſtre Dialectique; Il m'a ſemblé bon de dire icy en particulier de l'ordre de la Practique d'Arithmetique.

Or comme il eſt notoire par l'experience des autres facultez, comme és Droicts, Medicine, &c. que la Practique n'eſt pas le premier auquel doibt commencer l'apprentif; Mais à quelques fondamens generaux; ſans leſquels il beſoigneroit touſiours a taſtons, & jugeroit comme l'aueugle des coleurs, ſans pouvoir effectuer choſe digne de loüange: Ainſi faut il entendre le meſme de ceſte Practique d'Arithmetique; à ſçavoir qu'elle n'eſt pas le premier, auquel il doibt commencer; mais à ce qui eſt le fondament ſervant generalement à toutes operations, qui ſe rencontrent en icelle. Quant à ce qu'il en eſt aucuns d'autre opinion; leſquels (ignoraus la Nature & vertu de l'ordre) preunent pour argument, que l'on faict ainſi double utilité, à ſçavoir, qu'on n'apprent pas ſeulement les computations des nombres, mais encore l'uſage des matieres auſquelles ils ſont appliquez: Certes ſi on le conſidere bien, cela ſe trouvera pluſtoſt double dommage, & autant comme ſi quelcun diſt, qu'il ſeroit utile a l'apprentif de Grammaire, d'apprendre quant & quant l'uſage d'icelle; cõme Dialectique, Rhetorique, ou quelques autres Facultez. Voyez encore qu'elles abſurditez s'enſuivent, quant quelcun apprent premieremẽt l'Addition de Livres, Solz & Deniers devant la Diviſion, la ou il faut diviſer la ſomme des deniers par 12. laquelle diviſion il ignore, & l'apprendra (veu que la Soubſtraction & Multiplication precedent) quelque temps apres: Ce qui ſont tenebres ſi obſcures pour leſdicts Apprentifs, qu'ils perdent ſouvent le courage & l'eſpoir de pouvoir comprendre la reſte. Pour doncques eviter ceſte & ſemblables abſurditez, il convient ſuivre la nature comme Guide aſſeurée, apprennant (comme deſſus eſt dict) premierement les fondamens generaux, qui ſont de nombres purs, abſtraicts de toutes matieres; leſquels nous avons deſcript ſelon noſtre pouvoir aux livres precedens. Mais veu que le but de pluſieurs perſonnes, n'eſt point de s'occuper es profondes ſpeculations Algebraiques, ains ſeulement en ce qui leur peut ſervir à leur traffique ou affaires; Tels (avant que venir à ceſte Practique) apprendront la premiere partie du precedent ſecond livre, comprennant ſeulement 17 petits & faciles Problemes; leſquels bien entenduz, l'on ſe trouvera muni d'un fondament, ſervant generalement pour l'expedition des conſtructions, qui ſe rencontrent en la Practique: De ſorte que le tout ne luy ſemblera que repetition des precedens.

Voyla, amy Lecteur, ce que nous voulions dire de ceſt ordre; ſi le trouvez entierement bon, vous le pouvez du tout ſuivre; ſinon, cueilles en le meilleur que vous pourrez; ou en faictes comme bon vous ſemblera, prennant de bonne part noſtre petit avertiſſement, & grande affection, touſiours inclinée pour vous faire ſervice.

ARGVMENT.

NOus diviſons la Practique d'Arithmetique en deux parties, à ſçavoir en Computations Rationelles (comme Ajouſter, Soubſtraire, Multiplier, & Diviſer) & Proportionelles. Des Rationelles, nous expliquerons celles d'argent, & des Raiſons. Des proportionelles la reigle de Trois, de Cincq, de Compagnie, d'Alligation, d'Intereſt, & des Faux. Ce que nous comprendrons autre fois pour plus grande evidence en telle Table:

Ceſte Practique d'Arithmetique a deux parties.	Computations Rationelles.	d'Argent.
		Des Raiſons.
	Proportionelles: la reigle de	Trois.
		Cincq.
		Compaignie.
		Alligation.
		Intereſt.
		Faux.

Et à la fin nous deſcrirons encore deux particuliers traictez. L'un de la Diſme, qui ſe pourroit dire par autre nom, *La Practique des Practiques*. L'autre des Incommenſurables Grandeurs.

PREMIERE PARTIE
DE LA
PRACTIQVE
D'ARITHMETIQVE DES QVATRE COMPVTATIONS RATIONELLES.

Premiere diſtinction des quatre computations d'Argent.

ENTRE les diverſes eſpeces d'argent, qui ſont quaſi infinies, il y a une pour l'heure par Europe la plus generale, à ſçavoir de Livres, Sols, & Deniers. Et combien que la livre d'un païs eſt inegale à celle d'un autre, car d'autre veleur eſt la livre de Flandres, d'autre celle de Venize, de France, d'Angleterre, &c. Toutesfois telle raiſon qu'il y a de la livre à ſon ſolz, & du ſolz à ſon denier de l'un païs, la meſme y a il en chaſcun. Car tout ſolz eſt la vingtieſme part de ſa livre; & tout denier la douzieſme de ſon ſolz; d'ou s'enſuit que leur maniere de computation eſt par tout la meſme. nous prendrons doncques pour noz exemples ladicte plus generale eſpece, les computations de laquelle eſtant bien entendues, ſemblables computations ſeront auſſi notoires en eſpeces d'argent quelconques.

De l'addition d'argent.

PROBLEME I.

ESTant données diverſes parties d'argent: Trouver leur ſomme.

Explication du donné. Soyent les parties d'argent données telles 22 ℔ 15 ß 8 ₰ & 27 ℔ 18 ß 11 ₰ & 34 ℔ 17 ß 10 ₰. *Explication du requis.* Il faut trouver leur ſomme. *Conſtruction.* On diſpoſera les parties données comme cy deſſoubs. Puis commençant aux deniers, on ajouſtera 10 & 11 & 8 font 29 ₰, leſquels diviſez par 12 (par 12 parce que 12 ₰ vallent 1 ß) donnent quotient 2 ß 5 ₰.

℔	—	ß	—	₰
22	.	15	.	8
27	.	18	.	11
34	.	17	.	10
85	.	12	.	5

Puis on mettra les 5 ₰ ſoubs les deniers, & on ajouſtera les 2 ß avec les autre ſolz, & monteront en tout 52 ß, leſquels diviſez par 20 (par 20 parce que 20 ß vallent 1 ℔) donnent quotient 2 ℔ 12 ß. Puis on mettra les 12 ß deſſoubs les ſols, & les 2 ℔ s'ajouſteront avec les autres livres, qui monteront enſemble (par le 1 probleme de l'Arithmetique) 85 ℔.

Je di, que 85 ℔ 12 ß 5 ₰ ſont la ſomme requiſe, dont la demonſtration eſt manifeſte par la demonſtration dudict premier probleme de l'Arithmetique.

NOTA. S'il y euſt en l'argent à ajouſter des rompuz, comme par exemple 2 ß $3\frac{1}{3}$ ₰, & 3 ß $4\frac{2}{3}$ ₰, On ajouſtera les rompuz $\frac{1}{3}$ & $\frac{2}{3}$, par le 10e. probleme de l'Arithmetique feront $\frac{3}{6}$ ₰, & toute la ſomme ſera 5 ß $7\frac{3}{6}$ ₰. Et ainſi d'autres ſemblables.

COROLLAIRE.

L'addition de toutes autres eſpeces d'argent, eſt notoire par le precedent. Prenons pour exemple Ducatz, Reaux (deſquels les 11 font un ducat) & Maravedis (deſquels les 34 font un real) en ceſte maniere:

La ou la ſomme de Maravedis ſe diviſoit par 34, donnant quotient 2 reaux, reſtant 20 Maravedis, leſquels 2 reaux comptez avec les autres, font 29, leſquels diviſez par 11, donnent quotient 2 ducats, reſtant 7 reaux, leſquels 2 ducats comptez avec les autres font 1504 ducatz, de ſorte que la deſirée ſomme eſt 1504 Ducatz, 7 Reaux, 20 Maravedis.

Duc.		Rea.		Mar.
235	.	9	.	27
583	.	10	.	29
684	.	8	.	32
1504	.	7	.	20

Et ſemblablement eſt manifeſte par les precedens, l'addition d'eſpeces de manere quelconque. Par exemple de pois, comme livres & onces, deſquelles les 16 font une livre, dont l'exemple s'en peut donner ainſi:

La ou la ſomme des onces 39, ſe diviſe par 16, donnant quotient 2 ℔, & reſtant 7 onces, leſquels 2 ℔ comprez avec les autres, font enſemble 123 ℔, de ſorte que la ſomme requiſe eſt 123 ℔ 7 onces. Et ainſi de tous autres.

Livres		Onces
23	.	13
42	.	11
56	.	15
123	.	7

Concluſion. Eſtant doncques donnees diverſes parties d'argent. Nous avõs trouvé leur ſomme; ce qu'il falloit faire.

De la ſoubſtraction d'argent.

PROBLEME II.

ESTant donnée partie d'argent de laquelle on ſoubſtraict & partie d'argent à ſoubſtraire: Trouver leur reſte.

Explication du donné. Quelcun doibt 78 ℔ 17 ß 5 ₰, ſur quoy il a payé 24 ℔ 19 ß 8 ₰. *Explication du requis.* Il faut trouver combien qu'il doibt encore de reſte. *Conſtruction.* On mettra les nombres donnez en ordre comme cy deſſoubs. Puis pour lever 8 ₰ de 5 ₰, par ce qu'il eſt impoſſible, on empruntera 1 ß des 17 ß, qui vaut 12 ₰, leſquels ajouſtez aux 5 ₰, font 17 ₰, des meſmes ſoubſtraicts 8 ₰, reſtent 9 ₰, leſquels on mettra ſoubs les deniers; Puis pour lever 19 ß de 16 ß, (nous diſons de 16 ß, par ce que des 17 ß à eſté emprunté 1 ß) par ce qu'il eſt impoſſible, on empruntera 1 ℔ des 8 ℔, qui vaut 20 ß, leſquels ajouſtez aux 16 ß font 36 ß, des meſmes ſoubſtraicts 19 ß, reſtét 17 ß, leſquels on mettra ſoubs les ſols.

℔	.	ß	.	₰
78	.	17	.	5
24	.	19	.	8
53	.	17	.	9

Puis venant aux livres on dira 4 de 7 (nous diſons 4 de 7, par ce que des 8 ℔ à eſté emprunté 1 ℔) reſte 3 ℔, & 2 de 7 reſte 5. Je di, que 53 ℔ 16 ß 9 ₰ eſt la reſte requiſe, dont la demonſtration eſt manifeſte par celle du ſecond probleme de l'Arithmetique.

Concluſion. Eſtant doncques donnée partie d'argent de laquelle on ſoubſtraict, & partie d'argent à ſoubſtraire, nous avons trouve la reſte; Ce qu'il falloit faire.

NOTA. S'il y euſt en l'argent donné des rompuz, comme par exemple 5 ß $2\frac{2}{3}$ ₰ à ſoubſtraire de 12 ß $4\frac{3}{5}$ ₰, on ſoubſtraira $\frac{1}{3}$ ₰ de $\frac{2}{3}$ ₰ par le 11 probleme de noſtre Arithmetique, & reſtera $\frac{2}{10}$ ₰, & la reſte ſera 7 ß 2 $\frac{2}{10}$ ₰, & ainſi d'autres ſemblables.

De

De la multiplication d'Argent.

PROBLEME III.

Estant donné argent à multiplier & multiplicateur: Trouver leur produict.

Explication du donné. Soit donné argent à multiplier 23 ℔ 3 ß 2 ₰ & multiplicateur 5. *Explication du requis.* Il faut trouver leur produict. *Construction* 1.

On convertira premierement tout l'argent donné en deniers, en ceste sorte:

	23 ℔ 3 ß 2 ₰
	20
	463 ß
	12
	926
	4632
	5558 ₰
	5
	27790 ₰

On multipliera 23 ℔ par autant, qu'il y a des solz en 1 ℔ qui est par 20, monte (par le 3 probleme de nostre Arithmetique) 460 ß, ausquels ajoustez les 3 ß donnez, font 463 ß, les mesmes multipliez par autant qu'il y a des deniers en 1 ß, qui est par 12, font 5556 ₰, & aux mesmes ajoustez 2 ₰ donnez, font pour tout l'argent donné, & convertien deniers 5558. Puis on multipliera les mesmes par le multiplicateur donné 5, faict 27790 ₰. Mais comment on pourra autre fois convertir ces 27790 ₰ en livres & solz, il sera demonstré à la 2 note, du quatrieſme probleme suyvant.

Je di que 27790 ₰ est le produict requis, dont la demonstration est manifeste par celle du 3 probleme de l'Arithmetique. *Construction* 2. L'on pourroit autrement multiplier 2 ₰ par 5 font 10 ₰ puis 3 ß par 5 font 15 ß puis 23 ℔ par 5 font 11 ℔ de sorte que 115 ℔ 15 ß 10 ₰ seroit le produict requis vallant le mesme que le produict cy dessus 27790 ₰. *Conclusion.* Estant doncques donné argent à multiplier, & multiplicateur: Nous avons trouvé leur produict; Ce qu'il falloit faire.

NOTA. S'il y euſt aux donnez des rompuz, comme par exemple 3 ß 8 $\frac{1}{3}$ ₰ à multiplier par 2 $\frac{1}{3}$, on convertira les 3 ß 8 ₰ en deniers, par le 3 probleme cy dessus, font (avec le $\frac{1}{3}$ ₰) 44 $\frac{1}{3}$ ₰. Puis on multipliera 44 $\frac{1}{3}$ par 2 $\frac{1}{3}$ font (par le 12 probleme de l'Arithmetique) pour le requis 110 $\frac{1}{6}$ ₰, Et ainsi des autres semblables.

De la division d'Argent.

PROBLEME IV.

Estant donné argent à diviſer, & diviſeur: Trouver leur quotient.

Explication du donné. Soit donné argent à diviſer 13 ℔ 7 ß 8 ₰ & diviſeur 5. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Construction* 1. On reduira les 13 ℔ 7 ß 8 ₰ tous en deniers, par la maniere du precedent 3 probleme, font 3212 ₰; les mesmes diviſez par le diviſeur 5, donne quotient (par le 4. probleme de l'Arithmetique) 642 $\frac{2}{5}$ ₰. Mais comment on pourra autrefois reduire ces 642 $\frac{2}{5}$ ₰ en livres solz & deniers, sera declaré à la 2. note cy dessoubs.

Je di que 642 $\frac{2}{5}$ ₰ est le quotient requis, dont la demonstration est manifeste par celle du 4 probleme de l'Arithmetique. *Construction* 2. Autrement on peut diviſer les 13 ℔ par 5, donnent quotient 2 ℔, reste 3 ℔, qui valleut 60 ß, aux mesmes ajoustez les 7 ß, font 67, lesquels diviſez par 5, donnent quotient 13 ß, reste 2 ß qui vallent 24 ₰, ausquels ajoustez 8 ₰, font 32 ₰, les mesmes diviſez par 5, donnent quotient 6 $\frac{2}{5}$ ₰. De sorte que 2 ℔ 13 ß 6 $\frac{2}{5}$ ₰ seroit le quotient requis vallant le mesme que le quotient cy dessus 642 $\frac{2}{5}$ ₰.

Conclusion. Estant doncques donné argent à diviſer & diviſeur, Nous avons trouvé leur quotient, Ce qu'il falloit faire.

NOTA I.

S'il y euſt aux donnez des rompuz comme par exemple 4 ß 2 $\frac{1}{2}$ ₰, à diviſer par 3 $\frac{1}{3}$, On convertira les 4 ß 2 ₰ en deniers par le precedent 3 probleme, sont (avec le $\frac{1}{2}$ ₰) 50 $\frac{1}{2}$ ₰. Puis on diviſera 50 $\frac{1}{2}$ par 3 $\frac{1}{3}$ & donnent quotient (par le 13 probleme de nostre Arithmetique) pour le requis 15 $\frac{3}{20}$ ₰, & ainsi des autres semblables.

NOTA II.

Pour reduire deniers, par exemple 698 ₰, en livres solz & deniers, il les faut diviſer par 12, donnent quotient 58 ß, reste 2, qui sont 2 ₰: puis pour convertir les 58 ß en livres, on les pourroit diviſer par 20, & donnent quotient 2 ℔, reste 18, qui sont 18 ß, mais à cause de briefveté & comme par reigle generale, on coupe le dernier charactere 8, par quelque ligne, disant, la moitie de 5 sont 2 ℔, reste 1, lequel mis devant le 8, faict 18 ß, de sorte que les 698 ₰ converti z, font 2 ℔ 18 ß 2 ₰. Et la diſpositiou des characteres de l'operation, est telle:

NOTA III.

Pour ſçavoir la valeur d'un rompu de livre, par exemple de $\frac{24}{35}$ ℔, il faut multiplier le nominateur 23 par 20, faict 480, les mesmes diviſez par le nominateur 35, donnent quotient 13 ß, restent 25, les mesmes multipliez par 12, font 300, lesquels autrefois diviſez par 35, donnent quotient 8 $\frac{4}{7}$ ₰. De sorte que les $\frac{24}{35}$ ℔, vallent 13 ß 8 $\frac{4}{7}$ ₰.

xx (2
ß ₰ ß (5 (8
xxx 2 . 18 . 2
x

Deuxieſme diſtinction des quatre computations des Raiſons.

IL y a controverſe entre les Autheurs Mathematiciens (& principalement entre les Commentateurs de la cinquieſme definition du 5 livre d'Euclide) touchant les computations des Raiſons: Car ce que les aucuns appellent Addition & Soubſtraction des Raiſons, les autres veulent que ce soit Multiplication, & Diviſion, les autres diſent que c'est matiere obſcure & confuſe. Mais cõme il advient à pluſieurs autres diſciplines, eſquelles l'on cognoit & entend la nature des principes plus parfaictement, quand on vient à la Pratique d'icelles: Ainſi nous deviennent les proprietez des computations des Raiſons plus notoires par leur uſage: Comme entre autres la Theorie de la Muſique (dont nous deſcriprons alieurs un traicté particulier.) La reigle de Compaignie (que nous declarerons cy apres.) Quelques demonſtrations de Ptolemee en ſa Grande Compoſition, &c. Pourtant celuy qui requiert la ſolide intelligence de ces computations des Raiſons, ſe peut exercer eſdictes operations.

Quant à ce que quelcun me pourroit demander, pourquoy nous ne les avons pas mis en la precedente Arithmetique; Je luy reſpons, que icelles computations sont de purs nombres, & que la Raiſon (comme il apparoiſtra plus amplement à la multiplication des Raiſons ſuyvante) n'eſt point nombre, ains ſubject (comme les autres manieres auquel s'applique le nombre, parquoy leur lieu n'y eſtoit pas.

Mais à fin de declarer aucunes qualitez de la Raiſon, par quelque ſa ſimilitude à ligne, nous en deſcirons (avant que venir aux problemes) quelque Theoreme tel:

THEOREME.

LA Raiſon Arithmetique, coupée par termes, reçoit des qualitez ſemblables aux qualitez de la ligne coupée par lignes.

Explication du donné. Soit la Raiſon de 12 à 3, coupée par quelques termes 4 & 2 en ceſte ſorte 12, 4, 2, 3.

Puis

Puis ſoit la ligne AB, coupée par lignes aux poincts CD. *Explication du requis.* Il faut demonſtrer par les meſmes le contenu du Theoreme.

Demonſtration.

Premiere qualité.

Comme toutes les parties de la ligne AB, comme AC, CD, DB, ſont lignes; Ainſi toutes les parties de la Raiſon 12 à 3, comme 12 à 4, & 4 à 2, & 2 à 3, ſont Raiſons, à ſçavoir Triple, Duple, Subſeſquialtere.

Seconde qualité.

Comme la ligne AB, eſt egale à toutes ſes parties AC, CD, DB; Ainſi eſt la Raiſon de 12 à 3 (qui eſt quadruple) egale à toutes ſes parties 12 à 4, & 4 à 2, & 2 à 3, car Raiſon Triple, Duple, & Subſeſquialtere, ſont auſſi enſemble (comme il apparoiſtra par le cinequieſme probleme) Raiſon quadruple.

Troiſieſme qualité.

Quand de la ligne AB, ſe coupe la ligne DB, il y reſte la ligne AD; Ainſi quand de la Raiſon 12 à 3, ſe coupe la Raiſon de 2 à 3, il y reſte encore la raiſon de 12 à 2, car de Raiſon Quadruple, ſoubſtraict Raiſon Subſeſquialtere, Reſte (comme il appartoiſtra par le 6e probleme) Raiſon Sexruple. Nous pourrions deſcrire pluſieurs exemples ſemblables, ne fuſt que les precedens ſemblent ſuffire au propoſt. *Concluſion.* La Raiſon doncques Arithmetique conpée, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

De l'addition des Raiſons.

Probleme V.

Eſtant données Raiſons Arithmetiques à ajouſter: Trouver leur ſomme.

Explication du donné. Soyent donnez deux Raiſons duples, qui eſt *Raiſon* $\frac{2}{1}$, & *Raiſon* $\frac{2}{1}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur ſomme. *Conſtruction.* On multipliera les $\frac{2}{1}$ par les $\frac{2}{1}$ faict pour ſolution (par le 12e probleme de l'Arithmetique) $\frac{4}{1}$. Ajouſtant doncques (car addition des Raiſons ne requiert autre operation que la multiplication des compuz) Raiſon duple, à Raiſon duple, donne ſomme *Raiſon* $\frac{4}{1}$, c'eſt Raiſon quadruple. *Demonſtration.* Les demonſtrations Arithmetiques ne ſe font pas touſiours par nombres, mais par matiere à l'intention, la plus commode, ce qui eſt ſouvent par grandeurs, nous en prendrons maintenant les ſons ou voix. Or il eſt à ſçavoir, que comme noſtre entendement comprend par la veue, que deux aulnes de quelque eſtouffe, ſont le double de une aulne; Ainſi comprend l'entendement par l'ouye, que l'inferieur ſon ou terme de l'octave Muſicale, eſt le double du ſuperieur: Et ſemblablement que l'inferieur terme de la decimequinte, eſt quadruple à ſon ſupeneur, voire les corps manimez le reſmoignent, en cela qu'ils obſervent entre eux la raiſon de leurs ſons, comme toute la corde du luc, faict à ſa moitie (qui ſont comme de 2 à 1) le ſon de 2 à 1, qui eſt l'octave, & ainſi de toutes ſes autres parties; De ſotte que les deux termes de l'octave, ſont en Raiſon double & de la decimequinte Raiſon quadruple. Mais deux octaves font une decimequinte; Ergo deux raiſons doubles, ſont enſemble une Raiſon quadruple, ce qu'il nous falloit demonſtrer.

Et par les precedens s'entendra, que *Raiſon* $\frac{3}{2}$ ajouſtée à *Raiſon* $\frac{3}{2}$, faict *Raiſon* $\frac{9}{4}$, c'eſt à dire en ſons, que la quinte avec la quarte, faict l'octave, & ainſi des autres. *Concluſion.* Eſtant doncques données Raiſons Arithmetiques à ajouſter, nous avons trouvé leur ſomee; ce qu'il falloit faire.

De la ſoubſtraction des Raiſons.

Probleme VI.

Eſtant donnée Raiſon de laquelle on ſoubſtraict, & Raiſon à ſoubſtraire: Trouver leur reſte.

Explication du donné. Soit donné Raiſon de laquelle il faut ſoubſtraire quadruple, qui eſt *Raiſon* $\frac{4}{1}$, & à ſoubſtraire Duple, qui eſt *Raiſon* $\frac{2}{1}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reſte. *Conſtruction.* On diviſera les $\frac{4}{1}$ par les $\frac{2}{1}$ faict pour ſolution $\frac{2}{1}$ (car ſoubſtraction des Raiſons ne requiert autre operation que diviſion des compuz) qui eſt Raiſon duple. *Demonſtration.* Nous comprenons par l'ouye (comme il a eſté dict à la demonſtration du 5e probleme) que les deux termes de l'octave muſicale, ſont en Raiſon double, & de la decimequinte en Raiſon quadruple, Mais ſoubſtraict l'octave de la decimequinte, il y reſte encore une octave, qui eſt de Raiſon double. Ergo ſoubſtraict Raiſon double, de Raiſon quadruple; Reſte encore Raiſon double, ce qu'il falloit demonſtrer.

Et par les precedens s'entendra, que de *Raiſon* $\frac{3}{2}$ ſoubſtraict *Raiſon* $\frac{4}{3}$, reſte *Raiſon* $\frac{9}{8}$, c'eſt à dire en ſons, que de la quinte ſoubſtraict la quarte, reſte la ſeconde, de laquelle les termes ſont en *Raiſon* $\frac{9}{8}$, & ainſi des autres. *Concluſion.* Eſtant doncques donnee Raiſon de laquelle on ſoubſtraict, & Raiſon à ſoubſtraire, Nous avons trouvé leur reſte; ce qu'il falloit faire.

De la multiplication des Raiſons.

Il eſt vulgaire que l'on dit que deux Raiſons ne reçoivent point entre eux la multiplication, ce qui eſt vray, mais il nous faut demonſtrer la cauſe par tel theoreme.

Theoreme I.

Que tout multiplicateur eſt nombre.

Explication du donné. Soyent trois aulnes de drap, à 2 eſcuz l'aulne, le produict deſquels ſe dict communement 6 eſcuz, pour la valeur des 3 aulnes. *Explication du requis.* Il faut demonſtrer qu'il eſt impoſſible de multiplier 2 eſcuz par trois aulnes. *Demonſtration.* Poſons le cas que deux eſcuz, multipliez par 3 aulnes, montent 6 eſcuz; Puis multiplions 2 eſcuz par 3, c'eſt à dire prennons 2 eſcuz trois fois, & le produict ſera auſſi 6 eſcuz. Or produicts egaux ayans quantitez à multiplier egales, ont auſſi multiplicateurs egaux; Doneques nombre 3 ſera egalà 3 eſcuz, ce qui eſt abſurd, veu que l'eſcu eſt autre eſpece de quantite que n'eſt nombre. Doncques n'eſtant nombre 3 pas egal à 3 eſcuz, s'enſuit que 2 aulnes multipliées par 3 eſcuz, ne donnent pas le meſme produict que 2 aulnes multipliées par nombre 3, qui eſt 6 eſcuz. Il eſt auſſi notoire qu'ils ne donnent produict maieur n'y moindre que 6 eſcuz, parquoy il eſt manifeſte qu'ilz ne donnent aucun produict on que c'eſt impoſſible de multipliet 2 aulnes par 3 eſcuz. Et le meſme ſe demonſtrera de multiplicateur de matiere quelconque n'eſtant point nombre. *Conſtruction.* Tout multiplicateur doncques eſt nombre; ce qu'il falloit demonſtrer.

Or

Or ayant demonſtré par ce Theoreme, que tout multiplicateur (combien que le ſemblable n'avient point à Addition, Soubſtraction ou Diviſion des autres matieres) doibt eſtre nombre; Eſtant auſſi notoire, que Raiſon n'eſt pas nombre, mais la mutuelle habitude des nombres; S'enſuit que la raiſon ne ſe pourra multipliet par Raiſon, mais bien par nombre, comme nous en deſcrirons le probleme cy deſſoubs.

Il y a auſſi quelques difficultez notoires par ce Theoreme, qui ſemblent autrement aſſez obſcures, Faiſons en par exemple quelque Syllogiſme en *Barbara* en ceſte ſorte:

Quantitez egales multipliees par multiplicateurs egaux donnent produicts egaux:

3 ℔ *multipliees par* 2 ℔, *Et* 60 ß *multipliez par* 40 ß, *ſont quantitez egales multipliees par multiplicateurs egaux.*

Ergo 3 ℔ *multipliees par* 2 ℔ (*qui ſont* 6 ℔) *&* 60 ß *multipliez par* 40 ß (*qui ſont* 120 ℔) *donnent produicts egaux.*

Et par conſequent 6 ℔ ſont egaux à 120 ℔.

Mais la fauſeté de l'aſſomption eſt notoire par ledict Theoreme, par ce que les 2 ℔ & 40 ß ne ſont point multiplicateurs, veu que ce ne ſont point nombres, & par conſequent ce ne ſont pas quantitez egales multipliees par multiplicateurs egaux.

Il eſt bien vray que nous nommons aucunefois telles matieres multiplicateurs, mais l'on ſe ſouviendra en tel endroict de la reigle, que

L'abſurd ſe concede à fin d'entendre plus facilement le vray.

De la multiplication des Raiſons.

Probleme VII.

Eſtant donnée Raiſon à multiplier, & multiplicateur nombre Arithmetique entier: Trouver leur produict.

Explication du donné. Soit donné à multiplier *Raiſon* $\frac{8}{3}$, qui eſt ſeſquialtere, & multiplicateur 4. *Explication du requis.* Il faut trouver leur produict. *Conſtruction.* Le 3 (des $\frac{3}{2}$) ſe multipliera 4 fois (parce que multiplicateur eſt 4) en ceſte ſorte: 3 fois 3 ſont 9, & 3 fois 9 ſont 27, & trois fois 27 ſont 81: Et ſemblablement ſe multipliera le 2 (des $\frac{2}{1}$) 4 fois, diſant, 2 fois 2 ſont 4, & 2 fois 4 ſont 8, & 2 fois 8 ſont 16, le mettant ſoubs le ſuſdict 81 en ceſte ſorte $\frac{8\,1}{16}$.

Je di que *Raiſon* $\frac{8\,1}{16}$ (qui eſt quincuple ſeſquiſeſieſme) eſt le produict requis. *Demonſtration.* Toute choſe multipliée par 4, donne produict qui eſt egal à la ſomme de quatre telles choſes, mais la ſomme de quatre Raiſons ſeſquialteres eſt (par le 5 probleme) *Raiſon* $\frac{81}{16}$, ergo *Raiſon* $\frac{8\,1}{16}$ eſt le vray produict requis.

L'on pourroit encore demonſtrer le ſuſdict en ceſte ſorte: Le produict à ſçavoir *Raiſon* $\frac{8\,1}{16}$ contient la *Raiſon* $\frac{3}{2}$ à multiplier, autant des fois qu'il y a unitez au multiplicateur 4 (car l'unité eſt en 4 quatre fois, auſſi eſt la *Raiſon* $\frac{3}{2}$ quatre fois en *Raiſon* $\frac{81}{16}$ par le ſuyvant Probleme) Ergo *Raiſon* $\frac{8\,1}{16}$ eſt par la 93 definition leur vray produict. La demonſtration eſt encore notoire par la diviſion; car la *Raiſon* $\frac{8\,1}{16}$ diviſée par le multiplicateur 4, donne quotient (par le 10 probleme) *Raiſon* $\frac{8}{3}$ qui eſt la raiſon à multiplier; Ergo, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donnée Raiſon à multiplier, & multiplicateur nombre Arithmetique entier, nous avons trouvé leur produict; ce qu'il falloit faire.

Probleme VIII.

Eſtant donnée Raiſon à multiplier, & multiplicateur nombre Arithmetique rompu: Trouver leur produict.

Explication du donné. Soit donné à multiplier *Raiſon* $\frac{4}{9}$ qui eſt ſubduple ſeſquiquarte, & multiplicateur nombre rompu $\frac{3}{2}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur produict. *Conſtruction.* On multipliera la *Raiſon* $\frac{4}{9}$ par le numerateur du multiplicateur qui eſt 3 faict par le 7e probleme *Raiſon* $\frac{64}{29}$; la meſme ſe diviſera par le nominateur du multiplicateur donné, à ſçavoir par 2, & donne quotient (par le ſuyvant 10 probleme) & ſolution *Raiſon* $\frac{8}{27}$; dont la demonſtration ſera ſemblable à la precedente. *Concluſion.* Eſtant doncques donnée Raiſon, &c. ce qu'il falloit faire.

De la diviſion des Raiſons.

Il eſt bien vray que la communauté de la Diviſion & Multiplication eſt ſi grande, que la qualité de l'un conſiſte au contraire de l'autre, toutesfois combien que la Raiſon ne peut eſtre multiplicateur (comme nous avons dict devant le 7 probleme) ſi eſt ce que la raiſon peut eſtre diviſeur. Et ſi on le conſidere bien, il ne ſe trouveta par tout ſinon que parfaicte coherence, & que ceſte cy eſt en toutes ſes parties, naturellement le vray contraire de celle la, comme le demonſtrent auſſi les preuves de l'une par l'autre. La raiſon pourquoy le diviſeur peut eſtre quelque autre choſe que nombre, eſt notoire par les grandeurs, auſquelles la ligne diviſée par ligne, donne quotient nombre, mais diviſée par nombre, donne quotient ligne.

Par exemple la ligne de 6 pieds, diviſée par une ligne de 2 pieds, donne quotient 3; Et la ligne de 6 pieds, diviſée par 3 donne quotient une ligne de deux pieds: Et ainſi des Raiſons; dont il eſt notoire, que ceux-la s'abuſent, diſans que Raiſon ne ſe peut diviſer par Raiſon. Mais à fin que le tout ſoit plus manifeſte, nous deſcirons des particuliers problemes deſdictes diverſirez.

Probleme IX.

Eſtant donnée Raiſon à diviſer & Raiſon diviſeur: Trouver leur quotient.

REIGLE GENERALE DES OPERATIONS DE CESTE DIVISION.

Le diviſent ſe ſoubſtraira tant de fois de la Raiſon à diviſer, juſques à ce qu'il y a reſte, qui ſoit Raiſon egale, ou d'autre eſpece de Raiſon que la Raiſon à diviſer: C'eſt à dire, ſi la Raiſon à diviſer, fut Raiſon de majeure inegaleté, alors on ſoubſtraira autant des fois le diviſeur, juſques à ce que la reſte ſoit Raiſon d'egaleté, ou Raiſon de moindre inegaleté; Mais ſi la Raiſon à diviſer fut Raiſon de majeure inegaleté, alors on ſoubſtraira autant des fois le diviſeur, juſques à ce que la reſte ſoit Raiſon d'egaleté, ou Raiſon de majeure inegaleté. Et par la multitude des ſoubſtractions, ſe colligera le quotient, car chaſcune ſoubſtraction denote nnité. Nous donnerons de ces differenees deux exemples comme s'enſuit.

Premier exemple auquel ſe rencontre reſte d'egaleté.

Explication du donné. Soit donné à diviſet *Raiſon* $\frac{8}{27}$ qui eſt ſubtriple ſuperpartiente octaves. Et le diviſeur *Raiſon* $\frac{2}{3}$, qui eſt ſubſeſquialtere. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Conſtruction.* On ſoubſtraira *Raiſon* $\frac{2}{3}$ de *Raiſon* $\frac{8}{27}$, par le 6 probleme, & reſtera *Raiſon* $\frac{24}{81}$, laquelle eſt encore de la meſme eſpece que la Raiſon à diviſer, à ſçavoir de moindre inegaleté, parquoy il faut (ſelon l'avertiſſement de la reigle generale cy deſſus)

deſſus) autrefois de *Raiſon* $\frac{24}{14}$ ſoubſtraire *Raiſon* $\frac{2}{3}$, & reſtera *Raiſon* $\frac{72}{100}$, laquelle eſt encore de la meſme eſpece que la Raiſon à diviſer, à ſçavoir de moindre inegaleté, parquoy il nous faut autrefois de *Raiſon* $\frac{72}{100}$ ſoubſtraire *Raiſon* $\frac{2}{3}$ & reſtera *Raiſon* $\frac{216}{300}$, laquelle eſtant d'egaleté, nous avons le requis, à ſçavoir que à cauſe des trois ſoubſtractions nous comptons trois unirez pour quotienr.

Je di, que 3 eſt le quotient requis. *Demonſtrat.* Toute choſe diviſée, donne quotienr qui eſt egal aux Fois que le diviſeur ſe peut ſoubſtraire de la choſe à diviſer. Mais le diviſeur *Raiſon* $\frac{2}{3}$ ſe peut ſoubſtraire 3 fois de *Raiſon* $\frac{9}{27}$, par le 6e probleme, doncques 3 eſt le vray quotient.

L'on pourroit encore demonſtrer le ſuſdict en ceſte ſorte: Le quotienr 3 contient autant des fois l'unité que la *Raiſon* $\frac{9}{27}$ à diviſer contienr la *Raiſon* $\frac{2}{3}$ diviſeur, c'eſt doncques (par la 96 definition de l'Arithmetique) le vray quotient.

La demonſtrarion eſt encore noroire par la multiplication preecedenre, car mulripliant le prodnict 3, par le diviſeur *Raiſon* $\frac{2}{3}$, donne produict (par le 7e probleme) *Raiſon* $\frac{6}{27}$ qui eſt la raiſon à diviſer, ergo, &c.

Second exemple auquel ſe renconrre reſte d'inegaleté.

Explication du donné. Soit donné à diviſer *Raiſon* $\frac{10}{3}$, qui eſt triple de ſeſquiriercе; Et le diviſeur *Raiſon* $\frac{3}{2}$, qui eſt ſeſquialrere. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Conſtruction.* On ſoubſtraira *Raiſon* $\frac{3}{2}$ de *Raiſon* $\frac{10}{3}$ par le 6e probleme & reſtera *Raiſon* $\frac{20}{9}$, laquelle eſt encore de la meſme eſpece que la Raiſon à diviſer, à ſçavoir de maieure inegaleté; Il faut doncques de *Raiſon* $\frac{20}{9}$ autrefois ſoubſtraire *Raiſon* $\frac{3}{2}$, & reſtera *Raiſon* $\frac{40}{27}$, laquelle eſt encore de la meſme eſpece que la Raiſon à diviſer, à ſçavoir de maieure inegaleté. Il nous faut doncques de *Raiſon* $\frac{40}{27}$ autrefois ſoubſtraire *Raiſon* $\frac{3}{2}$ & reſtera *Raiſon* $\frac{80}{81}$, qui eſtant autre eſpece que la *Raiſon* donnée à diviſer, je concluz que la derniere ſoubſtraction n'eſt pas beſoing, mais que la ſeconde ſoubſtraction monſtre que le quotient eſt 2 plus Raiſon $\frac{40}{27}$ diviſée par *Raiſon* $\frac{3}{2}$, qui ſe peut deſcrire, comme les rompuz en ceſte ſorte:

$$2\ \frac{\text{Raiſon } \frac{40}{27}}{\text{Raiſon } \frac{3}{2}}$$

Mais ſi on en voulut ſçavoir quelle partie d'unité vaut le dict rompu on diviſera autre fois le nominateur par le numerateur & de quotienr 2 la reſte ſe dira $\frac{1}{2}$ & de 3 ſe dira $\frac{1}{3}$, &c. Et s'il y reſtoit alors encore quelque choſe, l'on procedera en la meſme comme des precedens. Dont la demonſtration eſt aſſez noroire par les precedentes. *Concluſion.* Eſtant doncques donné Raiſon à diviſer, & Raiſon diviſeur, nous avons trouvé leur quotienr; ce qu'il falloir faire.

NOTA. Si la Raiſon à diviſer fut de moindre inegaliré, & que la premiere reſte fut maieure Raiſon, que ladicte Raiſon à diviſer le quotient ſera de nombre infini. Comme *Raiſon* $\frac{1}{3}$, eſt cõcnue infinies fois en *Raiſon* $\frac{2}{1}$.

Et ſemblablement ſi la Raiſon à diviſer fut de moindre inegaleté, & que la premiere reſte fut moindre Raiſon, que ladicte Raiſon à diviſer, le quotient ſera de nombre infini, comme *Raiſon* $\frac{3}{4}$ eſt contenue infinies fois en *Raiſon* $\frac{1}{2}$.

PROBLEME X.

ESTant donnée Raiſon à diviſer, & diviſeur nombre Arithmetique entier: Trouver leur quotient.

Explication du donné. Soit donné à diviſer *Raiſon* $\frac{81}{16}$ qui eſt quinquple ſeſquiſeiſieſme, & diviſeur 4. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Conſtruction.* Il eſt notoire par le contraire da la diviſion, qui eſt par la multiplication, que ſi le diviſeur donné fut 2, qu'on faut extraire racine de ② (qui eſt racine quarrée) de chaſcun terme de la Raiſon à diviſer. Mais ſi le diviſeur donné fut 3, que l'on extraira racine de ③ qui eſt racine cubique; Et que pour 4, l'on extraira racine de ④, &c. Or le diviſeur donné eſt 4, parquoy il nous faut extraire racine de ④ de chaſcun terme de la Raiſon donnée: Doncques la racine de ④ de 81 eſt 3, & de 16 eſt 2, leſquels 3 & 2 ſignifient que le quotienr requis eſt *Raiſon* $\frac{3}{2}$ qui eſt ſeſquialtere: Dont la demonſtration eſt manifeſte par les demonſtrarions ptecedentes. *Concluſion.* Eſtant doncques donnée Raiſon à diviſer, & diviſeur nombre Arithmetique entier, nous avons trouvé leur quotienr, ce qn'il falloit faire.

PROBLEME XI.

ESTant donnée Raiſon à diviſer, & diviſeur nombre Arithmetique rompu: Trouver leur quotient.

Explication du donné. Soit donné à diviſer *Raiſon* $\frac{4}{6}$. Et diviſeur nombre rompu $\frac{3}{3}$. *Conſtruction.* On mulripliera la *Raiſon* $\frac{4}{6}$ par le nominateur du diviſeur, qui eſt 3, faict par le 7e probleme *Raiſon* $\frac{04}{729}$, la meſme ſe diviſera par le numerateur 2 du diviſeur donné, & donne quotient par le 10e probleme, *Raiſon* $\frac{0}{27}$, qui eſt ſubtriple ſupertripartiente octaves, pour le quotient requis; Dont la demonſtration eſt noroire par les precedentes. *Concluſion.* Eſtant doncques donnée Raiſon à diviſer, & diviſeur nombre Arithmetique rompu, nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

Fin de la premiere partie.

SECONDE PARTIE DE LA PRATIQVE D'ARITHMETIQVE DE LA COMPVTATION PROPORTIONELLE.

Premiere diſtinction de la ſeconde partie de la Pratique d'Arithmetique qui eſt de la reigle de trois.

NOVS avons defini la Reigle de trois à la 101 definition de l'Arithmerique, mais il la faut icy entendre de nombres appliquez à matieres, comme apparoiſtra par les exemples ſuivans.

EXEMPLE I. PAR ENTIERS.

14 aulnes de drap, conſtent 5 ℔ 2 ß 3 ₰, combien conſteront 25 aulnes?

CONSTRVCTION.

On mulripliera les 5 ℔ 2 ß 3 ₰ par les 25, font (par le preecedent 3 probleme) 30675 ₰, les meſmes diviſez par 14, donnent quotient 2191 $\frac{1}{14}$ ₰, qni vallent (par la 2 note du 4 probleme) 9 ℔ 2 ß $\frac{1}{14}$ ₰, & autant vaudront les 25 aulnes de drap.

EXEMPLE II. PAR ROMPVS.

2 $\frac{1}{4}$ aulnes de drap, conſtent 4 ℔, combien conſtent 3 $\frac{1}{3}$ aulnes?

CONSTRVCTION.

On multipliera les deux derniers termes comme 4 & 3 $\frac{1}{3}$ l'un par l'autre, donne produict (par le 12e probleme de l'Arithmetique) $\frac{40}{3}$, les meſmes ſe diviſeront par

par le premier terme 2 $\frac{2}{4}$, & donnent quotient (par le 13e probleme de l'Arithmetique) $\frac{140}{33}$ lb, qui font 4 $\frac{8}{33}$ lb, & autant vaudront les 3 $\frac{1}{1}$ aulnes.

NOTA. Quant aux diverſes manieres d'operations qu'aucuns deſcrivent ſur ceſte reigle de trois par rompuz, à ſçavoir que ſelon la diſpoſition des rompuz, qui ſe rencontrent aux trois termes donnez, ils en font des diverſes reigles, elles ſont inutiles, veu que ce ſont des diverſes conſtructions (leſquelles ſans cauſer aucune briefveté, ne ſont que charges de la memoire) qui ſe peuvent faire par une ſeule & geoerale; à ſçavoir qu'on multiplie touſiours les deux derniers termes, l'un par l'autre, & que l'on diviſe le produict par le premier. Pourtant je conſeille à ceux qui veullent par intelligence des cauſes facilement calculer ou enſeigner la jeuneſſe en ceſte reigle de trois par rompuz, de ſuivre ceſte maniere; Ainſi enſeignée entre autres par Iherome Cardane, Michiel Stiffle, Nicolas Tartaſle, Iuan Peris de Moya, Gemme Friſon, Cutebert Tonſtalle, &c. & que ils delaiſſent celle la.

DV COMPENDIE DE LA REIGLE DE TROIS.

IL y a quelque vulgaire compendie en la reigle de trois, aſſez commode aux païs ou l'on compte par livres ſolz & deniers, duquel nous donnerons onze exemples, le premier par quelques ß & 1 ₰, le ſecond par quelques ß & 2 ₰, & ainſi par ordre des autres juſques à l'onzieſme. Quant aux lieux ou l'on n'uſe point telle eſpece, on pourra par ceſte maniere facilement faire un ordre propre pour les uſitees monnoies de chaſcun païs.

EXEMPLE I.

1 aulne vaut 7 ß 1 ₰, combien vaudront 28 aulnes?

CONSTRVCTION.

On multipliera le 28 par 7 ß, font 196; Puis par ce que 1 ₰ eſt la douzieſme partie d'un ſolz, on prendra la douzieſme partie de 28 qui eſt 2 le mettant ſoubs le 6, & par le 4 reſtant, ſe multipliera 2 ₰, faict 4 ₰, leſquels ſe mettront joignant le 2. Puis on ajouſtera ce qu'il y a entre les lignes, & le ſomme ſera 198 ß 4 ₰, qui vallent pour ſolution 9 lb 18 ß 4 ₰, dont la diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle:

```
28
 7 . 1
196
  2 . 4
19(8 . 4
 9.18 . 4
```

NOTA. Tel qu'a eſté l'ordre de l'operation du precedente exemple, auquel la valeur d'une choſe ameine avec ſoy 1 ₰: Semblable ſera auſſi l'ordre des operations des dix exemples ſuivans, car on multipliera touſiours les choſes deſquelles on veut ſçavoir la valeur par les ſolz du valeur d'une choſe; Puis on prendra telle partie des choſes deſquelles on veut ſçavoir la valeur, quelle partie ſont les deniers (que la valeur d'une choſe ameine avec ſoy) d'un ſolz, comme pour 2 ₰ par ce que c'eſt le ſixieſme d'un ſolz, on prendra auſſi le ſixieſme des choſes deſquels on veut ſçavoir la valeur, & s'il y reſte quelque choſe, le meſme ſe multipliera par les 2 ₰, & ainſi des autres, comme il ſera plus notoire par les exemples ſuivans.

EXEMPLE II.

1 piece d'argent vaut 3 ß 2 ₰, combien vaudront 34 pieces?

CONSTRVCTION.

On multipliera 34 par 3 ß, font 102; Puis par ce que 2 ₰ eſt la ſixieſme d'un ſolz, on prendra auſſi la ſixieſme de 34, qui eſt 5, reſte 4, le meſme multiplié par 2 ₰, faict 8, leſquels ajouſté font 107 ß, 8 ₰, qui vallent pour ſolution 5 lb 7 ß 8 ₰, dont la diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle:

```
34
 3 . 2
102
  5 . 8
10(7 . 8
 5.7 . 8
```

EXEMPLE III.

1 aulne couſte 2 ß 3 ₰, combien couſteront 27 aulnes?

CONSTRVCTION.

On multipliera 27 par 2 ß, font 54; Puis par ce que 3 ₰ eſt le quart d'un ſolz, on prendra auſſi le quart de 27, qui eſt 6, reſte 3, le meſme multiplié par 3 ₰, font 9, leſquels ajouſtez font 60 ß 9 ₰, qui vallent pour ſolution 3 lb 0 ß 9 ₰, dont la diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle:

```
27
 2 . 3
54
 6 . 9
6(0 . 9
3.0 . 9
```

EXEMPLE IV.

1 aulne couſte 3 ß 4 ₰, combien couſteront 38 aulnes?

CONSTRVCTION.

On multipliera 38 par 3 ß, font 114; Puis, par ce que 4 ₰ eſt le tiers d'un ſolz, on prendra auſſi le tiers de 38, qui eſt 12, reſte 2, le meſme multiplié par 4 ₰, faict 8, leſquels ajouſtez font 126 ß 8 ₰, qui vallent pour ſolution 6 lb 6 ß 8 ₰, dont la diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle:

```
38
 3 . 4
114
 12 . 8
12(6 . 8
 6.6 . 8
```

EXEMPLE V.

1 aulne couſte 3 ß 5 ₰, combien couſteront 29 aulnes?

CONSTRVCTION.

On multipliera 29 par 3 ß, font 87; Puis par ce que 5 ₰ ne meſure pas 1 ß, on beſoignera premierement par 3 ₰, & puis par 2 ₰; Or par ce que 3 ₰ eſt le quart d'un ſolz, on prendra auſſi le quart de 29, qui eſt 7, reſte 1, qui multiplié par 3 ₰ faict 3; Et de meſme ſorte on beſoignera par les 2 ₰, leſquels eſtant la ſixieſme d'un ſolz, il faut prendre le ſixieſme de 29, qui eſt 4, reſte 5, qui multiplié par 2 ₰, faict 10, leſquels ajouſtez font 99 ß 1 ₰, qui vallent pour ſolution 4 lb 19 ß 1 ₰, dont la diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle:

```
29
 3 . 5
87
 7 . 3
 4 . 10
9(9 . 1
4.19 . 1
```

EXEMPLE VI.

1 aulne couſte 2 ß 6 ₰, combien couſteront 27 aulnes.

CONSTRVCTION.

On multipliera 27 par 2 ß, font 54; Puis par ce que 6 eſt la moitié de un ſolz, on prendra auſſi la moitié de 27, qui eſt 13, reſte 1, le meſme multiplié par les 6 ₰, font 6, leſquels ajouſtez font 67 ß 6 ₰, qui vallent pour ſolution 3 lb 7 ß 6 ₰; dont la diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle:

```
27
 2 . 6
54
 13 . 6
6(7 . 6
3.7 . 6
```

Exemple VII.

1 aulne couſte 4 ß 7 ₰, combien couſteront 38 aulnes?

Construction.

On multipliera 38 par 4 ß, ſont 152; Puis par ce que 7 ₰ ne meſure pas 1 ß; On beſoignera premierement par 4 ₰, & puis par 3 ₰; Or par ce que 4 ₰ eſt le tiers d'un ſolz, on prendra auſſi le tiers de 38, qui eſt 12, reſte 2, qui multiplié par 4 ₰, faict 8; Et de meſme ſorte on beſoignera par les 3 ₰, leſquels eſtant le quart d'un ß, on prendra auſſi le quart de 38, qui eſt 9, reſte 2, qui multiplié par 3 ₰, ſont 6, leſquels ajouſtez ſont 174 ß 2 ₰, qui vallent pour ſolution 8 ₤ 14 ß 2 ₰: dont la diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle:

	38
	4 . 7
	152
	12 . 8
	9 . 6
17	(4 . 2
8.	14 . 2

Exemple VIII.

1 aulne couſte 2 ß 5 ₰, combien couſteront 32 aulnes?

Construction.

On multipliera 32 par 2 ß, font 64; Puis, parce que 8 ₰ ne meſure pas 1 ß, on beſoignera par 4 ₰. & 4 ₰; Or par ce que 4 ₰ eſt le tiers d'un ſolz, on prendra auſſi le tiers de 32, qui eſt 10, reſte 2, lequel multiplié par 4 ₰, faict 8, les meſmes 10, 8 ſe mettront autrefois, à cauſe des autres 4 ₰, leſquels ajouſtez ſont 85 ß 4 ₰, qui vallent pour ſolution 4 ₤ 5 ß 4 ₰; dont la diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle:

	32
	2 . 8
	64
	10 . 8
	10 . 8
8	(5 . 4
4.	5 . 4

Exemple IX.

1 aulne couſte 3 ß 9 ₰, combien couſteront 31 aulnes?

Construction.

On multipliera 31 par 3 ß, ſont 93; Puis, par ce que 9 ₰ ne meſure pas 1 ß, on prendra 3 ₰ & 3 ₰ & 3 ₰; Or par ce que 3 ₰ eſt le quart d'un ſolz, on prendra auſſi le quart de 31, qui eſt 7, reſte 3, lequel multiplié par 3 ₰, font 9; Et les meſmes 7. 9 ſe mettront encore deux fois, à cauſe des autres 3 ₰ & 3 ₰; Leſquels ajouſtez ſont 116 ß 3 ₰, qui vallent pour ſolution 5 ₤ 16 ß 3 ₰, dont la diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle:

	31
	3 . 9
	93
	7 . 9
	7 . 9
	7 . 9
11	(6 . 3
5.	16 . 3

Exemple X.

1 aulne couſte 2 ß 10 ₰, combien couſteront 35 aulnes?

Construction.

On multipliera 35 par 2 ß, ſont 70; Puis, par ce que 10 ₰ ne meſure pas 1 ß, on prendra 6 ₰ & 4 ₰; Or par ce que 6 ₰ eſt la moitié d'un ſolz, on prendra auſſi la moitié de 35, qui eſt 17, reſte 1, lequel multiplié par 6 ₰, faict 6, Et de meſme ſorte on beſoignera par les 4 ₰, leſquels eſtant le tiers d'un ſolz il faut prendre le tiers de 35, qui eſt 11, reſte 2, qui multiplie par 4 faict 8, leſquels ajouſtez font 99 ß 2 ₰, qui vallent pour ſolution 4 ₤ 19 ß 2 ₰; dont la diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle.

	35
	2 . 10
	70
	17 . 6
	11 . 8
9	(9 . 2
4.	19 . 2

Exemple XI.

1 aulne couſte 3 ß 11 ₰, combien couſtent 37 aulnes?

Construction.

On multipliera 37 par 3 ß, font 111; Puis, parce que 11 ₰ ne meſure pas 1 ß, on prendra 4 ₰ & 4 ₰ & 3 ₰; Or par ce que 4 ₰ eſt le tiers d'un ſolz, il faut prendre le tiers de 37, qui eſt 12, reſte 1, lequel multiplié par 4 ₰, faict 4, les meſmes 12, 4 ſe mettront autre fois à cauſe des autres 4 ₰; Puis par ce que 3 ₰ eſt le quart de 1 ß, il faut prendre le quart de 37, qui eſt 9, reſte 1, lequel multiplié par 3 faict 3; leſquels ajouſtez font 144 ß 11 ₰, qui vallent pour ſolution, 7 ₤ 4 ß 11 ß. Dont la diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle:

	37
	3 . 11
	111
	12 . 4
	12 . 4
	9 . 3
14	(4 . 11
7.	4 . 11

Nota. Si la valeur d'une choſe fut de Livres ſolz & deniers par exemple:

1 aulne couſte 3 ₤ 14 ß 6 ₰, combien couſteront 43 aulnes?

On convertira les livres en ſolz & la queſtion ſera alors telle:

1 aulne couſte 74 ß 6 ₰, combien couſteront 43 aulnes?

Dont l'operation ſera ſemblable à celle du precedent 6e exemple ainſi:

Ceſte maniere eſt beaucoup plus facile, que d'operer ſans convertir les livres en ſolz, comme font les aucuns.

	43
	74 . 6
	172 .
	3011 . 6
	2 .
320	(3 . 6
160.	3 . 6

DE LA PROPORTION RENVERSE ET ALTERNE.

Les exemples ſuivans, dependent de la renverſe ou alterne proportion des precedens.

Exemple I.

2 aulnes de toille couſtent 3 ß, combien des aulnes ſe donneront pour 6 ß?

Construction.

On mettra les termes donnez en ordre, mais au lieu du terme incognu, on mettra 0, en ceſte ſorte:

Or pour trouver le troiſieſme terme incognu, on dira par la renverſe proportion de la 8e definition, 3 donne 3, combien 6? faict pour ſolution (par le precedent premier exemple) 4 aulnes; Ou autrement par alterne proportion de la 8e definition, 3 donnent 6, combien 2? faict comme deſſus 4 aulnes. Et ſemblable ſera l'operation quand le premier ou ſecond terme eſt incognu.

2 . 3 . 0 . 6

Exemple II.

200 ſoldats ont des vivres pour 2 mois, pour combien des ſoldats y aura il des vivres pour 5 mois?

Construction.

On dira par proportion renverſe 5 donnent 2, combien 200? faict pour ſolution (par le precedent exemple) 80, & pour autant des ſoldats y aura il des vivres pour 5 mois.

Exem-

EXEMPLE III.

Vallant le boiſſeau du froment 20 ß, alors l'on achate 4 livres du pain pour 1 ß, combien du pain ſe donnera pour 1 ß, vallant le boiſſeau du froment 16 ß.

CONSTRVCTION.

On dira par proportion renverſe, 16 donnent 4. combien 20? faict pour ſolution (par le precedent 1 exemple) 5 livres du pain qu'on aura alors pour 1 ß.

La demonſtration des precedens exemples eſt manifeſte par celle du 14e probleme de l'Arithmetique.

Seconde diſtinction de la ſeconde partie de la Practique d'Arithmetique, qui eſt de la reigle de cincq.

DEFINITION.

REigle de cincq, eſt celle par laquelle on trouve un cincquieſme terme, en telle raiſon au troiſieſme, comme le produict du quatrieſme & cincquieſme, au produict du premier & ſecond.

EXEMPLE I.

3 enfouiſſeurs enfouent en 2 jours 5 verges, combien des verges enfoueront 6 enfouiſſeurs en 4. jours?

CONSTRVCTION.

Si les cincq termes donnez ne fuſſent pas diſpoſez en ordre comme cy deſſus, il les faudroit ainſi mettre, diſant, le produict du premier & ſecond terme, donne le troiſieſme, combien donnera le produict du quatrieſme & cincquieſme? c'eſt à dire 6 (car autant eſt le produict du premier par le ſecond, à ſçavoir 3 par 2) donnent 5 (qui eſt le troiſieſme terme) combien donnera 24? (car autant eſt le produict du quatrieſme & cincquieſme terme, à ſçavoir 6 par 4) faict pour ſolution 20 verges.

Demonſtration.

Les deux parties des enfouiſſeurs ſont en *Raiſon* $\frac{3}{6}$, & les deux parties des jours ſont en *Raiſon* $\frac{2}{4}$; Mais ajouſtant *Raiſon* $\frac{3}{6}$ à *Raiſon* $\frac{2}{4}$, donne ſomme par le 5e probleme de ceſte practique d'Arithmetique, *Raiſon* $\frac{6}{24}$: Doncques comme 3 enfouiſſeurs & 2 jours, à 6 enfouiſſeurs & 4 jours, ainſi 6 à 24, de ſorte que les quatre termes, ſont maintenant convertiz en deux (vallans la meſme raiſon, que les deux raiſons des quatre termes) deſquels 6 eſt le premier, & 24 le troiſieſme, & le moyen terme eſt le 5 donné; mais nous avons par ces trois termes 6. 5. 24. trouvé le quatrieſme proportionel 20, doncques 20 eſt la vraye ſolution; Ce qu'il falloit demonſtrer.

EXEMPLE II. DEPENDANT DE LA renverſe ou alterne proportion du premier exemple.

3 enfouiſſeurs enfouent en 2 jours 5 verges, en combien des jours enfoueront 6 enfouiſſeurs 20 verges.

CONSTRVCTION.

On mettra les termes donnez en ordre, mais au lieu du terme requis on mettra 0 en ceſte ſorte:

Enfouiſſeurs	Jours	Verges	Enfouiſſeurs	Jours	Verges
3	2	5	6	0	20

Or ſi le produict du quatrieſme & cincquieſme terme fut cognu, facilement ſe trouveroit le cincquieſme terme requis. Mais pour trouver ce produict, on multipliera le premier terme 3 par le ſecond terme 2, faict 6. Doncques de quatre termes d'une binaire proportion, il y a cognu les trois, à ſçavoir le premier 6, le ſecond 5, & le quatrieſme 20, leur troiſieſme terme donc par reverſe proportion diſant 5 donne 6 combien 20?) ſera 24, pour le produict de 6 du quatrieſme terme donné, par le cincquieſme terme incognu; Diviſant doncques 24 par ledict 6, donne quotient & ſolution 4, pour le cincquieſme terme, leſquels 4 vallent 4 jours; Dont la demonſtration eſt manifeſte par celle du precedent premier exemple. Semblable ſera l'invention de chaſcun des autres termes incognuz.

Troiſieſme diſtinction de la ſeconde partie de la practique d'Arithmetique qui eſt de la reigle de compagnie.

DEFINITION.

REigle de compaignie eſt partition de quantité ſelon la raiſon donnée.

EXEMPLE I.

Trois Marchans ſont compaignie, deſquels le premier à mis 2 ℔, le ſecond 3 ℔, le troiſieſme 4 ℔, & ont gaigné enſemble 5 ℔; Combien aura chaſcun pour ſa proportionelle part, ſelon le capital qu'il a mis?

CONSTRVCTION.

On partira les 5 ℔ en trois parties proportionelles aux nombres 2. 3. 4 par le 15 probleme de l'Arithmetique. Et viendra $1\frac{1}{9}$ ℔ pour le premier, & $1\frac{6}{9}$ ℔ pour le ſecond, & $2\frac{2}{9}$ ℔ pour le troiſieſme. Dont la demonſtration eſt manifeſte par celle dudict 15e probleme de l'Arithmetique.

EXEMPLE II. AVEC le temps.

Deux marchans ſont compaignie, deſquels le premier a mis 2 ℔ par 3 ans, le ſecond 3 ℔ par 4 ans, & ont gaigné enſemble 5 ℔; Combien aura chaſcun pour ſa proportionelle part, ſelon ſon argent & temps?

Conſtruction.

On multipliera l'argent de chaſcune perſonne par ſon temps, & le ptoduict de la premiere perſonne ſera 6, & de la ſeconde 12. Puis on partira le 5 en deux parties proportionelles aux nombres 6 & 12 par le 15 probleme de l'Atithmetique, & viendra $1\frac{2}{3}$ ℔ pour le premier, & $3\frac{6}{18}$ ℔ pour le ſecond, dont la diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle:

	Capitaux		Annees		Prouffit
Le premier	2	.	3 produict 6	.	$1\frac{2}{3}$ ℔
Le ſecond	3	.	4 produict 12	.	$3\frac{6}{18}$ ℔
			18		5

Demonſtration.

L'argent du premier à l'argent du ſecond, obtient *Raiſon* $\frac{2}{3}$. Et le temps du premier au temps du ſecond obtient *Raiſon* $\frac{3}{4}$. Mais ajouſtant ces deux Raiſons par le 5 probleme de ceſte Practique, donnent ſomme

Raiſon $\frac{6}{12}$; doncques comme 6 à 12, ainſi l'argent & temps du premier, à l'argent & temps du ſecond, mais comme 6 à 12, ainſi par la conſtruction 1 $\frac{12}{20}$ ℔, à 3 $\frac{6}{10}$ ℔, qui ſont auſſi parties integrantes de 5 ℔. Ergo 1 $\frac{12}{10}$ ℔ & 3 $\frac{6}{10}$ ℔ ſont les parties requiſes; Ce qu'il falloit demonſtrer.

Exemple III. avec le temps & autre condition.

Deux marchans ſont compaignie, deſquels le premier a mis 4 ℔, par 5 ans, le ſecond 6 ℔ par 7 ans, Et entre eux eſt quelque condition telle, que s'ils euſſent mis ſommes egales par temps egal, alors tirant le premier du prouffit 3, le ſecond n'en tireroit que 2; Et ont gaigné enſemble 8 ℔; Combien aura chaſcun pour ſa proportionelle part?

Conſtruction.

On multipliera l'argent du premier par ſon temps, faict 20, le meſme ſe multipliera par le 3 de la condition, faict 60. Semblablement ſe multipliera l'argent du ſecond par ſon temps, faict 42, le meſme multiplié par le 2 de la condition, faict 84: Puis on partira 8 en deux parties proportionelles à 60 & 84 par le 15 probleme de l'Arithmetique, & viendront 3 $\frac{48}{144}$ ℔ pour le premier, & 4 $\frac{96}{144}$ ℔ pour le ſecond, donr la diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle:

	Capitaux	Annees	Cõditions			
Premier	4	5	3	produict	60	3 $\frac{48}{144}$
Second	6	7	2	produict	84	4 $\frac{96}{144}$
					144	8

Demonstration.

L'argent du premier à l'argent du ſecond, obtient *Raiſon* $\frac{4}{6}$, & le temps du premier au temps du ſecond obtient *Raiſon* $\frac{5}{7}$. Et la condition du premier à celle du ſecond *Raiſon* $\frac{3}{2}$. Or ces trois Raiſons donnent ſomme (par le 5 probleme de ceſte Practique) *Raiſon* $\frac{60}{84}$. Doncques comme 60 à 84, ainſi l'argent temps & condition du premier, à l'argent temps & condition du ſecond; Mais comme 60 à 84, ainſi par la conſtruction 3 $\frac{48}{144}$ ℔ à 4 $\frac{96}{144}$ ℔ qui ſont deux parties integrantes de 8 ℔; Ergo 3 $\frac{48}{144}$ ℔ & 4 $\frac{96}{144}$ ℔, ſont les parties requiſes, Ce qu'il falloit demonſtrer.

Exemple IV.

Deux marchans ſont compaignie, deſquels le premier met 2 ℔, & apres 3 ans il met encore 4 ℔, laiſſant tout ceſt argent encore en la compaignie 5 ans; le ſecond met 8 ℔, & apres 7 ans reprent 6 ℔, laiſſant la reſte de 2 ℔ encore en la compaignie 9 ans, & gaignent enſemble 10 ℔, Combien aura chaſcun pour ſa proportionelle part?

Conſtruction.

On multiplieta chaſque capitale ſomme par ſon tẽps. Or les 2 ℔, du premier y ont eſté en tout 8 ans, doncques leur produict ſera 16; Et les 4 ℔ du meſme premier y ont eſté ſeulement 5 ans, doncques leur produict ſera 20, auſquels ajouſté le 18, donnent ſomme (reſpondant au premier, 36. Puis, les 8 ℔ du ſecond y ont eſté 7 ans deſquels le produict eſt 56; Et la reſte de 2 ℔ y a demeuré encore 9 ans, deſquels le produict eſt 18, auquel ajouſté le 56 faict 74, reſpondant au ſecond marchand. Puis on partira le prouffit de 10 ℔ en deux parties proportionelles aux nombres 36 & 74 par le 15 probleme de l'Arithmetique, & viendront 3 $\frac{20}{110}$ ℔ pour le premier, & 6 $\frac{80}{110}$ ℔ pour le ſecond; dont la demonſtration ſera ſemblable aux precedentes.

Nota.

L'exemple ſuyvant depend de la renverſe ou alterne proportion des exemples precedens.

Exemple V.

Deux marchans ſont compaignie, & ont mis enſemble 4 ℔, & ont gaigné 5 ℔, & tirant le premier 2, le ſecond en tirera 3. Combien eſtoit la capitale ſomme de chaſcun?

Conſtruction.

On partira les 4 ℔ en deux parties proportionelles aux nombres 2 & 3 par le 15 probleme de l'Arithmetique, & viendra 1 $\frac{3}{5}$ ℔ pour le capital du premier, & 2 $\frac{2}{5}$ ℔ pour le capital du ſecond, donr la demonſtration eſt manifeſte par les precedentes. Nous pourrions deſcrire pluſieurs differens exemples dependans de ladicte Renverſe & alterne proportion, mais ils ſeront aſſez notoires à celuy qui aura entendu les precedens.

Quatrieſme diſtinction de la ſeconde partie de la practique d'Arithmetique qui eſt de la reigle d'Alligation.

Definition.

Reigle d'Alligation eſt celle par laquelle on trouve une quantité de valeur requiſe, & compoſée de diverſes quantitez de diverſes valeurs.

Exemple I.

Quelcun veut meſler 4 boiſſeaux du froment, à 9 ß le boiſſeau, parmi 5 boiſſeaux de ſeigle à 7 ß le boiſſeau. Combien vaudra le boiſſeau de telle mixtion?

Conſtruction.

Tout le froment vaudra 36 ß, & toute la ſeigle vaudra 35 ß, leſquels ajouſtez font 71 ß, les meſmes diviſez par 9, à ſçavoir la ſomme de 4 & 5 boiſſeaux, donnent quotient 7 $\frac{8}{9}$ ß, doncques le boiſſeau d'icelle mixture vaudra 7 $\frac{8}{9}$ ß.

Demonstration.

Les boiſſeaux ainſi meſlez à 7 $\frac{8}{9}$ ß le boiſſeau, vallent 71 ß, auſſi vallent 71 ß les boiſſeaux ſeparez. Ergo, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

Nota. L'on peut appliquer ceſt exemple à toutes autres matieres qui ſe meſlent ainſi comme choſes liquides, metaux, & ſemblables, par exemple ſi la propoſition euſt eſté de 4 mareqs d'or de 9 karatz, meſlé parmi 5 marcqs d'or de 7 karatz, nous dirions de meſme ſorte que telle mixtion eſt de 7 $\frac{8}{9}$ Karatz; Et ainſi de tous autres ſemblables.

Exemple II.

Quelcun a deux ſortes de blez, la premiere de 2 ß le boiſſeau, la ſeconde de 7 ß le boiſſeau, & en veut faire 8 boiſſeaux chaſcun de 6 ß, Combien prendra il de chaſcune ſorte?

Conſtruction.

On diſpoſera les deniers propoſez en ceſte ſorte:

Puis on ſoubſtraira 2 de 6, reſtent 4, lequel ſe mettra joignant le 7. Puis on ſoubſtraira 6 de 7, reſte 1, lequel ſe mettera pres le 2 ; Et la diſpoſition des charactetes ſera alors telle: 6 $\frac{2}{7}$.

Puis

Puis on diviſera 8 (à cauſe des 8 boiſſeaux propoſez) en deux parties entre eux en telle raiſon comme 1 a 4 & ſeront (par le 15 probleme de noſtre Arithmetique) $1\frac{3}{5}$ & $6\frac{2}{5}$, leſquels nombres ſignifient qu'on prendra $1\frac{3}{5}$ boiſſeau de 2 ß le boiſſeau, & $6\frac{2}{5}$ boiſſeaux de 7 ß le boiſſeau.

$6\frac{2}{7}$. 1
7 . 4

DEMONSTRATION.

Les 8 boiſſeaux requis à 6 ß, vallent 48 ß, & aurant vallent auſſi les parties de la ſolution,

car $1\frac{3}{5}$ boiſſeaux à 2 ß montent	$3\frac{1}{5}$ ß.
& $6\frac{2}{5}$ boiſſeaux à 7 ß montent	$44\frac{4}{5}$ ß.
Somme 8 boiſſeaux vallans	48 ß

ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA.

L'on peut auſſi appliquer ceſte exemple à toutes autres marieres qui ſe meſlent; Comme ſi la propoſition euſt eſté de deux ſortes d'or, la premiere de deux Karatz, la ſeconde de 7 Karatz, & qu'on en euſt voulu faire une maſſe de 8 marcqs à 6 Karatz, nous dirions de meſme ſorte pour ſolution, qu'on devroit prendre $1\frac{3}{5}$ marcqs de 2 Karatz, & $6\frac{2}{5}$ marcqs de 7 Karatz, & ainſi d'autres ſemblables.

EXEMPLE III.

Vn maiſtre de monnoye a cinq ſortes d'or, la premiere de 2 Karatz, la ſeconde de 3 Karatz, la troiſieſme de 4, la quatrieſme de 11, la cinquieſme de 12; Et veut faire une maſſe de 20 marcqs à 5 Karatz; Combien ſe prendra de l'or de chaſcune ſorte?

Conſtruction.

On deſcrira les Karatz propoſez de moindre valeur que l'or requis d'une part de quelque ligne; Et les ſortes de majeure valeur que l'or requis d'autre part de ladicte ligne, & le 5 des 5 karats requis devant la ligne en ceſte ſorte:

2
3
4
5
11
12

Puis on ſoubſtraira 2 de 5, reſte 3, qui ſe mettra joignant 11 ou 12 (car ceſte propoſition & ſemblables ou il y a à meſler plus de deux ſortes, ont infinies diverſes ſolutions) ſoit pres le 11; Puis on ſoubſtraira 5 de 11, reſte 6, le meſme ſe mettra joignant le charactere qui fut dernierement ſoubſtraict, à ſçavoir pres le 2; Puis on ſoubſtraira 3 (à ſçavoir 3 des 3 Karatz) de 5 reſte 2, lequel ſe mettra joignant 11 ou 12, ſoit pres le 12; Puis on ſoubſtraira 5 de 12 reſte 7 le mettant joignant le charactere qui a eſté dernierement ſoubſtraict à ſçavoir pres le 3; Puis on ſoubſtraira 4 de 5 reſte 1, lequel ſe mettra autre fois pres 11 ou 12 ſoit pres le 11; Puis on ſoubſtraira 5 de 11, reſte 6, lequel mis joignant le charactere qui a eſté dernierement ſoubſtraict, à ſçavoir pres le 4, la diſpoſition des characteres ſera alors telle:

Puis on diviſera 20 (à cauſe de 20 marcqs requis en une maſſe) en cinq parties entre eux en telle raiſon comme 6. 7. 6. 4. 2 (le 4 procede de 3 & 1 qui correſpondent à la quatrieſme ſorte d'or) & les parties requiſes (par le 15 probleme de l'Arithmetique) ſeront $4\frac{4}{5}$ marcqs de 2 karatz, & $5\frac{3}{5}$ marcqs de 3 karatz, & $4\frac{4}{5}$ marcqs de 4 karatz, & $3\frac{1}{5}$ marcqs de 11 karatz, & $1\frac{3}{5}$ marcq de 12 karatz; dont la demonſtration depend de la precedente.

2 . 6
3 . 7
4 . 6
5
11 . 3 . 1
12 . 2

Cinquieſme diſtinction de la ſeconde partie de la Practique d'Arithmetique, qui eſt de la Reigle d'Intereſt.

PARCE que les comptes de l'Intereſt, ſont calculations qui ſe rencontrent journellement aux affaires des Hommes, mais ſouvent ſi labourieuſes que le prouffit que l'on en attend, ne compenſeroit pas le temps & travail employé en icelles; Telles comptes ſe faiſoyent communement a taſtons. Mais puis apres quelques autres conſiderant la choſe plus intentivement, ont preparé certaines tables pour ceſt affaire, par leſquelles fuſſent oſtez telles difficultez. Ces tables eſtoyent en uſe par aucuns au païs bas, mais ceux qui les avoyent, les tenoyent cachez comme grand ſecret, & principalement la compoſition d'icelles eſtoit cognue à peu de perſonnes.

Or comme l'opinion gouvernante du monde, me fiſt croire que le prouffit commun ſe doibt preferer au particulier; je divulgois il y a environ deux annees quelque traicté particulier de l'Intereſt en noſtre vulgaire langage Flameng, auquel nous declarames la conſtruction & uſage d'icelles tables. Nous convertirons le meſme traicté icy en François, corrigeant les fautes de la premiere impreſſion, & l'augmentant de quelques exemples là ou il viendra à poinct.

LA

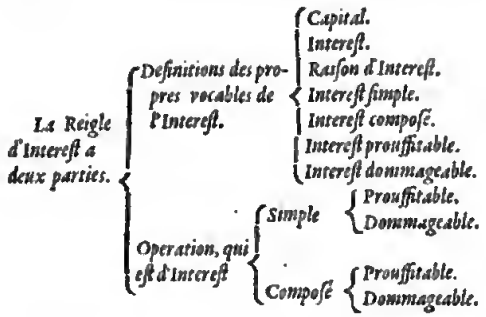
REIGLE D'INTEREST

AVEC SES TABLES CALCVLEES PAR

SIMON STEVIN
de Bruges.

ARGVMENT.

NOVS diviſons la reigle d'Intereſt en deux parties, deſquelles la premiere ſera des Definitions; la ſeconde de l'Operation. Les definitions ſeront explications des propres voca-bles de ceſte reigle; Comme, quelle choſe eſt Capital, Intereſt, Raiſon d'Intereſt, Intereſt ſimple, Intereſt compoſé, Intereſt prouffitable, Intereſt dommageable. L'operation aura quatre propoſitions, deſquelles la premiere ſera d'Intereſt ſimple & prouffitable; La ſeconde d'Intereſt ſimple & dommageable, La troiſieſme d'Intereſt compoſé & prouffitable, & en ceſte propoſition ſeront deſcriptes les tables enſemble la maniere de leur cõſtruction; La quatrieſme propoſition ſera d'Intereſt compoſé dommageable. Et en plus grande evidence nous comprennons l'argument ſuccinctement en telle table:



PREMIERE PARTIE DE LA REIGLE D'INTEREST DES DEFINITIONS.

Definition I.

CApital eſt la ſomme, de laquelle on compte l'Intereſt.

Explication.

Comme par exemple quelcun donnant 16 ℔, à fin d'en recevoir 1 ℔ par an, alors les 16 ℔ s'appellent Capital. Ou quelcun eſtant devable 20 ℔, à payer en un an, & baille comptant 19 ℔ rabatant 1 ℔ pour intereſt, alors les 20 ℔ s'appellent Capital.

Definition II.

INtereſt eſt la ſomme que l'on compte de l'arrierage du capital pour quelque temps.

Explication.

Comme quand on dict, 12 pour 100 par an, c'eſt à dire 12 intereſt de 100 capital, pour un an de temps; De ſorte que capital, intereſt, & temps, ſont trois ajoincts inſeparables; c'eſt que capital n'exiſte poinct ſinon en reſpect de quelque intereſt & temps: Item intereſt n'eſt ſinon que en reſpect de capital & temps.

Definition III.

LA Raiſon qu'il y a de l'intereſt au capital, nous l'appellons Raiſon d'intereſt.

Explication.

Comme la raiſon qu'il y a d'intereſt 12 à capital 100, ou d'intereſt 1, à capital 16, nous l'appellons en general Raiſon d'intereſt. Et eſt à conſiderer que la Raiſon d'intereſt ſe rencontre en la Pratique en double ſorte, deſquelles l'une a touſiours l'un de ſes termes certain, l'autre tous deux incertains. La raiſon d'intereſt qui a un terme certain, eſt en deux manieres, car ou le capital eſt touſiours une certaine ſomme à ſçavoir 100, & l'intereſt une incertaine ſomme, comme 9, ou 10, ou 11, &c. & ceſte raiſon d'intereſt s'appelle neuf pour cent, dix pour cent, &c. Ou au contraire, l'intereſt eſt touſiours une certaine ſomme à ſçavoir 1, & le capital incertain, comme 15 ou 16 ou 17, &c. & ceſte raiſon d'intereſt s'appelle au denier quinze, au denier ſeize, &c. La raiſon d'intereſt qui a ſes termes tous deux incertains, eſt, comme quand on dict (par exemple) 53 gaignent par an 4. De toutes leſquelles differences nous donnerons cy apres des exemples chaſcun en ſon lieu.

Definition IV.

INtereſt ſimple eſt celuy que l'on compte ſeulement du capital.

Explication.

Comme comptant 24 ℔ pour intereſt de capital 100 ℔ pour 2 ans, à raiſon de 12 pour 100 par an; alors les meſmes 24 ℔ s'appellent intereſt ſimple. Ou eſtant quelcun devable 100 ℔ à payer à la fin de 2 ans, à raiſon de 12 pour 100 par an & qu'il paye argent comptant rabattant pour intereſt du capital ſeulement $21\frac{2}{7}$ ℔, alors les meſmes $21\frac{2}{7}$ ℔ s'appellent intereſt ſimple; qui eſt en difference de l'intereſt compoſé duquel la definition eſt telle:

Definition V.

INtereſt compoſé eſt celuy, que l'on compte du capital enſemble de l'arrierage.

Explication.

Comme comptant $25\frac{11}{25}$ ℔, pour intereſt de 100 ℔ pour 2 ans à raiſon de 12 pour 100 par an, alors les meſmes $25\frac{11}{25}$ ℔ s'appellent Intereſt compoſé, & cela à cauſe que ſur la deuxieſme année, n'eſt pas ſeulement compté intereſt du capital 100 ℔, mais par deſſus des meſmes eſt encore compte intereſt de 12 ℔ depuis la fin de la premiere annee, juſques au bout de la ſeconde, montant $1\frac{11}{25}$ ℔. De ſorte que ceſt intereſt compoſe, eſt ſur deux annees plus grand que ſon ſimple de $1\frac{11}{25}$ ℔. Ou eſtant quelcun devable à payer au bout de deux ans 100 ℔, & paye argent comptant $79\frac{141}{196}$ ℔, rabatant $20\frac{55}{196}$ ℔ pour intereſt compoſé à raiſon de 12 pour 100 par an, lequel intereſt compoſe eſt moindre que ſon ſimple; Parquoy il eſt à conſiderer que nous l'appellons intereſt compoſé, non pas ſelon la quantité pour laquelle on l'appelleroit pluſtoſt intereſt diſioinct, ou diminué, mais en reſpect de la qualité de l'operation, en laquelle nous avons egard à deux intereſts.

Corollaire.

S'enſuit neceſſairement que de tout premier terme auquel eſt eſcheu intereſt, ne ſe pouvoir compter intereſt compoſé, en quoy aucuns s'avoir abuſé ſera demonſtré en ſon lieu.

Definition VI.

INtereſt prouffitable eſt celuy, qu'on ajouſte au capital.

Explication.

Comme ayant 16 ℔ gaigné en un an 1 ℔, le debiteur debura pour capital & intereſt enſemble 17 ℔; parquoy nous appellons telle 1 ℔ (car c'eſt intereſt que l'on ajouſte au capital, & l'augmente) intereſt prouffitable.

Definition VII.

INtereſt dommageable eſt celuy, qu'on ſoubſtraict du capital.

Explication.

Comme eſtant quelcun devable en un an 16 ℔, il accorde de payer argent comptant, rabatant l'intereſt à raiſon du denier 16, montant $\frac{16}{17}$ ℔, de ſorte qu'il donne argent comptant $15\frac{1}{17}$ ℔. Or parce que $\frac{16}{17}$ ℔ ſont intereſt qu'on ſoubſtraict du capital, & le diminuent, nous l'appellons intereſt dommageable.

SECON-

SECONDE PARTIE DE LA REIGLE D'INTEREST DE L'OPERATION.

PROPOSITION I.

ESTant declaré capital temps & raiſon d'intereſt ſimple & prouffitable : Trouver l'intereſt.

NOTA. C'eſt à conſiderer que comme la diſcontinuue proportion conſiſte en 4 termes, deſquels eſtant cognuz les trois, nous en trouvons le quatrieſme: Ainſi conſiſtent nos propoſitions d'intereſt en quatre termes, à ſçavoir capital, temps, raiſon d'intereſt, & intereſt, deſquels termes eſtant cognuz quelques trois nous trouvons par les meſmes, l'incognu quatrieſme: C'eſt à dire que par cognuz capital, temps, & raiſon d'intereſt, nous trouvons l'intereſt; Item par cognuz capital, temps, & intereſt, nous trouvons Raiſon d'intereſt: Item par cognuz capital, raiſon d'intereſt, & intereſt, nous trouvons le temps; Et au dernier par cognuz temps, raiſon d'intereſt, & intereſt, nous trouvons le capital. toutes leſquelles mutations ſont notoires par l'alterne & inverſe proportion des termes de la 82 & 83 definition de l'Arithmetique. Mais par ce que le terme incognu de l'intereſt (auquel on requiert ſouventesfois avoir aſjouſté le capital) eſt le plus ſouvent requis en la Pratique, nous ferons les propoſitions ſur le meſme, donnant auſſi exemples à la fin de chaſcune propoſition, dependans de ladicte mutation de termes.

EXEMPLE I.

L'on veut ſçavoir combien que ſera le ſimple intereſt de 224 ℔ pour un an, à raiſon de 12 pour 100 par an.

CONSTRVCTION.

On trouvera par les trois termes donnez le quattieſme requis diſant, 100 donnent 12 combien 224 ℔ font $26\frac{22}{25}$ ℔.

Et de meſme ſorte on dira que 16 ℔ gaignent par an 1 ℔, les 224 ℔ gaigneront par an 14 ℔.

EXEMPLE II.

27 ℔ donnent pour 4 annees d'intereſt ſimple 14 ℔, combien donnent 320 ℔ de 5 annees?

CONSTRVCTION.

Si les termes donnez ne fuſſent pas diſpoſés comme il appert, on les faudroit ainſi diſpoſer, diſant (par la reigle de cincq) le produict du premier & ſecond terme, donne le troiſieſme, combien donnera le produict du quatrieſme & cincquieſme? C'eſt à dire 108 (car autant eſt le produict du premier & ſecond terme, à ſçavoir de 27 & 4) donnent 14 (qui eſt le troiſieſme terme) combien donneront 1600? (car autant eſt le produict du quatrieſme & cincquieſme, à ſçavoir 320 par 5) faict 247 $\frac{1}{27}$ ℔.

NOTA. Le precedent deuxieſme exemple, & ſemblables, ſe peuvent ſolver par autre maniere, en laquelle on beſoigne deux fois par la reigle de trois, mais ceſte maniere eſt plus briefve & commode.

EXEMPLE III.

Quelcun doibt argent comptant 224 ℔; S'il payoit en 4 annees à chaſcun an le quart qui eſt 56 ℔, combien payeroit il à chaſcune annee d'intereſt ſimple, à raiſon de 12 pour 100 par an?

CONSTRVCTION.

On verra quel capital on tienr à chaſcune année, qu'on n'euſt pas tenu ſelon la premiere condition. Puis on trouvera par le precedent 1 exemple, l'intereſt de chaſcun capital, à chaſcune année, comme au bout du premier an; le capital eſt 224 ℔, duquel l'intereſt monte pour un an $26\frac{22}{25}$ ℔: Au bout du deuxieſme an (car l'on paye au premier an le quart de 224 ℔) le capital ſera 168 ℔, duquel l'intereſt pour un an eſt $20\frac{4}{25}$ ℔: Au bout du troiſieſme an, le capital eſt 112 ℔, duquel l'intereſt pour un an faict $13\frac{11}{25}$ ℔: Au bout du quatrieſme an, le capital eſt 56 ℔, duquel l'intereſt pour un an eſt $6\frac{18}{25}$ ℔.

EXEMPLE IV.

Quelcun doibt payer en 4 ans 224 ℔, à chaſcune année le quart montant 56 ℔; Combien faudra il payer d'intereſt ſimple, à 12 pour 100 par an, s'il payaſt leſdictes parties toutes enſemble, au bout du quatrieſme an?

CONSTRVCTION.

On verra quel capital on rient à chaſcun an qu'on ne tiendroit pas ſelon la premiere condition, & du meſme on comptera l'intereſt; Puis doncques qu'on euſt deu payer 56 ℔ au bout du premier an, ſelon ieelle condition, leſquels on n'a point payé ſelon ceſte cy, il faudroit compter au bout du deuxieſme an, l'intereſt des meſmes 56 ℔, montant $6\frac{18}{25}$ ℔, Et pour ſemblable raiſon on devroit compter au bout du troiſieſme an l'intereſt de 112 ℔, montant $13\frac{11}{25}$ ℔, Et au bout du quatrieſme an, l'intereſt de 168 ℔, montant $20\frac{4}{25}$ ℔, leſquelles trois ſommes d'intereſt montant enſemble $40\frac{8}{25}$ ℔, ſont l'intereſt ſimple, qu'il faudroit payer, au bout de 4 ans.

On autrement on pourroit chercher nombres proportionels, aux nombres de la queſtion en ceſte ſorte:

100 donnent au premier an	0
100 donnent au ſecond an	12
100 donnent au troiſieſme an	24
100 donnent au quatrieſme an	36
Somme 400	72

Puis on dira 400 donnent 72, combien 224? faict comme deſſus $40\frac{8}{25}$ ℔.

NOTA. Les trois exemples ſuivans dependent de l'alterne ou inverſe proportion de la propoſition.

EXEMPLE V. AVQVEL EST requis Raiſon d'intereſt.

48 ℔ donnent en 3 ans de ſimple intereſt prouffitable 9 ℔. A combien eſt ce pour cent par an?

CONSTRVCTION.

On diſpoſera les termes comme dict eſt au precedent deuxieſme exemple en ceſte ſorte: 48 donnent en trois ans 9 ℔, combien 100 ℔ en un an? faict (ſelon la doctrine du precedent 2 exemple) pour ſolution $6\frac{1}{4}$ pour cent.

EXEMPLE VI. AVQVEL EST requis le temps.

L'on veut ſçavoir en combien de temps 260 ℔ gaigneront 187 ℔ 4 ß, à raiſon de 12 pour 100 par an.

CONSTRVCTION.

On verra combien 260 ℔ gaignent par an, & ſe trouve par le 1 exemple $31\frac{1}{5}$ ℔; Puis on diviſera 187 ℔ 4 ß,

℔ 4 ß, par 31 $\frac{1}{5}$ ℔, donne quotient pour ſolution 6 ans.

Exemple VII, avquel est requis le capital.

Quelcun reçoit 187 ℔ 4 ß ſi d'intereſt ſimple à raiſon de 12 pour 100 par an, & cela pour 6 ans, combien eſtoit le capital?

Construction.

On verra combien 100 ℔ à raiſon de 12 pour 100 par an, gaignent en 6 ans, & ſe trouve 72 ℔. Puis on dira, 72 viennent de 100, d'ou viendront 187 ℔ 4 ß? faict pour ſolution, 260 ℔.

Demonstration.

Telle raiſon qu'il y a au premier exemple de 100 à 12, telle y a il de 224 ℔ à 26 $\frac{22}{25}$ ℔ par la conſtruction; Ergo 26 $\frac{22}{25}$ ℔ ſont proportionelles avec les autres termes ſelon le requis. Et ſemblable ſera auſſi la demonſtration des autres exemples, laquelle nous paſſons outre à cauſe de briefveté.

Conclvsion.

Eſtant doncques declaré capital temps, & raiſon d'intereſt ſimple & prouffitable: Nous avons trouve l'intereſt, ce qu'il falloit faire.

Proposition II.

Estant declaré capital, temps, & raiſon d'intereſt ſimple & dommageable: Trouver leur valeur.

Exemple I.

Il y a 300 ℔ à payer en 1 an, combien vaudront elles en argent comptant, rabattant intereſt ſimple à raiſon de 12 pour 100 par an?

Construction.

On ajouſtera 100 à ſon intereſt 12, ſont 112, diſant 112 viennent de 100, de combien viendront 300 ℔? faict 267 $\frac{6}{7}$ ℔.

Exemple II.

Il y a 32 ℔ à payer en 3 ans, combien vaudront les meſmes en argent comptant, rabattant l'intereſt au denier 16 par an?

Construction.

On ajouſtera 16 à ſon intereſt de 3 ans, à ſçavoir à 3, ſont 19, diſant 19 viennent de 16, de combien viendront 32 ℔? faict 26 $\frac{10}{19}$ ℔.

Exemple III.

Il y a 250 ℔ à payer en 6 mois, combien vaudra ceſte ſomme argent comptant, rabattant au denier 16 par an?

Construction.

On verra quelle partie que les 6 mois ſont de l'an, & ſe trouve $\frac{1}{2}$, pourtant on ajouſtera $\frac{1}{2}$ à 16, ſont 16 $\frac{1}{2}$; Puis on dira, 16 $\frac{1}{2}$, viennent de 16, de combien viendront 250 ℔? faict 242 $\frac{12}{33}$ ℔.

Item ſi leſdictes 250 ℔ euſſent eſté à payer en 3 mois, on diroit (par ce que 3 mois ſont le $\frac{1}{4}$ de l'An) 16 $\frac{1}{4}$ viennent de 16, de combien viendront 250 ℔? faict 246 $\frac{2}{17}$ ℔.

Mais ſi leſdictes 250 ℔ euſſent eſté à payer en 1 mois, on diroit (par ce que 1 mois eſt la $\frac{1}{12}$ de l'an) 16 $\frac{1}{12}$ viennent de 16, de combien viendront 250 ℔?

Mais ſi leſdictes 250 ℔ euſſent eſté à payer en 7 ſepmaines, on diroit (par ce que 7 ſepmaines ſont $\frac{7}{52}$ de l'an) 16 $\frac{7}{52}$ viennent de 16, de combien viendront 250 ℔?

Mais ſi leſdictes 250 ℔ euſſent eſté à payer en 134 jours, on diroit (par ce que 134 jours ſont $\frac{134}{365}$ de l'an) 16 $\frac{134}{365}$ viennent de 16 de combien viendront 250 ℔?

De ſorte que en telles queſtions il faut touſiours veoir quelle partie de l'an eſt le temps propoſé, & puis comme deſſus.

Exemple IV.

Il y a 320 ℔ à payer en 3 ans & trois mois; combien vaudront elles argent comptant, rabattant intereſt ſimple au denier 16 par an?

Construction.

On ajouſtera 16 à ſon intereſt 3 $\frac{1}{4}$ ℔ (3 $\frac{1}{4}$ ℔ à cauſe de 3 $\frac{1}{4}$ années) ſont enſemble 19 $\frac{1}{4}$; Puis on dira, 19 $\frac{1}{4}$ viennent de 16, de combien viendront 320 ℔? faict 265 $\frac{7}{77}$ ℔.

Nota. Semblable ſera l'operation en toutes autres parties de l'an, qu'il y a par deſſus les ans entiers, comme l'on peut facilement colliger par le precedent troiſieſme exemple.

Exemple V.

Il y a 230 ℔ à payer au bout de 5 ans, Combien vaudront les meſmes argent comptant, rabatant en telle raiſon, comme eſt 23 capital à intereſt 6, & cela de 3 ans?

Construction.

On verra premierement combien 6 ℔ d'intereſt de 3 ans, montent en un an, & ſe trouve 2 ℔. Doncques ceſt intereſt eſt à raiſon de 2 pour 23 par an; Parquoy l'operation ſera ſemblable à la precedente du 2 exemple de ceſte propoſition en ceſte ſorte. On ajouſtera 23 à ſon intereſt de 5 ans, à ſçavoir 10 ℔, font enſemble 33. Puis on dira, 33 viennent de 23, de combien viendront 230 ℔: faict pour ſolution 160 $\frac{20}{33}$ ℔.

Exemple VI.

Quelcun doibt 600 ℔ à payer au bout de 4 ans, & accorde avec ſon crediteur, de les payer en 4 payements, à ſçavoir au bout du premier an un quart, & au ſecond an encore un quart, & au troiſieſme an encore un quart, & au quatrieſme an le dernier quart, rabatant intereſt ſimple à raiſon de 12 pour 100 par an, combien debura il payer à chaſcune année?

Construction.

On verra quel argent on debourſe ſelon ceſte condition, que l'on n'euſt pas debourſé ſelon la premiere. Or doncques par ce que ſelon ceſte condition on paye en un an le quart de la ſomme montant 150 ℔ rabatant, &c. leſquelles on euſt premierement payé ſelon la premiere condition en 3 ans apres; S'enſuit qu'on verra combien 150 ℔ à payer en 3 ans, vallent argent comptant, & ſe trouve par le ſecond exemple de ceſte propoſition 110 $\frac{3}{7}$ ℔, pour la premiere paye. Et pour ſemblable raiſon les 150 ℔ vaudront en argent comptant ſur 2 annees 120 $\frac{30}{31}$ ℔, pour la ſeconde paye. Item les 150 ℔ vaudront argent comptant ſur 1 année 133 $\frac{12}{14}$ ℔, pour la troiſieſme paye; Mais parce que l'on paye la derniere paye en telle condition comme eſtoit la premiere, il n'y aura de la meſme aucun intereſt, & ſera de 150 ℔.

Exemple VII.

Il y a 324 ℔ à payer en 6 ans, à ſçavoir 54 ℔ par an; Combien vaudront les meſmes en argent comptant, rabatant intereſt ſimple à raiſon de 12 pour 100.

Nota. Nous avions en la premiere impreſſion (ſans

(ſans en faire particuliere demonſtration) ſuivi en ceſt exemple la maniere de quelques autres, mais depuis il m'a eſté dict par quelcun qu'il y avoit de l'erreur, ce que trouvant veritable, nous l'avons corrigé, & en donnons maintenant conſtruction telle:

CONSTRVCTION.

On verra quel argent on debourſe ſelon ceſte condition, que l'on n'euſt pas debourſé ſelon la premiere. Or doncques par ce que ſelon ceſte condition on debourſe 54 ℔, qui eſtoient à paier en un an apres, s'enſuit qu'on verra combien les meſmes 54 ℔, à paier en un an, vallent argent comptant, & ſe trouve par le precedent premier exemple de ceſte propoſition 48 $\frac{3}{14}$ ℔. Et pour ſemblable raiſon autres 54 ℔ pour 2 annees, vaudront argent comptant 43 $\frac{17}{19}$ ℔. Et autres 54 ℔ pour 3 annees, vaudront 37 $\frac{12}{17}$ ℔. Et autres 54 ℔ pour 4 annees vaudront 36 $\frac{18}{37}$ ℔. Et autres 54 ℔ pour 5 annees, vaudront 33 $\frac{3}{4}$ ℔. Et autres 54 ℔ pour 6 annees vaudront 31 $\frac{17}{43}$ ℔. Et la ſomme deſdictes ſix parties eſt pour ſolution 233 $\frac{23568847}{23476796}$ ℔. Et l'abuſée ſolution de la premiere impreſſion eſtoit ſeulement 228 $\frac{12}{71}$ ℔.

NOTA.

Par ce que c'eſt operation labourieuſe de faire pour chaſcun terme une particuliere computation comme cy deſſus, principalement quand il y a beaucoup des annees, on pourra faire des tables par leſquelles on ſolvera telles queſtions par une ſeule operation, en ceſte ſorte:

Pour faire une table de 12 pour cent, on prendra quelque grand nombre duquel le premier characte-re ſoit 1, & tous les autres 0, comme par exemple 10000000, que nous appellons racine de table. Diſant 112 (à ſçavoir capital 100 avec intereſt d'une année) donnent 100, combien 10000000? faict 8928571, pour nombre reſpondant à la premiere année. Puis pour trouver le nombre reſpondant à deux années, on dira 124 (à ſçavoir capital 100 avec intereſt de 2 ans) donnent 100, combien 10000000? faict 8064516, (nous ne prennons icy eure de la reſte) les meſmes ajouſtez à 8928571 font 16993087, pour nombre reſpondant à deux annees. Puis pour trouver le nombre reſpondant à trois ans, on dira 136 (à ſçavoir capital 100 avec intereſt de 3 annees) donnent 100, combien 10000000? faict 7352941, le meſme ajouſte à 16993087 faict 24346028 pour nombre reſpondant à trois ans. Et ainſi on procedera pour faire des annees, autant qu'on voudra que nous avons continué juſques à 8 termes en ceſte ſorte:

Table d'intereſt ſimple dommageable, de 12 pour 100.

1.	8928571
2.	16993087
3.	24346028
4.	31102785
5.	37352785
6.	43166738
7.	48601521
8.	53703562

Or pour ſolver la queſtion de ce 7e exemple par ceſte table on multipliera la racine de la table 10000000, par les annees de la queſtion, qui eſt par 6, font 60000000; Puis on dira 60000000 dõnent 43166738 (qui eſt le nombre reſpondant à ſix ans,) combien 324 ℔? faict pour ſolution comme deſſus 233 $\frac{602117}{600000}$ ℔. Car l'autre eſtoit 233 ℔ 2 ß 0 $\frac{2200176}{2347679}$ ₰, & ceſte cy vaut 233 ℔ 2 ß 0 $\frac{2146880}{6000000}$ ₰ qui ont tant ſeulement quelque petite difference de nulle eſtime, à cauſe que l'extreme perfection n'eſt pas aux tables, pour les reſtes qu'on delaiſſe en la conſtruction.

EXEMPLE VIII.

Quelcun doibt à payer en 3 ans 260 ℔, & en 6 ans, apres encore 420 ℔; Combien vallent ces deux ſommes enſemble argent comptant, rabatant intereſt ſimple à raiſon de 11 pour cent par an?

CONSTRVCTION.

Les 260 ℔ vaudront argent comptant ſelon le 2e exemple de ceſte propoſition 191 $\frac{3}{17}$ ℔, & les 420 ℔, vaudront argent comptant 201 $\frac{12}{17}$ ℔: Puis ajouſtant 191 $\frac{3}{17}$ ℔, à 201 $\frac{12}{17}$ ℔, font 393 $\frac{15}{17}$ ℔, & autant vaut toute la debte en argent comptant.

EXEMPLE IX.

Quelcun doibt 200 ℔ à payer en 5 ans; Combien vaudront elles en 2 ans, à intereſt ſimple de 10 pour 100 par an?

CONSTRVCTION.

L'on ſoubſtraira 2 ans de 5 ans, reſte 3 ans, auſquels leſdictes 200 ℔ vaudront (par le 2e exemple de ceſte propoſition) 153 $\frac{11}{13}$ ℔.

NOTA.

Nous avons corrigé en la conſtruction de ce 9e & du ſuivant 10e exemple l'erreur de la premiere impreſſion. Quant à ceux qui l'eſtiment pour bonne, diſans que ces 200 ℔ valoyent paſſé 5 ans 133 $\frac{1}{3}$ ℔ les meſmes vallent en deux ans pour concluſion 160 ℔. Ils errent, comme nous faiſons quand nous le fimes ainſi; Car je pourrois dire par meſme raiſon, 200 ℔ valoyent paſſé 1000 ans $\frac{200}{101}$ ℔, les meſmes vallent en 997 ans 199 $\frac{50}{101}$ ℔, de ſorte qu'il y auroit à rabatre pour l'intereſt, ſeulement 50 $\frac{50}{101}$ ℔, mais ſelon l'autre compte 66 $\frac{2}{3}$ ℔; ce qui eſt abſurd. Doncques ces 200 ℔ ne vallent pas d'avantage que 153 $\frac{11}{13}$ ℔, mais qu'ils ne vallent pas moins l'adverſaire meſme le confeſſe, parquoy 153 $\frac{11}{13}$ ℔ ſont la vraye ſolution.

EXEMPLE X.

Quelcun doibt à payer en 3 ans 420 ℔, & en 6 ans apres 560 ℔; Combien vaudront ces deux parties enſemble à payer en deux ans, à intereſt ſimple de 10 pour 100 par an?

CONSTRVCTION.

Les 420 ℔ à payer en 3 ans, vallent en 2 ans par le precedent 9e exemple 381 $\frac{9}{11}$ ℔. Et les 560 ℔ à payer en 6 ans apres, qui eſt en 9 ans, vallent en 2 ans par ledict 9e exemple 329 $\frac{7}{17}$ ℔, leſquels avec leſdictes 381 $\frac{9}{11}$ ℔, font pour ſolution 711 $\frac{43}{187}$ ℔.

NOTA.

Les exemples ſuivans dependent de l'alterne ou inverſe proportion de ceſte propoſition.

EXEM-

Exemple XI. avquel est requis raiſon d'intereſt.

Pour 500 ℔ à payer au bout de 5 ans, on reçoit argent comptant 333 $\frac{2}{3}$ ℔, La demande eſt à combien l'on a rabatu pour cent d'intereſt ſimple.

Construction.

On dira 333 $\frac{1}{3}$ ℔ viennent de 500 ℔, de combien viendront 100? faict 150 ℔, des meſmes on ſoubſtraira pour teigle generale 100 ℔ reſte 50 ℔, leſquelles diviſées par 5 (5 des 5 ans) donne quotient 10; Ergo l'on avoit rabatu à raiſon de 10 pour 100.

Exemple XII. avquel est requis le temps.

Pour 400 ℔, on reçoit argent comptant 250 ℔, rabatant intereſt ſimple, à raiſon de 10 pour 100 an, La demande eſt pour combien de temps on a rabatu.

Construction.

On dira 250 ℔ viennent de 400 ℔, de combien viendront 100 ℔? faict 160 ℔, des meſmes on ſoubſtraira pour teigle generale 100 ℔, reſte 60 ℔, les meſmes diviſées par 10 (10 à cauſe de 10 pour 100) donnent quotient 6. Ergo l'on avoit rabatu pour 6 annees.

Exemple XIII. avquel est requis le capital.

Quelcun reçoit 666 $\frac{2}{3}$ ℔, & on luy avoit rabatu intereſt ſimple à 8 pour 100 par an, & cela pour 10 ans. Qu'el eſtoit le capital?

Construction.

On ajouſtera 100 à ſon intereſt de 10 ans qui eſt 80 ℔, ſont 180 ℔, diſant 100 viennent de 180 ℔, de combien viendront 666 $\frac{2}{3}$ ℔? Faict pour capital 1200 ℔.

Demonstration.

Veu qu'il eſt dict au premier exemple de ceſte propoſition, que 300 à payer en un an, vallent argent comptant 267 $\frac{6}{7}$ ℔, rabatant intereſt ſimple à 12 pour 100 par an; S'enſuit que ſi on employaſt au meſme inſtant ſur intereſt leſdictes 267 $\frac{6}{7}$ ℔ (à ſçavoir comme devant, à 12 pour 100 par an) que les meſmes avec leur intereſt (ſi l'operation eſt bonne) deburoyent monter enſemble au bout de l'année 300 ℔.

Or doncques contant ledict intereſt ſelon la doctrine du premier exemple de la premiere propoſition, il montera 32 $\frac{4}{7}$ ℔, leſquelles ajouſtées à 267 $\frac{6}{7}$ ℔, ſont enſemble ladicte ſomme de 300 ℔, d'ou ſe conclud que l'operation eſt bonne.

Et ſemblables ſeront auſſi les demonſtrations des autres exemples de ceſte propoſition, leſquelles nous paſſons outre à cauſe de briefveté.

Conclvsion.

Eſtant doncques declaré capital, temps, & raiſon d'intereſt ſimple & dommageable; Nous avons trouvé leur valeur; ce qu'il falloit faire.

Proposition III.

Eſtant declaré capital, temps, & raiſon d'intereſt compoſé & prouffitable: Trouver toubien monte le capital avec ſon intereſt.

Nota.

Nous aurons meſtier pour la ſolution des exemples de ceſte propoſition, des tables deſquelles a eſte dict cy devant, parquoi nous en deſcrirons ici autant comme en la practique ſemblent communement neceſſaires, à ſçavoir 16 tables la ou il y aura touſiours comparaiſon de l'intereſt au cent, deſquelles la premiere ſera de 1 pour 100, la ſeconde de 2 pour 100, & ainſi par ordre des autres juſques à la 16 table qui ſera de 16 pour 100. Puis nous deſcrirons encore 8 tables, la ou il y aura touſiours comparaiſon de divers capitaux, à intereſt touſiours 1, deſquelles la premiere ſera du denier 15, la ſeconde du denier 16, & ainſi par ordre des autres juſques au denier 22, & chaſcune table ſera de 30 annees ou termes.

CONSTRVCTION DES TABLES.

Pour doncques venir à la conſtruction de ces tables, il faut ſçavoir que l'on y cherche nombres proportionaux aux nombres de la queſtion: Pour leſquels trouver, on prendra au premier quelque grand nombre duquel le premier charactere ſoit 1, & les autres tous 0. I'ay prins pour ces tables (combien qu'on peut prendre plus ou moins) 10000000, que nous appellons racine des tables. Or voulant faire une table à raiſon de 1 pour 100, comme eſt la ſuivante premiere, on multipliera la racine des tables 10000000, par le capital 100, donne prodnict 1000000000, le meſme ſe diviſera par la ſomme du capital & ſon intereſt, à ſçavoir par 101 (car 100 eſt propoſé capital, & 1 intereſt) le quotient ſera 9900990 reſpondant au premier terme ou année; Quant au reſte $\frac{10}{101}$ qui demeure apres la diviſion, nous la delaiſſons par ce qu'elle eſt moindre que demi, mais quand telle teſte eſt majeure que demi, on augmentera comme eſt l'uſage en la table des ſinus & autres) le quotient de 1, car ainſi l'on demeure touſiours plus pres du requis. Or pour trouver le nombre reſpondant au deuxieſme an, on multipliera les 9900990 autrefois par 100, faict 990099000, le meſme ſe diviſera autrefois par 101, le quotient ſera 9802960, pour le deuxieſme an. Et de meſme ſorte pour trouver le nombre du troiſieſme an, on multipliera 9802960, autrefois par 100, faict 980296000, le meſme ſe diviſera autrefois par 101, le quotient ſera 9705900, mais par ce que la reſte $\frac{300}{303}$, eſt maintenant majeure que demi, on augmentera pour les raiſons que deſſus le dernier charactere du quotient de 1, mettant 9705901 pour le troiſieſme terme, & ainſi des autres termes, leſquels ſont continuez en nos tables juſques à 30.

Semblable ſera auſſi la conſtruction de toutes les autres tables, car comme l'on multiplie en la premiere touſiours par 100 & diviſe par 101, ainſi on multiplieta en la ſeconde table (qui eſt de 2 pour 100) touſiours par 100, & on diviſera par 102. Et en la troiſieſme table, on multipliera touſiours par 100, & on diviſera par 103, & ainſi des autres. Item la conſtruction de la table du denier 15, eſt ſemblable aux precedentes; car on y multi-

plie

plie touſiours par 15, & on diviſe par 16 (à ſçavoir par 15 propoſé capital, avec ſon intereſt 1) Et ainſi en la table du denier 16, on multipliera touſiours par 16, & on diviſera par 17, & ſemblablement des autres : Ces tables ainſi preparees, il faut joignant les meſmes faire encore une colomne, laquelle ſervira pour intereſt compoſé, de parties qui ſont à payer en continues annees, l'un an autant comme l'autre, comme les exemples des meſmes ſeront exhibez en ſon lieu, & la conſtruction de ceſte colomne eſt telle :

On mettra (pour la conſtruction de celle de 1 pour 100) le 9900990 reſpondant au premier an ou terme, encore une fois joignant ledict premier terme, puis on ajouſtera les deux nombres reſpondans aux deux premiers termes, comme 9900990 avec 9802960, font 19703950, le meſme ſe mettra aupres le deuxieſme an; Puis on ajouſtera les trois nombres de la premiere colomne, reſpondans aux trois premiers termes, montent 29409851, & ainſi des autres. De ſorte que le dernier nombre de ceſte derniere colomne, ſera la ſomme de tous les nombres de la colomne precedente.

Et ainſi on fera à chaſcune des autres tables, une telle derniere colomne, de ſorte que chaſcune de ces tables aura trois colomnes, la premiere ſignifiant termes, comme annees, ou quart d'annees, ou ſemblables, & les autres deux ſervans pour ſolutions de queſtions, comme il apparoiſtra au ſuivant.

A. GIRARD.

LA compoſicion de la derniere colomne eſt un peu difficile comme l'autheur l'a faict ; mais ſera plus aiſee ſi on faict comme s'enſuit en prenant la premiere table pour exemple.

Je met le premier nombre de la 3e colomne, comme en la ſecõde colomne, aſſavoir 9900990, puis j'adjouſte iceluy meſme avec le ſuyvant 9802960 (de la ſeconde colomne) viendra 19703950 ; lequel ſemblablement j'adjouſte (apres l'avoir poſé en ſon lieu competant) au ſuyvant 9705901 (de la ſeconde colomne) & viendra 20409851, & ainſi ſe feront les autres fort aiſeement.

S'ENSVIVENT LES TABLES D'INTEREST.

Table d'Intereſt de 1 pour 100.

1.	9900990	9900990
2.	9801960	19703950
3.	9705901	29409851
4.	9609803	39019654
5.	9514656	48534310
6.	9420451	57954761
7.	9327179	67281940
8.	9234831	76516771
9.	9143397	85660168
10.	9052868	94713036
11.	8963236	103676172
12.	8874491	112550763
13.	8786615	121337388
14.	8699629	130037017
15.	8613494	138650511
16.	8528212	147178723
17.	8443774	155622497
18.	8360172	163981669
19.	8277398	172260067
20.	8195444	180455511
21.	8114301	188569812
22.	8033961	196603773
23.	7954417	204558190
24.	7875660	212433850
25.	7797683	220231533
26.	7720478	227952011
27.	7644038	235596049
28.	7568354	243164403
29.	7493420	250657823
30.	7419228	258077051

Table d'Intereſt de 2 pour 100.

1.	9803922	9803922
2.	9611688	19415610
3.	9423224	28838834
4.	9238455	38077289
5.	9057309	47134598
6.	8879715	56014313
7.	8705603	64719916
8.	8534905	73254821
9.	8367554	81622375
10.	8203484	89825859
11.	8042631	97868490
12.	7884932	105753422
13.	7730325	113483747
14.	7578750	121062497
15.	7430147	128492644
16.	7284458	135777102
17.	7141625	142918727
18.	7001593	149920320
19.	6864307	156784627
20.	6729713	163514340
21.	6597758	170112098
22.	6468390	176580488
23.	6341559	182922047
24.	6217215	189139262
25.	6095309	195234571
26.	5975793	201210364
27.	5858621	207068985
28.	5743746	212812731
29.	5631124	218443855
30.	5520710	223964565

Table

Table d'intereſt de 3 pour 100.

1.	9708738	9708738
2.	9425959	19134697
3.	9151417	28286114
4.	8884871	37170985
5.	8626088	45797073
6.	8374843	54171916
7.	8130916	62302832
8.	7894093	70196929
9.	7664168	77861093
10.	7440940	85302033
11.	7214214	92526247
12.	7013800	99540047
13.	6809515	106349562
14.	6611180	112960742
15.	6418621	119379363
16.	6231671	125611034
17.	6050166	131661200
18.	5873948	137535148
19.	5701862	143238010
20.	5536759	148774769
21.	5375494	154150263
22.	5218926	159369189
23.	5066918	164436107
24.	4919338	169355445
25.	4776856	174131501
26.	4636948	178768449
27.	4501891	183270340
28.	4370768	187641108
29.	4243464	191884572
30.	4119868	196004440

Table d'intereſt de 5 pour 100.

1.	9523810	9523810
2.	9070295	18594105
3.	8638376	27232481
4.	8227025	35459506
5.	7835262	43294768
6.	7462154	50756922
7.	7106813	57863735
8.	6768393	64632128
9.	6446089	71078217
10.	6139132	77217349
11.	5846792	83064141
12.	5568373	88632514
13.	5303212	93935726
14.	5050678	98986404
15.	4810170	103796574
16.	4581114	108377688
17.	4362966	112740654
18.	4155206	116895860
19.	3957339	120853199
20.	3768894	124622093
21.	3589423	128211516
22.	3418498	131630014
23.	3255712	134885726
24.	3100678	137986404
25.	2953017	140939421
26.	2812407	143751838
27.	2678483	146430321
28.	2550936	148981257
29.	2419463	151410720
30.	2313774	153914494

Table d'intereſt de 4 pour 100.

1.	9615385	9615385
2.	9245562	18860947
3.	8889963	27750910
4.	8548041	36298951
5.	8219270	44518221
6.	7903144	52421365
7.	7599177	60010542
8.	7306901	67317443
9.	7025866	74353309
10.	6755640	81108949
11.	6495808	87604757
12.	6245969	93850726
13.	6005739	99896465
14.	5774749	105631214
15.	5552643	111183857
16.	5339080	116521937
17.	5133731	121656668
18.	4936280	126592948
19.	4746423	131339371
20.	4563868	135903239
21.	4388335	140291574
22.	4219553	144511127
23.	4057262	148568389
24.	3901213	152469602
25.	3751166	156220768
26.	3606890	159827658
27.	3468163	163295821
28.	3334772	166630593
29.	3206512	169837105
30.	3083185	172920290

Table d'intereſt de 6. pour 100.

1.	9433962	9433962
2.	8899964	18333926
3.	8396192	26730118
4.	7920936	34651054
5.	7472581	42123635
6.	7049605	49173240
7.	6650571	55823811
8.	6274124	62097935
9.	5918985	68016910
10.	5583948	73600868
11.	5267875	78868743
12.	4969893	83838436
13.	4688390	88526826
14.	4423009	92949835
15.	4172650	97122485
16.	3936462	101058947
17.	3713643	104772590
18.	3503437	108276027
19.	3305129	111581156
20.	3118046	114699202
21.	2941553	117640755
22.	2775050	120415805
23.	2617972	123033777
24.	2469785	125503562
25.	2329986	127833548
26.	2198100	130031648
27.	2073679	132105327
28.	1956301	134061628
29.	1843567	135907195
30.	1741101	137648296

Table

Table d'intereſt de 7. pour 100.

1.	9345794	9345794
2.	8734387	18080181
3.	8162979	26243160
4.	7628952	33872112
5.	7129862	41001974
6.	6663422	47665396
7.	6227497	53892893
8.	5820091	59712984
9.	5439337	65152321
10.	5083493	70235814
11.	4750928	74986742
12.	4440120	79426862
13.	4149645	83576507
14.	3878173	87454680
15.	3624461	91079141
16.	3387347	94466488
17.	3165745	97632233
18.	2958640	100590873
19.	2765084	103355957
20.	2584191	105940148
21.	2415132	108355280
22.	2257133	110612413
23.	2109470	112721883
24.	1971467	114693350
25.	1842493	116535843
26.	1721956	118257799
27.	1609305	119867104
28.	1504025	121371127
29.	1405619	122776756
30.	1313672	124090428

Table d'intereſt de 9 pour 100.

1.	9174312	9174312
2.	8416800	17591112
3.	7721835	25312947
4.	7084252	32397199
5.	6499314	38896513
6.	5962673	44859186
7.	5470342	50329528
8.	5018662	55348190
9.	4604277	59952467
10.	4224107	64176574
11.	3875328	68051902
12.	3555347	71607249
13.	3261786	74869035
14.	2992464	77861499
15.	2745380	80606879
16.	2518697	83125576
17.	2310731	85436307
18.	2119937	87556144
19.	1944896	89501140
20.	1784308	91285448
21.	1636980	92921428
22.	1501817	94424245
23.	1377814	95802059
24.	1264050	97066109
25.	1159679	98225788
26.	1063926	99289714
27.	976079	100265793
28.	895485	101161278
29.	821546	101982824
30.	753712	102736536

Table d'intereſt de 8 pour 100.

1.	9259259	9259259
2.	8573386	17832637
3.	7938322	25770969
4.	7350298	33121267
5.	6805831	39927098
6.	6301695	46228793
7.	5834903	52063696
8.	5402688	57466384
9.	5002489	62468873
10.	4631934	67100807
11.	4288828	71389635
12.	3971137	75360772
13.	3676979	79037751
14.	3404610	82442361
15.	3152417	85594778
16.	2918905	88513683
17.	2702690	91216373
18.	2502491	93718864
19.	2317121	96035985
20.	2145482	98181467
21.	1986557	100168024
22.	1839405	102007429
23.	1703153	103710582
24.	1576994	105287576
25.	1460180	106747756
26.	1352019	108099775
27.	1251869	109351644
28.	1159138	110510782
29.	1073276	111584058
30.	993774	112577832

Table d'intereſt de 10 pour 100.

1.	9090909	9090909
2.	8264463	17355372
3.	7513148	24868520
4.	6830135	31698655
5.	6209214	37907869
6.	5644740	43551609
7.	5131582	48684191
8.	4665075	53349266
9.	4240977	57590143
10.	3855434	61445677
11.	3504940	64950617
12.	3186309	68136926
13.	2896645	71033571
14.	2633314	73666885
15.	2393922	76060807
16.	2176293	78237100
17.	1978448	80215548
18.	1798589	82014137
19.	1635081	83649218
20.	1486437	85135655
21.	1351306	86486961
22.	1228460	87715421
23.	1116782	88832203
24.	1015256	89847459
25.	922960	90770419
26.	839055	91609474
27.	762777	92372252
28.	693434	93065685
29.	630395	93696080
30.	573086	94269166

Table d'intereſt de 11 pour 100.

1.	9009009	9009009
2.	8116224	17125233
3.	7311914	24437147
4.	6587310	31024457
5.	5934514	36958971
6.	5346409	42305380
7.	4816585	47121965
8.	4339266	51461231
9.	3909249	55370480
10.	3521846	58892326
11.	3172834	62065160
12.	2858409	64923369
13.	2575143	67498712
14.	2319949	69818661
15.	2090044	71908705
16.	1882923	73791628
17.	1696327	73487955
18.	1528223	77016178
19.	1376777	78392955
20.	1240340	79633295
21.	1117423	80750718
22.	1006687	81757405
23.	906925	82664330
24.	817050	83481380
25.	736081	84217461
26.	663136	84880597
27.	597420	85478017
28.	538216	86016233
29.	484879	86501112
30.	436828	86937940

Table d'Intereſt de 13 pour 100.

1.	8849558	8849558
2.	7831467	16681025
3.	6930592	23611527
4.	6133188	29744715
5.	5427600	35172315
6.	4803186	39975501
7.	4250607	44226108
8.	3761599	47987707
9.	3328849	51316556
10.	2945884	54262440
11.	2606977	56869417
12.	2307059	59176476
13.	2041645	61218121
14.	1806765	63014886
15.	1598907	64623793
16.	1414962	66038755
17.	1252179	67290934
18.	1108123	68399057
19.	980640	69379697
20.	867823	70247520
21.	767985	71015505
22.	679633	71695138
23.	601445	72296583
24.	532252	72828835
25.	471019	72299854
26.	416831	73716685
27.	368877	74085562
28.	326440	74411002
29.	288885	74700887
30.	255650	74956537

Table d'Intereſt de 12 pour 100.

1.	8928571	8928571
2.	7971938	16900509
3.	7117802	24018311
4.	6355180	30373491
5.	5674268	36047759
6.	5066311	41114070
7.	4521492	45637562
8.	4038832	49676394
9.	3606100	53282494
10.	3219732	56502226
11.	2874761	59376987
12.	2566751	61943738
13.	2291742	64235480
14.	2046198	66281678
15.	1826962	68108640
16.	1631216	69739856
17.	1456443	71196299
18.	1300396	72496695
19.	1161068	73657763
20.	1036668	74694431
21.	925596	75620027
22.	826425	76446452
23.	737879	77184331
24.	658821	77843152
25.	588233	78431385
26.	525208	78956593
27.	468936	79425529
28.	418693	79844222
29.	373833	80218055
30.	333779	80551834

Table d'Intereſt de 14 pour 100.

1.	8771930	8771930
2.	7694675	16466605
3.	6749715	23216320
4.	5920803	29137123
5.	5193687	34330810
6.	4555866	38886676
7.	3996374	42883050
8.	3505191	46388641
9.	3075080	49463721
10.	2697439	52161160
11.	2366173	54527335
12.	2075592	56602927
13.	1820695	58423622
14.	1597101	60020723
15.	1400966	61421689
16.	1228918	62650607
17.	1077998	63728605
18.	945612	64674217
19.	829484	65503701
20.	727618	66231319
21.	638261	66869580
22.	559878	67429458
23.	491121	67920579
24.	430808	68351387
25.	377902	68729289
26.	331473	69060782
27.	290783	69351565
28.	255073	69606638
29.	223748	69830386
30.	196270	70026656

Table

Table d'Intereſt de 15 pour 100.

1.	8695652	8695652
2.	7561437	16257089
3.	6575165	22832252
4.	5717533	28549785
5.	4971768	33521553
6.	4323277	37844830
7.	3759371	41604201
8.	3269018	44873219
9.	2842614	47715843
10.	2571847	50187690
11.	2149432	52337122
12.	1869073	54206193
13.	1625279	55831472
14.	1413286	57244758
15.	1228944	58473702
16.	1068647	59542349
17.	929258	60471607
18.	880050	61279657
19.	702562	61982309
20.	611002	62593811
21.	531306	63124617
22.	462005	63586622
23.	401743	63988365
24.	349342	64337707
25.	303776	64641483
26.	264153	64905636
27.	229698	65135334
28.	199737	65335071
29.	173684	65508755
30.	151030	65659785

Table d'intereſt du denier 15.

1.	9375000	9375009
2.	8789062	18164062
3.	8239746	26403808
4.	7724762	34128570
5.	7241964	41370534
6.	6789341	47159878
7.	6365007	54524882
8.	5967194	60492076
9.	5594244	66086320
10.	5244604	71330924
11.	4916816	76247740
12.	4609515	80857255
13.	4321420	85178675
14.	4051331	89230006
15.	3798123	93028129
16.	3560740	96588869
17.	3338194	99927063
18.	3129557	103056620
19.	2933960	105990580
20.	2750587	108741167
21.	2578675	111319842
22.	2417508	113737350
23.	2266414	116003764
24.	2124763	118128527
25.	1991965	120120492
26.	1867467	121987959
27.	1750750	123738709
28.	1641328	125380037
29.	1538745	126918782
30.	1442573	128361355

Table d'intereſt de 16 pour 100.

1.	8620690	8620690
2.	7431629	16052319
3.	7406577	22458896
4.	5522911	27981807
5.	4761130	32742937
6.	4104422	36847359
7.	3538295	40385654
8.	3050254	43435908
9.	2629529	46065437
10.	2266835	48332272
11.	1954168	50286440
12.	1684628	51971068
13.	1452266	53423334
14.	1251953	54675287
15.	1079270	55754557
16.	930405	56684962
17.	802073	57477035
18.	691442	58178477
19.	596071	58774548
20.	513854	59288402
21.	442978	59731380
22.	381878	60113258
23.	329205	60442463
24.	283797	60726260
25.	244653	60970913
26.	210968	61181881
27.	181817	61363638
28.	156739	91520377
29.	135120	61655497
30.	116483	61771980

Table d'Intereſt du denier 16.

1.	9411765	9411765
2.	8858132	18269897
3.	8337065	26606962
4.	7846649	34453611
5.	7385081	41838692
6.	6950664	48789356
7.	6541801	55331157
8.	6156989	61488146
9.	5794813	67282959
10.	5453942	72736901
11.	5133122	77870023
12.	4831174	82701197
13.	4546987	87248184
14.	4279517	91527701
15.	4027782	95555482
16.	3790853	99346335
17.	3567862	102914197
18.	3357988	106272185
19.	3160459	109432644
20.	2974550	112407194
21.	2799576	115206770
22.	2634895	117841665
23.	2479901	120321566
24.	2334024	122655590
25.	2196718	124852318
26.	2067509	126919827
27.	1945891	128865718
28.	1831427	130697145
29.	1723696	132420841
30.	1622302	134043143

Table d'intereſt du denier 17.

1.	9444444	9444444
2.	8919753	18364197
3.	8424211	26788408
4.	7956199	34744607
5.	7514188	42258795
6.	7096733	49355528
7.	6701470	56057998
8.	6330111	62388109
9.	5978438	68366547
10.	5646303	74012850
11.	5331619	79345469
12.	5036362	84381831
13.	4756564	89138395
14.	4491310	93630705
15.	4241737	97873442
16.	4007029	101880471
17.	3784416	105664886
18.	3574171	109239058
19.	3375605	112614664
20.	3188072	115802736
21.	3010957	118813693
22.	2843682	121657375
23.	2685700	124343075
24.	2536494	126879569
25.	2395578	129275147
26.	2262490	131537637
27.	2136796	133674433
28.	2018085	135692518
29.	1905969	137598487
30.	1800082	139398569

Table d'intereſt du denier 18.

1.	9473684	9473684
2.	8975069	18448753
3.	8502697	26951450
4.	8055186	35006636
5.	7631219	42637865
6.	7229585	49867450
7.	6849081	56716531
8.	6488603	63205134
9.	6147098	69352232
10.	5823567	75175799
11.	5517063	80692862
12.	5226691	85919553
13.	4951602	90871155
14.	4690991	95562146
15.	4444097	100006243
16.	4210197	104216440
17.	3988608	108205048
18.	3778681	111983729
19.	3579803	115563532
20.	3391392	118954924
21.	3212898	122167812
22.	3043798	125211610
23.	2883598	128095218
24.	2731830	130827048
25.	2588049	133415097
26.	2451836	135866933
27.	2321792	138189725
28.	2200540	140390265
29.	2084722	141474987
30.	1975000	144449987

Table d'intereſt du denier 19.

1.	9500000	9500000
2.	9025000	18525000
3.	8573750	27098750
4.	8145062	35243812
5.	7737809	42981621
6.	7350919	50332540
7.	6983373	57315913
8.	6634104	63950017
9.	6301494	70252611
10.	5987369	76239980
11.	5688001	81927981
12.	5403601	87331582
13.	5133421	91465003
14.	4876750	97341753
15.	4632912	101974665
16.	4401266	106375931
17.	4181203	110557134
18.	3972143	114529277
19.	3773536	118302813
20.	3584859	121887672
21.	3405616	125293288
22.	3235335	128528623
23.	3073568	131602191
24.	2919890	134521081
25.	2773895	137295976
26.	2635200	139931176
27.	2503440	142434616
28.	2378268	144812884
29.	2259355	147072239
30.	2146387	149218626

Table d'intereſt du denier 20.

NOTA.

Ceſte Table eſt ſemblable à la precedente de 5 pour 100.

Table d'intereſt du denier 21.

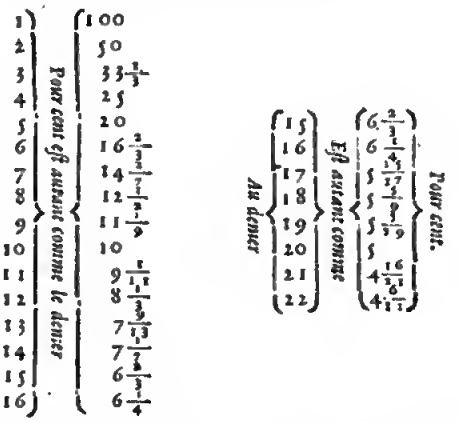
1.	9545455	9545455
2.	9111571	18657026
3.	8697409	27354435
4.	8302072	35656507
5.	7924705	43581212
6.	7564491	51145703
7.	7220650	58366353
8.	6892439	65258792
9.	6579146	71837938
10.	6280094	78118032
11.	5994635	84112667
12.	5722152	89834819
13.	5462054	95296873
14.	5213779	100510652
15.	4976789	105487441
16.	4750571	110238012
17.	4534636	114772648
18.	4328516	119101164
19.	4131765	123232929
20.	3943958	127176887
21.	3764687	130941574
22.	3593565	134535139
23.	3430221	137965360
24.	3274302	141239662
25.	3125470	144365132
26.	2983403	147348535
27.	2847794	150196329
28.	2718346	152914678
29.	2594788	155509466
30.	2476843	157986309

Table d'intereſt du denier 22.

1.	9565217	9565217
2.	9149338	18714555
3.	8751541	27466096
4.	8371039	35837135
5.	8007081	43844216
6.	7658947	51503163
7.	7325949	58829112
8.	7007429	65836541
9.	6702758	72539299
10.	6411354	78950633
11.	6143580	85083213
12.	5865946	90949159
13.	5610905	96560064
14.	5366953	101927017
15.	5133607	107060624
16.	4910407	111971031
17.	4696911	116667942
18.	4492697	121160639
19.	4297362	125458001
20.	4110520	129568521
21.	3931802	133500323
22.	3760854	137261177
23.	3597339	140858516
24.	3440933	144299449
25.	3291327	147590776
26.	3148226	150739002
27.	3011347	153750349
28.	2880419	156630768
29.	2755183	159385951
30.	2635392	162021343

NOTA.

Parce que toute raiſon d'intereſt que l'on expliqoe par cent, eſt auſſi quelque intereſt qu'on peut expliquer par le denier d'autant, & au contraire; comme par exemple 5 pour 100, ſe peut auſſi dire au denier 20: nous declairerons les comparaiſons des intereſts eomprins es tables precedentes en ceſte ſorte;



Eſtant doneques les tables ainſi preparées, nous deſcrirons maintenant les exemples ſervans à ceſta 3e propoſition, deſquels le premier eſt tel:

EXEMPLE I.

On veut ſçavoir combien montera le capital 380 lb, *avec ſon intereſt compoſé & prouffitable de* 8 *annees, à raiſon de* 21 *pour cent par an.*

CONSTRVCTION.

On verra en la table de 11 pour 100, quel nombre correſpond au huictieſme an, & ſe trouve 4339266, parquoy on dira, 4339266 donnent 10000000 (leſquelles 10000000, ſont la racine des tables) combien 380 lb? Faict 875 $\frac{3142250}{4339266}$ lb.

NOTA I. Nous mettrons commonement aux exemples ſuivans derriere les livres, leur rompu, ſans le convertir en premier rompu, ou ſans en extraire les ß & ₰, à fin que les ſolutions ſoyent ainſi plus elaires, car il ſuffit de faire cela en la practique.

NOTA II. Si on vouluſt ſçavoir combien monte l'intereſt de ceſt exemple, on ſoubſtraira 380 lb de 875 $\frac{3142250}{4339266}$ lb, reſte 495 $\frac{3142250}{4339266}$ lb, pour l'intereſt de 8 annees, & ſemblablement ſe pourra faire en tous les exemples ſuivans.

EXEMPLE II.

On veut ſçavoir combien capital 800 lb, *avec ſon compoſé & prouffitable intereſt au denier* 15 *par an, monteront en* 16 $\frac{1}{2}$ *annees.*

CONSTRVCTION.

On aiouſtera (à cauſe de demy an) $\frac{1}{2}$ à 15 (ces 15 ſont à cauſe du denier 15) ſont 15 $\frac{1}{2}$. Puis on multipliera 3560740 (qui eſt le nombre reſpondant au 16e an en la table du denier 15) par 15 donne produict 53411100, le meſme ſe diviſera par 15 $\frac{1}{2}$, donne quotient 3445877, qui eſt nombre reſpondant à 16 $\frac{1}{2}$ annees, & auroit ſon lieu en la table du denier 15, entre le 16e & 17 an, ſi la table fuſt faicte de demy en demy an. Puis on dira, 3445877 donnent 10000000, combien 800 lb? Faict 2321 $\frac{2219483}{3445877}$ lb.

Semblable ſera auſſi l'operation en toutes les autres

parties d'annee, car s'il y euſt à quelques annees 3 mois, on beſoigneroit (par ce que 3 mois ſont le $\frac{3}{4}$ d'un an) avec $\frac{1}{4}$ comme nous avons faict cy deſſus avec $\frac{3}{4}$; Et ainſi des autres parties de l'année comme nous en avons traicté plus amplement au 3 exemple de la 2 propoſition.

NOTA. Il y a des aucuns qui comprent intereſt compoſé de partie d'annee. Ce que nous diſons ne ſe pouvoir faire, dont la raiſon eſt telle:

Tout intereſt compoſé conſiſte en deux intereſts, l'un du capital, l'autre d'intereſt de terme eſcheu. Il n'y a icy point de terme eſcheu, parquoy il n'y a point d'intereſt de terme eſcheu. Et par conſequent il n'y a icy nul intereſt compoſé.

Item.

Tout intereſt compoſé & prouffitable, eſt plus utile pour le creditеur que intereſt ſimple.

Ceſt intereſt n'eſt pas plus utile pour le crediteur, que l'intereſt ſimple, mais au contraire plus dommageable, comme ils veullent.

Ergo tel intereſt n'eſt point compoſé.

Item.

Ils ne comptent point d'intereſt compoſé d'une année entiere.

Doncques de plus forte raiſon ne ſe pourra compter intereſt compoſé, de partie d'année.

Nous concluons doncques qu'on ne peut compter intereſt compoſé de partie de terme, à ſçavoir partie de terme qui conſiſte ſeule, ſans aucun entier terme ou termes avec luy.

EXEMPLE III.

Quelcun doibt 1200 lb, à payer au bout de 7 ans; Combien vaudront elles au bout de 23 ans, payant intereſt compoſé à 8 pour 100 par an?

CONSTRVCTION.

On verra combien il y a des années de 7 à 23, ſe trouve 16; Puis on verra combien les 1200 lb vallent en 16 ans, faict par le 1 exemple de ceſte propoſition, 4111 $\frac{3814141}{2918905}$ lb.

EXEMPLE IV.

Quelcun doibt 800 lb, à payer au bout de 3 ans, & encore 300 lb, en 2 ans apres. Combien vaudront ces deux ſommes au bout de 15 ans, payant intereſt compoſé à 13 pour 100. par an?

CONSTRVCTION.

On trouvera par le precedent 3 exemple, que les 800 lb vaudront 3467 $\frac{991031}{1598907}$ lb, & que les 300 lb vaudrõt 1018 $\frac{392674}{1598907}$ lb, leſquelles deux ſommes montent enſemble 4485 $\frac{2383705}{1598907}$ lb, pour la valeur deſdictes 800 lb & 300 lb, au bout de 15 ans.

EXEMPLE V.

Quelcun doibt argent comptant 224 lb; S'il payoit en 4 ans à chaſcune année le quart qui eſt 56 lb, payant l'intereſt compoſé à 12 pour 100 par an; Combien faudroit il payer à chaſcune année?

CONSTRVCTION.

On verra quel capital on tient à chaſcune année qu'on n'euſt pas tenu ſelon la premiere condition; Puis on trouvera l'intereſt de chaſcun capital à chaſcune année; Mais par ce que l'on doibt faire à chaſcune année une paye de capital, qui a ſeulement courru un an, s'enſuit par la note du precedent 2 exemple, qu'en ceſte & ſemblables conditions, combien qu'il y a accord d'intereſt compoſé, il eſt impoſſible de le compter. Parquoy ceſte queſtion doibt eſtre ſoluë par la maniere du troiſieſme exemple de la premiere propoſition. De ſorte que nous avons icy applicqué ceſt exemple, comme accident d'intereſt digne d'eſtre annoté.

EXEMPLE VI.

Quelcun doibt en 12 ans 5000 lb, à ſçavoir à chaſcun an le $\frac{1}{12}$, qui eſt 416 lb 13 ß 4 ₰. Combien vaudront elles toutes enſemble au bout de 12 ans; payant intereſt compoſé au denier 15 par an.

NOTA.

La ſolution de ceſte & ſemblables queſtions d'intereſt prouffitable compoſé, ne ſe peut faire par la derniere colomne des precedentes tables comme l'on en ſolve ſemblables queſtions de dommageable intereſt compoſé, de la ſuivante 4e propoſition; & cela à cauſe que les nombres d'icelle colomne, ne ſont pas proportionaux pour l'une & l'autre eſpece d'intereſt, à ſçavoir prouffitable & dommageable. Si eſt ce qu'a icelle occaſion, j'avois calculé des tables comme les precedentes, ſervans à intereſt compoſé prouffitable; Mais avant l'edition de ce traicte, nous ſommes venus à la cognoiſſance de ſolution de ceſte queſtion, par autre maniere, à ſçavoir ſans en debvoir faire propres tables. Parquoy à fin que ce traicte ſeroit plus ſimple & que les diverſes tables ne cauſaſſent pluſtoſt confuſion, qu'au contraire facilité, nous ne les avons point deſcrites. Mais à fin que nous demonſtrerions (pour ceux qui d'aventure les voudroyent faire & uſer) leur conſtruction, proportion, & communauté, avec les precedentes, nous en deſcrirons icy une du denier 15.

CONSTRVCTION.

La conſtruction de ceſte table n'a autre difference des precedentes, ſinon que l'on y multiplie touſiours (au contraire des precedentes) par le maieur nombre, & on diviſe par le moindre. Comme en ceſte table du denier 15 le 10000000 eſt premierement multiplié par 16, & le produict eſt diviſé par 15, donnent quotient 10666667, pour la premiere annee, lequel nombre autrefois multiplié par 16, & le produict diviſé par 15, donne le quotient de la ſeconde année, & ainſi des autres. Quant à la conſtruction de la derniere colomne, elle ſe faict par addition des nombres de la moyenne colomne, comme aux tables precedentes, excepté qu'on mettra icy ſus le premier an de la moyenne colomne, la racine des tables à ſçavoir 10000000, & la meſme encore une fois ſur la derniere colomne, joignant le premier an; Puis (pour ladicte conſtruction de la derniere colomne) on ajouſtera par ordre les nombres de la moyenne colomne, comme nous avons faict aux dictes tables precedentes, & comme appert clairement en la table ſuivante.

Table

Table d'intereſt du denier 15.

	10000000	
1.	10666667	10000000
2.	11377778	20666667
3.	12136297	32044445
4.	12945383	44180742
5.	13808409	57126125
6.	14728970	70934534
7.	15710901	85663504
8.	16758294	101374405
9.	17875514	118132699
10.	19067215	136008213
11.	20338363	155075428
12.	21694254	175413791
13.	23140538	197108045
14.	24683241	220248583
15.	26328790	244931824
16.	28084043	271260614
17.	29956313	299344657
18.	31953401	329300970
19.	34083628	361254371
20.	36355870	395337999
21.	38779595	431693869
22.	41364901	470473464
23.	44112561	511838365
24.	47064065	555960926
25.	50201669	603024991
26.	53548447	653226660
27.	57118343	706775107
28.	60926233	763893454
29.	64987982	824819683
30.	69320514	889807665
31.		959128179

La proportionalité de ceſte table avec la precedente du denier 15, eſt telle: Si nous prennons de chaſcune table deux egales années, leurs nombres reſpondans en la moyenne colomne, ſeront proportionaux. Comme par exemple le 30 an de ceſte table, obtient telle taiſon à ſon premier an, comme le premier an de la precedeote table, à ſon 30 an; c'eſt à dire eõme 69320514 à 10666667, ainſi 9375000 à 1442573, excepté quelque petite difference, procedant des reſtes qu'on delaiſſe en la conſtructioo qui n'eſt icy de nulle eſtime. Item comme le 23 ao de ceſte table, à ſon 5, ainſi le 5 an de la precedenre table à ſon 23, & ainſi des autres.

Pour laquelle proportion, il s'enſuit, que nous pourrons autant faire par une table, comme par deux. Mais en la derniere colomne il n'y va point ainſi, car les nombres reſpondans ſur annees egales, ne ſont point proportionaux. Comme la 30 année de la derniere colomne de ceſte table, n'a point telle raiſon à ſa premiere année cõme la premiere anoee de la precedente table du denier 15, à ſa 30 année, ny au contraire, ny en aucune maniere ſe trouvent ces termes proportionaux; Ce qui fut occaſion que nous calculaſmes ces tables comme dict eſt cy deſſus.

Pour doncques ſolver la queſtion de ce 6 exemple, par ceſte table, on verra en la meſme que nombre reſponde en la derniere colõne ſur le 12 an & ſe trouve 175413791; Puis à cauſe de 12 ans, oo prendra douze ſois la racine des tables, à ſçavoir 10000000 faict 120000000, diſant 120000000 viennent de 175413791, de combien viendront 5000 lb? faict 7308 $\frac{108513}{120000}$ lb.

Reſte encore de ſolver ceſte queſtion par noz premieres tables que nous avons dict cy devant eſtre generales en ceſte ſorte.

Conſtruction de ce VI *Exemple.*

On verra combien les 5000 lb vallent en argent comptant, ſelon la doctrine du 6 exemple de la ſuyvante 4 propoſition. Il eſt bien vray qu'il eſt requis en tout bon ordre qu'on beſoigne, la ou il eſt poſſible, par deſcription precedente, & point par ſuyvante, mais par ce que ces tables ſervent à ceſte propoſition & à la ſuyvante, qui eſt auſſi bien pont intereſt compoſé prouffitable, que pour dommageable, s'enſuit qu'il faut que ces deux propoſitions declairent l'une l'autre; Et par conſequeot, qu'aucunes operations de ceſte propoſition s'enſeignent par le ſuyvant, & ſe trouve 3369 $\frac{6275}{120000}$ lb, Puis on verra combien ceſte ſõme vaudra au bout de 12 ans & ſe trouve par le premier exemple de ceſte propoſition, 7308 $\frac{5024716}{5314}$ lb, qui eſt comme devant 7308 lb 18 ß 2 $\frac{251886}{921904}$ ß; il y a ſeulement difference de quelque petite partie de 1 ß de nulle eſtime, & cela à cauſe que l'extreme perfection (ce qui avient auſſi à la table des ſinus & pluſieurs autres) n'eſt pas aux tables.

NOTA.

Les exemples ſuyvans dependent de l'alterne ou inverſe proportion de ceſte propoſition.

EXEMPLE VII. AVQVEL EST requis raiſon d'intereſt.

Quelcun doibt argent comptant 400 lb, *& preſente au bout de* 10 *annees* 1037 lb, *à quelle raiſon d'intereſt compoſé ſeront ce payé?*

CONSTRVCTION.

On dira 1037 lb donnent 10000000, combien 400 lb? faict 3857281, le meſme nombre ſe chercheta au plus pres par toutes les tables, ſur le dixieſme an; & ſe trouve en la table de 10 pour 100, à ſçavoir 3855434. On dira doncques que la raiſon d'intereſt requiſe, eſt de 10 pour 100 quaſi, mais parce que 3855434 eſt un peu moins que 3857281, la raiſon d'intereſt requiſe ſera un peu moins que de 10 pour 100.

Mais pour une parfaicte ſolution de ceſte & ſemblables queſtions (combien qu'on pourroit approcher encore plus pres par proportionelle ſumption de table antecedente & table conſequente, comme l'on faict es tables Aſtrologiques & autres) il ſeroit neceſſaire d'avoir entre ſes tables, une de tel intereſt, comme celuy duquel il y a queſtion, autrement on ne peut exprimer la ſolution que par quaſi, ce qui ſuffit communement en la Practique.

EXEMPLE VIII. AVQVEL EST requis le temps.

On veut ſçavoir combien de temps 800 lb *courreront à raiſon d'intereſt compoſé prouffitable du denier* 17 *par an, pour valoir avec ſon intereſt* 2500 lb.

CONSTRVCTION.

On dira 2500 lb donnent 10000000, combien 800 lb? faict 3200000, le meſme ſe chercheta au plus pres & majeur en la table du denier 17, & ſe trouve 3375606 reſpondans ſur le 19 an, ergo les 800 lb courreront 19 annees, mais pour encore ſçavoir quelle partie d'année leſdictes 800 lb ont encore à courut, on multipliera 3375606 par 17 (par 17 à cauſe du denier 17) donne produict 57385302, le meſme ſe diviſera par les 3200000 donne quotient 17 $\frac{2951302}{3200000}$ lb, leſquels 17 on delaiſſera pour reigle generale, & on aura ſeulement egard au rompu, lequel nous ſignifie telle partie d'année que les 800 lb ont

ont encore à courrir par deſſus le 19 ans, à ſçavoir en tout $19\frac{2985302}{3200000}$ ans

Exemple IX. avquel est requis Capital.

Quelcun reçoit 700 ℔ pour intereſt compoſé prouffitable, à raiſon de 13 pour 100 par an pour 9 annees; Combien eſtoit le capital?

Construction.

On verra en la table de 13 pour 100, quel nombre reſpond ſur le 9 an, & ſe trouve 3328849, le meſme ſe ſoubſtraira de 10000000, reſte 6671151; Puis on dira, intereſt 6671151, tient capital 3328849, quel capital aura intereſt 700 ℔? faict 349 $\frac{1963603}{6671151}$ ℔.

Demonstration.

La raiſon qu'il y a au premier exemple en ceſte propoſition, du comptant, à ce qui eſcherra en 8 ans apres, à intereſt compoſé prouffitable de 11 pour 100 par an (car telle eſt la condition dudict exemple) la meſme raiſon y a il de 4339266 à 10000000 par les tables; Et telle raiſon qu'il y a de 4339266 à 10000000, la meſme y a il de 380 ℔, à 875 $\frac{3142210}{4339266}$ ℔ par la conſtruction; Ergo 875 $\frac{3142210}{4339266}$ ℔, eſt la viaye ſolution du premier exemple; Ce qu'il falloit demonſtrer.

Semblable ſera auſſi la demonſtration de tous les autres exemples, laquelle nous paſſons outre à cauſe de brieveté.

Conclvsion.

Eſtant doncques declaré capital, temps & raiſon d'intereſt compoſé prouffitable; Nous avons trouvé la valeur du capital & l'intereſt; ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION IV.

Estant declaré capital, temps, & raiſon d'intereſt compoſé dommageable: Trouver leur valeur.

Exemple I.

Il y a 700 ℔ à payer au bout de 10 ans, Combien vaudront elles argent comptant, rabatant intereſt compoſé à raiſon de 12 pour 100 par an?

Construction.

On verra en la table de 12 pour 100, quel nombre correſpond au 10 an, & ſe trouve 3219732, parquoy on dira, 10000000 donnent 3219732. Combien 700 ℔? faict 225 $\frac{181324}{1000000}$ ℔.

Exemple II.

Il y a 600 ℔ à payer en $13\frac{1}{2}$ ans; Combien vaudront elles argent comptant rabatant intereſt compoſé, de 14 pour 100 par an?

Construction.

On verra en la table de 14 pour 100, quel nombre correſpond au 13 an; & ſe trouve 1820695, le meſme ſe multipliera par 100, donne produict 182069500, le meſme ſe diviſera par 107 (à ſçavoir par 100 & 7 à cauſe de $\frac{1}{2}$ année d'intereſt) donne quotient 1701584, lequel eſt nombre qui reſponderoit en la table au $13\frac{1}{2}$ an, ſi les tables fuſſent faictes de demi en demi an; Puis on dira, 10000000 donnent 1701584, combien 600 ℔? faict 102 $\frac{9504}{1000000}$ ℔.

Semblable ſera auſſi l'operation en toutes les autres parties d'annees, car s'il y euſt à quelques entieres annees 3 mois, alors on diviſeroit (par ce que trois mois ſont $\frac{1}{4}$ d'année) par 103 $\frac{1}{4}$, & ainſi de toute autre partie d'annee, Comme de ceſte matiere eſt plus amplement traicté au troiſieſme exemple de la ſeconde propoſition.

Exemple III.

Quelcun doibt à payer en 5 ans 800 ℔, & en 4 ans apres encore 600 ℔; Combien vallent ces deux ſommes argent comptant à intereſt compoſé de 15 pour 100 par an?

Construction.

Les 800 ℔ à payer en 5 ans, vaudront argent comptant par le premier exemple de ceſte propoſition 397 $\frac{741744}{1000000}$ ℔; Et les 600 ℔ à payer en 9 ans, vaudront argent comptant par ledict 1 exemple, 170 $\frac{157744}{1000000}$ ℔; Leſquelles deux ſommes monſent enſemble pour ſolution 568 $\frac{2988088}{1000000}$ ℔.

Exemple IV.

Quelcun doibt 2000 ℔ à payer au bout de 27 ans; Combien vaudront elles au bout de 9 ans, rabatant intereſt compoſé au denier 19?

Construction.

On ſoubſtraira 9 ans de 27 ans reſte 18 ans; Puis on verra combien 2000 ℔ vallent ſur 18 ans, faict par le 1 exemple de ceſte propoſition 794 $\frac{420806}{1000000}$ ℔.

Exemple V.

Quelcun doibt au bout de 4 ans 360 ℔, & accorde avec ſon crediteur de les payer en 4 payements, a ſçavoir au bout du premier an le $\frac{1}{4}$, & au deuxieſme an encore $\frac{1}{4}$, & au troiſieſme an encore $\frac{1}{4}$, & au quatrieſme an le dernier $\frac{1}{4}$, rabatant intereſt compoſé au denier 16; Combien debura il payer à chaſcune annee?

Construction.

On aviſera quels deniers on debourſe ſelon ceſte condition, qu'on ne debourſeroit pas ſelon la premiere condition; Or doncques par ce que ſelon ceſte condition on paye dans un an le quart de la ſomme, montant 90 ℔, en rabatant, &c. leſquelles on euſt payé ſelon la premiere condition en trois ans apres; S'enſuit qu'on verra combien 90 ℔ à payer en 3 ans, vallent argent comptant; & ſe trouve par le 1 exẽple de ceſte propoſition 75 $\frac{235291}{1000000}$ ℔ pour la premiere paye. Et pour ſemblable raiſon on trouvera que 90 ℔ pour 2 ans, vaudront 79 $\frac{723188}{1000000}$ ℔, pour la ſeconde paye.

Et que 90 ℔ pour 1 an, vaudront $84\frac{12}{17}$ ℔ pour la troiſieſme paye. Et par ce que la condition de la derniere paye, eſt la meſme que la premiere condition, il n'y aura aucun intereſt, mais ſera de 90 ℔.

Exemple VI.

Il y a 324 ℔ à payer dans 6 ans, à ſçavoir 54 ℔ par an; Combien vaudront elles argent comptant, rabatant intereſt compoſé au denier 16 par an?

Nota.

La derniere colomne miſe en chaſcune des precedentes tables, ſert pour les queſtions comme ceſte cy, à ſçavoir auſquelles il y a payements ſur continues annees, & l'une année autant comme l'autre. Or doncques à fin de colliger par noz tables nombres proportionaux aux nombres de la queſtion, on multipliera touſiours la racine des tables 10000000, par autant des ans qu'il y a en la queſtion, car le produict aura adonc telle raiſon au nombre reſpondant à l'année de la queſtion, comme le capital de la queſtion, au meſme capital avec

ſon

ſon intereſt, comme le tout ſera plus clair par les exemples.

Conſtruction.

On verra en la table du denier 16, quel nombre correſpond ſur le 6 an, en la derniere colomne, & ſe trouve 48789356. Puis à cauſe de 6 ans, on multipliera 10000000 par 6 faict 60000000, diſant, 60000000 donnent 48789356, combien 324 lb? faict $263\frac{27321440}{60000000}$ lb.

NOTA.

Si la ſomme (au lieu des 324 lb) euſt eſté de 330 lb, à payer 54 lb par an, & à la ſeptieſme année encore 6 lb, on trouveroit la valeur en argent comptant des 324 lb par la doctrine de ce ſixieſme exemple, & la valeur des 6 lb (qui ſont à payer en 7 ans) par la doctrine du premier exemple de ceſte propoſition, & leur ſomme ſeroit le requis.

EXEMPLE VII.

Quelcun doibt 800 lb, à ſçavoir au bout de 6 ans 50 lb, & puis toutes les annees ſuivantes 50 lb, qui s'eſtendra juſques à la 22 année; Combien vallent telles argent comptant payant intereſt compoſé au denier 18?

CONSTRVCTION.

On verra combien que 800 lb vallent au commencement du ſixieſme an, ce qui eſt autant comme ſi l'on cherchoit combien telles 890 lb a payer en 16 ans vallent argent comptant, & ſe trouve par le precedent 6 exemple $521\frac{13552}{160000}$ lb, & autant vallent les 800 lb au commencement du 6 an, ou (ce qui eſt le meſme) au bout du cinquieſme an; Puis on verra par le premier exemple de ceſte propoſition, combien les meſmes $521\frac{13552}{160000}$ lb ſur 5 ans, vallent argent comptant & ſe trouve pour ſolution $397\frac{1039015232802}{1000000000000}$ lb.

NOTA.

Les exemples ſuyvans dependent de l'alterne ou inverſe proportion de ceſte propoſition.

EXEMPLE VIII. AVQVEL EST requis raiſon d'intereſt.

Quelcun doibt au bout de 17 ans 700 lb, & ſon crediteur le quite pour 292 lb argent comptant; La demande eſt à quelle raiſon d'intereſt compoſe il ſeroit rabatu.

CONSTRVCTION.

On dira 700 lb donnent 10000000, combien 292 lb? faict 4171429. Le meſme nombre ce cherchera au plus pres par toutes les tables ſur le 17 an; & ſe trouve en la table du denier 19, la ou il y a 4181203, parquoy on dira que ceſte raiſon d'intereſt eſt au denier 19 par an quaſi, mais parce que 4171429 eſt un peu moindre que 4181203 on dira que ce denier eſt un peu moindre que le denier 19, à ſçavoir le denier 18 avec quelque rompu.

Mais pour parfaicte ſolution de ceſte & ſemblables queſtions (combien qu'on pourroit approcher encore plus près par proportionelle ſumption de la table antecedente & table conſequente, comme l'on faict es tables Aſtrologiques & autres) il ſeroit beſoing d'avoir entre ces tables une table de tel intereſt, comme celuy duquel il y a queſtion, autrement on ne peut exprimer la ſolution que par quaſi; Ce qui ſuffit communement en la practique.

EXEMPLE IX. AVQVEL EST requis le temps.

Quelcun doibt à payer tout enſemble au bout de quelques certaines annees 1400 lb, mais il les paye argent comptant 107 lb, rabatant intereſt compoſé, à raiſon de 13 pour 100 par an, La demande eſt, en combien des annees eſtoyent a payer tes 1400 lb.

CONSTRVCTION.

On dira 1400 lb donnent 10000000, combien 107 lb? faict 764286, le meſme nombre ſe cherchera au plus pres & majeur en la table de 13 pour 100; & ſe trouve 767985 reſpondant au 21 an. Ergo les 1400 lb eſtoyent à payer en 21 ans. Et pour trouver quelle partie d'année il y a encore par deſſus leſdicts 21 ans, on dira 764286 donnent 797985, combien 100? faict $100\frac{3699}{764286}$ lb, des meſmes ſe ſoubſtraira pour reigle generale le 100, reſte $\frac{3699}{764286}$, la meſme reſte diviſée par 13 (par 13 à cauſe de 13 pour 100) faict $\frac{3699}{9937718}$, qui eſt la partie d'année qu'il y avoit encore par deſſus les 21 ans, à ſçavoir tout enſemble $21\frac{3699}{9937718}$ ans.

EXEMPLE X. AVQVEL EST requis capital.

Quelcun recoit 1100 lb, & on luy avoit rabatu intereſt compoſé au denier 16 par an, & ce pour 18 ans, Combien eſtoit le capital?

CONSTRVCTION.

On verra en la table du denier 16, quel nombre correſpond au 18 an; & ſe trouve 3357988; Puis on dira 3357988 viennent de 10000000, de combien 1100 lb? faict pour capital & ſolution $3275\frac{3689}{3357988}$ lb.

EXEMPLE XI. AVQVEL EST requis capital.

On rabat à quelcun 2022 lb pour intereſt compoſé de 13 annees, à raiſon de 9 pour 100 par an; Combien eſtoit le capital?

CONSTRVCTION.

On verra en la table de 9 pour 100, quel nombre correſpond au 13 an & ſe trouve 3261786, le meſme ſe ſoubſtraira de 10000000, reſte 6738214; Puis on dira, 6738214 tient capital 10000000, quel capital aura 2022 lb? faict $3000\frac{3338040}{6738214}$ lb.

NOTA.

Les 4 exemples ſuyvans ſe ſolvent par les dernieres colomnes des tables.

EXEMPLE XII. AVQVEL EST requis raiſon d'intereſt.

Quelcun doibt 33000 lb à chaſcune année 1500 lb, durant 22 ans; Et ſon crediteur le quite avec 15300 lb argent comptant; La demande eſt à quelle raiſon d'intereſt, cecy ſeroit rabatu.

CONSTRVCTION.

On dira 33000 lb donnent 220000000 (à ſçavoir 10000000 multipliez par 22 ans) combien 15300 lb? faict 102000000, le meſme nombre ſe cherchera au plus pres par toutes les tables en la derniere colomne ſur le 22 an, & ſe trouve en la table de 8 pour 100, la ou il y a 102097429, parquoy on dira que la raiſon de ceſt intereſt eſt de 8 pour 100 par an quaſi, mais parce que 102097429 eſt un peu d'avantage que 102000000, on dira que ceſte raiſon d'intereſt eſt un peu plus grande que 8 pour

8 pour 100, à ſçavoir 8 avec quelque petit rompu. Mais pour une parfaicte ſolution de ceſte & ſemblables queſtions, il ſeroit meſtier d'avoir entre ſes tables, une table de tel intereſt, comme eſt l'intereſt de la queſtion.

Exemple XIII. avquel est requis le temps.

Quelcun doibt 324 lb à payer en certaines années l'une autant comme l'autre, & paye argent comptant 265 lb, rabatant intereſt compoſé au denier 16 par an, La demande eſt en combien des années eſtoyent à payer ces 324 lb.

Construction.

On prendra quelque an en la table du denier 16, par exemple le huictieſme, & par le meſme 8 ſe multipliera 10000000, faict 80000000; Puis on dira 80000000 donneor 61488146 (qui eſt le nombre reſpondant au 8 an en la derniere colomne) combien 324 lb? Or ſi ce qu'il en ſortira fuſt preciſement 264 lb, on diroit que 324 lb eſtoyent à payer en 8 ans, mais il en vient beaucoup moins que 264 lb, parquoy il faut experimenter le ſemblable par moindres annees que par 8, & cela autant de fois, juſques à ce qu'on le trouve parfaictement, ou au plus pres qu'on peut, qui ſera en ceſt exemple au ſixieſme an, auquel les 324 lb vallent 263 $\frac{27481944}{100000000}$ lb, Ainſi doncques les 324 lb eſtoyent à payer ce 6 ans; Et pour ſçavoir la partie d'annee qu'il y a encore par deſſus les 6 ans, on ſoubſtraira 263 $\frac{27511144}{100000000}$ lb de 265 reſte 1 $\frac{32240656}{100000000}$ lb, des meſmes le trouvera le temps par le 9 exemple de ceſte propoſition & l'on aura le requis.

Exemple XIV. avquel est requis capital.

Quelcun doibt certaine ſomme à payer en 6 ans à ſçavoir à chaſcune année la ſixieſme partie de la meſme ſomme, & accorde avec ſon creditеur de la payer argent comptant rabatant intereſt compoſé au denier 16, & baille argent comptant 263 lb, combien eſtoit le capital?

Construction.

On verra en la table du denier 16, en la derniere colomne, quel nombre correſponde au 6 an, & ſe trouve 48789356; Puis on dira 48789356 viennent de 60000000 (à ſçavoir 10000000 multipliez par 6 ans) de combien viendront 263 lb; faict capital 323 $\frac{26038012}{48789356}$ lb.

Exemple XV. avquel est requis le capital.

Quelcun doibt certaine ſomme à payer en 27 ans, à ſçavoir à chaſcune année le $\frac{1}{27}$ de ladicte ſomme, Et accorde avec ſon creditеur, de les payer argent comptant, en rabatant 4010 lb pour intereſt compoſé à raiſon de 14 pour 100 par an, de combien eſtoit le capital?

Construction.

On verra en la table de 14 pour 100 quel nombre correſpond en la derniere colomne ſur le 27 an; & ſe trouve 66351565, le meſme ſoubſtraict de 270000000 (à ſçavoir 10000000 multipliez par 27) reſte 200648435; Puis on dira, 200648835 viennent de 270000000, de combien viendront 4010 lb? faict pour ſolution 5396 $\frac{1046710}{200648435}$ lb.

Demonstration.

Veu qu'il eſt dict au premier exemple de ceſte propoſition, que 700 lb à payer au bout de 10 ans, vallent argent comptant 225 $\frac{38124}{100000}$ lb, rabatant intereſt compoſé à raiſon de 12 pour 100; S'enſuit que ſi on employe à intereſt au meſme inſtant leſdictes 225 $\frac{38124}{100000}$ lb à ſçavoir comme devant, à intereſt compoſé de 12 pour 100 par an, que la meſme ſomme, avec ſon intereſt (ſi l'operation eſt bonne) deburoyent monter enſemble au bout de 10 ans 700 lb; Mais trouvant ledict intereſt avec ſon capital, ſelon la doctrine du premier exemple de la troiſieſme propoſition il montera 700 lb, d'ou nous concluons que la conſtruction eſt bonne. Et ſemblable ſera auſſi la demonſtration des autres exemples de ceſte propoſition, laquelle nous paſſons outre à cauſe de briefveté.

Conclvsion.

Eſtant doncques declaré capital, temps & raiſon d'intereſt compoſé dommageable, nous avons trouvé leur valeur; ce qu'il falloit faire.

APPENDICE.

FInalement il m'a ſemblé bon de deſcrire quelque reigle generale pour cognoiſtre de 2 ou pluſieurs conditions propoſées, la plus prouffitable, & combien elle eſt meilleure que l'autre, car en cecy conſiſtera peut eſtre la principale utilité de ces tables, à cauſe qu'aucunes perſonnes trafiquans, propoſent journellement l'un à l'autre des conditions, deſquelles la meilleure eſt ſouvent incognue & à l'un & à l'autre.

Pour doncques declarer ceſte reigle en un mot, je dy qu'on verra combien que chaſcune propoſé condition vaut argent comptant, en reſpect d'aucun propoſé intereſt, lequel ſe fera par quelque des precedens exemples, & la difference de ces ſommes comptantes, demonſtrera combien que l'une condition eſt meilleure que l'autre, ce qui ſera encore plus clair par les exemples.

Exemple I.

On veut ſçavoir combien 2000 lb argent comptant, ſeront meilleures au bout de ſept ans, payant intereſt compoſé à raiſon de 4 pour 100 par chaſcun quart d'annee; Que les meſmes 2000 lb argent comptant, à payer au bout de ſept ans, à intereſt compoſé de 16 pour 100 par an.

Nota.

Ces conditions ſeroyent egales en intereſt ſimple, mais en intereſt compoſé la difference eſt grande comme apparoiſtra.

Construction.

On verra en la table de 4 pour 100, combien 2000 lb argent comptant, montent avec leur intereſt au bout de 28 termes (car 28 tels termes font 7 ans) & ſe trouve par le 1 exemple de la 3 propoſition, 5997 $\frac{13723126}{33147972}$ lb; Puis on verra combien 2000 lb avec leur intereſt montent en 7 ans à raiſon de 16 pour 100 par an, & ſe trouve 5652 $\frac{33596660}{33147972}$ lb; Or ſoubſtraict 5652 $\frac{33596660}{33147972}$ lb de 5997 $\frac{13723126}{33147972}$ lb, reſte quaſi 345 lb, & autant monte l'intereſt de la premiere condition plus que l'intereſt de la derniere.

EXEM-

EXEMPLE II.

Quelcun doibt 32500 ℔, à ſçavoir 12000 ℔ argent comptant, & 6500 ℔ en trou ans, & les 14000 ℔ reſtantes, ainſi: Au quatrieſme an 500 ℔, & puis à chaſcune année 500 ℔, juſques à la totale ſolution, qui durera 28 années. Et on luy preſente qu'il paye argent comptant 6000 ℔, & au bout de 4 ans encore 5000 ℔, & les 21000 ℔ reſtantes, en ceſte ſorte: au cinquieſme an 3000 ℔, & puis apres à chaſcune année 3000 ℔ juſques à la totale ſolution, qui durera 7 ans. La demande eſt quelle condition ſoit la meilleure pour le crediteur, & combien qu'elle eſt meilleure que l'autre, poſant intereſt compoſé au denier 16.

CONSTRVCTION.

Calculation de la premiere condition.

Les 12000 ℔ qui ſont à payer argent comptant, vallent argent comptant 12000 ℔.

Et les 6500 ℔ qui ſont à payer eo 3 ans, vallent argent comptant par le 1 exemple de la 4 ptopoſition $5419\frac{9225}{100000}$ ℔.

Et les 14000 ℔, à payer chaſque année 500 ℔ durant 28 années; eommençant depuis la quatrieſme année juſques à la 32e année, vallent argent comptant par le 7e exemple de la 4e propoſition $5448\frac{4283045211951}{280000000000}$ ℔.

Leſquelles trois ſommes pour la valeur en argent comptant de la premiere condition, monrent $22867\frac{6966045211951}{280000000000}$ ℔.

Calculation de la ſeconde condition.

Les 6000 ℔ qui ſont à payer argeot comptant, vallent argent comptant 6000 ℔.

Et les 5000 ℔ qui ſont à payer au bout de 4 ans vallent argent comptant par le premier exemple de la 4e propoſition $3923\frac{32451}{100000}$ ℔.

Et les 21000 ℔ qui ſont à payer avec 3000 ℔ par an, durant 7 ans, à ſçavoir depuis la cinequieſme année juſques à la douzieſme, vallent argent comptant par le 7e exemple de la 4e propoſition $3024\frac{6471236007131}{700000000000}$ ℔.

Leſquelles trois ſommes pour la valeur en argent comptant de la ſeconde eoodition montent $22948\frac{2746-2600751}{700000000000}$ ℔.

Ainſi doncques la deuxieſme condition (par ce qo'elle monte d'avantage que la premiere) eſt meilleure puur le crediteur que la premiere. Or ſoubſtraict la comptaore valeur de la premiere eondition, de la comptante valeur de la deuxieſme condition, reſte $81\frac{2160251}{2800000000}$ ℔, & d'autant eſt la deuxieſme condition meilleure pour le crediteur que la premiere; Laquelle ſolution, & ſemblables ſe rencontrans ſouvent en la practique, ne ſe pourroyeot faire ſans le ſecours de ces tables, ſinon que par un labeur ineſtimable.

Ainſi doncques comme deſſus dict eſt, on cherchera touſiours en toutes autres ſemblables queſtions la comtante valeur de diverſes eonditions, & leurs differences demonſtrent la plus prouffitable condition.

NOTA.

Si on euſt à ealculer quelque queſtion plus que de 30 termes c'eſt à dire de plus de termes qu'il n'y a en ooz tables, par exemple de 53 au denier 16; On verra de quels termes de ceux qui ſont en la table du denier 16, ſe compoſe 53, & ſe trouve entre autres de 30, & 23; Parquoy il faut dire: La racine des tables donne le nombre reſpondant en la moyenne colomoe au 30 terme, combien donnera le nombre reſpondant en la moyeune colomne au 23 tenue? Et ce qui en ſort ſera le nombre pour le 53e terme; C'eſt à dire qu'on dira, 10000000 donnent 1622302, combien 2479901? & ce qui eo ſortira pour quatrieſme terme proportionel, ſera le requis. Et ſi quelcun en veut faire preuve il le pourra experimenter par quelques tennes conſiſtans eo la rable.

Si quelcun euſt à ſolver quelque queſtion d'intereſt, & qu'il vouluſt facilement trouver en ce traicté ſemblable queſtion, pour faire ſa conſtruction conforme à ceelle; Il conſiderera premierement, ſi la queſtion propoſee eſt d'intereſt compoſe ou ſimple, s'elle eſt d'intereſt ſimple, il faut chercher aux deux premieres propoſitions, mais du compoſe aux deux dernieres. Puis on verra s'elle eſt d'intereſt prouffitable, ou dommageable, car la premiere & troiſieſme propoſition ſont pour le prouffitable, mais la ſeconde & quatrieſme propoſition pour le dommageable. Puis on verra ſi l'on requiert eognoiſtre l'intereſt, ou quelque autre terme comme raiſoo d'intereſt, temps, ou capital. Car les premiers exemples de chaſcune propoſition ſont de ceux auſquels eſt requis l'intereſt, mais les derniers exemples, pour les autres.

Item ſi quelcun euſt à calculer en petites ſommes, il pourroit omettre deux ou trois characteres des tables, les coupant vers la dextre, comme le ſemblable eſt auſſi en uſage en la table des Sious, & pluſieurs autres, car eecy ne peut donner aucune differeoce d'eſtime ſur petites ſommes, voire ſouvent moindre, que le plus petit deoier qui ſe forge, mais ſur grandes ſommes il ſeroit plus ſenſible, pourtant nous avons faict noz tables de grands nombres, ſervans ſi bien pour grandes & notables ſommes (comme ſont ſouventesfois les deniers de Banequiers, Potentats, Ptovinces, & ſemblables) que pour les petites.

Fin de la Reigle d'intereſt.

Sixieſme diſtinction de la ſeconde partie de la Practique d'Arithmetique, qui eſt de la reigle de faux.

D'une fauſſe poſition.

EXEMPLE I.

Il y a trois aulnes de drap, deſquelles la premiere couſte les $\frac{2}{3}$ de la valeur des trou aulnes, & la ſeconde couſte les $\frac{3}{7}$ de la valeur des trou aulnes, & la troiſieſme couſte 2 ℔; Combien couſtoyent les trois aulnes?

CONSTRVCTION.

Poſons le cas que les trois aulnes couſtent 1 ℔, doncques eo tel reſpect la premiere aulne eouſte $\frac{2}{3}$ ℔, & la ſeconde $\frac{3}{7}$ ℔, deſquelles la ſomme eſt $\frac{23}{35}$ ℔, les meſmes ſoubſtraictes de 1 ℔, reſte $\frac{6}{35}$ ℔, poot la valeur de la troiſieſme aulne. Or ſi la poſition euſt eſté vraye, il y euſt eu de reſte 2 ℔; Il faut doncques dire $\frac{6}{35}$ ℔, viennent de 1 ℔, de combien viendront 2 ℔? faict $11\frac{2}{3}$ ℔, & autant eouſtent les trois aulnes.

DEMON-

DEMONSTRATION.

Les $\frac{4}{1}$ de 11 $\frac{2}{3}$ ℔, font 4 $\frac{2}{3}$ ℔, pour la premiere aulne. & les $\frac{3}{7}$ des meſmes 11 $\frac{2}{3}$ ℔, font 5 ℔, pour la ſeconde aulne, & la troiſieſme aulne coſte 2 ℔, leſquelles trois ſommes, comme 4 $\frac{2}{3}$ ℔, & 5 ℔, & 2 ℔, font enſemble 11 $\frac{2}{3}$ ℔, comme deſſus. Ergo, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

De deux fauſſes poſitions.

EXEMPLE II.

Trois aulnes de drap couſtent 11 ℔, *deſquelles la ſeconde couſte le double de la premiere plus* 2 ℔. *& la troiſieſme aulne couſte le triple de la premiere moins* 3 ℔ ; *Combien couſte chaſcune aulne ?*

CONSTRVCTION.

On poſera pour la premiere aulne quelque quantité de livres à plaiſir, ſoit 1 ℔, doncques la ſeconde aulne ſelon la propoſition, couſte 4 ℔, & la troiſieſme 0 ℔, Or ces trois ſommes monteront 5 ℔, & doibuent monter 11 ℔; Doncques la premiere poſition de 1 vient trop peu ou moins que nous ne deſirons 6, ce qu'on notera en ceſte ſorte :

1 moins 6

Puis on fera quelque autre poſition ſoit de 4 ℔, pour la premiere aulne, doncques ſelon la propoſition la ſeconde couſte 10 ℔, & la troiſieſme 9 ℔, leſquelles trois ſommes montent 23 ℔, & ne doibuent monter que 11 ℔, doncques la ſeconde poſition eſt trop, ou plus que nous ne deſirons de 12 ℔, leſquelles on notera ſoubs la premiere poſition, & leur diſpoſition ſera alors telle :

1 moins 6
4 plus 12

Puis on multipliera par croix, & la reſte s'achevera ſelon la doctrine du 17 probleme de l'Arithmetique & viendra 2 ℔ pour la premiere aulne, dont la diſpoſition de l'operation achevée ſera telle :

1	moins	6.	24
4	plus	12.	12
		18.	36 quotient 2.

Or eſtant cognue la valeur de la premiere aulne, il eſt manifeſte que la ſeconde (ſelon la propoſition) couſte 6 ℔, & la troiſieſme 3 ℔.

Demonſtration.

La ſeconde aulne de 6 ℔, eſt le double de la premiere aulne de 3 ℔, & la troiſieſme aulne couſte 2 ℔, deſquelles la ſomme eſt 11 ℔ ſelon le requis.

EXEMPLE III.

Il faut partir 12 ℔ *en deux parties telles, que l'une avec le tiers de l'autre face* 9 ℔.

CONSTRVCTION.

Poſons que l'une partie des 12 ℔ ſoit 9 ℔, & l'autre partie ſera de 3 ℔, & ajouſtons aux 3 ℔ le tiers de 9 ℔, qui eſt auſſi 3 ℔, & la ſomme ſera 6 ℔, mais il doibt eſtre 9 ℔ ſelon la propoſition, c'eſt doncques moins 3 , parquoy la premiere poſition ſera telle:

9 moins 3

Poſons autrefois que l'une partie de 12 ℔ ſoit 6 ℔, & l'autre partie ſera auſſi de 6 ℔, ajouſtons à ces 5 ℔ le tiers des autres 6 ℔, qui eſt 2 ℔, & la ſomme ſera 8 ℔, mais elle deburoit eſtre 9 ℔ ſelon la propoſition, c'eſt doncques moins 1 ℔. Puis ſoubſtrayant & diviſant ſelon la reigle du 17 probleme de l'Arithmetique, vient quotient pour l'une partie 4 $\frac{1}{2}$ ℔, leſquelles ſoubſtraictes de 12 ℔, reſte 7 $\frac{1}{2}$ ℔ pour la ſeconde partie, & la diſpoſition des characteres de l'operation achevée eſt telle :

9	moins	3	. 18
6	moins	1	. 9
		2	. 9 quotient 4 $\frac{1}{2}$.

DEMONSTRATION.

Le tiers de l'une partie 4 $\frac{1}{2}$ ℔ eſt 1 $\frac{1}{2}$ ℔, qui ajouſté à l'autre partie 7 $\frac{1}{2}$ ℔, la ſomme ſera ſelon le requis 9 ℔.

EXEMPLE IV.

Il y a trois aulnes de drap, deſquelles La premiere avec la $\frac{1}{2}$ *des deux autres couſte* 10 ℔, *& la ſeconde avec le* $\frac{1}{3}$ *des deux autres couſte* 10 ℔, *& La troiſieſme avec le* $\frac{1}{4}$ *des deux autres couſte* 10 ℔, *combien couſte chaſcune aulne?*

CONSTRVCTION.

Poſons que la premiere aulne couſte 4 ℔, leſquelles ſoubſtraictes de 10 ℔, reſte 6 ℔, pour la moitie de la valeur de la ſeconde & troiſieſme aulne; Parquoy la ſeconde & troiſieſme aulne couſtent 12 ℔, & la premiere 4 ℔, qui font enſemble 16 ℔, pour la valeur des 3 aulnes. Or pour ſçavoir la valeur de la ſeconde & troiſieſme aulne, il faut partir les 16 ℔ en deux parties telles, que l'une ajouſtee avec le $\frac{1}{3}$ de l'autre, face 10, & les parties ſeront (par le precedent 3 exemple) 7 ℔ pour la ſeconde aulne, & 9 ℔ pour la troiſieſme & premiere aulne ; Mais la premiere aulne eſt de 4 ℔ par l'hypotheſe, doncques la troiſieſme ſera de 5 ℔. Or la premiere & deuxieſme aulne ont leur valeur preciſement ſelon la propoſition, mais pas la troiſieſme; car 5 avec le $\frac{1}{4}$ de la premiere & ſeconde aulne, ne faict que $\frac{25}{4}$ ℔, & doibt faire 10 ℔, C'eſt doncques moins $\frac{9}{4}$ ℔. Parquoy la premiere fauſſe poſition aura ſa diſpoſition de characteres telle :

4 . 7 . 5 . moins $\frac{9}{4}$

C'eſt à dire la premiere aulne 4 ℔, la ſeconde aulne 7 ℔, la troiſieſme aulne 5 ℔, vient moins $\frac{9}{4}$ ℔.

Poſons maintenant pour la premiere aulne 3 ℔, & faiſons en comme de la precedente premiere poſition, viendra 3 . $\frac{13}{3}$. $\frac{19}{3}$ moins $\frac{1}{3}$, leſquelles nous appliquerons à la premiere poſition en ceſte ſorte :

4 . 7 . 5 . moins $\frac{9}{4}$
3 . $\frac{13}{3}$. $\frac{19}{3}$. moins $\frac{1}{3}$

Ce faict, pour trouver la valeur de la premiere aulne, nous pouvons diſpoſer les 4 & 3 reſpondans à la premiere aulne, enſemble les $\frac{9}{4}$ & $\frac{3}{3}$, comme s'il fuſt particuliere operation des faux en ceſte ſorte :

4 moins $\frac{9}{4}$
3 moins $\frac{3}{3}$

Or beſoignant ſelon les reigles precedentes, viendra pour la valeur de la premiere aulne 2 $\frac{16}{17}$ ℔, dont la diſpoſition eſt telle :

4	moins	$\frac{9}{4}$	. $\frac{27}{4}$
3	moins	$\frac{3}{3}$	. $\frac{3}{3}$
		$\frac{17}{3}$	. $\frac{30}{3}$ quotient 2 $\frac{16}{17}$ ℔

Et

Et pour trouver la valeur de la ſeconde aulne, on mettra de meſme ſorte en ordre 7 & $\frac{11}{17}$ reſpondans à la ſeconde aulne, & l'on beſoignera comme devant, & ſe trouvera pour la ſeconde aulne $6\frac{8}{17}$ lb, deſquels la diſpoſition eſt telle:

7 moins $\frac{9}{4}$. $\frac{217}{8}$
$\frac{13}{2}$ moins $\frac{1}{8}$. $\frac{7}{8}$
$\frac{17}{8}$. $\frac{210}{8}$ quotient $6\frac{8}{17}$ lb.

Et pour trouver la valeur de la troiſieſme aulne, l'on mettra de meſme ſorte en ordre 5 & $\frac{11}{2}$, reſpondans à la troiſieſme aulne, & on beſoignera comme devant, & ſe trouvera pour la troiſieſme aulne $7\frac{11}{17}$ lb, deſquels la diſpoſition eſt telle:

5 moins $\frac{9}{4}$. $\frac{135}{8}$
$\frac{11}{2}$ moins $\frac{1}{8}$. $\frac{8}{8}$
$\frac{17}{8}$. $\frac{119}{8}$ quotient $7\frac{11}{17}$ lb.

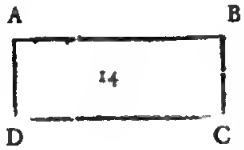
Demonstration.

Au premier, la ſomme de la ſeconde aulne $6\frac{8}{17}$ lb, & de la troiſieſme aulne $7\frac{11}{17}$ lb, eſt $14\frac{3}{17}$ lb, deſquelles la moitié eſt $7\frac{1}{17}$ lb, les meſmes ajouſtees à $2\frac{16}{17}$ lb de la premiere aulne, font 10 lb.

Au ſecond, la ſomme de la premiere aulne $2\frac{16}{17}$ lb, & de la troiſieſme aulne $7\frac{11}{17}$ lb, eſt $10\frac{10}{17}$ lb, deſquelles le tiers eſt $3\frac{9}{17}$ lb, les meſmes ajouſtées à $6\frac{8}{17}$ lb de la ſeconde aulne, font 10 lb.

Au troiſieſme, la ſomme de la premiere aulne $2\frac{16}{17}$ lb, & de la ſeconde aulne $6\frac{8}{17}$ lb, eſt $9\frac{7}{17}$ lb, deſquelles le quart eſt $2\frac{6}{17}$ lb, les meſmes aiouſtées à $7\frac{11}{17}$ lb, font 10 lb, comme il eſtoit requis.

Exemple V.



Il y a un quadrangle rectangle A B C D, *duquel la ſuperfice faict* 14, *& le coſté* A B *eſt double au coſté* A D, *la demande eſt de combien ſoit chaſcun deſdicts coſtez.*

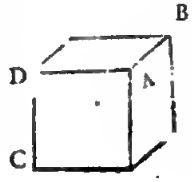
Construction.

Soit A D.	1 ①	✓ 7
Ergo A B ſon double	2 ①	✓ 28
Mais multiplié AD par A B, donne la ſuperfice A C, Doncques le produict deſdictes 1 ① par 2 ① qui eſt	2 ②	14
Eſt egal à		14

Et par le 78 probleme de l'Arithmetique 1 ① vaudra ✓ 7.

Je di, que A D eſt ✓ 7, & A B ✓ 28. *Demonſtration.* ✓ 28 eſt double à ✓ 7, par le 21 probleme de l'Arithmetique. Et multipliant A B ✓ 28 par A D ✓ 7, donne la vraye ſuperfice A C 14; ce ſont doncques les vrayes quantitez requiſes deſdicts coſtez; ce qu'il falloit demonſtrer.

Exemple VI.



Il y a un ſolide rectangle A B C D, *duquel le contenu eſt* 192, *& comme* 4 *à* 3, *&* 3 *à* 2, *ainſi la hauteur* C D, *à la longueur* D A, *& la longueur* D A, *à la Largeur* A B, *la demande eſt combien ſoit chaſcun deſdicts coſtez.*

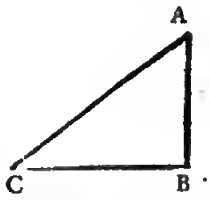
Construction.

Soit C D	4 ①	8
Ergo D A	3 ①	6
Ergo A B	2 ①	4
Mais multiplié C D par D A, & iceluy produict autrefois par A B, donne le ſolide A B C D; Doncques ledict produict de C D 4 ①, par D A 3 ①, faiſant 12 ②, & le meſme autrefois multiplié par A B 2 ① qui faict	24 ③	192
Eſt egal a	192	

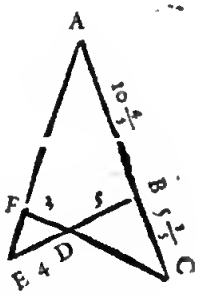
Et par le 78 probleme de l'Arithmetique 1 ① vaudra 2.

Je di, que C D eſt 8, & D A 6, & A B 4. *Demonſtration.* Il y a telle raiſon de 8 à 6, & de 6 à 4, comme de 4 à 3, & de 3 a 2. Et multipliant C D 8, par D A 6, faict 48, le meſme par A B 4, faict le vray ſolide 192; ce ſont doncques les vrayes quantitez requiſes deſdicts coſtez; ce qu'il falloit demonſtrer.

Nota. Il y a des aucuns qui deſcrivent & ſolvent pluſieurs queſtions (& principalement des figues geometriques) par l'Algebre, leſquelles toutesfois ſe peuvent ſolver par reigle de trois ou autre calculation vulgaire; Mais à fin que la choſe ſoit bien & utilement entendue, il convient ſçavoir, que telles operations par Algebre, enſeignent aucunement l'uſage d'icelle reigle, mais quant au reſte ce n'eſt pas l'operation que l'on uſera en la practique, pour la plus cõmode, veu qu'elle eſt propre pour les queſtions, eſquelles les termes donnez ſont obſcurement propoſez, comme quand l'on cherche les coſtez incognuz des grandeurs par leurs ſuperfices ou ſolides grandeurs cognues, comme au precedent 5e & 6e exemple, & ſemblables. Mais à fin que nous en parlions par exemple; Soit un triangle A B C, duquel la perpendiculaire A B ſoie 4 & la baſe B C 5, l'on veut ſçavoir de combien ſoit l'hypothenuſe A C. Or nous ſçavons que la racine de la ſomme des deux quarrez de A B & B C, eſt le nombre de A C, pourtant ajouſtant 25 & 16 (qui ſont les quarrez de 5 & 4) font 41, ſa racine pour A C eſt ✓ 41, & ceſte operation eſt plus commode que par Algebre, en laquelle l'on finge & faict la mine que le notoire ſoit incogneu, ce qui eſt inutile.



Soit autrefois la figure du 12 *Cap. Lib.* 1 *magnæ conſtruct. Ptol.* A B C D E F, de laquelle A C ſoit 16, & C D 7, & D F 5, & E D 4, & D B 5, Et on veut ſçavoir le nombre de A B & B C. Or ayant Ptolemée demonſtré, que la raiſon de A C à A B, eſt compoſé de deux raiſons, à ſçavoir de la raiſon C F 10, à F D 3, & de la raiſon D E 4, à E B 9, il eſt manifeſte que tous les termes neceſſaires ſont cogneus pour operer ſans Algebre. Car ajouſtant leſdictes Raiſons, à ſçavoir *Raiſon* $\frac{10}{3}$ avec *Raiſon* $\frac{4}{9}$, donnent ſomme (par le 5e probleme à la 2e diſtinction de ceſte Practique d'Arithmetique) *Raiſon* $\frac{40}{27}$, dõcques la raiſon de A C à A B, eſt comme de 40 à 27, par-



quoy

luy ny jugement, ny intelligence, de ſçavoir diſcerner les choſes ſimples des ingenieuſes, ou qu'il ſoit envieux de la proſperité commune; mais quoy qu'il en ſoit, il ne faut pas omettre l'utilité de ceſtui cy, pour l'inutile calomnie de ceſtuy la. Or comme le marinier ayant d'aventure trouvé quelque Iſle incognue, declare franchement au Roy toutes ſes richeſſes, comme d'avoir beaux fruicts, precieux mineraux, plaiſantes contrees, &c. ſans que cela luy ſoit reputé pour philautie; ainſi nous parlerons icy librement de la Grande utilité de ceſte invention, je dy Grande, voire plus Grãde que je n'eſtime qu'aucun de vous autres attende, ſans toutesfois me glorifier du mien.

Veu doncques que la matiere de ceſte DISME (la cauſe duquel nom ſera declarée par la ſuyvante premiere definition) eſt nombre, l'utilité des effects de laquelle, vous M^rs eſt aſſés notoire par voz continuelles experiences, il ne ſera point meſtier d'en faire beaucoup de parolles; Car s'il eſt Aſtrologue, il ſçait que le monde eſt devenu par les computations Aſtronomiques (car elles enſeignent au Pilote l'elevation de l'Equateur, & du Pole, par le moyen de la table des declinations du Soleil, l'on deſcript par icelles la vraye longitude & latitude des lieux, &c.) vn paradis, abondant en pluſieurs lieux, de ce que toutesfois la terre n'y peut point produire. Mais comme le doux n'eſt jamais ſans l'amer, le travail de telles computations ne luy ſera point caché, à cauſe des labourieuſes multiplications, & diviſions, qui procedent de la ſoixantieſme progreſſion des Degrez, Minutes, Secondes, Tierces, &c. Mais s'il eſt Arpenteur, il ſçaura le grand benefice que le monde reçoit de ſa ſcience, par laquelle s'evitent pluſieurs difficultez & noiſes, qui s'eleveroyent journellement, à cauſe de l'incognue capacité des terres; outre cela il ne ignore pas (principalement celui auquel les affaires ſont grandes) les ennuieuſes multiplications, qui procedent des Verges, Pieds, & ſouvent Doigts, l'un par l'autre, qui n'eſt pas ſeulement moleſte, mais (combien toutesfois que le meſurer & autres choſes precedentes fuſſent bien expediees) ſouvent cauſe d'erreur, tendant au grand dommage de l'un ou de l'autre. Auſſi à la ruine de la bonne renommée de l'Arpenteur: Et ainſi des Maiſtres des monnoyes, Marchans, & chaſcun au ſien. Mais d'autant que ceux la ſont plus dignes, & les voies pour y parvenir plus labourieuſes, d'autant plus grande eſt ceſte diſcouverte DISME oſtant toutes ces difficultez: Mais comment? Elle enſeigne (a fin de dire beaucoup en un mot) d'expedier facilement ſans nõbres rompuz, tous comptes qui ſe rencontrent aux affaires des Humains: de ſorte que les quatre principes d'Arithmetique que l'on appelle Ajouſter, Soubſtraire, Multiplier & Diviſer par nombres entiers, pourront ſatisfaire à tel effect: Cauſant ſemblable facilité a ceux qui uſent des gettons. Or ſi par tel moyen ſera gaigné le precieux temps; Si par tel moyen ſera ſauvé, ce qui ſe perderoit autrement; Si par tel moyen ſera oſté labeur, noiſe, erreur, dommaige, & autres accidens communement ajoincts à ceux cy, je le mects volontiers à voſtre jugement.

Quant à ce que quelcun me pourroit dire, que pluſieurs inventions ſemblent bonnes au premier regard; Mais quand on s'en veut ſervir, l'on n'en peut rien effectuer, & comme il avient ſouvent aux chercheurs de forts mouvemens, qui ſemblent bons en petites preuves, mais aux grandes, où a l'effect, ils ne vallent pas un feſtu: Nous luy reſpondons qu'il n'y a icy telle doubte, parce que l'experience s'en faict journellement en la choſe meſme; A ſçavoir par divers experts Arpenteurs Hollandois, auſquels nous l'avons declaré, leſquels (laiſſans ce qu'ils avoyent inventé chaſcun à ſa maniere, pour amoindrir le travail de leurs computations) l'uſent à leur grand contentement, & par tel fruict comme la Nature teſmoigne s'en devoir neceſſairement ſuivre: Le meſme aviendra à un chaſcun de vous autres mes Treshonnores Seig^rs qui feront comme eux. Vivez cependant en toute felicité.

ARGVMENT.

LA Diſme a deux parties, Definitions, & Operation. En la premiere partie ſe declarera par la premiere Definition, quelle choſe ſoit Diſme ; Par la ſeconde, troiſieſme & quatrieſme, que ſignifie Commencement, Prime, Seconde, &c. & nombres de Diſme.

En l'operation ſe declarera par quatre propoſitions, l'Addition, Soubſtraction, Multiplication, & Diviſion des nombres de Diſme, Dequoy l'ordre ſe peut repreſenter ſuccinctement par telle table :

La Diſme a deux parties.
- *Definitions, comme quelle choſe ſoit*
  - *Diſme.*
  - *Commencement.*
  - *Prime, Seconde, &c.*
  - *Nombre de Diſme.*
- *Operation de*
  - *l'Addition.*
  - *Soubſtraction.*
  - *Multiplication,*
  - *Diviſion.*

A la fin du precedent ſera encore appliqué une Appendice, declarant l'uſage de la Diſme par quelques exemples és choſes.

LA PREMIERE PARTIE DE LA DISME DES definitions.

DEFINITION I.

DISME eſt une eſpece d'Arithmetique, inventée par la Diſieſme progreſſion, conſiſtente es characteres des cyffres, par leſquels ſe deſcript quelque nombre, & par laquelle l'on depeſche par nombres entiers ſans rompuz, tous comptes ſe rencontrans aux affaires des hommes.

EXPLICATION.

Soit quelque nombre de mille cent & onze, deſcript par characteres des cyffres en ceſte ſorte 1111, auſquels appert que chaſque 1 eſt la dixieſme part de ſon prochain characte̊re precedent. Semblablement en 2378, chaſque unité du 8, eſt la dixieſme de chaſque unité du 7. Et ainſi de tous les autres. Mais parce qu'il eſt convenable que les choſes deſquelles on veut traicter, ayent des noms, & que ceſte maniere de computation eſt trouvée par conſideration de telle dixieſme ou diſme progreſſion, voire qu'elle conſiſte entierement en icelle, comme apparoiſtra cy apres, nous nommons ce traicté proptement & convenablement la DISME, par la meſme on peut operer avec nombres entiers ſans rompuz en tous les comptes ſe rencontrans en nos affaires, comme ſera demonſtré au ſuyvant.

DEFINITION II.

Tout nombre entier propoſé ſe dict COMMENCEMENT, *ſon ſigne eſt tel* ⓪.

EXPLICATION.

Par exemple quelque nombre propoſé de trois cens ſoixante quatre, nous le nommons trois cens ſoixante-quatre COMMENCEMENS, les deſectivant en ceſte ſorte 364 ⓪. Et ainſi de tous autres ſemblables.

DEFINITION III.

Et chaſque dixieſme partie de l'unité de commencement nous la nommons PRIME, *ſon ſigne eſt tel* ①; *& chaſque dixieſme partie de l'unité de prime nous la nommons* SECONDE, *ſon ſigne eſt tel* ②. *Et ainſi des autres chaſque dixieſme partie, de l'unité de ſon ſigne precedent, touſiours en l'ordre un d'avantage*

EXPLICATION.

Comme 3 ① 7 ② 5 ③ 9 ④, c'eſt à dire 3 *Primes* 7 *Secondes* 5 *Tierces* 9 *Quartes*; & ainſi ſe pourroit proceder en infini. Mais pour dire de leur valeur, il eſt notoire, que ſelon ceſte definition, leſdicts nombres ſont $\frac{3}{10}$ $\frac{7}{100}$ $\frac{5}{1000}$ $\frac{9}{10000}$, enſemble $\frac{3759}{10000}$. Semblablement 8 ⓪ 9 ① 3 ② 7 ③ vallent 8 $\frac{9}{10}$ $\frac{3}{100}$ $\frac{7}{1000}$, enſemble 8 $\frac{937}{1000}$. Et ainſi d'autres ſemblables. Il faut auſſi ſçavoir que nous n'uſons en la DISME d'aucuns nombres rompuz, auſſi que le nombre de multitude des ſignes, excepté ⓪, n'excede jamais le 9. Par exemple nous n'eſcrivons pas 7 ① 12 ②, mais en leur lieu 8 ① 2 ②, car ils vallent autant.

DEFINITION IV.

Les nombres de la precedente ſeconde & troiſieſme Definition ſe diſent en general NOMBRES DE DISME.

Fin des Definitions.

SECONDE PARTIE DE LA DISME DE L'OPERATION.

PROPOSITION I, DE L'ADDITION.

ESTANT donnez nombres de Diſme à ajouſter : Trouver leur ſomme :

Explication du donné. Il y a trois ordres de nombres de Diſme, deſquels le premier 27 ⓪ 8 ① 4 ② 7 ③, le deuxieſme 37 ⓪ 8 ① 7 ② 5 ③, le troiſieſme 875 ⓪ 7 ① 8 ② 2 ③.

Explication du requis. Il nous faut trouver leur ſomme. *Conſtruction.* On mettra les nombres donnez en ordre comme ci joignant, les aiouſtant ſelon la vulgaire maniere d'aiouſter nombres entiers, en ceſte ſorte:

	⓪	①	②	③
	2	7	8	4 7
	3	7	6	7 5
	8	7	5	7 8 2
	9	4	1	3 0 4

Donne ſomme (par le 1 probleme de l'Arithmetique) 941304, qui ſont (ce que demonſtrent les ſignes deſſus les nombres) 941 ⓪ 3 ① 0 ② 4 ③. Ie di, que les meſmes ſont la ſomme requiſe. *Demonſtration.* Les 27 ⓪ 8 ① 4 ② 7 ③ donnez, font (par la 3e definition) 27 $\frac{0}{10}$, $\frac{4}{100}$, $\frac{7}{1000}$, enſemble 27 $\frac{047}{1000}$, & par meſme raiſon les 37 ⓪ 6 ① 7 ② 5 ③ vallent 37 $\frac{675}{1000}$, & les 875 ⓪ 7 ① 8 ② 4 ③ feront 875 $\frac{782}{1000}$, leſquels trois nombres, comme 27 $\frac{047}{1000}$, 37 $\frac{675}{1000}$, 875 $\frac{782}{1000}$, font enſemble (par le 10e probleme de l'Arith.) 941 $\frac{304}{1000}$, mais autant vaut auſſi la ſomme 941 ⓪ 3 ① 0 ② 4 ③, c'eſt

c'est doncques la vraye Somme, ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donnez nombres de Disme à ajouster, nous avons trouvé leur Somme, ce qu'il falloit faire.

NOTA.

Si aux nombres donnez defalloit quelque signe de leur naturel ordre, on emplira son lieu par le deffaillant. Soyent par exemple les nombres donnez 8 ⓪ 5 ① 6 ②, & 5 ⓪ 7 ②, auquel dernier defaut le signe de l'ordre ①. L'on mettra en son lieu 0 ①, prennant alors comme pour nombre donné 5 ⓪ 0 ① 7 ②, les ajoustant comme cy devant en ceste sorte :

```
  ⓪①②
  8 5 6
  5 0 7
 -------
1 3 6 3
```

Cest advertissement servira aussi aux trois propositions suyvantes, la ou il faut tousiours emplir l'ordre des figures diffaillantes, comme nous avons faict en cest exemple.

PROPOSITION II, DE LA SOUBSTRACTION.

Estant donné nombre de Disme duquel on soubstraict, & à soubstraire : Trouver leur Reste.

Explication du donné. Soit le nombre duquel on soubstraict 237 ⓪ 5 ① 7 ② 8 ③, & à soubstraire 59 ⓪ 7 ① 4 ② 9 ③. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reste. *Construction.* On mettra les nombres donnez en ordre cóme cy joignant, soubstrayant selon la vulgaire maniere de soubstraction par nombres entiers, en ceste sorte :

```
      ⓪①②③
2 3 7 5 7 8
  5 9 7 3 9
-----------
1 7 7 8 2 9
```

Reste (par le 2 probleme de l'Arithmetique) 177829 qui sont (ce que denotent les signes par dessus les nombres) 177 ⓪ 8 ① 2 ② 9 ③; Ie di que les mesmes sont la reste requise. *Demonstration.* Les 237 ⓪ 5 ① 7 ② 8 ③, font (par la 3 definition de ceste Disme) 237 $\frac{5}{10}$, $\frac{7}{100}$, $\frac{8}{1000}$, ensemble 237 $\frac{578}{1000}$; Et par mesme raison les 59 ⓪ 7 ① 4 ② 9 ③ vallent 59 $\frac{749}{1000}$, lesquelles soubstraicts de 237 $\frac{578}{1000}$, reste (par le 10 probleme de l'Arithmetique) 177 $\frac{829}{1000}$. Mais autant vallent lesdictes 177 ⓪ 8 ① 2 ② 9 ③, c'est doncques la vraye Reste; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre de Disme duquel on soubstraict, & à soubstraire, nous avons trouvé leur reste, ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION III, DE LA MULTIPLICATION.

Estant donné nombre de Disme à multiplier, & multiplicateur : Trouver leur produict.

Explication du donné. Soit le nombre à multiplier 32 ⓪ 5 ① 7 ②, & multiplicateur 89 ⓪ 4 ① 6 ②. *Explication du requis.* Il faut trouver leur produict. *Construction.* On mettra les nombres donnez en ordre comme cy joignant, multipliant selon la vulgaire maniere de multiplication par nombres entiers, en ceste sorte :

```
             ⓪①②
           3 2 5 7
           8 9 4 6
   ---------------
         1 9 5 4 2
       1 3 0 2 8
     2 9 3 1 3
   2 6 0 5 6
   ---------------
   2 9 1 3 7 1 2 2
         ⓪①②③④
```

Donne produict (par le 3 probleme de l'Arithmetique) 29137122. Or pour sçavoir que ce sont, on ajoustera les deux derniers signes donnez, l'un ②, & l'autre aussi ②, font ensemble ④, nous dirons donc que le signe du dernier charactere du produict sera ④, lequel estant cogneu, tous les autres seront notoires, à cause de leur ordre continu; De sorte que 2913 ⓪ 7 ① 1 ② 2 ③ 2 ④ sont le produict requis. *Demonstration.* Le nombre donné à multiplier 32 ⓪ 5 ① 7 ②, faict (comme appert par la 3e definition de ceste Disme) 32 $\frac{5}{10}$, $\frac{7}{100}$, ensemble 32 $\frac{57}{100}$, & par mesme raison le multiplicateur 89 ⓪ 4 ① 6 ②, vaut 89 $\frac{46}{100}$, par le mesme multiplié ledict 32 $\frac{57}{100}$, donne produict (par le 12e probleme de l'Arithmetique) 2913 $\frac{7122}{10000}$; mais autant vaut aussi ledict produict 2913 ⓪ 7 ① 1 ② 2 ③ 2 ④, c'est donc le vray produict, ce qu'il nous falloit demonstrer. Mais pour dire maintenant la raison, pourquoy ② multiplié par ②, donne produict ④ (qui est la somme de leurs nombres) Item pourquoy ④ par ⑤ donne produict ⑨, & pourquoy ⓪ par ③, donne ③, &c. Prennons $\frac{2}{10}$ & $\frac{1}{100}$ (qui sont par la 3e definition de ceste Disme 2 ① 3 ②, leur produict est $\frac{6}{10000}$, qui vallent par ladicte troisiesme definition, 6 ③. Multipliant doncques ① par ②, le produict est ③, à sçavoir un signe composé de la somme des nombres des signes donnez.

CONCLUSION.

Estant doncques donné nombre de Disme à multiplier, & multiplicateur, nous avons trouvé leur Produict, ce qu'il falloit faire.

NOTA.

Si le dernier signe du nombre à multiplier fust inegal au dernier signe du multiplicateur ; par exemple l'un 3 ④ 7 ⑤ 8 ⑥, l'autre 5 ① 4 ②, l'on fera comme dessus, & la disposition des characteres de l'operation sera telle:

```
    ④⑤⑥
    3 7 8
      5 4 ②
  ---------
    1 5 1 2
  1 8 9 0
  ---------
  2 0 4 1 2
  ④⑤⑥⑦⑧
```

PROPOSITION IV, DE LA DIVISION.

Estant donné nombre de Disme à diviser & diviseur : Trouver leur Quotient.

Explication du donné. Soit le nombre à diviser 3 ⓪ 4 ① 4 ② 3 ③ 5 ④ 2 ⑤, & le diviseur 9 ① 6 ②. *Explication du requis.* Il nous faut trouver leur quotient. *Construction.* On divisera les nombres donnez (omettant leurs signes) selon la vulgaire maniere de diviser par nombres entiers ainsi :

```
      1
    1 8
    5 1 6 4
    7 6 1 7          ⓪①②③
  3 4 4 3 5 2 (3 5 8 7
    9 6 6 6 6
      9 9 9
```

Donne Quotient (par le 4e probleme de l'Arithmetique) 3587. Or pour sçavoir que ce sont, le dernier signe du diviseur qui est ②, se soubstraira du dernier signe du nombre à diviser, qui est ⑤, reste ③, pour le signe du dernier charactere du Quotient, qui estant ainsi cogneu, tous les autres seront aussi manifestes, à cause de leur continu ordre, de sorte que 3 ⓪ 5 ① 8 ② 7 ③, sont le Quotient requis. *Demonstration.* Le nombre donné à diviser 3 ⓪ 4 ① 4 ② 3 ③ 5 ④ 2 ⑤, faict (comme appert par la troisiesme definition de ceste Disme) 3 $\frac{4}{10}$ $\frac{4}{100}$ $\frac{3}{1000}$ $\frac{5}{10000}$ $\frac{2}{100000}$, ensemble 3 $\frac{44352}{100000}$, par lequel divisé lesdicts 3 $\frac{44352}{100000}$, donne quotient (par le 13e probleme de l'Arithmetique) 3 $\frac{587}{1000}$, mais autant vaut ledict Quotient 3 ⓪ 5 ① 8 ② 7 ③, c'est donc le vray quotient, ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre de Disme à diviser, & diviseur, nous avons trouvé leur Quotient, ce qu'il falloit faire.

NOTA 1. Si les ſignes du diviſeur fuſſent plus hauts que les ſignes du nombre à diviſer, l'on mettra joignant le nombre à diviſer autant des 0 qu'on veut, ou autant qu'il ſera meſtier. Par exemple 7 ②, ſont à diviſer par 4 ⑤ ; je mects ptes le 7 quelques 0 ainſi 7000, les diviſant comme deſſus en ceſte ſorte : Donne quotient 1750 ⓪. Il avient quelquesfois que le quotient ne ſe pourra expliquer par nombres ennters, comme 4 ①, diviſees par 3 ②, en ceſte ſorte :

```
z z z (1          ⓪①②
# ø ø ø 000 (1 3 3 3
ȝ ȝ ȝ ȝ
```

La ou il appert qu'il y en ſortiront infinement des trois, reſtant touſiours $\frac{1}{3}$. En tel accident l'on peut approcher ſi pres, comme la choſe le requiert, ometiant le reſidu. Il eſt bien vray que 13 ⓪ 3 ① $3\frac{1}{3}$ ②, ou 13 ⓪ 3 ① 3 ② $3\frac{1}{3}$ ③, &c. ſeroit le parfaict requis, mais noſtre intention eſt d'operer en ceſte Diſme, par nombres tous entiers. car nous voyons à ce qui ſe obſerve aux negoces des hommes, la ou on ne faict point compte de la milliеſme partie d'une maille, d'un grain, &c. comme le ſemblable eſt ſouvent uſé par les principaux Geometriens & Arithmeticiens, en comptes de grande conſequence : Comme Ptolemee & Iehan de Montroyal, n'ont pas deſcript leurs tables des arcs & chordes, ou des ſinus, par l'extreme parfection (combien qu'il eſtoit poſſible de le faire par nombres multinomies) à cauſe que ceſte imparfection (conſiderant la fin d'icelles tables) eſt plus utile que telle parfection.

NOTA 2. Les extractions de toutes eſpeces de racine, ſe peuvent auſſi faire par ces nombres de Diſme. Par exemple, pour extraire racine quartée de 5 ② 2 ③ 9 ④, l'on beſoignera ſelon la vulgaire maniere d'extraction en ceſte ſorte :

Et la racine ſera 2 ① 3 ③, car la moitie du dernier ſigne des nombres donnez, eſt touſiours le dernier ſigne de la racine ; Pourtant ſi le dernier ſigne donne fuſt de nombre impeir, l'on y ajouſtera ſon ſigne prochain ſuyvant, & ſera alors de nombre peir, puis on extraira la racine comme deſſus.

```
z
ȝ z ȝ
z  ȝ
4
```

Semblablement en l'extraction de racine cubique, le tiers du dernier ſigne donné, ſera touſiours le ſigne de la racine, & ainſi de toutes autres eſpeces de racines.

Fin de la Diſme.

APPENDICE.

PREFACE.

PVis que nous avons deſcript cy devant la Diſme, nous viendrons maintenant à l'uſage d'icelle, demonſtrans par 6 Articles, comment tous comptes ſe rencontrans aux affaires des hommes, ſe peuvent facilement expedier par icelle, commençant premierement (comme elles ont auſſi eſté premierement miſes en œuvre) aux computations d'Arpenterie comme s'enſuit.

ARTICLE I, DES COMPVTATIONS DE L'ARPENTERIE.

L'ON nommera la verge auſſi *Commencement*, qui eſt 1 ⓪ la partiſſant en dix parties egales, deſquelles chaſcune ſera 1 ①, puis ſe partira chaſcune *Prime* autrefois en dix parties egales, deſquelles chaſcune ſera 1 ②, & ſi on requiert les diviſions plus petites, on diviſera chaſque 1 ② autrefois en dix parties egales, & chaſcune vaudra 1 ③, procedant ainſi plus avant s'il fuſt beſoing, mais quant à l'Arpenterie, les parties en *Secondes* ſont aſſez petites, mais pour les choſes qui requierent la meſure plus juſte, comme toiſcts de plomb, Corps, &c. l'on y peut uſer des *Tierces*. Quant à ce que la plus part des Arpenteurs n'uſent pas de verge ains une chaiſne de trois, quatre, ou cincq verges, ſignans ſur le baſton de leur croix rectangulaire, quelques cincq ou ſix pieds avec leur doigts, le ſemblable ſe peut faire icy, car au lieu d'iceux cincq ou ſix pieds avec leurs doigts, l'on peut mettre ſix ou cincq *Primes* avec leurs *Secondes*.

Cecy eſtant ainſi preparé, l'on uſera en meſurant de ces parties, ſans prendre egard aux pieds ou doigts que contient la verge ſelon la couſtume do païs, & ce qui ſe debura Ajouſter, Soubſtraire, Multiplier ou Diviſer ſelon ceſte meſure, ſe fera ſelon la doctrine des precedens exemples.

Par exemple, il faut ajouſter quatre triangles, ou ſuperfices de terre, deſquelles la premiere 345 ⓪ 7 ① 2 ②, La deuxieſme 872 ⓪ 5 ① 3 ③, La troiſieſme 615 ⓪ 4 ① 8 ②, La quatrieſme 956 ⓪ 8 ① 6 ②, les meſmes ajouſtez ſelon la maniere declarée à la premiere propoſition de ceſte Diſme en ceſte ſorte :

Leur ſomme ſera 2790 ⓪ ou verges 5 ① 9 ②, leſdictes verges parties ſelon la couſtume, par autant qu'il y a des verges en un Arpent, on aura les arpens requis. Mais ſi l'on veut ſçavoir combien de pieds & doigts ſont les 5 ① 9 ② (ce que l'Arpenteur ne fera qu'une fois, à la fin du compte qu'il livre aux proprietaires, cõbien que la pluſpart d'eux, eſtiment inutile d'y faire mention de pieds ou doigts) on verra ſur la verge combien de pieds & doigts (qui ſont marquez joignant les dixieſmes parties ſur un autre coſté de la verge) s'accordent aux meſmes.

```
      ⓪①②
  3 4 5 7 2
  8 7 2 5 3
  6 1 5 4 8
  9 5 6 8 6
2 7 9 0 5 9
```

Au ſecond, eſtant à ſoubſtraire 57 ⓪ 3 ① 2 ②, de 32 ⓪ 5 ① 7 ②, l'on beſoignera ſelon la ſeconde propoſition de ceſte Diſme en ceſte ſorte :

```
      ⓪①②
  5 7 3 2
  3 2 5 7
  2 4 7 5
```

Et reſtent 24 ⓪ ou verges 7 ① 5 ②.

Au troiſieſme, eſtant à multiplier (à cauſe des coſtez de quelque triangle ou quadrangle) 8 ⓪ 7 ① 3 ②, par 7 ⓪ 5 ① 4 ②, l'on ſera ſelon la 3e propoſition de ceſte Diſme en ceſte ſorte :

```
      ⓪①②
    8 7 3
    7 5 4
  3 4 9 2
4 3 6 5
6 1 1 1
6 5 8 2 4 2
⓪①②③④
```

Et donnent produict ou ſuperfice 65 ⓪ 8 ①, &c.

Au quatrieſme, Soit A B C D, quelque quadrangle rectangle, duquel il faut couper 3 67 ⓪ 6 ①, & de coſté A D faict 26 ⓪ 3 ①. La demande eſt combien l'on meſurera depuis A vers B, pour couper (i'entens

par

par une ligne parallele avec A D) leſdictes 367 ⓪ 6 ①.

L'on partita 367 ⓪6①, par 26 ⓪3①, ſelon la quatrieſme propoſition de ceſte Diſme ainſi:

Donne quotient pour la requiſe longueur de A vers B, laquelle ſoit A E, 13 ⓪9①7③.

Et ſi l'on veut on pourra approcher plus pres (combien qu'il ne ſemble pas beſoing) par la premiere note de ladicte quatrieſme propoſition. Les demõſtrations de tous ces exemples ſont faictes cy devant en leurs propoſitions.

1
22
76
2908
4672
1047599 ⓪①②
3676808 (13 9 7
2633333
2666
22

ARTICLE II, DES COMPTES DES MESVRES DE TAPISSERIE.

L'Avlne du meſureur de tapiſſerie, luy ſera 1⓪, laquelle il partira (ſur quelque coſté, la ou ne ſont par les partitions ſelon l'ordonnance de la ville) comme eſt faict cy deſſus de la verge de l'Arpenteur, à ſçavoir en 10 parties egales, deſquelles chaſcune ſera 1①, puis chaſque 1①, autrefois en dix parties egales, & chaſcune vaudra 1②, &c. Quant à leur uſage, veu que les exemples accordent en tous avec ce qui en eſt dict au premiere Article de l'Arpenterie, elle ſera par icelles aſſez notoire, de ſorte qu'il n'eſt pas meſtier d'en faire mention.

ARTICLE III, DES COMPTES SERVANS A LA GAVIERIE & aux meſures de tous tonneaux.

VNe Ame (qui faict en Anvers 150 pots) ſera 1⓪, la meſme ſe diviſera en profondeur & longueur en 10 parties egales (à ſçavoir egales au reſpect du vin, non pas de la verge, de laquelle les parties de profondité ſont inegales) & chaſque partie ſera 1① contenant 10 potz, puis chaſque 1① en 10 parties egales, & chaſcune ſera 1②, vallant un pot. Puis chaſque 1② en dix parties egales, faiſant chaſcune 1③.

Or eſtant ainſi partie la verge, & voulant trouver le contenu du Tonneau, on multipliera & beſoignera comme au precedent premier article, qui eſtant aſſez manifeſte, nous n'en dirons icy point d'avantage.

Mais veu que ceſte dixieſme partition de la profondeur, n'eſt pas vulgaire, nous en declarerons cecy: Soit la verge A B une Ame, qui eſt 1⓪, diviſée (ſelon la conſtume) en poincts de profondeur comme ces dix C, D, E, F, G, H, I, K, L, A, faiſant chaſcune partie 1①, leſquelles il faut diviſer autrefois en 10 en ceſte ſorte: L'on diviſera premierement chaſque 1① en deux, ainſi: L'on tirera la ligne B M, à droict angle ſur A B, & egale à 1① B C, puis ſe trouvera (par la 13e propoſition du 6e livre d'Euclide) la ligne moyenne proportionelle entre B M, & ſa moitie qui ſoit B N, & coupant B O, egale à B N, & ſi N O, fuſt alors egale à B C, l'operation eſt bonne: Puis ſe notera la longueur N C, de B vers A, comme B P, laquelle eſtant egalle à N C, l'operation eſt bonne: Semblablement la longueur D N, depuis B juſques à Q, & ainſi des autres. Il reſte encore de partir chaſque longueur comme B O, & O C, &c. en cinc, ainſi: L'on trouvera entre B M & ſa dixieſme part, la ligne moyenne proportionelle qui ſoit B R, coupant B S, egale à B R; Puis ſe notera la longueur S R, de B vers A, comme B T, & ſemblablement la longueur T R, de B juſques à V, & ainſi des autres. Et ſemblablement ſe procedera pour diviſer B S, & S T, &c. En ③. Ie di, que B S, & S T, & T V, &c. ſont les deſirees ②, ce qui ſe demonſtre ainſi:

Parce que B N eſt ligne moienne proportionelle (par l'hypotheſe) entre B M & ſa moitie; le quarré de B N (par la 17e propoſition du 6e livre d'Euclide) ſera egale au rectangle de B M & ſa moitie, mais ledict rectangle eſt la moitie du quarré de B M, le quarré doncques de B N, eſt egal à la moitie du quarré de B M, mais B O eſt (par l'hypotheſe) egale à B N, & B C à B M, le quarré donc de B O, eſt egal à la moitie du quarré de B C. Et ſemblablement ſe demonſtrera que le quarré de B S, eſt egal à la dixieſme part du quarré B M, parquoy, &c. Nous avons faict la demonſtration briefve, parce que nous n'eſcrivons pas à Apprentifs, mais à Maiſtres.

ARTICLE IV, DES COMPTES DE LA STEREOMETRIE EN GENERAL.

IL eſt bien vray que la gaujerie que nous avons declaré cy devant eſt Stereometrie (c'eſt à dire ſcience de meſurer les corps) mais conſiderant les diverſes partitions de la verge de l'un & l'autre, auſſi que ceſtuy-cy a telle difference de ceſtuy-la, comme genre à eſpece; ils ſe peuvent diſtinguer par bonne raiſon, car toute Stereometrie n'eſt pas Gaujerie. Pour donc venir à la choſe, le Stereometrien uſera de la meſure de ſa ville, comme verge ou aulne avec ſes dixieſmes partitions deſcrites au premier & ſecond article, l'uſage de laquelle (ſemblable a ce qui en eſt dict au precedent) eſt telle: Poſons qu'il y ait à meſurer quelque colomne quadranguliete rectanguliere, de laquelle la longueur 3①2②, largeur 2①4③, hauteur 2⓪3⑦5③; La demande eſt combien il y a de matiere. L'on multipliera ſelon la doctrine de la 4e propoſition de ce traicté, longueur par largeur, & leur produict autrefois par hauteur, en ceſte ſorte:

①②
3 2
2 4
1 2 8
6 4
7 6 8 ④
2 3 5 ②
3 8 4 0
2 3 0 4
1 5 3 6
1 8 0 4 8 0
①②③④⑤⑥

Et donne produict comme appert 1⑧8②4④8⑤.

NOTA. Quelcun ignorant (car c'eſt à ceſtuy-la que nous parlons icy) les fondamens de la Stereometrie, pourroit penſer pourquoy l'on dict, que la grandeur de la colomne cy deſſus, n'eſt que de 1①, &c. veu qu'elle contient plus que 180 cubes, deſ-

quels la longueur de chaſque coſté eſt de 1 ①; Il ſçaura que le corps d'une verge n'eſt pas un corps de 10 ①, comme une verge en longueur, mais de 1000 ①, en reſpect dequoy 1 ① faict 100 cubes chaſcun de 1 ①; Comme le ſemblable eſt aſſez notoire aux Arpenteurs en ſuperfice; Car quand on dict 2 verges 3 pieds de terre, cela ne s'entend point 2 verges & trois pieds quarrez mais de 2 verges & (comprant 12 pieds pour la verge) 36 pieds quarrez. Pourtant ſi la demande cy deſſus euſt eſte, de combien de cubes chaſcun de 1 ① ſut la grandeur de ladicte colomne, l'on accommoderoit la ſolution conforme au requis, conſiderant que chaſque 1 ① de ceux cy, faict 100 ① de ceux la, & chaſque 1 ② de ceux cy, 10 ① de ceux la, &c. Ou autrement ſi la dixieſme part de la verge eſt la plus grande meſure que le Stercometrien ſe propoſe, il la peut nommer 1 ⓪, & puis comme deſſus.

ARTICLE V, DES COMPVTATIONS ASTRONOMIQVES.

AIans les anciens Aſtronomes parti le circle en 360 degrez, ils voyoient que les computations Aſtronomiques d'icelles, avec leurs partitions, eſtoyent trop laborieuſes, pourtant ils ont parti chaſque degré en certaines parties, & les nuſines aun eſois en autant, &c. à fin de pouvoir par ainſi touſiours operer par nombres entiers, en choiſiſſans la ſoixantieſme progreſſion, parce que 60 eſt nombre meſurable par pluſieurs meſures entieres, à ſçavoir 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, mais ſi l'on peut croire l'experience (ce que nous diſons par toute reverence de la venerable antiquité & eſmeu avec l'utilité commune) certes la ſoixantieſme progreſſion n'eſtoit pas la plus commode, au moins entre celles qui conſiſtoyent potentiellement en la nature, ains la dixieſme qui eſt reſté: Nous nommons les 360 degrez auſſi *Commencemens*, les denotans ainſi 360 ⓪, & chaſcun degré ou 1 ⓪ ſe diviſera en 10 parties egales, deſquelles chaſcune ſera 1 ①, puis chaſque 1 ① en 10 ②, & ainſi des autres, comme le ſemblable eſt faict par pluſieurs fois cy devant.

Or eſtant entendue ceſte partition, nous pourrions deſcrire ſelon ce qui à eſté prouvis, leur facile maniere de Aiouſter, Soubſtraire, Multiplier, & Diviſer, mais veu qu'elles n'ont aucune difference des quatre propoſitions precedentes, tel recit ne ſeroit que petdre le temps, pourtant nous les laiſſerons ſervir pour exemples de ceſt article; Y aiouſtant encore cecy; que nous uſerons de ceſte maniere de partition, en toutes les tables & comptes, ſe rencontrans en l'Aſtronomie, que nous eſperons de divulger, en noſtre vulgaire langue Germanique qui eſt la plus riche, la plus ornée, & la plus parfaicte langue de toutes langues, de la treſexquiſe ſingulliereté, de laquelle nous attendons de brief autre demonſtration plus abondante, que Pierre & Iehan en ont faict en la BEWVSKONST ou DIALECTIQVE nagueres divulgée.

ARTICLE VI, DES COMPTES DES MAISTRES DES MONNOIES, Marchans & de tous eſtats en general.

AFIN de dire en brief & en general, la ſomme & contenu de céſt article, faut ſçavoir qu'on partira toutes meſures, comme Longue, Humide, Seiche, Argent, &c. par la precedente dixieſme progreſſion & chaſque fameuſe eſpece d'icelles ſe nommera *Commencement*; comme Marc, *Commencement* des pois, par leſquels ſe poiſe l'or & l'argent; Livre, *Commencement* des autres pois communs; Livre de gros en Flandres, Livre Eſterlain en Angleterre, Ducat en Hiſpaigne, &c. *Commencement* de monnoye; Le plus haut ſigne du marc ſera ④, car 1 ④ peſera environ la moitie d'un Es d'Anvers, la ③ ſuffira pour le plus haut ſigne de la Livre de gros, veu que telle 1 ③ faict moins que le quart d'un ⑧.

Les ſoubdiviſions des pois, pour peſer toutes choſes, ſeront (au lieu de demilivre, quart, demiquart, once, demionce, eſterlin, grain, es, &c.) de chaſque ſigne 5, 3, 2, 1, c'eſt à dire, qu'apres la livre ou 1 ⑥, ſuivera un pois de 5 ① (faiſant $\frac{1}{2}$ ℔) puis de 3 ①, puis de 2 ①, puis de 1 ①, & ſemblables ſoubdiviſions auta auſſi la 1 ① & autres ſuivans.

Nous eſtimons auſſi utile, que chaſque ſoubdiviſion voire de quelle matiere fuſt ſon ſubject, ſoit nommé *Prime, Seconde, Tierce, &c.* & cela à cauſe qu'il nous eſt notoire, que *Seconde* multipliée par *Tierce* donne produict *Quinte* (parce que 2 & 3 ſont 5 comme il eſt dict cy deſſus,) Item que *Tierce*, diviſée par *Seconde* donne quotient *Prime*, *&c.* ce qui ne ſe pourroit faire ſi proprement par autres noms; Mais quant on les veut nommer par diſtinction des manieres (comme l'on dict demie aulne, demie livre, demie pinte, &c.) nous les pouvons nommer Prime de Marc, Seconde de Marc, Seconde de Livre, Seconde d'Aulne, &c.

Mais à fin d'en donner exemple, poſons que 1 marc d'or vaut 36 ℔ 5 ① 3 ②, la demande eſt combien monteront 8 marcs 3 ① 5 ② 4 ③: L'on multipliera 3653 par 8354, donne produict par la 3 propoſition qui eſt auſſi la ſolution requiſe, 305 ℔ 1 ① 7 ② 1 ③. quant aux 6 ④ 2 ⑤, elles ne ſont icy de nulle eſtime.

Poſons autreſois que 2 aulnes 3 ①, couſtent 3 ℔ 2 ① 5 ②, La demande eſt combien couſteront 7 aulnes 5 ① 3 ②: On multipliera ſelon la couſtume, le dernier terme donné par le ſecond, & le produict ſe diviſera par le premier, c'eſt à dire, 753 par 325, faict 244725, qui diviſé par 23, donne quotient & ſolution 10 ℔ 6 ① 4 ②.

Nous pourrions donner autres exemples en toutes les vulgaires reigles d'Arithmetique, ſe rencontrans ſouvent es traffiques des hommes; Comme la reigle de Compaignie, d'Intereſt, de Change, &c. demonſtrans comment elles ſe peuvent toutes expedier par nombres entiers, auſſi ceſte facile operation par les gettons, mais veu qu'il eſt aſſez notoire par les precedens, nous n'en ferons point de mention.

Nous ſçaurions auſſi demonſtrer plus amplement, par comparaiſon de faeheux exemples en rompuz, la grande difference de facilité, qu'il y a de ceux cy à ceux la, mais nous le paſſons outre à cauſe de briefveté.

AV dernier il nous faut encore dire de quelque difference qu'il il y a de ce 6e article, aux 5 articles precedens, c'eſt que chaſcune perſonne peut exercer pour ſoy meſme la dixieſme partition deſdicts precedens 5 articles, ſans qu'il ſera meſtier d'en eſtre donné par le Magiſtrat quelque ordre general, mais cela pas ainſi en ce dernier, car ſes exemples ſont vulgaires computations, qui ſe rencontrent à chaſque moment, auſquels il ſeroit convenable, que la ſolution ainſi trouvée fuſt d'un chaſcun acceptée pour bonne & legitime. Pourtant conſiderant ſa treſgrande utilité, ce ſeroit choſe louable, ſi quelcuns, comme ceux qui en attendent la plus grande commodité, ſolicitoyent de la faire

mettre

mettre en effect, à ſçavoir que joignant les vulgaires partitions qu'il y a maintenant des Meſures, Pois, & Argent (demeurant chaſque capitale meſure, Pois & Argent, en tous lieux immuable) l'on ordonnaſt encore legitimement par les Superieurs, la ſuſdicte dixieſme partition, à fin que chaſcun qui vouldroit la pourroit uſer.

Il avanceroit auſſi la choſe, ſi les valeurs d'argent, principalement de ce qui ſe forge de nouveau, fuſſent valuez ſur quelques *Primes, Secondes, Tierces, &c.*

Mais ſi tout cecy ne fuſt pas mis en œuvre, ſi toſt comme nous le pourrions ſouhaiter, il nous contentera premierement, qu'il ſera du bien à nos ſucceſſeurs, car il eſt certain, que ſi les hommes futurs, ſont de telle nature comme ont eſté les precedens, qu'ils ne ſeront pas touſiours negligens en leur ſi grand avantage.

Au ſecond, ce n'eſt pas le plus abject ſçavoir à un chaſcun en particulier, qu'il luy eſt notoire, comment les hommes ſe peuvent delivrer eux meſmes à toute heure qu'ils vouldroyent, de rant & de ſi grands labeurs.

Au dernier, combien que l'effect de ce 6e Article n'apparoiſtra point, peut eſtre, en quelques temps, toutesfois un chaſcun pourra exercer les cinc precedens, comme il eſt notoire, qu'aucuns des meſmes ſont deſia mis en œuvre.

Fin de l'Appendice.

Huictieſme diſtinction de la Practique d'Arithmetique qui eſt de nombres incommenſurables appliquez à grandeurs.

TRAICTE DES INCOMMENSVRABLES GRANDEVRS,

Avec une Appendice de l'explication du dixieſme livre d'Euclide;

Deſcript par SIMON STEVIN *de Bruges.*

AV LECTEVR.

APres que nous avions veu & reveu le Dixieſme livre d'Euclide, traictant des Incommenſurables Grandeurs; auſſi leu & releu pluſieurs commentateurs ſur le meſme, deſquels aucuns le jugeoient pour la plus profonde & incomprehenſible matiere de la Mathematique, les autres que ce ſont propoſitions trop obſcures, & la croix des Mathematiciens; Et qu'outre cela je me perſuadois (quelle follie ne faict l'opinion commettre aux hommes?) d'entendre ceſte matiere par ſes cauſes, & qu'elle n'a en ſoy telles difficultez comme l'on eſtime vulgairement, je me ſuis addonné d'en deſcrire ce traicté.

Mais à fin que nous diſions premierement, d'ou les hommes ſont venuz à la cognoiſſance & exercice de ces Incommenſurables Grandeurs, faut ſçavoir, que comme beaucoup des theoremes des nombres ſe deſcrivent ſouvent par la cognoiſſance des grandeurs, leſquels theoremes nous ſeroyent difficiles, voire aucunefois impoſſibles de trouver par les ſimples nombres (comme ſe peut colliger entre autres par le cube avec ſes Corollaires devant le 69 probleme de noſtre Arithmetique) ainſi ſe trouvent au contraire ſouvent propoſitions des grandeurs, par le moyen des nombres, leſquelles propoſitions ne ſe pourroyent inventer par les ſeules grandeurs. Par exemple nous ſçavons que 1 eſt incommenſurable a $\sqrt{2}$. Mais comme 1 a $\sqrt{2}$, ainſi le coſté du quarré à ſa diagonale, parquoy le coſté du quarré eſt incommenſurable à ſa diagonale, ce qui nous ſeroit impoſſible de ſçavoir ſans les nombres. Doncques comme il y a des nombres entre eux incommenſurables, ainſi y a il des lignes entre elles incommenſurables; Mais il y a en la nature douze certaines eſpeces de nombres incommenſurables, qui s'appellent binomies, deſquelles l'on extraict douze racines de diverſes qualitez; Il y a doncques auſſi en la nature douze telles eſpeces de lignes, avec ſemblables racines, de la conſtruction & proprieté deſquelles, Euclide à deſcript ſon dixieſme livre. Laquelle raiſon d'ou les hommes ſont venuz à la cognoiſſance & exercice des incommenſurables grandeurs, nous avions propoſé de declarer. Mais veu que tout ceſt affaire eſt facile, & ſans difficulté, aux experts en la nature des nombres radicaux (la cognoiſſance deſquels eſt neceſſaire, veu que ſans la meſme l'on ſe tourmente en vain en ceſte matiere) il reſte encore de dire qu'elle eſt la cauſe de l'obſcurité dudict dixieſme livre: Il faut doncques ſçavoir, que les inventeurs des propoſitions du meſme, ſe propoſoyent nombres binomiaux, & par les qualitez qu'ilz trouvoyent en leurs noms (leſquelles qualitez ſont definies depuis la 45 definition, juſques à la 57 de noſtre Arithmetique) ils ont deſcript des lignes de ſemblable qualité: Outre ce, par les operations des extractions des racines des nombres binomiaux (qui ſont

ſont deſcrites au 39 probleme de l'Arithmetique) ils ont colligé ſemblables extractions de racines d'icelles binomies lignes, & par les qualitez des racines de ceux-là, auſſi deſcript ſemblables qualitez de ceux cy. Par exemple ils ſe propoſoyent $\sqrt{6+2}$, qui eſt binomie cincquieſme, par la 49 definition de l'Arithmetique, d'ou ils voyoient que la ligne longue de $\sqrt{6+2}$ pieds, eſtoit binomie ligne cincquieſme de ſemblable qualité: Puis extrayant racine dudict binomie nombre, ſelon la doctrine du 5 exemple du 39 probleme la trouvoyent de $\sqrt{\text{bino.}}\ \sqrt{1\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{1}{2}}+\sqrt{\text{bino.}}\ 1\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{1}{2}}$, d'ou ils cogneurent que la ligne de telle longueur eſtoit auſſi racine de ladicte binomie ligne, & pour les qualitez qu'ils voyoient en icelle racine de binomie nombre (qui ſont que le produict de ſes parties, comme $\sqrt{\text{bino.}}\ \sqrt{1\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{1}{2}}$, par $\sqrt{\text{bino.}}\ 1\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{1}{2}}$, eſt nombre Arithmetique, à ſçavoir 1. Item que la ſomme des deux quarrez deſdictes deux parties, eſt racine de ſimple nom à ſon quarré incommenſurable, à ſçavoir $\sqrt{6}$, comme nous avons dict à la NOTA dudict 5 exemple du 39 probleme) ils concluoyent ſemblables qualitez en ceſte ſa reſpondante racine de binomie ligne: Or cecy leur eſtant ainſi notoire en toutes les douze eſpeces de binomies lignes, & de leurs racines, ils en ont deſcript diverſes propoſitions: Mais ils en ont detenu les nombres, qui leur avoyent eſté guide aſſeurée, pour comprendre parfaictement la proprieté d'icelles lignes, ſans leſquels nombres ils ne pouvoient rien effectuer, & nous ont ainſi laiſſé ces lignes imparfaictes: Ie di imparfaictes, parce que les multinomies nombres ſont inſeparables de multinomies lignes, veu que nulle ligne n'eſt par ſoy multinomie, mais en reſpect de quelque multinomie nombre explicant ſa quantité, car une meſme ligne ſe peut dire en quelque ville de 5 pieds, laquelle ſera en une autre peut eſtre, de $4+\sqrt{2}$ pieds: De ſorte qu'il leur eſtoit beaucoup plus facile d'inventer & deſcrire ces lignes, qu'à autres entendre leurs propoſitions; De laquelle imparfection s'eſt inſuivi, que l'on n'a ſceu operer en ces lignes, ſelon ce qui eſtoit le but de leur deſcription, comme couper lignes proportionellement ſelon la raiſon donnée, non ſeulement de laquelle les termes ſont nombres Arithmetiques, comme veullent les exemples de la 9 propoſition du 6 livre d'Euclide, ne point ſatisfaiſans à la propoſition, mais de nombres radicaux & multinomies quelconques, & puis claire & parfaicte extraction de toutes racines des multinomies lignes, comme des nombres. Parquoy ces Mathematiciens ſemblent aucunement avoir leurs raiſons, confeſſans ne leur pouvoir animadvertir aucune utilité audict dixieſme livre, veu que l'on n'y traicte point abſoluement, mais le tout par maniere d'obſcurs enigmes, & cela à cauſe (comme nous avons dict) que les inſeparables nombres ne leur ſont pas ajoincts. Mais pourquoy les ont ils ainſi detenuz, plus que d'autres propoſitions Geometriques, ayans meſtier de nombres Arithmetiques? Certes je ne voy autre raiſon, ſinon qu'ils ne les tenoyent pas pour nombres, ains pour quantitez irrationelles, irregulieres, inexplicables, ſourdes, abſurdes, & pas dignes d'eſtre citées en propoſitions Mathematiques: Mais parce que nous avons refuté en ſon lieu ceſte irrationelle, irreguliere, inexplicable, ſourde & abſurde opinion, & que nous eſperons en temps oportun d'affermer plus amplement par la 4 theſe de noz theſes Mathematiques, que ces nombres ſont en perfection & excellence, un des grands Myſteres de la Nature, à la parfaicte comprehenſion duquel elle n'a voulu faire capable tous entendemens: Telle fauſſe perſuaſion n'a empeſché noſtre concept, ains au contraire, le vroy ſentiment nous a (ſelon la nature du vray, duquel ne procede que vray) conduict à la cognoiſſance, de ce que nous cherchions, à ſçavoir de la generale deſcription deſdictes incommenſurables grandeurs, non pas ſeulement des douze binomies lignes & leurs racines, comme audict dixieſme livre, mais de millenomies lignes & de leurs racines de racines juſques en infini, comme apparoiſtra au traicté ſuivant. Quant à ce que quelcun nous pourroit accuſer, d'avoir outrecuidéement meſpriſé le dixieſme livre d'Euclide, certes il pourroit juger ſelon les humeurs, mais pas ſelon la devotion, & humble affection que nous portons touſiours à la venerable antiquité, la diligence & travail de laquelle a deſcouvert à ſes ſucceſſeurs la fontaine de pluſieurs ſingulieretez; Car, à fin de confeſſer le vray, quelle choſe nous euſt eſmeu, de traicter des incommenſurables grandeurs, ſi leur devancement ne nous euſt pas enhorté, de cercher ceſte matiere à la ſource d'ou ils l'avoyent? peut eſtre que rien. Au ſecond, quand l'opinion de quelque perſonne, differe de celle d'un autre, comment pourroit il mieux manifeſter leur difference, que par equitables raiſons des diverſitez conſiſtentes en eux? Nous les laiſſerons doncques dire, parachevans ce pendant ſelon noſtre pouvoir, ce qui ſera utile à la commune. Mais (me dira quelcun) quelle peut eſtre l'utilité de ceſte matiere? veu que les choſes qui ſont à meſurer ou partir aux negoces des hommes, n'ont point de meſtier de ceſte extreme perfection, ſelon la raiſon des nombres radicaux propoſez, par ce que nous trouvons en leur lieu, nombres Arithmetiques ſi peu differens d'iceux radicaux, qu'il ne pourra monter partie viſible, voire es maieures matieres corporelles données. nous luy reſpondons, que l'on pourroit dire pareillement, pourquoy les operations de la Geometrie, comme les elemens d'Euclide, ſont faictes par l'extreme perfection? Mais comme cela ne ſemble pas digne de reſponce, à cauſe des abſurditez ſuivantes de ſon contraire (car telles parfaictes operations, donnent parfaictes intelligences, qui ſont cauſes des parfaicts & admirables effects que produict la Mathematique) ainſi de ceſtuy cy.

ARGV-

ARGVMENT.

CE traicté aura deux parties, l'une de 5 definitions. L'autre de l'operation, contenant 3 problemes.

Apres le ſuſdict ſuyvera une Appendice declarant ſommairement le contenu du Dixieſme livre d'Euclide.

PREMIERE PARTIE DES INCOMMENSVRABLES GRANDEVRS, QVI EST DES DEFINITIONS.

VEu que les plus propres definitions, ſont celles qui expliquent le mieux l'eſſence du defini, & que l'incommenſurance des grandeurs, eſt trouvée, & ſeulement notoire par les nombres, nous uſerons des nombres en ces definitions, comme le plus commode inſtrument à tel effect. Il eſt vray qu'Euclide en ſa 2ª propoſition du 10ª livre, dict ainſi : *Si de deux grandeurs inegales données, l'on coupe touſiours la moindre de la majeure, & que la reſte ne meſure jamais ſa grandeur precedente : Telles grandeurs ſont incommenſurables.* Mais combien ce theoreme eſt veritable, toutesfois nous ne pouvons cognoiſtre par telle experience, l'incommenſurance de deux grandeurs propoſees; Premierement parce qu'a cauſe de l'erreur de noz yeux & mains (qui ne peuvent parfaictement veoir & partir) nous jugerions a la fin, que tous grandeurs tant incommenſurables que commenſurables, fuſſent commenſurables. Au ſecond, encore qu'il nous fuſt poſſible, de ſoubſtraire par action, pluſieurs cent mille fois la moindre grandeur de la majeure, & le cõtinuer pluſieurs milliers d'annees, toutesfois (eſtant les deux nombres propoſez incommenſurables) l'on travailleroit eternellement, demeurant touſiours ignorant, de ce qui à la fin en pourroit encore advenir; Ceſte maniere donc de cognition n'eſt pas legitime, ains poſition de l'impoſſible, à fin d'ainſi aucunement declarer, ce qui conſiſte veritablement en la Nature; ceſte incommenſurance doncques eſt ſeulement notoire par les nombres incommenſurables; ce que Euclide ſçachant fort bien, auſſi que telle invention d'incommenſurabilité n'eſtoit ſuffiſante pour ſes propoſitions ſuyvantes (car ſa dixieſme propoſition enſeigne trouver grandeurs incommenſurables par le moyen des nombres) il l'a explique à la 8ª propoſition legitimement ſelon les nombres, & ainſi le ſerons nous en ceſte premiere partie des definitions comme s'enſuit.

DEFINITION I.

GRandeurs incommenſurables ſont celles, deſquelles les nombres les explicans ſont incommenſurables.

DEFINITION II.

Multinomie grandeur eſt celle, qu'on explique par multinomie nombre.

DEFINITION III.

Binomie grandeur eſt celle, qu'on explique par binomie nombre, & Trinomie grandeur, qu'on explique par trinomie nombre, & ainſi par ordre des autres.

DEFINITION IV.

Binomie ligne premiere eſt celle; qu'on explique par binomie nõbre premier; Et binomie ligne ſeconde qu'on explique par binomie nõbre ſecond; Et ainſi par ordre des autres juſques à la douzieſme.

DEFINITION V.

Racine quarrée de ligne, eſt la ligne moyenne proportionelle entre la ligne donnée nombre expliquée, & la ligne reſpondante à l'unité de la donnée.

Fin de la premiere partie.

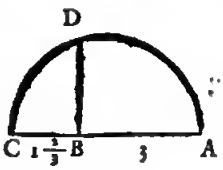
SECONDE PARTIE DES INCOMMENSURABLES GRANDEVRS DE L'OPERATION.

PROBLEME I.

EStant donnée ligne droicte, & deux nombres : Trouver une ligne droicte en telle raiſon à la donnée, comme le nombre au nombre.

EXEMPLE I.

Explication du donné. Soit donné la ligne A B, & les nombres donnez $\sqrt{5}$ & 3. *Explication du requis.* Il faut trouver une ligne en telle raiſon à la A B, comme $\sqrt{5}$ à 3. *Conſtruction.* On prendra les potences quarrees des nombres donnez, qui ſont 9 & 5, puis on produira A B en C, ainſi que A B aye telle raiſon à B C, comme 9 à 5, puis ſe trouvera la ligne moyenne proportionelle entre A B, & B C, par la 13 propoſition du 6e livre d'Euclide, qui ſoit B D.



Je dique B D eſt la ligne requiſe, ayant telle raiſon à la A B, comme $\sqrt{5}$ à 3. *Demonſtration.* Poſons que A B ſoit 3; Mais comme 9 à 5, ainſi (par la conſtruction) A B 3 à B C, doncques B C, faict $1\frac{2}{3}$, mais le rectangle de A B 3, en B C $1\frac{2}{3}$ faict 5, pour le quarré de B D (car B D eſt moyenne proportionelle entre A B & B C par la conſtruction) parquoy B D faict $\sqrt{5}$. Il y a doncques telle raiſon de B D, à A B, comme de $\sqrt{5}$ à 3, ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA I.

Si l'on voulut poſer pour A B quelque autre nombre que 3, on viendra touſiours à la meſme demonſtration. Poſons par exemple pour A B 9, & B C ſera 5, & B D $\sqrt{45}$, leſquels 9 & $\sqrt{45}$, ſont en la meſme raiſon que 3 à $\sqrt{5}$, car diviſant l'un & l'autre par le commun diviſeur 3, viendra 3 & $\sqrt{5}$.

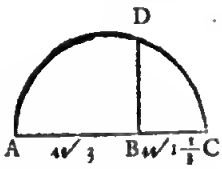
NOTA II.

Si les nombres donnez fuſſent $\sqrt{5}$ & $\sqrt{10}$, l'operation ſeroit ſemblable à la precedente, car l'on produiroit A B en C, ainſi que A B euſt telle raiſon à B C, comme 10 à 5, quarrez des nombres donnez, & puis comme deſſus.

EXEMPLE II.

Explication du donné. Soit donné la ligne A B, & nombres

bres donnez $\sqrt{2}$ & $\sqrt{3}$. *Explication du requis.* Il faut trouvet une ligne en telle raiſon à la A B, comme $\sqrt{2}$ à $\sqrt{3}$. *Conſtruction.* On prendra les potences quarrees, des nombres donnez, qui ſont $\sqrt{3}$ & $\sqrt{2}$, puis on produira A B en C, ainſi que A B aye telle raiſoo à B C, comme $\sqrt{3}$ à $\sqrt{2}$ (qui ſe fera par le moyen du precedent premier exemple) puis on prendra la ligne moyenne proportionelle entre A B & B C, par la 13 propoſition du 6e livre d'Euclide qui ſoit B D.



Je di que B D eſt la ligne requiſe, ayaot telle raiſon à la A B, comme $\sqrt{2}$ à $\sqrt{3}$. *Demonſtration.* Poſons que A B ſoit $\sqrt{3}$, mais comme $\sqrt{3}$ à $\sqrt{2}$, ainſi (par la conſtruction) A B $\sqrt{3}$, à B C, doncques B C faict $\sqrt{1\frac{1}{3}}$; Mais le rectangle de A B $\sqrt{3}$, en B C $\sqrt{1\frac{1}{3}}$ faict $\sqrt{2}$, egal au quarré de B D, parquoy B D fait $\sqrt{2}$; il y a doncques telle raiſon de B D à A B, comme de $\sqrt{2}$, à $\sqrt{3}$; ce qu'il falloit demonſtret.

NOTA.

Si les nombres donnez fuſſent $\sqrt{2}$, & 4, l'operation ſeroit ſemblable à la precedente, car l'on produiroit A B en C (par le moyen du premier exemple) ainſi que A B euſt telle raiſoo à B C, comme $\sqrt{2}$ a 16, qui ſont les quarrez des nombres donnez, & puis comme deſſus.

Mais ſi les nombres donnez fuſſent $\sqrt{3}$, & $\sqrt{5}$, l'on produiroit A B en C, ainſi que A B euſt telle raiſon à B C, comme $\sqrt{3}$ a 5, qui ſont les quarrez des nombres donnez, & puis comme deſſus.

Et ſi les nombres doonez fuſſent $\sqrt{3}$, & $\sqrt{6}$, l'on produiroit A B en C, par le moyen de ce ſecond exemple, ainſi que A B euſt telle raiſon à B C, comme $\sqrt{3}$, à $\sqrt{6}$, qui ſont les quarrez des nombres donnez, & puis comme deſſus. Et ainſi en racines de racines quelconques.

EXEMPLE III.

Explication du donné. Soit donné la ligne A B, & nombres donnez $\sqrt{10+\sqrt{15}+2}$, & $\sqrt{7}$. *Explication du requis.* Il faut trouver une ligne en telle raiſon à la A B, comme $\sqrt{10+\sqrt{15}+2}$, à $\sqrt{7}$.

A B
C D E F

Conſtruction. On trouvera par le premier exemple la ligne C D, en telle raiſon à la A B, comme $\sqrt{10}$ à $\sqrt{7}$, ſemblablement D E en telle raiſon à la A B, comme $\sqrt{15}$, à $\sqrt{7}$, puis E F en telle raiſon à A B, comme 2 à $\sqrt{7}$.

Je di, que C F eſt la ligne requiſe, dont la demonſtration eſt manifeſte par la conſtruction.

NOTA.

Mais s'il y euſt eu aux donnez quelque nom avec —, par exemple $\sqrt{10+\sqrt{15}-2}$, & $\sqrt{7}$, on trouvetoit les noms comme deſſus, mais le dernier nom E F, ne ſe adjouſteroit pas à la C E comme deſſus, mais ſe couperoit de la meſme, comme en ceſte figure; de ſorte que C F ſeroit la ligne requiſe.

C FD E

EXEMPLE IV.

Explication du donné. Soit donné la ligne A B, & les nombres donnez $\sqrt{3+\sqrt{5}}$, & $\sqrt{6+\sqrt{7+\sqrt{2}}}$. *Explication du requis.* Il faut trouvet une ligne en telle raiſon à la A B, comme $\sqrt{3+\sqrt{5}}$, à $\sqrt{6+\sqrt{7+\sqrt{2}}}$. *Conſtruction.* Poſons que A B face $\sqrt{6+\sqrt{7+\sqrt{2}}}$, & coupons de la meſme quelque ſon oom (par le ſuyvant 2 probleme) qui ſoit A C, faiſant $\sqrt{6}$. Puis ſe trouvera la ligne D E, (par le 1 exemple) en telle raiſoo à la A C, comme $\sqrt{3}$ à $\sqrt{6}$, puis la ligne E F, en telle raiſon à la A C, comme $\sqrt{5}$ à $\sqrt{6}$.

A $\sqrt{6}$ C B
D E F

Je di que D F eſt la ligne requiſe, dont la demonſtration eſt manifeſte par les precedens.

EXEMPLE V.

Explication du donné. Soit donné la ligne A & nombres donnez $\frac{\sqrt{3+\sqrt{5}}}{\sqrt{5+\sqrt{7}}}$ & $\frac{\sqrt{2+\sqrt{7}}}{\sqrt{1+\sqrt{6}}}$. *Explication du requis.* Il faut trouver une ligne en telle raiſon à la A, comme $\frac{\sqrt{3+\sqrt{5}}}{\sqrt{5+\sqrt{7}}}$ à $\frac{\sqrt{2+\sqrt{7}}}{\sqrt{1+\sqrt{6}}}$. *Conſtruction.* On convertira les oombres rompuz donnez, en multinomies nombres entiers de la meſme raiſon des donnez, les multipliant par croix c'eſt à dire $\sqrt{3+\sqrt{6}}$ par $\sqrt{2+\sqrt{3}}$, faict $\sqrt{6+\sqrt{12+3+\sqrt{18}}}$. Puis $\sqrt{5+\sqrt{7}}$ par $\sqrt{2+\sqrt{5}}$, faict $\sqrt{10+5+\sqrt{14+\sqrt{35}}}$.

A
B

Puis ſe trouvera par le precedent 4e exemple la ligne B en telle raiſoo à la A, comme $\sqrt{6+\sqrt{12+3+\sqrt{18}}}$, à $\sqrt{10+5+\sqrt{14+\sqrt{35}}}$. Je di que B eſt la ligne requiſe, dont la demonſtration eſt manifeſte.

EXEMPLE VI.

Explication du donné. Soit donné la ligne A, & nombres donnez $\sqrt{trino.}$ $\sqrt{6+\sqrt{5+\sqrt{2}}}$, & $\sqrt{3+\sqrt{2}}$. *Explication du requis.* Il faut trouver une ligne en telle raiſon à la A, comme $\sqrt{trino.}$ $\sqrt{6+\sqrt{5+\sqrt{2}}}$, à $\sqrt{3+\sqrt{2}}$. *Conſtruction.* On trouvera la ligne B, par le 4e exemple, en telle raiſon à la A, comme $\sqrt{6+\sqrt{5+\sqrt{2}}}$, à $\sqrt{3+\sqrt{2}}$, Puis on preodra la racine quarrée de ladicte B, par le ſuyvant 5e probleme laquelle ſoit C. Je di, que C eſt la ligne requiſe, dont la demonſtration eſt manifeſte.

A
B
C

Concluſion. Eſtant doncques donnée ligne droicte, & deux nombres, nous avons trouvé une ligne droicte en telle raiſon à la donnée, comme le nombre au nombre, ce qu'il falloit faire.

COROLLAIRE I.

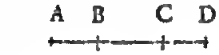
Il eſt manifeſte par les precedens, comment l'on pourra faire une multinomie ligne, conforme au multinomie nombre donné, ſans preſcripte meſure. Par exemple, l'on veut faire quelque multinomie ligne de $\sqrt{6+\sqrt{5+\sqrt{7}}}$; Ie mects quelque ligne à plaiſir A B, poſant qu'elle valle $\sqrt{6}$, puis je trouve à la meſme, la ligne B C, par le 1 exemple, en telle raiſon à la A B, comme $\sqrt{5}$ à $\sqrt{6}$, puis C D, en telle raiſon à A B, comme $\sqrt{7}$ à $\sqrt{6}$, & la ligne A B C D, ſera la multinomie ligne conforme au nombre donné.

A B C D

COROLLAIRE II.

Il eſt auſſi notoire, comment l'oo pourra faire une multinomie ligne ſelon quelque ſon nom donné. Par exemple l'on veut faire une multinomie ligne de $\sqrt{5+\sqrt{7}}$

$\checkmark 7 + \checkmark 2$, de laquelle le nom $\checkmark 5$ eſt A B. L'on trouvera B C, en telle raiſon à A B, comme $\checkmark 7$, à $\checkmark 5$, puis C D, en telle raiſon à A B, comme $\checkmark 2$, à $\checkmark 5$.

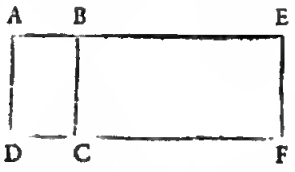


Corollaire III.

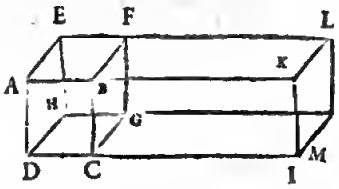
Il appert qu'on pourra faire une binomie ligne ſelon quelque meſure donnée. Ie prens que l'on euſt requis au 3 exemple une multinomie ligne de $\checkmark 10 + \checkmark 15 + 2$, de telle longueur comme A B faict $\checkmark 7$, & nous dirions que C F eſt la ligne requiſe.

Corollaire IV.

Il eſt manifeſte, comment on poutra faire nue multinomie ſuperſice, ou multinomie corps, conforme aux multinomies lignes des precedens trois Corollaires. Prennons en quelque exemple ſemblable à celuy du troiſieſme Corollaire, & ſoit la meſure donnée le parallelogramme A B C D, duquel la ſuperfice ſoit $\checkmark 3$ & le multinomie nombre donné $\checkmark 8 + \checkmark 17 + 4 - \checkmark 7$. On produira quelque coſté comme A B, juſques en E, ainſi que B E, aie telle raiſon à la A B, comme $\checkmark 8 + \checkmark 17 + 4 - \checkmark 7$, à $\checkmark 3$, & puis l'on parfera le parallelogramme B E F C. Et eſt manifeſte par la 1 propoſition du 6 livre d'Euclide, que le meſme parallelogramme B E F C ſera le parallelogramme requis.



Mais ſi la meſure donnée fuſt le parallelepipede A B C D E F G H, duquel la quantité fuſt $\checkmark 3$, & le multinomie nombre donné $\checkmark 8 + \checkmark 17 + 4 - \checkmark 7$, L'on produiroit quelque coſté comme D C, juſques a I, ainſi que C I auroit telle raiſon a D C, comme $\checkmark 8 + \checkmark 17 + 4 - \checkmark 7$, a $\checkmark 3$, & puis l'on parſeroit le parallelepipede B K I C F L M G, & eſt manifeſte par la 1 propoſition du 6e livre, & la 25 propoſition de 11 livre d'Euclide, que ledict parallelepipede ſeroit le requis.



Probleme II.

DE la ligne droicte donnée, couper partie requiſe.

Nota. Ce probleme eſt la 9 propoſition du 6 livre d'Euclide, la ou la requiſe partie aux exemples de la meſme, eſt touſiours expliquée par nombres Arithmetiques; Mais l'on peut auſſi bien requirer partie à la ligne donnée incommenſurable, que commenſurable, nous deſcrirons doncques icy pour parfection d'icelle propoſition, la maniere de couper parties incommenſurables. *Explication du donné & requis.* Soit la ligne donnée A B, de laquelle il faut couper ſa $\checkmark \frac{1}{3}$. *Conſtruction.* On menera du point A, quelque ligne A C, faiſant quelque angle B A C, poſant que la meſme A C face $\checkmark 3$, nominateur donné; puis l'on trouvera A D (par le precedent 1 probleme) en telle raiſon à A C, comme $\checkmark 1$ numerateur donné, à $\checkmark 3$ nominateur donné, puis ſe mencra la ligne C B, & ſa parallele D E. Je di que A E eſt la requiſe $\checkmark \frac{1}{3}$ de la donnée A B. *Demonſtration.* La ligne A D a telle raiſon à la ligne A C, comme $\checkmark 1$, à $\checkmark 3$, par la conſtruction; mais comme A D a A C, ainſi A E a A B, par la 12 propoſition du 6 livre d'Euclide; Doneques A E a telle raiſon a A B, comme $\checkmark 1$ a $\checkmark 3$, parquoy A E eſt $\checkmark \frac{1}{3}$ de A B; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Nous avons doncques coupé partie requiſe de la ligne donnee; ce qu'il falloit faire.

Nota I.

Si l'on euſt voulu couper de la ligne A B cy deſſus, ſa $\frac{1+2+4+3}{\checkmark 7+\checkmark 6+\checkmark 5}$, l'on diroit A C faire $\checkmark 7 + \checkmark 6 + \checkmark 5$, & de la meſme ſe couperoit la ligne A D, faiſant $\checkmark 2 + \checkmark 3$, puis menant les paralleles C B & D E comme deſſus, l'on auroit le requis.

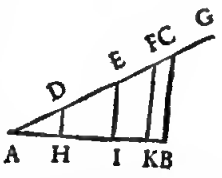
Mais ſi l'on euſt voulu couper de ladicte ligne A B, ſa $\frac{\text{1. bino.}+4+3}{\text{1. trino.}+\checkmark 6+\checkmark 5+\checkmark 2}$, l'on diroit A C faire $\checkmark$ *trino.* $\checkmark 6 + \checkmark 5 + \checkmark 2$, & de la meſme ſe couperoit la ligne A D, laquelle ſe trouveroit par le 6 exemple du premier probleme) faiſant $\checkmark$ *bino.* $5 + \checkmark 5$, puis menant les paralleles C B & D E comme deſſus, l'on auroit le requis.

Nota II.

Il faut que le nominateur du nombre donné, ſoit touſiours majeur que le numerateur, par exemple ſi quelcun requiroit d'avoir coupé d'une ligne ſa $\frac{3}{2}$, ou $\checkmark \frac{3}{4}$, ce ſeroit petition de l'impoſſible, veu que toute partie eſt moindre que ſon entier.

Corollaire I.

Il eſt manifeſte par ce probleme, comment l'on trouvera les noms de toute multinomie ligne donnée, par exemple de A B faiſant $\checkmark 8 + 3 + \checkmark 15 + \checkmark 10 - \checkmark 5$. Car l'on ſeroit quelque multinomie ligne (par le premier Corollaire du premier probleme) conforme au multinomie nombre donné, laquelle ſoit A C, les noms de laquelle ſoyent A D $\checkmark 8$, D E 3, E F $\checkmark 15$, F G $\checkmark 10$, G C $\checkmark 5$, puis on menera la ligne C B, & ſes paralleles F K, E I, D H, de ſorte que A H $\checkmark 8$, H I 3, I K $\checkmark 15$, K B $\checkmark 10 - \checkmark 5$ ſeroyent les noms requis.



Corollaire II.

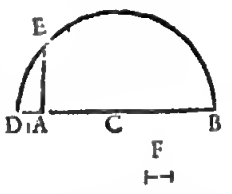
Il eſt auſſi notoire, comment l'on pourra couper toute ſuperfice & corps, conforme à la maniere de ſection de la ligne A B, du precedent premier Corollaire, comme nous avons faict le ſemblable aux Corollaires du precedent premier probleme.

Probleme III.

ESTant donnée ligne nombre expliquée: Trouver ſa racine quarrée.

Explication du donné. Soit donnée la ligne A B, de laquelle la quantité ſoit $\checkmark 8 + \text{w} 15 + \text{ww} 255 + 4 - \text{w} 80$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarée. *Conſtruction.* On coupera par le precedent 2 probleme, quelque nom de la ligne donnée A B, ſoit

A C, reſpondant à √ 8 Puis on trouvera par le 1 probleme quelque ligne droicte en telle raiſon à la A C, comme 1 à √ 8, qui ſoit la ligne A D, Puis ſe trouvera par le 13 probleme du 6e livre d'Euclide, la ligne moyenne proportionelle entre D A & A B, qui ſoit A E. Je di que A E eſt la racine quarrée requiſe de A B. *Demonſtration.* Veu que A E eſt la moyenne ligne proportionelle entre la ligne donnée A B, & la D A, reſpondante à l'unité de ladicte A B, s'enſuit par la precedente 5e definition, que A E eſt la racine quarrée de A B; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doneques donné ligne nombre expliquée, nous avons trouvé ſa racine quarrée, ce qu'il falloit faire.



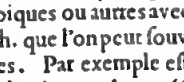
NOTA I.

Il eſt manifeſte par ce probleme comment on trouvera de la ligne donnée toute racine quarrée de racine quarrée, juſques en infini; Par exemple, pour avoir la racine de racine de la ligne A B cy deſſus, on trouvera la ligne moyenne proportionelle entre D A, & AE, qui ſoit F, doncques F eſt la racine quarrée de racine quarrée de A B. Et de meſme ſorte ſe pourroit trouver la ligne moyenne proportionelle entre D A, & F, qui ſeroit racine de racine de racine, de A B, & ainſi on pourroit proceder en infini.

NOTA II.

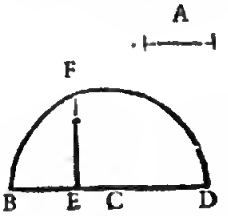
Quant aux extractions des racines cubiques, & autres operations des meſmes qui ſe rencontrent en nombres, nous les ſçaurions legitimement imiter en grandeurs, ſi l'on ſçeut trouver geometriquement deux lignes moyennes proportionelles entre deux lignes donnees, car racine cubique de ligne, c'eſt la conſequente de deux lignes moyennes proportionelles, entre la ligne donnée, nombre expliquée, & la ligne reſpondãte à l'unité de la donnée. Vray eſt que ſi l'on ſe vouluſt contenter (comme a faict Archimede en ſa deſcripnion de la ſphere & cylindre, & autres) des inventions de deux lignes moyennes proportionelles, par quelque maniere des inventions de Platon, Heron, Phylon Byſantin, Appollone, Diocle, Pappe, Spote, Menechme, Archite, Eratoſtene, ou Nicomede, l'on pourroit proceder de meſme ordre en racines cubiques, comme nous avons faict cy deſſus en racines quarrees: Et le ſemblable s'entendra d'autres racines quelconques, comme de quinte, ſexte quantité, &c. leſquelles ſe trouvent generalement par l'inſtrument d'Eratoſtene, mais nous n'en donnons point des exemples, parce qu'eſtant cognues telles racines, la teſte eſt notoire par ce qui en eſt dict cy-deſſus.

Il eſt auſſi à conſideter, qu'eſtant compoſé quelque multinomie ligne de racines cubiques ou autres avec racines quarrees, ou nombre Arith. que l'on peut ſouvent parfaictement operer par icelles. Par exemple eſtant quelque multinomie ligne A B, de √ 7 + √ 5 + √ ③ 4, de laquelle ſoit cogneu le nom A C de √ 7, l'on peut auſſi trouver les deux autres noms, car coupant de la C B, la ligne C D, en telle raiſon à le A C, comme √ 5 à √ 7, la reſte D B ſera le nom de √ ③ 4. Item ſi quelque multinomie ligne fuſt de √ 2 + √ ③ 5 + √ ③ 7, & que le nom √ 2 fuſt cogneu, il eſt notoire qu'on pourra extraire legitimement racine quarrée de telle ligne, & ainſi de pluſieurs autres ſemblables.



NOTA III.

Nous avions promis au commencement de ce traicté, d'exhiber la maniere des conſtructions des douze binomies lignes avec leurs racines deſcrites au 10e livre d'Euclide, ce que nous avons abondamment faict aux trois precedens problemes, non ſeulement de binomies, mais de noms en multitude infinie; Toutesfois nous donnerons en plus grande evidence, encore un exemple propre de binomie ligne cincquieſme, par la conſtruction de laquelle toutes les autres ſeront encore plus manifeſtes en ceſte ſorte: *Il y a quelque ligne A, faiſant √ 3, l'on requiert une binomie ligne cincquieſme, diviſee en ſes noms, de √ 12 + 2, à ſçavoir telle √ 12 + 2, comme A faict √ 3; Puis l'on veut que de telle binomie ligne s'extraict racine quarrée, & que la meſme racine ſoit diviſee, en les parties de laquelle elle eſt compoſée.* L'on trouvera par le precedent premier probleme la ligne BC, en telle raiſon à la ligne A, comme √ 12 à √ 3, puis la ligne C D, en telle raiſon à la A, comme 2 a √ 3, & B C D, ſera la binomie ligne requiſe. Puis ſe tirera ſa racine par le 3 probleme, qui ſoit E F. Or à fin de diviſer ceſte racine E F en les parties de laquelle elle eſt eõpoſée, i'extrais premierement racine quarrée du nombre √ 12 + 2, qui eſt (par le 39 probleme de noſtre Arithmetique) √ *bino.* √ 3 + √ 2 + √ *bino.* √ 3 − √ 2. Il faut doncques que l'une partie de ceſte ligne ſoit de √ *bino.* √ 3 + √ 2, & l'autre √ *bino.* √ 3 − √ 2, parquoy diviſée la ligne E F, par le ſecond probleme en G, ainſi que E G, aye telle raiſon à G F, comme √ *bino.* √ 3 + √ 2, à √ *bino.* √ 3 − √ 2, l'on aura le requis. Nous pourrions donner ſemblables exemples de toutes les autres onze binomies lignes, qui ſont deſcrites audict 10e livre d'Euclide. Mais veu que le progres eſt en toutes le meſme, voire non pas ſeulement en ces 12 binomies lignes, mais en infinies autres, ce ſeroit inutile perdition de temps. Voila doneques ce que nous avions promis.



Fin de la ſeconde partie.

APPENDICE DES INCOMMENSVRABLES GRANDEVRS.

En laquelle eſt ſommairement declaré, le contenu du Dixieſme Livre d'Euclide.

COMBIEN qu'au precedent ſemble aſſez declaré, ce que nous avions conceu à deſcrire des Incommenſurables Grandeurs; Toutesfois voyant que par ſolide fondament tout le Dixieſme livre d'Euclide (contenant ſelon Bartholome Zambert Venetien 118 propoſitions, deſquelles les 94 ſont Theoremes, & 24 Problemes) eſtoit manifeſte au premier regard, j'en ay voulu deſcrire ceſte Appendice.

DISTRI-

DISTRIBVTION DES CXVIII. PROPOSITIONS DV X^e. *Liure d'Euclide, en tel ordre comme elles ſeront declarees en ceſte Appendice.*

CONSIDERANT les qualitez des ſuſdictes 118 propoſitions, nous les avons diſtinguè en trois parties, leſquelles deſcrirons cy apres diſtinctement. La premiere partie contiendra 30 propoſitions telles 1e. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 29. 30. 31. 32. & ſont celles qui ſervent pour preparations des conſtructions & demonſtrations des douze binomies lignes, & de leurs racines.

La ſeconde partie contiendra 17 propoſitions telles la 48^e. 49. 50. 51. 52. 53. 85. 86. 87. 88. 89. 90. 27. 28. 33. 34. 35. & ſont tous problemes des conſtructions des douze binomies lignes & de leurs racines.

La troiſieſme partie contiendra 71 propoſitions telles, la 36^e. 37. 38. 39. 40. 41. 73. 74. 75. 76. 77. 78. 42. 43. 44. 45. 46. 47. 79. 80. 81. 82. 83. 84. 54. 55. 56. 57. 58. 59. 91. 92. 93. 94. 95. 96. 114. 60. 61. 62. 63. 64. 65. 97. 98. 99. 100. 101. 102. 66. 67. 68 69. 70. 103. 104. 105. 106. 107. 116. 117. 108. 109. 110. 71. 72. 112. 113, 111. 115. 118. & ſont tous theotemes demonſtrans quelques proprietez des douze binomies lignes & de leurs racines.

LA PREMIERE PARTIE DE L'APPENDICE.

LES 30 propoſitions que nous avons comprins en ceſte premiere partie, comme preparations des conſtructions & demonſtrations des douze binomies lignes & de leurs racines ſont (comme deſſus dict eſt) la 1^e. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22 23. 24. 25. 26. 29. 30. 31. 32. deſ meſmes la 1e. 5. 6. 7. 8. 9. 11. 12. 13. 14. 15. 16. ſont manifeſtes, & la plus part d'icelles conſiſte en communes ſentences, comme par exemple la 12 propoſition qui eſt telle:

Grandeurs qui à une meſme grandeur ſont commenſurables, ſont auſſi entre elles commenſurables.

Quant aux propoſitions la ou il y a faict mention de nombres, comme ceſte cinquieſme:

Grandeurs commenſurables, ont telle raiſon entre elles, comme nombre à nombre.

Par les mots *comme nombre à nombre*, il faut entendre comme nombre Arithmetique à nombre Arithmetique. Car l'un des deux nombres incommenſurables, n'y eſt pas tenu pour nombre, ce que nous avons reſuré ſoubs la 31e definition de l'Arithmetique.

Quant aux autres propoſitions de ceſte premiere partie, comme la 2e. 3. 4. 10. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 29. 30. 31. 32. la 2e eſt telle:

Si de deux grandeurs inegales donnees, on coupe touſiours la moindre de la majeure, & que la reſte ne meſure jamais ſa grandeur precedente; Telles grandeurs ſont incommenſurables. Nous en avons dict cy devant, à ſçavoir que c'eſt poſition de l'impoſſible, à fin que le poſſible s'entendroit plus facilement.

La troiſieſme & quatrieſme propoſition ſont problemes ſemblables à la precedente 2e propoſition, à ſçavoir par leſquelles on enſeigne l'invention de la commune meſure de deux & trois grandeurs commenſurables, ſans nombres, c'eſt à dire par l'impoſſible, à fin d'ainſi declarer aucunement le poſſible.

La 10e propoſition eſt telle:

A la propoſee ligne droicte, Trouver deux lignes droictes incommenſurables, l'une en longueur ſeulement, l'autre auſſi en potence.

Or ſi on ajouſte à l'explication de ceſte propoſition tous les propres nombres y diſſaillans, la choſe ſera notoire.

Et ſemblablement ſeront notoires les propoſitions 17e. 18. 29. 30. 31. 32.

La 19. propoſition eſt telle:

Le rectangle contenu ſoubs deux lignes rationelles en longitude commenſurables ſelon aucune deſdictes manieres, ſera rationel.

C'eſt à dire ſelon noſtre maniere:

Le rectangle contenu ſoubs deux lignes expliqueespar nombres commenſurables, ſelon aucune deſdictes manieres, s'expliquera par nombre Arithmetique.

Comme par exemple, ſi l'un coſté d'un rectangle fuſt 2, & l'autre 3, qui ſont commenſurables, la ſuperfice s'expliquera par 6, qui eſt nombre Arithmet. Ou bien, ſi l'un coſté fuſt √ 3, & l'autre √ 12, qui ſont commenſurables par le 20e probleme de l'Arithmetique, la ſuperfice s'expliquera par 6, qui eſt auſſi nombre Arithmetique. Ou ſi l'un coſté fuſt ſ√ 2 & l'autre ſ√ 8, qui ſont commenſurables ſelon les conditions qui precedent à ladicte 19 propoſition, la ſuperfice s'expliquera par nombre Arithmetique 2.

NOTA.

Il y a encore infiniz tels rectangles d'autres eſpeces de lignes, pas comprins en ceſte propoſition. Par exemple le rectangle contenu ſoubs ſ√ 8, & ſ√ 32, ſera 2. Item le rectangle contenu ſoubs ſſ√ 8, & ſſ√ 8192, ſera 2, &c.

La 20e propoſition eſt la converſe de la 19e.

La 21e propoſition eſt telle:

Le rectangle contenu ſoubs deux lignes droictes, deſquelles les potences ſeulement ſont commenſurables, eſt irrationel, & la ligne le pouvant, eſt irrationelle, & s'appelle linea media.

Comme ſi l'un coſté d'un rectangle fuſt √ 3, & l'autre √ 2, (deſquelles les potences ſeulement ſont commenſurables) la ſuperfice (à ſçavoir le produict de √ 3 & √ 2) ſera √ 6. Et ledict rectangle converti en un quarré le meſme quarre aura ſon coſté (qui eſt la ligne pouvant le rectangle) de ſ√ 6, lequel coſté ou laquelle ligne ſelon Euclide, eſt irrationelle, & l'appelle *linea media.*

NOTA.

Nous mettons icy les noms de quelques lignes & ſuperficies en Latin, parce qu'ils ne ſont en François guerres en uſe, auſſi qu'ils n'y ſemblent ſort neceſſaires. Par exemple pour ſignifier la racine de douzieſme binomie ligne, elle ſe dict *Cum medio medium totum efficiens.* Dont le ſens eſt, que c'eſt une ligne au quarré moyen de laquelle ajouſté le quarré moyen de quelque certaine autre ligne, fera l'entier rectangle moyen.

La 22e propoſition eſt la converſe de la 21.

La 23e propoſition eſt telle:

La ligne commenſurable à linea media *eſt auſſi* linea media.

La demonſtration veu que les lignes ſont en la

meſme raiſon que leurs nombres) eſt manifeſte par le 1 Corollaire du 2 theoreme apres le 43 probleme de l'Arithmetique.

La 24ᵉ propoſition eſt telle:

Le rectangle comprins ſoubs deux lineis mediis *en longitude commenſurables, s'appelle* rectanglum medium.

Comme ſi l'une *linea media* fuſt ✓2 & l'autre à luy commenſurable ✓32 (car elles ſont en double raiſon) la ſuperfice (car multipliant ✓2 par ✓32 faict ✓8) ſera ✓8, & telle ſuperfice s'appelle par Euclide *Rectangulum medium.*

La 25 propoſition eſt telle:

Le rectangle comprins ſoubs deux lineis mediis *deſquelles les potences ſeulement ſont commenſurables ſera* rectangulum raticinale *ou* medium.

Comme ſi l'une *linea media* d'un rectangle fuſt ✓2, & l'autre ✓8 (deſquelles les potences ſont commenſurables, car elles ſont en raiſon double) la ſuperfice (car multipliant ✓2 par ✓8 faict 2) ſera 2, laquelle ſuperfice Euclide appelle *rationale.* Mais ſi l'une *linea media*, d'un rectangle fuſt ✓3, & l'autre ✓12 (deſquelles, les potences ſont auſſi commenſurables, car elles ſont en raiſon double) la ſuperfice (car multipliant ✓3 par ✓12 faict ✓6) ſera ✓6, laquelle ſuperfice Euclide appelle *Medium.*

La 26 propoſition eſt telle:

Soubſtraict mediale *de* mediali *la reſte ſera rectangulum irrationale.*

Soit quelque *mediale* ✓32, & ſoubſtrayons du meſme un *mediale* premierement à luy commenſurable, comme ✓2, & reſtera un rectangle de ✓18, qui (ſelon Euclide) eſt *irrationale.* Mais ſi de ✓32, on ſoubſtraict quelque rectangle à luy incommenſurable, comme ✓3, la reſte ſera rectangle de ✓32 — ✓3, lequel ſelon Euclide eſt auſſi *irrationale.*

SECONDE PARTIE DE L'APPENDICE.

LEs 17 propoſitions que nous avons comprins en ceſte ſeconde partie qui ſont les problemes des conſtructions des douze binomies lignes & de leurs racines, ſont: la 48ᵉ. 49. 50. 51. 52. 53. 85. 86. 87. 88. 89. 90. 27. 28. 33. 34. 35. Des meſmes la 48. 49. 50. 51. 52. 53. 85. 86. 87. 88. 89. 90. ſont des conſtructions des douze binomies lignes, qui ſeroyent faciles, ſi l'on y appliquoit par tout en bon ordre leurs nombres inſeparables: Mais veu que nous les avons deſcript cy devant par maniere plus brieſve plus commode, & generale, & outre cela ſelon meſme donnée, ce qui ne ſe faict pas icy, nous n'expliquerons pas au long ces conſtructions.

Les propoſitions 27ᵉ. 28. 33. 34. 35. ſont les conſtructions ou inventions des parties, deſquelles ſe compoſent les racines des binomies lignes, à ſçavoir:

La 27. propoſition enſeigne l'invention de deux *lineis mediis*, leſquelles ajouſtees en une ligne droicte, toute la ligne ſera (par la 37 propoſition du 10ᵉ livre d'Euclide) *ex binis mediis prima*, que nous appellons racine de ſeconde binomie ligne. Mais ſi on ſoubſtraict une ligne egale à la moindre ligne, de la majeure, la reſte ſera (par la 74 propoſition du 10 d'Euclide) *media apotome prima*, que nous appellons racine de huictieſme binomie ligne.

La 28 propoſition enſeigne l'invention de deux autres *lineis mediis*, leſquelles ajouſtees en une ligne droicte, toute la ligne ſera (par la 38 propoſition du 10 d'Euclide) *ex binis mediis ſecunda*, que nous appellons racine de troiſieſme binomie ligne. Mais ſi on ſoubſtraict une ligne egale à la moindre ligne, de la majeure, la reſte ſera (par la 75 propoſition du 10 d'Euclide) *media apotome ſecunda*, que nous appellons racine de neufieſme binomie ligne.

La 33 propoſition enſeigne l'invention de deux lignes, leſquelles ajouſtees en une ligne droicte, toute la ligne ſera (par la 39 propoſition du 10 d'Euclide) *linea major*, que nous appellons racine de quatrieſme binomie ligne. Mais ſi on ſoubſtraict une ligne egale à la moindre ligne, de la majeure, la reſte ſera (par la 76 propoſition du 10 d'Euclide) *linea minor*, que nous appellons racine de ſixieſme binomie ligne.

La 34 propoſition enſeigne l'invention de deux lignes, leſquelles ajouſtees en une ligne droicte, toute la ligne ſera (par la 40 propoſition du 10 d'Euclide) *rationale mediumque potens*, que nous appellons racine de cincquieſme binomie ligne. Mais ſi on ſoubſtraict une ligne egale à la moindre, de la majeure, la reſte ſera (par la 77 propoſition du 10 d'Euclide) la ligne dicte *cum rationali medium totum efficiens*, que nous appellons racine de onzieſme binomie ligne.

La 35ᵉ propoſition enſeigne l'invention de deux lignes, leſquelles ajouſtees en une ligne droicte, toute la ligne ſera (par la 41 propoſition du 10 d'Euclide) *bina media potens*, que nous appellons racine de ſixieſme binomie ligne. Mais ſi on ſoubſtraict une ligne egale à la moindre de la majeure, la reſte ſera (par la 78 propoſition du 10 d'Euclide) la ligne dicte *cum medio medium totum efficiens*, que nous appellons racine de douzieſme binomie ligne.

NOTA I.

Nous ne deſcrivons pas icy au long ces conſtructions des racines de binomies lignes, veu qu'elles ſe peuvent expedier plus facilement par le precedent traicté.

NOTA II.

La racine de premiere & ſeptieſme binomie ligne, ne ſe deſcript pas cy deſſus, parce que ce ſont touſiours auſſi binomies lignes, la conſtruction deſquelles Euclide avoit deſcript aux precedens.

TROISIESME PARTIE DE L'APPENDICE.

LEs 71 propoſitions que nous avons comprins en ceſte troiſieſme partie, qui ſont theoremes de quelques proprietez des 12 binomies lignes & de leurs racines, ſont la 36ᵉ. 37. 38. 39. 40. 41. 73. 74. 75. 76. 77. 78. 42. 43. 44. 45. 46. 47. 79. 80. 81. 82. 83. 84. 54. 55. 56. 57. 58. 59. 91. 92. 93. 94. 95. 96. 114. 60. 61. 62. 63. 64. 65. 97. 98. 99. 100. 101. 102. 66. 67. 68. 69. 70. 103. 104. 105. 106. 107. 116. 117. 108. 109. 110. 71. 72. 112. 113. 111. 115. 118. des meſmes les douze, à ſçavoir la 36. 37. 38. 39 40. 41. 73. 74. 75. 76. 77. 78. demonſtrent, que ſi l'on compoſe & ſoubſtraict les lignes des propoſitions 27. 28. 33. 34. 35. comme nous avons dict à la precedente ſeconde partie de l'Appendice, que tels conjoincts & reſtes (y applicant encore la conſtruction d'une binomie ligne & d'un apotome qui ſont les racines de la premiere & ſeptieſme binomie ligne) ſeront les douze racines des douze binomies lignes, ce qui eſt notoire par ce que les lignes ſont en la meſme raiſon & qualité que leurs nombres.

Les propoſitions 42ᵉ. 43. 44. 45. 46. 47. 79. 80. 81. 82. 83. 84.

83.84. demonſtrent, que toutes les racines des douae binomies lignes, ne ſe peuveut diviſer en autre poinct, qu'au meſme la ou elles ſont diviſées, tellement qu'alors les deux parties de la ligne, facent enſemble quelque eſpece de racine de binomie ligne. Et pour le declarer, nous deſcritous & expliquerons la 42 propoſition telle:

La binomie ligne ſe diviſe ſeulement à un poinct en deux noms.

Soit quelque binomie ligne A B, de $\surd 1 + \surd 7$, & le poinct de la diviſion ſoit C, ainſi que A C faict $\surd 2$, & C B $\surd 7$. Puis ſoit D (s'il fuſt poſſible) quelque autre poinct, diviſant A B en deux noms;

A $\surd$2 C D $\surd$7 B

Doncques les nombres explicaus les lignes A D & D B, ſeront autre binoume nombre, egal au binomie nombre donné, ce qui eſt contre le premier theoreme apres le 43 probleme de l'Arithmetique. Doncques la binomie ligne ſe diviſe ſeulement à un poinct en deux noms. Et ſemblable ſera la demonſtration des propoſitions 43e. 44. 45. 46. 47. 79. 80. 81. 82. 83. 84.

La 54e propoſition eſt telle:

Si quelque ſuperfice eſt contenue ſoubs une ligne rationelle, & une binomie ligne premiere: La ligne pouvant telle ſuperfice, ſera binomie ligne.

Soit la ſuperfice A B C D, contenue ſoubs la ligne rationelle (comme l'appelle Euclide) A B 2, & ſoubs la binomie ligne premiere A D $3 + \surd 5$, leur produict pour la ſuperfice ſera $6 + \surd 20$, duquel la racine (pour la ligne pouvant telle ſuperfice) eſt (par le 1 exemple du 39e probleme de l'Arithmetique) $\surd 5 + 1$, qui eſt binomie ligne comme dict eſt en la propoſition.

La raiſon de la conſequence du theoreme eſt notoire (veu que les grandeurs ſont entre elles en la meſme raiſon que leurs nombres) par le 2 theoreme apres le 43 probleme de l'Arithmetique, la ou il eſt demonſtré, que ſi on multiplie ou diviſe multinomie nombre par nombre Arithmetique, le produict ou quotient ſera multinomie nombre de meſme multitude de noms & de meſme ordre, comme le multinomie multiplié ou diviſé. Et ſemblable ſera la demonſtration des propoſitions 55e. 56. 57. 58. 59. 91. 92. 93. 94. 95. 96. 114.

Les propoſitions 60e. 61. 62. 63. 64. 65. 97. 98. 99. 100. 101. 102. ſont les converſes des douae precedentes.

La 66e. propoſition eſt telle:

La ligne commenſurable à une binomie ligne, eſt auſſi binomie ligne & de meſme ordre.

Soit binomie ligne A B $3 + \surd 2$, & une autre ligne comme C D, qui ſoit commenſurable à la A B, comme ſon double, & ſera de $6 + \surd 8$. Or que C D eſt du meſme ordre que A B, eſt manifeſte par la 4e definition du precedent traicté, car & l'une & l'autre eſt binomie ligne quatrieſme en l'ordre.

A $3 + \surd 2$ B C $6 + \surd 8$ D

Et ſemblable ſera la demonſtration des propoſitions 67e. 68. 69. 70. 103. 104. 105. 106. 107. 116. 117.

La raiſon de la conſequence du theoreme eſt notoire par ledict a theoreme apres le 43 probleme de l'Arithmetique.

NOTA.

La 105e & 106e propoſitions ſont en noſtre exemplaire les meſmes, ce que ſont auſſi la 116e & 117e.

La 108 propoſition eſt telle:

D'un rectangle rationali, *ſoubſtraict un rectangle* medium, *la ligne pouvant la reſte ſera* Apotome, *on* linea minor.

Soit d'un rectangle *rationali* 3, ſoubſtraict un rectangle *medium* $\surd 5$, la reſte ſera une ſuperfice de $3 - \surd 5$, & la ligne pouvant ceſte ſuperfice (c'eſt à dire la racine quartée de $3 - \surd 5$) ſera apotome, par le 7 exemple du 39 probleme de l'Arithmetique, parce que $3 - \surd 5$ eſt ſeptieſme binomie ligne. Mais ſi tel rectangle reſtant fuſt dixieſme binomie comme $5 - \surd 12$, c'eſt manifeſte que la racine du meſme ſera racine de dixieſme binomie ligne, qui eſt ſelon Euclide, *linea minor*.

NOTA.

La raiſon pourquoy la ligne pouvant la reſte ne peut eſtre autre ligne que l'une de ces deux, eſt que ſoubſtraict *mediale* de *rationali*, il n'y peut reſter autre ſuperfice que celle de laquelle les nombres ſont ſeptieſme ou dixieſme binomie en l'ordre.

Et ſemblable ſera la demonſtration des propoſitions 109e. 110. 71. 72.

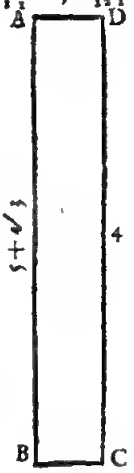
La 112e propoſition eſt telle:

Quod ex rationali ad irrationalem eáinque ex binis nominibus appoſitum latitudinem efficit apotomen, cujus nomina commenſurabilia ſunt nominibus ejus, quæ ex binis nominibus eſt, & in eadem ratione, & inſuper apotome quæ gignitur, eundem habebit ordinem ei quæ ex binis nominibus eſt.

Le ſens eſt tel:

Si le rectangle fuſt expliqué par nombre Arithmetique, & que l'un coſté fuſt binomie ligne conjoincte: l'autre coſté ſera binomie ligne diſioincte, de laquelle les noms ſeront commenſurables, aux noms de la conjoincte, & entre eux en la meſme raiſon comme les noms de la conjoincte & la diſioincte ſera telle en l'ordre des diſioinctes, comme la conjoincte en l'ordre des conjoinctes.

Soit le rectangle A B C D, expliqué par nombre Arithmetique comme 4, & l'un coſté A B, ſoit binomie ligne conjoincte, à ſçavoir $5 + \surd 3$. Puis diviſant 4 par $5 + \surd 3$ donne quotient (par le 27 probleme de l'Arithmetique) pour la ligne A D, $\frac{20}{22} - \surd \frac{32}{121}$, laquelle A D, a toutes les conditions de la propoſition: Premierement elle eſt binomie ligne diſioincte: Au ſecond, ſes noms ſont commenſurables aux noms de la conjoincte A B, car le nom $\frac{20}{22}$, & 5, ſont tous deux nombres Arithmetiques, ergo commenſurables. Et le nom $\surd \frac{32}{121}$, eſt au nom $\surd 3$, auſſi commenſurable, par le 20 probleme de l'Arithmetique, car ils ſont en telle raiſon comme 2 à 11: Au tiers, il y a telle raiſon (par le 21e probleme de l'Arithmetique) de 5 à $\surd 3$, comme de $\frac{20}{22}$ à $\surd \frac{32}{121}$: Au quatrieſme A D eſt telle binomie ligne en l'ordre des diſioinctes, à ſçavoir l'onſieſme, comme A B, en l'ordre des conjoinctes, qui eſt la cinquieſme; Car la premiere binomie ligne ſe refere à la ſeptieſme, & la ſeconde à la huictieſme, &c.



Et ſemblable ſera la demonſtration de la 113e propoſition.

La 111e & 115 propoſition ſont manifeſtes.

La 118e propoſition (laquelle aucuns eſtiment de n'eſtre pas la propoſition d'Euclide) eſt telle:

Il nous

Il nous faut demonſtrer que la diagonale du quarré eſt incommenſurable au coſté.

La demonſtration d'aucuns ſur ceſte propoſition, eſt eſtimée par quelques autres (combien qu'elle ſe face par diverſes inductions & aſſez longues) pour debile, & pas fermement demonſtrant le requis. Sa legitime demonſtration eſt telle:

Comme 1 à √2, ainſi tout coſté de quarré à la diagonale du meſme.
1 eſt à √2 incommenſurable:
Ergo le coſté eſt à la diagonale incommenſurable.

Fin de l'Appendice.

THESES MATHEMATIQVES.

THESE I.

QVe l'unité eſt nombre.

THESE II.

Que nombres quelconques peuvent eſtre nombres quarrez, cubiques, de quarte quantité, &c.

THESE III.

Que racine quelconque eſt nombre.

THESE IV.

Qu'il n'y a aucuns nombres abſurds, irrationels, irreguliers, inexplicables, ou ſourds.

THESE V.

Que nombres comme 1. 2. 3. ou 12, 10. 6. 4. & ſemblables; ne ſont pas proportion Arithmetique.

THESE VI.

Que nombres comme 2. 4. 8. ou 2. 3. 4. 6. & ſemblables ne ſont pas proportion Geometrique, mais Arithmetique.

THESE VII.

Que nombres comme 153. 144. 136. & ſemblables ne ſont pas proportion Harmonique.

Nous avons traicté des ſuſdictes Theſes à la precedente Arithmetique, au commencement puis page 8. 9.

L'heure & lieu de leur expedition ſe declarera à temps oportun.

TABLE

DES CHOSES PRINCIPALES DE LA PRACTIQVE d'Arithmetique ſelon l'ordre qu'elles ſont deſcrites.

Premiere partie de la Practique d'Arithmetique des quatre computations rationelles. 176
Premiere diſtinction des quatre computations d'Argent. 176
1, 2, 3, 4 — Probleme de leur — *Addition* 176; *Soubſtraction* 176; *Multiplication* 177; *Diviſion.* 177
Deuxieſme diſtinction des quatre computations des raiſons. 177.
5, 6, 7 & 8, 9. 10. & 11 — Probleme de leur — *Addition* 178; *Soubſtraction* 178; *Multiplication* 179; *Diviſion.* 179. 180
Seconde partie de la Practique d'Arithmetique de la computation proportionelle. 180
Premiere diſtinction de la ſeconde partie de la Practique d'Arithmetique, qui eſt de la reigle de trou. 180
Du compendie de la reigle de trois. 181
De la proportion renverſe & alterne. 182
Seconde diſtinction de la Practique d'Arithmetique, qui eſt de la reigle de cincq. 183
Definition de la reigle de cincq. 183
Ses exemples. 183
Troiſieſme diſtinction de la Practique d'Arithmetique, qui eſt de la reigle de compaignie. 183
Definition de la reigle de compaignie. 183
Ses exemples. 183. 184
Quatrieſme diſtinction de la ſeconde partie de la Practique d'Arithmetique, qui eſt de la reigle d'Alligation. 184
Definition de la reigle d'Alligation. 184
Ses exemples. 184. 185
Cincquieſme diſtinction de la ſeconde partie de la Practique d'Arithmetique, qui eſt de la reigle d'Intereſt. 185
Argument ſur la reigle d'Intereſt. 185
Premiere partie de la reigle d'Intereſt des definitions. 186
1e *Definition du Capital.* 186
2 *Definition d'intereſt.* 186
3 *Definition de Raiſon d'Intereſt.* 186
4 *Definition d'Intereſt ſimple.* 186
5 *Definition d'Intereſt compoſé.* 186
6 *Definition d'Intereſt prouffitable.* 186
7 *Definition d'intereſt dommageable.* 186
Seconde partie de la reigle d'Intereſt de l'operation. 187
1e *Propoſition d'Intereſt ſimple & prouffitable.* 187
2 *Propoſition d'Intereſt ſimple & dommageable.* 188
3 *Propoſition d'Intereſt compoſé & prouffitable.* 190
Conſtruction des Tables. 190

Table

1 191
2 191
3 192
4 192
5 192
6 192
7 193
Table de 8 pour 100. 193
9 193
10 193
11 194
12 194
13 194
14 194
15 195
16 195
15 195
16 195
17 196
Table du 18 196
denier 19 196
20 196
21 197
22 197
4 Propoſition d'Intereſt compoſé dommageable. 200
Appendice de la Reigle d'Intereſt. 202
Sixieſme diſtinction de la ſeconde partie de la Practique d'Arithmetique, qui eſt de la Reigle de faux. 203
Septieſme diſtinction de la ſeconde partie de la Practique d'Arithmetique, qui eſt de la Diſme. 206
La Preface. 206
l'Argument. 208

La premiere partie de la Diſme des Definitions. 208
1 Definition de la Diſme. 208
2 Definition de Commencement. 208
3 Definition de la Prime, Seconde, &c. 208
4 Definition de Nombre de Diſme. 208
Seconde partie de la Diſme de l'operation. 208
1 Addition. 208
2 propoſi- Soubſtraction. 209
3 tion de Multiplication. 209
4 Diviſion. 209
Appendice de la Diſme. 210
Art. 1. des computations de l'Arpenterie. 210
Art. 2. des comptes des meſureurs de Tapiſſerie. 211
Art. 3. des comptes ſervans à la Gaujerie & aux meſures de tous tonneaux. 211
Art. 4. des comptes de la Stereometrie en general. 211
Art. 5. des computations Aſtronomiques. 212
Art. 6. des comptes des maiſtres de monnoies, marchans & de tous eſtats en general. 212
Huictieſme diſtinction de la Practique d'Arithmetique, qui eſt de nombres incommenſurables appliquez à grandeurs. 213
La Preface. 213
l'Argument. 215
Premiere partie des incommenſurables grandeurs, qui eſt des definitions. 215
1 Definition des Incommenſurables grandeurs. 215
2 Definition de multinomie grandeur. 215
3 Definition de Binomie grandeur. 215
4 Definition de Binomie ligne premiere, &c. 215
5 Definition de Racine quarrée de ligne. 215
Seconde partie des incommenſurables grandeurs. 215
Appendice des incommenſurables grandeurs. 218

TABLE

DES CHOSES PRINCIPALES DE LA PRACTIQVE d'Arithmetique ſelon l'ordre de l'A B C.

A.

ADDITION d'argent. 176
Additions des Raiſons. 178
Addition de Diſme. 208
Appendice de la reigle d'Intereſt. 202
Appendice de la Diſme. 210
Appendice des Incommenſurables grandeurs. 218

B.

BInomie ligne quoy. 215
Binomie ligne premiere, ſeconde, &c. 215

C.

CApital quoy. 186
Commencement de Diſme quoy. 208
Compendie de la reigle de trois. 181
Comptes de Diſme de l'arpenterie. 210
Comptes de Diſme des meſures de tapiſſerie. 211
Comptes de Diſme ſervans à la gaujerie & aux meſures de tous tonneaux. 211
Comptes de Diſme de la Sreteometrie en general. 211
Computations de Diſme Aſtronomiques. 212
Comptes de Diſme des maiſtres des monnoies, marchãs & de tous eſtats en general. 212
Conſtruction des Tables d'intereſt. 192

D.

DE partie de terme ne ſe peut compter intereſt compoſé. 198
Diſme quoy. 208
Diviſion d'Argent. 177
Diviſion des raiſons. 179.180
Diviſion de Diſme. 209

I.

INcommenſurables grandeurs quoy 215
Intereſt quoy. 186
Intereſt ſimple quoy. 186
Intereſt compoſé quoy. 186
Intereſt prouffitable quoy. 186
Intereſt dommageable. 186

Multi-

M.

Multiplication d'argent. 177
Multiplication des raiſons. 179
Multiplication de Diſme. 209
Multinomie grandeur quoy. 215

N.

Nombre de diſme quoy. 208

P.

Prime de Diſme quoy. 208
Propottion renverſe & alterne. 182

R.

Racine quarrée de ligne quoy. 215
Raiſon d'Intereſt quoy. 186

Reigle de trois. 180
Reigle de cincq. 183
Reigle de compaignie. 183
Reigle d'Alligation. 184
Reigle d'Intereſt. 185
Reigle des Faux. 203

S.

Seconde de Diſme quoy. 208
Soubſtraction d'argent. 176
Soubſtraction des Raiſons. 189
Soubſtraction de Diſme.

T.

Theoremes. 177.178
Tables d'Intereſt, depuis fol. 191. 197.

FIN DE LA TABLE.

DEVXIESME VOLVME
TRAITANT DE LA
COSMOGRAPHIE.

Contenant III *parties, aſſavoir,*

I. La Doctrine des Triangles,
II. La Geographie,
III. L'Aſtronomie.

Et premierement de la

DOCTRINE DES TRIANGLES,

Diviſée en quatre Livres, qui ſont,

I. *De la Conſtruction des Tables.* II. *Des Triangles Plans.*
III. *Des Triangles Spheriques.* IV. *Des Problemes Spheriques Celeſtes.*

PREMIER LIVRE
DE LA COSMOGRAPHIE
Qui eſt de la Conſtruction des Sinus.

DEFINITION I.

L'Arc d'un angle eſt partie d'un demi cercle entre les lignes de l'angle, deſcrit ſur leur pointt de rencontre comme centre.

SOIENT AB, AC, deux lignes de l'angle BAC, & ſur leur rencontre A comme centre, ſoit avec AB comme raid, deſcrit l'arc BC, lequel eſtant plus petit qu'un demi cercle, & denotant la grandeur ou ouverture dudit angle BAC, s'appelle arc de l'angle, lequel ſe formant de trois façons, à ſçavoir du quart d'un cercle, plus petit, ou plus grand, nous deſcrirons pour declaration d'icelui ſur le ſuſdit poinct A, le demi cercle BCD, tirant le raid AE à angle droit ſur BA. Ce qu'eſtant ainſi, l'arc de l'angle BC, eſt plus petit que le quart d'un cercle, donnant l'ouverture d'un angle aigu BAC. L'arc de l'angle CD, eſt plus grand que le quart d'un cercle, donnant l'ouverture d'un angle obtus CAD. Et l'arc de l'angle BE, du quart d'un cercle, donnant l'ouverture d'un angle droit BAE.

ALBERT GIRARO.

Sans ceux-là, il y a encor l'arc d'un angle renverſé, ou angle convexe, qui eſt plus qu'un demicercle.

DEFINITION II.

SInus eſt une ligne droite tirée du bout de l'arc de l'angle à angles droits ſur le diametre.

Soit BC en la premiere definition l'arc d'un angle, premierement plus petit que le quart d'un cercle, à ſçavoir de l'angle aigu BAC; du bout d'icelui arc (de l'angle) C, tombe la ligne droite CF, à angles droits ſur le diametre BD, la meſme CF s'appelle en langue Arabique, Sinus. Et par les precedentes raiſons il faut entendre que CF eſt auſſi ſinus de l'angle obtus CAD; car ſelon la definition elle eſt la ligne droite, du bout de l'arc (de l'angle) DC à angles droits ſur le diametre BD, & nulle autre ligne droite de meſme longueur, ne peut tomber de C à angles droits ſur BD, pour tenir l'angle CAD en ceſte qualité. Il eſt auſſi manifeſte que AE eſt ſinus de l'angle droit BAE.

Definition III.

Verſé eſt partie du diametre entre l'extremité du ſinus & de la circonference.

Alb. Gerard.

L'Autheur, & auſſi le premier traducteur avoyent eſcrit fleſche de ſinus (& aucunefois fleſche) au lieu de verſé qu'on appelle en Latin ſinus verſus, *tellement que j'ay recorrigé ce mot tout par tout. Car ſoit (en la figure de la 2 prop. ſuivante) un arc propoſé* D G B *alors ſon ſinus eſt* D E, *verſé* E B, *corde* D F B, *fleſche* F G, *ainſi que doreſnavant* E B *verſé, &* F G *fleſche, n'auront plus un meſme nom, comme il appartient és choſes differentes; tellement que* E B *eſt verſé de l'arc* D B, *mais fleſche, de l'arc double à* D B: *& en la figure precedente* F B *eſt verſé de l'arc* B C, *&* F D *de l'arc* C D.

Definition IV.

L'Arc de complement, eſt la difference entre un arc propoſé & le quart du cercle.

Soit B C un arc propoſé, premietement plus petit que le quart du cercle B E: La difference entre eux deux comme C E, s'appelle arc de complement, à ſçavoir, arc du complement B C. Soit ſecondement C D un arc propoſé & plus grand que le quart du cercle D E: La difference entre eux deux, comme C E, s'appelle arc de complement, à ſçavoir, arc du complement de C D: & le meſme s'entendra de l'angle, en la ſuivante definition.

Definition V.

L'Angle de complement eſt la difference entre un angle propoſé & l'angle droit.

Definition VI.

Le complement de demi cercle d'un arc, eſt un autre arc, qui joinct au ſuſdit, fait le demi cercle, appellé auſſi adjoinct.

Soit B C l'arc propoſé, & joinct à icelui l'arc C D, tellemẽt qu'ils facent enſemble un demi cercle: L'arc conjoinct C D, s'appelle adjoinct ou complement de demi cercle de B C. Et par meſme raiſon B C eſt complement du demi cercle de D C: tellement que B C & C D ſont adjoincts l'un de l'autre.

Definition VII.

Tangente d'un angle, eſt la parallele de ſon ſinus, touchant d'un extreme la peripherie, & de l'autre extreme la ligne de l'angle prolongée.

Soit C F ſinus de l'angle B A C, comme deſſus, & B I ſa parallele, touchant d'un extreme B la peripherie du cercle, & de l'autre extreme I, la ligne de l'angle A C prolongée. Cela eſtant ainſi, B I s'appelle tangente de l'angle B A C, d'autant qu'elle touche la peripherie au poinct B. Et par meſme raiſon eſt notoire, que B I eſt tangente de l'angle obtus C A D, car elle eſt, ſuivant la definition, parallele de F C ſinus du meſme angle obtus C A D, touchant d'un extreme B la peripherie en B, & de l'autre extreme I ſa ligne de l'angle A C, prolongée en I.

Definition VIII.

Secante eſt la ligne de l'angle produite juſques à la tangente.

Comme A C, ligne angulaire de l'angle aigu C A B, ou de l'angle obtus C A D, produite juſques à I, à ſçavoir la ligne A I, s'appelle Secante, à cauſe qu'elle coupe la circonferẽce, à ſçavoir celle de l'angle C A B, ou C A D.

Definition IX.

Nous appellons lignes & angles cognus, dont la grandeur s'explique par nombre.

Notez.

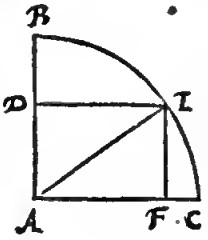
Juſques ici ayant defini les vocables propres de l'art, devant que venir aux propoſitions, nous donnerons un advertiſſement à l'apprentif de ceſte ſcience.

Il advient qu'aucunes perſonnes ſe ſervent des tables des ſinus tangentes & ſecantes, ſans entendre le fondement, ni la façon de leur compoſition; Or s'ils ſont bien, ou mal, quelqu'un s'en pourroit doubter. Mais veu que ſçavoir, eſt entendre la choſe par les cauſes, il ſemble meilleur d'entendre premierement la raiſon, pour ſçavoir ſur quoy l'uſage eſt fondé. Toutesfois on reſpond là deſſus, qu'un apprentif, regardant & cognoiſſant premierement un peu par l'uſage (qui eſt aiſé) les grandes choſes qui ſe font par ces tables, a plus d'envie & de reſolution d'en ſçavoir les raiſons, dont la comprehenſion eſt plus difficile; qu'il n'auroit ſi l'uſage luy eſtoit du tout incognu. Ce que conſiderant, ceux qui ſont de telle opinion ſe peuvent exercer premierement un peu en l'uſage, qui conſiſte principalement à trouver des termes incognus des triangles plats & ſpheriques, dont nous parlerons au ſecond & troiſieſme livres ſuivants.

S'enſuivent les Propoſitions.

Probleme. I. Proposition.

Par un ſemidiametre (ou raid) & ſinus cognus: Trouver le ſinus de complement.



Le donné. Soit A B C le quart d'un cercle, dont le raid A C fait 5, & D E ſoit un ſinus faiſant 4. & cela de l'angle D A E, duquel angle de complement eſt ſinus E F.

Le requis. Il faut trouver le nombre de ladite E F.

Construction.

Multiplié 5 (du raid) par ſoy, fait	25.
Multiplié 4 (du ſinus D E) par ſoy, fait	16.
Leſquels ſouſtrait des 25 premier en l'ordre, reſte	9.
Sa racine quarrée pour la requiſe E F	3.

Preparation. Soit tirée A E. *Demonſtration.* Le quarré du raid A E 25, eſt egal aux deux quarrez de D E 16, & D A. Partant le quarré de D E 16, tiré du quarré de A E 25, reſte le quarré de D A 9, dont le coſté pour D A fait 3: Mais E F eſt egal à D A, & pource le complement E F ſait 3. *Concluſion.* Nous avons donc par un raid & ſinus cognus, trouvé le ſinus de l'angle de complement, ſelon le requis.

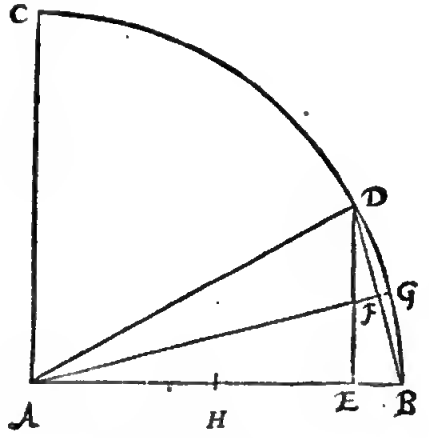
Probleme. II. Proposition.

Par le verſé & raid cognus: Trouver le ſinus de la moitié de l'arc.

Le donné. Soit A B C le quart d'un cercle, dont le raid A B fait 24, & D B eſt un arc, dont le ſinus eſt D E, & le verſé E B fait 3. Apres, la droite A F G eſt tirée par le milieu de D B, tellement que B F eſt le ſinus de l'arc B G, moitié de D G B.

Le requis. Il faut trouver la longueur de ce meſme ſinus B F.

Con-



CONSTRVCTION.

La moitié de A B	24 fait 12
Qui multiplié par le verſe E B	faiſant 3
Vient	36
Dont la racine quarrée pour B F requiſe eſt	6

Preparation. Soit marqué le poinct H au milieu de AB.

Demonſtration. Ven que les deux triangles A B F & D B E, ſont tous deux rectangles, & ont en B un angle commun, il faut qu'ils ſoyent ſemblables, & pource de A B il y a telle raiſon à D B, qne de F B à B E. Mais A B & D B, ſont en meſme raiſon de leurs moitiez H B, B F, partant comme H B à B F, ainſi le meſme B F à B E, tellement que B F eſt moyenne proportionnelle entre H B & B E. Partant quand on multiplie, comme il a eſté fait en la conſtruction, le nombre de H B, (c'eſt la moitié de A B,) par le nombre de B E, & du produit la racine quarrée ſera pour le ſinus B F.

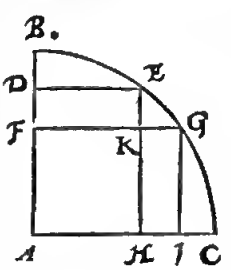
Concluſion. Nous avons doncques par le verſé & raid cognus, trouvé le ſinus de la moitié de l'arc, ſelon le requis.

ALB. GIRARD.

Soit R *le raid,* C *corde d'un arc cognu,* A *la corde de la troiſieme partie de l'arc, alors* A *cube ſera egal à* R q A 3 — R q C.

PROBLEME. III. PROPOSITION.

PAr le raid cognu, avec deux ſinus, & les ſinus de complement: Trouver la corde de la difference de leurs arcs.



Le donné Soit A B C le quart d'un cercle, dont le raid A C faict 10, & deux ſinus D E 6, F G 8, leurs ſinus de complement, comme E H, G I, par la premiere propoſition ſont 8 & 6, & l'arc E G eſt la difference des deux arcs B G, B E, & la droite E G leur corde.

Le requis. Il nous faut trouver la meſme corde E G.

CONSTRVCTION.

De F G	8
Souſtrait F K egale à D E	6
Reſte pour K G	2
Aptes de E H	8
Souſtrait K H egale à G I	6
Reſte pour K E	2
Son quarré	4
Avec cela le quarré de K G 2, troiſieſme en l'ordre faiſant	4
Vient	8
Sa racine quarrée pour la requiſe E G, fait	√ 8

Demonſtration. Veu que le triangle E K G eſt droit, dont les coſtez E K, K G, ſont chacun 2, il faut que le troiſieſme E G face √ 8, par la 47 propoſition du premier livre d'Euclide.

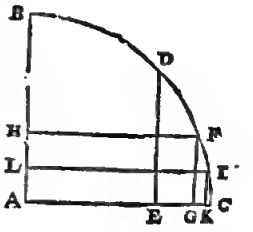
Concluſion. Nous avons donc par le raid cognu, avec deux ſinus, & leurs ſinus de l'arc de complement, trouvé la corde de la difference de leurs arcs, ſelon le requis.

NOTEZ.

Juſques icy ſont deſcrites trois propoſitions ſervantes pour regles generales des opetations ſuivantes, auſquelles le raid ſelon la maniere de *Regiomontanus* ſera finalement patri en 10000000. C'eſt auſſi à ſçavoir que pour evitet peine, nous avons prins les meſmes nombres de *Regiomontanus*, ſans techetchet par tout, ſi le compte en eſt juſte: Car ſon Excellence a ſeulement calculé autant d'exemples, qu'il ſuffiſoit pour ſolide intelligence de la choſe. Si par faute de l'Imprimeur, ou autrement, il s'y trouve quelque abus, on m'en excuſera, n'eſtant mon deſſein principal que de monſtret & deſcrite la façon de la conſtruction de ces tables.

PROBLEME. IV. PROPOSITION.

LE raid d'un cercle faiſant 10000000000: *Trouver la longueur de tous les ſinus, & leurs ſinus de complement procedans de mediation de* 90 *degr. juſques à ce qu'on viene à primes de nombre impair.*



Le donné. Soit A B C le quart d'un cercle, dont le raid A C fait 1000000000. Or puis que le meſme raid eſt auſſi ſinus de l'arc B C de 90 degt. il ne m'eſt point beſoin de prendre la peine de cetchet, mais je mets eôme ici deſſous.

Arc.	*Sinus.*
90	1000000000.

Pour trouver le ſinus de la moitié de 90 degt. je marque D au milieu de B C, & tire D E à angle droit ſur A C, comme ſinus de l'arc D C faiſant 45 degt. Dont le nombre ſe trouve, ſuivant la doctrine de la ſeconde propoſition, multipliant la moitié de A C 500000000, par le verſé de A C 1000000000, fait 500000000000000000, ſa racine quarrée pour D E fait 707106781, cela adjouſté au ſuſdit ſinus de 90 deg. alors la diſpoſition en ſera comme ci deſſous.

Arcs.	*Sinus.*
90 0.	1000000000.
45 0.	707106781.

Aptes je mets un poinct devant 90 deg. comme deſſus, ſignifiant que les meſmes 90 deg. ſont mediez.

Pour trouver maintenant le ſinus de la moitié de 45 degt. je marque F au milieu de D C, & tire F G à angle droit ſur A C, comme ſinus de l'arc F C faiſant 22 degr. 30 ①. Iceluy nombre ſe trouve comme le precedent par la 2 propoſition, multipliant 500000000 moitié du raid A C, par 292893218 du verſé E C, (qui fait autant ſouſtrayant A E, egale à E D 707106781, de A C 1000000000) vient 146446609000000000, dont la racine quarrée pour F G fait 382683432. Mais F G eſtant ainſi cognu, le ſinus de complement F H eſt manifeſte par la premiere propoſition, car du quarré

du raid, ſouſtrait le quarré de F G, la racine quarrée de la reſte, faiſant 923879533 eſt pour F H, ſinus de l'arc F B, faiſant 67 deg. 30 ①.

Ces deux arcs avec leurs ſinus adjouſtez avec les precedens, alors la diſpoſition en ſera comme ci deſſous.

Arcs.	*Sinus.*
·90. 0.	1000000000.
·45. 0.	707106781.
22. 30.	382683432.
67. 30.	923879533.

Apres je mets un poinct devant les 45 degrez, comme il ſe voit ici deſſus, ſignifiant que les 45 deg. ſont mediez.

Pour trouver maintenant le ſinus de la moitié de 22 degrez 30 ①, je marque I au milieu de F G, & tire I K à angle droit ſur A C, comme ſinus de I C, faiſant 11 degrez 15 ①, dont le nombre ſe trouve comme des precedens, car veu que A G eſt egal à la cognue H F faiſant 923879533, je ſouſtrais A G de A C, ce qui demeure, eſt pour le verſé G C, par lequel je trouve I K de 195090322, & leur arc de complement I B 78 degrez 45 ① ſinus de I L 980785280, le mettant pres les autres.

Et procedant ainſi continuellement par mediation juſques à ce qu'on viene par tout à primes de nombre non pair, la diſpoſition du quart du cercle de 90 deg. mediè, avec les arcs de complemẽt, ſera comme ici deſſous.

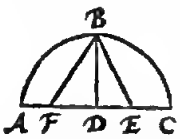
Arcs.	*Sinus.*
·90. 0.	1000000000.
·45. 0.	707106781.
·22. 30.	382683432.
·67. 30.	923879533.
11. 15.	195090322.
78. 45.	980785280.
33. 45.	555570233.
56. 15.	831469612.

Concluſ. Faiſant donc le raid d'un cercle 1000000000, nous avons trouvé la longueur de tous les ſinus, & leurs ſinus de complemẽt procedans de mediation de 90 deg. juſques à ce qu'on viene à primes de nombre non pair.

Probleme. V. Proposition.

Faiſant le raid d'un cercle 1000000000 : *Trouver la longueur du ſinus de* 36 *degr. & auſſi le ſinus de complement, enſemble de tous les ſinus & les ſinus de complement procedant de mediation des meſmes* 36 *degr. juſques à ce qu'on viene à primes de nombre non pair.*

Le donné. Soit A B C un demi cercle, dont le raid D C fait 1000000000, & ſur le centre D, ſoit tiré le raid B D à angle droit ſur A C: Apres, le poinct E ſoit marqué au milieu de D C, & ſoit tirée E B: Puis apres le poinct F en la ligne A D, tellement que E F ſoit egale à E B, & de F ſoit tirée la droite vers B. Ce qui eſtant ainſi, B F eſt egale au coſté du pentagone regulier, au cercle dont le diametre A C, par la 9 propoſition du premier livre de Ptolemée. Parquoy la longueur de B F eſtant trouvée, nous avons la corde de 72 deg. dont la moitié eſt le ſinus de 36. degr.



Le requis. Il faut trouver la moitié de B F.

Conſtruction. D B faict 1000000000, au quarré duquel adjouſté le quarté de D E 500000000, & en extrait la racine, ſe trouve de 1118033988 pour B E. Mais F E icy deſſus eſt miſe egale à E B, parquoy F E fait auſſi autant. De la meſme ſouſtrait D E 500000000, reſte pour F D 618033988, le quarré duquel adjouſté au quarté de D B, & la racine quarrée tirée de la ſomme, vient pour B F 1175570504, comme corde de l'arc 72 deg. pourrant la moitié du meſme, à ſçavoir 587785252 eſt pour le ſinus requis de l'arc de 36 degr. Dequoy la demonſtration eſt notoire par la conſtruction.

Le ſuſdit ſinus eſtant cognu, on trouve le ſinus de ſon arc de complement, & on procede en la mediation comme a eſté fait en la 4 propoſition, à ſçavoir juſques à ce qu'on vienne par tout à primes de nombre nõ pair, comme la ſuivante deſcription le demonſtre apertement. Toutesfois on peut conſiderer icy que la premiere mediation n'eſt point neceſſaire, car F D trouvée ci deſſus de 618033988, eſt egale au coſté du decagone reguliet par la 9 propoſition du premier livre de Ptolemée, laquelle eſtant la corde de l'arc de 36 deg. la moitié d'icelle, à ſçavoir 309016994 eſt pour le ſinus de 18 deg.

Arcs.	*Sinus.*	*Arcs.*	*Sinus.*
·36. 0.	587785252.	·40. 30.	649448048.
·54. 0.	809016995.	·49. 30.	760405965.
·18. 0.	309016995.	20. 15.	346117057.
·72. 0.	951056515.	69. 45.	938191337.
· 9. 0.	156434465.	42. 45.	678800745.
·81. 0.	987688340.	47. 15.	734322510.
· 4. 30.	78459097.	·31. 30.	522498567.
·85. 30.	996917333.	·58. 30.	852640161.
2. 15.	39259815.	15. 45.	271440450.
87. 45.	999229037.	74. 15.	962455237.
·27. 0.	453990495.	38. 15.	619093952.
·63. 0.	891006525.	51. 45.	781316932.
·13. 30.	233445363.	24. 45.	418659737.
·76. 30.	972369910.	65. 15.	908143173.
6. 45.	117537397.	29. 15.	488621240.
83. 15.	993068457.	60. 45.	872496008.

Concluſ. Faiſant donc le raid d'un cercle 1000000000, nous avons trouvé la longueur du ſinus de 36 degr. & auſſi le ſinus de ſon arc de complemẽt, enſemble de tous les ſinus, & les ſinus de leur arc de complement procedãt de mediation des meſmes 36 deg. juſques à ce qu'on viene à primes de nombre non pair, ſelon le requis.

Probleme. VI. Proposition.

Faiſant le raid d'un cercle 1000000000 : *Trouver la longueur du ſinus de* 30 *degr. & le ſinus de ſon arc de complement, enſemble de tous les ſinus & les ſinus de leur arc de complement procedant de mediation des meſmes* 30 *degr. juſques à ce qu'on viene à primes de nombre impair.*

Veu que le coſté d'un exagone regulier eſt egal au raid du cercle faiſant 1000000000, & que le meſme coſté de l'exagone eſt la corde d'un arc de 60 deg. s'enſuit qu'elle fait auſſi 1000000000, & conſequemment le ſinus de l'arc de 30 degr. fait la moitié d'icelui, à ſçavoir 500000000, lequel eſtant cognu, on trouve le ſinus de ſon arc de complement, & on continue en la mediation d'icelui, cõme il a eſté fait en la 4 propoſition, à ſçavoir juſques à ce qu'on viene par tout à primes de nombre nõn pair, comme la ſuivante deſcription le demonſtre clairement.

Arcs.	*Sinus.*
·30. 0.	500000000.
·60. 0.	876025403.
·15. 0.	258819045.
·75. 0.	965925817.
· 7. 30.	130526192.
·82. 30.	991444861.
3. 45.	65403128.
86. 15.	997858923.

Arcs.

Arcs.	Sinus.
37. 30.	608761430.
52. 30.	793353140.
18. 45.	321439465.
71. 15.	946930130.
41. 15.	659345815.
48. 45.	751839807.
26. 15.	442288690.
63. 45.	896872742.

Conclus. Faisant donc le raid d'un cercle 1000000000, nous avons trouvé la longueur du sinus de 30 degr. & le sinus de son arc de compl. &c.

PROBLEME. VII. PROPOSITION.

Faisant le raid d'un cercle 1000000000: *Trouver la longueur du sinus de* 12 *degr. aussi la longueur du sinus de son arc de complement, ensemble de tous les sinus, & les sinus de leurs arcs de complement, procedans de mediation des mesmes* 12 *degr. jusques à ce qu'on vienne à primes de nombre impair.*

Veu que par la 6 proposition est cognu le sinus de 30 deg. avec le sinus de son arc de complement, aussi par la 5 propositle sinus de 54 deg. avec le sinus de son arc de cõplement. S'ensuit que par la 3 proposition soit cognue la corde de l'arc de leur difference, faisant 24 deg & se trouve de 415823384, dont la moitié pour le sinus requis de 12 deg. fait 207911692: Lequel estant cognu, on trouve le sinus de son arc de complement, & on continue la mediation, cõme a esté fait en la 4 proposition, à sçavoir jusques à ce qu'on vienne à primes de nombre impair, comme la suivante descriptiun le demonstre clairement.

Arcs.	Sinus.	Arcs.	Sinus.
12. 0.	207911692.	12. 45.	220697435.
78. 0.	978147602.	77. 15.	975342320.
6. 0.	104528463.	35 15.	577141190.
84. 0.	994521895.	54. 45.	816641555.
3. 0.	52335957.	24. 0.	406736643.
87. 0.	998629535.	66. 0.	913545458.
1. 30.	26176948.	34. 30.	566406257.
88. 30.	999657224.	55. 30.	824126188.
0. 45.	13089622.	17. 15.	296541575.
89. 15.	999914327.	72 45	955019945.
39. 0.	629320392.	39. 45	639439003.
51. 0.	777145962.	50 15.	768841832.
19. 30.	334806860.	23. 15.	394743857.
70. 30.	941641492.	66 45.	918791210.
9. 45.	169149503.	32. 15.	533614515.
85. 15.	983556058.	57. 45.	845727772.
42. 0.	669130607.	33. 0.	544639035.
48. 0.	743144825.	57. 0.	838670568.
21. 0.	358367950.	16. 30	284015345.
69. 0.	933580427.	73. 30.	958819735.
10. 30.	182235525.	8. 15	141492622.
79. 30.	983254908.	81. 45.	989651387.
5. 15.	91501618.	27. 45.	465614520.
84. 45.	995804928.	62. 15.	884987637.
43. 30.	688354575.	28. 30.	477158760.
46 30.	725374372.	61. 30.	878817113.
21. 45.	370557437.	14. 15.	246153193.
68. 15.	918809553.	75. 45.	969230910.
44. 15.	697790460.	36. 45.	598124600.
45. 45.	716301943.	53. 15.	801153813.
25. 30.	430511097.	30. 45.	511293187.
64. 30.	901585185.	59. 15.	859406412.

Conclus. Faisant donc le raid d'un cercle 1000000000, nous avons trouvé la longueur du sinus de 12 deg. aussi la longueur du sinus de son arc de complement, ensemble de tous les sinus & des sinus de leur arc de complement, procedans de mediation des mesmes 12 deg jusques à ce qu'on vienne à primes de nõbre non pair, selon le requis.

NOTEZ.

Quand on assemble par ordre les sinus trouvez de la precedente 4, 5, 6, & 7 proposition, on trouve que de 45 à 45 ① on les a trestous. Et pour en donner exemple plus manifeste, nous les mettons de suite en ceste façon.

Arcs.	Sinus.	Arcs.	Sinus.
0. 45.	13089622.	45. 45.	716301943.
2. 30.	26176948.	46. 30.	725371372.
2. 15.	39259815.	47. 15.	734322510.
3. 0.	52335957.	48. 0.	743144825.
3. 45.	65403128.	48. 45.	751839807.
4. 30.	78459097.	49. 30.	760409965.
5. 15.	91501618.	50. 15.	768848120.
6. 0.	104528563.	51. 0	777145962.
6. 45.	117537497.	51. 45.	785316942.
7. 30.	130526192.	52. 30.	793353140.
8. 15.	143492622.	53. 25.	801253813.
9. 0.	156434465.	54. 0.	809016995.
9. 45.	169349993.	54. 45.	816641555.
10. 30.	182235525.	55. 30.	824126188.
11. 15.	195090322.	56 15.	831469612.
12. 0.	207911692.	57. 0.	838670568.
12. 45.	220697435.	57. 45.	845727772.
13. 30.	233445363.	58. 30.	852640163.
14. 25.	246153293.	59. 15.	859406412.
15. 0.	258819045.	60. 0.	866015403.
15. 45.	271440450.	60. 45.	872496008.
16. 30.	284015345.	61. 30.	878817113.
17. 15.	296541575.	62. 15.	884976637.
18. 0.	309016995.	63. 0.	890006525.
18. 45.	321439465.	64. 45.	896872742.
19. 30.	333806860.	64. 30.	902585285.
20. 15.	346117057.	65. 15.	908143173.
21. 0.	358367910.	66. 0.	913545458.
21. 45.	370557437.	66. 45.	918791210.
22. 30.	382683432.	67. 30.	923879533.
23. 15.	394743857.	68. 15.	928809553.
24. 0.	406736643.	69. 0	933580427.
24. 45.	418659737.	69. 45.	938191337.
25. 30.	430511097.	70. 30.	942641492.
26. 15.	442288690.	71. 15.	946930130.
27. 0.	453990495.	72. 0.	951056515.
27. 45.	465614520.	72. 45.	955019945.
28. 30.	477158760.	73. 30.	958819735.
29. 15.	488521240.	74. 15.	962455237.
30. 0.	500000000.	75. 0.	965925827.
30. 45.	511293087.	75. 45.	969230910.
31. 30.	522498567.	76. 30.	972369920.
32. 15.	533614515.	77. 15.	975341320.
33. 0.	544639035.	78. 0.	978147602.
33. 45.	555570233.	78. 45.	980785280.
34. 30.	566406257.	79. 30.	983254908.
35. 15.	577145190.	80. 15.	985556058.
36. 0.	587785252.	81. 0.	987688340.
36. 45.	598324600.	81. 45.	989651387.
37. 30.	608761430.	81. 30.	991444861.
38. 15.	619093952.	83 15.	993068457.
39. 0.	629320391.	84. 0.	994521895.
39. 45.	639439002.	84. 45.	995804928.
40. 30.	649448048.	85. 30.	996917333.
41. 15.	659345815.	86. 15.	997858923.
42. 0.	669130607.	87. 0.	998629535.
42. 45.	678800745.	87. 45.	999229037.
43. 30.	688354575.	88. 30.	999657323.
44. 15.	697790460.	89. 15.	999914327.
45. 0.	707106782.	90. 0.	1000000000.

Or nous avons bien icy une table des ſinus de 45 à 45 primes, mais d'autant que ni par mediation, ni par ſouſtraction de la façon precedente, on peut trouver d'autres ſinus que ceux là, finiſſant en primes entieres, nous declarerons par ce qui s'enſuit un autre moyen, deſcrivant premieremeot ce theoreme, qui nous ſervira à la demonſtration.

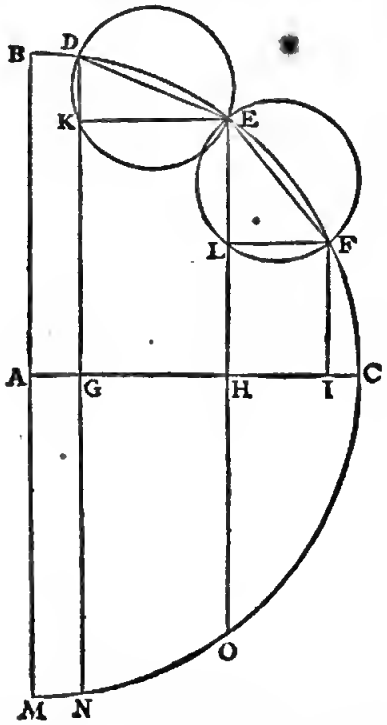
ALB. GIRARD.

Par le moyen de l'epichareme que nous avons mis à la fin de la 2 propoſ. on pourroit venir de 15 à 15 primes, puis de 5 à 5.

THEOREME. VIII. PROPOSITION.

EStant au quart d'un cercle des extremitez d'arcs egaux, tirées lignes perpendiculaires ſur la baſe, les perpendiculaires plus proches de l'autre coſté, comprennent les plus grandes parties de la baſe.

Le donné. Soit ABC le quart d'un cercle, & là dedans deux arcs egaux DE, EF, de l'extremité deſquels



ſoyent tirées les lignes perpendiculaires DG, EH, FI, ſur la baſe AC. Et GH, HI, ſont parties de la baſe comprinſe entre les perpendiculaires.

Le requis. Il faut monſtrer que la partie GH, plus proche du coſté AB, eſt plus grande que la partie HI.

Preparation. Soyent tirées les cordes des deux arcs DE, EF, & ſur les meſmes, comme diametres, ſont deſcrits les cercles DKE, ELF. Apres, EK à angle droit ſur DG, & FL à angle droit ſur EH: Puis ſoit deſcrit le demicercle BCM, ſoyent auſſi DG & EH produits juſques à N, & O, en l'arc CM.

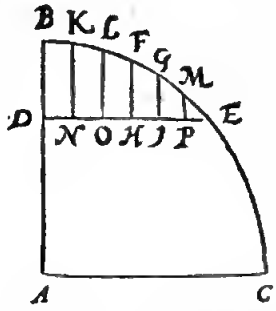
Demonſtration. Veu que l'arc EN eſt plus grand que l'arc FO, s'enſuit que l'angle EDK eſt plus grand que l'angle FEL, & pource auſſi l'arc EK eſt plus grand que l'arc FL, & conſequemment ſa corde KE plus grande que la corde LF, mais GH eſt egale à KE & HI à LF, parquoi GH eſt plus grande que HI.

Concluſion. Eſtant doncques au quart d'un cercle des extremitez d'arcs egaux, tirées lignes perpendiculaires ſur la baſe: Les perpendiculaires plus proches de l'autre coſté comprennent les plus grandes parties de la baſe, ce qu'il nous falloit demonſtrer.

PROBLEME. IX. PROPOSITION.

FAiſant le raid d'un cercle 1000000000: Trouver la longueur du ſinus de 1 degr. & le ſinus de ſon arc de complement, enſemble de tous les ſinus, & des ſinus de leur arc de complement procedant de mediation du meſme 1 degr. juſques à ce qu'on vienne à primes de nombre non pair.

Le donné. Soit ABC le quart d'un cercle, dont le ſemidiamette AC fait 1000000000, & BE ſoit arc de 1 degr. 30 ①, duquel le ſinus DE fait comme appert ci devant 26176948: Apres que BE face 45 ①, & BG 1 degr. puis FH & GI ſoyeot tirées à angle droit ſur DE. Ce qui eſtant ainſi, DH eſt ſinus, ou bien egale au ſinus de 45 ①, & DI ſinus de 1 degr. Puis apres BF ſoit diviſee en trois parties egales, par les poioćts K, L, & l'arc GE en deux parties egales par le poinct M, & les lignes KN, LO, MP, ſoyent tirées à angle droit ſur DE.



Le requis. Il nous faut trouver par ceci la longueur du ſinus de 1 degr. & le ſinus de ſoo arc de complement, enſemble de tous les ſinus & les ſinus de leur arc de complement procedant de mediation du meſme 1 deg juiques à ce qu'on viene à primes de nombre non pair, & ce d'un cercle dont le ſemidiamette 10000000.

CONSTRVCTION.

DH eſt ſinus de 45 ①, faiſant comme appert ci deſſus	13089622.
Le tiers d'icelui eſt	4363207.
Le meſme tiers eſt plus que n'appartient à OH, par la 8 propoſition, & encores par des plus fortes raiſons plus que n'appartieot à HI. Ce qui eſtant ainſi, j'aſſemble ce tiers à DH 13089622 premier en l'ordre, & fait un nombre plus grand que n'appartient au ſinus d'un degré DI de	17452829.
Ce qui eſtant ainſi, je mets ici le ſinus de DE 1 degr. 30 ①, faiſant ci deſſus	26176948.
Du meſme ſouſtrait DH 13089622 premier en l'ordre, reſte pour HE	13087326.
Le tiers d'icelui eſt	4362442.
Le meſme tiers eſt moindre que n'appartient à HI par la 8 propoſition. Ce qui eſtant aioſi, j'aſſemble ce tiers à DH 13089622 premier en l'ordre, & vient un nombre moindre que n'appartient au ſinus d'un degr: DI.	17452064.

Mais au troiſieſme de l'ordre eſt monſtré que 17452829 eſt un nombre plus grand que n'appartient au meſme DI: parquoi DI eſt moindre que 17452829 & plus grand que 17452064. Ce qui eſtant ainſi, je dis, veu qu'en ceſte table des arcs, nous cerchons ſeulement les raiſons des ſinus en grands nombres qui des vrais peuvent

differer

differet environ l'unité, & que 10000000 pour raid ſuffit au commun uſage, je ſouſtrais ptemierement du ſinus entiet 1000000000 les deux dernieres lettres, reſte 10000000.

Puis apres les deux dernieres lettres de 17452829 troiſieſme en l'ordre, reſte 174528.

Semblablement les deux dernieres letttes de 17452064, reſte 174520, ou d'autant que 1 davantage approche plus pres, reſte di-je 174521.

Entre leſquels deux nombres, eõme 174518, 174521, neufieſme & dixieſme en l'ordte, eſt la longueur du ſinus de 1 deg. du cercle, dont le raid fait 10000000. Ce qui eſtant ainſi, il eſt convenable de prendre pour le ſinus requis de 1 deg. le nombre moyen entre deux, comme 174524.

Pour trouver maintenant le ſinus de l'arc de complement d'un degré, à ſçavoir, de 89 deg.

Je trouve par la ptemiere propoſition que le ſinus de l'arc de complement, de l'arc du ſuſdit 17452829, (eſtant plus grand que n'appartient à 1 deg.) fait 999847688.

Je trouve auſſi que le ſinus de l'arc de complement du ſuſdit 17452064, (eſtant plus petit que n'appartient à 1 deg.) fait 999847702.

Pour le ſinus de 89 degr. dont le raid 1000000000 eſt plus grand que le premiet nombre, & plus petit que le deuxieſme: Mais de chaque nombre ſouſtrait les deux dernieres lettres, reſte chacun (au raid 10000000) pour le ſinus requis de 89 deg. 9998477.

Pour trouver maintenant le ſinus de 30 ①.

Je ſnuſtrais les ſuſdites 9998477688 (eſtant moindre que n'appartient à 89 deg) du raid 1000000000, demeure verſé 152312: entre le meſme & 500000000, trouvé le nombre moyen ptoportionnel, vient un nombre (eſtant plus petit que n'appartient à 30 ①) de 8726363.

Secondement je ſonſtrais les ſuſdites 9998477 02 (eſtant plus grand que n'appartient à 89 deg.) du raid 1000000000, reſte verſe 152298: entre le meſme & 500000000, ttonvé le nombre moyen proportionel, vient un nombre (eſtant plus grand que n'appartient à 30 ①) de 8726740.

Poutrant le ſinus de 30 ① dont le raid 1000000000, eſt plus grand que le premier nombte, & plus petit que le ſecond: Mais de chacun ſouſtrait les deux dernieres letttes, l'un nombre demeure 87624, & l'autre 87267, entre leſquels eſt le ſinus de 30 ① du cercle dont le raid 10000000: Ce qui eſtant ainſi, il eſt convenable de prendre pour le ſinus tequis de 30 ① un nombte moien entre ces deux, comme 87266 ou 87265 ſoit 87265.

Et procedant de la meſme ſaçon avec les autres, on ttouve le ſinus de 89 deg. 30 ①, de 9999619.

Et le ſinus de 15 ① 43632.

Tellement qu'alors me ſont eognus les quatre premiers ſinus de 15 ① à 15 ①, comme s'enſuit:

0.	15.	43632.
0.	30.	87266.
0.	45.	130896.
1.	0.	174523.

Pour trouver maintenant les ſinus ſuivants de 15 ① à 15 ① juſques à la fin de la table, on y parviendroit par le moyen de trouver les ſinus de leur arc de complement, & par mediation des quatre ſinus precedents, juſques à ce qu'on vienne par tout à ptimes de nombre non pair: Mais veu que par la procedure des ſurplus il y a un chemin plus aiſé, nous le declarerons, cõme s'enſuit.

Soit entre le ſinus cognu de 1 deg. & de 1 deg. 30 ①, c'eſt entre 174524 & 261769, à trouver le ſinus de 1 deg. 15 ①. Pour à quoy parvenir, je mets aupres de chacun ſinus le ſurplus qu'il excede ſon ſinus ſuivant, comme ici deſſous,

0.	15.	43632.	43633.
0.	30.	87265.	43631.
0.	45.	130896.	43628.
1.	0.	174514.	

Là ou ſe trouve que le deuxieſme ſurplus, eſt moins de deux que le premier, & le troiſieſme de 3 moins que le deuxieſme. Or pourſuivant ceſte procedure, il faudra que le quatrieſme ſurplus de 1 deg. 15 ① ſoit de 3 ou 4 moins que le troiſieſme, ſoit 3: Mais le troiſieſme ſurplus eſtoit 43628, doncques il faut que le quatrieſme ſoit 43625. Or puis qu'il faut que le quartieſme ſurplus face autant, j'aſſemble le meſme à 174524 ſinus de 1 deg. & vient le ſinus de 1. deg. 15 ① 218149. Or je mets ces deux ſinus aupres des autres, avec les ſurplus joignant les meſmes, & alors ma table ſera advancée, comme ci deſſous:

0.	15.	43632.	43633.
0.	30.	87265.	43631.
0.	45.	130896.	43628.
1.	0.	174514.	43625.
1.	15.	218149.	43620.
1.	30.	261769.	

Mais que ce ſinus de un deg. 15 ① ſoit vray, ceci m'en ſert encores de preuve: Le cinquieſme ſurplus, à ſçavoir 43620, eſt plus petit de 5 que le quatrieſme ſurplus, ſelon qu'il appattient.

Noſtre table eſtant juſques ici, reſtent encores à trouver les ſinus ſuivants de 15 ① à 15 ①, auſquels on peut procedet des ſurplus, & continnet comme deſſus. Mais pour plus d'aſſeurance, nous declaretons une regle par laquelle ſe cognoit le ſurplus du dernier ſinus au deſſus le premier, des deux ſinus incognus qu'on cerche entre deux cognus. Soyent pour exemple à mettre les deux ſinus incognus de 1 deg. 45 ①, & de 2 deg. qu'il y faut venir entre les deux ſinus cognus de 1 deg. 30 ①, & 2 deg. 15 ①. Pout ttouver ici le ſurplus du ſinus de 2 deg. par deſſus celuy de 1 deg. 45 ①, je dis ainſi:

Le ſinus de 2 deg. 15 ① ſait	322598.
Dnqnel ſouſttait le ſiuus de 1 deg. 30 ① faiſant	261769.
Reſte	130829.
Dont la troiſieſme patr fait	43610.

Et d'autant faut il que ſoit le ſurplus des ſinus de 2 deg. pardeſſus le ſinus de 1 deg. 45 ①, comme il ſe voit auſſi aux tables ſuivantes.

Continuant doncques de la façon precedente, on aura une table de 15 ① à 15 ①, en laquelle viennent tous les ſinus & les ſiuus de leur arc de complement procedant de mediation d'un degré, juſques à ce qu'on viene à primes de nombte non pair.

Concluſion. Faiſant donc le raid d'un cercle 10000000, nous avons trouvé la longueur du ſinus de 1 deg. & le ſinus de ſon arc de complement, enſemble de tous les ſinus, & les ſinus de leur arc de complement procedans de mediation du meſme 1 deg. juſques à ce qu'on viene à primes de nombre non pair, ſelon le requis.

ASSEVRANCE SVR QVELQVE DOVBTE DE LA PRECEDENTE OPERATION, QVE QVELQV'VN POVRROIT RENCONTRER.

VEu qu'il pourroit advenir à quelqu'un, de vouloir recercher ce que j'ay recerché, & afin que du meſme recerché je retiene ſouvenance, nous en ferons quelque declaration. Il faut ſçavoir doncques que je m'eſtois imaginé une maniere d'operation, par laquelle il n'euſt pas eſté beſoin de perdre les deux dernieres lettres du raid, leſquelles on a perdu en ceſte 9 propoſition, pour à quoy parvenir, mon deſſein eſtoit, de trouver des ſinus d'arcs mediez, en continuant juſques à ce que le ſinus trouvé fuſt la moitié du ſinus du double de ſon arc. Lequel pour declarer par exemple, nous mettrons ici les ſinus trouvez par continuelle mediation, commençant de 48 deg. juſques à ce qu'on viene à 45 ①, leſquels ſont trouvez ci devant, comme ici deſſous:

degr.	①	
48.	0.	74314482.
24.	0.	40673664.
12.	0.	20791169.
6.	0.	10452846.
3.	0.	5233557.
1.	30.	2617694.
0.	45.	13089622.

Là où il appert que chacun ſinus ſuivant, eſt preſque la moiné de ſon precedent, & tant plus qu'on procede avec telle mediation, dautant plus pres chacun eſt la moitié de ſon precedent: car 13089622 eſt plus pres la moitié de ſon precedent 26176948, que les meſmes 26176948, de ſon precedent 52335957, & ainſi conſequemment avec les autres. Or donc cõtinuant avec telle mediation, j'ay trouvé le ſinus de la moitié de 45 ①, qui eſt de $22\frac{1}{2}$ ①, & des autres moitiez, comme ici deſſous:

	①
$22\frac{1}{2}$.	6544959.
$11\frac{1}{4}$.	3272537.
$5\frac{5}{8}$.	1636306.
$2\frac{13}{16}$.	818229.
$1\frac{13}{32}$.	409167.
$\frac{45}{64}$.	204939.
$\frac{41}{128}$.	102469.
$\frac{21}{256}$.	54772.

Là où il appert que chacun n'approche point par ordre la moitié de ſon precedent, comme on l'euſt bien penſé ſans recerche de la choſe, car 204934 eſt plus que la moitié de ſon precedent: Et 102469 eſt la moitié de ſon precedent, mais 54772 eſt derechef plus. Tellement que ces nombres ſont faux, car les ſinus de ces arcs n'ont pas telles longueurs.

Pour en declarer maintenant la cauſe, elle eſt telle. Tant que le verſé eſt egal ou plus grand que 500000000, moitié du ſemidiametre avec lequel le verſé ſe multiplie en chaque operation, tant il y a de la certitude juſques à la derniere lettre du ſinus. Comme par exemple ſi le verſé eſtoit de 500000000 egal à la moitié du raid, iceux deux nombres multipliez, & en tiré racine quarrée, elle feroit 500000000. Mais ſi le vray verſé euſt eſté environ l'unité plus grand ou plus petit, comme il advient aux autres verſés, prenons qu'il fuſt de 500000001, iceux multipliez avec 500000000, & de ce qui en vient tiré la racine quarrée, ſe trouve le plus pres auſſi de 500000000, cõme devant: Et eſtant le verſé encores plus grand, telle difference à plus forte raiſon ſera encores plus petite qu'ici deſſus. Tellement que quand (comme nous avons dit) le verſé eſt egal ou plus grand que 500000000, il y a de la certitude juſques à la derniere lettre du ſinus. Mais le verſé eſtant plus petit, alors il y a de l'incertitude, lequel avec des plus petits & plus petits verſés, devient de grand en plus grand. Lequel pour declarer par exemple, je dis ainſi; Alors que fut trouvé le ſuſdit dernier nombre de 54772, le verſé avoit eſté 6, lequel multiplié avec 500000000, venoit 3000000000, dont la racine quarrée eſt les ſuſdits 54772. Mais ſi le vray verſé euſt eſté environ l'unité plus grand ou plus petit (comme il eſt à croire qu'il pouvoit eſtre) prenons le 5, & avec cela ſelon la reigle multipliant iceux 5 avec 500000000, vient 2500000000, dont la racine quarrée 50000 pour ſinus, lequel differe beaucoup du premier trouvé 54772. Ceci eſtant ainſi, & veu qu'en tous les autres verſés on n'a pas eu eſgard à leur petiteſſe, il pourroit eſtre revoqué en doubte, ſi de cela n'eſt pas enſuivi incertitude des ſinus aux precedentes operations. Or pour examiner ceci, & demonſtrer que tout va ſeurement, je dis ainſi: Quand on cerchoit le ſinus de 45 ①, on avoit le verſé 342677, iceux multipliez avec 500000000, & de ce qui en vient tiré la racine quarrée, elle faiſoit 13089633. Mais poſons qu'elle ſoit comme ci deſſus, ſelon ce que met *Regiomontanus*, 13089622. Mais ſi le vray verſé euſt eſté environ l'unité plus grand ou plus petit, comme auſſi on le peut eſtimer avoir eſte, je prens 1 plus petit, il fait doncques 342676, leſquels multipliez avec les 500000000, & de ce qui en vient extrait la racine quarrée, ſe trouve au plus pres de 13089614, dont les deux dernieres lettres 14, eſtant un autre nombre que les deux dernieres lettres 22 ou 23 ci deſſus; il appert doncques que ſur les deux dernieres lettres du ſinus de 45 ①, il n'y avoit point de certitude. Mais les meſmes deux dernieres lettres pour d'autres raiſons furent coupées en ceſte 9 propoſition, parquoi le reſte des lettres, comme 130896, qui ſont dedans la table, ſont au plus pres le vray ſinus du cercle, moyennant que le raid d'iceluy ſoit auſſi accourci des deux dernieres lettres. Quant à ce que quelqu'un pourroit douter que le vray verſé fut plus qu'unité plus petit que 342677, je prens 4 plus petit, à ſçavoir de 342673, encores il ne donneroit changement d'unité entiere ſur la troiſieſme lettre 6, car iceux 342673 multipliez avec 500000000, & de ce qui en vient extrait la racine quarrée, elle fait 13089556. Or doncques par ceci n'eſtant pas advenu de faute ſur le plus petit ſinus de ceux qui eſtoyent trouvez, à ſçavoir de 45 ①, à plus forte raiſon il n'y aura pas de faute ſur tous les autres plus grands ſinus, car les verſés de leurs arcs de complement ſont plus grands. On voit auſſi ici, qu'il ne falloit pas ſeulement laiſſer les ſuſdites deux dernieres lettres, à cauſe des raiſons qui ſont apparuës en l'operation de ceſte 9 propoſition, mais auſſi à cauſe de ceſte derniere raiſon.

ALB. GIRARD.

Notez qu'au lieu de ſemidiametre, il faut entendre le raid qui eſt la meſme choſe, comme auſſi Ciceron au Timée de Platon, dit que le monde eſt fait en forme ſpherique, tellement que les raids du milieu, ſont egaux aux extremitez. Or le Traducteur, comme pluſieurs, erre en cecy, veu que le raid eſt devant & precede le diametre, & partant je l'ay recorrigé quaſi par tout.

PRO-

PROBLEME. X. PROPOSITION.

A V'x ſinus precedens de 15 ① à 15 ① : Trouver les ſinus defaillans de prime à prime.

Nous avons trouvé en la 9 ptopoſition que le ſinus de 30 ① fait 87265, & de 15 ① 43632, où il eſt notoire que comme le ſinus faiſant 15 ①, eſt la moitié de l'arc de l'angle faiſant 30 ①, ainſi eſt le ſinus d'icelui 43632 auſſi la moitié du ſinus de ceſtui-ci 87265. Parquoi à plus forte raiſon (comme il ſe peut monſtrer par la 8 ptopoſition) 10 ① eſtant la troiſieſme partie des meſmes 30 ①, ont un ſinus eſtant auſſi la troiſieſme partie de 87265, à ſçavoir 29088 : Et conſequemment 5 ① eſtant la ſixieſme partie de 30 ①, aura pour ſinus la ſixieſme partie de 87265, à ſçavoir 14544. Tellement que je eoguois maintenant les trois premiers ſinus de 5 ① à 5 ①, à ſçavoir de 5 ①, 10 ① & 15 ①. Or pour trouver les ſinus de 20 ① & 25 ①, je mets les cognus & leurs ſurplus, comme s enſuit :

0.	5.	14544.	14544.
0.	10.	29088.	14544.
0.	25.	43632.	14544.
0.	20,		
0.	25.		
0.	30.	87165.	

Ot ſuivant la ſuſdite reigle des ſurplus de la 9 ptopoſition, il eſt notoire qu'il faut que les 20 ① ayent un ſinus 58177, & les 25 ① de 72721. Et continuant ainſi, on aura une table des arcs de 5 ① à ①, juſques à 90 deg.

Tellement qu'il y reſte encores à trouver les ſinus defaillans de prime à prime : Pour à quoy parvenir, je dis ainſi : Il eſt notoire ci deſſus, que comme l'arc de l'angle faiſant 5 ① eſt moitié de l'arc de l'angle faiſant 10 ①, ainſi eſt le ſinus d'icelui 14544, auſſi la moitié du ſinus de ceſtui-ci 29088. Pourquoi à plus forte raiſon (comme il ſe peut monſtrer par la 8 ptopoſition) 1 ①, eſtant la cinquieſme partie des 5 ①, aura un ſinus eſtant auſſi la cinquieſme partie de 14544, à ſçavoir 2909, & conſequemment 2 ① auront 5818. Apres 3 ① 8727 & 4 ① 11636.

Par les meſmes on pourra continuer par departition des ſurplus comme deſſus. Toutesfois pour plus grande aſſeurance nous declarerons une reigle, par laquelle ſe trouve le ſurplus du troiſieſme ſinus par deſſus le deuxieſme des quatre ſinus incognus, qu'on cerche entre deux cognus.

Soyent pour exemple à mettre les quatre ſinus incognus, qu'il faut qui viennent entre 87 deg. & 87 deg. 5 ①. Pour trouver ici le ſurplus du troiſieſme ſinus, cetche de 87 deg. 3 ①, par deſſus le deuxieſme ſinus cetche de 87 deg. 2 ①, je di ainſi :

Le ſinus de 87 deg. 5 ① fait	9987045.
Duquel ſouſtrait le ſinus de 87 deg. faiſant	9986295.
Reſte	750.
Dont la cinquieſme partie fait	150.

Et aurant faudra-il que ſoit le ſurplus du ſinus de 87 deg. 3 ①, par deſſus le ſinus de 87 deg. 2 ①.

Les ſinus eſtant ainſi deſcrits de prime à prime, la table des ſinus ſera parfaite.

Concluſion. Nous avons donc aux ſinus precedents de 15 ① à 15 ①, trouvé les ſinus defaillans de prime à prime, ſelon le requis.

ALB. GIRARD.

On peut faire eſpreuve des ſinus, ou en trouver qui ne ſont trouvez, ainſi.

Soyent premierement prins deux arcs qui ſont enſemble 120 degr. par regle : avec leurs ſinus, comme s'enſuit :

Arcs.	*Sinus.*
80 deg. 34 ①	9864770
39 deg. 26 ①	6351800.
differ. 41 deg. 8 ①	3512970
moitié 20 deg. 34 ①	

Tellement que de 20 deg. 34 ① on trouvera 35129, pour ſon ſinus, & ainſi des autres : dont la demonſtration eſt facile.

NOus euſſions mis icy les Tables des ſinus, &c. n'eſtoit que ce doit eſtre en manuel, plus commode qu'en fueille; or à ceſte fin on ſe pourra ſervir de celles que j'ai fait imprimer de la 2. Edition : Comme auſſi de la Trigonometrie qui ſuit apres les Tables dudit livret; mais afin de corriger les fautes d'impreſſion qui y ſont, on pourra cotter les pages par nombres, commençant derriere les Tables, tellement qu'il y aura 75 pages.

Au 2. Cas des triangles rectangles Spher. au lieu de P *notez* p. *qui eſt la* 25 *page : Puis en la page* 2. *liſez triangle rectangle* 13, 14, 15 : *Page* 67. *effacez* P, *eſcrivez* B (*au diagramme.*) *Puis au ſinus de* 0 *deg.* 57, *liſez* 1658 : *Et puis les Tangentes ſuivantes de* 48 *deg* 14'. *corrigez le* 2, *liſez* 1 : *Item de* 51 *deg.* 30, *& aux* 3 *conſequentes, au lieu de* 6 *és mils, eſcrivez* 5 : *Les Tangentes de* 84 *deg.* 1' *&* 2' *ſont tranſpoſées ; en la Tangente de* 89 *deg.* 44'. *oſtez le* 9, *mettez* 5 : *Voila toutes les fautes que j'ay peu remarquer. qui ſont peu au regard des autres impreſſions.*

CONSTRVCTION DE LA Table des Tangentes.

PROBLEME. XI. PROPOSITION.

TRouver la Tangente d'un arc propoſé, lors que le raid eſt 10000000, *& ce par computation.*

Le donné. Soit l'arc de 25 deg. & le raid comme deſſus de 10000000. *Le requis.* Il faut trouver ſa Tangente par computation. *Conſtruction.* Le ſinus de compl. de 25 deg. eſt 9063078, me donne le ſinus meſme 4226183. combien 10000000 ? viendra 4663077 Tangente requiſe. *Demonſtration.* En la figure de la 1 def. B C eſtant 25 deg. alors C F ſera ſon ſinus, & F A ſinus de complement, parquoy A F à F C ſera cõme le raid A B à la Tangente B I. *Concluſion.* Nous avons donc trouvé la Tangente d'un arc propoſé, &c.

CONSTRVCTION DE LA Table des Secantes.

PROBLEME. XII. PROPOSITION.

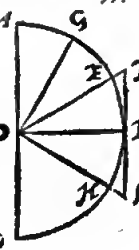
TRouver la Secante d'un arc propoſé, lors que le raid eſt 10000000, *& ce par ſupputation.*

Le donné. Soit l'arc de 25 deg. & le raid comme deſſus de 10000000. *Le requis.* Il faut trouver la Secante par ſupputation.

CONSTRVCTION.

La Tangente de 25 deg. eſt	4663077
Le complement de 25 deg. eſt 65. deg. dont la moitié eſt 32 deg. 30 ① dont la Tang. eſt	6370703
La ſomme pour la Secante requiſe ſera	11033780

Preparation. Soit A B C demi-cercle, A B quadrant, B E les 25 deg. donnez, B F ſa Tangente, & D F ſa Secante, & G au milieu de A E arc de complement, ſoit B H egal à E G, & menée D H rencontrant le ptolongement de F B en I, alors F I eſt compoſée de F B (tangente de 25 deg.) & de B I (tangente du demi complement, car B H eſt



moi-

moitié de A E) : Il faut demonſtrer que F I eſt egale à F D.

Demonſtration. L'angle I eſt egal à l'angle G D B, car ils ont des complemens egaux, comme l'angle B D I & A D G: mais ledit angle G D B eſt egal à F D I, à cauſe que G E & B H ſont egaux & E B commun, donc F D I & I ſeront egaux, eſtant chacun égal à un meſme GDB: & partant F I ſera egale à FD: ce qu'il falloit demonſtrer.

Concluſion. Nous avons donc trouve la Secante d'un are propoſé, &c.

Probleme. XIII. Proposition.

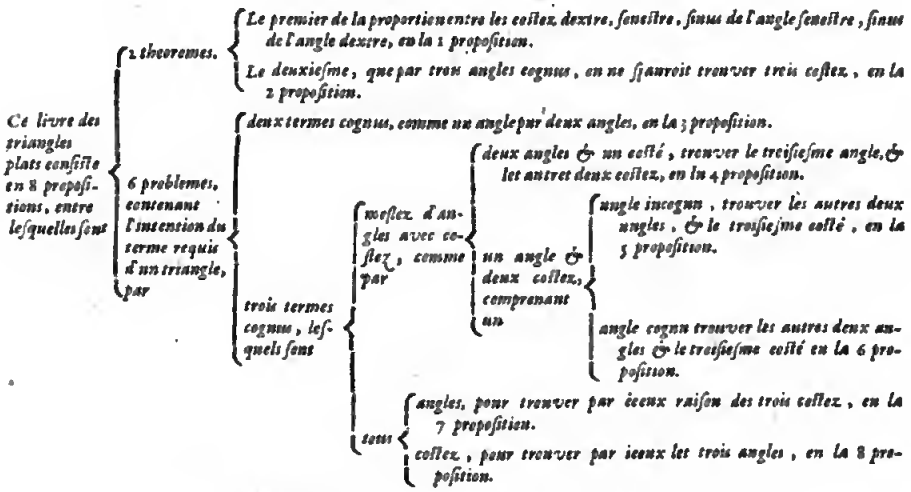
Trouver le verſé d'un arc propoſé, & auſſi trouver l'arc d'un verſé propoſé lors que le raid eſt 10000000.

En ceſte propoſition eſt beſoing aux moins exercés d'avoir une figure comme celle de la 1 def. devant ſoy: & ſoit que l'are B C ſoit propoſé pour trouver B F; ou l'arc C D pour trouver FD, il faut paſſer par C E & F A; donc F A eſt ſinus de C E ou du complement de l'arc propoſé: & au contraire auſſi.

Fin de la Conſtruction des Tables des Sinus, Tangentes & Secantes.

DEVXIESME LIVRE
DE LA COSMOGRAPHIE
Des Triangles Plats.

Argument declaré par ceſte table.



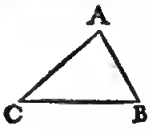
Apres le ſuſdit ſuivra encore une Application des Polygones plats.

DEFINITIONS.

Definition I.

Quand on met quelque coſté d'un triangle deſſous comme baſe: L'angle, le ſinus, & le coſté qui ſont alors vers la main dextre, nous l'appellons angle dextre, ſinus de l'angle dextre, & coſté dextre. Mais ceux qui ſont vers la main ſeneſtre, angle ſeneſtre, ſinus d'angle ſeneſtre, & coſté ſeneſtre.

SOIT le coſté B C du triangle A B C mis comme baſe, avec l'angle A en haut: Ce qui eſtant ainſi, l'angle qui eſt à la main dextre comme B, s'appelle angle dextre, le ſinus du meſme, ſinus de l'angle dextre, & le coſté A B, coſté dextre: Mais l'angle qui eſt à la main ſeneſtre, comme C, s'appelle angle ſeneſtre, le ſinus du meſme, ſinus de l'angle ſeneſtre, & le coſté A C, coſté ſeneſtre.

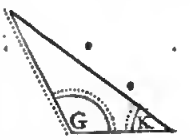


Declaration des Signes dont on ſe ſervira ci apres.

Veu qu'au lieu de beaucoup de mots, nous nous voulons ſervir de petites marques, à telle fin qu'il ſera dit ci deſſous, nous en ferons quelque declaration, comme s'enſuit: Tout triangle plat, comme auſſi potte le nom, a trois angles, & trois coſtez, faiſant en nombre enſemble ſix, leſquels nous appellons en general termes: Des meſmes on en donne touſiours trois cognus, pour trouver les trois autres incognus (horſmis quand par deux angles on cerche le troiſieſme angle.) Comme par deux angles cognus & un coſté cognu, on trouve le troiſieſme angle & les autres deux coſtez. Pareillement par deux coſtez cognus & un angle cognu, on trouve le troiſieſme coſté & les autres deux angles. Puis par trois angles cognus, on trouve raiſon des trois coſtez: Et par trois coſtez cognus, on trouve les trois angles. Or pour denoter brievement par certaine marque coovenable ces termes cognus, il faut ſçavoir que R, premiere lettre du mot Recte, mis en un angle, ſignifie icelui eſtre rectangle: K, laquelle lettre eſt en Alleman la premiere du mot *Kleender*, c'eſt à dire plus petit, eſtant miſe aux figures ſuivantes (leſquelles ſont accommodées à la langue Allemande) en un angle, ſignifie que le meſme eſt plus petit qu'un angle droit, ou autrement que c'eſt un angle aigu: G, premiere lettre du mot Grand, ſignifie

angle

angle plus grand qu'un rectangle, ou autrement angle obtus. Mais ces lettres K & G, miſes ſur les coſtez des triangles ſpheriques, ſignifient qu'ils ſont plus petits ou plus grands que 90 degr. La raiſon pourquoi nous prenons pluſtoſt les lettres G & K, ſignifiant plus petit & plus grand que O & A, qui ſignifieroyent obtus & aigu, c'eſt pource que les meſmes marques G & K, ſeroyent communes aux coſtez & angles des triangles ſpheriques: car on dit bien les coſtez eſtre plus grands ou plus petits que le quart d'un cercle, mais on ne les nomme point obtus ou aigus. Les coſtez poinctez ſans nombres, & les angles poinctez ſans les ſuſdites lettres R, K, G, ſont ceux leſquels on prend bien pour cognus, mais ſeulement par le poſé, qui eſt ſans declaration de leur grandeur, tellement que les poincts ſignifient nombres indefinis. Par ce moyen nous pouvons faire entendre en un moment, ce qui autrement requereroit beaucoup des paroles & longs propos. Comme par exemple, pour declarer ceſte figure ci jointe, il faudroit uſer de tous ces mots:



Vn triangle plat, avec deux angles cognus, l'un aigu, l'autre obtus, & un coſté cognu à l'oppoſite de l'angle aigu cognu.

Ceſte briefveté entre autres ſervira de beaucoup, & donnera grand avantage, quand par les termes cognus d'un triangle, on veut trouver les incognus: Car tels triangles ainſi marquez, s'aſſembleront ci apres comme en une table, appellée *Indice des Triangles plats*: D'autant que par la meſme on a une addreſſe, pour trouver incontinent en ce ſecond livre un ſemblable exemple qu'on veut ſuivre, ſans troubler les penſees d'aucunes des precedentes reigles: Lequel Indice des triangles plats ſera plus amplement deſcrit & declaré à la fin de ce livre.

Et ſi quelqu'un pour telles raiſons qu'ont eſté dites en la note apres la derniere definition du premier livre de la Fabrique des ſinus, ſe vouloit exercer en l'invention des termes incognus de triangles plats, ſans entendre premierement les raiſons & demonſtrations de la conſtruction, il pourroit commencer à l'uſage declaré par le meſme indice des triangles plats, enſemble l'uſage des polygones plats, deſcrits en l'Application derniere le meſme indice, ſuivant un exemple ſelon le requis du donné: Et entendant un peu ceſt uſage, puis apres il pourroit venir à l'inquiſition des cauſes.

Maintenant ſuivent les Propoſitions.

THEOREME. I. PROPOSITION.

Comme le coſté dextre d'un triangle plat au coſté feneſtre, ainſi le ſinus de l'angle feneſtre, au ſinus de l'angle dextre.

D'autant que l'un des ſinus comparez, eſt d'un angle aigu, ou droit, ou obtus, nous en mettrons trois divers exemples.

ALB. GIRARD.

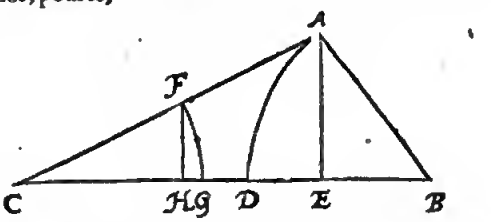
On pourroit bien demonſtrer en 4 mots ceſte propoſition, & generalement par un Δ quelconque inſcrit dans un cercle.

1. *Exemple là où les deux ſinus comparez ſont d'angles aigus.*

Le donné. Soit A B C un triangle plat, dont les angles comparez B, C, ſont tous deux aigus, & ſur le poinct B comme centre, ſoit deſcrit avec B A comme raid, l'arc A D, dont le ſinus ſoit A E, à angle droit ſur C B: Semblablement ſur le poinct C comme centre, ſoit deſcrit avec C F egale à A B comme raid, l'arc F G, dont le ſinus F H eſt auſſi à angle droit ſur C B. *Le requis.* Il faut demonſtrer que comme le coſté dextre A B, au coſté feneſtre A C, ainſi le ſinus de l'angle feneſtre F H, au ſinus de l'angle dextre A E.

DEMONSTRATION.

Veu qu'au triangle A C F ſont deux paralleles, à ſçavoir FH avec AE, s'enſuit que FC à telle raiſon à AE, comme F C à F H: Mais A B eſt egale à F C, par le donné, pource,

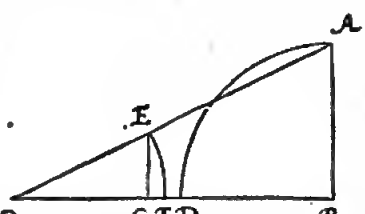


Comme A C à A E, ainſi A B à F H. Et par raiſon alterne,

Comme A B à A C, ainſi F H à A E.

2. *Exemple là où l'un des ſinus comparez eſt d'un rectangle.*

Le donné. Soit A B C un triangle plat, dont l'angle B eſt droit, & ſur le poinct B comme centre, ſoit deſcrit avec A B comme raid, l'arc A D, dont il faut que le ſinus ſoit A B: Semblablement ſur le poinct C commecentre, ſoit deſcrit avec C E egale à A B comme raid, l'arc E F, dont le ſinus eſt E G. *Le requis.* Il faut demõſtrer que comme le coſté dextre A B au coſté feneſtre A C, ainſi le ſinus de l'angle feneſtre E G, au ſinus de l'angle dextre A B, là où il faut noter qu'un meſme A B ci devant ſert pour coſté & ſinus.



DEMONSTRATION.

Veu qu'au triangle A B C ſont deux paralleles, comme E G avec A B, je dis,

Comme A C à A B, ainſi E C à E G.

Mais A B eſt egale à E C par le donné, pource,

Comme A C à A B, ainſi A B à E G.

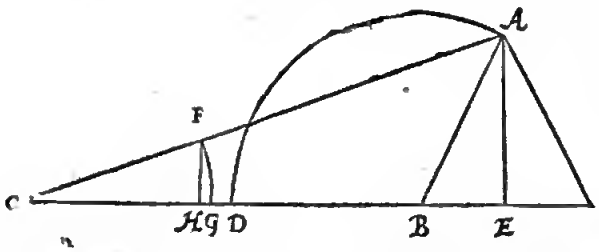
Et par raiſon inverſe,

Comme A B à A C, ainſi E G à A B.

3. *Exemple là où l'un des ſinus comparez eſt d'un angle obtus.*

Le donné. Soit A B C un triangle plat, dont les angles de ſinus comparez ſont C, & A B C, deſquels l'angle A B C eſt obtus, & ſur le poinct B comme centre, ſoit deſcrit avec A B comme raid, l'arc A D, dont le ſinus ſoit A E, à angle droit ſur la produite C B: Semblablement ſur le poinct C comme centre, ſoit deſcrit avec C F egale à A B comme raid, l'arc F G, dont le ſinus F H vient auſſi à angle droit ſur C B. *Le requis.* Il faut demonſtrer que comme le coſté dextre A B, au coſté feneſtre A C, ainſi le ſinus de l'angle feneſtre F H, au ſinus de l'angle dextre A E.

Prepa-



Preparation. Soit marqué A I sur la produite C B, tellement que l'angle A I B, soit egal à l'angle A B I.

DEMONSTRATION.

Veu que l'angle A I B, est egal à l'angle A B I, s'ensuit qu'il faut que la ligne A I soit egale à A B: Mais A B est egale à C F par le donné, parquoi A I est egale à C F, & A E est aussi sinus de l'angle I: Pource je dis par le 1 exemple de ceste proposition, que

Comme le costé dextre A I, du triangle A C I, au costé seneſtre A C.

Ainsi le sinus de l'angle seneſtre F H, au sinus de l'angle dextre A E.

Mais A B est egale à A I, & A E est aussi sinus de l'angle A B C du triangle A B C, par le donné: Parquoi

Comme le costé dextre A B, au costé seneſtre A C,

Ainsi le sinus de l'angle seneſtre F H, au sinus de l'angle dextre A E.

Conclusion. Doncques comme le costé dextre d'un triangle plat au costé seneſtre, ainsi le sinus de l'angle seneſtre, au sinus de l'angle dextre: ce qu'il falloit demonſtrer.

ALB. GIRARD.

Il est plus facile pour la memoire, de dire, comme le costé au sinus de l'angle oppoſite, ainsi un autre costé au sinus de l'angle oppoſite.

THEOREME. II. PROPOSITION.

VN triangle ayant trois costez incognus & trois angles cognus: On ne peut trouver par iceux les trois costez incognus.

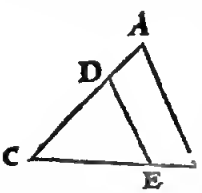
Le donné. Soit A B C un triangle, dont les trois costez sont incognus, mais les trois angles cognus.

Le requis. Il faut demonſtrer, que par iceux on ne peut trouver les trois costez incognus.

Preparation. Soit tirée quelque ligne parallele avec un des trois costez, comme D E parallele avec A B.

DEMONSTRATION.

Le triangle D C E, est semblable au triangle A B C, parquoi les trois nombres donnez (quand il y en a aucuns) des trois angles, servent autant pour les trois angles du triangle D E C, que pour les trois angles du triangle A B C, & pour infinis autres triangles de telle qualité: par où il est notoire que des trois costez on ne peut donner certaine solution. Mais parce que la raison des costez demeure la meſme, on y peut trouver seulement la raison, comme en la 7 proposition suivante.



Conclusion. Vn triangle doncques ayant trois costez incognus, & trois angles cognus, on ne peut trouver par iceux les trois costez incognus: ce qu'il falloit demonſtrer.

PROBLEME I. PROPOSITION III.

ESTant cognus du triangle plat les deux angles: Trouver le troiſieſme angle.

Les deux termes cognus, dit en general, sont de ceste qualité.

Le donné. Soit A B C un triangle plat, dont l'angle B fait 50 deg. & C 60 deg.

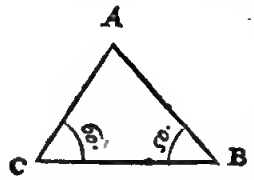
Le requis. Il faut trouver le troiſieſme angle A.

CONSTRVCTION.

J'assemble les 50 deg. & 60 deg. donnez, font 110 deg. lesquels soustraits de 180 deg. reste pour l'angle requis A 70 degr.

DEMONSTRATION.

Les trois angles de chaque triangle, sont egaux à deux angles droicts: Pource les deux angles B, C, soustrait des deux angles droicts, qui est de 180 deg. il faut que le reste soit pour le troiſieſme angle A. Notez encore qu'un angle donné estãt droit, on peut pour briefveté soustraire l'autre angle de 90 degr. le reste est pour le troiſieſme angle. Soit pour exemple l'un de 90 degr. l'autre de 30 degr. je le soustrais de 90 degr. reste pour le troiſieſme angle 60 degr. ce qui, pour des raisons cognuës, donne autãt, qu'assemblant 90 avec 30, & iceux soustraits de 180. deg.



Conclusion. Estant donc cognus du triangle plat les deux angles, nous avons trouvé le troiſieſme angle, selon le requis.

PROBLEME II. PROPOSITION IV.

ESTant cognus du triangle plat deux angles & un costé: Trouver le troiſieſme angle & les deux autres costez.

Les trois termes cognus se rencontrent en ces trois diverses façons.

NOTEZ.

L'invention des termes incognus d'un triangle, tant des spheriques que plats, se peut faire en beaucoup de sortes: Mais nous n'uſerons à chaque exemple que d'une maniere, en choiſiſſant celle, laquelle quand nous deſcrivions ce traicté, nous sembla la plus briefve & plus commode, non pas que nous depriſions le labeur utile de ceux qui sur un meſme exemple mettent beaucoup de manieres, car on voit par là comment l'eſprit humain du temps paſsé a travaillé eſtrangement en ceste matiere: Mais par ceci nous avons voulu declarer noſtre deſſein, qui est de viſer & tendre à ce qui est plus court, notoire & commode pour la practique. Et ſi quelqu'un outre cela, deſire la cognoiſſance de ces differences, il peut voir d'autres Autheurs qui en traictent, & faisant ſon mieux taſcher de trouver des manieres encores plus courtes & notoires

que

que celles-ci. Il faut auſſi ſçavoir, qu'aux conſtructions ſuivantes tant des triangles ſpheriques que plats, nous ne venons à plus petites partitions des arcs, n'eſtoit pour quelques ſingulieres raiſons y declarées, qu'à ①.

A ceci nous nous ſervirons ſeulement de 10000 pour raid, lequel toutesfois eſt mis aux tables des ſinus, tangentes & ſecantes ſur 10000000, delaiſſant trois lettres du meſme raid, & auſſi de chaſque nombre des tables, car prennant plus de lettres, le compte en ſeroit plus faſcheux, ſans plus de ſeureté en la ſolution. En prennant moins de lettres, il ſeroit bien plus aiſé, mais cauſeroit incertitude en la ſolution. Mais d'autant que ceci a eſté dit ſimplement ſans demonſtration, nous ferons la declaration des raiſons.

De la quantité des lettres qu'on doit donner au raid, en cerchant les termes incognus d'un triangle.

POur donner doncques au raid en tous exemples occurtens ſa duë quantité de lettres, il faut ſçavoir que chaque moindre partition du raid, doit au plus pres eſtre egale à chaque moinde partition du quart du cercle avec laquelle on ſe propoſe de vouloir compter: Ou ſi le principal but tendoit aux lignes droites, qu'alors chaque moindre partition du quart du cercle, doit au plus pres eſtre egale à chaque moindre partition du raid, avec lequel on ſe propoſe de vouloir compter. Pour lequel declaret par exemple, ſoit le deſſein de ne point vouloir compter avec moindres partitions du quart du cercle que ①, comme il advient le plus ſouvent és comptes vulgaires: La demande eſt, quel nombre, ou combien de lettres on donnera au raid? Pour le ſçavoir, je voy combien de primes comprend le quart du cercle, ſe trouve 60 fois 90, qui eſt 5400 ①. Apres je dis, 11 donne 7, (en telle raiſon eſt fort pres l'arc du quart du cercle au raid, ſelon la demonſtration d'Archimede) combien 5400? Vient 3436. Parquoy le raid departi en 3436 partitions egales, chacune d'icelles ſera bien pres egale avec chaque partie du quart du cercle parti en 5400: Or afin de prendre pour le raid les lettres qui à ce nombre ſont les plus pres & majeurs, il faut qu'apertement ce ſoit 10000: Tellement que ceci eſt un nombre convenable du raid, avec lequel on peut operer juſques à ptimes du quart du cercle.

Mais ſi le deſſein eſtoit de vouloir avoir aſſeurance juſques au ②, la procedure eſt comme deſſus: Toutesfois nous le deſcrirons auſſi comme s'enſuit. Le quart d'un cercle à 324000 ②, avec icelles je dis, 11 donne 7, combien 324000? Vient 206182. Pource le raid parti en autant de parties, chacune d'icelles ſera bien pres egale à chaque portion du quart d'un cercle departi en 324000. Or afin de prendre maintenant pour le raid les lettres qui à ce nombre ſont les plus pres & majeurs, il faut que ce ſoit apertement 1000000. Tellement que ceci eſt un nombre convenable du raid, avec lequel on peut operer juſques à ② du quart d'un cercle.

Soit tiercement le deſſein de vouloir avoir aſſeurance juſques à ③: Je trouve que le quart d'un cercle a 19440000 ③, avec iceux je dis, 11 donne 7, combien 19440000? Vient 12370909. Pource le raid parti en autant de parties, chacune d'icelles ſera bien pres egale à chaque partie du quart d'un cercle parti en 19440000. Or afin de prendre pour le raid les lettres qui à ce nombre ſont les plus ptes & majeurs, il faut que ce ſoit apertement 1000000000, mais le plus grand de la table n'eſt que de 10000000. Toutesfois en l'operation avec troiſieſmes on s'en pourroit aider, car combien que chaque portion du raid ſoit preſque double, à chaque portion du quart d'un cercle, ſi le faut il eſtimer ici pour petit different. Mais pour operer avec ces tables, dont le raid eſt 10000000, en quartes, le different ſeroit trop grand pour avoir ſuffiſante aſſeutance, car ſuivant la ſuſdite teigle, il faudroit avoir le raid de 1000000000.

Il eſt aſſez notoire, par le contraire de ce que nous avons dit juſques ici, comment au raid des parties de petiteſſe requiſe, on prendra des parties de degrez du quart d'un cercle ſelon ce qu'il appartient.

Nous avons parlé juſques ici ſans demonſtration: Mais pour en declaret par exemple les raiſons, ſoit A B C D un rectangle plat, dont le coſté A B ſoit meſuré avec des verges, comme la plus petite meſure, & ſoit trouvé de 12 verges, quant à la moitié ou tiers d'une verge qu'il y pourroit avoir plus ou moins, l'on n'en tient ici point de compte, veu que la verge par le poſé, eſt la plus petite meſure dont on ſe ſert: Mais le coſté A D ſe meſute, je prens, plus juſtement, comme juſques aux poulces, dont les 144 font une verge, & ſe trouve de 30 verges 1 poulce, qui eſt $30\frac{1}{144}$ verges: Maintenant ſuivant ce donné, le plan ſe trouve de $360\frac{1}{12}$ verges, Mais delaiſſant le rompu de $\frac{1}{144}$, le plan ſe trouve alors de 360 verges, laquelle ſolution differe ſeulement de la premiere $\frac{1}{12}$. Eſtant ceci entendu, je dis qu'il n'eſt point neceſſaire qu'on meſure A D ſi pres, ſi on ne meſure auſſi A B ſemblablement ainſi; car poſé que A B face $\frac{5}{8}$ verge plus ou moins que 12 (ce qui peut advenir couvertement, d'autant qu'on n'en tient point de compte) le plat ſera de 375 $\frac{24}{288}$, ou 345 $\frac{232}{288}$, qui eſt de 15 plus ou moins que la premiere ſolution, pource que ſert-il par grands & penibles comptes, de trouver $\frac{1}{12}$ davantage, là où couvertement il monte 15 plus ou moins? Par ceci on entend les raiſons, pourquoy la plus petite partition de l'un & de l'autre coſté, comme A B & A D, au plus pres doit convenir Et conſequemment les raiſons, pourquoy les plus petites partitions de l'arc & du raid, à peu pres doivent eſtre de meſme grandeur, veu qu'en l'operation leurs parties ſe multiplient enſemble, comme ci deſſus A B avec A D.

1 *Exemple du 1 triangle de ceſte qualité.*

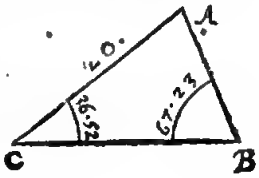
Le donné. Soit A B C un triangle plat, dont l'angle C fait 36 deg. 52 ①, & B 67 deg. 23 ①, & le coſté A C 20.

Le requis. Il faut trouver le troiſieſme angle A, & les autres deux coſtez A B, B C.

CONSTRUCTION.

Invention de l'angle A.

Veu qu'il y a deux angles cognus B, C, l'angle A ſe trouve par le 3 propoſition de 75 degr. 45.



Invention du coſté AB.

Sinus de l'angle dextre B	9231.
Donne ſinos de l'angle ſeneſtre C	6000.
Combien le coſté ſeneſtre AC	20?
Vient pour le coſté requis AB	$12\frac{93\,28}{95\,31}$.

Invention du coſté BC.

Premierement je cerche l'angle A, & le trouve par la 3 propoſition de	75 deg 45.
Apres je tourne AB deſſous comme baſe, diſant: Sinus de l'angle ſeneſtre B	9231.
Donne le ſinus de l'angle dextre A	9692.
Combien AC coſté dextre	20?
Vient pour le coſté requis BC	$20\frac{9220}{9211}$.

Demonstration.

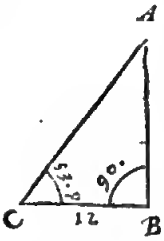
L'invention de l'angle A, eſt notoire par la conſtruction, & des deux coſtez AB, BC, eſt fondée ſur la premiere propoſition.

2 Exemple du 2 triangle de ceſte qualité.

Je trouve le troiſieſme angle par la 3 propoſition, & alors j'ay un triangle de la qualité du premier exemple, à ſçavoir avec deux angles cognus, & un coſté cogou à l'oppoſite d'un des angles cognus, avec lequel ſe trouvent les termes incognus requis, ſelon la maniere d'icelui premier exemple.

3 Exemple du 3 triangle de ceſte qualité.

Le donné. Soit ABC un triangle plat, dont l'angle B eſt droit, C de 53 degr. 8 ①, & le coſté entre deux BC 12.



Le requis. Il faut trouver le troiſieſme angle A, & les autres deux coſtez AB, AC.

Conſtruction.

Invention de l'angle A.

Veu qu'il y a deux angles B, C, cognus, l'angle A ſe trouve par la 3 propoſition de 36 deg 52.

Invention du coſté rectangulaire AB.

Sinus du rectangle	10000.
Donne tangente de l'angle oblique donné	13335.
Combien CB	12?
Vient pour la requiſe AB	$16\frac{3}{1000}$.

Invention de l'hypotenuſe AC.

Sinus du rectangle	10000.
Donne ſecante de l'angle oblique donné	16668.
Combien CB	12?
Vient pour la requiſe AC	$20\frac{16}{10000}$.

Conſequence.

Si quelque coſté d'un rectangle, comme par exemple BC, faiſoit 10000, ainſi qu'aux comptes des cours celeſtes advient ſouvent, il eſt notoire que AB & AC ſe trouvent ſans qu'il faille faire aucun grand compre de multiplication, ou diviſion. Car la tangente de l'angle C, laquelle ſe trouve aux tables de 13335, eſt pour AB, & la ſecante du meſme angle faiſant 16668 eſt pour AC.

Notez.

D'autant que quelqu'un pourroit penſer, pourquoy on ne cerche pas ici ceſte AB par la meſme reigle genetale du 1 exemple, nous en declarerons la raiſon: Laquelle eſt, qu'ainſi par une multiplication on trouve le requis, là où autrement joignant la multiplicatioo, il faut faire uoe diviſion, ce qui contre noſtre deſſeing, ne ſeroit pas le plus court chemio.

Demonstration.

Si on prend CB pour raid du cercle ſaiſant 10000, & AB pour ſa tangente (pource que ſon angle C eſt de 52 degr. 8 ①) elle ſera 13335: Parquoi diſant CB 10000, qui eſt auſſi ſinus du rectangle, donne AB 13335, combieo CB 12? ce qui en vieot, à ſçavoir $16\frac{3}{1000}$, il faut qu'il ſoit pour AB, en telles parties que BC en fait 12. *Concluſion.* Eſtant doncques cognus du triangle plat deux angles & un coſté, oous avons trouvé le troiſieſme angle, & les autres deux coſtez, ſelon le requis.

Notez.

De trois termes incognus d'un triangle, eſtant un ou deux trouvez, oo eo a quatre ou cinq cogous, tellerne ot que les trois cognus, par leſquels on cerche un autre incognu, ſe peuveot preodre alors en diverſes manieres: Mais veu qu'en la practique bien ſouvent on ne deſire qu'un terme, nous deſcrirons par tout, tant és triangles ſpheriques que plats, l'invention de chaque terme requis, tout ainſi que s'il n'y avoit que les trois doooez cognus, afio qu'en l'imitation on aye touſiours un exemple, comment on trouveta chaque terme requis.

Probleme. III. Propoſition. V.

Eſtant cognus d'un triangle plat un angle & deux coſtez, comprenant un angle incognu: Trouver le troiſieſme coſté, & les autres deux angles.

Les trois termes eognus, dit en general, ſoot de teſte qualité.

1. Note.

LA teigle generale des opetations eſt telle: On met le coſté incognu comme baſe, & ſoit qu'on deſire l'angle d'enhaut, ou troiſieſme coſté, on cerche premierement l'angle dextre, ou ſeneſtre, qui eſt incognu, diſant (ſi l'angle dextre eſtoit incognu) coſté dextre, donne coſté ſeneſtre, combien le ſinus de l'angle ſeneſtre? ce qui en vient eſt pour le ſinus de l'angle dextre, dont l'arc declare la grandeur d'icelui angle dextre: Mais ſi le nombre du ſuſdit ſinus qui ſe trouve en la table, doit eſtre pour un angle aigu, ou pour ſon complement de demicercle, qui eſt un angle obtus, cela en aucuns exemples eſt certain, en aucuns point: Tellement qu'eſtant incogou ſi l'angle dextre eſt aigu ou obtus, il y a deux ſolutions. Mais pour diſcerner les triangles de ſimple ou double ſolution, nous deſcrirons les deux reigles ſuivantes.

Des

Des deux reigles generales des triangles de ceſte propoſition.

I. Reigle.

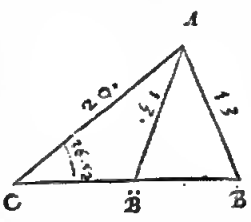
Si le coſté cognu touchant l'angle cognu, eſtoit plus grand que l'autre cognu, & que l'angle incognu touchant le coſté incognu, eſtoit par l'operation trouvé oblique, il y aura deux ſolutions.

II. Reigle.

Tous les autres triangles de ceſte propoſition n'ont qu'une concluſion.

Declaration.

Soit A B C un triangle plat, dont l'angle C fait 36 degt. 52 ①, le coſté A C 20, & A B 13, ce qui eſt un triangle de la qualité de la premiere reigle: En icelui on voit deux fois la lettre B, l'une avec un poinct deſſus comme B̈: L'autre avec deux poincts de ceſte façon B̈, ce qui ſe fait à telle fin: Il eſt notoire que les trois termes cognus du triangle A B̈ C, ſont egaux avec les trois termes cognus du triangle A B̄ C: Mais les trois termes incognus d'un triangle, ſont inegaux avec les trois incognus de l'autre. Pource ſi quelqu'un ſans voir un triangle, diſoit ainſi: A B C eſt un triangle, dont l'angle C fait 36 deg. 52. le coſté A C 20, & B̈ C 13. La demande eſt, de quelle grandeur ſont les trois termes incognus? Il eſt notoire qu'il eſt incertain ſi l'imagination du propoſant tend au triangle A B̄ C, ou au triangle A B̈ C. Voire encores que le triangle fuſt viſiblement marqué, ſi peut il advenir neantmoins, que le plus petit coſté A B cognu, approche ſi pres du rectangle, que par la veuë on ne peut juger s'il tend l'angle A B C aigu ou obtus. Et poſé que la veuë le pourroit diſcernet, encore n'eſt il point neceſſaire, que l'angle eſtant marqué obtus, le ſoit pourtant en effect, car ſouvent les circonſtances requerent le contraire, parce que quelquefois d'autres lignes ou grandeurs, pour eſtre à autres proportionnelles, ſeroyent trop inviſibles, comme ſouvent on le voit advenir aux propoſitions mathematiques. Ceci doncques eſt la raiſon pourquoi nous rencontrons des triangles avec double ſolution: Toutesfois s'il eſtoit expreſſement dit, ou qu'on ſçeuſt, comme advient ſouvẽt en la practique, que l'angle B fuſt aigu ou obtus, il n'y auroit alors qu'une ſolution. Juſques ici nous avons dit de la premiere reigle. Touchant la ſeconde, elle contient, que tous les autres triangles de ceſte propoſition n'ont qu'une ſolution: Les autres triangles ſont tels:



Premierement quand A C eſt plus grand que A B, & que joignant cela il eſt declaré que l'angle B eſt obtus.

Secondement quand A C eſt plus grand que A B, & que joignant cela il eſt declaré que l'angle B eſt aigu.

Tiercement que combien A C eſtant plus grand que A B, neantmoins l'angle B ſe trouve droit par la conſtruction.

Au quatrieſme quand A C eſt egal avec A B, car alors l'angle B eſt egal avec C.

Au cinquieſme quand A C eſt plus petit que A B, car alors l'angle B eſt aigu. Tous leſquels n'ont qu'une ſolution.

2. Note.

Il faut ſçavoir que pour avoir un exemple imitable à un triangle donné de la qualité de ceſte propoſition, on regarde s'il eſt de la premiere reigle; eſtant d'icelle, on ſuyvra le premier exemple deſcrit ci deſſous: mais n'en eſtant point, alors le ſecond exemple.

1. *Exemple du triangle de la qualité de la premiere reigle.*

Le donné. Soit A B C ci deſſus un triangle plat, dont l'angle C fait comme il y a eſté dit 36 deg. 52 ①, le coſté A C 20, A B 13, & ce ci ſans dire ſi l'angle B eſt aigu ou obtus: Ou autrement ſans qu'il ſoit declaré ſi l'intention tend ſur le triangle A B̄ C, ou A B̈ C. *Le requis.* Il faut trouver le troiſieſme coſté B C, & les autres deux angles A B C, C A B.

1. Operation ſur la premiere ſolution.

Je voy premierement que le coſté A C touchant l'angle cognu, eſt plus grand que le coſté A B, par où il peut eſtre de double ou ſeulement de ſimple ſolution: Pour ſçavoir maintenant lequel ce ſera des deux, il me faut trouver premierement l'angle A B C, comme s'enſuit.

Invention de l'angle A B C.

Le coſté dextre A B	13.
Donne coſté ſeneſtre A C	20.
Combien le ſinus de l'angle ſeneſtre C	6000.
Vient ſinus	9231.
Lequel n'eſtant point ſinus du rectangle, le triangle ſera de double ſolution. Soit donc que du cõmencement l'intention ait eſté ſur le triangle A B̄ C, s'enſuit que le ſuſdit ſinus 9231 ſera pour l'angle aigu requis B̄, dont l'are comme 1 ſolution eſt de	67 deg. 23.

Invention de l'angle C A B̄.

Je trouve premierement l'angle B̄ comme deſſus de	67 deg. 23.
A cela adjouſté l'angle C faiſant	36 deg. 52.
Vient	104 deg. 15.
Iceux ſouſtraits de	180 deg.
Reſte pour l'angle requis C A B̄ de la premiere ſolution	75 deg. 45.

Invention du coſté B C.

Je trouve premierement comme deſſus l'angle C A B̄ pour premiere ſolution de	75 deg. 45.
Puis apres je toutne A C comme baſe, & dis, ſinus de l'angle dextre C	6000.
Donne ſinus de l'angle ſeneſtre C A B̄	9693.
Combien le coſté ſeneſtre A B̄	13?
Vient pour le coſté requis B̄ C de la premiere ſolution	$21\frac{8}{6000}$.

2. Operation ſur la deuxieſme ſolution.

Invention de l'angle A B̈ C.

Je trouve premierement par la premiere operation de l'invention de l'angle ABC, l'angle B̄ de la premiere ſolution de	67 deg. 23.
Ieeux ſouſtraits de	180 deg.
Reſte pour l'angle requis A B̈ C de la ſeconde ſolution	112 deg. 37.

Invention de l'angle C A B̈.

Je trouve premierement par la premiere operation l'angle A B̈ C de la ſeconde ſolution, comme deſſus de	112 deg. 37.

Auquel adjouſté l'angle C de 36 deg. 52.
Vient 149 deg. 29.
Iceux ſouſtraits de 180 deg.
Reſte pour l'angle requis C A B de la deuxieſme ſolution 30 deg. 31.

Invention du coſté B C.

Je trouve premierement par la 2 operation l'angle C A B pour la ſeconde ſolution comme deſſus de 30 deg. 31.
Puis apres je tourne A C comme baſe, & dis, le ſinus de l'angle dextre C 6000
Donne ſinus de l'angle ſeneſtre C A B 5075
Combien le coſté ſeneſtre A B 132
Vient pour le coſté B C requis de la ſecoode ſolution $10\frac{3975}{6000}$

2. Exemple des triangles de la qualité de la 2. reigle.

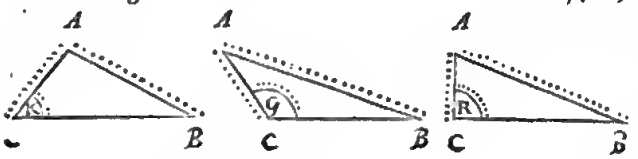
Si A C eſtoit plus grand que A B, & qu'avec cela l'angle B fuſt declaré eſtre obtus, on ſuit la ſuſdite ſeconde operation: En tous les autres triangles on ſuit la premiere operation: Entre leſquelles y a quelque brieſveté au triangle dont A C eſt egal à A B; car il faut qu'alors l'angle B, ſoit egal à l'angle C, ſans faire aucune autre inquiſition.

DEMONSTRATION.

La demonſtration de la premiere reigle eſt notoire par la declaration faite ſous icelle: Touchant la ſeconde teigle, laquelle comprend cinq certaines eſpeces de triangles, comme il a eſté dit, la demonſtration des quatre premieres d'icelles, qui eſt n'avoit qu'uoe ſolution, n'ont point beſoin de declaration comme eſtant aſſez notoire.

Mais pour demonſttet la cioquieſme eſpece, contenant, que quand A C eſt plus petit que A B, alors qu'il n'y a qu'une ſolurion avec B aigu: Soit A B C un triangle plat, ſelon le contenu de la 2 reigle, à ſçavoir dont le coſté A C eſt plus petit que A B, & l'angle C ſoit aigu, obtus, ou droit, comme il advient.

Le requis. Il faut demonſttet que l'angle B peut ſeulement eſtre aigu.



DEMONSTRATION.

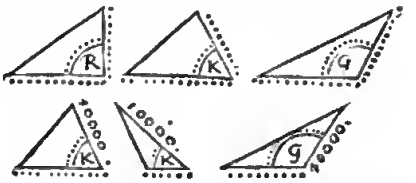
Si B eſtoit droit, ou obtus, il faudtoit que C fuſt encotes plus grand, pource que ſon coſté oppoſite eſt plus grand que le coſté oppoſite de B, & conſequemment trois angles A, B, C, ſeroyent plus grands que deux rectangles, ce qui eſtant impoſſible, B eſt ſeulement aigu Touchant la demonſttation des operations, elle eſt fondée par tout ſur la 1 & 3 ptopoſition.

Concluſion. Eſtant donc cognu d'un triangle plat, un angle & deux coſtez comprenant un angle incognu: Nous avons trouvé le troiſieſme coſté, & les deux auttes angles, ſelon le requis.

PROBLEME IV. PROPOSITION VI.

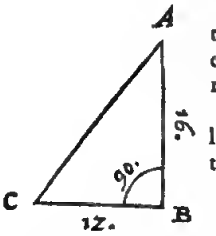
ESTant cognus d'un triangle plat deux coſtés comprenant un angle cognu: Trouver le troiſieſme coſté, & les autres deux angles.

Les trois termes cognus ſont de ceſte qualité:



Leſquels tecevans ſix diverſes façons d'opetations, nous mettrons de chacun un exemple particulier.

1. Exemple du premier triangle de ceſte qualité.



Le donné. Soit A B C un triangle plat, dont l'angle B eſt droit, & le coſté A B fait 16, B C 12.

Le requis. Il faut troover l'hypothenuſe A C, & les autres deux angles A, C.

CONSTRUCTION.

Invention de l'angle A.

Le coſté rectangulaire touchant l'angle requis, qui eſt ici A B 16.
Donne l'autre coſté du tectangle B C 12.
Combien le ſinus du rectangle 10000
Vient tangente 7500.
Son atc pour l'angle tequis A. 36 deg. 52.

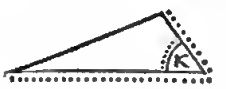
L'invention de l'angle C,

Eſt comme de l'angle A, ſuivant laquelle ſera trouvé de 53 deg. 8.

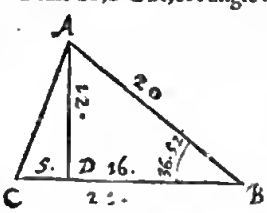
Invention de l'hypothenuſe A C.

Je trouve premierement, comme deſſus, un des angles obliques, qui ſoit A, de 36 deg. 52.
Puis je dis, Sinus de l'angle droit 10000.
Donne ſecante de 36 deg. 52 ① premier en l'ordre faiſant 12500.
Combien le coſté de l'angle droit touchant icelui angle A, qui eſt A B 16?
Vient pour l'hypotenuſe A C requiſe 20.

2. Exemple du 2 triangle de ceſte qualité.



Le donné. Soit A B C un triangle plat, dont le coſté A B fait 20, B C 21, & l angle B ſoit aigu de 36 deg. 52 ①.



Le requis. Il faut trouver le troiſieſme coſté A C, avec les autres deux angles C, & C A B.

Preparation. Je tire du bout du coſté cognu plus court, comme ici A B, ſur le coſté cogou le plus long B C, la perpendiculaire A D, laquelle neceſſairement,

ment, poutee que l'angle B eſt aigu, tombe dedans le triangle : Ce qui eſtant ainſi, A D B eſt un triangle rectangle, avec deux angles cognus, & un coſté cognu A B, lequel triangle eſtant de la qualité de la 4 propoſition, je trouve par icelle ſes deux coſtés A D, D B, à ſçavoir A D aſſez pres de 11.
Et B D de 16.
Iceux ſouſtraits de C B 21.
Reſte pour D C 5.

Ce qui eſtant ainſi, j'ay un triangle rectangle A D C, avec trois termes cognus, par leſquels on peut trouver les incognus requis, comme s'enſuit.

CONSTRVCTION.

Invention du coſté A C.

Premieremẽt ayant fait la preparation comme deſſus, & veu que le triangle A D C, a maintenaot trois termes cogous, à ſçavoir deux coſtez, comme A D 12, D C 5, & l'angle A D C droit, je trouve avec cela, par le 1 exemple de ceſte propoſition, l'hypotheuuſe A C, comme coſté requis de $12\frac{9228}{9218}$.

Invention de l'angle C.

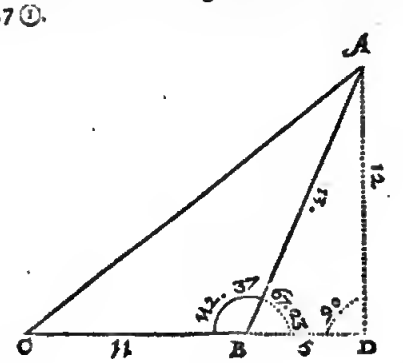
Premierement ayant fait la ptepatation, comme deſſus, & veu que le triangle A D C, a maintenant trois termes cognus, à ſçavoir deux coſtez, comme A D 12, D C 5, & l'angle A D C droit, je trouve avec cela par le 1 exemple de ceſte propoſition, l'angle requis C de 67 deg. 23.

Invention de l'angle C A B.

Premierement ayant fait la preparation, cõme deſſus, & veu que le triangle A D C, a maintenant trois termes cognus, à ſçavoir deux coſtez A D 12, D C 5, & l'aogle A D C droit, je trouve avec cela, par le 1 exemple de ceſte propoſition, l'angle C de 67 deg. 23.
A icelui adjouſté l'angle donné B faiſant 36 deg. 52.
Vient 104 deg. 15.
Iceux ſouſtraits de 180 deg.
Reſte pour l'angle requis C A B. 75 deg. 45.

3. Exemple du 3 triangle de ceſte qualité.

Le donné. Soit A B C un triangle plat, dont le coſté A B fait 13, B C 11, & l'angle A B C ſoit obtus de 112 deg. 37 ①.



Le requis. Il faut trouver le troiſieſme coſté A C, & les autres deux angles C, & C A B.

Preparation. Je tire d'un des angles incognus, une ligne perpendiculaire ſur ſon coſté oppoſite produit, comme ici de l'angle incognu C A B, la perpendiculaire A D, ſur la produite C B, laquelle perpendiculaire neceſſairement, pource que l'angle A B C eſt obtus, tombe hors du triangle. Puis apres je ſouſtrais l'angle A B C faiſant 112 deg. 37.
De 180 deg.
Reſte pour l'angle A B D 67 deg. 23.
Ce qui eſtant ainſi, A D B eſt un triangle rectangle, avec deux angles cognus, & un coſté cognu A B : Lequel triangle eſtant de la qualité de la 4 propoſition, je trouve pat icelle ſes deux coſtez A D, B D, à ſçavoir A D aſſez ptes de 12.
Et B D de 5.
Iceux adjouſtés à C B, faiſant pour le donné 11.
Vient pour D C 16.

Ce qui eſtant ainſi, j'ay maintenant un triangle rectangle A D C, & trois termes cognus avec leſquels on peut trouver les iocognus, comme s'enſuit.

CONSTRVCTION.

Invention du coſté A C.

Premietement ayant fait la preparation, comme deſſus, & veu que le triangle A D C a trois tetmes cognus, à ſçavoir deux coſtez comme A D 12, D C 16, & l'angle A D C droit, je trouve avec cela, par le 1 exemple de ceſte propoſition, l'hypotheouſe A C, comme coſté requis de 20.

Invention de l'angle C.

Premierement ayant fait la preparation, comme deſſus, & veu que l'angle A D C, a maintenant trois termes cognus, à ſçavoir deux coſtez, comme AD 12, DC 16, & l'angle A D C droit, je trouve avec cela par le 1 exemple de ceſte ptoposition l'angle requis C de 36 deg. 52.

Invention de l'angle C A B.

Premierement ayant fait la ptepatation, comme deſſus, &. veu que le triangle A D C, a maintenant trois termes cognus, à ſçavoir deux coſtez A D 12, D C 16, & l'angle A D C dtoit, je trouve avec cela par le 1 exemple de ceſte propoſition l'angle C de 36 deg. 52.
A iceux adjouſté l'angle B faiſant 112 deg. 37.
Vient 149 deg. 29.
Leſquels ſouſtraits de 180 deg.
Reſte pour l'aogle requis C A B. 30 deg. 31.

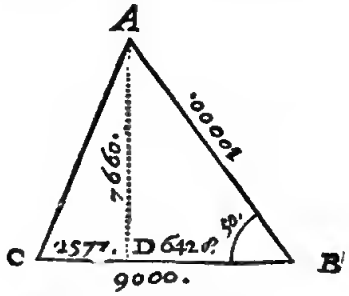
4. Exemple du 4 triangle de ceſte qualité.

Là precedente reigle eſt bien generale ſur tous triangles, tant de ceux qui ont un coſté cognu de ſinus du rectangle 10000, que d'autre nombre ; mais veu qu'avec 10000 il y a briefveté en la preparation, & que joignant cela, tels triangles ſe rencontrent ſouvent en

matiete d'Asttonomie, nons mettrons de ceste brieſveté des exemples particuliers.

Le donné. Soit A B C un triangle plat, dont le coſté A B 10000, B C 9000, & l'angle B 50 deg.

Le requis. Il faut trouvet le troſieſme coſté A C, & les autres deux angles C & C A B.



Preparation. Je tire de l'angle incognu qui touche le coſté de 10000, qui eſt de A, la perpendiculaire ſur ſon coſté oppoſé, laquelle ſi elle doit tombet dehors ou dedans le triangle, on le trouve ainſi: Le ſinus de l'arc de complement des donnez 50 deg. qui eſt ſinus de 40 deg. fait 6428, lequel nombre eſtant plus petit que du donné B C 9000, je tire la perpendiculaire A D dedans le triangle: Mais ſi le ſinus de l'arc de complement euſt eſté plus grand, elle y tomberoit dehors, & alors il ſaudroit ſuivre le 5 exemple deſcrit ci deſſous.

Doncques A D, tombant dedans A B, comme ſinus de l'angle D A B 40 deg. fait les ſuſdits	6428.
Iceux ſouſtraits de C B faiſant par le donné	9000.
Reſte pour D C	2572.
Et le ſinus des 50 degt. de B donné, fait pour A D	7660.

CONSTRVCTION.

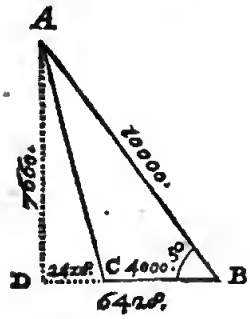
Ce que'ſtant ainſi, j'ay un ttiangle rectangle A D C, avec trois termes cognus, par leſquels on peut trouver les ineognus, ſelon la maniere de l'opetation du 2 exemple. Et ſuivant icelui, le coſté requis A C ſera trouvé de 8080.

L'angle tequis C de	71 deg. 26.
L'angle requis C A B de	58 deg. 34.

5. *Exemple du 5 triangle de ceſte qualité.*

Le donné. Soit A B C un ttiangle plat, dont le coſté A B 10000, B C 4000, & l'angle B 50 deg.

Le requis. Il faut trouver le ttoiſieſme coſté A C, & les autres deux angles A C B, & C A B.



Preparation. Je tire de l'angle ineognu qui touche le coſté de 10000, qui eſt A, une perpendieulaire ſur ſon coſté oppoſé B C, laquelle ſi elle tombe dehors ou dedans le triangle, on le trouve ainſi. Le ſinus de l'arc de complement des donnez 50 deg. qui eſt ſinus de 40 deg. fait 6428, lequel nombre eſtant plus grand que le donné B C 4000, je tire la pt rpendiculaire A D hors du triangle ſur la ptoduite B C: Mais ſi le ſinus de l'arc de complement euſt eſté plus petit, elle y tomberoit dedans, & alors il ſaudroit ſuivre le 4 exemple ſuſdit: Doneques A D tombant dehors, D B comme ſinus de l'angle D A B 40 deg. fait les ſuſdits 6428.

D'iceux ſouſtrait C B, faiſant par le donné	4000.
Reſte pour D C	2428.
Et le ſinus des donnez 50 degr. de B, fait pour A D	7660.

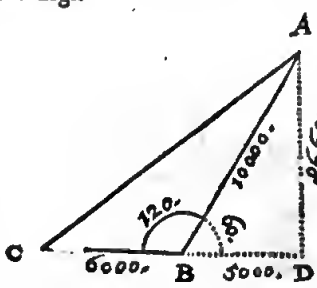
CONSTRVCTION.

Ce qu'eſtant ainſi, j'ay maintenant nn triangle rectangle A D B, avec trois termes cognus, par leſquels on peut trouvet les incognus, ſelon la maniere de l'operation du t exemple, & ſuivant ieelle, le coſté requis A C ſera trouvé de 8037.

L'angle A C D de	72 deg. 25.
Iceux ſouſtraits de	180 deg.
Reſte pour l'angle requis A C B	107 deg. 35.
Leſquels adjouſtez à l'angle donné B 50 deg. vient	157 deg. 35.
Iceux ſouſtraits de	180 deg.
Reſte pour l'angle requis C A B	22 deg. 25.

6. *Exemple du 6 triangle de ceſte qualité.*

Le donné. Soit A B C un triangle plat, dont le coſté A B 10000, B C 6000, & l'angle A B C obtus de 120 degr.



Le requis. Il faut trouver le coſté A C, & les autres deux angles C, & C A B.

Preparation. Je tire de l'angle incognu qui touche le coſté de 10000, qui eſt de A, une perpendiculaire A D, ſur ſon coſté C B oppoſite produit.

Puis apres je ſouſtrais l'angle donné A B C 120 deg.

De	180 deg.
Reſte pour l'angle A B D	60 deg.
Dont le ſinus pour ſon coſté oppoſite A D	8660.
Et l'angle A B D 60 deg. ttoiſieſme en l'ordre, ſouſtrait de 90 deg. teſte pour l'angle B A D	30 deg.
Dont le ſinus pour ſon coſté oppoſite B D	5000.
A icelui adjouſte le donné B C	6000.
Vient pour C D	11000.

CONSTRVCTION.

Ce qui eſtant ainſi, j'ay maintenant un triangle rectangle A D C, avec trois termes cognus, par leſquels on peut trouver les ineognus, ſelon la maniere de l'operation du 1 exemple, ſelon lequel, le coſté requis ſera tronvé de 13999.

L'angle requis C de	38 deg. 13.
L'angle C A D de	51 deg. 47.
D'iceux ſouſtrait D A B faiſant par le cinquieſme de l'otdre de la preparation	30 deg.
Reſte pour la requiſe C A B	21 deg. 47.

NOTEZ.

NOTEZ.

La ſuſdite briefveté qu'il y a au triangle ayant un coſté de 10000, au prix des autres triangles, leſquels en ce lieu ont un autre nombre, procede de ce que ceſte preparation ſe fait ſans multiplieation ou diviſion, au lieu que l'autre preparation a deux multiplications. Touchant ce que quelqu'un pourroit penſer que ceſte briefveté ſe fut bien monſtrée elle meſme, ſi en l'operation on euſt ſuivi la reigle genetale du 2 & 3 exemple, & qu'à cauſe de cela ceſte animadverſion de briefveté n'eſt point neceſſaire : On reſpond ci deſſus que cela eſt bien vray, quand on tire les perpendiculaires, comme il a eſté fait ici deſſus, d'un angle incognu qui touche le coſté de 10000, mais point quand on les tire de l'autre angle incognu. Tellement que ceſte briefveté requeroit ici la ſuſdite animadverſion.

DEMONSTRATION.

L'operation de l'invention de l'angle A au premier exemple, ſe demonſtre ainſi : Il apparoit en la forme de la 1 definition du 1 livre du traicté des triangles, que A B I eſt un triangle rectangle, dont le coſté A B, eſtant egal au ſinus du rectangle A E, alors le meſme A B ſe peut ptendre pour le ſinus du rectangle : par où eſt notoire que tel ſinus de rectangle avec ſa tangente, ſont deux coſtez de rectangle d'un ttiangle rectangle. Et par le contraire d'icelui, que tous deux coſtez d'un rectangle, ſe peuvent prendre, l'un pour ſinus d'un rectangle, l'autre pour ſa tangente : Pource ſoit A B en la forme du 1 exemple de ceſte propoſition, prins pour ſinus d'un rectangle, s'enſuit que B C eſt ſa tangenre : Toutesfois puis que les nombres 16 & 12, de ces deux lignes A B, B C, ne ſont point cenx ſur leſquels les tables ont eſté compoſees, mais ſeulement proportionels avec iceux, je dis ainſi : Faiſant A B 16. B C fait 12, que fera B C eſtant A B (comme aux tables) de 10000? Vient pour B C en la table des tangentes 7500.

Parquoy l'arc d'icelui, qui s'y trouve de 36 deg. 52 ①, eſt pour la grandeur de l'angle A, à l'oppoſite de la tangente B C. Et la ſuſdite conſtruction eſtant fondée là deſſus, s'enſuit que 36 deg. 52 ①, eſt la vraye grandeur de l'angle A. Semblable ſera auſſi la demonſtration de l'invention de l'angle C. Touchant la demonſtration de la reſte, elle eſt notoire par la conſtruction, & fondée principalement ſur la 1 ptopoſition. *Concluſion.* Eſtant donc cognus d'nn triangle plat deux coſtez comprenant un angle cognu, nous avons trouvé le troiſieſme coſté & les deux autres angles, ſelon le requis.

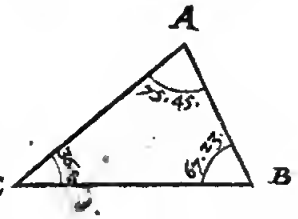
PROBLEME V. PROPOSITION VII.

ESTant cognus d'un triangle plat, les trois angles : Trouver les raiſons des trois coſtez.

Les trois termes cognus, dit en general, ſont de ceſte qualité.

Le donné. Soit A B C un triangle plat, dont l'angle A fait 75 deg. 45 ①, & B 76 deg. 23 ①, C 36 deg. 52 ①.

Le requis. Il faut trouver les raiſons des trois coſtez.



CONSTRVCTION.

Le ſinus de l'angle A eſt pour ſon coſté oppoſite B C 9692.
Le ſinus de l'angle B eſt pout ſon coſté oppoſite A C 9231.
Le ſinus de l'angle C eſt pout ſon coſté oppoſite A B 6000.
Parquoi comme 9692 à 9231, ainſi B C à A C, & ſemblablement des autres.

La demonſtration eſt notoire par la 1 propoſition de ce livre.

Concluſion. Eſtant donc cognus d'un triangle plat les trois angles, nous avons trouvé les raiſons des trois coſtez, ſelon le requis.

NOTEZ.

Encotes que ne ſetoient donnez que deux angles cognus, on pourroit trouver les taiſons de trois coſtez, car on trouve le troiſieſme angle par la 3 propoſition.

PROBLEME VI. PROPOSITION VIII.

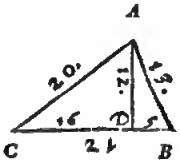
ESTant cognus d'un triangle plat les trois coſtez : Trouver les trois angles.

Les trois termes cognus, dit en general, ſont de ceſte qualité :

Le donné. Soit A B C un triangle plat, dont le coſté A B fait 13, B C 21, A C 20.

Le requis. Il faut trouver les trois angles BAC, B, & C.

Preparation. Je tire ſur le plus grand coſté des trois, qui eſt ici B C, la perpendiculaire A D, laquelle neceſſairement, ſoit que le triangle ait un angle obtus ou nõ, tombe dedans le triangle donné :



Puis apres je dis ainſi :

Le quarté du moindre coſté A B 13, eſt 169.
A cela le quarré du plus grand coſté B C 21 faiſant 441.
Font enſemble 610.
D'iceux ſouſtrair le quarté du coſté moyen A C 20 faiſant 400.
Reſte 210.
La moitié 105.
Icelle diviſée par le plus grand B C 21, vient pour B D 5.
Iceux ſouſtraits de B C 21, reſte pour D C 16.

Ce qui eſtant ainſi, j'ay maintenant deux triangles rectangles A D B, A D C, chacun avec trois termes cognus, par leſquels on trouve les incognus, comme s'enſuit:

CONSTRVCTION.

Invention de l'angle B.

Premietement ayant fait la preparation, comme deſſus, & veu que le triangle ADB a deux coſtez cognus A B 13, B D 5, & l'angle A D B dtoit, s'enſuit que je trouve par la 5 ptopoſition de ceſte, l'angle requis B de 67 deg. 23.

Invention de l'angle C.

Premietement ayant fait la preparation, cõme deſſus, & veu que le triangle A D C

a deux coſtez cognus A C, C D, & l'angle A D C droit, s'enſuit que je trouve par la 5 propoſition de ce livre l'angle requis C de 36 deg. 52.

Invention de l'angle C A B.

Premietement ayaot fait la preparation comme deſſus, & veu que le triangle A D B a deux coſtez cognus A B, B D, & l'angle A D B droit, s'enſuit que je trouve par la 5 propoſition de ce livre, l'angle requis D A B de 22 deg. 37.

Apres, veu que le triangle A D C, a deux coſtez cognus A C, C D, & l'angle A D C droit, s'enſuit que je trouve par la 5 propoſition de ce livre l'angle D A C de 53 deg. 8.

A iceux adjouſtez 22 deg. 37 ① premier en l'ordre, vient pour l'angle requis C A B 75 deg 45.

DEMONSTRATION.

Pour monſtrer premierement la preparation, je dis ainſi: Veu que [par la 13 prop. du 2 liv. d'Euclid.] les deux quarrez de A B, B C enſemble, ſont autant plus grands que le quarré de A C, que deux fois le rectangle comprins ſous B C & B D; Il s'enſuit que la moitié des ſuſdits 210 (ce que les deux quarrez de A B, B C, ſont enſemble plus grands que le quarré de A C) faiſant 105, eſt egale au rectangle une fois comprins ſous B C & B D. Parquoi le rectangle 105 diviſé par ſon coſté B C 21, il faut que le quotient 5 ſoit pour ſon autre coſté D B: Iceux ſouſtraits de B C 21, il faut que le reſte 16, ſoit pour C D, comme il ſe trouvoit en la prepatation. Quant à la demonſtration de l'operation, elle eſt notoire par l'operation meſme.

Concluſion. Eſtant donc cognus d'nn triangle plat les trois coſtez, nous avons trouvé les trois angles, ſelon le requis.

INDICE DES TRIANGLES PLATS.

QVi eſt une maniere de table, demonſtrant comment au precedent on trouvera des triangles, pour imiter l'operation d'iceux en un triangle propoſé, duquel on deſire cognoiſtre un terme ou termes incognus.

Veu que les precedentes reigles de l'operation, par leſquelles on cerche les termes incognus des triangles plats, ſont fort differentes, & que ce ſeroit choſe faſcheuſe de retenir le tout par memoire, nous deſcrirons ici une certaine maniere (pour obvier à icelle peioe) telle qu'à tout exemple occurrant, incontinent on trouvera au precedent un ſemblable, dont on peut imiter l'operation de poinct en poioct, ſans troubler l'eſprit d'aucunes de ces diverſitez; A celle Fin nous mettons la deſcripion ſuivante des ttiangles plats en façon de table: Dont puis apres nous declarerons l'uſage par exemple.

Indice des Triangles plats.

Page 12 3 Propoſition.

Page 13 1 Exemple de la 4 Propoſition.

Page 14 2 Exemple de la 4 Propoſition.

Page 14 3 Exemple de la 4 Propoſition.

Page 14 5 Propoſition. Liſés premierement en la 15 Page la NOTE, declarant quel membre il faut ſuivte.

Page 16 1 Exemple de la 6 Propoſition.

Page 16 2 Exemple de la 6 Propoſition.

Page 17 3 Exemple de la 6 Propoſition.

Page 17 4 Exemple de la 6 Propoſition.

Page 18 5 Exemple de la 6 Propoſition.

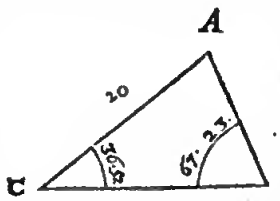
Page 18 6 Exemple de la 6 Propoſition.

Page 19 7 Ptopoſition.

Page 19 8 Propoſition.

L'uſage du precedent indice des triangles plats.

Soit à trouver un ou pluſieurs termes incognus de ce triangle A B C; Pour à quoi parvenir, je voy qu'il y a deux angles B, C cognus, avec le coſté A C à l'oppoſite d'un angle cognu: Parquoi je cerche en l'indice des ttiaogles un ſemblable triangle, & le trouve le deuxieſme en l'ordre, là où je voy qu'un ſemblable ſera trouvé en la 13 Page au 1 exemple de la 4 Propoſition: Parquoi imitant l'operatioo on vient au requis: & ainſi de tous autres.



Notez eneores que ſi en ce triangle ptopoſé n'euſt eſté cognu le coſté A C, mais A B, qui alors euſt auſſi eſté un triangle de ceſte eſpece: Cela advenant, au lieu du triangle propoſé, on peut marquer uo autre, comme il y a dedans le livre, & y appliquer telles lettres, ainſi qu'au triangle imitable, afin de ne point troubler l'eſprit avec diverſes lèttres de meſme ſignification.

ALB. GIRARD.

Ceux qui voudront ſuivre l'ordre que nous avons tenu en noſtre Trigonometrie imprimée avec les Tables en volume portatif, ne ſe voulans ſervir que des ſinus, trouveront les triangles plats compris ſous 3 accidens: mais voulans ſi ſervir des tangentes & ſecantes pour plus facile expedition & plus certaine, verront que je les comprens tous, en 4 accidens, beaucoup plus ſuccinctement que l'on n'a fait juſqu'à maintenant. ce qui ſoit dit, ſans meſpriſer perſonne.

APPLI-

APPLICATION DES POLYGONES PLATS.

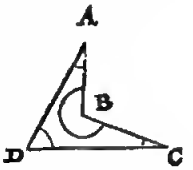
IVſques ici eſt deſcrite l'invention des termes incognus des triangles plats, & combien que par icelle ſe puiſſent trouver les termes incognus trouvables de tous plans rectilignes, à cauſe qu'on les peut partir en triangles, ou bien par addition les reduire en triangles, toutesfois la choſe requerant declaration, nous joindrons au precedent encores ceſte ſuivante deſcription, que nous appellons APPLICATION.

DEFINITIONS.

DEFINITION I.

NOus appellons angle revers, qui eſt plus grand que de 180 degrez.

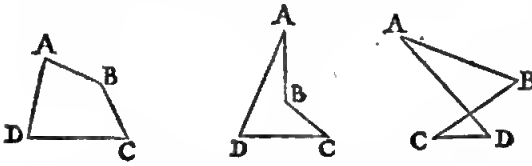
Vn tel angle ne peut eſtre au triangle, pource que ces trois angles ne font enſemble que 180 degrez: Mais bien en ceux qui ont plus de trois angles, comme en ce quadrangle ABCD, là où l'angle B eſtant plus grand que 180 deg. nous l'appellons angle revers. La cauſe du nom en eſt telle: Selon la couſtume ordinaire de parler, quelque choſe ſe dit eſtre en un angle, quand elle eſt aupres de la conjonction de deux lignes faiſant l'angle, & d'icelle part où elles inclinent l'une vers l'autre, & la grandeur de l'arc deſcrit vers icelle part, ſe dit la grandeur de ce meſme angle: Mais veu que nous rencontrons auſſi des operations avec des arcs qui ſont de l'autre part, ou de la part reverſe de l'angle ordinaire, eſtant plus grand que de 180 degr. nous appellons icelle plus grande ouverture de lignes, Angles revers.



DEFINITION II.

VN quadrangle ayant quatre angles ſans angle revers, & ſans coſtez coupans l'un l'autre, nous l'appellons quadrangle vulgaire: Mais ayant un angle revers, quadrangle d'angle revers: Et quand il a deux coſtez coupans l'un l'autre, quadrangle croiſé.

Entre quatre poincts ſe peuvent tirer quatre lignes de trois certaines ſortes, faiſant trois quadrangles divers, comme ci deſſous entre les quatre poincts A, B, C, D.



Le premier eſt ſelon la maniere vulgaire ſans angle revers, & ſans coſtez s'entrecoupans, que pourtant nous appellons quadrangle vulgaire. Le deuxieſme avec un angle revers, comme l'angle B, que nous appellons pour cela quadrangle d'angle revers. Le troiſieſme avec deux coſtez s'entrecoupans, ou croiſans, lequel à cauſe de cela nous appellons quadrangle croiſé. Et combien que le dernier, ſelon la vulgaire definition des quadrangles, ne ſemble point proprement un quadrangle, neantmoins nous l'appellons ici quadrangle, à cauſe des quatre angles A, B, C, D, & de la reigle generale qui en la doctrine en eſt de trois quadrangles, en l'invention des trois termes incognus, par les cinq cognus, deſquels ſera dit aux propoſitions ſuivantes.

Maintenant ſuivent les Propoſitions.

THEOREME I. PROPOSITION I.

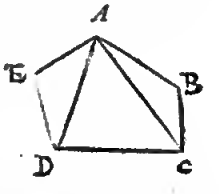
LEs angles d'un plan rectiligne, ſont egaux avec autant de rectangles doubles, comme il y a d'angles, deux moins.

Le ſens, dit en general, eſt tel: Poſé qu'il y ait quelque pentagone regulier ou irregulier, comme il advient, tous les angles d'icelui enſemble, ſont egaux à trois rectangles doubles, à ſçavoir autant d'angles qu'il y a en la figure donnée deux moins. Et ainſi faut il entendre que tous les angles d'un dixſept-angle, ſont egaux à 15 rectangles doubles, & d'un cinquant-angle à 48 rectangles doubles, & ainſi des autres juſques à l'infini. Ceci eſtant entendu, nous viendrons à la matiere.

Le donné. Soit ABCDE quelque figure rectiligne avec cinq angles. *Le requis.* Il faut demonſtrer que les cinq angles d'icelui, ſont egaux à trois rectangles doubles. *Preparation.* Je tire les deux lignes AC, AD, leſquelles partiſſent le pentagone en trois triangles, à ſçavoir ABC, ACD, ADE.

DEMONSTRATION.

Les trois angles du triangle ABC, ſont egaux à deux rectangles, ou ce qui eſt le meſme, à un rectangle double, (à quoy s'accorde auſſi ce theoreme, car les trois angles d'un triangle doivent eſtre egaux à un rectangle double, à ſçavoir à autant de rectangles doubles qu'il y a d'angles, deux moins) Or à ce rectangle double, comprins au triangle ABC, adjouſtez encores du triangle ACD les trois angles ACD, CAD, DAC, qui ſont auſſi egaux à un rectangle double, font enſemble deux rectangles doubles egaux aux quatre angles du quadrangle ABCD: Mainrenant à ces deux rectangles doubles comprins au quadrangle ABCD, adjouſtez encores du triangle ADE trois angles ADE, DEA, EAD, qui ſont auſſi egaux à un rectangle double, font enſemble trois rectangles doubles, egaux aux cinq angles de pentagone ABCDE.

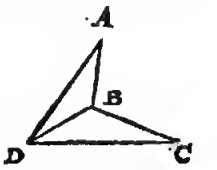


Autre exemple avec un angle revers.

Le donné. Soit ABCD un quadrangle revers, dont l'angle revers eſt ABC. *Le requis.* Il faut demonſtrer que ſes quatre angles comme A, ſon angle revers ABC, apres C, & ADC, ſont egaux enſemble à deux rectangles doubles. *Preparation.* Soit tirée la droite ligne DB.

DEMONSTRATION.

Les trois angles A, ABD, BDA, du triangle ABD, ſont egaux enſemble à un rectangle double, & ainſi auſſi les trois angles C, CBD, BDC, du triangle BCD: Parquoi les ſix angles des deux triangles ſont enſemble deux rectangles doubles: Mais les deux angles ABD, CBD, font enſemble l'angle revers ABC. Semblablement les deux angles BDA, BDC, font enſemble l'angle ADC: Parquoi les quatre angles comme A, l'angle revers ABC, C, & ADC, ſont enſemble egaux à deux rectangles doubles.



Concluſion. Les angles donc d'un plan rectiligne, ſont egaux

egaux avec autant de rectangles doubles, comme il y a d'angles, deux moins: ce qu'il nous falloit demonſtrer.

Probleme I. Proposition II.

Estant donnés d'un plan rectiligne tous les angles moins un: Trouver ceſt angle incognu.

Le donné. Soit ABCDE un pentagone, dont l'angle A fait 60 degr. l'angle revers B 280 degr. C 50 degr. D 80 deg. mais E eſt incognu.

Le requis. Il faut trouver l'angle E.

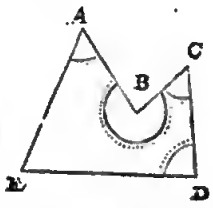
Construction.

Je ſouſtrais touſiours deux angles des angles de la figure donnée, laquelle eſt ici de cinq, reſte 3, par leſquels multipliez 180 deg. vient pour tous les angles 540 deg.

D'iceux ſouſtrait la ſomme de quatre angles cognus donnez montant à 470 deg.

Reſte pour l'angle requis E 70 deg.

Demonstration.



Veu que les cinq angles font enſemble 540 deg & d'iceux ſouſtraits les quatre angles cognus faiſans enſemble 470 degr. il faut donc que le reſte 70 deg. ſoit pour l'angle E.

2 *Exemple d'un quadrangle croisé.*

Le donné. Soit ABCD un quadrangle croiſé, dont la ligne AD coupe la ligne BC en E, & duquel les trois angles A, D, C, ſont cognus, à ſçavoir A de 30 deg. D 60 deg. & C 40 deg. mais B incognu.

Le requis. Il faut trouver l'angle B.

Construction.

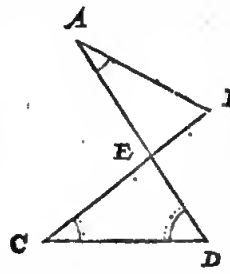
Les deux angles cognus qui tous deux ſont en un meſme triangle comme C & D, font enſemble par le donné 100 deg.

D'iceux ſouſtrait le troiſieſme angle cognu A de 30 deg.

Reſte pour l'angle requis B 70 deg.

Demonstration.

Les trois angles du triangle comme CED, font touſiours enſemble 180 deg. comme auſſi les trois angles du triangle AEB: Aptes, l'angle CED du triangle CED, eſt egal à l'angle AEB du triangle AEB: parquoi l'angle CED, ſouſtrait des trois aogles du triangle CED, & ſemblablement l'angle AEB, ſouſtrait des trois angles du triangle AEB, la paire d'angles C, D, demeure touſjours egale au pair d'angles A, B: Mais ces deux paires d'angles, eſtant touſiours egales, s'enſuit qoe ſouſtrait l'angle A, de la ſomme des deux angles C, D, comme en la conſtruction, qu'il faut que le reſte ſoit pour l'angle B.



Concluſion. Eſtant donc donnés d'un plan rectiligne tous les angles moins un, nous avons trouvé ceſt angle incognu, ſelon le requis.

Notez.

Nous viendrions maintenant à la choſe, à ſçavoir à l'invention des termes incognus de tous plans rectilignes donnez: Mais comme en la 6 propoſition des triangles plats, eſt demooſtré ſe pouvoir rencontrer une impoſſibilité, & qu'il n'y peut avoir ſolution ſur l'invention de trois coſtez incognus d'un triangle, ainſi ſe rencontrent pluſieurs autres impoſſibilitez aux plans avec plus de coſtez, leſquelles nous deſcrirons premierement és trois theoremes ſuivans.

Theoreme II. Proposition III.

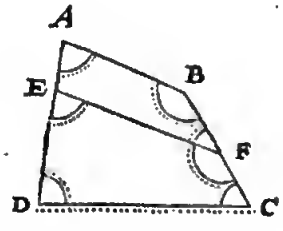
Vn plan rectiligne ayant trois coſtez incognus, & les autres termes eſtant cognus: par iceux on ne peut trouver les trois coſtez incognus.

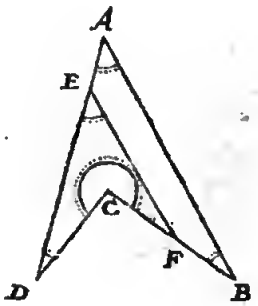
En la deuxieſme propoſition des triangles plats, a eſté demonſtré ceſte propoſition eſtre telle au triangle: Mais qu'elle eſt ainſi en tous plans rectiligoes, nous le demonſtrerons maintenant.

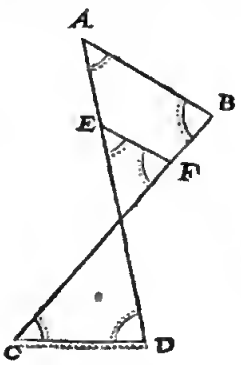
1 *Exemple d'un quadrangle.*

Le donné. Soit ABCD un quadrangle en trois ſortes, le premier vulgaire, le deuxieſme d'angle revets, le troiſieſme croiſé, dont les quatre angles ſont cognus, avec un coſté, je prens CD: mais les autres trois coſtez, comme AB, BC, AD, incognus.

Le requis. Il faut demooſtrer, que par iceux on ne peut trouver les trois coſtez incognus. *Preparaton.* Soit tirée une parallele avec un des coſtez, comme EF parallele avec AB, eſtant E en AD, & F eo BC.



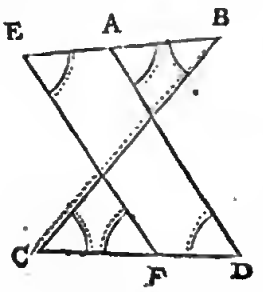




Demonstration.

L'angle DEF eſt egal à l'angle DAB, & CFE à l'angle CBA, tellement que les nombres donnez, quand il y en a aucuns, des deux angles DAB, CBA, ſervent

ſervent auſſi pour les deux angles DEF, CFE, & ainſi les cinq nombres donnez des cinq termes cognus, ſerviront auſſi bien pour le quadrangle EFCD, que pour le quadrangle ABCD, & pour d'autres quadrangles infinis de telle qualité, par lequel eſt notoire, qu'on n'en peut donner certaine ſolution.



Mais ſi l'une des lignes s'entrecoiſantes eſt cognuë, comme ici CB, avec tous les angles, mais les autres trois lignes incognuës: Je tire EF parallele avec AD, & alors ſervent tous les nombres donnez des termes cognus, tant pour le quadrangle croiſé EBCF, & pour infinis autres ſemblables, que pour le quadrangle croiſé ABCD.

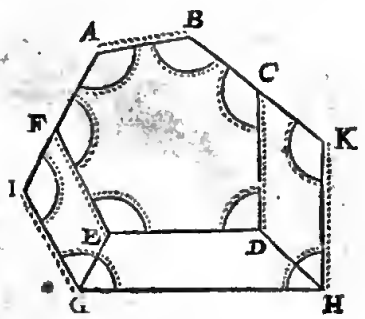
2 *Exemple d'un plan rectiligne comme il adviendra.*

Le donné. Soit ABCDEF un hexagone avec trois coſtez incognus BC, DE, FA, mais tout le reſte des termes cognus. *Le requis.* Il faut demonſtrer que par iceux on ne peut trouver les trois coſtez iocognus.

Preparation. Veu qu'il eſt poſſible de faire d'autres hexagones, dont les termes cognus ſoient egaux aux termes cognus donnez, mais les ineognus inegaux avec les ineognus donnez, oous marquerons donc un tel hexagone comme s'enſuit: Je tire quelque parallele infinie avec ED, comme GH, apres je ptoduis AF en iofioi vers I, & BC en infini vers K, & de E juſques en l'infinie GH la ligne EG parallele avec FI, & GI egale & parallele avec EF. Apres de D juſques en l'infinie GH, la ligne DH parallele avec CK, & HK egale & parallele avec DC.

DEMONSTRATION.

Nous avons ici deux hexagones, l'un ABCDEF, & l'autre ABKHGI, tellement que les termes cognus de l'un, ſont egaux aux termes cognus de l'autre; car A & B ſont deux angles cognus à l'un & à l'autre hexagone, apres les angles BCD, CDE, DEF, EFA, ſont par ordre egaux avec CKH, KHG, HGI, GIA, pour la parallelité de CD avec KH, & DE avec HG, & EF avec GI. Touchant le coſté cognu AB, il eſt commun de l'un & de l'autre hexagone, KH eſt egal avec CD, & GI avec EF, pource que CKHD & EFGI ſont quadrangles parallels par la preparation. Quant aux trois termes incognus BK, HG, IA, ils ſont inegaux avec les trois termes incognus donnez BC, DE, FA, & manifeſtement plus grands qu'iceux, d'où il appert que de cela on ne peut donner certaine ſolution. Et ſemblable ſera auſſi la demonſtration en tous plans rectilignes.

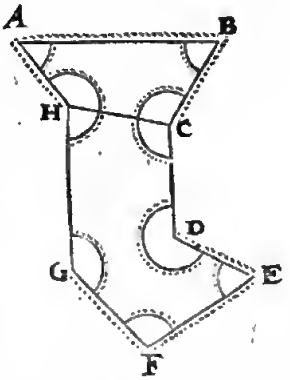


Concluſion. Vn plan rectiligne donc ayant trois coſtez iocognus, & toos les autres termes eſtant cognus, par iceux on ne peut trouver les trois coſtez incognus: ce qu'il falloit demooſtrer.

THEOREME III. PROPOSITION IV.

SI un plan rectiligne avoit deux coſtez parallels incognus, & le reſte des termes cognus: par iceux on ne peut trouver les deux coſtez incognus.

Le donné. Soit ABCDEFGH un octogone rectiligne avec deux coſtez parallels incognus, comme CD, HG, mais tout le reſte des termes cognus. Quant à la raiſon, par laquelle on ſçait ſi les deux lignes CD, GH, ſont paralleles ou non, elle conſiſte en ceci: Quand oo tire la ligne HC ou GD, ſoit HC, & qu'on trouve que les angles GHC, DCH, ſont enſemble 180 degr. (ce qui eſt notoire ou par les angles donnez, oo ſe eognoit par la ſuivante propoſition) elles ſont paralleles, mais ces deux angles montant plus ou moins, elles ne ſont point paralleles.



Le requis. Il faut demonſtrer, qu'on ne peut trouver les deux coſtez incognus CD, HG.

DEMONSTRATION.

En eas qu'on allonge ou accourciſſe egalement les deux coſtez incognus CD, HG, tous les termes incognus demeurent manifeſtement les meſmes, & par ainſi leurs nombres donnez, quand il en y a aucuns, ſerviroot auſſi bien pour la figure changée, que pour ceſte-ci donnée: Par où eſt noroire qu'il ne s'en peut donner ſolution certaine. Il eſt auſſi aſſez manifeſte par ceſt exemple que la reigle eſt generale ſur tous plans rectilignes.

Concluſion. Si doneques un plan rectiligne, avoit deux coſtez parallels iueognus, & le reſte des termes cognus, par iceux on ne peut trouver les deux coſtez incognus: ce qu'il falloit demonſtrer.

THEOREME IV. PROPOSITION V.

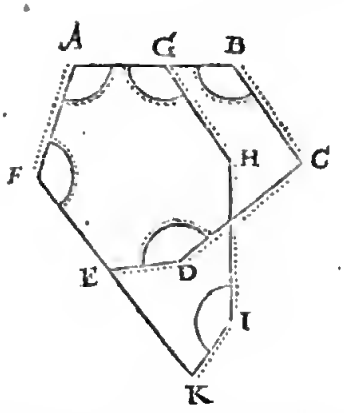
EStant plus des trois termes incognus en un plan rectiligne, on ne les peut trouver par tous les autres cognus, excepté un angle incognu, quand tous les autres angles ſont cognus.

Si entre les termes iocognus, eſtant en nombre plus de trois, je prens quatre, il y avoit un angle & trois coſtez, il eſt bieo vray que tel angle ſe peut trouver par la 2 propoſitioo de ceſte Application, mais point les autres trois termes par la 3 propoſition. Mais entre les quatre termes incognus eſtant deux, trois, ou quatre angles, nul de tous, auſſi bieo coſtez que angles ſe peuvent trouver: ce que nous demonſtrerons.

Le donné. Soit ABCDEF un hexagooe, ayant quatre termes iocognus, comme deux angles ineognus C, & DEF, avec deux coſtez ineognus AB, EF, mais tout le reſte des termes eognus.

Le requis. Il faut demonſtrer qu'on ne peut trouver ces quatre termes incognus.

Preparation. Veu qu'il eſt poſſible de faire d'autres hexa-



hexagones, dont les termes cognus ſont egaux aux donnez cognus, mais les incognus inegaux aux donnez ineognus, ſoit entre l'infinie quantité de divers hexagones qu'on peut faire ainſi, A G H I K F un tel hexagone, où A G eſt partie de A B, & G H egale & parallele avec B C, apres H I egale à C D, mais ayant l'angle H inegal avec C, & ainſi que I K eſtant auſſi egale avec D E, aye l'angle I egal à D, & K inegal avec D E F, vienne juſques à la produite F E: ce qui eſtant ainſi, tous les termes cognus de l'hexagone A G H I K F, ſont egaux avec les termes cognus de l'hexagone A B C D E F, mais tous ſes termes incognus, ſont inegaux avec les autres incognus.

DEMONSTRATION.

Veu que les termes cognus de l'hexagone AGHIKF, ſont egaux avec les termes cognus de l'hexagone A B C D E F: les nombres donnez, quand il y en a aucuns, ſerviront auſſi bien pour l'une que pour l'autre figure, & pour infinis autres hexagones de telle qualité, par où il eſt notoire, que de cela ne ſe peut donner certaine ſolution. Et par ceſt exemple de deux angles & deux coſtez incognus en l'hexagone, eſt aſſez notoire la generale reigle de trois angles incognus & un coſté, & de quatre angles ineognus, & cela en tout plan rectiligne. Apres, veu que quatre termes incognus ne ſe peuvent trouver, à plus forte raiſon plus de quatre termes ineognus ne ſe trouveront point.

Concluſion. Eſtant doncques plus de trois tetmes incognus en un plan rectiligne, on ne les peut trouver par tous les autres cognus, excepté un angle incognu, quand tous les autres angles ſont cognus: ce qu'il falloit demonſtrer.

PROBLEME II. PROPOSITION VI.

ESTant donné un quadrangle plat, avec cinq termes cognus, & trois incognus, n'eſtant point tous de lignes, n'y ayant deux coſtez parallels incognus: Trouver les trois termes incognus.

La raiſon pourquoi en ceſte 6 & 7 propoſition ſuivante, ne peuvent manquer au plus que trois termes incognus, n'eſtant point tous lignes, n'y ayant deux coſtez parallels, eſt notoire par la 3, 4, & 5 propoſition: Ce qui eſtant entendu nous viendrons à la choſe.

Les cinq termes cognus & trois ineognus peuvent eſtre de huict diverſes façons, telles qu'avec les quadrangles A B C D ci joincts ils ſont declarez, contenant les trois eſpeces comme vulgaire, d'angle revers, & quadrangle croiſé, de chacun huict figures.

Les premiers trois quadrangles ſont avec trois angles ineognus A, A B C, A D C, les autres cinq termes cognus.

Les deuxieſmes avec deux angles incognus A, A B C, & un coſté incognu A B, entre deux, les autres cinq termes cognus.

Les troiſieſmes avec deux angles ineognus A, A B C, & un coſté cognu A D, entre un angle cognu, & un angle incognu, les autres cinq termes cognus.

Le quatrieſmes avec un angle iucognu A, entre deux coſtez incognus, les autres cinq termes cognus.

Les cinquieſmes avec deux coſtez incognus A B, A D, comprenant un angle cognu A, à l'oppoſite de l'angle incognu C, & cinq termes cognus.

Les ſixieſmes avec deux coſtez incognus A B, A D, comprenant un angle cognu A, joignant l'angle incognu B, & cinq termes cognus.

Les ſeptieſmes avec deux coſtez incognus A B, D C, à l'oppoſite l'un de l'autre, l'un comme A B, entre un angle cognu A, & un angle incognu A B C, l'autre comme D C, entre deux angles cognus, & cinq termes cognus.

Les huictieſmes avec un coſté incognu D C, à l'oppoſite de deux angles incognus A, A B C, & les autres cinq termes cognus.

De tous leſquels nous deſcrirons trois exemples.

NOTEZ.

Nous prenons en toutes ces figures ci joinctes, tous les angles, excepté B du quadrangle vulgaire, & l'angle revers B, eſtre aigus: Et combien que les angles obtus pourroient en la conſtruction cauſer quelque changement de certaine addition, où il ſe fait ainſi ſouſtraction, & au contraire: Combien qu'auſſi les rectangles donnez cauſent briefveté en la conſtruction: Toutesfois veu qu'il ſeroit moleſte de deſcrire toutes les diverſitez qui y peuvent advenir, & que telle addition, ou ſouſtraction, ou briefveté, ſe monſtre aſſez clairement en la conſtruction, nous prenons tels changemens par ces trois exemples avec tels angles aigus, pour aſſez notoires.

ALB. GIRARD.

Les 4, 5, & 6 figures ne ſont qu'un meſme accident, car ce ſont deux coſtez cognus prochains, & 3 angles, parquoy il y en a 2 trop, & neantmoins on en delaiſſe un, comme 3 coſtez & deux angles oppoſites donnez; ainſi n'y a que 7, ou pluſtoſt 21 cas, ſelon qu'on peut voir en mes tables des Sinus.

Quant aux preparations en chacun des trois ſuivants exemples, les reigles deſcrites ſont generales en leurs eſpeces ſur toute figure, d'autant plus avec des angles obtus, & des angles droits, qu'avec des angles aigus.

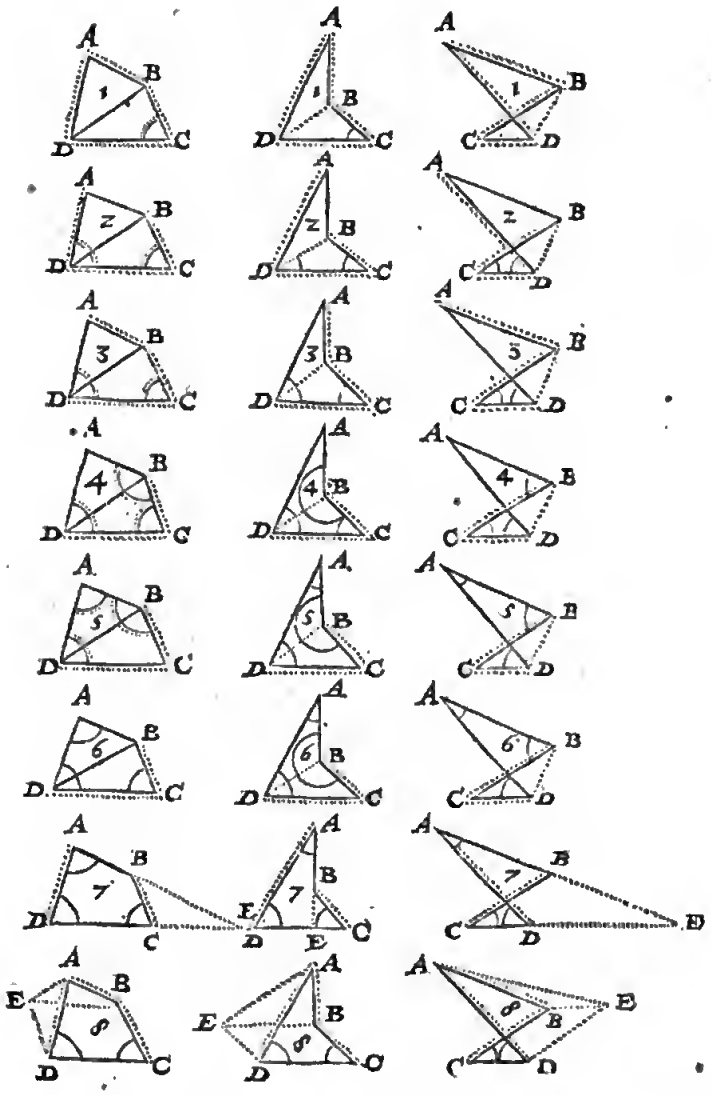
1 *Exemple de la* 1, 2, 3, 4, 5, & 6 *Figure.*

Le donné. Soit la premiere des ſuſdites figures un quadrangle A B C D, avec quatre coſtez cognus, & un angle C cognu.

Le requis. Il faut trouver les trois angles incognus.

Preparation. Je tire la ligne D B.

CON-



CONSTRVCTION.

Veu que le quadrangle eſt parti par la ligne D B en deux triangles, dont le triangle D B C a trois termes eognus, à ſçavoir C, B C, & C D, par iceux on trouve les autres trois termes incognus, par la 5 propoſition des triangles plats, à ſçavoir l'angle DBC.

L'angle BDC.

Et le coſté DB.

Ce qui eſtant ainſi, le triangle ADB a trois coſtez eognus, par leſquels on trouve les trois angles, par la 8 propoſitioo des triangles plats, à ſçavoir l'angle requis A.

L'angle ADB.

Et l'angle DBA.

Au quadrangle vulgaire, & quadrangle revers, adjouſtez D B C premier en l'otdre, à D B A ſixieſme en l'otdre, mais au qoadtangle croiſé, tel D B C, ſouſtrait de D B A, vieot l'aogle requis ABC.

Au qoadrangle vulgaire, & quadrangle revers, adjouſtez A D B cinquieſme en l'otdre, à B D C deuxieſme en l'otdre, mais ao quadrangle croiſé, tel ADB ſouſtrait de BDC, vient l'angle requis ADC.

Doot la demonſtration eſt notoite pat la conſtruction. Et ſemblablement auſſi ſera la ptocedure avee la 2, 3, & 4 figure, tirant la ligne D B, & operant en chacune ſelon le tequis du donné. Touchant le 5 & 6 triangle, où en tirant la ligne D B, ne vienent incontinent trois tetmes eognus au triangle D B C, toutesfois on y parvient en trouvant premierement l'angle C par les trois angles donnez eognus, ſelon la maniete de la deuxieſme propoſition de ceſte Application.

2 *Exemple de la 7 Figure.*

Le donné. Soit la 7 figute un quadrangle, avec deux coſtez ioeognus A B, D C, à l'oppoſite l'un de l'autre, l'uo comme A B, entte un angle cognu A, & on angle iocognu A B C, l'autte comme D C entte deux angles cognus; & les deux coſtez A D, B C, ſont eognus. *Le requis.* Il faut ttouver les trois termes ineognus. *Preparation.* Veu qu'en titant la ligne D B ou A C, le quadrangle, comme au premier exemple, ne ſe peut reduire en deux triaogles, dont l'un au trois termes cognus, comme il advenoit aux ſix figotes precedeotes, la pte-

paration se fait ainsi: Je produis l'un des deux costez incognus, jusques à ce qu'il touche l'autre ou sa produite en E.

CONSTRVCTION.

Premierement se trouve avec les trois angles cognus A, D, DCB, par la 2 proposition de ceste Application, le quatriesme angle requis ABC.
Le triangle EAD a trois termes cognus, à sçavoir l'angle A, l'angle D, & le costé AD par le donné, avec ceux là on trouve par la 4 proposition des triangles plats, les autres trois termes incognus, à sçavoir l'angle E.
Le costé AE.
Et le costé DE.
Le triangle BCE a trois termes cognus, à sçavoir l'angle E deuxiesme en l'ordre, le costé BC par le donné, & l'angle BCE par le donné, car au quadrangle revers, & au quadrangle croisé, il est cognu parfaitement, au quadrangle vulgaire il est complement de demicercle du donné BCD, avec cela on trouve par la 4 proposition des triangles plats, les autres deux costez, à sçavoir BE.
Et CE.
Du quadrangle vulgaire de DE quatriesme en l'ordre, sousträit CE sixiesme en l'ordre, & au quadrangle revers adjousté telle DE à CE: mais du quadrangle croisé tirée telle DE de CE, vient la requise DC.
Et sousträit BE cinquiesme en l'ordre, de AE troisiesme en l'ordre, reste la requise AB.

Dont la demonstration est notoire par la construction. Et semblable sera la procedure avec la huictiesme figure, produisant l'un des costez incognus jusques à ce qu'il touche l'autre ou sa produite: Et combien que le triangle EAD alors n'ait point trois termes cognus, toutesfois cela s'acquiert trouvant premierement l'angle A, par les trois angles cognus donnez, selon la maniere de la 2 proposition de ceste Applicatioo.

3 *Exemple de la* 8 *Figure.*

Le donné. Soit la 8 figure un quadrangle avec un costé incognu DC, à l'oppositе de deux angles incogous A, ABC, les autres cinq termes cognus.

Le requis. Il faut trouver les trois termes incognus.

Preparation. Veu qu'en tirant la ligne DB ou AC, comme au premier exemple, ni aussi en produisant deux costez, comme au 2 exemple, le quadrangle ne se peut convertir en deux triangles, dont l'un a trois termes cognus, comme il advient aux exemples susdits, la preparation se fait comme s'ensuit: Je tire BE egale & parallele avec CD, apres AE, & DE, il faut qu'elle soit egale & parallele avec CB.

CONSTRVCTION.

L'angle donné C, sousträit de 180 deg. reste (pource que ED & BC sont paralleles) l'angle CDE.
Duquel sousträit l'angle donné ADC, reste l'angle ADE.
Le triangle ADE a trois termes cognus, à sçavoir l'angle ADE deuxiesme en l'ordre, le costé AD par le donné, & DE egal à CB donné par la preparation, par iceux cerchés les trois termes incognus, il se trouve par la 6 proposition des triangles plats, à sçavoir le costé AE.
L'angle EAD.
L'angle AED.
D'iceux sousträit l'angle BED, qui est egal avec l'angle donné C, reste l'angle AEB.
Le triangle AEB a trois termes cognus, à sçavoir l'angle AEB sixiesme en l'ordre, le costé AB par le donné, & AE troisiesme en l'ordre: Par iceux cerchés les trois termes incognus par la cinquiesme proposition des triangles plats, il se trouve à sçavoir le costé EB, lequel pour son egalité avec DC par la preparation, est aussi pour la mesme requise DC.
L'angle EBA.
Et l'angle EAB.
D'iceux sousträit au quadrangle vulgaire & revers, l'angle EAD quatriesme en l'ordre, mais au quadrangle croisé EAB sousträit de l'angle EAD, reste l'angle requis BAD.
Et par les trois angles cognus BAD, C, & D, se trouve par la 3 proposition le quatriesme angle requis ABC.

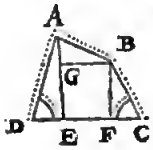
Dont la demonstratioo est notoire par la constructioo.

NOTEZ.

On pourroit faire autres diverses façons de preparations que les precedentes, & là dessus d'autres operations, mais pour briefveté une suffiroit: Toutesfois puis que Ptolemée en l'invention des termes incognus de la 8 figure, se sert d'une autre façon de preparation, au chapitre 9 de son 10 livre, nous la declarerons.

Le donné. Soit par exemple ABCD un quadrangle de la 8 sorte.

Le requis. Il faut trouver les trois termes incognus, à sçavoir les deux angles DAB, ABC, & le costé DC.



Preparation. Je tire de A & de B deux lignes en rectangle sur le costé DC, ou quand il est besoin sur son allongé, comme AE, BF, puis apres BG à rectangle sur AE.

CONSTRVCTION.

Le triangle AED a trois termes, à sçavoir l'angle AED droit par la preparation, l'angle D, & le cuslé AD cognu par le donoé: Avec iceux cerchés les autres trois termes incognus, il se trouve par la 4 proposition des triangles plats, à sçavoir l'angle DAE.
La ligoe DE.
Et la ligne AE.
Le triangle BFC a trois termes cognus, à sçavoir l'angle BFC droit par la preparation, l'aogle C, & le costé BC cognu par le donné: Avec ceux-ci cerchés les autres trois termes incognus, il se trouve par la 4 proposition des triangle plats, à sçavoir l'angle FBC.
La ligne FC.
Et la ligne BF.

Laquelle

Laquelle B F eſtant egale avec G E, la meſme G E fait auſſi autant, parquoi ceſte G E ſouſtraite de A E troiſieſme en l'ordre, demeure cognu G A.

Le triangle A G B a trois termes cognus, à ſçavoir G A ſeptieſme en l'ordre, l'angle A G B droit par la preparation, & A B cognu par le donné: Avec ceux-ci cerchés les autres trois termes incognus, il ſe trouve par la 5 propoſition des triangles plats, à ſçavoir le coſté G B.

L'angle A B G.

Et l'angle B A G.

A iceux adjouſté le rectangle G B F, avec l'angle F B C quatrieſme en l'ordre, vient l'angle requis A B C.

Adjouſté à l'angle G A B neufieſme en l'ordre, l'angle D A E premier en l'ordre, vient l'angle requis D A B.

E F eſtant egale avec G B huictieſme en l'ordre, elle eſt cognuë, à icelle adjouſté D E deuxieſme en l'ordre, & F C cinquieſme en l'ordre, vient la requiſe D C.

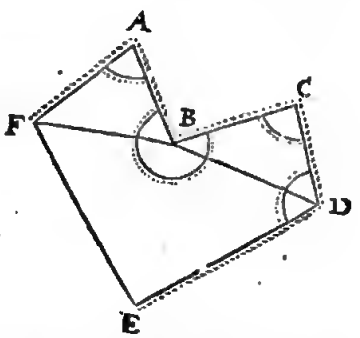
Et par telle maniere de preparation on pourroit auſſi depeſcher la 2, 7, & 8 ſotte, & cela en toutes les trois eſpeces des quadrangles.

Concluſion. Eſtant donc donné un quadrangle plat avec cinq termes cognus, & trois incognus, n'eſtant point tous de lignes, n'y ayant auſſi deux coſtez paralels incognus: Nous avons trouvé les trois termes incognus, ſelon le requis.

Probleme III. Propoſition VII.

Eſtant donné un plan rectiligne, avec tous les termes cognus, excepté trois, n'eſtant point tous lignes, n'y ayant auſſi deux coſtez incognus parallels: Trouver les trois termes incognus.

Le donné. Soit A B C D E F un hexagone, avec un



coſté incognu E F, & deux angles incognus E, A F E, mais tout le reſte des termes cognus.

Le requis. Il faut trouver les trois termes incognus.

Construction.

Les lignes avec leſquelles on partit les polygones & triangles ou quadrangles pour trouver le requis, ſe peuvent tirer de diverſes façons, & nous mener à une meſme ſolution: Je preus ces lignes eſtre tirées en ceſt exemple comme B D, B F, partant l'hexagone en deux triangles B C D, A B F, & un quadrangle B D E F, avec leſquels je dis ainſi: Le triangle B C D a trois termes cognus, à ſçavoir l'angle C, le coſté B C, & C D, par ceux-ci cerchés les trois termes incognus, il ſe trouve par la 6 propoſition des triangles plats, à ſçavoir l'angle C B D.

L'angle C D B.

Et le coſté B D.

Le triangle A B F a trois termes cognus, à ſçavoir l'angle A, le coſté A F, & le coſté A B: par ceux-ci cerchés les trois termes incognus, il ſe trouve par la 6 propoſition des triangles plats, à ſçavoir l'angle A F B.

L'angle A B F.

Et le coſté B F.

L'angle C D B deuxieſme en l'ordre, ſouſtrait de l'angle donné C D E, reſte l'angle B D E.

L'angle C B D premier en l'ordre, avec A B F cinquieſme en l'ordre, ſouſtrait de l'angle revers donné A B C, reſte l'angle F B D.

Ce qui eſtant ainſi, le quadrangle B D E F a cinq termes cognus, à ſçavoir l'angle B D E ſeptieſme en l'ordre, F B D huictieſme en l'ordre, B F ſixieſme en l'ordre, B D troiſieſme en l'ordre, E D par le donné: Par ceux ci cerchés les trois termes incognus, il ſe trouve par le 1 exemple de la 6 propoſition de ceſte Application, comme eſtant ce quadrangle de la qualité de la ſeconde figure, à ſçavoir l'angle requis E.

Le coſté requis E F.

L'angle B F E.

Auquel adjouſté l'angle A B F cinquieſme en l'ordre, vient l'angle requis A F E.

Dont la demonſtration eſt notoire par la conſtruction. Et ſemblable ſera la procedure avec tous plans rectilignes, à cauſe qu'ils ſe peuvent partir en triangles ou quadrangles par les termes cognus donnez, afin de trouver par iceux les termes requis, comme deſſus.

Concluſion. Eſtant donc donné un plan rectiligne avec tous les termes cognus, excepté trois, n'eſtant point tous lignes, n'y ayant auſſi deux coſtez incognus parallels: Nous avons trouvé les trois termes incognus, ſelon le requis.

Fin des Triangles plats.

TROISIESMÈ LIVRE

DE LA COSMOGRAPHIE

Des Triangles Spheriques.

ARGVMENT.

NOus diſtinguons ce livre en trois parties. La premiere eſt de 22 Theoremes, ſervans de fondement general aux propoſitions ſuivantes. La deuxieſme de 9 Theoremes, hors deſquels eſt tirée la forme de l'operation des Problemes de la troiſieſme partie. La troiſieſme de 13 Problemes de l'invention des angles & coſtez requis des triangles ſpheriques donnez.

Apres le ſuſdit ſuivra une Application *des polygones ſpheriques.*

Et puis une Appendice *du traicté des triangles.*

DEFINITIONS.

Definition I.

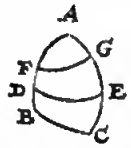
TRiangle ſpherique eſt celuy qui en la ſuperfice ſpherique eſt compris entre trois arcs de cercles majeurs, chacun moindre qu'un demicercle.

IL faut notet qne ci aptes quand on ne parleta quelquefois que de cercle ou d'arc ſeulement, que par cela il faut touſiouts entendre cercle majeur, ou arc de cercle majeur. La taiſon pourquoi on prend ici les arcs moindres qu'un demicercle, ſera declarée en *l'Appendice.*

Definition II.

LA grandeur de l'angle ſpherique eſt celle, laquelle eſt denotée par l'arc d'un cercle majeur moindre qu'un demicercle, deſcrit entre les deux arcs de l'angle, ſur le poinct de l'angle comme pole.

Soient A B, A C, deux arcs de cercles majeurs, faiſant l'angle ſpherique B A C: Apres ſoit D E un autre arc de cercle majeur, deſcrit entre les deux arcs de l'angle A B, A C, ſur le poinct de l'angle A comme pole: Ce qui eſtant ainſi, je dis que la grandeur de l'angle B A C, ſe denote avec l'arc D E. Comme par exemple le meſme arc D E eſtant de 80 degr on dit la grandeur de A eſtre de 80 degr. Soient pour plus ample declatation entre D A & E A, mis les poincts F, G, & tirez les arcs de cercles majeurs F G, B C: Or puis que l'angle B A C, D A E, & F A G, eſt un meſme angle, par cela s'entend que l'arc D E, monſtre auſſi bien la grandeur de l'angle B A C du triangle B A C, & de l'angle F A G du triangle F A G, que de l'angle D A E du triangle D A E.



Et pour expliquer le tout encores plus clairement, on peut dire ceci: A ſçavoir que la grandeur de l'angle ſpherique A, ſe peut auſſi imaginer ou denoter avec l'angle fait de deux plans de cercles majeurs dont A B, A C, ſont des arcs, car ces deux plans eſtant l'un ſur l'autre à angle droit, & comprenant un angle aigu, l'angle A eſt auſſi aigu: Mais comprenant un angle obtus, l'angle A eſt auſſi obtus, & d autant de degrez qu'eſt l'ouvertute de ces deux plans, de telle grandeur eſt auſſi l'angle A, Et pour prendre proprement les degrez de l'ouverture des ſuperfices, par ouverture de lignes, imaginez vous deux lignes droites tendantes des poincts D, E, juſques au centre de la ſphere, car la grandeur de ceſt angle plat (laquelle declare l'arc D E) eſt auſſi la grandeur de l'angle ſpherique A: laquelle maniere ſe poutra auſſi imaginer utilement en quelques exemples.

Quant aux definitions des adjoints de la ſphere, comme forme en ſon entier, ſuperfice, axe, pole, nous les prenons pour cognuës par les elemẽts geometriques.

Note.

Veu qu'en la doctrine des arts mathematiques, c'eſt un grand advantage, que les figures dont on ſe ſert pour la declaration du deſſein, ayent bonne reſſemblance avec le denoté, & que ttiangles ſpheriques avec d'autres arts y appartenants, ſouvent ne ſe peuvent bien imiter en plan ſur du papier, ce qui tend la doctrine plus obſcure: On prend à icelle fin une ſphere celeſte ou terreſtre, avec ſes cercles diſtinguez en degrez, ou une ſphere de bois, ou d'autre matiere ſolide, ſur laquelle on marque des arcs de longueur cognuë: Ou ſi ce n'eſtoit que pour entendre les theoremes, qui n'ont point une quantité de degrez exprimez, on peut auſſi prendre pour cela, comme a fait *Son Excellence*, une petite boule de cire jaune, dont le diametre ſoit environ d'une poulce, y marquant deſſus tels cercles & arcs grands & petis, angles droits, aigus, & obtus, comme la choſe le requiert les effaçant aptes, comme on efface l'eſcriture deſſus une ardoiſe, & y mettant derechef d'autres ſelon noſtre deſir, ce qui ſert de beaucoup pour l'imagination. Tellement que ceux qui ſe veulent exercer en ceſte matiere, s'en peuvent pourvoir, afin d'entendre ainſi clairement & facilement, ce qu'autrement aux figures plattes des livres eſt plus obſcur.

Et ſi quelqu'un, pour telles raiſons qu'ont eſté dites en la Note de la derniere definition du premier livre de la Fabrique des Sinus, ſe vouloit exercer en l'invention des termes incognus des triangles ſpheriques, ſans entendre premierement les raiſons, & demonſtrations des operations, il pourroit commencer par l'uſage declaré par l'indice des triangles ſpheriques, enſemble l'uſage des polygones ſpheriques deſcrit en l'Application, ſuivant un exemple ſelon le requis du donné: Et entendant un peu ceſt uſage, pourroit venir à l'inquiſition des cauſes.

PREMIERE PARTIE DES THEOREMES, SERVANS DE FONDEMENT GENERAL AVX PROPOSITIONS SVIVANTES.

Theoreme. I. Proposition.

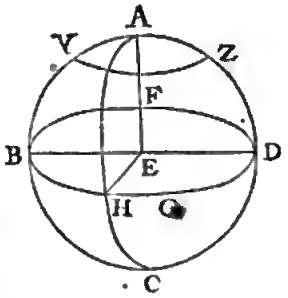
SI un cercle majeur, tend par le pole d'un autre cercle majeur, ils ſont l'un ſur l'autre à angle droit.

Le donné. Soit A B C D une ſphere, dont le centre eſt E, & A ſoit prins pour le pole, ſur lequel eſt deſcrit un cercle majeur B F D G.

Le re-

Le requis. Il faut demonſtrer que les deux cercles ſont l'un ſur l'autre à angle droit.

Preparation. Soit tiré le demi axe A E.



DEMONSTRATION.

Veu que le demi axe A E, eſt à angle droit ſur le plan du cercle B F D G par le poſé, & que le meſme demi axe A E eſt au plan du cercle A B C D, il faut que le plan du meſme cercle ſoit auſſi à angle droit ſur le cercle B F D G.

Concluſion. Si doncques un cercle majeur, tend par le pole d'un autre cercle majeur, ils ſont l'un ſur l'autre à angle droit: ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTEZ.

Veu que quelques theoremes de ceſte matiere, ſont ſi notoires qu'ils ne ſemblent point requerir de propoſitions particulieres, nous les declarerons pour briefveté par les conſequences ſuivantes.

CONSEQVENCE I.

Il eſt notoire que A B fait le quart d'un cercle, par l'extremité duquel B, eſt tiré l'arc ou le cercle B F D G, à angle droit ſur A B, & que pour cela A eſt pole du meſme cercle B F D G; Par lequel, comme par reigle generale, on conclud ceci:

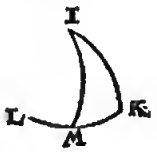
Vn extreme du quart d'un cercle, eſt pole de l'arc tiré à angle droit par l'autre extreme.

CONSEQVENCE II.

Si on tire un arc d'un cercle majeur du poinct A, juſques à ce qu'il touche le cercle B F D G, comme A H, il eſt notoire qu'il faut qu'il face auſſi le quart d'un cercle comme A B, & qu'il ſoit à angle droit ſur le meſme cercle B F D G. Par lequel, comme par reigle generale, on fait ceſte concluſion:

Quand on tire un arc de l'extremité du quart d'un cercle, juſques à ce qu'il touche l'arc ſur lequel le meſme quart du cercle eſt à angle droit, icelui arc tiré fait auſſi le quart d'un cercle, & eſt auſſi à angle droit ſur l'arc ſur lequel il eſt tiré.

Soit encores pour plus manifeſte declaration, I K en ceſte figure particuliere le quart d'un cercle à angle droit ſur l'arc K L, & du poinct extreme I, ſoit tiré un arc juſques à ce qu'il touche l'arc K L, comme I M: Ce qui eſtant ainſi, le meſme I M eſt le quart d'un cercle, & l'angle I M K, auſſi I M L eſt droit.



CONSEQVENCE III.

Il eſt notoire que les deux arcs A B C, A H C, ſont chacun un demi cercle, s'entreconpans en deux endroits A & C, tellement que les deux angles qu'ils font B C H, B A H, ſont egaux entre eux, car l'arc B H eſt la grandeur de l'un & de l'autre par la 2 definition: Par lequel on conclud ceci:

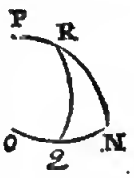
Deux arcs d'un cercle majeur, eſtant prolongez aux deux bouts, juſques à ce qu'ils s'entrecoupent, font chacun un demicercle, comprenant enſemble aux deux bouts angles egaux.

CONSEQVENCE IV.

Si de quelque poinct comme H de la circonference B F D G, ſe produit aſſez loing un arc de cercle majeur à angle droit ſur la meſme circonference B F D G, il eſt notoire qu'il faut qu'il coupe quelque part l'arc B A D, comme en A, tellement que A D & A H font chacun le quart d'un cercle, & que leur commune ſection A, eſt pole du cercle B F D H: Par lequel, comme par reigle generale, on conclud ceci:

Quand ſur un arc premier, ſe tire un ſecond à angle droit ſur le premier, juſques à ce qu'il rencontre un troiſieſme, lequel eſt auſſi à angle droit ſur le premier: Le deuxieſme & troiſieſme coupent l'un de l'autre le quart d'un cercle, & leur commune ſection eſt pole du premier.

Soit encores pour plus manifeſte declaration, N O en ceſte figure particuliere, un arc ſur lequel eſt un autre N P à angle droit; Apres ſoit tiré de quelque poinct en O N comme Q, un arc à angle droit ſur O N, juſques à ce qu'il touche l'arc N P, ce qui advient en R: Lequel eſtant ainſi, Q R & R N font chacun le quart d'un cercle, & R eſt pole de O N.

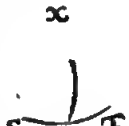


CONSEQVENCE V.

Si du poinct E juſques à H, ſe tire la droite ligne E H, il eſt notoire que les deux angles H E B, H E D, ſont egaux à deux angles droits rectilignes. Mais l'angle plat H E B, & l'angle ſpherique H A B, ſont egaux, où leur grandeur eſt denotée par un meſme arc B H, par la 2 definition: Semblablement eſt d'egale grandeur l'angle ſpherique H A D, avec l'angle plat H E D. Parquoi les deux angles ſpheriques H A B, H A D, (cauſés par un arc H A tiré ſur l'autre arc B A D) ſont egaux avec deux angles droits, & ont des ſinus egaux par la 2 definition de la fabrique des ſinus: Par lequel, comme par reigle generale, on conclud ceci:

Vn arc fait ſur l'autre, deux angles enſemble egaux avec deux angles droits, & ces deux angles ont des ſinus, tangentes, & ſecantes egales.

Soit pour plus ample declaration S T en ceſte figure particuliere un arc, & deſſus icelui quelque autre V X, ce qui eſtant ainſi, les deux angles S V X, T V X, ſont enſemble egaux avec deux angles droits: Parquoi l'un eſtant aigu, l'autre eſt obtus, l'un eſtant droit, l'autre eſt droit auſſi, & l'un eſtant cognu, l'autre ſe cognoit auſſi: Par exemple, l'angle T V X faiſant 50 degr. je les ſouſtrais de deux angles droits qui ſont de 180 degr. reſte pour l'angle S V X 130 deg. Et 50 deg & 130 deg. ont des ſinus egaux, à ſçavoir chacun 7660445 par la 2 definition de la fabrique des ſinus.



CONSEQVENCE VI.

Si l'arc A H ſe prolonge juſques à C, il eſt notoire que l'arc A C, coupant l'arc B H D en H, fait quatre angles, à ſçavoir A H D, D H C, C H B, B H A, dont les angles oppoſites ſont egaux, comme A H D avec C H B, & D H C avec B H A, car les deux angles B H A, A H D, ſont egaux avec deux angles droits, & ainſi les deux angles A H D, D H C, par la 5 conſequence, pource les deux angles B H A, A H D, ſont enſemble egaux avec les deux angles A H D, D H C; Or de chacun ſouſtrait leur angle commun A H D, l'angle B H A de-

meute egal avec ſon angle oppoſite D H C : Et ſemblablement ſera auſſi demonſtré l'angle A H D, eſtre egal avec ſon angle oppoſite C H B: Par lequel, comme par reigle generale, on conclud ainſi :

Deux arcs de cercle majeur s'entrecoupans, ont leurs angles oppoſites egaux.

Conſeqvence VII.

Si ſur le poinct A comme pole, ſe deſcrit un cercle mineut YZ, il eſt notoire qu'il faut qu'il ſoit parallel avec le cercle B F D H, lequel par le donné eſt auſſi deſcrit ſur le meſme pole : Apres, veu que le cercle majeur ABCD, eſt à angle droit ſur le cercle majeut B F D H, il faut que ſa ſuperfice ſoit auſſi ſur la ſuperfice du cercle Y Z à angle droit : Par lequel, comme par reigle generale, on conclud ainſi :

Le cercle majeur d'une ſphere tendant par le pole d'un cercle mineur, il a ſa ſuperfice ſur le meſme à angle droit.

Conſeqvence VIII.

Veu que le coſté A H du triangle rectangle A H B, touche le rectangle en A, il eſt notoire que l'angle ABH à l'oppoſite du coſté A H, eſt droit : Par lequel, comme par reigle generale, on conclud ainſi :

Si le coſté qui touche l'angle droit d'un triangle, eſt le quart d'un cercle, ſon angle oppoſite ſera droit.

Conſeqvence IX.

Veu que l'un coſté A H du triangle rectangle A H B, fait le quart d'un cercle, il eſt notoire que le coſté oppoſite A B de l'angle droit H fait auſſi le quart d'un cercle : Par lequel, comme par reigle generale, on conclud ainſi :

Si l'un des deux coſtez de l'angle droit eſt le quart d'un cercle, l'hypothenuſe ſera auſſi le quart d'un cercle.

Conſeqvence X.

Veu qu'au triangle rectangle A H B, le coſté oppoſite A B de l'angle droit H fait un quart de cercle, il eſt notoire que l'un des autres deux coſtez qui touchent l'angle droit comme A H, eſt auſſi le quart d'uo cercle: Par lequel, comme par reigle generale, on conclud ainſi :

Si au triangle ſpherique rectangle, le coſté oppoſite de l'angle droit eſt le quart d'un cercle, il faut que l'un des deux coſtez qui touchent l'angle droit, ſoit auſſi le quart d'un cercle.

Conſeqvence XI.

Veu qu'au triangle A H B, l'angle B qui touche le coſté oppoſite A B de l'angle droit H eſt un angle droit, il eſt notoire que le meſme coſté oppoſite A B eſt le quart d'un cercle : Par lequel, comme par reigle generale, on conclud ainſi :

Si au triangle ſpherique rectangle, l'un des deux angles qui touchent le coſté oppoſite de l'angle droit, eſtoit auſſi un angle droit, le meſme coſté oppoſite ſera le quart d'un cercle.

Conſeqvence XII.

Veu qu'au triangle A H B, le coſté oppoſite A B de l'angle droit H, fait le quart d'un cercle, il eſt notoire que l'un des deux angles qu'il touche, comme l'angle B, eſt droit : Par lequel, comme par reigle generale on conclud ainſi :

Si au triangle ſpherique rectangle, le coſté oppoſite de l'angle droit eſt le quart d'un cercle : Il faut que l'un des deux coſtez qu'il touche ſoit droit.

Conſeqvence XIII.

Il eſt notoire que A B & A H ſont deux quarts d'un cercle, tirez d'un meſme pole A, ſur un troiſieſme arc B H, & qu'à cauſe de cela les deux angles A B H, A H B ſont droits : Par lequel, comme par reigle generale, on conclud ainſi :

Deux quarts d'un cercle tirez d'un meſme pole ſur un troiſieſme arc, ſont là deſſus à angle droit.

Theoreme. II. Propoſition.

Eſtant un triangle ſpherique rectangle, dont un coſté de l'angle droit eſt plus petit que le quart d'un cercle ; ſon angle oppoſite eſt aigu : Mais s'il eſt plus grand, ſon angle oppoſite ſera obtus.

Le donné de la 1 partie. Soit A B C un triangle rectangle ſphetique, dont l'angle droit eſt B, & uo coſté de l'angle droit ſoit plus petit que le quart d'un cercle.

Le requis. Il faut demonſtrer que ſon angle oppoſite A C B eſt aigu.

Preparation. Soit B A prolongé juſques à D, tellement que BD face le quart d'un cercle, puis apres ſoit tiré l'arc D C.

Demonstration.

Veu que le coſté BD fait le quart d'un cercle, le poinct D (poutce que le meſme D B eſt à angle droit ſur B C) ſera pole de l'arc B C, par la 1 conſequence de la 1 propoſition, duquel pole D eſtant tiré l'arc juſques à C, il ſera à angle droit ſur B C, & aura l'angle D C B droit par la 2 conſequence de la 1 propoſition & conſequemment l'angle A C B ſera aigu, comme eſtant plus petit que l'angle droit D C B.

Le donné de la 2 partie. Soit B D faiſant le quart d'un cercle comme deſſus, prolongé juſques à E, puis apres l'arc E C du cercle majeur.

Demonstration.

Puis que l'angle D C B, à l'oppoſite du quart de cercle D B eſt droit par la premiere partie, il faut que l'angle E C B, eſtant encores plus grand, ſoit obtus, parquoi le coſté E B eſtant plus grand que le quart d'un cercle, ſon angle oppoſite E C B eſt obtus. *Concluſion.* Eſtant donc un triangle ſpherique rectangle, dont un coſté de l'angle droit eſt plus petit que le quart d'un cercle, ſon angle oppoſite eſt aigu : Mais s'il eſt plus grand, ſon angle oppoſite ſera obtus : ce qu'il falloit demonſtrer.

Conſeqvence.

Veu que le coſté A B eſtant plus petit que le quart d'un cercle, a ſon angle A C B oppoſite aigu, il faut au contraire que l'angle aigu A C B, ait ſon coſté oppoſite plus petit que le quart d'un cercle : Et pour ſemblables raiſons, il faut que l'angle obtus E C B, ait ſon coſté oppoſite E B plus grand : par lequel on conclud le revers de la propoſition, ainſi :

Eſtant un triangle ſpherique rectangle, dont un angle oblique eſt aigu : Son coſté oppoſite eſt plus petit que le quart d'un cercle: Mais s'il eſt obtus, ſon coſté oppoſite ſera plus grand.

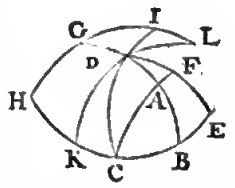
Theoreme. III. Propoſition.

Eſtant un triangle ſpherique rectangle avec deux coſtez d'angle droit, chacun plus petit, ou plus grand que le quart d'un cercle : L'hypothenuſe ſera plus petite. Mais ſi l'un eſt plus petit, l'autre plus grand : L'hypothenuſe ſera plus grande.

Le don-

Le donné de la 1 partie. Soit ABC un triangle ſphetique rectangle, dont l'angle droit eſt B, & ſes deux coſtez, comme A B, C B, ſont chacun plus petis que le quart d'un cercle.

Le requis. Il faut demonſtret que l'hypothenuſe A C eſt plus petite que le quart d'un cercle.



Preparation. Soit B A prolongé juſques à D, & C B juſques E, tellement que BD & CE facent chacun le quart d'un cercle: Puis apres ſoit tiré l'arc du cercle majeur DE, & C A ſoit prolongée juſques à ce qu'elle rencontre D E en F.

DEMONSTRATION.

Veu que l'angle A B C eſt droit, & B D le quart d'un cercle, il faut que D ſoit le pole du cercle C E. par la 1 conſequence de la 1 propoſition, & pource l'angle D E C droit par la 1 propoſition: Aptes, veu que l'angle D E C eſt droit: & C E le quart d'un cercle, il faut par la ſuſdite 1 conſequence, que C ſoit pole du cercle DE; & pource CF eſt auſſi le quart d'un cercle par la 2 conſequence de la 1 propoſition, dont la partie C A neceſſairement eſt plus petite.

Le donné de la 2 partie. Soit prolongé le quart du cercle B D juſques à G, & la partie B C prolongee juſques à H, tellement que C H faſſe le quart d'un cercle, puis aptes ſoit tiré l'arc H G: Ce qui eſtant ainſi, l'angle G B H dû triangle G B H eſt droit, & les deux coſtez qui le touchent comme GB & H B, ſont chacun plus grand que le quart d'un cercle. *Le requis.* Il faut demonſtret que le coſté oppoſite G H de l'angle droit B, eſt plus petit que le quart d'un cercle. *Preparation.* Je tire du poinct C, par le poinct D, l'arc d'uo cercle majeur rencontrant le ptolongé H G en I.

DEMONSTRATION.

Veu que l'angle D B H eſt droit, & B D le quart d'un cercle, D doncques eſt pole de l'arc B H, par la 1 conſequence de la 1 propoſition, & l'angle D C B droit par la 2 conſequence. Aptes, puis que l'arc C H eſt le quart d'un cercle, il faut que par les raiſons precedentes H ſoit pole de l'arc I C, parquoi auſſi l'arc H I fait le quart d'un cercle, duquel G H eſtant une partie, il faut qu'icelui G H ſoit plus petit.

Le donné de la 3 partie. Soit mis entre H & C un poinct comme K, & d'icelui tiré un arc de cercle majeur par le poinct D, juſques à ce qu'il rencontre le quart du cercle H I ptolongé en L. Or puis que D eſt pole du cercle E H, comme il appert au precedent, il faut que D K faſſe le quart d'un cercle, & que K L ſoit plus grand que le quart d'un cercle, & H K (partie du quart du cercle H C) plus petit que le quart d'un cercle, & l'angle D K H droit, dont le coſté oppoſite H L. Tellement que nous avons ici, ſelon le cootenn de la troiſieſme partie de ceſte propoſition, un triangle L K H, dont les deux coſtez qui touchent l'angle droit L K H, comme L K, H K, l'un eſt plus petit que le quart d'un cercle, comme H K, l'autre plus grand, comme L K.

Le requis. Il faut demonſtrer que le coſté oppoſite H L de l'angle droit L K H, eſt plus grand que le quart d'un cercle.

DEMONSTRATION.

Faiſant H I le quart d'un cercle par la demonſtration de la ſeconde partie, & eſtant partie de H L. il faut que H L ſoit plus grand.

Concluſion. Eſtant donc un triangle ſphetique rectangle avec deux coſtez, &c.

CONSEQVENCE.

Il eſt notoite par la premiete partie, que les deux coſtez AB, BC, du triangle rectangle A B C, qui touchent l'angle droit ABC, chacun eſtant plus petit que le quart d'un cercle, qu'alors A C coſté oppoſite de l'angle droit A B C, eſt plus petit que le quart d'un cercle.

Il eſt auſſi notoite par la ſeconde partie que les deux coſtez G B, H B, du triangle rectangle G B H. qui touchent l'angle droit G B H, chacun eſtant plus grand que le quart d'un cercle, qu'alors G H coſte oppoſite de l'angle droit G B A, eſt plus petit que le quart d'un cercle.

Il eſt auſſi notoire par la 3 partie, que le coſté H K du triangle rectangle L K H, qui touche l'angle droit L K H, eſtant plus petit que le quart d'un cercle, & L K plus grand, qu'alors L H coſté oppoſite de l'angle droit L K H, eſt plus grand que le quart d'un cercle. Par le cootraire duquel (comme il ſe voit claitement en la ſuſdite figure) s'enſuit auſſi le contraite de la propoſition, ainſi:

Eſtant un triangle ſpherique rectangle, donc l'hypothenuſe eſt plus petite que le quart d'un cercle: Les deux coſtez qui touchent l'angle drost, ſont chacun plus petit que le quart d'un cercle, ou chacun plus grand: Mais le coſté oppoſite de l'angle droit eſtant plus grand, l'un des deux qui touche l'angle drost ſera plus petit que le quart d'un cercle, & l'autre plus grand.

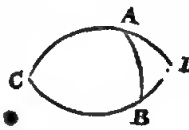
THEOREME. IV. PROPOSITION.

SI l'hypothenuſe & un coſté de l'angle droit d'un triangle ſpherique rectangle, ſont chacun plus grand que le quart d'un cercle: Il faut que le troiſieſme ſoit plus petit.

Le donné. Soit A B C du 1 exemple un triangle ſpherique rectangle, dont l'angle B eſt droit, & l'hypothenuſe A C, avec le coſté de l'angle droit B C, ſont chacuo plus grand que le quart d'un cercle. *Le requis.* Il faut demonſtrer que le troiſieſme coſté A B eſt plus petit que le quart d'un cercle. *Preparation.* Je produis C A, C B, juſques à ce qu'ils ſe rencootrent, qui ſoit en D.

DEMONSTRATION.

Les deux arcs C A D & C B D, ſont chacun un demicercle par la 3 conſequence de la 1 propoſition: D'iceux ſouſtraits C A, C B, qui eſtant chacun plus grand que le quart d'uo cercle, A D & B D demeurent chacun plus petit: Aptes, puis que l'angle A B C eſt droit par le donné, il faut que l'angle A B D ſnit auſſi droit par la 3 cooſequence de la 1 propoſition, A B D doncques eſt un triangle rectangle avec nne hypothenuſe moindre A D, parquoi les deux coſtez de l'angle droit A B, B D, ſont tous deux plus petits ou plus grands que le quart d'un cercle par le revers de la 3 propoſition: Mais B D eſt plus petit, il faut done que A B ſoit auſſi plus petit.



Concluſion. Si doncques l'hypothenuſe & nn coſté de l'angle droit d'un triangle ſpherique rectangle, ſont chacun plus grand que le qnart d'un cercle: Il faut qne le troiſieſme ſoit plus petit, ce qu'il falloit demonſtrer.

THEOREME. V. PROPOSITION.

ESTANT un triangle ſpherique rectangle, dont les deux angles obliques ſont tous deux aigus ou obtus: L'hypothenuſe ſera plus petite que le quart d'un cercle. Mais ſi l'un eſt obtus, l'autre aigu, l'hypothenuſe ſera plus grande.

Le donné de la 1 partie. Soit A B C un triangle ſpherique rectangle, dont l'angle droit eſt B, & les deux angles obliques A, C, ſont tous deux aigus, ou tous deux obtus. *Le requis.* Il faut demonſtrer que A C ſera plus petit que le quart d'un cercle.

DEMONSTRATION.

Veu que les deux angles A, C, ſont tous deux aigus ou obtus, il faut que les deux coſtez AB & BC, ſoient chacũ plus grand ou plus petit que le quart d'un cercle par la 2 propoſition. Et conſequemment il faut que A C par la 3 propoſition ſoit plus court.

Le donné de la 2 partie. Soit maintenant l'un des deux angles A, C, aigu, & l'autre obtus. *Le requis.* Il faut demonſtrer que l'hypothenuſe A C eſt plus grande que le quart d'un cercle.

DEMONSTRATION.

Veu que l'un des deux angles A, C eſt aigu, & l'autre obtus, il faut que l'un des deux coſtez A B, B C, ſoit plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la conſequence de la 2 propoſition, & pource l'hypothenuſe A C plus grande, par la 3 partie de la 3 propoſition.

Concluſion. Eſtant doncques un triangle ſpherique rectangle, dont les deux angles obliques ſont tous deux aigus ou obtus; l'hypothenuſe ſera plus petite que le quart d'un cercle. Mais ſi l'un eſt obtus, l'autre aigu; l'hypothenuſe ſera plus grande: ce qu'il falloit demonſtrer.

CONSEQVENCE.

Par le revets de ceſte propoſition (comme il ſe peut voir clairement en la figure precedente) ceci eſt notoire.

Eſtant un triangle ſpherique rectangle, dont l'hypothenuſe eſt plus petite que le quart d'un cercle: Les deux angles obliques ſont tous deux aigus, ou tous deux obtus: Mais s'il eſt plus grand que le quart d'un cercle, l'un des deux angles ſera aigu, l'autre obtus.

THEOREME. VI. PROPOSITION.

SI un triangle ſpherique a deux angles aigus, ou deux angles obtus: La perpendiculaire tirée du troiſieſme angle devers ſon coſté oppoſite, tombe dedans le triangle: Mais ſi l'un des deux eſt aigu, l'autre obtus, elle y tombe dehors.

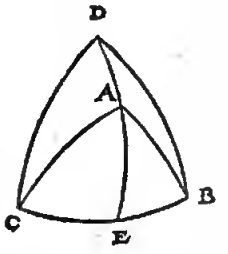
Le donné de la 1 partie. Soit A B C un triangle ſpherique, dont les deux angles A B C, A C B ſont aigus.

Le requis. Il faut demonſtrer que la perpendiculaire du troiſieſme angle A, tirée vers ſon coſté oppoſite B C, tombe dedans le triangle.

Preparation. Soit D pole du cercle C B, & ſoient tirez les deux quarts du cercle D B, D C.

DEMONSTRATION.

Veu que l'arc D B vient du pole D ſur ſon cercle C B, il faut que l'angle D B C ſoit droit par la 1 ptopoſition: Mais l'angle A B C eſt plus petit, à ſçavoir aigu, parquoi le poinct A tombe à la main ſeneſtre de D B: Et ſemblablement ſera demonſtré que le meſme poinct A tombe à la main dextre de D C, parquoi auſſi il tombe neceſſairement dedans le triangle D B C: Comme

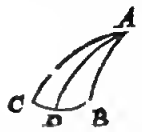


auſſi fait l'arc D A: Et icelui D A prolongé juſques à E, il faut que A E rombe dedans le triangle A B C, car ſi elle y tomboit dehors, il faudroit que le quart de cercle D A E euſt un angle à A plus petit que D A B, ce qui ſeroit abſurd: Parquoi A E ne tombe point hors du triangle A B C vers la main dextre: Et ſemblablement ſera auſſi demonſtré qu'elle n'y tombe point dehors vers la main ſeneſtre, elle y tombe donc neceſſairement dedans. Le meſme ſera auſſi demonſtré ainſi, quand on poſe les deux angles C, B, egaux.

Le donné de la 2 partie. Soit A B C un triangle ſpherique, dont l'angle C eſt aigu, B obtus. *Le requis.* Il faut demonſtrer que la perpendiculaire du troiſieſme angle A, ſur ſon coſté oppoſite (entant qu'aſſez prolongé) rombe hors le triangle.

DEMONSTRATION.

Si elle ne tombe point dehors, elle tombera en un des coſtez A B, A C, ou dedans le triangle. De tomber en A B ou A C, cela ne peut eſtre, car alors l'angle B ou C ſeroit droit contre le poſé. Si elle tomboit dedans le triangle, comme je prens de A juſques à D, il faudroit



que les deux angles A D B, A D C, fuſſent droits, ce qui n'eſt point pour ces raiſons: Soient les angles A D B, A D C, s'il eſtoit poſſible, droits, tellement que nous ayons deux triangles rectangles A D B, A D C, dont le coſté commun eſt A D: Il faudra qu'icelui, comme coſté oppoſite de l'angle aigu C, ſoit plus petit que le quart d'un cercle par la conſequence de la 2 propoſition: Et comme coſté oppoſite de l'angle obtus B, ſera plus grand par la meſme conſequence: Mais d'eſtre plus grand & plus petit, il eſt impoſſible: Parquoi la perpendiculaire de l'angle C A B ſur ſon coſté oppoſite, ne tombe point dedans le triangle, mais dehors.

Concluſion. Si doncques un triangle ſpherique a deux angles aigus, ou deux angles obtus, la perpendiculaire tirée du 3 angle devers ſon coſté oppoſite, tombe dedans le triangle: Mais ſi l'un des deux eſtoit aigu, l'autre obtus, elle y tombe dehors: ce qu'il falloit demonſtrer.

THEOREME. VII. PROPOSITION.

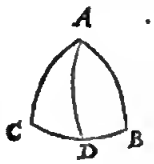
VN triangle ſpherique ayant trois angles aigus: Chacun coſté eſt plus petit que le quart d'un cercle.

Le donné. Soit A B C, un triangle ſpherique avec trois angles aigus.

Le requis. Il faut demonſtrer que chacun coſté eſt plus petit, que le quart d'un cercle.

Preparation. Soit tiré un arc de A, à angle droit ſur C B, comme A D, lequel neceſſairement par la 6 propoſition rombe dedans le triangle, pource que les angles C B ſont tous deux aigus.

DEMONSTRATION.



Veu que les deux angles A D C, A D B, ſont droits par la preparation, il faut que les deux triangles ADC, ADB, ſoient rectangles; parquoi puis que D A B & B ſont deux angles aigus, A B ſera plus petit que le quart d'un cercle par la 5 ptop. Ou demõſtre le ſemblable de A C:

Auſſi

Auſſi de C B, moyennant qu'on prenne A B pour baſe, comme C B a eſté prins deſſus. *Concluſion.* Doneques un triangle ſpherique ayant trois angles aigus, chacun coſté eſt plus petit que le quart d'un cercle: ce qu'il falloit demonſtrer.

THEOREME. VIII. PROPOSITION.

VN triangle ſpherique ayant deux angles aigus egaux: Les coſtez oppoſites d'iceux ſont plus petits que le quart d'un cercle.

Le donné. Soit A B C un triangle ſpherique avec deux angles aigus B, C. *Le requis.* Il faut demonſtter que leurs coſtez oppoſites A B, A C, ſont plus petits que le quatt d'un cetele.

Preparation. Soit du poinct D au milieu de C B, tiré l'arc A D, & icelui prolongé de A juſques à E, tellement que D E faſſe le quatt d'un cercle: Puis apres deux arcs E C, E B.

DEMONSTRATION.

Veu que l'angle A B C eſt egal à l'angle A C B par le poſé, il faut que A B ſoit egal à A C, & conſequemment il faut que A D venant au poinct du milieu de C B, ſoit à angle droit ſur le meſme C B. comme il faut auſſi que le quatt du cercle E D vienne ſemblablement à angle droit ſur le meſme C B, pource E eſt pole de l'are C B, par le 1 exemple de la 1 propoſition, & E C, E B, venant auſſi à angle droit ſur icelui C B, ſont chacun le quatt d'un cercle, par la 2 conſequenee de la meſme 1 propoſition L'angle A B C doncques eſtant aigu, & E B C droit, il faut que le poinct A vienne deſſous E, & que A D ſoit plus court que le quatt d'un cercle: Apres, D B eſt auſſi plns petit, pource que c'eſt la moitié de l'arc C B, lequel par la 2 definition eſt plus petit que la moitié d'un eercle. Nous avons donc un triangle rectangle A D B, avec deux coſtez A D, A B, touchans l'angle droit, chacun plus petit que le quart d'un cerele; parquoi il faut auſſi que le troiſieſme A B ſoit plus petit, par la 3 propoſition. Oo demonſtrera auſſi ſemblablement A C eſtte plus petit.

Concluſion. Vn ttiangle ſpherique doncques ayant deux angles aigus egaux, les coſtez oppoſites d'iceux ſont plus petits que le quart d un cercle: ce qn'il falloit demonſtrer.

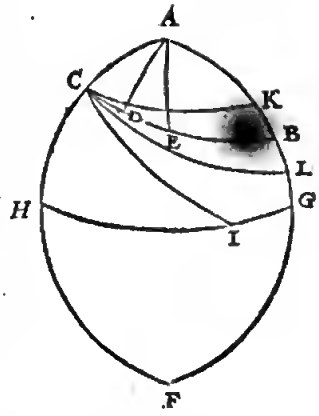
THEOREME. IX. PROPOSITION.

VN triangle ſpherique ayant deux angles aigus inegaux, & un angle obtus: le coſté oppoſite du plus aigu eſt plus petit que le quart d'un cercle: mais les autres deux coſtez peuvent eſtre d'un quart de cercle, plus petits, ou plus grands.

Le donné. Soit A B C nn ttiangle ſphetique avec deux angles aigus inegaux A B C, A C B, dont le plus aigu A B C, & l'angle C A B ſoit obtus.

Le requis. Il faut demonſtter que A C coſté oppoſite de l'angle A B C le plus aigu, eſt plus petit que le quart d'un cetcle, mais que les coſtez oppoſites des autres deux angles, peuvent eſtre du quart d'un cerele, ou plus petis, ou plus grands.

Preparation de la premiere partie. Soit tiré du poinct A l'are A D à angle droit ſur B C: le meſme A D tombera dedans le triangle par la 6 propoſition, pource qne les deux angles A B C, A C B ſont aigns; & icelui A D ſera plus prtes de l'angle A C B, que de l'angle A B C, pource que A B C eſt plus aigu que A C B, parquoi ſe peut marquer en D B le poinct E, tellemeot que D E ſoit egal à D C: ce qui eſtant fait, ſoit tiré puis apres l'arc A E.



Demonſtration de la premiere partie. Nous avons un triangle iſoſcle A C E, avec deux angles aigus C, E, dont le coſté A C eſt plus petit que le quart d'un eercle par la 8 propoſition.

Preparation de la ſeconde partie. Soient produits A B & A C tous deux juſques à ce qu'ils ſe rencontrent en F, ſoit auſſi marqué au demicercle A B F le poinct G: & en A C F le poinct H, tellement que A G, A H, faſſent chacun le quart d'un cercle, apres ſoit tiré l'arc G H, & là dedans marqué le poinct I, de façon que H I faſſe auſſi le quart d'un cercle, puis apres ſoit tiré l'arc C I: Ce qui eſtant ainſi, l'arc C B eſt ou le quart d'un cerele, on plus petit, ou plus grand: Mais poſé qu'il ſoit d'un quatt de cercle, & ſoit marqué le poinct K, entre A & B, mais que A K ſoit plus grand que A C, car C K eſtant tiré là deſſus, l'angle A K C, comme il appert par la demonſtration de la premiere partie, ſera plus aigu que l'angle A C K: Apres ſoit marqué le poinct L entre B & G, & tiré l'ate G L.

Demonſtration de la ſeconde partie. Veu que C B eſt mis pour le quatt d'un cercle, le coſté oppoſite de l'angle obtus C A B, peut au premier faire le quart d'un cercle: Apres C K, eſt plus petit que le quart d'un cetcle C B, mais C K eſt coſté oppoſite de l'angle obtus donné en un triangle A C K, de la qualité de ceſte propoſition, par la preparation de la 2 partie: Parquoi le coſté oppoſite de l'angle obtus peut auſſi eſtre plus perit que le quart d'un cerele. Apres, C L eſt plus grand que le quart du eetcle C B, mais C L eſt coſté oppoſite de l'angle obtus donné C A B, & cela en un ttiangle de la qualité de ceſte propoſition (car l'angle C A L eſt l'angle obtus donoé, & A L C eſt encores plus aigu que l'angle A B C, & A C L moins aigu que l'angle A C B, tourefois icelui angle A C L n'eſtant point obtus, veu qu'il eſt plus petit que l'angle droit A C I, tellement que A L C eſt plus aigu que A C L.) Parquoi le coſté oppoſite de l'angle obtus, peut auſſi eſtre plus grand que le quart d'un cetcle. Pour venir maintenant au coſté oppoſite de l'angle moins aigu A C B, je dis ainſi: L'arc A B eſt ou le quart d'un cercle, ou plus petit, ou plus grand: Poſé donc que ce ſoit d'un quart de cercle, le coſté oppoſite de l'angle moins aigu peut faire le quart d'un cercle: Semblablement A K eſtaot plus petit que le quatt d'un cercle A B, & A L plus grand, lequel A K, A L chacun en ſon ttiangle, eſt coſté oppoſite de l'angle moins aigu par le precedent, tellement qu'avec cela le reſte de la propoſition eſt demõſtrée. *Concluſion.* Doncques un triangle ſphetique ayant deux angles aigus inegaux, & un angle obtus, le coſté oppoſite du plus aigu, eſt plus petit que le quart d'un cercle, mais les autres deux coſtez peuvent eſtre d'un quart de cercle, plus petits, ou plus grands: ce qu'il falloit demonſtrer.

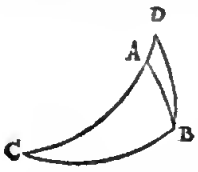
THEO-

Theoreme. X. Proposition.

VN triangle ſpherique ayant trois coſtez, chacun plus petit que le quart d'un cercle: Les angles oppoſites des deux plus petits ſont aigus, mais l'angle oppoſite du plus grand coſté peut eſtre aigu, droit, ou obtus.

Veu que l'angle oppoſite du plus grand coſté, peut eſtre aigu, droit, ou obtus, nous partirons la demonſtration en trois.

La premiere partie eſt notoire par la 7 propoſition, à ſçavoir, au triangle avec trois angles aigus, les coſtez duquel eſtant chacun plus petit que le quart d'un cercle, les angles oppoſites des deux plus petis coſtez ſont aigus, & l'angle oppoſite du plus grand coſté eſt auſſi aigu.



La deuxieſme partie eſt notoire, au triangle rectangle avec trois coſtez, chacun plus petit que le quart d'un cercle, comme A B C, auquel les angles oppoſites A, C, des deux coſtez plus petis A B, B C, qui comprennent l'angle droit B, ſont aigus par la 2 propoſition, mais l'angle oppoſite B du troiſieſme plus grand coſté A C, eſt droit.

La troiſieſme partie ſe declare ainſi: Soit prolongé l'arc C A juſques à D, puis apres ſoit tiré l'arc B D, toutesfois tellement que C D ſoit encores plus petit que le quart d'un cercle, & B D plus petit que C A: Ce qui eſtant ainſi, joignant l'angle aigu C, l'angle D eſt encores plus aigu que l'angle aigu C A B, parquoi D eſt auſſi aigu. Touchant l'angle D B C, à l'oppoſite du plus grand coſté D C, il faut qu'il ſoit obtus, veu qu'il eſt plus grand que l'angle droit A B C.

Concluſion. Doncques un triangle ſpherique ayant trois coſtez, chacun plus petit que le quart d'un cercle: les angles oppoſites des deux plus petis ſont aigus: mais l'angle oppoſite du plus grand coſté peut eſtre aigu, droit, ou obtus: ce qu'il falloit demonſtrer.

Theoreme. XI. Proposition.

EStant deux coſtez d'un triangle ſpherique, chacun plus petit que le quart d'un cercle, le troiſieſme plus grand qu'un d'iceux: La perpendiculaire de l'angle des deux plus courts, tombe dedans le triangle.

Le donné. Soit A B C un triangle ſpherique, dont les deux coſtez A B, A C, ſont chacun plus petit que le quart d'un cercle, & le troiſieſme B C plus grand que A B, ou A C, & A D ſoit la perpendiculaire de l'angle C A B juſques au coſté le plus grand B C. *Le requis.* Il faut demonſtrer que A D tombe dedans le triangle A B C.

Demonstration.

Le troiſieſme coſté plus grand comme B C, eſt ou plus petit que le quart d'un cercle, ou d'un quart de cercle, ou plus grand. Soit premierement plus petit, ce qui eſtant ainſi, A B C eſt un triangle dont les trois coſtez eſtant chacun plus petit que le quart d'un cercle, les deux angles oppoſites des plus petits coſtez, comme l'angle C, & A B C aigu par la 7 propoſition, & A D tombe entre deux dedans le triangle par la 6 propoſition. Soit ſecondement le troiſieſme coſté plus grand du quart d'un cercle, comme le prolongé C B juſques à E du triangle A E C, eſtant A E auſſi plus petit que le quart d'un cercle, & plus petit que C E: Ce qui eſtant ainſi, A D coſté oppoſite de l'angle aigu C au triangle rectangle A D C, eſt plus petit que le quart d'uo cercle par la 2 ptopoſition, & ſon angle oppoſite A E D du triangle rectangle A D E, eſt auſſi aigu par la meſme propoſition, & la perpendiculaire A D tombe entre deux dedans le triangle par la 6 propoſition. Semblablement en ſera la demonſtration d'un troiſieſme coſté plus grand que le quart d'un cercle: Comme par exemple le prolongé C E juſques à F, du triangle A F C, eſtant A F plus petit que le quart d'un cercle, & plus petit que C F.

Concluſion. Eſtant doncques deux coſtez d'un triangle ſpherique, chacun plus petit que le quart d'un cercle, le troiſieſme plus grand qu'un d'iceux, la perpendiculaire de l'angle des deux plus courts, tombe dedans le triangle: Ce qu'il falloit demonſtrer.

Theoreme. XII. Proposition.

VN triangle ſpherique ayant deux coſtez chacun plus petit que le quart d'un cercle, le troiſieſme pas plus petit: Les deux angles oppoſites des coſtez les plus petits ſont angus: mais l'angle oppoſite du plus grand coſté eſt obtus.

Veu que le coſté pas plus petit que le quart d'un cercle, peut eſtre plus grand que le quart d'uo cercle, ou d'un quart de cercle: Nous en deſcrirons deux exemples.

Exemple I.

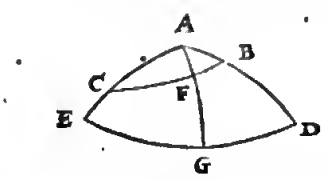
Le donné. Soit A B C un triangle ſpherique, dont les deux coſtez A B, A C, ſoient chacun plus petit que le quart d'un cercle, le troiſieſme B C plus grand.

Le requis. Il faut demonſtrer que les angles oppoſites ABC, ACB, des deux plus petits coſtez ſont aigus, mais l'angle oppoſite C A B du plus grand coſté C B, obtus.

Preparation. Soit prolongé A B & A C juſques à D & E, tellement que A D, A E faſſent chacun le quart d'un cercle, puis apres ſoit deſcrit ſur A comme pole, l'arc E D, & A F à angle droit ſur C B, lequel A F tombe dedans le triangle A B C par la 11 propoſition, car A B, A C, ſont chacun plus petit que le quart d'un cercle, & C B eſt plus grand qu'un d'iceux: Le meſme A F ſoit prolongé juſques à G en E D.

Demonstration.

Veu que E D eſt deſcrit ſur A comme pole, il faut que l'angle A E D ſoit droit, & que A G tombant ſur E D, faſſe auſſi le quart d'un cercle comme A E par la 2 conſequence de la 1 propoſition. Mais A F eſt partie de A G, parquoi A F eſt plus petit que le quart d'un cercle: Il eſt auſſi coſté oppoſite de l'angle A C F, & cela au triangle rectangle AFC, pource l'angle ACF, ou A C B, eſt aigu par la 2 propoſition: Semblablement ſera auſſi demonſtré l'angle A B C eſtre aigu: Mais que l'angle C A B eſt obtus ſe demonſtre ainſi: Si E D ne faiſoit que le quart d'un cercle, le triangle A E D ſeroit equilateral & equiangulaire, à ſçavoir trois coſtez, chacuo du quart d'un cercle, & avec trois angles droits, tellement que le plus grand arc tiré là dedans, ne pourroit



troit eſtre que d'un quart de cerele : Mais C B eſt plus grand par le donné, & E D encores plus grand : mais E D nous denote la grandeur de l'angle E A D, par la deuxieſme definition, parquoi E A D, ou ce qui eſt le meſme C A B, eſt plus grand qu'un angle droit, c'eſt donc un angle obtus.

EXEMPLE II.

Secondement, ſoit C B le quart d'un cercle, demeurant le reſte comme deſſus : Ce qui eſtant ainſi, il eſt notoire par la demonſtration du 1 exemple, qu'il faut que les deux angles A C B, A B C, ſoient aigus: Mais que l'angle C A B eſt obtus, ſe demonſtre ainſi : Si E D ne faiſoit que le quart d'un cercle, le triangle A D E ſeroit equilateral & equiangulaire, à ſçavoir trois coſtez, chacun d'un quart de cercle, & avec trois angles droits, tellement que les plus grands arcs tirez en icelui, à ſçavuir d'un angle juſques à ſon coſté oppoſite, ne pourroient eſtre que d'un quart de cercle, & tous autres arcs ne venant point hors d'un angle, comme l'ate C B, devroient eſtre plus perits, mais C B n'eſt pas plus petit, eat il fait le quart d'un cercle par le poſé, il faut donc qne E D ſoit plus grand : Mais E D nous denote la grandeur de l'angle E A D par la 2 definition, parquoi E A D, ou ce qui eſt le meſme C A B, eſt plus grand qu'un angle droit, c'eſt doncques un angle obtus.

Concluſion. Doncques un triangle ſpherique ayant deux coſtez, chacun plus petit que le quart d'un cercle, le troiſieſme n'eſtant plus perit: Les deux angles oppoſites des plus petits coſtez ſont aigus : mais l'angle oppoſite du plus grand coſté eſt obtus: ce qu'il falloit demonſtrer.

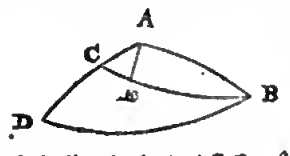
PROBLEME. XIII. PROPOSITION.

VN triangle ſpherique ayant un coſté d'un quart de cercle, l'autre plus petit, le troiſieſme plus grand : Les deux angles oppoſites des plus petits coſtez ſont aigus, mais l'angle oppoſite du plus grand coſté eſt obtus.

Le donné. Soit A B C un triangle ſpherique, dont le coſté A B eſt du quart d'un cercle, A C plus petit, & B C plus grand. *Le requis.* Il faut demonſtrer que les angles oppoſites A B C, A C B, des deux plus perits coſtez ſont aigus: Mais l'angle C A B oppoſite du plus grand coſté C B obtus. *Preparation.* Soit prolongé A C juſques à AD, tellement que A D face le quart d'un cercle : Puis apres ſoit deſcrit ſur A comme pole, l'ate B D, & ſoit tiré A E à angle droit ſur C B.

DEMONSTRATION.

Qu'il faut que les deux angles A C B, A B C ſoient aigus, appert ainſi : Veu qne A B fait le quart d'un cercle, & que l'angle A E B eſt droit, il faut que E B faſſe le quart d'un cercle par la 10 conſequence de la 1 propoſition, & que E C ſoit plus petit, pource que l'are entier C B eſt plus petit qu'un demicercle par la 1 definition : Apres il faut que A E ſoit auſſi plus perit par la conſequence de la 3 propoſition, car le coſté oppoſite A C de l'angle droit A E C, eſtant plus petit, il faut que les autres deux A E, C E, ſoient chacun plus petit on plus grand, mais C E eſt plus petit; il faut donc que A E ſoit auſſi plus petit, parquoi auſſi ſon angle oppoſite C eſt aigu, par la 2 propoſition. Et le meſme A E plus petit denotant la grandeur de l'angle A B E par la 2 definition, il faut que l'angle A B E, ou A B C ſoit aigu.



Mais que l'angle C A B eſt obtus, il ſe demonſtre ainſi : Si D B ne faiſoit que le quart d'un cercle, le triangle A D B ſeroit equilateral & equiangulaire, à ſçavoir trois coſtez chacun d'un quart de cercle, avec trois angles droits, tellement que le plus grand are tiré en icelui, ne pourroit eſtre que d'un quart de cercle : Mais C B eſt plus grand par le donné, & D B encores plus grand, lequel nous denote la grandeur de l'angle D A B par la 2 definition ; parquoi D A B, ou ce qui eſt le meſme C A B, eſt plus grand qu'un angle droit, c'eſt donc un angle obtus. *Concluſion.* Doncques un triangle ſpherique ayant un coſte d'un quatr de cercle, l'autre plus petit, le troiſieſme plus grand : Les deux angles oppoſites des plus petits coſtez ſont aigus, mais l'angle oppoſite du plus grand coſté eſt obtus : ce qu'il falloit demonſtrer.

THEOREME. XIV. PROPOSITION.

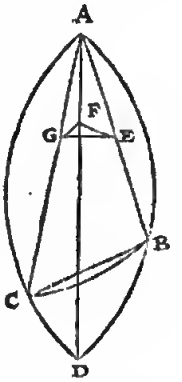
LEs trois angles d'un triangle ſpherique, ſont enſemble plus grands que deux angles droits.

Le donné. Soit A B C un triangle ſpherique, dont les trois angles ſoient A, B, C. *Le requis.* Il faut demonſtrer iceux trois angles enſemble eſtre plus grands que deux angles droits.

Preparation. Soient prolongez quelques deux arcs, comme A B, A C, juſques à ce qu'ils ſe rencontrent en D, puis apres (veu que A B D, A C D, ſont chacun un demicercle par la 3 conſequence de la 1 propoſition) l'axe A D & les trois cordes A B, B C, C A, des trois arcs A B, B C, C A : Soit auſſi marqué quelque part en la corde A B le poinct E, & de là tirée la droite ligne E F, à angle droit ſur l'axe A D, puis apres de F juſques à G en la corde A C la droite ligne F G, à angle droit ſur l'axe A D, & finalement la droite ligne G E.

DEMONSTRATION.

Veu que G F eſt à angle droit ſur A F, s'enſuit que G A eſt plus long que G F, car le quarré de G A, eſt egal aux deux quatrez de G F, F A : Semblablement ſera auſſi demonſtré que E A eſt plus long que E F, parquoi l'angle G F E, eſt plus grand que l'angle G A E: Mais l'angle G F E eſt auſſi la grandeur de l'angle ſpherique C A B par la 2 definition (car G F E eſt auſſi l'angle des plans des deux plus grands cercles, dont A B, A C, ſont les arcs) parquoi l'angle ſpherique C A B, eſt plus graud que l'angle plat CAB: Et ſemblablement ſera auſſi demonſtré l'angle ſpherique A B C, eſtte plus grand que l'angle plar ABC, & l'angle ſpherique BCA, plus grand que l'angle plat B C A : Et conſequemment les trois angles ſpheriques ſont enſemble plus grands que les trois angles plats, mais les trois angles plats ſont enſemble egaux à deux angles droits ; parquoi les trois angles ſpheriques du triangle A B C, ſont enſemble plus grands que deux angles droits. *Concluſion.* Doncques les trois angles d'un triangle ſpherique, ſont enſemble plus grands que deux angles droits : ce qu'il falloit demonſtrer.



CONSEQVENCE.

Il eſt notoire par le precedent, qne les deux angles d'un triangle n'eſtant enſemble pas plus grands que le quart

quart d'un cercle, il faut que le troiſieſme ſoit plus grand.

Theoreme. XV. Proposition.

Le plus grand angle d'un triangle ſpherique, vient à l'oppoſite du plus grand coſté.

Le donné. Soit A B C de la 14 ptopoſition un triangle ſpherique, dont le coſté A C eſt le plus grand, A B moindre, B C le plus petit.

Le requis. Il faut demonſtrer que l'angle A B C, à l'oppoſite du plus grand coſté A C, eſt plus grand qu'aucun des autres.

Demonstration.

Les plus grands arcs ont les plus grandes cotdes, parquoi la corde A C eſt la plus grande des trois: Apres, les cordes qui ſont le plus grand angle plat, leurs arcs ſont les plus grands angles ſpheriques, comme appert en la meſme 14 propoſition: Mais les deux plus petites cordes A B, B C, ſont le plus grand angle plat, parquoi les plus petits arcs ſont le plus grand angle ſpherique, & cela à l'oppoſite du plus grand coſté A C. Semblablement ſera auſſi demonſtré l'angle A C B, à l'oppoſite du coſté A B, eſtre plus grand que l'angle C A B, à l'oppoſite du coſté B C, pource que A B eſt plus grand par le poſé que B C.

Concluſion. Doncques le plus grand angle d'un triangle ſpherique, vient à l'oppoſite du plus grand coſté: ce qu'il falloit demonſtrer.

Theoreme. XVI. Proposition.

Eſtant un triangle ſpherique rectangle, dont un angle oblique eſt aigu: L'arc tiré de l'autre angle oblique juſques à ſon coſté oppoſite, ſera plus petit que l'hypothenuſe, & plus grand que le coſté oppoſite de l'angle aigu. Mais un angle oblique eſtant obtus, l'arc tiré de l'autre angle oblique juſques à ſon coſté oppoſite, ſera plus grand que l'hypothenuſe, & plus petit que le coſté oppoſite de l'angle aigu.

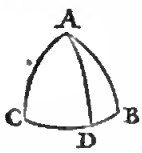
1 *Exemple avec un angle oblique aigu.*

Le donné: Soit A B C un triangle ſphetique, dont l'angle B eſt droit, C aigu, & A D l'arc de l'autre angle oblique A, juſques à ſon coſté oppoſite B C.

Le requis. Il faut demonſtrer que A D eſt plus petit que l'hypothenuſe A C, mais plus grand que A B, coſté oppoſite de l'angle aigu C.

Demonstration.

Veu que l'angle C du triangle rectangle A B C, eſt aigu, ſon coſté oppoſite A B eſt plus petit que le quart d'un cercle par la conſequence de la 2 propoſition. Mais A B eſtant plus petit, ſon coſté oppoſite A D B du triangle rectangle A B D eſt aigu par la 2 propoſition, & pource l'angle A D C obtus par la 5 conſequence de la 1 propoſition: Tellement que A D C eſt un triangle, dont l'angle aigu C eſt plus petit que ſon angle obtus A D C, parquoi A D coſté oppoſite de l'angle mineur C, eſt plus petit par la 15 propoſition que A C coſté oppoſite de l'angle majeur A D C: Detechef, A B coſté oppoſite de l'angle aigu C, eſtant plus petit que le quart d'un cercle, ſon angle oppoſite A D B du triangle rectangle A D B, eſt aigu par la 2 propoſition: Tellement que A D B eſt un triangle rectangle, dont l'angle droit B eſt plus grand que l'angle aigu A D B, parquoi A D coſté oppoſite de l'angle majeur B, par la 15 ptopoſition, eſt plus grand que A B coſté oppoſite de l'angle mioeur A D B.



2 *Exemple avec un angle oblique obtus.*

Le donné. Soit maintenant un angle C obtus, le reſte comme deſſus.

Le requis. Il faut demonſtrer que A D eſt plus grand que l'hypothenuſe A C, mais plus petit que A B coſté oppoſite de l'angle obtus C.

Demonstration.

Veu que l'angle C du triangle rectangle A B C, eſt obtus, ſon coſté oppoſite A B eſt plus grand que le quart d'un cercle, par la conſequence de la 2 propoſition: Mais A B eſtant plus grand, ſon angle oppoſite A D B du triangle rectangle A B D, eſt obtus par la 2 propoſition, & pource l'angle A D C eſt aigu par la conſequence de la 1 propoſition: Tellement que A D C eſt un triangle, dont l'angle obtus C, eſt plus grand que ſon angle aigu A D C, parquoi A D coſté oppoſite de l'angle majeur C, eſt plus grand par la 15 ptopoſition que A C coſté oppoſite de l'angle mioeur A D C. Detechef A B coſté oppoſite de l'angle obtus C, eſtant plus grand que le quart d'un cercle, ſon coſté oppoſite A D B du triangle A D B eſt obtus par la 2 propoſition: Tellement que A D B eſt un triangle rectangle, duquel l'angle droit B, eſt moindre que l'angle obtus A D B, pourtant par la 15 propoſition, A D coſté oppoſite du plus petit angle B, eſt moindre que A B coſté oppoſite du plus grand angle A D B.

Concluſion. Eſtant donc un triangle ſpherique rectangle, dont un angle oblique eſt aigu, l'arc tiré de l'autre angle oblique, &c.

Theoreme. XVII. Proposition.

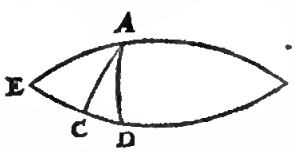
Quelconques deux coſtez d'un triangle ſpherique, ſont plus grands que le troiſieſme.

Si le triangle a trois coſtez egaux, ou ſi les deux plus grands eſtoient egaux, la choſe ne requiert point de demonſtration, parquoi nous parlerons ſeulemeot du triangle avec un coſté majeur de trois.

Le donné. Soit A B C un triangle ſpherique, dont le coſté majeur eſt B C. *Le requis.* Il faut demonſtrer que ſes deux coſtez quelconques ſont plus grands que le troiſieſme. *Preparation.* Veu que B C eſt plus grand que A B, compons B D de B C egal à A B, & tirons l'arc A D: Puis apres ſoient prolongés B A, B D, juſques à ce qu'ils ſe rencontreot eo E.

Demonstration.

Veu que B C eſt le plus graod coſté des trois, il faut neceſſairement qu'icelui avec un des autres deux ſoit plus grand que le troiſieſme, tellement que n'eſtant pas beſoin d'en faire demonſtration, nous demonſtrerons ſeulement que A C avec A B eſt plus grand que B C: pourtaot je dis ainſi, B A E & B D E ſont chacun un demicercle par la 3 conſequence de la 1 propoſition, dequoi E A eſtant egal avec E D (pource que A B eſt egal avec B D) il faut que l'angle E A D, ſoit egal avec l'angle E D A: Et l'angle E A C, ſouſtrait de l'angle E A D, reſte l'angle C A D plus petit qoe l'angle E A D, & conſequemment plus



plus petit que l'angle EDA, ou CDA, & pource AC coſté oppoſite de l'angle majeur CDA, eſt plus grand que CD coſté oppoſite de l'angle mineur CAD, par la 15 propoſition: Et anrant que AC eſt plus grand que CD, autant ſont les deux coſtez CA, CB, enſemble manifeſtement plus grands que CB.

Concluſion. Quelconques deux coſtez donc d'un triangle ſpherique, ſont plus grands que le troiſieſme: ce qu'il falloit demonſtrer.

Conſequence.

Il eſt nntoire par le ptecedeor, que deux angles d'un triangle ſpherique n'eſtanr enſemble pas plus grands que le quart d'un cercle, il faur que le troiſieſme ſoit plus petit: Mais leur difference n'eſtant pas moindre que le quart d'un cercle, il faut que le troiſieſme ſoit plus grand.

Theoreme. XVIII. Proposition.

Les trois coſtez d'un triangle ſpherique, ſont enſemble plus petits qu'un cercle.

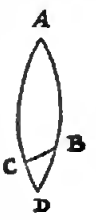
Le donné. Soit ABC un triangle ſpherique.

Le requis. Il faut demonſtrer que ſes trois coſtez ſont enſemble plus petits qn'un cercle.

Preparation. Soient quelques deux coſtez prolongez, je prens AB, AC, juſques à ce qu'ils ſe rencontrenr, ce qui ſoit en D.

Demonstration.

Les deux arcs ABD, ACD, ſont chacun par la 3 conſequeoce de la 1 propoſition un demicercle, qui eſt enſemble un cercle: Et les deux arcs AB, AC, ſont eoſemble un cercle, moins deux arcs BD, CD: Parquoi ſi CB eſtoit egal à BD avec CD, les trois coſtez du triangle ABC, ſeroient enſemble egaux à un cercle: Mais CD du triangle CBD, eſt plus petit que les autres deux BD, CD, par la 17 propoſition: Parquoi les trois coſtez du triangle ABC, ſont enſemble plus petits qu'un cercle.



Concluſion. Les trois coſtez doncques d'un triangle ſpherique, ſont enſemble plus petits qu'un cercle: ce qu'il falloit demonſtrer.

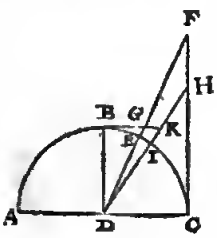
Conſequence.

Il eſt notoire pat le preeedent, que deux coſtez d'un triangle ſpherique, n'eſtant enſemble point plus petits que trois quarts d'un cercle, il faur que le troiſieſme ſoit plus perit.

Theoreme. XIX. Proposition.

Le ſinus d'un angle droit, eſt moyen proportionnel entre la tangente d'un arc poſé, & la tangente de ſon arc de complement.

Le donné. Soit ABC un demicercle, dont le centre eſt D, & BC le quart d'un cercle, dedans lequel CE eſt un arc poſé, donr la tangente CF en BE ſon arc de eomplement, & duquel la tangente BG, & CD ſinus de l'angle droit.



Le requis. Il faut demonſtrer que DC eſt moyen propottionnel entre CF & BG.

Demonstration.

Les deux triangles CFD, BDG, ſont droits en C, & en B, & l'angle FDC eſt egal à l'angle DGB, parquoi les meſmes deux triangles ſont ſemblables, & leurs coſtez homologues proportionnels, qui eſt:

Comme CF à CD, ainſi DB à BG:

Mais CD eſt egale à DB, parquoi

Comme CF à CD, ainſi CD à BG.

Tellement que CD eſt moyenne propnrtinnnelle entre CF & BG.

Concluſion. Doneques le ſinus d'un angle droit, eſt moyen ptoportionnel entre la tangente d'un are poſe, & la tangente de ſon arc de complement: ce qu'il falloit demonſtrer.

Theoreme. XX. Proposition.

Les tangentes de deux arcs, ſont alternement proportionnelles avec les tangentes de leurs arcs de complement.

Le donné. Soit en la figure de la 19 propoſition, titée la ligne droite de D juſques à H, en la ligne CF, coupant l'arc BC en I: Soit auſſi ptolongée BG juſques à K en la ligne DH: Ce qu'eſtant ainſi, nous avons deux arcs CI, CE, dont les tangentes CH, CF, & les tangentes de leurs arcs de cnmplement IB, EB, ſont BK, BG. *Le requis.* Il faur demonſtrer que les tangentes CH, CF, des deux arcs CI, CE, ſont alternement proportinnnelles avec les tangentes de leurs arcs de complément BG, BK: qui eſt, comme CH à BG, ainſi CF à BK.

Demonstration.

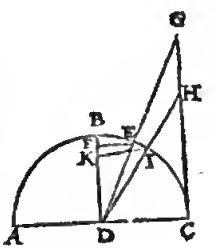
DC eſt, par la 19 propoſition, moyenne proportionnelle entre CF & BG: Et par la meſme propoſition DC eſt auſſi moyenne proportionnelle entre CH & BK, tellement que le quarré de DC, eſt egal au rectangle comprins ſous CF & BG: Le meſme quarré eſt auſſi egal au rectangle comprins ſous CHBK; parquoi ces deux rectangles ſont egaux, & leurs coſtez alternement ptoportionoels, qui eſt: Comme CH à CF, ainſi BG à BK.

Concluſion. Les tangentes donc de denx arcs, ſont alternement ptoportionnelles avec les tangentes de leurs arcs de complement: ce qu'il falloit demonſtrer.

Theoreme. XXI. Proposition.

Le ſinus de l'angle droit, eſt moyen proportionnel entre le ſinus de l'arc poſé, & la ſecante de ſon arc de complement.

Le donné. Soit ABC un demicercle, dont le centre eſt D, & BC le quart d'un cercle, dedans lequel BE eſt nn arc, doot le ſinus FE: Apres, CE ſoit ſon arc de complemeot, dont la ſecante DG, & CD ſinus de l'angle droit.



Le requis. Il faut demonſtrer que CD eſt moyenne prnportinnnelle entre FE ſinus de BE, & DG ſecante de ſon arc de complement EC.

Demonstration.

Les triangles GDC, DEF, ſont droits à C & F, & l'angle GDC eſt egal à l'angle DEF, patquoi ces meſmes deux triangles ſont ſemblables, & leurs coſtez homologues proportionnels, qui eſt:

Comme FE à ED, ainsi DC à DG.
Mais DC est egal à ED, parquoi,
Comme FE à DC, ainsi DC à DG.
Tellement que DC est moyenne proportionnelle entre FE & DG.

Conclusion. Le sinus doncques de l'angle droit, est moyen proportionnel entre le sinus de l'arc posé, & la secante de son arc de complement: ce qu'il falloit demonstrer.

Consequence.

Il est notoire que le sinus de l'angle droit, est aussi moyen proportionnel entre le sinus de l'arc de complement, & la secante de son posé: Car prennant CE pour posé, dont l'arc de complement soit BE, nous disons que le susdit sinus de l'angle droit DC, est moyen proportionnel entre FE sinus de l'arc de complement de BE, & DG secante de leur posé EC.

Theoreme. XXII. Proposition.

Les sinus de deux arcs, sont alternement proportionnels avec les secantes de leurs arcs de complement.

Le donné. Soit tirée en la figure de la 21 proposition la ligne droite de D jusques à H, en la ligne CG, coupant l'arc BC en I: Soit tiree aussi IK à angle droit sur DB: Ce qui estant ainsi, nous avons deux arcs BI, BE, dont les sinus sont KI, FE, & les secantes de leur arc de complement IC, EC, sont DG, DH.

Le requis. Il faut demonstrer que les sinus KI, FE, des deux arcs BI, BE, sont alternement proportionnels avec les secantes de leurs arcs de complement: qui est comme KI, à DG, ainsi FE à DH.

Demonstration.

DC par la 21 proposition est moyenne proportionnelle entre EF, & DG: Et par la mesme proposition, DC est aussi moyenne proportionnelle entre KI & DH, tellement que le quarté de DC, est egal au rectangle comprins sous EF & DG, le mesme quarré est aussi egal au rectangle comprins sous KI & DH, parquoi ces deux rectangles sont egaux, & leurs costez alternement proportionnels: Qui est, comme KI à DG, ainsi FE à DH.

Conclusion. Les sinus doncques de deux arcs, sont alternement proportionnels avec les secantes de leurs arcs de complement: ce qu'il falloit demonstrer.

Consequence.

Il est noroire que les sinus des deux arcs de complement, sont aussi alternement proportionnels avec les secantes de leur posé, car prennant KI & FE, pour sinus de l'arc de complement IC & EC, nous disons qu'iceux mesmes sont alrernement proportionnels avec les secantes DH, DG, de leurs posez BI, BE: Qui est, comme KI à DG, ainsi FE à DH: ce que nous avons demonstré ci dessus.

SECONDE PARTIE DES THEOREMES, DESQVELS EST COLLIGEE LA FORME DE L'OPERATION DES PROBLEMES DE LA TROISIESME PARTIE.

Theoreme. XXIII. Proposition.

Estant un triangle spherique rectangle: Comme le sinus de l'angle droit, au sinus de l'hypothenuse; Ainsi le sinus de l'angle oblique, au sinus de son costé oppositе.

Les deux costez de l'angle droit requetant ici distinction, nous en rencontrons de trois diverses façons, à sçavoir chacun plus petit que le quart d'un cercle, ou chacun plus grand, ou l'un plus petit l'autre plus grand, dont nous descrirons trois divers exemples.

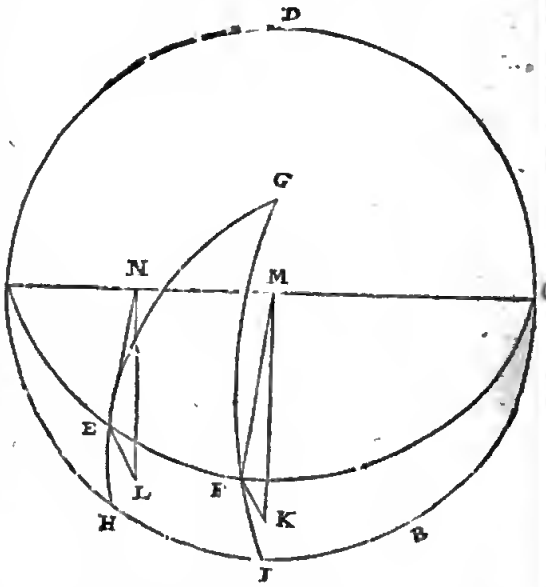
Notez.

D'autant que quelqu'un pourroit demãder, pourquoi on parle seulement ici de deux costez, chacun plus petit que le quart d'un cercle, ou chacun plus grand, ou l'un plus petit, l'autre plus grand, sans faire mention des costez d'un quart de cercle, nous en declarerons les raisons: Il faut sçavoir qu'au triangle avec un ou deux costez, chacun d'un quart de cercle, ne faut point de recherche des termes incognus, car les angles opposites des quarts de cercles, sont touſiours droits: Apres, le troiſieſme costé & troiſieſme angle sont tousjours d'une mesme quantité de degrez, tellement qu'il n'est pas besoing pour l'invention d'iceux d'en descrire de reigles, ny aussi du triangle avec trois costez chacun d'un quart de cercle, dont les trois angles sont tousjours droits.

L'admonition ci faite sur ceste proposition, s'entendra generalement sur toutes les propositions suivantes, là où le semblable advient, & cela non seulement des triangles avec deux ou trois costez, chacun d'un quart de cercle, mais aussi des triangles avec deux ou trois rectangles, car ils sont de la mesme susdite qualité.

1 *Exemple avec deux costez d'un angle droit, chacun plus petit que le quart d'un cercle.*

Le donné. Soit ABCD cercle majeur d'une sphere, sur laquelle soit encores tiré un autre cercle majeur AEFC, & la commune section de ces deux cercles soit l'axe



AC: Apres soit G pole du cercle ABCD, duquel pole est tiré l'arc GH jusques au cercle ABCD, coupant le cercle AEFC en E: Ce qui estant ainsi, nous avons un triangle rectangle EHA, avec deux costez EH, HA, qui comprennent l'angle droit EHA, chacun plus petit que le quart d'un cercle.

Le requis. Il faut demonstrer, que comme le sinus de l'angle droit EHA, au sinus de l'hypothenuse AE, ainsi le sinus

le ſinus de l'angle oblique E A H, au ſinus de ſon coſté oppoſite E H.

Preparation. Soit marqué le poinct I, ainſi que A I eſt le quart d'un cerele : Puis l'arc G I, lequel coupant le cercle A E F C en F, il faut que A F ſoit auſſi le quart d'un cercle : Soient tirées maintenant les deux lignes droites F K, E L, à angle droit ſur le plan du cercle A B C D, à ſçavoir F K comme ſinus de l'arc F I, qui eſt de l'angle F A I ou E A H : Et E L comme ſinus de l'arc E H, qui eſt coſté oppoſite de l'angle E A H : Puis apres au plan du cercle A E F C, les deux lignes droites F M, E N, toutes deux à angle droit ſur l'axe A C, à ſçavoir F M comme ſinus de l'arc A F, qui eſt de l'angle droit, & E N comme ſinus de l'arc A E eſtant l'hypothenuſe : Soient auſſi tirées les deux lignes droites K M, L M : Or donc E M, E N, F K, E L, ſignifians ainſi par ordre les quatre termes de ceſte propoſition, à ſçavoir les quatre ſinus du triangle E H A : Comme F M ſinus de l'angle droit, E N ſinus de l'hypothenuſe, F K ſinus de l'angle oblique, & E L ſinus de ſon coſté oppoſite, nous demonſtrerons (pour plus amplement declarer le ſuſdit requis) que comme F M à E N, ainſi F K à E L.

Demonstration.

Veu que F K, E L, ſont toutes deux paralleles ſur le plan du cercle A B C D, par la preparation, les trois triangles F K M, E L N, ſont tous deux à angle droit ſur le plan du meſme cercle A B C D, & leurs baſes K M, L M, ſont pourtant auſſi paralleles, & l'angle E N L egal à l'angle F M K : Apres, les angles E L N, F K M, ſont tous deux droits, par lequel auſſi leurs troiſieſmes angles E, F, ſont egaux, & conſequemment s'enſuit qu'il faut que ce ſoient triangles ſemblables, dont les coſtez homologues ſont proportionnels, qui eſt, comme F M à E N, ainſi F K à E L, leſquels eſtant par ordre les ſinus des quatre termes mentionnez en la propoſition, comme il eſt plus amplement declaré en la preparation, il appert que comme le ſinus de l'angle droit F M, au ſinus de l'hypothenuſe E N, ainſi E K ſinus de l'angle oblique, à E L ſinus de ſon coſté oppoſite.

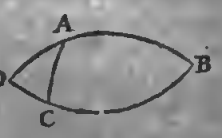
2 *Exemple avec deux coſtez d'un angle droit, chacun plus grand que le quart d'un cercle.*

Le donné. Soit A B C un triangle ſpherique dont l'angle B eſt droit, & les deux coſtez comprenant icelui, comme A B, C B, ſont chacun plus grand que le quart d'un cercle. *Le requis.* Il faut demonſtrer que comme le ſinus de l'angle droit, au ſinus de l'hypothenuſe A C, ainſi le ſinus de l'angle oblique A C B, au ſinus de ſon coſté oppoſite A B.

Preparation. Soient prolongez B A, B C, juſques à ce qu'ils ſe rencontrent, ce qui ſoit en D.

Demonstration.

D A B & D C B ſont chacun un demicercle, & l'angle D eſt egal à l'angle B, par la 3 conſequente de la 1 propoſition, mais l'angle B eſt droit, parquoi l'angle D eſt droit auſſi : Apres, veu que A B, B C, ſont chacun plus grand que le quart d'un cercle, il faut que A D, C D, ſoient chacun plus petit : Tellement que nous avons un triangle rectangle A D C, dont l'angle D eſt droit, avec deux coſtez d'angle droit A D, D C, qui ſont chacun plus petit : parquoi par le 1 exemple de ceſte propoſition,



Comme le ſinus de l'angle droit D,
Au ſinus de l'hypothenuſe A C;
Ainſi le ſinus de l'angle oblique A C D,
Au ſinus de ſon coſté oppoſite A D.

Mais le ſinus de D, eſt auſſi ſinus de B, puis qu'ils ſont tous deux droits, par la 3 conſequence de la 1 propoſition : Et le ſinus de l'angle A C D, eſt auſſi ſinus de l'angle A C B, par la 5 conſequence de la 1 propoſition : Et le ſinus de A D, eſt auſſi ſinus de A B, par la 2 definition de la fabrique des ſinus ; parquoi,

Comme le ſinus de l'angle droit B,
Au ſinus de l'hypothenuſe A C;
Ainſi le ſinus de l'angle oblique A C B,
Au ſinus de ſon coſté oppoſite A B.

3 *Exemple avec deux coſtez d'un angle droit, l'un plus petit, l'autre plus grand que le quart d'un cercle.*

Le donné. Soit A B C du deuxieſme exemple un triangle ſpherique, dont l'angle C eſt droit, & l'un des deux coſtez de l'angle droit, comme A C, ſoit plus petit que le quart d'un cercle, l'autre, à ſçavoir C B plus grand.

Le requis. Il faut demonſtrer, que comme le ſinus de l'angle droit A C B, au ſinus de l'hypothenuſe A B : Ainſi le ſinus de l'angle oblique B, au ſinus de ſon coſté oppoſite A C.

Preparation. Soient B A, B C prolongez juſques à ce qu'ils ſe rencontrent, ce qui ſoit en D.

Demonstration.

D A B & D C B ſont chacun un demicercle par la 3 conſequence de la 1 propoſition : Et veu que l'un des coſtez de l'angle droit A C, eſt plus petit que le quart d'un cercle, l'autre, à ſçavoir B C plus grand, il faut que l'hypothenuſe A B ſoit plus grande, par la 3 propoſition : parquoi A B, B C, eſtant chacun plus grand, il faut que A D, C D, ſoient chacun plus petit : Et l'angle A C B eſtant droit, il faut que l'angle A C D ſoit auſſi droit par la 5 conſequence de la 1 propoſition : Tellement que nous avons ici un triangle rectangle A C D, dont l'angle C eſt droit, & les deux comprenant icelui, chacun plus petit que le quart d'un cercle : parquoi par le 1 exemple,

Comme le ſinus de l'angle A C D,
Au ſinus de l'hypothenuſe A D;
Ainſi le ſinus de l'angle oblique D,
Au ſinus de ſon coſté oppoſite A C.

Mais le ſinus de A C D, eſt auſſi ſinus de l'angle A C B, puis qu'ils ſont tous deux droits, par la 5 conſequence de la 1 propoſition : Et le ſinus de l'hypothenuſe A D, eſt auſſi ſinus de A B, par la 2 definition de la fabrique des ſinus : Et le ſinus de D eſt auſſi ſinus de B, par la 3 conſequence de la 1 propoſition : parquoi,

Comme le ſinus de l'angle droit A C B,
Au ſinus de l'hypothenuſe A B;
Ainſi le ſinus de l'angle oblique B,
Au ſinus de ſon coſté oppoſite A C.

Concluſion. Eſtant doncques un triangle ſpherique rectangle : Comme le ſinus de l'angle droit, au ſinus de l'hypothenuſe, ainſi le ſinus de l'angle oblique, au ſinus de ſon coſté oppoſite : ce qu'il falloit demonſtrer.

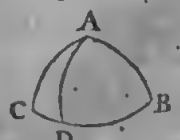
Theoreme. XXIV. Propoſition.

Comme le ſinus du coſté dextre du triangle ſpherique, au ſinus du coſté ſeneſtre, ainſi le ſinus de l'angle ſeneſtre, au ſinus de l'angle dextre.

La perpendiculaire de l'angle jusques à son costé opposite, tombe ou dedans le triangle, ou dehors, ou en un costé : Si elle tombe en un costé, le triangle est droit, dequoi le conteuu de ceste proposition est notoire par raison alterne de la 23 proposition; mais tombant dedans ou dehors, de cela uous mettrõs deux exemples.

1 *Exemple où la perpendiculaire tombe dedans le triangle.*

Le donné. Soit A B C un triangle spherique, comme il advient, je prens sans aucun angle droit, dont le costé dexire soit A B, costé seneſtre A C, angle seneſtre C, angle dextre B.



Le requis. Il faut demonſtrer, que comme le sinus du costé dextre AB, au sinus du costé seneſtre AC, ainsi le sinus de l'angle seneſtre C, au sinus de l'angle dextre B.

Preparation. Soit tiré l'arc AD tombant, je prens dedans le triangle A B C, à angle droit sur CB, qui est, partissant le meſme triangle en deux triangles rectangles A D B, A D C.

DEMONSTRATION.

Veu que l'angle D du triangle A D B est droit, je dis par raiſon alterne de la 23 proposition:

Comme le sinus de l'hypothenuſe A B,
Au sinus de A D;
Ainsi le sinus de l'angle droit A D B,
Au sinus de l'angle oppoſite de A D, qui est de l'angle B.

Apres, puis que l'angle D du triangle A D C est auſſi droit, je dis par raiſon alterne de la 23 proposition, que

Comme le sinus de l'hypothenuſe A C,
Au sinus de A D;
Ainsi le sinus de l'angle droit A D C,
Au sinus de l'angle oppoſite de A D, qui est l'angle C.

Nous avons doncques ici deux proportions de sinus de ces termes:

A B, A D, D, B,
A C, A D, D, C.

Ce qui estant ainsi, le rectangle comprins entre les sinus de AD & D, est egal au rectangle comprins sous les sinus de AB & B, auſſi sous les sinus de AC & C, parquoi l'angle droit comprins sous les sinus de AB & B, est egal à l'angle droit comprins sous les sinus de AC & C, & leurs costez sont alternement proportionnels, qui est,

Comme le sinus de A B,
Au sinus de A C;
Ainsi le sinus de C,
Au sinus de B.

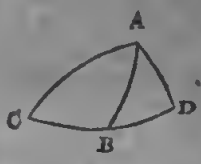
Qui est;

Comme le sinus du costé dextre A B,
Au sinus du costé seneſtre A C;
Ainsi le sinus de l'angle seneſtre C,
Au sinus de l'angle dextre B.

2 *Exemple où la perpendiculaire tombe hors du triangle.*

Le donné. Soit A B C un triangle spherique comme il advient, je prens sans aucun angle droit, dont le costé dextre soit A B, le costé seneſtre A C, l'angle seneſtre C, & l'angle dextre B.

Le requis. Il faut demonſtrer que comme le sinus du costé dextre AB, au sinus du costé seneſtre A C, ainsi le sinus de l'angle seneſtre C, au sinus de l'angle dextre B.



Preparation. Soit tiré l'arc AD tombant hors du triangle A B C, à angle droit sur la prolongée CB, causant deux triangles rectangles A C D, A B D.

DEMONSTRATION.

Puis que l'angle D du triangle A D C est droit, je dis par raiſon alterne de la 23 proposition, que

Comme le sinus de l'hypothenuſe A C,
Au sinus de A D;
Ainsi le sinus de l'angle droit D,
Au sinus de l'angle oppoſite de A D, qui est l'angle C.

Puis apres veu que l'angle D du triangle A D B est droit, je dis par raiſon alterne de la 23 proposition, que

Comme le sinus de l'hypothenuſe A B,
Au sinus de A D;
Ainsi le sinus de l'angle droit D,
Au sinus de l'angle oppoſite de A D, qui est l'angle B.

Nous avons doucques ici deux proportions de sinus de ceste qualité:

A C, A D, D, C,
A B, A D, D, B.

Par lequel procedé, comme il a esté fait au 1 exemple, on conclud finalement, que

Comme le sinus du costé de l'angle droit A B,
Au sinus du costé seneſtre A C;
Ainsi le sinus de l'angle seneſtre C,
Au sinus de l'angle dextre B.

Concluſion. Doncques comme le sinus du costé dextre du triangle spherique, au sinus du costé seneſtre: Ainsi le sinus de l'angle seneſtre, au sinus de l'angle dextre: ce qu'il falloit demonſtrer.

THEOREME. XXV. PROPOSITION.

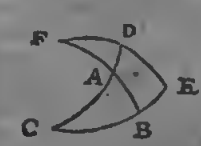
Estant un triangle spherique rectangle: Comme le sinus d'angle droit, au sinus de l'arc de complement d'un costé de l'angle droit, ainsi le sinus de l'arc de complement de l'autre costé de l'angle droit, au sinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe.

Les deux costez de l'angle droit sont chacun plus petit que le quart d'un cercle, ou chacun plus grand, ou l'un plus petit, l'autre plus grand, dequoi nous deſcrirons trois divers exemples.

1 *Exemple avec deux costez de l'angle droit, chacun plus petit que le quart d'un cercle.*

Le donné. Soit A B C un triangle spherique, dont l'angle B est droit, & les deux costez de l'angle comme A B, B C, chacun plus petit que le quart d'un cercle.

Le requis. Il faut demonſtrer, que comme le sinus l'angle droit, au sinus de l'arc de complement d costé de l'angle droit, je prens de C B, ainsi le sinus de l'arc de cõplement de l'autre costé de l'angle droit A B, au sinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe A C



Preparation. Veu que les deux costez de l'angle droit AB, B sont chacun plus petit que le quart d'un cercle, il faut que l'hypothenuſe A C soit auſſi plus petite par la 3 proposition: parquoi soit prolongé auſſi bien CA que BA, & CB, jnſques à ce qu'

fa-ent

faſſent chacun le quart d'un cercle, ce qui ſoit C A juſques à D, C B juſques à E, & B A juſques à F, puis apres ſoit prolongé de E par deſſus D un arc juſques à ce qu'il faſſe auſſi le quart d'un cercle, qui tombera neceſſairement de E juſques à F, par la 4 conſequence de la 1 propoſition.

DEMONSTRATION.

Veu que l'angle F B C eſt droit, & que F E fait le quart d'un cercle auſſi bien que F B, il faut que l'angle F E C ſoit auſſi droit par la 2 conſequence de la 1 propoſition. Apres, puis que C E fait le quart d'un cercle, & que l'arc C D eſt tiré ſur E F, il faut que le meſme, par la precedente conſequence, ſoit à angle droit ſur icelui E F, & conſequemment que l'angle C D F ſoit droit: parquoi par la 23 propoſition,

Comme le ſinus de l'angle droit A D F,
Au ſinus de l'hypothenuſe A F;
Ainſi le ſinus de l'angle oblique F,
Au ſinus de ſon coſté oppoſite A D.

Mais le ſinus de B E, eſt ſinus de l'angle F par la 2 definition: parquoi

Comme le ſinus de l'angle droit A D F,
Au ſinus de l'hypothenuſe A F;
Ainſi le ſinus de B E,
Au ſinus de A D.

Mais A F eſt arc de complement de A B, & B E arc de complement de C B, & A D arc de complement de A C: parquoi

Comme le ſinus de l'angle droit,
Au ſinus de l'arc de complement A B;
Ainſi le ſinus de l'arc de complement de C D,
Au ſinus de l'arc de complement de A C.

Et par alterne raiſon,

Comme le ſinus de l'angle droit,
Au ſinus de l'arc de complement du coſté de l'angle droit C B;
Ainſi le ſinus de l'arc de complement de l'autre coſté de l'angle droit A B,
Au ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe A C.

2 *Exemple avec deux coſtez de l'angle droit, chacun plus grand que le quart d'un cercle.*

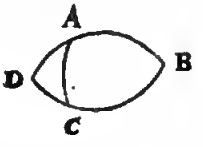
Le donné. Soit A B C un triangle ſpherique, dont l'angle B eſt droit, & les deux coſtez de l'angle droit A B, C B, chacun plus grand que le quart d'un cercle.

Le requis. Il faut demonſtrer, que comme le ſinus de l'angle droit, au ſinus de l'arc de complement d'un coſté de l'angle droit, je prens de C B, ainſi le ſinus de l'arc de complemẽt de l'autre coſté de l'angle droit A B, au ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe A C.

Preparation. Soient prolongez B A, B C, juſques à ce qu'ils ſe rencontrent, ce qui ſoit en D.

DEMONSTRATION.

D A B & D C B ſont chacun un demicercle, l'angle deſquels D eſt egal à l'angle B, par la 3 conſequence de la 1 propoſition: Mais B eſt un angle droit, D doncques eſt auſſi droit. Apres, veu que A B, B C, ſont chacun plus grand que le quart d'un cercle, il faut que A D, C D, ſoient chacun plus petit: Tellement que nous avons un triangle rectangle A D C, dont l'angle D eſt droit, avec deux coſtez de



l'angle droit qui ſont chacun plus petit: parquoi par le 1 exemple de ceſte propoſition,

Comme le ſinus de l'angle droit,
Au ſinus de l'arc de complement de C D;
Ainſi le ſinus de l'arc de complement de A D,
Au ſinus de l'arc de complement de A C.

Mais les ſinus de l'arc de complement de C D & A D, ſont auſſi ſinus des arcs de complement de C B & A B, par la 2 definition de la fabrique des ſinus: parquoi

Comme le ſinus de l'angle droit,
Au ſinus de l'arc de complement du coſté de l'angle droit C B;
Ainſi le ſinus de l'arc de complement de l'autre coſté de l'angle droit A B,
Au ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe A C.

3. *Exemple avec deux coſtez de l'angle droit, l'un plus petit, l'autre plus grand que le quart d'un cercle.*

Le donné. Soit A B C du 2 exemple un triangle ſpherique, dont l'angle C eſt droit, & l'un des coſtez de l'angle droit, comme A C, ſoit plus petit que le quart d'un cercle, & l'autre, à ſçavoir C B, plus grand.

Le requis. Il faut demonſtrer, que comme le ſinus de l'angle droit, au ſinus de l'arc de complement d'un coſté de l'angle droit, je prens C B, ainſi le ſinus de l'arc de complement de l'autre coſté de l'angle droit A C, au ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe A B.

Preparation. Soient prolongez B A, B C, tous deux juſques à ce qu'ils ſe rencontrent, ce qui ſoit en D.

DEMONSTRATION.

D A B & D C B, ſont chacun un demicercle par la 3 conſequence de la 1 propoſition: Et veu qu'un des deux coſtez de l'angle droit A C eſt plus petit que le quart d'un cercle, l'autre, à ſçavoir B C plus grand, il faut que l'hypothenuſe A B ſoit plus grande par la 3 propoſition; parquoi A B, B C, eſtant chacun plus grand, il faut que A D, C D, ſoient chacun plus petit: Et l'angle A C B eſtant droit, il faut que l'angle A C D ſoit droit auſſi par la 5 conſequence de la 1 propoſition: Tellement que nous avons ici un triangle rectangle A C D, dont l'angle C eſt droit, & les deux coſtez comprenant icelui, chacun plus petit que le quart d'un cercle: parquoi par le 1 exemple,

Comme le ſinus de l'angle droit,
Au ſinus de l'arc de complement de C D;
Ainſi le ſinus de l'arc de complement de A C,
Au ſinus de l'arc de complement de A D.

Mais les ſinus de l'arc de complement de C D & A D, ſont auſſi ſinus de l'arc de complement de C B & A B, par la 2 definition de la fabrique des ſinus: parquoi

Comme le ſinus de l'angle droit,
Au ſinus de l'arc de complement du coſté de l'angle droit C B;
Ainſi le ſinus de l'arc de complement de l'autre coſté de l'angle droit A C,
Au ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe A B.

Concluſion. Eſtant doncques un triangle ſpherique rectangle: Comme le ſinus de l'angle droit, au ſinus de l'arc de complement d'un coſté de l'angle droit: Ainſi le ſinus de l'arc de complement de l'autre coſté de l'angle droit, au ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe: ce qu'il falloit demonſtrer.

THEOREME. XXVI. PROPOSITION.

ESTant un triangle ſpherique rectangle : Comme le ſinus d'un angle oblique, au ſinus de l'angle droit : Ainſi le ſinus de l'angle de complement de l'autre angle oblique, au ſinus de l'arc de complement de ſon coſté oppoſite.

Veu que les deux angles obliques ſont tous deux aigus, ou obtus, ou l'un aigu, l'autre obtus, nous en mettrons trois divers exemples.

1. *Exemple avec deux angles aigus.*

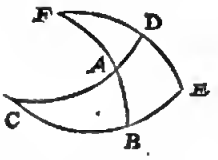
Le donné. Soit A B C un triangle ſphetique, dont l'angle A B C ſoit droit, les deux autres aigus.

Le requis. Il faut demonſtrer, que comme le ſinus de l'angle oblique C A B, au ſinus de l'angle droit, ainſi le ſinus de l'arc de complement de l'autre angle oblique C, au ſinus de l'arc de complement de ſon coſté oppoſite A B.

Preparation. Veu que les angles C A B & C ſont aigus, il faut que leurs coſtez oppoſites C B, A B ſoient chacun plus petit que le quart d'un cercle par la conſequence de la 2 propoſition, & veu que l'angle A B C eſt droit, il faut que ſon coſté oppoſite A C ſoit auſſi plus petit par la 3 propoſition ; parquoi je produis C A juſques à D, & C B juſques à E, & B A juſques à F, tellement que C D, C E, B F, ſont chacun le quart d'un cercle : Apres je deſcris ſur le pole C, l'arc de E par D, juſques à ce qu'il rencontre B A prolongé.

DEMONSTRATION.

Veu que l'angle A B C eſt droit, il faut que F B & F E ſoient à angle droit ſur C E, pource que C D, C E, ſont chacun le quart d'un cercle, & faut que l'angle F D C ou F D A ſoit droit par la 2 conſequence de la 1 propoſition: Ce qui eſtant ainſi, je dis par raiſon alterne inverſe de la 23 propoſition,



Comme le ſinus de l'angle oblique F A D,
Au ſinus de l'angle droit F D A,
Ainſi le ſinus du coſté oppoſite de l'angle oblique F D,
Au ſinus de l'hypothenuſe F A.

Mais l'angle C A B, eſt egal à l'angle F A D par la 6 conſeqneuce de la 1 propoſition, & l'angle A B C eſtant droit par le donné, eſt egal à l'angle droit F D A, & F D eſt arc de complement, & auſſi comme angle de complement de l'angle C, & F A arc de complement de A B : parquoi

Comme le ſinus de l'angle oblique C A B,
Au ſinus de l'angle droit,
Ainſi le ſinus de l'angle de complement de l'autre angle oblique C,
Au ſinus de l'arc de complement de ſon coſté oppoſite A B.

2. *Exemple avec deux angles obtus.*

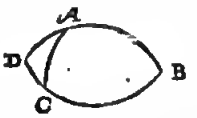
Le donné. Soit A B C un triangle ſpherique, dont l'angle B eſt droit, & les autres deux obtus.

Le requis. Il faut demonſtrer que comme le ſinus de l'angle oblique C A B. au ſinus de l'angle B, ainſi le ſinus de l'arc de complement de l'autre angle oblique A C B, au ſinus de l'arc de complement de ſon coſté oppoſite A B.

Preparation. Soient prolongez B A, B C, juſques à ce qu'ils ſe rencontrent, ce qui ſoit en D.

DEMONSTRATION.

D B A & D C B ſont chacun un demicercle, parquoi l'angle D eſt egal à l'angle B par la 3 conſequence de la 1 propoſition, mais l'angle B eſt droit, pourtant l'angle D eſt auſſi droit. Apres, veu que les deux angles B A C, B C A, ſont obtus, il faut que les deux angles D A C, D C A, ſoient aigus par la 5 conſequence de la 1 propoſition : Tellement que nous avons un triangle rectangle A D C, dont l'angle D eſt droit, avec deux angles aigus D A C, D C A : parquoi par le 1 exemple de ceſte propoſition,



Comme le ſinus de l'angle oblique C A D,
Au ſinus de l'angle droit D ;
Ainſi le ſinus de l'angle de complement de l'autre angle oblique A C D,
Au ſinus de l'arc de complement de ſon coſté oppoſite A D.

Mais le ſinus de l'angle C A D, eſt auſſi ſinus de l'angle CAB, par la 5 conſequence de la 1 propuſition : Et le ſinus de l'angle D, eſt auſſi ſinus de l'angle B par la 3 conſequence de la 1 propoſition : Et le ſinus de l'angle de complement de l'angle A C D, eſt auſſi ſinus de l'angle de complement de l'angle A C B par la meſme 3 conſequence : Et le ſinus de l'arc de complement de A D, eſt auſſi ſinus de l'arc de complement de A B par la 2 definition de la fabrique des ſinus : parquoi

Comme le ſinus de l'angle oblique C A B,
Au ſinus de l'angle droit B ;
Ainſi le ſinus de l'angle de complement de l'autre angle oblique A C B,
Au ſinus de l'arc de complement de ſon coſté oppoſite A B.

3. *Exemple avec un angle aigu, & un angle obtus.*

Le donné. Soit A B C un triangle ſpherique, dont le coſté B eſt droit, C A B aigu, & A C B obtus.

Le requis. Il faut demonſtrer, que comme le ſinus de l'angle oblique A, au ſinus de l'angle droit A B C, ainſi le ſinus de l'angle de complement de l'autre angle oblique A B C, au ſinus de l'arc de complement de ſon coſté oppoſite A B.

Preparation Soient prolongez A B, A C, juſques à ce qu'ils ſe rencontrent, ce qui ſoit en D.

DEMONSTRATION.

A B D, A C D, ſont chacun un demicercle, par lequel l'angle D eſt egal à l'angle A, mais A eſt aigu, D doncques eſt auſſi aigu : Apres, veu que l'angle B C A eſt obtus, il faut que l'angle B C D ſoit aigu, & A B C eſtant droit, C B D eſt droit auſſi par la 5 conſequence de la 1 propoſition : Tellement que nous avons un triangle rectangle B C D, dont l'angle C B D eſt droit, avec deux angles aigus D, B C D : parquoi par le 1 exemple de ce livre,

Comme le ſinus de l'angle oblique D,
Au ſinus de l'angle droit C B D ;
Ainſi le ſinus de l'angle de complement de l'autre angle oblique B C D,
Au ſinus de l'arc de complement de ſon coſté oppoſite B D.

Mais le ſinus de l'angle D, eſt auſſi ſinus de l'angle A, pource qu'ils ſont egaux, par la 3 cõſequence de la 1 propoſition: Et le ſinus de l'angle droit CBD, eſt auſſi ſinus de

de l'angle droit ABC: Et le ſinus de l'angle BCD, eſt auſſi ſinus de l'angle ACB, par la meſme 3 conſequence: Et le ſinus de BD, eſt auſſi ſinus de AB, par la 2 definition de la fabrique des ſinus: parquoi,

Comme le ſinus de l'angle oblique A,
Au ſinus de l'angle droit ABC;
Ainſi le ſinus de l'aogle de complement de l'autre angle oblique ACB,
Au ſinus de l'arc de complement de ſon coſté oppoſite AB.

Concluſion. Eſtant doncques un triangle ſpherique rectangle: Comme le ſinus d'un angle oblique, au ſinus de l'angle droit, ainſi le ſious de l'arc de complement de l'autre angle oblique, au ſinus de l'arc de complement de ſon coſté oppoſite: ce qu'il falloit demonſtrer.

Theoreme. XXVII. Proposition.

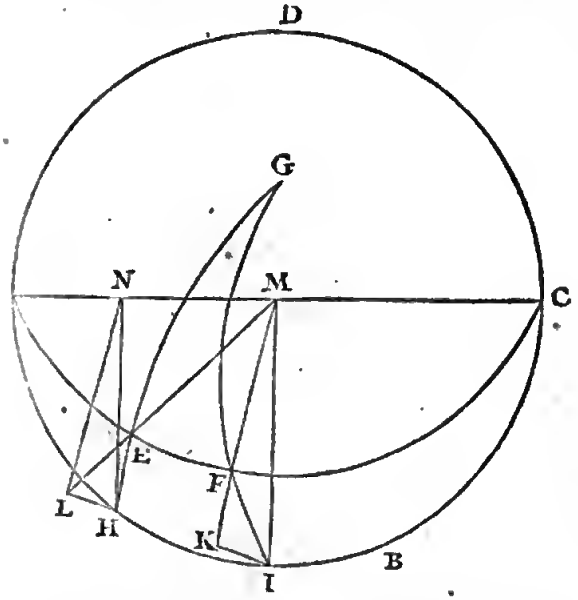
Eſtant un triangle ſpherique rectangle: Comme le ſinus de l'angle droit, au ſinus d'un coſté de l'angle droit: Ainſi la tangente de l'angle oblique touchant le coſté de l'angle droit, à la tangente de l'autre coſté de l'angle droit.

Veu que les deux coſtez de l'angle droit ſont on chacun plus petit que le quart d'un cercle, ou chacun plus grand, ou l'un plus petit & l'autre plus grand, nous en mettrons trois divers exemples.

1 *Exemple avec deux coſtez de l'angle droit, chacun plus petit que le quart d'un cercle.*

Le donné. Soit ABCD le cercle majeur d'une ſphere, ſur lequel eſt encores tiré un autre cercle majeur AEFC, & la commune ſection de ces deux cercles ſoit l'axe AC: Apres, G ſoit pole du cercle ABCD, duquel pole eſt tiré l'arc GH juſques au cercle ABCD, coupant le cercle AEFC en E: Ce qui eſtant ainſi, nous avoos un triangle EHA, avec deux coſtez de l'angle droit chacun plus petit que le quart d'un cercle, & les autres deux angles EAH, AEH, ſont obliques.

Le requis. Il faut demonſtrer que comme le ſinus de



l'angle droit, au ſinus d'uo coſté de l'angle droit AH, ainſi la tangente de l'angle oblique EAH, touchant le coſté AH de l'angle droit, à la tangente de l'autre coſté de l'angle droit EH.

Preparation. Soit marqué le poinct I, tellement que AI ſoit le quart d'un cercle, & ſoit tiré l'arc GI, lequel coupant le cercle AFC en F, il faut que AF ſoit auſſi le quart d'un cercle. Soient tirées maintenant les deux lignes infinies IK, HL, à angle droit ſur le plan du cercle ABCD, puis apres la ligne MF du centre M au plan du cercle AFC, laquelle prolongée rencontre l'infinie IK en K, tellement que IK eſt tangente de l'arc IF, ou de l'angle EAH: Semblablement ſoit marquée au meſme plan du cercle AEFC, la ligne droite ME, & ptolongée juſques à ce qu'elle rencontre l'infinie HL, ce qui ſoit en L: Tellement que HL eſt tangente de l'arc HE: Apres ſoit tité HN à angle droit ſur AC, comme ſinus de l'arc HA, puis apres la ligne LN, & MI comme ſinus de l'angle droit. Or donc MI, NH, IK, LH, denotant ainſi par otdre les quatre termes du triangle EHA, à ſçavoir MI ſinus de l'angle droit; NH ſinus d'un coſté de l'angle droit AH, & IK tangente de l'angle oblique EAH, touchant le coſté AH de l'angle droit, apres LH rangente de l'autre coſté de l'angle droit EH, oous demonſtrerons (pour plus ample declaration du ſuſdit requis) que comme MI à NH, ainſi IK à LH.

Demonstration.

Le poinct L eſt au plan du cercle AEFC infiniment prolongé par la ptepatation, parquoi la ligne NL eſt au meſme plao du cercle AEFC, apres HN, IM, ſont paralleles, comme auſſi LH, KI, eſtant tous deux à angle droit ſur un meſme plan ABCD, parquoi les troiſieſmes coſtez LN, KM, comme eſtant en uo meſme plan, ſont auſſi paralleles, pourtant les triangles LHN, KIM, ſont ſemblables, dont s'enſuit que leurs coſtez homologues ſont proportionnels, qui eſt,

Comme MI à NH, ainſi IK à LH.

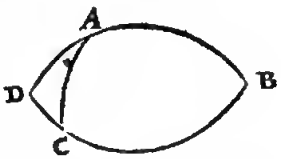
Mais il eſt notoire par la preparation, que MI eſt ſious de l'angle droit, NH ſious d'un coſté de l'angle droit AH, & IK rangente de l'angle oblique EAH, touchant le coſté de l'angle droit AH: apres, LH tangente de l'autre coſté de l'angle droit EH: parquoi

Comme MI ſinus de l'angle droit,
A NH ſinus d'uo coſté de l'angle droit AH;
Ainſi IK tangente de l'angle oblique EAH touchant le coſté de l'angle droit AH,
A LH tangéte de l'autre coſté de l'angle dtoit EH.

2 *Exemple avec deux coſtez de l'angle droit, chacun plus grand que le quart d'un cercle.*

Le donné. Soit ABC un triangle ſpherique, dont l'angle B eſt droit, & les deux coſtez de l'angle droit AB, BC, ſont chacun plus grand que le quart d'un cercle, & les autres deux angles ſont obliques.

Le requis. Il faut demonſtrer, que cóme le ſious de l'angle droit, au ſinus d'un coſté de l'angle droit CB, ainſi la tangente de l'angle oblique ACB touchant le coſté de l'angle droit BC, à la tangeote de l'autre coſté de l'angle droit AB.



Preparation. Soieot prolongez AB, BC, juſques à ce qu'ils ſe tencontrent, ce qui ſoit en D.

Demonstration.

DAB, DCB, ſont chacun un demicercle, & l'angle D eſt egal à l'angle B, par la 3 conſequence de la

1 propoſition: Mais l'angle B eſt droit, parquoi l'angle D eſt auſſi droit: Et veu que AB, BC, ſont chacun plus grand que le quart d'un cercle, il faut que AD, CD, ſoient chacun plus petit, & l'angle ACB eſtant oblique, il faut que ACD le ſoit auſſi par la 5 conſequence de la 1 propoſition: Tellement que nous avons un triangle rectangle ADC, dont le coſté D eſt droit, avec deux coſtez de l'angle droit AD, DC, chacun plus petit que le quart d'un cercle, & l'angle ACD oblique: parquoi par le premier exemple de ceſte propoſition,

Comme le ſinus de l'angle droit,
Au ſinus d'un coſté de l'angle droit DC;
Ainſi la tangente de l'angle oblique AC touchant le coſté de l'angle droit DC,
A la tangente de l'autre coſté de l'angle droit AD.

Mais le ſinus de DC, eſt auſſi ſinus de CB, par la 2 definition de la fabrique des ſinus: Et la tangente de l'angle oblique ACD, eſt auſſi tangente de l'angle oblique ACB, par la 5 conſequence de la 1 propoſition: Et la tangente de AD, eſt auſſi tangente de AB, par la 2 definition de la fabrique des ſinus: parquoi,

Comme le ſinus de l'angle droit,
Au ſinus d'un coſté de l'angle droit BC;
Ainſi la tangente de l'angle oblique ACB touchant le coſté de l'angle droit BC,
A la tangente de l'autre coſté de l'angle droit AB.

3 *Exemple avec deux coſtez de l'angle droit, l'un plus petit, l'autre plus grand que le quart d'un cercle.*

Le donné. Soit ABC dn 2 exemple un triangle ſpherique, dont l'angle C eſt droit, & l'un des deux coſtez de l'angle droit, comme AC, ſoit plus petit que le quart d'un cercle; l'autre, à ſçavoir BC, plus grand, & les autres deux angles obliques.

Le requis. Il faut demonſtrer que comme le ſinus de l'angle droit, au ſinus d'un coſté de l'angle droit BC; Ainſi la tangente de l'angle oblique B touchant le coſté de l'angle droit BC, à la tangente de l'autre coſté de l'angle droit AC.

Preparation. Soient prolongez BA, BC, juſques à ce qu'ils ſe rencontrent, ce qui ſoit en D.

Demonstration.

DAB & DCB ſont chacun un demicercle, par la 3 conſequence de la 1 propoſition: Et veu que AC eſt plus petit, BC plus grand, il faut que AB ſoit auſſi plus grand, par la 3 propoſition: Or donc puis que AB & BC ſont chacun plus grand que le quart d'un cercle, il faut que AD, CD, ſoient chacun plus petit: Et l'angle ACB eſtant droit, il faut que l'angle ACD ſoit auſſi droit, par la 5 conſequence de la 1 propoſition: Tellement que nous avons ici un triangle rectangle ACD, dont l'angle C eſt droit, & les deux coſtez de l'angle droit, chacun plus petit que le quart d'un cercle: parquoi par le 1 exemple,

Comme le ſinus de l'angle droit,
Au ſinus d'un coſté de l'angle droit DC;
Ainſi la tangente de l'angle oblique touchant le coſté de l'angle droit DC,
A la tangente de l'autre coſté de l'angle droit AC.

Mais le ſinus de DC, eſt auſſi ſinus de CB, par la definition de la fabrique des ſinus: Et la tangente de l'angle oblique C, eſt auſſi tangente de l'angle oblique B, par la 5 conſequence du 1 exemple: parquoi

Comme le ſinus de l'angle droit,
Au ſinus d'un coſté de l'angle droit CB;
Ainſi la tangente de l'angle oblique B touchant le coſté de l'angle droit CB,
A la tangente de l'autre coſté de l'angle droit AC.

Concluſion. Eſtant doncques un triangle ſpherique rectangle: Comme le ſinus de l'angle droit, au ſinus d'un coſté de l'angle droit, ainſi la tangente de l'angle oblique touchant le coſté de l'angle droit, à la tangente de l'autre coſté de l'angle droit: ce qu'il falloit demonſtrer.

Theoreme. XXVIII. Propoſition.

Eſtant un triangle ſpherique rectangle: Comme le ſinus de l'angle droit, à la tangente de l'hypothenuſe, ainſi le ſinus de l'angle de complement de l'angle oblique, à la tangente du coſté de l'angle droit touchant icelus angle oblique.

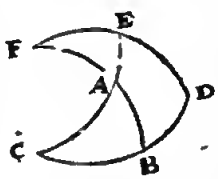
Veu que les deux coſtez de l'angle droit, ſont chacun plus petit que le quart d'un cercle, ou chacun plus grand, ou l'un plus petit, l'autre plus grand, nous en mettrons trois divers exemples.

1 *Exemple avec deux coſtez de l'angle droit, chacun plus petit que le quart d'un cercle.*

Le donné. Soit ABC un triangle ſphetique, dont l'angle B eſt droit, & les deux coſtez de l'angle droit AB, BC, chacun plus petit que le quart d'un cercle. *Le requis.* Il faut demonſtrer que comme le ſinus de l'angle droit, à la tangente de l'hypothenuſe AC, ainſi le ſinus de l'angle de complement de l'angle oblique C, à la tangente du coſté de l'angle droit BC touchant icelui angle oblique. *Preparation.* Veu que AB, BC, ſont chacun plus petit que le quart d'un cercle, il faut que AC ſoit auſſi plus petit par la 3 propoſition, parquoi les trois coſtez AB, BC, CA, ſont chacun plus petit que le quart d'un cercle, pourtant ſoient prolongez juſques à ce qu'ils faſſent chacun le quart d'un cercle, à ſçavoir CB juſques à D, puis apres CA juſques à E, & finalement BA juſques à ce qu'il rencontre DE, ce qui adviendra neceſſairement au poinct F; tellement que BF ſera le quart d'un cercle par la conſequence de la 1 propoſition, pource que BF & DF ſont à angle droit ſur DC.

Demonstration.

Veu que CD, CE, ſont chacun le quart d'un cercle par la preparation, il faut qu'ils ſoient tous deux à angle droit ſur DF par la 2 conſequence de la 1 propoſition, parquoi l'angle AEF du triangle AEF, eſt droit, dont il eſt notoire par alterne raiſon de la 27 propoſition, que



Comme le ſinus de l'angle droit,
A la tangente de l'angle oblique F;
Ainſi le ſinus du coſté de l'angle droit EF touchant l'angle oblique,
A la tangente de l'autre coſté de l'angle droit EA.

Mais l'arc DB eſt la grandeur de l'angle F, par la 2 definition; parquoi

Comme le ſinus de l'angle droit,
A la tangente de DB;
Ainſi le ſinus de EF,
A la tangente de EA.

Mais BC eſt arc de complement de DB, & AC arc de complement de EA, deſquels deux arcs BC, AC

les

les deux tangentes, eſtant alternement proportionnelles avec les tangentes de leurs poſez D B & E A, par la 20 propoſition, s'enſuit que la tangente de A C, eſt en telle raiſon à la tangente de B C, comme la tangente de D B, à la tangente de E A : parquoi

Comme le ſinus de l'angle droit,
A la tangente de A C;
Ainſi le ſinus de E F,
A la tangente de B C.

Mais E F eſt arc de complement de D E, qui eſt auſſi angle de complement de l'angle C : parquoi

Comme le ſinus de l'angle droit,
A la tangente de l hypothenuſe A C;
Ainſi le ſinus de l'angle de complement de l'angle oblique C,
A la tangente du coſté de l'angle droit B C touchant icelui angle oblique.

2. *Exemple avec deux coſtez de l'angle droit, chacun plus grand que le quart d'un cercle.*

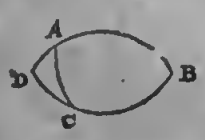
Le donné. Soit A B C un triangle ſpherique, dont l'angle B eſt droit, & les deux coſtez de l'angle droit A B, B C, chacun plus grand que le quart d'un cercle.

Le requis. Il faut demonſtrer, que comme le ſinus de l'angle droit, à la tangente de l'hypothenuſe A C, ainſi le ſinus de l'angle de complement de l'angle oblique A C B, à la tangente du coſté de l'angle droit B C, touchant icelui angle oblique.

Preparation. Soient prolongez B A, B C, juſques à ce qu'ils ſe rencontrent, ce qui ſoit en D.

Demonstration.

B A D & B C D ſont chacun un demicercle, & leur angle D, eſt egal à l'angle B, par la 3 conſequence de la 1 propoſition; mais B eſt un angle droit, D doncques eſt auſſi un angle droit : Et veu que A B, B C, ſont chacun plus grand que le quart d'un cercle, il faut que A D, C D, ſoient chacun plus petit, & eſtant l'angle A C B oblique, il faut que A C D le ſoit auſſi, par la 5 conſequence de la 1 propoſition : Tellement que nous avons un triangle rectangle A D C, dont l'angle D eſt droit, A D, D C, chacun plus petit que le quart d'un cercle, & l'angle A C D oblique : parquoi par le 1 exemple de ceſte propoſition,



Comme le ſinus de l'angle droit,
A la tangente de l'hypothenuſe A C;
Ainſi le ſinus de l'angle de complement de l'angle oblique A C D,
A la tangente du coſté de l'angle droit D C touchant icelui angle oblique.

Mais le ſinus de l'angle de complement de l'angle oblique A C D, eſt auſſi ſinus de l'angle de complement de l'angle oblique A C B, par la 5 conſequence de la 1 propoſition, & la tangente du coſté de l'angle droit D C, eſt auſſi tangente du coſté de l'angle droit B C, par la 7 definition de la fabrique des tables des ſinus : parquoi,

Comme le ſinus de l'angle droit,
A la tangente de l'hypothenuſe A C;
Ainſi le ſinus de l'angle de complement de l'angle oblique A C B,
A la tangente du coſté de l'angle droit B C touchant icelui angle oblique.

3. *Exemple avec deux coſtez de l'angle droit, l'un plus petit, l'autre plus grand que le quart d'un cercle.*

Le donné. Soit A B C du 2 exemple un triangle ſpherique, dont l'angle C eſt droit, & l'un des deux coſtez de l'angle droit, comme A C, ſoit plus petit que le quart d'un cercle, l'autre, à ſçavoir B C, plus grand, & les autres deux angles obliques. *Le requis.* Il faut demonſtrer que comme le ſinus de l'angle droit, à la tangente de l'hypothenuſe A B; Ainſi le ſinus de l'angle de complement de l'angle oblique B, à la tangente du coſté de l'angle droit B C touchant icelui angle oblique. *Preparation.* Soient B A, B C, prolongez juſques à ce qu'ils ſe rencontrent, ce qui ſoit en D.

Demonstration.

D A B & D C B ſont chacun un demicercle, par la 5 conſequence de la 1 propoſition : Et veu que A C eſt plus petit & B C plus grand, il faut que A B ſoit auſſi plus grand par la 3 propoſition : Ot donc puis que A B, B C, ſont chacun plus grand que le quart d'un cercle; il faut que A D, C D, ſoient chacun plus petit : Et l'angle A C B eſtant droit, il faut que l angle A C D le ſoit auſſi par la 5 conſequence de la 1 propoſition : Tellement que nous avons ici un triangle rectangle A C D, dont l'angle C eſt droit, & les deux coſtez de l'angle droit, chacun plus petit que le quart d'un cercle : pourtant par le 1 exemple,

Comme le ſinus de l'angle droit,
A la tangente de l hypothenuſe A D;
Ainſi le ſinus de l'angle de complement de l'angle oblique D,
A la tangente du coſté de l'angle droit C D touchant icelui angle oblique.

Mais la tangente de A D, eſt auſſi tangente de A B, par la 7 definition de la fabrique des tables des ſinus : Et le ſinus de l'arc de complement de l'angle oblique D, eſt auſſi ſinus de l'arc de complement de l'angle oblique B par la 5 conſequence du 1 exemple : Et la tangente du coſté de l'angle droit C D, eſt auſſi tangente de B C par la 7 definition de la fabrique des tables des ſinus : parquoi

Comme le ſinus de l'angle droit,
A la tangente de l'hypothenuſe A B;
Ainſi le ſinus de l'angle de complement de l'angle oblique B,
A la tangente du coſté de l'angle droit B C touchant icelui angle oblique.

Concluſion. Eſtant doncques un triangle ſpherique rectangle : Comme le ſinus de l'angle droit à la tangente de l hypothenuſe, ainſi le ſinus de l'angle de complement de l angle oblique, à la tangente du coſté de l angle droit touchant icelui angle oblique : ce qu'il falloit demonſtrer.

Theoreme. XXIX. Propoſition.

Eſtant un triangle ſpherique rectangle : comme le ſinus de l'angle droit, au ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe, ainſi la tangente d un angle oblique, à la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique.

Ven que les deux angles obliques ſont tous deux aigus, ou tous deux obtus, ou l'un aigu, l'autre obtus, nous en mettrons trois divers exemples.

1. *Exemple avec deux angles aigus.*

Le donné. Soit A B C du 1 exemple de la 28 propoſition

tion un triangle ſpherique, dont l'angle ABC eſt droit, les autres deux B A C & C aigus.

Le requis. Il faut demonſtrer que comme le ſinus de l'angle droit A B C, au ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe A C, ainſi la tangente d'un angle oblique B A C, à la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique C : Et la preparation de la demonſtration ſoit comme au meſme 1 exemple.

DEMONSTRATION.

Il appert par la 27 propoſition, que

Comme au triangle F E A le ſinus de l'angle droit F E A,
Au ſinus d'un coſté de l'angle droit E A;
Ainſi la rangente de l'angle oblique E A F touchant ieelui coſté de l'angle droit E A,
A la tangente de l'autre coſte de l'angle droit E F.

Mais l'angle F E A eſt egal à l'angle A B C, comme eſtant tous deux droits; Et E A eſt arc de complement de A C, & l'angle E A F eſt egal à l'angle B A C, par la 6 conſequence de la 1 propoſition : Et E F eſt arc de complement de D E, qui eſt auſſi angle de complement de l'angle C : pourtant

Comme le ſinus de l'angle droit A B C,
Au ſinus de l'arc de compl. de l'hypothenuſe A C;
Ainſi la tangente d'un angle oblique B A C,
A la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique C.

2. *Exemple avec deux angles obtus.*

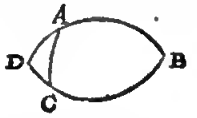
Le donné. Soit A B C un triangle ſpherique, dont l'angle B eſt droit, & les deux autres obtus.

Le requis. Il faut demonſtrer, que comme le ſinus de l'angle droit B, au ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe A C, ainſi la rangente d'un angle oblique B A C, à la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique B C A.

Preparation. Soient prolongez B A, B C, juſques à ce qu'ils ſe rencontrent, ce qui ſoit en D.

DEMONSTRATION.

D A B & D C B ſont chacun un demicercle, parquoi l'angle D eſt egal à l'angle B, par la 3 conſequence de la 1 propoſition; mais l'angle B eſt droit, pourtant l'angle D eſt auſſi droit: Apres, veu que les deux angles B A C, B C A, ſont obtus, il faut que les deux angles D A C, D C A, ſoient aigus par la 5 conſequence de la 1 propoſition: Tellement que nous avons un triangle rectangle A D C, dont le coſté D eſt droit, avec deux angles aigus D A C, D C A: parquoi par le 1 exemple de ceſte propoſition,



Comme le ſinus de l'angle droit D,
Au ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe A C;
Ainſi la tangente d'un angle oblique D A C,
A la tangente de l'angle de complement de l'autre arc oblique D C A.

Mais le ſinus de l'angle droit D, eſt auſſi ſinus de l'angle droit B: Et la rangente de l'angle D A C, eſt auſſi tangente de l'angle B A C, & la tangente de l'angle de complement de l'angle DCA, eſt auſſi tangente de l'angle de complement de l'angle B C A, par la 5 conſequence de la 1 propoſition: parquoi

Comme le ſinus de l'angle droit B,
Au ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe A C;
Ainſi la tangente d'un angle oblique B A C,
A la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique B C A.

3. *Exemple avec un angle aigu, & un angle obtus.*

Le donné. Soit ABC un triangle ſpherique, dont l'angle A B C eſt droit, C A B aigu, & A C B obtus.

Le requis. Il faut demonſtrer, que comme le ſinus de l'angle droit A B C, au ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe A C, ainſi la tangente d'un angle oblique A, à la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique B C A.

Preparation. Soient prolongez A B, A C juſques à ce qu'ils ſe rencontrent, ce qui ſoit en D.

DEMONSTRATION.

A B D, A C D ſont chacun un demicercle, parquoi l'angle D eſt egal à l'angle A; mais A eſt aigu, D doncques eſt auſſi aigu : Apres, veu que l'angle BCA eſt obtus, il faut que l'angle BCD ſoit aigu, & A B C, eſtant droit, C B D l'eſt auſſi par la 5 conſequence de la 1 propoſition: Tellement que nous avons un triangle rectangle B C D, dont l'angle CBD eſt droit, avec deux angles aigus D, B C D : parquoi par le 1 exemple de ceſte propoſition,

Comme le ſinus de l'angle droit C B D,
Au ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe C D;
Ainſi la tangente d'un angle oblique B C D,
A la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique B D C.

Mais le ſinus de CBD eſt auſſi ſinus de ABC par la 5 conſequence de la 1 propoſition : Et le ſinus de l'arc de complement de C D, eſt auſſi ſinus de l'arc de complement de A C, par la 7 definition de la fabrique des tables des ſinus: Et la tangente de l'angle D, eſt auſſi tangente de l'angle A, par la 3 conſequence de la 1 propoſition: Et la tangente de l'angle de complement de l'angle B C D, eſt auſſi tangente de l'angle de complement de l'angle B C A, par la 5 conſequence de la 1 propoſition : parquoi

Comme le ſinus de l'angle droit A B C,
Au ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe A C;
Ainſi la tangente d'un angle oblique A,
A la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique B C A.

Concluſion. Eſtant doncques un triangle ſpherique rectangle : Comme le ſinus de l'angle droit, au ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe, ainſi la rangente d'un angle oblique, à la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique: ce qu'il falloit demõſtrer.

THEOREME. XXX. PROPOSITION.

ESTANT un triangle ſpherique : Comme le rectangle comprins ſous deux ſinus de deux coſtez, au quarré du ſinus du rectangle: Ainſi la difference de deux verſés, dont l'un eſt verſé de la difference d'iceux deux coſtez, l'autre verſé du troiſieſme coſté, au verſé de l'angle comprins ſous les deux premiers coſtez.

Le donné. Soit ABC un triangle ſphetique avec trois coſtez inegaux, chacun plus petit, je prens que le quart d'un cercle. *Le requis.* Il faut demonſtrer que comme le rectangle comprins ſous les ſinus de deux coſtez

ſtez je prens A B, B C, au quarré du ſinus de l'angle droit, ainſi la difference des deux verſes, deſquels l'un eſt verſé de la diffetence entre A B & B C, l'autre verſé du troiſieſme coſté A C, au verſe de l'angle A B C comprins ſous les deux premiers coſtez AB, BC. *Preparation.*

ARTICLE I.

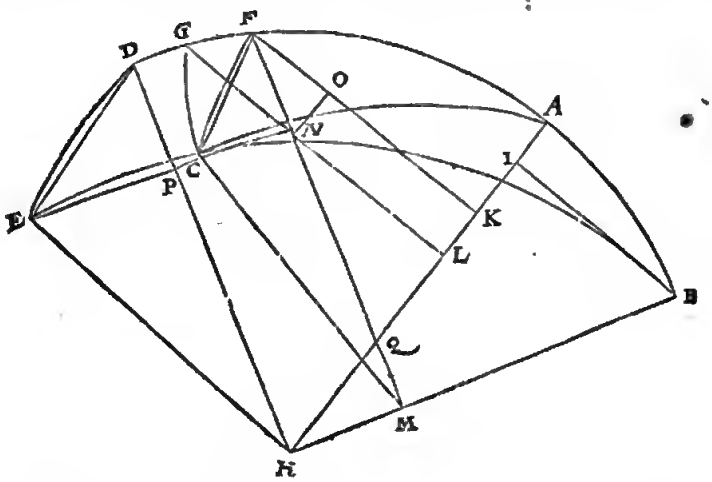
Soit prolongée A B juſques à D, & B C jnſques à E, tellement que B D, B E, faſſent chacun le quart d'un cercle, puis apres ſur A comme pole ſoit deſcrit D E comme arc de la grandeur de l'angle C B A: Apres, ſur le meſme pole B, l'arc du cercle mineur C F, & l'arc B F ſera egal à l'arc B C.

ARTICLE II.

Puis apres ſoit deſcrit ſur A comme pole, l'arc du cercle mineur C G, & l'arc A G ſera egal à A C & conſequemment A F difference des deux premiers coſtez B A, B C: Et G F ſera diffetence entre deux arcs dont l'un le troiſieſme coſté A C, l'autre A F difference des deux premiers coſtez B A, B C.

ARTICLE III.

Soient tirez maintenant de H, centre de la ſphere, les trois ſemidiametres H B, H A, H D, & de l'extremité des trois arcs B A, F A, G A, à angle droit ſur H A,



trois lignes droites B I, F K, G L, qui ſont les ſinus de ces arcs, à ſçavoir B I de B A, & F K de F A, & G L de G A.

ARTICLE IV.

Et conſequemment A I ſera verſé de A B, & A K verſe de F A, & A L verſé de A G, & K L la difference des deux verſes dont l'un verſé K A, de la difference A F entre les deux coſtez A B, B C, l'autre le verſé L A du coſté A G, qui eſt auſſi (car ils ſont egaux par le 2 article) du coſté A C.

ARTICLE V.

Apres, que de l'extremité de l'arc B F, vienne la ligne droite F M, coupant G L en N, & à angle droit ſur le ſemidiametre H B, & F M ſera ſinus de l'arc B F, ce qui eſt auſſi (car ils ſont egaux par le 1 article) du coſté B C.

ARTICLE VI.

Soit tiré N O à angle droit ſur F K, & le meſme N O ſera egal à L K, parquoi auſſi il ſera ce que K L eſt dit eſtre au 4 article, à ſçavoir la difference des deux verſés, dont l'un le verſé K A de la difference A F entre les deux coſtez A B, B C, l'autre le verſé L A du troiſieſme coſté A C.

ARTICLE VII.

Soit de l'extremité de l'arc D E tirée la ligne droite E H, & E P à angle droit ſur le raid H D, & E P ſera ſinus de l'arc D E, qui eſt auſſi par le 1 article de l'angle A B C, & D P verſé du meſme angle A B C.

ARTICLE VIII.

Soit tirée la ligne droite C N, il faut qu'icelle meſme ſoit à angle droit ſur F N pour ceſte raiſon: A eſt pole du cercle mineur G C, comme il appert au 2 article, par lequel poinct tend le cercle majeur B D, parquoi le plan du cercle mineur G C, eſt à angle droit ſur le plan du cercle majeur B D, par la 7 conſequence de la 1 propoſition: Derechef, B eſt pole du cercle mineur F C, par quel pole tend le cercle majeur B D, parquoi le plan du cercle mineur F C, eſt auſſi à angle droit ſur le plan du cercle majeur B D, par la ſuſdite 7 conſequence de la 1 propoſition: Or donc eſtant tous les deux cercles mineurs G C, F C, à angle droit ſur le plan du cercle majeur B D, & s'entrecoupans aux poincts N, C, il faut que leur commune ſection N C, ſoit à angle droit ſur le plan du cercle majeur B D, & conſequemment C N eſt à angle droit ſur N F, parquoi auſſi C N eſt ſinus de C F, & F N verſé du meſme arc C F.

ARTICLE IX.

Soient tirées les trois lignes droites M C, E D, C F, & ſoit marqué le poinct Q comme ſection commune de H A & F M.

DEMONSTRATION.

ARTICLE I.

F M C, D H E, ſont deux triangles iſoſceles, dont les coſtez egaux comprennent angles egaux à M & H, car l'un & l'autre eſt l'angle de la declination des deux plans des cercles deſquels A B, B C ſont les arcs, parquoi les deux triangles F M C, D H E, ſont ſemblables: Comme auſſi leurs parties ſont homologues, à ſçavoir le triangle C N F avec le triangle E P D, & C N M avec E P H, & conſequemment leurs lignes homologues proportionnelles, parquoi comme F M à D H, ainſi F N à D P.

ARTI-

Article II.

Les triangles H M Q & F K Q ont chacun un angle droit en M & K, & deux angles egaux à Q, pourtant ſont egaux leurs troiſieſmes angles à H & F; & conſequemment le triangle H M Q, eſt ſemblable avec le triangle F K Q : Mais le triangle H I B eſt ſemblable avec le triangle H M Q, pource que leurs angles ſont droits à M & I, & qu'en H ils ont un angle commun: Apres, le triangle F C N eſt ſemblable au triangle F K Q, pource que O N eſt parallele avec K Q par le 6 article de la preparation; parquoi le triangle H B I eſt ſemblable au triangle F O N, & conſequemment leurs coſtez homologues ſont proportionnels, à ſçavoir, comme B I à H B, ainſi N O, à N F.

Article III.

Nous avons doncques ici deux proportions, à ſçavoir,

Au 1 article de la demonſtration, F M, D H, N F, D P.

Au 2 article de la demonſtration, B I, H B, N O, N F.

Mais là où il y a deux proportions, chacune de quatre lignes, le rectangle comprins ſous ſes premiers termes, eſt en telle raiſon au rectangle comprins ſous ſes ſeconds termes, comme le rectangle comprins ſous ſes troiſieſmes termes, au rectangle comprins ſous ſes quatrieſmes termes: parquoi

Comme le rectangle comprins ſous F M, B I,
Au rectangle comprins ſous D H, H B;
Ainſi le rectangle comprins ſous N F, N O,
Au rectangle comprins ſous D P, N F.

Mais le rectangle comprins ſous D H, H B, eſt le quarré du ſinus de l'angle droit: Et comme le rectangle comprins ſous N F, N O, au rectangle comprins ſous D P, N F, ainſi (pource que N F en chacune raiſon eſt le meſme terme) N O à D P: parquoi

Comme le rectangle comprins ſous F M, B I,
Au quarré du ſinus de l'angle droit;
Ainſi N O,
A D P.

Mais F M eſt ſinus du coſté B C, par le 5 article de la preparation, & B I ſinus du coſté A B, par le 3 article de la preparation: Et L K eſtant egal à N O, par le 6 article de la preparation, eſt la difference de deux verſes, dont l'un eſt verſe du ſinus K A, de la difference A F, entre les deux coſtez A B, B C, l'autre verſe du ſinus L A du troiſieſme coſté A C, par le 6 article ſuſdit de la preparation: Et D P eſt verſe du ſinus de l'angle comprins ſous les premiers deux coſtez A B, B C, par le 7 article de la preparation: parquoi

Comme le rectangle comprins ſous les ſinus F M, B I, des deux coſtez B C, A B,
Au quarré du ſinus de l'angle droit;
Ainſi la difference L K des deux verſes, dont l'un eſt le verſe K A, de la difference A F entre les deux coſtez A B, B C, l'autre verſe L A du troiſieſme coſté A C,
Au verſé D P de l'angle A B C, comprins ſous les premiers deux coſtez A B, B C.

Et ſemblable ſera auſſi la demonſtration des triangles avec des coſtez plus grands que le quart de cercle.

Concluſion. Eſtant donc un triangle ſpherique, comme le rectangle plan, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

Theoreme. XXXI. Proposition.

Estant un triangle ſpherique avec deux ou trois angles aigus: Au premier, comme le rectangle ſous les ſinus des deux moindres angles, au quarré du ſinus de l'angle droit: Ainſi la difference des deux verſes, dont l'un eſt verſé de la difference d'iceux deux moindres angles, l'autre eſt verſé de la difference du demi cercle & le troiſieſme angle, au verſé de la difference du demi cercle & le coſté oppoſite d'icelui troiſieſme angle.

Au ſecond, comme le rectangle comprins ſous les ſinus du plus grand angle & un des moindres, au quarré du ſinus de l'angle droit: Ainſi la difference des deux verſes, dont l'un eſt verſé de la difference du demi cercle & iceux deux angles enſemble, l'autre eſt verſé du troiſieſme angle, au verſé du coſté oppoſite d'icelui troiſieſme angle.

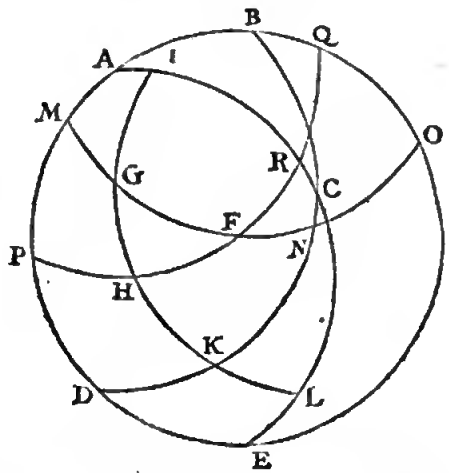
Alb. Girard.

Ce theoreme n'eſt mis icy à autre fin que pour parler quelque peu des reciproques, dont i'ay traitté en mes Sinus en general plus facilement, qu'il n'eſt pas fait icy.

Notez.

Ce theoreme que je transforme ſelon mon ſtyle ordinaire, eſt inventé par le treſdocte Seigneur *Philippus Lansbergius.*

Le donné. Soit A B C un triangle ſpherique, duquel les deux angles B A C, A C B ſont aigus, le troiſieſme A B C obtus ou aigu, mais plus grand qu'un des autres deux.



Le requis. Il faut demonſtrer, au premier,

Comme le rectangle comprins ſous les ſinus des deux moindres angles B A C, A C B,
Au quarré du ſinus de l'angle droit;
Ainſi la difference des deux verſes, dont l'un eſt verſé de la difference d'iceux deux moindres angles B A C, A C B: L'autre eſt verſe de la difference du demi cercle & le troiſieſme angle A B C,
Au verſé de la difference du demi cercle & du coſté oppoſite A C d'icelui troiſieſme angle A B C.

Au ſecond.

Comme le rectangle comprins ſous les ſinus du plus grand angle A B C & un des autres deux moindres, je prens B A C,
Au quarré du ſinus de l'angle droit;
Ainſi la difference des deux verſes, dont l'un eſt verſé de la difference du demi cercle & iceux deux angles A B C, B A C enſemble, l'autre verſe du troiſieſme angle A C B.
Au verſé du coſté oppoſite A B d'icelui troiſieſme angle A C B.

Preparation. Soit A B produite, & deſcrit le cercle A B D,

A B D, puis B C prolongée juſques à D, ainſi que B C D face un demi cercle, ſemblablement A C produit à E, ainſi que A C E face auſſi un demi cercle : Soit puis apres F pole du cercle A B D, & G pole du demi cercle B C D, mais H pole du demi cercle A C E. Par ces trois poincts F, G, H, ſoyent tirez trois demi cercles, à ſçavoir par G & H, l'arc I G H K L deſcrit ſur le pole C, & touchant A C E en I & E : Semblablement par G F le demi cercle M G F N O deſcrit ſur le pole B, & coupant B C D en N : Puis apres par H F le demi cercle P H E Q, coupant A C E en R. Mais avant que je vienne à la propre demonſtration, je deſcriray premierement certains dix membres commodes à cela, comme s'enſuit :

Membre I.

Le nombre des degrez du coſté G F, eſt egal au nombre des degrez de la difference du demi cercle & l'angle A B C, & auſſi egal au nombre des degrez de la difference du demi cercle & A D C, pour ceſte raiſon :

Veu que F eſt pole du cercle A B O, & G pole du demi cercle B N D, par la preparation, F O, & G N ſont chacun un quart de cercle, & par conſequent N O eſt egal avec G F : Mais le nombre des degrez de N O eſt pour la grandeur de l'angle N B O, eſtant la difference du demi cercle de l'angle A B C, & pourtant le nombre des degrez du coſté G F, eſt egal au nombre des deg. de la difference du demi cercle & l angle ABC : & auſſi au nombre des degr. de la difference du demi cercle & l'angle A D C, pource qu'il eſt egal à l'angle A B C.

Membre II.

Le nombre des degr. du coſté F H, eſt egal au nombre des degr. de l'angle B A C, & auſſi de la difference du demi cercle & C A D, pour ceſte raiſon :

Veu que F eſt pole du cercle A B Q, & H pole du demi cercle A R E, par la preparation, s'enſuit que E Q & H R ſont chacun un quart de cercle, & par conſequent F H eſt egal à R Q : Mais le nombre des degrez de R Q, eſt pour la grandeur de l'angle R A Q, qui eſt auſſi de l'angle B A C : Et pourtant le nombre des degr. du coſté F H, eſt egal au nombre des degrez de l'angle B A C, & par conſequent auſſi avec le nombre des degrez de la difference du demi cercle & C A D, pource que l'angle B A C eſt la difference du demi cercle & de l'angle C A D.

Membre III.

Le nombre des degrez du coſté G H, eſt egal au nombre des degrez de l'angle A C B, & auſſi de la difference du demi cercle & A C D, pour ceſte raiſon :

Veu que G eſt pole du demi cercle B K D, & H pole du demi cercle A L E, par la preparation, s'enſuit que G K & H L ſont chacun un quart de cercle, & par conſequent G H eſt egal avec K L : Mais le nombre des degrez du coſté K L, eſt pour la grandeur de l'angle K C L, qui eſt auſſi de l'angle A B C : Pourtant le nombre des degrez du coſté G H, eſt egal au nombre des degrez de l'angle A C B, & par conſequent auſſi avec le nombre des degrez de la difference du demi cercle & A C D, pource que l'angle A C B eſt la difference du demi cercle & de l'angle A C D.

Membre IV.

Le nombre des degrez de l'angle G H F, eſt egal au nombre des degrez de la difference du demi cercle & du coſté A C, pour ceſte raiſon :

Veu que C eſt pole de l'arc I H L, & A du demi cercle Q R P par la preparation, s'enſuit que C L & R A ſont chacun un quart de cercle, & par conſequent A C eſt egal à R L : Mais le nombre des degrez de R L eſt pour la grandeur de l'angle R H L ; pourtant le nombre des degrez de A C eſt egal au nombre des degrez de l'angle R H L : Mais ces deux nombres egaux de degrez, ont auſſi egales differences entre eux & le demi cercle : Pourtant le nombre des degrez de la difference du demi cercle & R H L, eſt egal au nombre des degrez de la difference du demi cercle & du coſté A C. Mais l'angle G H F eſt la difference du demi cercle & de l'angle R H L : Pourtant le nombre des degrez de l'angle G H F, eſt egal au nombre des degrez de la difference du demi cercle & du coſté A C.

Membre V.

Le nombre des degrez de l'angle G F H, eſt egal au nombre des degrez du coſté A B, & auſſi de la difference du demi cercle & A D, pour ceſte raiſon :

Veu que A eſt pole du demi cercle Q F P, & B du demi cercle O F M, par la preparation, s'enſuit que A Q & B O ſont chacun un quart de cercle, & par conſequent A B eſt egal avec Q O : Mais le nombre des degrez de Q O eſt pour la grandeur de l'angle Q F O, qui eſt auſſi G F H, & pourtant le nombre des degrez de l'angle G F H, eſt egal au nombre des degrez du coſté A B : Mais A B eſt la difference du demi cercle & A D, pourtant le nombre des degrez de l'angle G F H, eſt auſſi egal avec le nombre des degrez de la difference du demi cercle & A D.

Membre VI.

Le nombre des degrez de l'angle H G F, eſt egal au nombre des degrez du coſté B C, & auſſi de la difference du demi cercle de C D, pour ceſte raiſon :

Veu que B eſt pole do demi cercle O N M, & C de l'arc K G I, par la preparation, s'enſuit que B N, C K ſont chacun un quart de cercle, & par conſequent B C eſt egal à K N : Mais le nombre des degrez de K N eſt pour la grandeur de l'angle H G F, & pourtant le nombre des degrez de l'angle H G F, eſt egal au nombre des degrez du coſté B C : Mais B C eſt la difference du demicercle & C D, pourtant le nombre des degrez de l'angle H G F, eſt auſſi egal au nombre des degrez de la difference du demi cercle & C D.

Membre VII.

Veu que le nombre des degrez de l'angle B A C, eſt egal au nombre des degrez du coſté H F, par le 2 membre : Semblablement le nombre des degrez de l'angle A C B, egal au nombre des degrez du coſté H G, par le 3 membre : S'enſuit que les deux ſinus d'iceux deux angles ſont egaux aux deux ſinus de ces deux ares, & conſequemment ceci :

Le rectangle (au triangle A B C) comprins ſous les ſinus des deux moindres angles B A C, A C B, eſt egal au rectangle comprins ſous les ſinus de H F, H G.

Membre VIII.

Veu que le nombre des degrez des deux angles B A C, A C D, eſt egal au nombre des degrez des deux coſtez H F, H G, par le 2 & 3 membre, & de la difference du demi cercle & l'angle A B C, egal au nombre des degrez de G F, par le 1 membre, il s'enſuit ceci :

La difference des deux verſés, dont l'un eſt verſé de la difference des deux angles B A C, A C B, l'autre

verſé de la difference du demicercle & le troiſieſme angle A B C, eſt egal à la difference des deux verſes, dont l'un eſt verſé de la difference entre deux coſtez H F, H G, l'autre verſé du coſté G F.

MEMBRE IX.

Le nombre des degrez de la difference du demi cercle & l'angle A B C, eſt egal au nombre des degrés du coſte G F, par le 1 membre : Mais la difference du demi cercle & l'angle A B C, & l'angle A B C meſme, ont un meſme ſinus, pourtant le ſinus de l'angle A B C, eſt egal au ſinus du coſté G F : Puis le ſinus de B A C eſt egal à celui de F H; parce que les nombres de leurs degrez ſoot egaux, par le 2 membre :

Pourtant

Le rectangle comprins ſous les ſinus de A B C & B C A, eſt egal au rectangle comprins ſous les ſinus de G F, F H.

MEMBRE X.

Le nombre des degrez de la difference du demi cercle & A B C, eſt egal au nombre des degrez du coſté G F, par le 1 membre : Semblablement le nombre des degrez de l'angle A C B, eſt egal au oombre des degrez du coſté G H, par le 3 membre : Et pourtant la difference des degrez de la difference du demi cercle & A B C & B C A, eſt egale à la difference des degrez de G F & G H : Mais la difference des degrez de la difference du demi cercle & A B C & B A C, eſt egale à la difference du demi cercle & les deux angles A B C, B A C enſemble; pourtaur la difference des degrez de la difference do demi cercle & les deux angles A B C, A C B enſemble, eſt egale à la difference des degrez de G F & G H : Puis le nombre des degrez de l'angle A C B eſt (comme j'ay dir ei deſſus) egal au nombre des degrez du coſté G H, par le 3 membre. Dont s'enſuir ceci :

La difference des deux verſes, dont l'uo eſt verſé de la difference du demi cercle & les deux angles A B C, B A C enſemble, l'aurre verſé de l'angle A C B, eſt egale à la difference des deux verſés, dont l un eſt verſé de la difference entre les deux coſtez G F, F H, l'autre verſé du troiſieſme coſté.

Demonſtration ſur la premiere partie de la propoſition.

Il appert par la 30 propoſition, que
Comme au triangle G F H, le rectangle comprins ſous les ſinus de H G, H F,
Au quarré du ſinos de l'angle droit;
Ainſi la difference de deux verſés, doot l'un eſt verſé de la diffetence entte iceux deux coſtez H G, H F, l'autre verſé du troiſieſme coſte G F,
Au verſé de l'angle F H G comprins ſous iceox deux coſtez, doot les ſinus comptennent le rectangle.

Mais oos qoatre retmes de la premiere partie de la propoſition au triangle A B C, ſont egaux aux ſoſdits quatre termes du triangle G F H, eomme je diray tanroſt, & de là ſe conclura qu'ils ſont auſſi proportionaux. L'egaliré d'iceux eſt telle:

Le rectangle (au triangle A B C) comptios ſous les ſinus des deux moindres angles B A C, A C B, eſt egal au rectangle du premier terme comprins ſous les ſinus de H F, G H, par le 7 membre.

Et le quarré du ſinus du rectangle au triangle A B C, eſt egal au quatré du ſinus du rectangle au triangle G F H du ſecond terme.

Puis la difference des deux verſes, dont l'un eſt verſé de la difference d'iceux deux moindres angles B A C, A C B, l'autre verſé de la difference du demi cercle & le troiſieſme angle A B C, eſt egale à la diffetence au troiſieſme terme des deux verſés, doot l'un eſt verſé de la diffetence entre les deux coſtez H F, G H, l'autre verſé du troiſieſme coſté G F, par le 8 membre.

Là deſſus conſiderant que le nombre des degrez du coſté A C, eſt egal au nombre des degrez de l'angle G H F par le 4 membre, il s'enſoit que le verſé de A C, eſt egal au verſé de l'angle G H F du quatrieſme terme :

Pourtant

Comme le rectangle comprins ſous les ſinus des deux moindres angles B A C, A C B,
Au quarré du ſinus de l'angle droit;
Ainſi la difference des deux verſés, dont l'un eſt verſé de la difference d'iceux deux moindres angles B A C, A C B, l'autre verſé de la difference du demi cercle & le troiſieſme angle A B C,
Au verſé de la diffetence du demi cercle & le coſté oppoſite A C du meſme troiſieſme angle A B C.

Demonſtration ſur la deuxieſme partie de la propoſition.

Il appert par la 30 propoſition, que
Comme au triangle G F H, le rectangle comprins ſous les ſinus de G F, F H,
Au quarré du ſinus de l'angle droit;
Ainſi la difference des deux verſés, dont l'un eſt verſé de la difference entre iceux deux coſtez G F, F H, l'autre verſé du troiſieſme coſté G H,
Au verſé de l'angle G F H, comprins ſous iceux deux coſtez, dont les ſinus compreneot le triangle.

Mais nos quatre termes de la deuxieſme partie de la propoſition au triangle A B C, ſont egaux aux ſuſdits quatre termes du triangle G F H, comme je diray tantoſt : Et de là ſe concluta qu'ils ſont auſſi proportionaux. L'egalité d'iceux eſt telle :

Le tectangle (ao triangle A B C) comprins ſous les ſinus du plus grand angle A B C & un des autres deux moindres, comme B A C, eſt egal au rectangle du premier terme comprins ſous les ſious de G F, F H par le 9 membre :

Et le quarré du ſinus de l'angle droit du triangle A B C, eſt egal au quarré du ſinus de l'angle droir du triangle G F H, du ſecond terme.

Puis la difference des deux verſes, dont l'un eſt verſé de la difference du demi cercle & iceux deux angles A B C, B A C enſemble; l'autre eſt verſé du troiſieſme angle A C B, eſt egale à la difference du troiſieſme terme des deux verſés, dont l'un verſé de la difference entre les deux coſtez G F, F H, l'autre eſt verſé du troiſieſme coſté G H, par le 10 membre.

Là deſſus conſideré que le nombre des degrez do coſté A B, eſt egal au nombre des degrez de l'angle G F H, par le 5 membre, il s'enſuit que le verſé de A B, eſt egal au verſé de l'angle G F H du quattieſme terme:

Pour-

Pourtant

Comme le rectangle comprins ſous les ſinus du plus grand angle A B C & un des autres deux moindres, comme C A B.

Au quarré du ſinus de l'angle droit;

Ainſi la difference des deux verſes, dont l'un eſt verſé de la difference du demi cercle & iceux deux angles A B C, C A B enſemble, l'autre verſé du troiſieſme angle A C B,

Au verſé du coſté oppoſite A B du meſme troiſieſme angle A C B.

Et ſemblable ſera auſſi la demonſtration au triangle avec trois angles aigus.

Concluſion. Eſtant donc un triangle ſpherique, &c.

CONSEQVENCE.

Le triangle ADC avec trois angles obtus, a les nombres des degrez des differences du demi cercle & leurs trois angles & coſtez, eganx avec les nombres des degrés des angles & coſtez à eux correſpondans au triangle G F H, comme il appert aux ſix premiers membres. Il eſt auſſi manifeſte que cela ſeroit ainſi, jaçnit que l'angle ADC fuſt aigu, & les autres deux ſeulement obtus, dont s'enſuit ceci:

THEOREME.

Eſtant un triangle ſpherique avec deux ou trois angles obtus: Comme le rectangle comprins ſous les ſinus de deux angles, au quarré du ſinus de l'angle droit; Ainſi la difference des deux verſés, dont l'un eſt verſé de la difference d'iceux deux angles, l'autre eſt verſé de la difference du demi cercle & le troiſieſme angle, au verſé de la difference du demi cercle & le coſté oppoſite d'icelui troiſieſme angle.

Quant à ce que telle regle n'eſtnit pas ſi generale au triangle avec deux ou trois angles obtus, comme A B C mais qu'il y arrivoit deux diverſitez, la cauſe en eſt notoire, parce que les nombres des degrez de leurs angles & coſtez, ne ſont tous eganx avec leurs correſpondans angles & coſtez du triangle G F H, car en partie correſpondent leurs differences qu'ils ont avec le demi cercle, comme il appert és ſuſdits ſix membres.

LA TROISIESME PARTIE DES PROBLEMES, CONTENANT L'INVENTION DES ANGLES ET COSTEZ REQVIS DES TRIANGLES SPHERIQVES DONNEZ.

AYant deſcrit ci devant en la premiere & ſeconde partie, les theoremes neceſſaires aux demonſtrations des problemes ſuivans, & hors deſquels ſe tire la façon de leur operation, nous viendrons à la deſcription d'iceux, traictant premierement des triangles avec un angle droit cognu donné au 1 article: Puis apres au 2 article, des triangles avec un coſté de 90 deg. ſans angle droit cognu donné: Finalement au 3 article, des triangles ſans angle droit cognu donné, ou coſté de 90 degr.

Mais veu qu'au lieu de beaucoup de paroles, nous nous voulons ſervir de petites marques, à telle fin que ſera dit ci deſſous, nous en ferons premierement quelque declaration, comme s'enſuit. Tout triangle ſpherique, comme auſſi le nom le porte, à trois angles & trois coſtez, faiſant enſemble ſix en nombre, qu'en general nous appellons termes: D'iceux ſe donnent tousjours trois cognus, pour trouver les autres trois incognus: Comme par deux angles & un coſté cognus, on trouve le troiſieſme angle incogu, & les autres deux coſtez: Derechef, par deux coſtez & un angle cognus, on trouve le troiſieſme coſté & les autres deux angles: Apres, par trois coſtez cognus, on trouve les trois angles: Et par trois angles cognus, on trouve les trois coſtez.

Or pour exprimer briefvement par ſignes commodes ces trois termes cognus donnés (comme nous avons fait ſemblablement aux triangles plats) il faut ſçavoir que K (premiere lettre du mot *Kleender*, qui ſignifie moindre en langue Allemande, ſelon laquelle ces figures ont eſté accommodées) mis ſur le coſté d'un triangle, ſignifie icelui eſtre plus petit que le quart d'un cercle, mais G premiere lettre du mot grand, plus grand: R premiere lettre du mot recte, mis en un angle, ſignifie icelui eſtre rectangle ou angle droit: K un angle plus petit que le quart d'un cercle, ou autrement angle aigu: G un angle plus grand que le quart d'un cercle, ou autrement angle obtus. Les arcs & angles poinctés ſans les ſuſdites lettres, ſont ceux-là leſquels on tient bien pour cognus, mais ſeulement par le poſé, qui eſt ſans declaration s'ils ſont grands ou petits, aigus ou obtus, auſſi ſans nombre de degrez de leur grandeur, tellement que ces poincts ſignifient des nombres indefinis. Par ceci nous pouvons faire entendre en un moment, ce qui requereroit autrement beaucoup de paroles. Comme par exemple, pour exprimer ceſte figure ci joincte, il ſe faudroit ſervir de toutes ces paroles:

Un triangle ſpherique, avec deux angles cognus, l'un droit l'autre aigu, & un coſté cogu de l'angle droit, plus grand que le quart d'un cercle, à l'oppoſite de l'angle aigu cognu.

Ceſte briefveté entre autres, ſervira de beaucoup quand on veut trouver par les trois termes cognus d'un triangle, les autres trois, ou un d'iceux: Car tels triangles marquez, s'aſſembleront ci apres comme en une table appellée *Indice des Triangles*, d'autant que par icelui on a une adreſſe pour trouver facilement en ceſte 3 partie un ſemblable exemple qu'on veut imiter, ſans qu'il faille charger ou troubler l'eſprit d'aucunes des precedentes reigles; Lequel *Indice des Triangles* ſera plus amplement deſcrit & declaré à la fin de ce livre.

NOTEZ.

Encore, que nous depeſcherons par tout l'invention des termes incognus d'un triangle avec un angle droit cognu, ou coſté de 90 deg. par une multiplication ſans diviſion, comme la plus aiſée operation qu'il y a entre diverſes manieres, dont ſe fera encores plus ample declaration au premier exemple de la 32 propoſition ſuivante.

ALB. GIRARD.

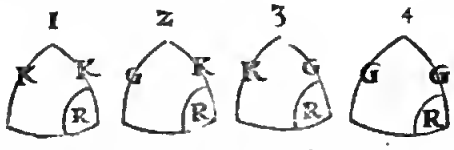
Ceux qui ſe voudront ſervir de ma Trigonometrie ſpherique, deſcrite derriere les Tables des ſinus que i'ay mis en lumiere, trouveront de grandes facilitez, tant par les organes, que par la nouvelle invention que i'ay fait des Conſorts & reciproques. I'ay auſſi eſcrit un livret des ſuperfices des triangles & polygones ſpheriques incognues auparavant, qui ſert auſſi pour la meſure des ſecteurs ſpheriques & des angles ſolides, où le Lecteur curieux pourra voir l'expedition ſuccincte en la meſure d'iceux. Le l'ay fait imprimer à Amſterdam en l'an 1629 en quarto.

PREMIER MEMBRE DES TRIANGLES SPHERIQVES AVEC RECTANGLES COGNVS DONNEZ.

Probleme I. Proposition XXXII.

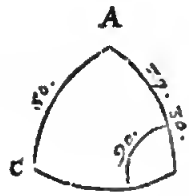
Estant cognu l'angle droit d'un triangle spherique rectangle, avec l'hypothenuse, & un costé de l'angle droit : Trouver le troisiesme costé & les autres deux angles.

Les trois termes cognus se peuvent rencontrer de ces quatre diverses sortes :



Lesquels recevans quatre diverses façons d'operation, nous mettrons de chacun un exemple particulier.

1. *Exemple du 1 triangle de ceste qualité.*



Le donné. Soit A B C un triangle spherique, dont l'angle B est droit, & l'hypothenuse A C fait 50 degr. mais A B 29 deg. 30 ①.

Le requis. Il faut trouver le troisiesme costé B C, avec les autres deux angles A, C.

Operation.

Invention du costé B C.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne le sinus de l'arc de complement du costé de l'angle droit A B	8704.
Combien la secante de A C	15557?
Vient la secante	13541.
Dont l'arc pour la requise B C	42 deg. 24.

Notez.

Au lieu de l'operation ci dessus on pourroit par la 25 proposition dire ainsi,

Le sinus de l'arc de complement du costé de l'angle droit A B	8704.
Donne le sinus de l'arc de complement de l'hypothenuse A C	6428.
Combien le sinus de l'angle droit	10000?
Vient sinus	7385.
Dont l'arc	47 deg. 36.
Soustrait de	90 deg.
Reste pour la requise B C	42 deg. 24.

Ce qui estant ainsi, quelqu'un pourroit penser pourquoi on a prins la premiere operation au lieu de ceste seconde, ou au lieu de plusieurs autres operations, dont nous parlerons plus amplement en l'Appendice, par lesquelles le mesme costé requis B C se peut trouver ? La raison est telle : En la premiere operation il y a multiplication du premier terme avec la troisiesme, à sçavoir 8704 avec 15557 ; Et en la seconde operation, division, à sçavoir 64280000 par 8704 : Mais veu que multiplication n'est pas si difficile que division, pourtant la premiere operation a esté choisie au lieu de la seconde, ou aucune autre.

Et ce que nous avons dit ici du premier exemple, s'entendra aussi de tous les suivans, là où chacun terme incognu du triangle rectangle se trouvera par tout avec une multiplication : Et cela non seulement au triangle rectangle, mais aussi au triangle oblique avec un costé de 90 deg. Aussi à chacun des deux triangles rectangles, ausquels se partit le triangle oblique, pour en trouver les termes incognus.

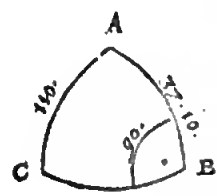
Invention de l'angle A.

Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne la tangente de l'hypothenuse A C	11918.
Combien la tangente de l'arc de complement de A B	17675?
Vient la secante	21065.
L'arc d'icelui pour l'angle requis A	61 deg. 39.

Invention de l'angle C.

Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne la secante de l'arc de complement de l'hypothenuse A C	13054.
Combien le sinus de A B	4924?
Vient le sinus	6428.
L'arc d'icelui pour l'angle requis C	40 deg.

2. *Exemple du 2 triangle de ceste qualité.*



Le donné. Soit A B C un triangle spherique, dont l'angle B est droit, & le costé A C fait 110 deg. mais A B 37 deg. 10 ①.

Le requis. Il faut trouver le troisiesme costé C B avec les autres deux costez A, C.

Constrvotion.

Invention du costé B C.

Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne le sinus de l'arc de complement du costé de l'angle droit A B	7969.
Combien la secante de A C	29238?
Vient la secante	23300.
L'arc d'icelui	64 deg. 35.
Soustrait de	180 deg.
Reste pour le costé requis B C.	115 deg. 25.

Invention de l'angle A.

Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne la tangente de l'hypothenuse	27475.
Combien la tangente de l'arc de complement de A B	13190?
Vient la secante	36240.
L'arc d'icelui	73 deg. 59.
Soustrait de	180 deg.
Reste pour l'angle requis A	106 deg. 1.

Inven-

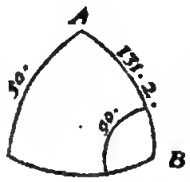
Invention de l'angle C.

Le ſinus de l'angle droit	10000.
Donne la ſecante de l'arc de complement de l'hypothenuſe A C	10642.
Combien le ſinus de A B	6041?
Vient le ſinus	6429.
L'arc d'icelui pour l'angle requis C	40 deg. 1.

3. *Exemple du 3 triangle de ceſte qualité.*

Le donné. Soit A B C un triangle ſpherique, dont l'angle B eſt droit, & le coſté AC fait 50 degr. mais A B 131 deg. 2.

Le requis. Il faut trouver le troiſieſme coſté BC, avec les autres deux angles, A C.



CONSTRVCTION.

Invention du coſté B C.

Le ſinus de l'angle droit	10000.
Donne le ſinus de l'arc de complement du coſté de l'angle droit A B	6565.
Combien la ſecante de A C	15557?
Vient la ſecante	10213.
L'arc d'icelui	11 deg. 44.
Souſtrait de	180 deg.
Reſte pour le coſté requis B C	168 deg. 16.

Invention de l'angle A.

Le ſinus de l'angle droit	10000.
Donne la tangente de l'hypothenuſe A C	11918.
Combien la tangente de l'arc de complement de A B	8703?
Vient la ſecante	10372.
L'arc d'icelui	15 deg. 23.
Souſtrait de	180 deg.
Reſte pour l'angle requis A	164 deg. 37.

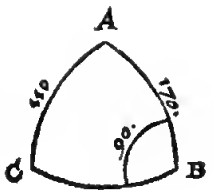
Invention de l'angle C.

Le ſinus de l'angle droit	10000.
Donne la ſecante de l'arc de complement de l'hypothenuſe A C	13054.
Combien le ſinus de A B	7543?
Vient le ſinus	9847.
L'arc d'icelui	79 deg. 58.
Souſtrait de	180 deg.
Reſte pour l'angle requis C	100 deg. 2.

4. *Exemple du 4 triangle de ceſte qualité.*

Le donné. Soit A B C un triangle ſpherique de ceſte qualité, dont l'angle B eſt droit, & le coſté AC fait 110 deg. mais A B 170 deg.

Le requis. Il faut trouver le troiſieſme coſté B C, & les autres deux angles A C.



CONSTRVCTION.

Invention du coſté B C.

Le ſinus de l'angle droit	10000.
Donne le ſinus de l'arc de complement du coſté de l'angle droit A B	9848.
Combien la ſecante de A C	29238?
Vient la ſecante	28794.
L'arc d'icelui pour le coſté requis B C	69 deg. 41.

Invention de l'angle A.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne la tangente de l'hypothenuſe A C	27475.
Combien la tangente de l'arc de complement de A B	56713?
Vient la ſecante	155819.
L'arc d'icelui pour l'angle requis A	86 deg. 19.

Invention de l'angle C.

Le ſinus de l'angle droit	10000.
Donne la ſecante de l'arc de complement de l'hypothenuſe A C	10642.
Combien le ſinus de AB	17371?
Vient ſinus	1849.
L'arc d'icelui	10 deg. 39.
Souſtrait de	180 deg.
Reſte pour l'angle requis C	169 deg. 21.

I. DEMONSTRATION

Sur l'invention du coſté B C.

Il eſt notoire par la 25 propoſition, que

Comme le ſinus de l'angle droit,
Au ſinus de l'arc de complement d'un coſté de l'angle droit;
Ainſi le ſinus de l'arc de complement de l'autre coſté de l'angle droit;
Au ſinus de l'arc de complemẽt de l'hypothenuſe.

Mais les deux derniers termes eſtans ſinus d'arcs de complement, ſont alternement proportionnels avec les ſecantes de leur poſé, par la conſequence de la 22 propoſition, qui eſt, comme le ſinus de l'arc de complement de l'autre coſté de l'angle droit, au ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe; Ainſi la ſecante de l'hypothenuſe, à la ſecante de l'autre coſté de l'angle droit: parquoi,

Comme le ſinus de l'angle droit,
Au ſinus de l'arc de complement d'un coſté de l'angle droit;
Ainſi la ſecante de l'hypothenuſe,
A la ſecante de l'autre coſté de l'angle droit.

Mais tels ſont lés quatre termes de l'operation de l'invention du coſté B C au 1 exemple, parquoi le quatrieſme terme 13541 eſt pour ſecante du requis B C: Et ſemblable ſera auſſi la demonſtration de l'invention de la ſecante de B C aux autres trois exemples: Mais puis que le meſme 13541 ſert de ſecante à deux arcs, l'un

plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 8 definition de la fabrique des sinus, ou pourroit demander lequel sera-ce des deux? Je dis le plus petit pour ceste raison: L'hypothenuse AC estant plus petite, il faut que les autres deux costez soient chacun plus petit ou plus grand, par la 3 proposition: Mais AB est plus petit, il faut donc que BC soit aussi plus petit.

Touchant ce qu'au 2 exemple BC est mis plus grand que le quart d'un cercle, la cause est telle: L'hypothenuse AC estant plus grande, il faut qu'un des deux autres soit plus petit, l'autre plus grand, par la 3 proposition; mais AB est plus petit, il faut donc que BC soit plus grand. Quant au 3 exemple, il a fallu que BC fust plus grand, car l'hypothenuse AC estant plus petite, il faut que les deux autres soient chacun plus petit ou chacun plus grand par la 3 proposition: Mais AB est plus grand, il faut donc que BC soit plus grand. Au 4 exemple il a fallu que BC fust plus petit, car l'hypothenuse AC estant plus grande, il faut qu'un des deux autres soit plus petit, & l'autre plus grand par la 3 proposition: Mais AB est plus grand, il faut donc que BC soit plus petit.

II. Demonstration
Sur l'invention de l'angle A.

Article I.

Il est notoire par la 28 proposition, que

Comme le sinus de l'angle droit,
A la tangente de l'hypothenuse;
Ainsi le sinus de l'angle de complement de l'angle obliqne,
A la tangente du costé de l'angle droit touchant icelui.

Article II.

Mais le troisiesme terme estant sinus de l'angle de complement, le sinus de l'angle droit est moyen proportionnel entre le mesme troisiesme terme & la secante de son posé, par la consequence de la 21 proposition; parquoi le rectangle comprins sous le troisiesme terme & la secante de son posé, est egal au quarré du sinus de l'angle droit.

Article III.

Apres, le quatriesme terme du 1 membre estant tangente du costé de l'angle droit, le sinus de l'angle droit est moyen proportionnel entre icelui quatriesme terme, & la tangente de son arc de complement, par la 19 proposition; parquoi le rectangle comprins sous le quatriesme terme & la tangente de son arc de complement, est egal au quarré du sinus de l'angle droit, parquoi le mesme rectangle est egal au rectangle comprins sous le troisiesme terme & la secante de son posé, car il est aussi egal, par le 2 article, au susdit quarré: Ce qui estant ainsi, leurs costez sont alternement proportionnels: qui est, comme le troisiesme terme au quatriesme terme, ainsi la tangente de l'arc de complement du quatriesme terme, à la secante du troisiesme terme: qui est, comme le sinus de l'angle de complement de l'angle oblique, à la tangente du costé de l'angle droit touchant icelui, ainsi la tangente de l'arc de complement du costé de l'angle droit, à la secante de l'angle oblique touchant icelui: parquoi,

Comme le sinus de l'angle droit,
A la tangente de l'hypothenuse;
Ainsi la tangente de l'arc de complement du costé de l'angle droit,
A la secante de l'angle oblique touchant icelui.

Mais tels sont les quatre termes de l'operation de l'invention de l'angle A au 1 exemple, parquoi le 4 terme 21065 est pour secante de l'angle requis A. Et semblable sera aussi la demonstration de l'invention de la secante de l'angle A aux autres trois exemples. Mais puis que le mesme 21065 sert de secante à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 8 definition de la fabrique des sinus, on pourroit demander maintenant lequel sera-ce des deux? Je dis le plus petit pour ceste raison: L'hypothenuse AC estant plus petite, il faut que les autres deux costez soient chacun plus petit ou plus grand, par la 3 proposition. Mais AB est plus petit, il faut donc que BC soit aussi plus petit, & pource son angle oppositе aussi aigu, par la 2 proposition.

Touchant ce qu'au 2 exemple l'angle A a esté mis obtus, la raison est telle: L'hypothenuse AC estant plus grande, il faut que l'un des deux autres soit plus petit, l'autre plus grand, par la 3 proposition: mais AB est plus petit, il faut donc que BC soit plus grand, & pource son angle oppositе A obtus, par la 2 proposition. Au 3 exemple il a fallu que l'angle A fust obtus, car l'hypothenuse AC estant plus petite, il faut que les autres deux costez soient chacun plus petit ou plus grand, par la 3 proposition; mais AB est plus grand, il faut donc que BC soit aussi plus grand, & pource son angle oppositе obtus, par la 2 proposition. Au 4 exemple il a fallu que l'angle A fust aigu, car l'hypothenuse AC estant plus grande, il faut que l'un des deux autres soit plus petit, l'autre plus grand, par la 3 proposition; mais AB est plus grand, il faut donc que BC soit plus petit, & pource son angle oppositе aigu, par la 2 proposition.

III. Demonstration
Sur l'invention de l'angle C.

Il est notoire par raison reversе de la 23 proposition, que

Comme le sinus de l'hypothenuse,
Au sinus de l'angle droit;
Ainsi le sinus du costé de l'angle droit,
Au sinus de son angle oppositе.

Mais comme le sinus de l'hypothenuse, au sinus de l'angle droit, ainsi le sinus de l'angle droit, à la secante de l'arc de complement de l'hypothenuse, par la 21 proposition: parquoi,

Comme le sinus de l'angle droit,
A la secante de l'arc de complement de l'hypothenuse;
Ainsi le sinus du costé de l'angle droit,
Au sinus de son angle oppositе.

Mais tels sont les quatre termes de l'operation de l'invention de l'angle C au 1 exemple, parquoi le quatriesme terme 6428 est pour sinus de l'angle requis C: Et semblable sera aussi la demonstration de l'invention du sinus de l'angle C aux autres trois exemples. Mais puis que 6428 sert de sinus à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 8 definition de la fabrique des sinus, on pourroit demander maintenant lequel sera-ce des deux? Je dis le plus petit, car puis que AB est plus petit, il faut que son angle oppositе soit aussi plus petit ou aigu, par la 2 proposition: Au 2 exemple son costé oppositе AB est aussi plus petit, parquoi C est aussi aigu: Mais au 3 & 4 exemple AB estant plus grand, il faut que C y soit obtus par la mesme 2 proposition.

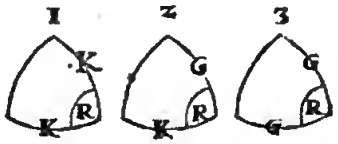
Con-

Concluſion. Eſtant doncques cognu l'angle droit d'un triangle ſpherique rectangle, avec l'hypothenuſe & un coſté de l'angle droit, nous avons trouvé le troiſieſme coſté, & les autres deux angles, ſelon le requis.

Probleme II. Proposition XXXIII.

Estant cognu l'angle droit d'un triangle ſpherique rectangle, avec deux coſtez le comprenant : Trouver l'hypothenuſe, & les autres deux angles.

Les trois termes cognus peuvent eſtre de ces trois diverſes ſortes :

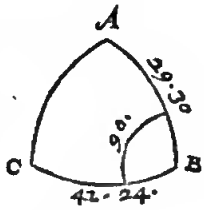


Leſquels recevans trois diverſes manieres d'operations, nous mettrons de chacun un exemple particulier.

1. *Exemple du 1 triangle de ceſte qualité.*

Le donné. Soit A B C un triangle ſpherique, dont l'angle B eſt droit, & le coſté A B face 29 deg. 30 ①. Mais B C 42 deg. 24 ①.

Le requis. Il faut trouver l'hypothenuſe A C, avec les autres deux angles A, C.



Construction.

Invention de l'hypothenuſe A C.

Le ſinus de l'angle droit	10000.
Donne la ſecante d'un des deux coſtez de l'angle droit, ſoit de B C	13542.
Combien la ſecante de l'autre coſté de l'angle droit A B	11489?
Vient la ſecante	15558.
L'arc d'icelui pour la requiſe A C	50 deg.

Invention de l'angle A.

Le ſinus de l'angle droit	10000.
Donne la ſecante de l'arc de complement du coſté de l'angle droit cognu touchant l'angle droit requis A, qui eſt de A B	20308.
Combien la tangente de l'autre coſté B C	9131?
Vient la tangente	18543.
L'arc d'icelui pour l'angle requis A	61 deg. 40.

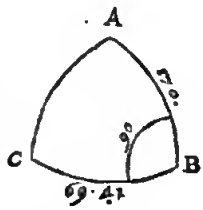
Invention de l'angle C.

Le ſinus de l'angle droit	10000.
Donne la ſecante de l'arc de complement du coſté cognu qui touche l'angle requis C, qui eſt de B C	14830.
Combien la tangente de l'autre coſté A B	5658?
Vient la tangente	8391.
L'arc d'icelui pour l'angle requis C	40 deg.

2. *Exemple du 2 triangle de ceſte qualité.*

Le donné. Soit A B C un triangle ſpherique, dont l'angle B eſt droit, & le coſté A B face 170 deg. mais B C 69 deg. 41 ①.

Le requis. Il faut trouver le troiſieſme coſté A C, & les autres deux angles A, C.



Construction.

Invention de l'hypothenuſe A C.

Le ſinus de l'angle droit	10000.
Donne la ſecante d'un des deux coſtez de l'angle droit, ſoit de B C	28801.
Combien la tangente de l'autre coſté de l'angle droit A B	10154?
Vient la ſecante	29245.
L'arc d'icelui	70 deg.
Souſtrait de	180 deg.
Reſte pour la requiſe A C	110 deg.

Invention de l'angle A.

Le ſinus de l'angle droit	10000.
Donne la ſecante de l'arc de complement du coſté cognu touchant l'angle requis A, qui eſt de A B	57588.
Combien la tangente de l'autre coſté B C	27009?
Vient la tangente	155539.
L'arc d'icelui pour l'angle requis	86 deg. 19.

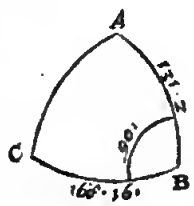
Invention de l'angle C.

Le ſinus de l'angle droit	10000.
Donne la ſecante de l'arc de complement du coſté cognu touchant l'angle requis C, qui eſt de B C	10663.
Combien la tangente de l'autre coſté A B	1763?
Vient la tangente	1880.
L'arc d'icelui	10 deg. 39.
Souſtrait de	180 deg.
Reſte pour l'angle requis C	169 deg. 21.

3. *Exemple du 3 triangle de ceſte qualité.*

Le donné. Soit A B C un triangle ſpherique, dont l'angle B eſt droit, & le coſté A B face 131 deg. 2 ①, mais B C 168 deg. 16 ①.

Le requis. Il faut trouver le troiſieſme coſté, & les autres deux angles A, C.



CONSTRVCTION.

Invention de l'hypothenuſe A C.

Le ſinus de l'angle droit	10000.
Donne la ſecante d'un des deux coſtez de l'angle droit, je prens de B C	10113.
Combien la ſecante de l'autre coſté de l'angle droit A B	15232
Vient ſecante	15556.
L'arc d'icelui pour la requiſe A C	50 deg.

Invention de l'angle A.

Le ſinus de l'angle droit	10000.
Donne la ſecante de l'arc de complement du coſté cognu touchant l'angle requis A, qui eſt de A B	13254.
Combien la tangente de l'autre coſté B C	20772
Vient tangente	23753.
L'arc d'icelui	15 deg. 23.
Souſtrait de	180 deg.
Reſte pour l'angle requis A	164 deg. 37.

Invention de l'angle C.

Le ſinus de l'angle droit	10000.
Donne la ſecante de l'arc de complement du coſté cognu qui touche l'angle requis C, qui eſt de B C	49175.
Combien la tangente de l'autre coſté A B	11490?
Vient tangente	56502.
L'arc d'icelui	79 deg. 58.
Souſtrait de	180 deg.
Reſte pour l'angle requis C	101 deg. 2.

I. DEMONSTRATION

Sur l'invention de l'hypothenuſe A C.

Il eſt notoire par la 25 propoſition, que
Comme le ſinus de l'angle droit,
Au ſinus de l'arc de complement d'un coſté de l'angle droit;
Ainſi le ſinus de l'arc de complement de l'autre coſté de l'angle droit,
Au ſinus de l'hypothenuſe.

Mais la ſecante du coſté de l'angle droit do deuxieſme terme, eſt en telle raiſon au ſinus de l'angle droit, comme le ſinus de l'angle droit, au ſinus de l'arc de complement du meſme coſté de l'angle droit du deuxieſme terme, par la conſequence de la 21 propoſition: parquoi,
Comme la ſecante d'un coſté de l'angle droit,
Au ſinus de l'angle droit;
Ainſi le ſinus de l'arc de complement de l'autre coſté de l'angle droit,
Au ſinus de l'arc de complemẽt de l'hypothenuſe.

Mais les deux derniers termes eſtant ſinus d'arcs de complement, ſont alternement proportionnels avec les ſecantes de leur poſé, par la conſequence de la 22 propoſition, qui eſt, comme le ſinus de l'arc de complement de l'autre coſté de l'angle droit, au ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe, ainſi la ſecante de l'hypothenuſe, à la ſecaute de l'autre coſté de l'angle droit: parquoi,
Comme la ſecante d'un coſté de l'angle droit,
Au ſinus de l'angle droit;
Ainſi la ſecante de l'hypothenuſe;
A la ſecante de l'autre coſté de l'angle droit.

Et par raiſon tevetſe,
Comme le ſinus de l'angle droit,
A la ſecante d'un coſté de l'angle droit;
Ainſi la ſecante de l'autre cnſté de l'angle droit,
A la ſecante de l'hypothenuſe.

Mais tels ſnnt les quatre termes de l'operation de l'invention de l'hypothennſe A C au 1 exemple, parquoi 15558 eſt pont la ſecante de l'hypothenuſe requiſe A C: Et ſemblable ſera auſſi la demonſtration de l'invention de la ſecante de l'hypnthenuſe A C aux deux autres exemples. Mais puis que ce 15558, ſert de ſecante à deux arcs, l'nn plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 8 definition de la fabtique des ſinus, on pourroit demander maintenant lequel ſera-ce des deux? Je dis la plus petite, car puis que A B, B C, ſnnt chacun plus petit, il faut que l'hypothenuſe A C ſoit anſſi plus petite par la 3 propoſition. Quant à ce qu'au 2 exemple A C eſt mis plus grand, la raiſon eſt manifeſte par la meſme 3 propnſition; car l'un des deux coſtez de l'angle droit, comme BC, eſt plus petit, & A B plus grand: Et icenx deux coſtez au 3 exemple eſtant chacun plus grand, il a fallu par la meſme 3 propoſition qne l'hypothenuſe A C y fuſt plus petite.

II. DEMONSTRATION

Sur l'invention de l'angle A *&* C.

Il eſt notoire par la 27 propoſition, que
Comme le ſinus de l'angle droit,
Au ſinus d'un coſté de l'angle droit;
Ainſi la tangente de l'angle oblique touchant icelui coſté de l'angle droit,
A la tangente de l'autre coſté de l'angle droit.

Mais la ſecante de l'arc de complement du coſté de l'angle droit du deuxieſme terme, eſt en telle raiſon au ſinus de l'angle droit, comme le ſinus de l'angle droit, au ſinns dn coſté de l'angle droit d'icelui deuxieſme terme, par la 21 propoſition: parquoi,
Comme la ſecante de l'arc de complement d'un coſté de l'angle droit,
Au ſinus de l'angle droit;
Ainſi la tangente de l'angle oblique touchant icelui coſté de l'angle droit,
A la tangente de l'autre coſté de l'angle droit.

Et par raiſon revetſe,
Comme le ſinus de l'angle droit,
A la ſecante de l'arc de complement d'un coſté de l'angle droit;
Ainſi la tangente de l'autre coſté de l'angle droit,
A la tangente de l'angle oblique.

Mais tels ſont les quatre termes de l'operation de l'invention de l'angle A au 1 exemple, parquoi 18543 eſt pour tangente de l'angle requis A. Et ſemblable ſera anſſi la demonſtration de l'invention de la tangente de l'angle A aux aotres deux exemples: & auſſi de l'angle C en tous les trois exemples. Toutesfois puis que le meſme 18543 ſert de tangente à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'antre plus grand par la 7 definition de la fabtique des ſinus, on pourroit demander maintenant lequel ſera-ce des deux? Je dis le plus petit, car puis que B C coſté oppoſite del angle A eſt plus petit, il faut que A ſoit aigu par la 4 propoſition. Et pour ſemblable raiſon il falloit que C du premier exemple fuſt aigu. Touchant ce qu'au 2 exemple l'angle A eſt mis aigo, & C obtus, il falloir que cela fuſt, pource que le coſté oppoſite de A eſt plus petit que le quart d'un cercle, mais le coſté oppoſite de C plus grand. Et les coſtez A B, BC, du troiſieſme exemple

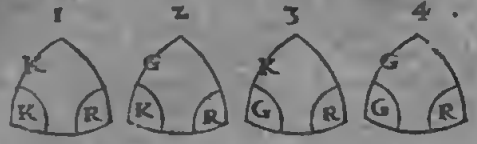
ple eſtant chacun plus grand, il faut par le meſme a exemple de ceſte propoſition que leurs angles oppoſites A, C, ſoient obtus.

Concluſion. Eſtant doncques cognu l'angle droit d'un triangle ſphetique rectangle, avec deux coſtez le comptenant : Nous avons trouvé l'hypothennſe, & les autres deux angles, ſelon le requis.

Probleme III. Proposition XXXIV.

Eſtant cognu d'un triangle ſpherique rectangle l'angle droit, avec nn angle oblique, & l'hypothenuſe : Trouver le troiſieſme angle & les autres deux coſtez.

Les trois termes cognus peuvent eſtre de ces quatre diverſes ſortes :

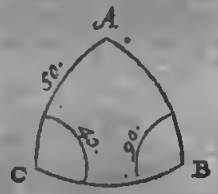


Leſquels recevans quatre diverſes ſortes d'operations, nous mettrons de chacun nn exemple particulier.

1. *Exemple du 1 triangle de ceſte qualité.*

Le donné. Soit A B C un triangle ſpherique, dont l'angle B eſt droit, C oblique faiſant 40 deg. & l'hypothenuſe A C 50 deg.

Le requis. Il faut trouver le troiſieſme angle A, & les autres deux coſtez A B, B C.



Construction.

Invention de l'angle A.

Le ſinus de l'angle droit	10000.
Donne la ſecante de l'hypothenuſe A C	15557.
Combien la tangente de l'angle de complement de l'angle C	11910?
Vient tangente	1854.
L'arc d'icelui pour l'angle requis A	61 deg 40.

Invention du coſté A B.

Le ſinus de l'angle droit	10000.
Donne le ſinus de l'hypothenuſe A C	7660.
Combien le ſinus de l'angle oblique C	6428?
Vient le ſinus	4924.
L'arc d'icelui pour le coſté requis A B	29 deg. 30.

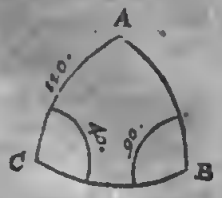
Invention du coſté B C.

Le ſinus de l'angle droit	10000.
Donne le ſinus de l'angle de complement de C	7660.
Combien la tangente de l'hypothenuſe A C	11918?
Vient la tangente	9129.
L'arc d'icelui pour le coſté requis B C	42 deg. 24.

2. *Exemple du 2 triangle de ceſte qualité.*

Le donné. Soit A B C un triangle ſpherique, dont l'angle B eſt droit, C oblique faiſant 40 degr. l'hypothenuſe A C 110 deg.

Le requis. Il faut trouver le troiſieſme angle A, & les autres deux coſtez AB, BC.



Construction.

Invention de l'angle A.

Le ſinus de l'angle droit	10000.
Donne la ſecante de l'hypothenuſe A C	29238.
Combien la tangente de l'angle de complement de l'angle C	11918?
Vient tangente	34846.
L'arc d'icelui	73 deg 59.
Souſtrait de	180 deg.
Reſte pour l'angle requis A	106 deg r.

Invention du coſté A B.

Le ſinus de l'angle droit	10000.
Donne le ſinus de l'hypothenuſe A C	9397.
Combien le ſinus de l'angle oblique C	6428?
Vient ſinus	6040.
L'arc d'icelui pour le coſté requis A B	37 deg. 10.

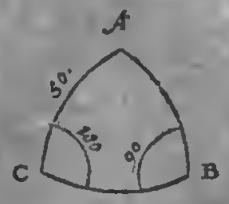
Invention du coſté B C.

Le ſinus de l'angle droit	10000.
Donne le ſinus de l'angle de complement de C	7660.
Combien la tangente de l'hypothenuſe A C	27475?
Vient tangente	21046.
L'arc d'icelui	64 deg. 35.
Souſtrait de	180 deg.
Reſte pour le coſté requis B C	115 deg. 25.

3. *Exemple du 3 triangle de ceſte qualité.*

Le donné. Soit A B C un triangle ſphetique, dont l'angle B eſt droit, C oblique faiſant 100 deg. & l'hypothenuſe A C 50 deg.

Le requis. Il faut trouvet le troiſieſme angle A, & les autres deux coſtez AB, BC.



Construction.

Invention de l'angle A.

Le ſinns de l'angle droit	10000.
Donne la ſecante de l'hypothenuſe A C	15557.
Combien la tangente de l angle de complement de l'angle C	1763?
Vient	

Vient tangente	2743.
L'arc d'icelui	15 deg. 20.
Soustrait de	180 deg.
Reste pour l'angle requis A	164 deg. 40.

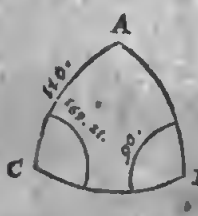
Invention du costé AB.

Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne le sinus de l'hypothenuse AC	7660.
Combien le sinus de l'angle oblique C	9848?
Vient sinus	7544.
L'arc d'icelui	48 deg. 58.
Soustrait de	180 deg.
Reste pour le costé requis AB	131 deg. 2.

Invention du costé BC.

Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne le sinus de l'angle de complement de C	1737.
Combien la tangente de l'hypothenuse AC	11918?
Vient tangente	2070.
L'arc d'icelui	11 deg. 42.
Soustrait de	180 deg.
Reste pour le costé requis BC	168 deg. 18.

4. *Exemple du 4 triangle de ceste qualité.*



Le donné. Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle B est droit, C oblique faisant 169 deg. 21 ①, & le costé AC 110 deg.

Le requis. Il faut trouver le troisiesme angle A, & les autres deux costez AB, BC.

CONSTRVCTION.

Invention de l'angle A.

Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne la secante de l'hypothennse AC	29238.
Combien la tangente de l'angle de complement de l'angle C	53178?
Vient tangente	155482.
L'arc d'icelui pour l'angle requis A	86 deg. 19.

Invention du costé AB.

Le sinns de l'angle droit	10000.
Donne le sinus de l'hypothenuse AC	9397.
Combien le sinus de l'angle oblique C	1848?
Vient le sinus	1737.
L'arc d'icelui	10 deg.
Soustrait de	180 deg.
Reste pour le costé requis AB	170 deg.

Invention du costé BC.

Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne le sinus de l'angle de complement de C	9828.
Combien la tangente de l'hypothenuse AC	27475?
Vient tangente	27002.
L'arc d'icelui pour le costé requis BC	69 deg. 41.

I. DEMONSTRATION

Sur l'invention de l'angle A.

Il est notoire par la 29 proposition, qne

Comme le sinus de l'angle droit,
Au sinus de l'arc de complement de l'hypothenuse;
Ainsi la tangente d'un angle oblique,
A la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique.

Mais la secante de l'hypothenuse, est en telle raison au sinus de l'angle droit, comme le sinus de l'angle droit, au sinus de l'arc de complement de l'hypothenuse, par la consequence de la 21 proposition: parquoi,

Comme la secante de l'hypothenuse,
Au sinus de l'angle droit;
Ainsi la tangente d'un angle oblique,
A la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique.

Et par raison teverse,

Comme le sinus de l'angle droit,
A la secante de l'hypothenuse;
Ainsi la tangente de l'angle de complement d'nn angle oblique,
A la tangente de l'autre angle oblique.

Mais tels sont les quatre termes de l'operation de l'invention de l'angle A au 1 exemple, parquoi 18541 est pour la tangente de l'angle requis A. Et semblable sera aussi la demonstration de l'invention de la tangente de l'angle A des autres trois exemples. Mais puis que 18541 sert de tangente à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand par la 7 definition de la fabrique des sinus, maintenant on pourroit demander lequel sera-ce des deux? Je dis la plus petite, pour ceste cause: Veu que l'angle C est aigu, il faut que son costé oppositе AB soit plus petit, par la 2 proposition: Apres, veu que l'hypothenuse AC est aussi plus petite, il faut que les autres deux AB, BC, soient aussi chacun plus petit ou plus grand, par la 3 proposition; mais AB est plus petit, il faut donc que BC soit aussi plus petit, & consequemment son angle oppositе A aigu, par la 2 proposition. Quant à ce qu'au 2 exemple A est mis obtus, la raison en est telle: Veu que l'angle C est aigu, il faut que AB soit plus petit, par la 2 proposition: Apres, veu que l'hypothenuse AC est plus grande, il faut que l'un des autres deux costez soie plus petit, l'autre plus grand, mais AB est plus petit, BC doncques est plus grand, & consequemment son angle oppositе A obtus, par la 2 proposition. Au 3 exemple l'angle A estoit obtus pour ceste cause: Veu que C est obtus, il faut que son costé oppositе AB soit plus grand que le quart d'un cercle: Apres, puis que AC est plus petit, il faut que les autres deux costez soient chacun plus petit, ou chacun plus grand, par la 3 proposition: Mais AB est plus grand, BC doncques est aussi plus grand, & consequemment son angle oppositе A est obtus, par la 2 proposition. Au 4 exemple l'angle A est aigu pour ceste cause: Veu que l'angle C est obtus, il faut que son costé oppositе AB soit plus grand que le quart d'un cercle par la 2 proposition: Apres, puis que AC est plus grand, il faut que l'un des autres deux costez soit plus petit, l'autre plus grand par la consequence de la 3 proposition, mais AB est plus grand, il faut donc que BC soit plus petit, & consequemment son angle oppositе A aigu.

II. De-

II. Demonstration

Sur l'invention du coſté de l'angle droit A B.

Il eſt notoire par la 23 propoſition, que
Comme le ſinus de l'angle droit,
Au ſinus de l'hypothenuſe;
Ainſi le ſinus de l'angle oblique,
Au ſinus de ſon coſté oppoſite.

Mais tels ſont les quatre termes de l'operation de l'invention du coſté A B au 1 exemple, parquoi 4924 eſt pour ſinus de A B requis : Et ſemblable ſera la demonſtration de l'invention du ſinus du coſté de l'angle droit A B des autres trois exemples. Mais puis que ce 4924 ſert de ſinus à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand par la 2 definition de la fabrique des ſinus, maintenant on pourroit demander lequel ſera-ce des deux ? Je dis le plus petit, car ſon angle oppoſite C eſtant aigu, il faut qu'il ſoit plus petit, par la 2 propoſition. Quant à ce que A B au 2 exemple eſt mis plus petit, mais au 3 & 4 plus grand, c'eſt pource que l'angle d'icelui eſt aigu, & que les angles oppoſites de ceux-ci ſont obtus.

III. Demonstration

Sur l'invention du coſté de l'angle droit B C.

Il eſt notoire par la 28 propoſition, que
Comme le ſinus de l'angle droit,
A la tangente de l'hypothenuſe;
Ainſi le ſinus de l'angle de complement de l'angle oblique,
A la tangente du coſté de l'angle droit touchant icelui.

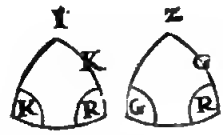
Mais tels ſont les quatre termes de l'operation de l'invention du coſté de l'angle droit B C au 1 exemple, parquoi 9129 eſt pour tangente de B C. Et ſemblable ſera auſſi la demonſtration de l'invention de la tangente du coſté B C des autres trois exemples. Mais puis que ce 9129 ſert de tangente à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 7 definition de la fabrique des ſinus; maintenant on pourroit demander lequel ſera-ce des deux ? Je dis le plus petit, pour ceſte raiſon : Veu que l'hyporhenuſe A C eſt plus petite que le quart d'un cercle, il faut que les deux angles A, C, ſoient tous deux aigus ou obtus, par la conſequence de la 5 propoſition; mais C eſt aigu, il faut donc que A ſoit auſſi aigu, & conſequemment ſon coſté oppoſite plus petit que le quart d'un cercle, par la conſequence de la 2 propoſition. Quant à ce qu'au 2 exemple B C a eſté mis plus petit, la raiſon eſt telle: Veu que l'hypothenuſe A C eſt plus grande que le quart d'un cercle, il faut que l'un des deux angles A, C, ſoit aigu, l'autre obtus, par la conſequence de la 5 propoſition : mais C eſt aigu, il faut donc que A ſoit obtus, & pource ſon coſté oppoſite B C plus grand que le quart d'un cercle, par la conſequence de la 2 propoſition. Au 3 exemple il a fallu que le coſté B C fuſt plus grand, car l hypothenuſe A C eſtant plus petite, il faut que les deux angles A, C, ſoient tous deux aigus ou tous deux obtus, par la conſequence de la 5 propoſition : mais C eſt obtus, il faut donc que A ſoit auſſi obtus, & pource ſon coſté oppoſite eſt plus grand que le quart d'un cercle, par la conſequence de la 2 propoſition. Au 4 exemple il a fallu que le coſté B C fuſt plus petit, car l'hypothenuſe A C eſtant plus grande, il faut que l'un des deux angles A, C, ſoit aigu, l'autre obtus, par la conſequence du 5 exemple : Mais C eſt obtus, il faut donc que A ſoit aigu, & pource ſon coſté oppoſite B C eſt plus petit que le quart d'un cercle, par la conſequence de la 2 propoſition.

Concluſion. Eſtant doncques cognu d'un triangle ſpherique rectangle l'angle droit, avec un angle oblique, & l'hypothenuſe : Nous avons trouvé le troiſieſme angle, & les autres deux coſtez, ſelon le requis.

Probleme IV. Proposition XXXV.

Eſtans cognu d'un triangle ſpherique rectangle l'angle droit, avec un angle oblique, & ſon coſté oppoſite: Trouver le troiſieſme angle, & les autres deux coſtez.

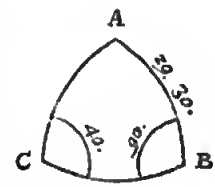
Les trois termes cognus peuvent eſtre en ces deux diverſes ſortes:



Deſquels, ne recevans tous deux qu'une meſme operation, nous ne mettrons qu'un exemple.

Le donné. Soit A B C un triangle ſpherique, dont l'angle B eſt droit, C oblique faiſant 40 deg. & le coſté A C 29 deg. 30.

Le requis. Il faut trouver le troiſieſme angle A, avec les autres deux coſtez AC, BC.



Construction.

Invention de l'angle A.

Le ſinus de l'angle droit	10000.
Donne la ſecante de A B	11489.
Combien le ſinus de l'angle de complement de C	7660?
Vient ſinus	8801.
L'arc d'icelui pour l'angle requis A de la premiere concluſion	61 deg. 40.
Iceux ſouſtraits de	180 deg.
Reſte pour la deuxieſme concluſion	118 deg. 20.

Invention de l'hypothenuſe A C.

Le ſinus de l'angle droit	10000.
Donne la ſecante de l'angle de complement de C	15557.
Combien le ſinus de A B	4924?
Vient ſinus	7660.
L'arc d'icelui pour A C requis de la premiere concluſion	50 deg.
Iceux ſouſtraits de	180 deg.
Reſte pour la deuxieſme concluſion	130 deg.

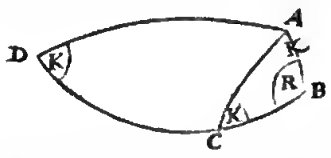
Invention du coſté de l'angle droit B C.

Le ſinus de l'angle droit	10000.
Donne la ſecante de l'angle de complement de C	11918.
Combien la tangente de A B	5658?
Vient le ſinus	6743.
L'arc d'icelui pour B C requis de la premiere concluſion	42 deg. 24.
Iceux ſouſtraits de	180 deg.
Reſte pour la deuxieſme concluſion	137 deg. 36.

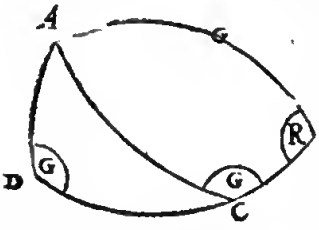
NOTE

NOTE SVR LA DOVBLE CONCLVSION.

Nous avoos dit ci deſſus que chacun terme requis a une double concluſion, l'un eſtant plus petit que 90 deg. l'autre plus grand, toutesfois il ne faut pas entendre qu'un meſme coſté ou angle d'un triangle, puiſſe eſtre plus petit & plus grand, mais bien plus petit, ou plus grand: Et pour le declarer encores plus manifeſtement, il faut ſçavoir que deux divers triangles avec termes egaux cognus, peuvent avoir des termes inegaux incognus. Soit par exemple A B C un ttiangle ſpherique, & A B D uo autre, tellement que l'angle D eſtant



aigu, eſt egal à l'angle A C B; ce qui eſtant ainſi, les trois termes eognus d'un triangle, ſont egaux à ſemblables trois termes cognus de l'autre, mais leurs tetmes incognus ſont inegaux: Par lequel on pent entendre, que les premieres concluſions ſont pour le triangle ABC, & les deuxieſmes pout le triangle ABD. Or afin de mettre auſſi un exemple avec l'angle C obtus; Soit derechef A B C nn triangle ſpherique, & A B D un autre, tellement que l'angle D eſtant obtus, eſt egal à l'angle A C B: Ce qui eſtaot ainſi, les trois termes cognns d'uo triangle, ſont egaux à ſemblables trois termes eognus de l'autte, mais leurs termes incognus ſont inegaux: Par lequel eſt à entendre, que la plus petite concluſion de A, & ſon coſté oppoſite, avec la plus grande de l'hypothenuſe, ſoor pour le ttiangle A B C: Mais la plus grande eonclusion de A, & ſon eoſté oppoſite avec le plus petit de l'hypothenuſe, ſont pour le triangle ABD.



Ce que nous avons dit ici de ceſte double concluſion, s'entendra auſſi és autres lieux cy apres quand on parlera de double concluſion.

I. DEMONSTRATION
Sur l'invention de l'angle A.

Il eſt notoire par raiſon alterne teverſe de la 26 ptopoſition, que

Comme le ſinus de l'are de complement d'un coſté de l'angle droit,
Au ſinus de l'angle droit;
Ainſi le ſinus de l'angle de complement de l'angle oblique à l'oppoſite du ſuſdit coſté de l'angle droit,
Au ſinus de l'autre angle oblique.

Mais comme le ſinus de l'are de complement d'un coſté de l'angle dtoit, au ſinus de l'angle droit, ainſi le ſinus de l'angle droit, à la ſecante du poſé d'icelni coſté de l'angle droit, par la conſequence de la 2 propoſition: parquoi,

Comme le ſinus de l'angle droit,
A la ſecante du coſté de l'angle droit;
Ainſi le ſious de l'angle de complement de l'angle oblique à l'oppoſite du ſuſdit coſté de l'angle droit,
Au ſinus de l'autre angle obliqué.

Mais tels ſonr les quatre termes de l'operarion de l'invention de l'angle A, parquoi 8801 eſt pour ſinus de l'angle requis A. Toutesfois puis que le meſme 8801 ſert de ſinus à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'aotre plus grand, par la 2 definition de la fabrique des ſinus, maintenanr on pourroit demander lequel ſera-ce? Je dis tous deux (à ſçavoir en divers triangles, chacun avec les termes donnez cognus, comme il eſt declaré plus amplement en la preecdente note) pour ces raiſons: Veu que l'angle A, avec les deux coſtez B C, A C, ſont incognus, s'enſuit que A eſtant mis aigu, ſon coſté oppoſite B C vient plus petit que le quart d'un cercle, par la conſequence de la 2 propoſition, lequel B C, avec l'autre coſté de l'angle droit A B cognn donné, eſtaot chacun plus petit, il faut donc que l'hypothenuſe A C ſoit auſſi plus petite, par la 3 propoſition. Mais A eſtant mis obtus, ſon coſté oppoſite B C vient plus grand par la conſequence de la 2 ptopoſition, & alors l'hypothenuſe A C plus grande, par la 3 propoſition.

II. DEMONSTRATION
Sur l'invention de l'hypothenuſe A C.

Il eſt notoire par alterne raiſon de la 23 ptopoſition, que

Comme le ſinus de l'angle droit,
Au ſinus de l'angle oblique;
Ainſi le ſinus de l'hypothenuſe,
Au ſinus du eoſté oppoſite de l'angle obliqué.

Mais la ſecante de l'angle de complement de l'angle oblique, eſt en telle raiſon au ſinus de l'angle droit, comme le ſinus de l'angle droit, au ſinus de l'angle oblique, par la 21 ptopoſition: parquoi,

Comme la ſecaote de l'angle de complement de l'angle oblique,
Au ſinus de l'angle droit;
Ainſi le ſinus de l'hypothenuſe,
Au ſinus du coſté oppoſite de l'angle oblique.

Et par raiſon reverſe,

Comme le ſinus de l'angle droit,
A la ſecante de l'angle de eomplement de l'angle oblique;
Ainſi le ſinus du eoſté oppoſite de l'angle oblique,
Au ſinus de l'hypothenuſe.

Mais tels ſont les quatre termes de l'operation de l'invention de l'hypothenuſe A C, parquoi 7660 eſt pour ſinus de l'hypothenuſe requiſe A C; Mais puis que le meſme 7660 ſert de ſinus à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 2 definition de la fabrique des ſious, on poutroit demander lequel ſera-ce des deux? Je dis tous deux (à ſçavoir en divets triangles chacun avec les termes cognus donnez, comme il eſt declaré plus amplement en la preeedente Note) pour ces raiſons: Veu que l'angle A, avec les deux eoſtez B C, A C, ſont incognus, s'enſuit que l'hypothenuſe A C eſtant miſe plus petite, il faut par la conſequence de la 3 propoſition, qoe B C ſoit auſſi plus petit, pource qu'alors A B & B C ſont chacun plus petit: Mais l'hypothenuſe A C eſtant miſe plus grande, il faut que B C ſoit auſſi plus grand, par la meſme

meſme conſequence de la 3 propoſition, pource que l'un, comme A B, eſt plus petit.

III. Demonstration

Sur l'invention du coſté de l'angle droit B C.

Il eſt ootoire par alterne raiſon de la 27 propoſition, que

Comme la tangenre de l'angle obliqne,
Au ſinus de l'angle droit;
Ainſi la tangente du coſté oppoſite d'icelui angle oblique,
Au ſinus de l'autre coſté de l'angle droit.

Mais comme la tangente de l'angle oblique, au ſinus de l'angle droit; ainſi le ſinus de l'angle droit, à la tangente de l'are de eomplement de l'angle oblique, par la 19 propoſition: parquoi,

Comme le ſinus de l'angle droit,
A la tangente de l'angle de complement de l'angle oblique;
Ainſi la tangente du coſté oppoſite d'icelui angle oblique,
Au ſiuus de l'autre eoſté de l'angle droit.

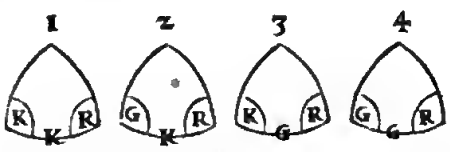
Mais tels ſont les quatre termes de l'operation de l'invention du coſté de l'angle droit B C, parquoi 6743 oſt pour ſinus de B C requis. Mais puis que le meſme 6743 ſert de ſinus à deux ates, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 2 definition de la fabrique des ſinus, on pourroit demander lequel ſera-ce? Je dis tous deux (à ſçavoir en divers triangles chacun avec les tetmes cognus donnez, eomme il eſt declaré plus amplement en la precedente Note) pour ees raiſons: Veu que l'angle A, avec les deux coſtez B C, A C, ſont incognus, s'enſuit que B C eſtant mis plus petit, il faut que ſon angle oppoſite A ſoit aigu, par la 2 propoſition, & alors l'hypothenuſe A C auſſi plus petite, par la 3 propoſition, pource que A B, B C, ſont chacun plus petit: Mais B C eſtant mis plus grand que le quart d'un cercle, ſoo angle oppoſite A vient obtus, par la 2 propoſition, & alors A C plus grand, par la 3 propoſitioo, pource que l'un coſté de l'angle droit A B eſt plus petit, l'autre comme B C plus grand.

Concluſion. Eſtant dooeques cognu d'un triaogle ſpherique rectangle l'angle droit, avec un angle oblique, & ſon coſté oppoſite: Nous avons trouvé le troiſieſme angle, & les autres deux coſtez, ſelon le requis.

Probleme V. Proposition XXXVI.

Estant cognu d'un triangle ſpherique rectangle l'angle droit, avec un angle oblique, & un coſté entre deux: Trouver le troiſieſme angle, & les autres deux coſtez.

Les trois termes eognus peuvent eſtte en ees quatre diverſes façons:

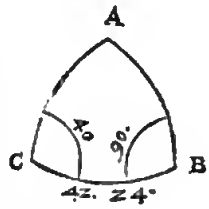


Leſquels recevant quatre diverſes ſortes d'operations, nous mettrons de chacune un exemple particulier.

1. *Exemple du* 1 *triangle de ceſte qualité.*

Le donné. Soit A B C un triangle ſpherique, dont l'angle B eſt droit, C de 40 degr. & B C le coſté entre deux face 42 deg. 24 ①.

Le requis. Il faut trouver le troiſieſme angle A, avec les autres deux coſtez A B, A C.



Construction.

Invention de l'angle A.

Le ſinus de l'angle droit	10000.
Donne la ſecanre de l'angle de eomplement de C	15557.
Combieo la ſecante de B C	13542?
Vient la ſecante	21067.
L'are d'icelui pour l'angle reqois A	61 deg. 40.

Invention du coſté de l'angle droit A B.

Le ſinus de l'angle droit	10000.
Donne le ſinus de B C	6743.
Combien la tangente de C	83912
Vient la tangente	5658.
L'arc d'icelui pour le coſté requis A B	29 deg. 30.

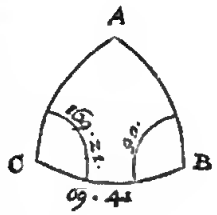
Invention de l'hypothenuſe A C.

Le ſinus de l'angle droit	10000.
Donne la ſecante de C	13054.
Combien la tangente de B C	91312
Vient la tangente	11920.
L'arc d'icelui pour l'hypothenuſe requiſe de A C	50 deg.

2. *Exemple du* 2 *triangle de ceſte qualité.*

Le donné. Soit A B C un triangle ſpherique, dont l'angle B eſt droit, C de 169 degt. 21 ①, & B C coſté entre deux face 69 deg. 41.

Le requis. Il faut trouver le troiſieſme angle A, avec les autres deux coſtez A B, A C.



Construction.

Invention de l'angle A.

Le ſinus de l'angle droit	10000.
Donne la ſecante de l'angle de eomplement de C	54110.
Combien la ſecaote de B C	288012
Vient la ſecante	155842.
L'are d'icelui pour l'angle requis A	86 deg 19.

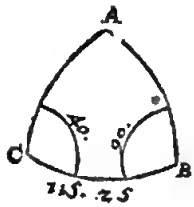
Invention du coſté de l'angle droit AB.

Le ſinus de l'angle droit	10000.
Donne le ſinus de BC	9378.
Combien la tangente de C	18812
Vient la tangente	1764.
L'arc d'icelui	10 deg.
Souſtrait de	180 deg.
Reſte pour le coſté requis AB	170 deg.

Invention de l'hypothenuſe AC.

Le ſinus de l'angle droit	10000.
Donne la ſecante de C	10175.
Combien la tangente de BC	27009?
Vient la tangente	27482.
L'arc d'icelui	70 deg.
Souſtrait de	180 deg.
Reſte pour l'hypothenuſe requiſe AC	110 deg.

3. *Exemple du 3 triangle de ceſte qualité.*



Le donné. Soit ABC un triangle ſpheriqne, dont l'angle B eſt droit, & C de 40 deg. & BC le coſté entre deux face 115 deg. 25 ①.

Le requis. Il faut trouver le troiſieſme angle A, avec les autres deux coſtez AB, AC.

CONSTRVCTION.

Invention de l'angle A.

Le ſinus de l'angle droir	10000.
Donne la ſecante de l'angle de complement de C	15557.
Combien la ſecante de BC	23199?
Vient la ſecante	36246.
L'arc d'icelui	73 deg. 59.
Souſtrait de	180 deg.
Reſte pour l'angle requis A	106 deg.

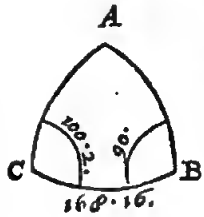
Invention du coſté de l'angle droit AB.

Le ſinus de l'angle droit	10000.
Donne le ſinus de BC	9031.
Combien la tangente de C	8391?
Vient la rangente	7579.
L'arc d'icelui pour AB requis	37 deg. 9.

Invention de l'hypothenuſe AC.

Le ſinus de l'angle droit	10000.
Donne la ſecante de C	13054.
Combien la tangente de BC	21044?
Vient la tangente	27471.
L'arc d'icelui	70 deg.
Souſtrait de	180 deg.
Reſte pour l'hypothenuſe requiſe AC	110 deg.

4. *Exemple du 4 triangle de ceſte qualité.*



Le donné. Soit ABC un triangle ſpherique, dont l'angle B eſt droit, C de 100 deg. 2 ①, & BC le coſté entre deux face 168 degr. 16 ①.

Le requis. Il faut trouver le troiſieſme angle A, avec les autres deux coſtez AB, AC.

CONSTRVCTION.

Invention de l'angle A.

Le ſinus de l'angle droit	10000.
Donne la ſecante de l'angle de complement de C	10155.
Combien la taogente de BC	10214?
Vient ſecante	10372.
L'arc d'icelui	15 deg. 24.
Souſtrait de	180 deg.
Reſte pour l'angle requis A	164 deg. 36.

Invention du coſté de l'angle droit AB.

Le ſinus de l'angle droit	10000.
Donne le ſinus de BC	2034.
Combien la tangente de C	56521?
Vient tangente	11496.
L'arc d'icelui	48 deg. 59.
Souſtrait de	180 deg.
Reſte pour le coſté reqnis AB	131 deg. 1.

Invention de l'hypothenuſe AC.

Le ſinus de l'angle droit	10000.
Donne la ſecante de C	57398.
Combien la tangente de BC	2077?
Vient la tangente	11922.
L'arc d'icelui pour l'hypothenuſe requiſe AC	50 deg. 1.

I. DEMONSTRATION

Sur l'invention de l'angle A.

Il eſt notoire par la 26 propoſition, que
Comme le ſinus de l'uo angle oblique,
Au ſinus de l'angle droit;
Ainſi le ſinus de l'angle de complement de l'autre angle oblique,
Au ſinus de l'arc de complement de ſon coſté oppoſite.

Mais comme le ſinus de l'un arc de complement, au ſinus de l'angle droit, ainſi le ſinus de l'angle droit, à la ſecante de l'angle de complement de l'angle oblique, par la 21 propoſition: parquoi,
Comme le ſinus de l'angle droit,
A la ſecante de l'angle de complement de l'un angle oblique;
Ainſi le ſinus de l'angle de complement de l'autre angle oblique,

Au

Au ſinus de l'arc de complement de ſon coſté oppoſite.

Apres, le troiſieſme & quatrieſme terme ſont arcs de complement, dont les ſinus ſont alternement proportionnels avec les ſecantes de leur poſé, par la conſequence de la 22 propoſition : qui eſt, Comme le ſinus de l'arc de complement de l'autre angle oblique, au ſinus de l'arc de complement de ſon coſté oppoſite ; ainſi la ſecante du coſté oppoſite de l'autre angle oblique, à la ſecante de l'autre angle oblique : parquoi,

Comme le ſinus de l'angle droit,
A la ſecante de l'angle de complement de l'un angle oblique ;
Ainſi la ſecante du coſté oppoſite de l'autre angle oblique,
A la ſecante de l'autre angle oblique.

Mais tels ſont les quatre termes de l'operation de l'invention de l'angle A au 1 exemple, parquoi 21067 eſt pour ſecante de l'angle requis A. Et ſemblable ſera auſſi la demonſtration de l'invention de la ſecante de l'angle A aux autres trois exemples. Mais puis que le meſme 21067 ſert de ſecante à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 8 definition de la fabrique des ſinus, on pourroit demander lequel ſera-ce des deux ? Je dis la plus petite, car B C eſtant plus petit, il faut que ſon angle oppoſite A ſoit aigu par la 2 propoſition : Semblablement que B C au 2 exemple eſt auſſi plus petit, il faut que ſon angle oppoſite A ſoit auſſi aigu : Mais au 3 & 4 exemple B C eſtant plus grand, il faut que ſon angle oppoſite A ſoit obtus.

II. Demonstration.

Sur l'invention du coſté de l'angle droit A B.

Il eſt notoire par la 27 propoſition, que

Comme le ſinus de l'angle droit,
Au ſinus de l'un coſté de l'angle droit ;
Ainſi la tangente de l'angle oblique touchant le coſté de l'angle droit,
A la tangente de l'autre coſté de l'angle droit.

Mais tels ſont les quatre termes de l'operation de l'invention du coſté A B au 1 exemple, parquoi 5658 eſt pour tangente du requis A B : Et ſemblable ſera auſſi la demonſtration de l'invention de la tangente du coſté A B aux autres trois exemples. Mais puis que le meſme 5658 ſert de tangente à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 7 definition de la fabrique des ſinus, on pourroit demander lequel ſera-ce des deux ? Je dis le plus petit, car puis que ſon angle oppoſite C eſt aigu, il faut qu'il ſoit plus petit, par la conſequence de la 2 propoſition. Quant à A B au 2 exemple il falloit qu'il fuſt plus grand, pource que ſon angle oppoſite C eſt obtus. Et A B au 3 exemple plus petit, pource que ſon angle oppoſite C eſt aigu. Et A B au 4 exemple plus grand, pource que ſon angle oppoſite C eſt obtus.

III. Demonstration.

Sur l'invention de l'hypothenuſe A C.

Il eſt notoire par alterne raiſon de la 28 propoſition, que

Comme le ſinus de l'angle droit,
Au ſinus de l'angle de complement de l'angle oblique ;
Ainſi la tangente de l'hypothenuſe,
A la tangente du coſté de l'angle droit touchant le ſuſdit angle oblique.

Mais comme le deuxieſme terme, à ſçavoir le ſinus de l'angle de complement de l'angle oblique, au ſinus de l'angle droit, ainſi le ſinus de l'angle droit, à la ſecante de l'angle oblique, par la conſequence de la 21 propoſition ; & par raiſon reverſe, comme le ſinus de l'angle droit, au ſinus de l'angle de complement de l'angle oblique, ainſi la ſecante de l'angle oblique, au ſinus de l'angle droit, parquoi

Comme la ſecante de l'angle oblique,
Au ſinus de l'angle droit ;
Ainſi la tangente de l'hypothenuſe,
A la tangente du coſté de l'angle droit touchant le ſuſdit angle oblique.

Et par raiſon reverſe,

Comme le ſinus de l'angle droit,
A la ſecante de l'angle oblique ;
Ainſi la tangente du coſté de l'angle droit,
A la tangente de l'hypothenuſe.

Mais tels ſont les quarre termes de l'operation de l'invention de l'hypotheouſe A C au 1 exemple, parquoi 11920 eſt pour tangente de l'hypothenuſe requiſe A C. Et ſemblable ſera auſſi la demonſtration de l'iuvention de la tangente de l'hypothenuſe A C aux autres trois exemples. Mais puis que le meſme 11920 ſert de tangente à deux arcs, l'un plus petit que le qoart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 7 definition de la fabrique des ſinus, on pourroit demander leqoel ſera-ce des deux ? Je dis la plus petite pour ces raiſons : Veu que l'angle C eſt aigu, il faut que A B ſoit plus petit, par la conſequence de la 2 propoſition, joignant lequel B C eſtant auſſi plus petit, il faut que l'hypothenuſe A C ſoit auſſi plus petite, par la 3 propoſition. Quant à ce qu'au 2 exemple A C eſt plus grand, la raiſon en eſt telle : Veu que l'angle C eſt obtus, il faut que A B ſoit plus grand par la conſequence de la 2 propoſition, joignant lequel B C eſtant plus petit, il faut que l'hypothenuſe A C ſoit plus grande, par la 3 propoſition. Au 3 exemple l'hypothenuſe A C eſtoit plus grande, car l'angle C eſtant aigu, il faut que ſon coſté oppoſite A B ſoit plus petit par la conſequence de la 2 propoſition, joignant lequel B C eſtant plus grand, il faut que l'hypothenuſe A C ſoit plus grande, par la 3 propoſition. Au 4 exemple l'hypothenuſe A C eſt plus petite, pour ces raiſons : Veu que l'angle C eſt obtus, il faut que ſon coſté oppoſite A B ſoit plus grand, par la conſequence de la 2 propoſition, joignant lequel B C eſtant auſſi plus grand, il faut que l'hypothenuſe A C ſoit plus petite, par la 3 propoſition.

Concluſion. Eſtant doncques cognu d'un triangle ſpherique rectangle l'angle droit, avec un angle oblique, & un coſté entre deux, nous avons trouvé le troiſieſme angle, & les autres deux coſtez, ſelon le requis.

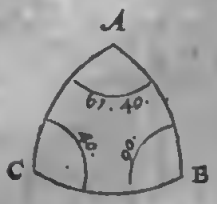
Probleme VI. Proposition XXXVII.

Estant cognus d'un triangle ſpherique rectangle les trois angles : Trouver les trois coſtez.

Les trois termes cognus peuvent eſtre de ces trois diverſes façons :

Lesquels recevans trois diverses sortes d'operation, nous mettrons de chacune un exemple particulier.

1. *Exemple du* 1 *triangle de ceste qualité.*



Le donné. Soit A B C un triangle spherique, dont l'angle B est droit, A de 61 deg. 40 ①, & C 40 deg.

Le requis. Il faut trouver les trois costez.

CONSTRVCTION.

Invention du costé de l'angle droit A B.

Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne le sinus de l'angle oblique touchant le requis A B qui est de l'angle A	8802.
Combien la secante de l'autre angle oblique C	13054?
Vient secante	11490.
L'arc d'icelui pour le costé requis A B	29 deg. 30.

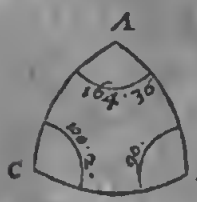
Invention du costé de l'angle droit B C.

Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne le sinus de l'angle oblique touchant le requis B C qui est de l'angle C	6428.
Combien la secante de l'autre angle oblique A	21070?
Vient la secante	13544.
L'arc d'icelui pour le costé requis B C	42 deg. 25.

Invention de l'hypothenuse A C.

Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne la tangente de l'un angle obliqne, soit de A	18546.
Combien la tangente de l'autre angle oblique C	83912
Vient la secante	15562.
L'arc d'icelui pour l'hypothenuse requise A C	50 deg. 1.

2. *Exemple du* 2 *triangle de ceste qualité.*



Le donné. Soit A B C un triangle spherique, dont l'angle B est droit, A de 164 degr. 36 ①, & C de 100 deg. 2 ①.

Le requis. Il faut trouver les trois costez.

CONSTRVCTION.

Invention du costé de l'angle droit A B.

Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne le sinus de l'angle oblique touchant le requis A B, ce qui est de l'angle A	2654
Combien la secante de l'autre angle oblique C	57398?
Vient la secante	15245.
L'arc d'icelui	49 deg.
Soustrait de	180 deg.
Reste pour le requis A B	131 deg.

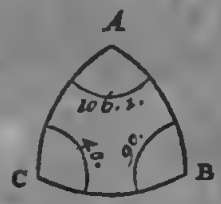
Invention du costé de l'angle droit B C.

Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne le sinus de l'angle oblique touchant le requis B C, qui est de l'angle C	9847
Combien la secante de l'autre angle oblique A	10373?
Vient la secante	10213.
L'are d'icelui	11 deg. 15.
Soustrait de	180 deg.
Reste pour le requit B C	168 deg. 15.

Invention de l'hypothenuse A C.

Le sinut de l'angle droit	10000.
Donne la tangente de l'un angle oblique, soit de A	2755.
Combien la tangente de l'autre angle oblique C	56521
Vient la secante	15572.
L'are d'icelut pour l'hypothenuse donnée A C	50 deg. 2.

3. *Exemple du* 3 *triangle de ceste qualité.*



Le donné. Soit A B C un triangle spherique, dont l'angle B est droit, A de 106 deg. 1 ①, & C 40 deg.

Le requis. Il faut trouver les trois costez.

CONSTRVCTION.

Invention du costé de l'angle droit A B.

Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne le sinus de l'angle oblique touchant le requis A B qui est de l'angle A	9612.
Combien la secante de l'autre angle oblique C	13054?
Vient la secante	12548.
L'arc d'icelui pour le costé requis A B	37 deg. 9.

Invention du costé de l'angle droit B C.

Le sinus de l'angle droit	10000.
Donne le sinus de l'angle oblique touchant le requis B C qui est de l'angle C	6428.

Com-

Combien la ſecante de l'autre angle oblique A	36243?
Vient la ſecante	23297.
L'arc d'icelui	64 deg. 35.
Souſtrait de	180 deg.
Reſte pour le requis B C	115 deg. 25.

Invention de l'hypothenuſe A C.

Le ſinus de l'angle droit	10000.
Donne la tangente de l'on angle oblique, ſoit de A	34836.
Combien la tangente de l'autte angle oblique C	83912
Vient la ſecante	29231.
L'arc d'icelui	70 deg.
Souſtrait de	180 deg.
Reſte pour l'hypothenuſe requiſe A C	110 deg.

I. Demonstration

Sur l'invention des deux coſtez de l'angle droit A B, B C.

Il eſt notoire par raiſon reverſe de la 26 propoſition, que

Comme le ſinus de l'angle droit,
Au ſinus de l'un angle oblique;
Ainſi le ſinus de l'arc de complement du coſté oppoſite de l'autre angle oblique,
Au ſinus de l'angle de complement du meſme autre angle oblique.

Mais les deux derniers termes eſtant ſinus d'arcs de complement, ſont alternement proportionnels avec les ſecantes de leurs poſez, par la conſequence de la 22 propoſition: parquoi,

Comme le ſinus de l'angle droit,
Au ſinus de l'un angle oblique;
Ainſi la ſecante de l'autte angle oblique,
A la ſecante de ſon coſté oppoſite.

Mais tels ſont les quatre termes de l'operation de l'invention du coſté A B au 1 exemple, parquoi 11490 eſt pour ſecante du requis A B. Et ſemblable ſera auſſi la demonſttation de l'invention de la ſecante du coſté A B du 2 & 3 exemple. Mais puis que ce 11490 ſert de ſecante à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 8 definition de la fabrique des ſinus, on pourroit demander lequel ſera-ce des deux? Je dis le plus petit, car ſon angle oppoſite C eſtant aigu, il faut qu'il ſoit plus petit par la conſequence de la 2 propoſition. Et C au 2 exemple eſtant obtus, il faut que ſon coſté oppoſite A B ſoit plus grand. Mais C aigu au 3 exemple, il faut qu'il à ſon coſté oppoſite A B plus petit. Semblable ſera auſſi la demonſtration de l'invention du coſté B C des meſmes trois exemples.

II. Demonstration.

De l'hypothenuſe A C.

Article I.

Il eſt notoire par alterne raiſon de la 29 propoſition, que

Comme le ſinus de l'angle droit,
A la tangente de l'un angle oblique;
Ainſi le ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe,
A la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique.

Mais le ſinus de l'angle droit, eſt moyen proportionnel entre le ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe & la ſecante de ſon poſé, par la conſequence de la 21 propoſition; parquoi auſſi le rectangle comprins ſous le ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe & la ſecante du poſé, eſt egal au quarré du ſinus de l'angle droit.

Article II.

Le ſinus de l'angle droit eſt auſſi moyen proportionnel entre la tangente de l'angle de complement de l'autre angle, & la tangente du poſé, par la 19 propoſition; parquoi auſſi le rectangle comprins ſous la tangente de l'angle de complement de l'autte angle oblique, & la tangente du poſé, eſt egal au quarré du ſinus de l'angle droit: Partant ce rectangle eſt egal au rectangle du 1 artiele, & leurs coſtez ſont alternement proportionnels, qui eſt, comme le ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe, à la tangente de l'angle de complement de l'un angle oblique, ainſi la tangente de l'autte angle oblique, à la ſecante de l'hypothenuſe; tellement que

Comme le ſinus de l'angle droit,
A la tangente de l'un angle oblique;
Ainſi la tangente de l'autte angle oblique,
A la ſecante de l'hypothenuſe.

Mais tels ſont les quatre termes de l'opetation de l'invention de l'hypothenuſe A C au 1 exemple, parquoi 15562 eſt pour ſecante de l'hypothenuſe requiſe A C. Et ſemblable ſera auſſi la demonſtration de l'invention de la ſecante de l'autre hypothenuſe du 2 & 3 exemple. Mais puis que ce 15562 ſert de ſecante à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autte plus grand, par la 8 definition de la fabrique des ſinus, on pourroit demander lequel ſera-ee des deux? Je dis le plus petit, car les deux angles obliques A, C, eſtant aigus, il faut qoe l'hypothenuſe A C ſoit plus petite, par la 5 ptopoſition. Et veu qu'au 2 exemple les angles A, C, ſont tous deux obtus, il falloit que l'hypothenuſe A C fuſt auſſi plus petite: Mais l'un des deux angles du 3 exemple, comme A, eſtant obtus, l'autre comme C aigu, il falloit que l'hypothenuſe A C fuſt plus grande, par le meſme 5 exemple.

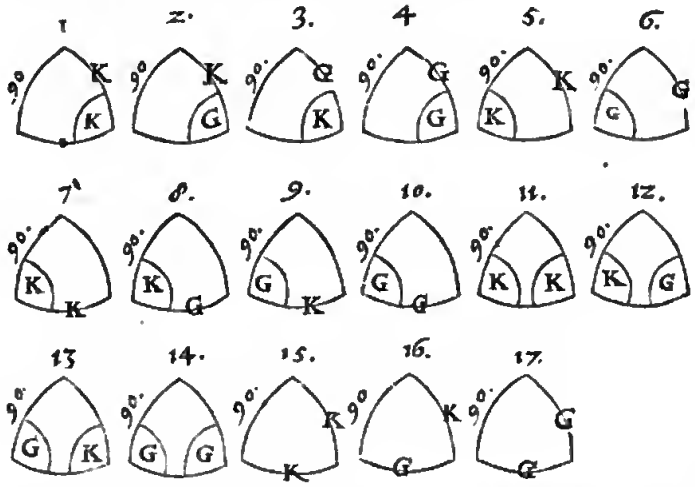
Concluſion. Eſtant doncques cognus d'un triangle ſpherique rectangle les trois angles, nous avons trouvé les trois coſtez, ſelon le requis.

SECOND MEMBRE DES TRIANGLES SPHERIQVES AVEC VN COSTE COGNV DONNE de 90 deg. ſans rectangle cognu, deſquels les termes incognus ſe peuvent trouver par une multiplication, comme ceux des triangles rectangles.

Probleme VII. Proposition XXXVIII.

Eſtant cognu d'un triangle ſpherique le coſté de 90 deg. avec encores deux termes: Trouver les autres trois incognus.

Les trois termes incognus peuvent eſtre de ces 17 diverſes ſortes:



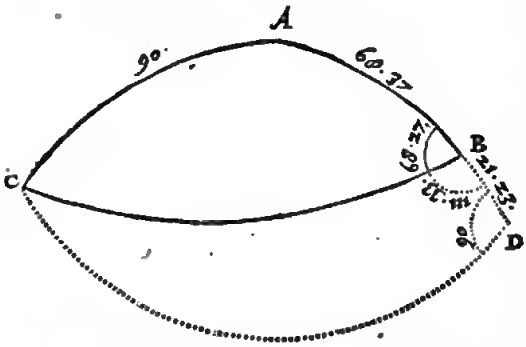
Leſquels recevans dix diverſes manieres d'operation, nous en mettrons dix exemples.

1. *Exemple du 1 & 2 triangle de ceſte qualité.*

NOTEZ.

Les arcs des triangles donnez ſeront ci apres marquez de lignes, mais les autres arcs qui ſervent ſeulement à la preparation de l'operation, ſeront pour diſtinction des autres, marquez par poincts.

Le donné. Soit A B C un triangle ſpherique, dont le coſté A C fait 90 deg. A B 68 deg. 37 ①, & l'angle A B C 68 deg. 27 ①.



Le requis. Il faut trouver le troiſieſme coſté BC, avec les autres deux angles A, A C B.

CONSTRVCTION.

Invention du coſté B C.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne la ſecante de l'angle A B C	27225.
Combien tangente de l'angle de complement de A B	39162
Vient rangente	10661.
L'arc d'icelle	46 deg. 50.
Souſtrait de	180 deg.
Reſte pour le requis B C	133 deg. 10.

Invention de l'angle A.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne ſinus de l'arc de complement de A B	3646.
Combien tangente de l'angle A B C	253222
Vient tangente	9232.
L'arc d'icelle	42 deg. 43.
Souſtrait de	180 deg.
Reſte pour l'angle requis A	137 deg. 17.

Invention de l'angle A C B.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne ſecante de l'arc de complement de A B C	10752.
Combien la ſecante de l'arc de complement de A B	107392
Vient ſecante	11546.
L'arc d'icelle	30 deg.
Souſtrait de	90 deg.
Reſte pour l'angle requis A C B	60 deg.

Preparation. Je deſcris ſur le pole A, avec le quart de cercle A C, l'arc C D, rencontrant la prolongée A B en D.

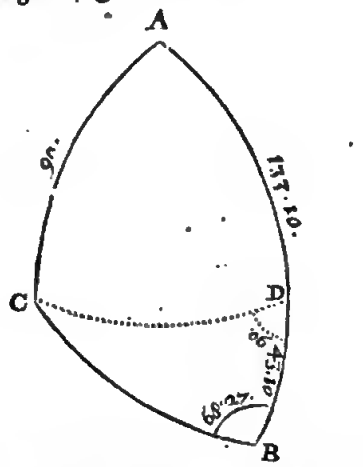
DEMONSTRATION.

A B 86 deg. 37 ①, ſouſtrait de A D 90 deg. reſte pour B D 21 degr. 23 ①, puis apres 68 degr. 27 ① de l'angle A B C, ſouſtrait de 180 deg. reſte pour l'angle C B D 111 deg. 33 ①, & l'angle D eſt droit, tellement que nous avons un triangle rectangle C B D avec trois termes cognus, par leſquels eſtant trouvez les trois incognus, les trois requis ſont cognus du triangle donné A B C (car l'hypothenuſe B C du triangle rectangle C B D, eſt auſſi le coſté requis B C du triangle A B C. Secondement le coſté C D du triangle rectangle C B D, eſt auſſi la grandeur requiſe de l'angle A du triangle A B C. Tiercement l'angle B C D du triangle rectangle C B D, eſt angle de complement de A C B.) Mais les nombres de ceſte operation, ſont les nombres qu'il faut en la conſtruction de l'invention des termes incognus du triangle rectangle C B D, comme il appert au 2 exemple de la 36 propoſition, parquoi les termes trouvez ſont les requis.

2 *Exem-*

2. Exemple du 3 & 4 triangle de ceſte qualité.

Le donné. Snit A B C un triangle ſpherique, dnnt le coſté A C fait 9n degr. A B 133 degrez 10 ①, & l'angle B 68 degrez 27 ①.



Le requis. Il faut trouver le troiſieſme coſté BC, avec les autres deux angles A, ACB.

CONSTRVCTION.

Invention du coſté B C.

Sinns de l'angle drnit	1nnno.
Dnnne la ſecante de B	27215.
Cnmbien tangente de l'arc de complemenr de AB	93802
Vient tangente	25537.
L'arc d'icelle pour BC requis	68 deg 37.

Invention de l'angle A.

Sinus de l'angle drnit	10000.
Dnnne ſinus de l'arc de complement de A B	6841.
Cnmbien tangente de l'angle B	25322?
Vienr tangente	17321.
L'arc d'icelle pnur l'angle requis A	60 deg.

Invention de l'angle A C B.

Sinus de l'angle drnit	1nnnn.
Donne ſecante de l'angle de cnmplement de B	1n752.
Cnmbien ſecante de l'arc de complement de A B	13711?
Vient ſecante	14742.
L'arc d'icelle	47 deg. 17.
A cela adjnuſté	9n deg.
Vient pnur l'angle requis A C B	137 deg. 17.

Preparation. Je deſcris ſur le pnle A, avec le qnart de cercle A C, l'arc C D, rencontrant A B en D.

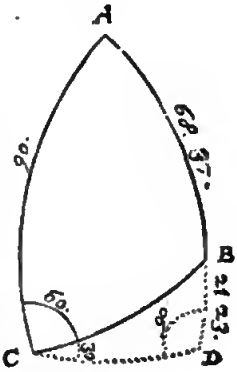
DEMONSTRATIONN.

AD 90 degr. ſnnſtrait de A B 133 degr. 1n ①, reſte pour D B 43 deg. 10 ①, & l'angle C D B eſt droit. Tellement que nnus avnns un triangle rectangle C D B avec trois termes cognus, par leſquels eſtant trouvés les trnis incognus, les trois requis du triangle donné A B C ſnnt cngnus (car l'hypnthenuſe du triangle rectangle CDB, eſt auſſi le coſté requis du triangle ABC. Secnndement le coſté CD du triangle rectangle CBD, eſt auſſi la grandeur requiſe de l'angle A du triangle A B C. Tiercement l'angle B C D du triangle rectangle C B D, eſt angle de complemenr de A C B.) mais les nnmbres de ceſte nperation, ſont les nnmbres qu'il faut en la conſtructinn de l'inventinn des termes incognus du triangle rectangle C B D, cnmme il appert au 1 exemple de la 36 propoſition, parquoi les nombres ſont les requis.

3. Exemple du 5 triangle de ceſte qualité.

Le donné. Snit A B C un triangle ſpherique, dnnt le cnſté A C fait 90 deg. A B 68 degr. 37 ①, & l'angle A C B 6n degrez.

Le requis. Il faut trouver le troiſieſme cnſté B C, & les autres deux angles A, A B C.



CONSTRVCTION.

Invention du coſté B C.

Sinus de l'angle drnit	1nnno.
Dnnne ſecanre de l'angle A C B	2oono.
Combien ſinus de l'arc de complement de A B	36462
Vienr ſinus	7292.
L'arc d'icelui pour B C requis de la premiere concluſion	46 deg. 49.
Iceux ſnuſtraits de	18n deg.
Reſte pour la ſeconde concluſinn	133 deg. 11.

Invention de l'angle A.

Sinus de l'angle drnit	1onnn.
Donne tangente de l'angle C	17311.
Combien tangente de l'arc de complement de A B	39162
Vient ſinns	6782.
L'arc d'icelui pour l'angle requis A de la premiere cnncluſion	42 deg. 43.
Iceux ſouſtraits de	180 deg.
Reſte pour la ſecnnde concluſinn	137 deg. 17.

Invention de l'angle A B C.

Sinus de l'angle drnit	10000.
Dnnne la ſecante de l'arc de complement de A B	1n739.
Cnmbien le ſinus de l'angle C	866n?
Vient ſinus	9299.
L'arc d'icelui pnur l'angle requis A B C de la premiere concluſion	68 deg. 26.
Iceux ſonſtraits de	180 deg.
Reſte pnur la ſecnnde cnncluſion	111 deg. 34.

Preparation. Je deſcris ſur le pole A, avec le quart de

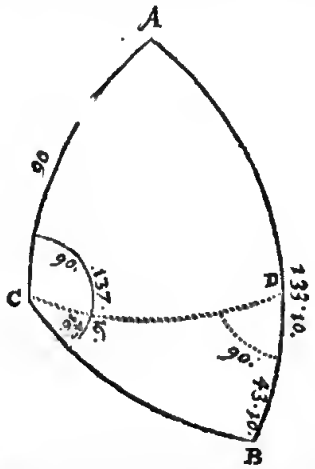
cercle A C, l'are C D, tencontrant la prolongée A B en D.

DEMONSTRATION.

De A D 90 deg. ſouſtrait A B 68 deg. 37 ①, reſte pour B D 21 deg. 23 ①; & l'angle A C B 60 deg. ſouſtrait de A C D 90 degr. reſte pout l'angle B C D 30 deg. Tellement que nous avons nn triangle rectangle C B D avec trois termes eognns, par leſquels eſtant trouvés les trois incognns, les trois reqnis dn triangle donné A B C ſont cognus, (car l'hypothenuſe B C du triangle rectangle C D B, eſt auſſi le coſté tequis B C, du triangle ABC. Secondement le eoſté C D du triangle rectangle C D B, eſt auſſi la grandeur requiſe de l'angle A du triangle A B C. Tiercement l'angle C B D du triangle rectangle C D B, eſt angle de complement de A B C.) mais les nombres de ceſte operation, ſont les nombres qu'il faut en la conſtruction de l'invention des termes incognus du triangle rectangle C B D, comme il appert en la 35 ptopoſition, parquoi les termes trouvez ſont les requis.

4. Exemple du 6 triangle de ceſte qualité.

Le donné. Soit A B C un triangle ſphetique, dont le coſté A C fait 90 deg. A B 133 deg. 10 ①, & l'angle A C B 137 deg. 16 ①.



Le requis. Il faut trouver le troiſieſme coſté B C & les autres deux angles A, B.

CONSTRVCTION.

Invention du coſté B C.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne ſecante du complement de demi-cercle de l'angle A C B	13614.
Combien ſinus de l'are de complement de A B	6841?
Vient ſinus	9313.
L'are d'icelui pour A C requis de la premiere concluſion	68 deg. 39.
Iceux ſouſtraits de	180 deg.
Reſte pour la deuxieſme concluſion	111 deg. 21.

Invention de l'angle A.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne tangente du complement de demi-cercle de A C B	9238.
Combien tangente de l'are de complement de A B	8380?
Vient ſinus	8665.
L'are d'icelui pour l'angle tequis A de la premiere concluſion	60 deg. 3.
Iceux ſouſtraits de	180 deg.
Reſte pout la ſeconde concluſion	119 deg. 57.

Invention de l'angle B.

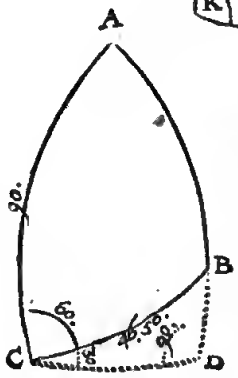
Sinus de l'angle droit	10000.
Donne ſecante de l'are de complement de A B	13711.
Combien ſinus du complement de demi-cercle de C	6786?
Vient ſinus	9304.
L'are d'icelni pout l'angle B tequis de la premiere concluſion	68 deg. 30.
Iceux ſouſtraits de	180 deg.
Reſte pour la ſeconde concluſion	111 deg. 30.

Preparation. Je deſcris ſur le pole A, avec le quart de cercle A C, l'are C D, rencontrant A B en D.

DEMONSTRATION.

A D 90 deg. ſouſtrait de A B 133 deg. 10 ①, reſte pour D B 43 deg. 10 ①; Semblablement l'angle A C D 90 deg ſouſtrait de A C B 137 deg. 16 ①, reſte pour l'angle D C B 47 deg. 16 ①, & l'angle C D B eſt droit. Tellement que nous avons un triangle rectangle C D B avec trois termes cognus, duquel eſtant trouvés les trois incognus, les trois requis du triangle A B C donné ſont cognus (car le coſté B C du triangle rectangle C D B, eſt auſſi le coſté requis du triangle A B C. Secondement le coſté C D du triangle rectangle C D B, eſt auſſi la grandeur requiſe de l'angle A du triangle A B C. Tiercement l'angle B du triangle rectangle C D B, eſt auſſi l'angle requis du triangle rectangle A B C.) Mais les nombres de ceſte operation, ſont les nombres qu'il faut en la conſtruction de l'invention des termes incognus du triangle rectangle C B D, comme il appert en la 35 ptopoſition, parquoi les termes trouvez ſont les requis.

5. Exemple du 7 & 8 triangle de ceſte qualité.



Le donné. Soit A B C un triangle ſpherique, dont le coſté A C fait 90 degr. C B 46 degr. 50 ①, & l'angle A C B 60 degr.

Le requis. Il faut trouver le troiſieſme coſté, & les autres deux angles A, A B C.

CON-

CONSTRVCTION.

Invention du coſté AB.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne ſinus de CB	7294.
Combien ſinus de l'angle de complement de ACB	5000?
Vient ſinus	3647.
L'arc d'icelui	21 deg. 23.
Souſtrait de	90 deg.
Reſte pour AB requis	68 deg. 37.

Invention de l'angle A.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne ſinus de C	8660.
Combien tangente de CB	10661?
Vient tangente	9232.
L'arc d'icelle pour l'angle requis A	42 deg. 43.

Invention de l'angle ABC.

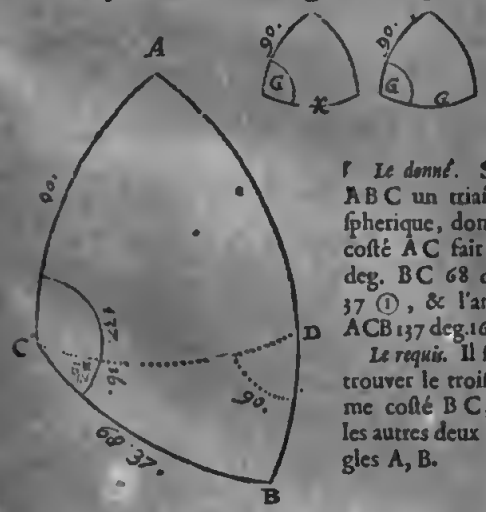
Sinus de l'angle droit	10000.
Donne ſecante de BC	14617.
Combien tangente de ACB	17321?
Vient tangente	25318.
L'arc d'icelle	68 deg. 27.
Souſtrait de	180 deg.
Reſte pour l'angle requis ABC	111 deg. 33.

Preparation. Je deſcris ſur le pole A, avec le quart de cercle AC, l'arc CD, rencontrant la prolongée AB en D.

DEMONSTRATION.

L'angle ACB 60 deg. ſouſtrait de ACD 90 deg. reſte pour l'angle BCD 30 deg. & l'angle D eſt droit, & le coſté CB 46 degr. 50 ①. Tellement que nous avons un triangle rectangle CDB avec trois termes cognus, duquel eſtant trouvés les trois incognus, les trois requis du triangle ABC donné ſont cognus, (car le coſté BD du triangle rectangle CDB, eſt arc de complement de AB. Secondement le coſté CD du triangle rectangle CDB, eſt auſſi la grandeur requiſe de l'angle AB du triangle ABC. Tiercement l'angle CBD du triangle rectangle CDB, eſt angle de complement de ABC.) Mais les nombres de ceſte operation, ſont les nombres qu'il faut en la conſtruction de l'invention des termes incognus du triangle rectangle CBD, comme il appert au 1 exemple de la 34 propoſition, parquoi les nombres trouvez ſont les requis.

6. *Exemple du* 9 & 10 *triangle de ceſte qualité.*



Le donné. Soit ABC un triangle ſpherique, dont le coſté AC fait 90 deg. BC 68 deg. 37 ①, & l'angle ACB 137 deg. 16 ①.

Le requis. Il faut trouver le troiſieſme coſté BC, & les autres deux angles A, B.

CONSTRVCTION.

Invention du coſté AB.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne le ſinus de BC	9312.
Combien ſinus de l'angle de complement de ACB	7345?
Vient ſinus	6839.
L'arc d'icelui	43 deg. 9.
A iceux adjouſté	90 deg.
Vient pour le coſté requis AB	133 deg. 9.

Invention de l'angle A.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne le ſinus de ACB	6786.
Combien tangente de CB	25539?
Vient tangente	17330.
L'arc d'icelle pour l'angle requis A	60 deg. 1.

Invention de l'angle B.

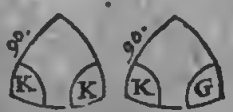
Sinus de l'angle droit	10000.
Donne ſecante de CB	27427.
Combien la tangente de l'angle ACB	9239?
Vient tangente	25339.
L'arc d'icelle pour l'angle requis B	68 deg. 26.

Preparat. Je deſcris ſur le pole A, avec le quart de cercle AC, l'arc CD, rencontrant la prolongée AB en D.

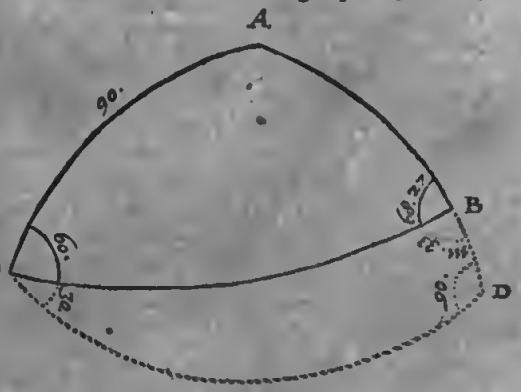
DEMONSTRATION.

L'angle ACD 90 deg. ſouſtrait de ACB 137 deg. 16 ①, reſte pour l'angle BCD 47 deg. 16 ①, l'angle CDB eſt droit, & le coſté CD ſait 68 deg. 37 ①. Tellement que nous avons un triangle rectangle CDB avec trois termes cognus, duquel eſtant trouvés les trois incognus, les trois requis du triangle donné ABC ſont cognus, (car le coſté DB du triangle rectangle CDB, eſt arc de complement de AB: Secondement le coſté CD du triangle rectangle CDB, eſt auſſi la grandeur requiſe de l'angle A du triangle ABC: Tiercement l'angle B du triangle rectangle CDB, eſt auſſi l'angle requis B du triangle ABC.) Mais les nombres de ceſte operation ſont les nombres qu'il faut en la conſtruction de l'invention des termes incognus du triangle rectangle CDB, comme il appert au 1 exemple de la 34 propoſition, parquoi les nombres trouvez ſont les requis.

7. *Exemple du* 11 & 12 *triangle de ceſte qualité.*



Le donné. Soit ABC un triangle ſpherique, dont le



coſté

coſté AC fait 90 deg. l'angle ABC 68 deg. 27 ①, & l'angle ACB 60 deg.

Le requis. Il faut trouver le troiſieſme angle A, & les autres deux coſtez AB, BC.

CONSTRVCTION.

Invention de l'angle A.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne le ſinus de l'angle de complement du plus petit angle donné qui eſt ici ACB	5000.
Combien ſecante de l'autre angle donné ABC	27225?
Vient ſecante	13612.
L'arc d'icelle	42 deg. 44.
Sooſtrait de	180 deg.
Reſte pour l'angle requis A	137 deg. 16.

Invention du coſté AB.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne ſinus du plus grand angle donoé, qui eſt ici ABC	9301.
Combien ſecante de l'angle de complement de l'autre angle donné ACB	11547?
Vient ſecante	10739.
L'arc d'icelle	21 deg. 23.
Souſtrait de	90 deg.
Reſte pour AB requis	68 deg. 37.

Invention du coſté BC.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne la tangente de l'angle de complement de l'un angle donné, je prens de ACB	5774.
Combien tangente de l'autre angle donné ABC	25322?
Vient ſecante	14620.
L'arc d'icelle	46 deg 51.
Souſtrait de	180 deg.
Reſte pour le coſté requis BC	133 deg. 9.

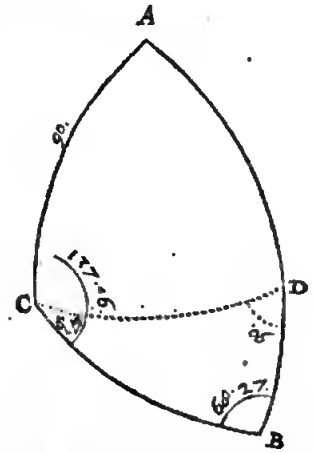
Preparation. Je deſcris ſur le pole A, avec le quart de cercle AC, l'arc CD, rencontrant la ptolongée AB en D.

DEMONSTRATION.

L'angle ACB 60 deg. ſouſtrait de ACD 90 deg. reſte pour l'angle BCD 30 deg. Semblablemeot l'angle ABC 68 degt. 27 ①, de 180 deg. reſte pour l'angle CBD 111 deg. 33 ①, & l'angle D eſt droit. Tellement que nous avons nn triangle rectangle CDB avec trois rermes cognus, duquel eſtant trouvez les trois incognus, les trois requis du triangle ABC donné ſont cognus, (car le coſté CD du triangle rectangle CDB, eſt auſſi la grandeur requiſe de l'angle A du triangle ABC. Secondement le coſté BD du triangle rectangle CDB, eſt arc de complement de AB. Tiercement le coſté BC du triangle rectangle CDB, eſt auſſi le requis du triangle ABC.) Mais les nombres de ceſte operation, ſont les nombres qu'il faut en la conſtruction de l'invention des termes incognus du triangle rectangle CDB, comme il appert au 3 exemple de la 37 propoſitioo, parquoi les nombres trouvez ſont les requis.

8. *Exemple du 13 & 14 triangle de ceſte qualité.*

Le donné. Soit ABC un ttiangle ſpherique, dont le coſté AC fait 90 deg. l'angle B 68 deg. 27 ①, l'angle ACB 137 deg. 16 ①.



Le requis. Il faut trouver le troiſieſme angle A, & les autres deux coſtez AB, BC.

CONSTRVCTION.

Invention de l'angle A.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne ſinus de l'angle de complement du plus grand angle donné, qui eſt ici ACB	7345.
Combien ſecante de l'autre angle donné B	27228?
Vient ſecante	19996.
L'arc d'icelle pour l'angle requis A	60 deg.

Invention du coſté AB.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne ſinus du plus petit angle donné qoi eſt ici B	9301.
Combien ſecante de l'angle de complement de l'autre angle donné ACB	14737?
Vient ſecante	13706.
L'arc d'icelle	43 deg. 9.
A cela touſiours	90 deg.
Vient pour le coſté requis AB	133 deg. 9.

Invention du coſté BC.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne tangente du plus petit angle donné B	25322.
Combien tangente de l'angle de complement de l'autre angle obliqoe ACB	10894?
Vient ſecante	27408.
L'arc d'icelle pour le coſté requis BC	68 deg. 36.

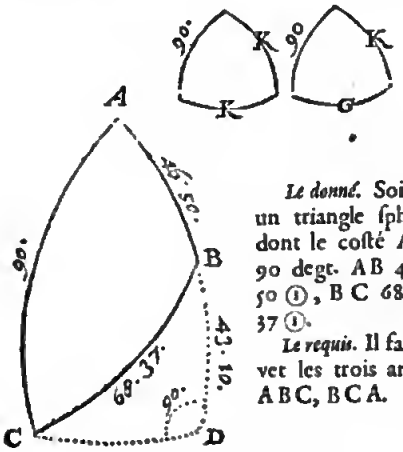
Preparation. Je deſcris ſur le pole A, avec le quart de cercle AC, l'arc CD, rencoottaot AB en D.

DEMONSTRATION.

L'angle ACD 90 degt. ſouſtrait de 137 deg. 16 ①, reſte pour l'angle DCB 47 deg. 16 ①, & l'angle CDB eſt

eſt droit: apres, l'angle B fait 68 deg. 27 ① par le donnē. Tellement que nous avons un triangle rectangle CDB avec trois termes cognus, duquel eſtant trouvés les trois incognus, les trois requis du triangle donné ABC ſont cognus, (car le coſté CD du triangle rectangle CDB, eſt auſſi la grandeur requiſe de l'angle A du triangle ABC. Secondement le coſté DB du triangle rectangle CDB, eſt arc de complement de AB. Tiercement le coſté BC du triangle rectangle CDB, eſt auſſi le coſté requis du triangle ABC.) Mais les nombres de ceſte operation, ſont les nombres qu'il faut en la conſtruction de l'invention des termes incognus du triangle rectangle CDB, comme il appert au 1 exemple de la 37 propoſition, parquoi les nombres trouvez ſont les requis.

9. *Exemple du 15 & 16 triangle de ceſte qualité.*



Le donné. Soit ABC un triangle ſpherique, dont le coſté AC fait 90 degt. AB 46 degt. 50 ①, BC 68 degrez 37 ①.

Le requis. Il faut trouvet les trois angles A, ABC, BCA.

CONSTRVCTION.

Invention de l'angle A.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne ſinus du coſté dextre AB	7294.
Combien ſecante de BC	27427?
Vient ſecante	20005.
L'arc d'icelle pour l'angle requis A	60 deg. 1.

Invention de l'angle ABC.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne tangente de BC	25539.
Combien rangente de AB	10661?
Vient ſecante	27227.
L'arc d'icelle	68 deg. 27.
Souſttait de	180 deg.
Reſte pour l'angle tequis ABC	111 deg. 33.

Invention de l'angle BCA.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne ſecante de l'arc de complement de BC	10739.
Combien ſinus de l'arc de complement de AB	6841?
Vient ſinus	7346.
L'arc d'icelui	47 deg. 17.
Touſiours ſonſttait de	90 deg.
Reſte pour l'angle requis BCA	42 deg. 43.

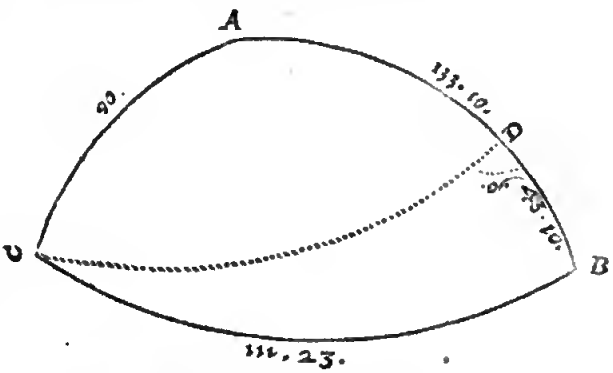
Preparat. Je deſcris ſur le pole A, avec le quart de cercle AC, l'arc CD, rencontrant la prolongée AB en D.

DEMONSTRATION.

AB 46 deg. 50 ①, ſonſtrait de AD 90 deg. teſte pour BD 43 deg 10 ①, & l'angle D eſt droit, & CD fait 68 deg. 37 ① par le donné. Tellement que nous avons un triangle rectangle CDB avec trois termes cognus, duquel eſtant trouvés les trois incognus, les trois requis du triangle ABC donné ſont cognus, (car le coſté CD du triangle rectangle CDB, eſt auſſi la grandeur requiſe de l'angle A du triangle ABC. Secondement l'angle CBD du triangle rectangle CDB, eſt complement de demicercle de l'angle requis ABC du triangle ABC. Tiercement l'angle BCD du triangle rectangle CDB, eſt angle de complement de ACB requis du triangle ABC.) Mais les nombres de ceſte operation ſont les nombres qu'il faut en la conſtruction de l'invention des termes incognus du triangle rectangle CDB, comme il appert au 1 exemple de la 32 propoſition, parquoi les nombres trouvez ſont les requis.

10. *Exemple du 17 triangle de ceſte qualité.*

Le donné. Soit ABC un triangle ſpherique, dont le coſté AC fait 90 degr. AB 133 degrez 10 ①, BC 111 degrez 23 ①.



Le requis. Il faut trouver les trois angles.

CONSTRVCTION.

Invention de l'angle A.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne ſinus de AB	7194.
Combien ſecante de BC	27427?
Vient ſecante	20005.
L'ate d'icelle	60 deg. 1.
Souſtrait de	180 deg.
Reſte pour l'angle requis A	119 deg. 59.

Invention de l'angle B.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne tangente de CB	25539.
Combien tangenre de AB	10661?
Vient ſecante	27227.
L'arc d'icelle	68 deg. 27.
Souſtrait de	180 deg.
Reſte pour l'angle requis B	111 deg. 33.

Inven-

Invention de l'angle B C A.

Sinus de l'angle droit	10000.
Donne ſecante de l'arc de complement de B C	10739.
Combien ſinus de l'arc de complement de A D	6842?
Vient ſinus	7346.
L'arc d'icelui	47 deg. 17.
Touſiours adjouſtè à cela	90 deg.
Vient pour l'angle requis B C A	137 deg. 17.

Preparation. Je deſcris ſur le pole A, avec le quart de cercle A C, l'arc C D, rencontrant A B en D.

DEMONSTRATION.

A D 90 deg. ſouſtrait de A B 133 deg. 10 ①, reſte pour D B 43 deg. 10 ①, & l'angle C D B eſt droit, & C B fait 111 degr. 23 ① par le donné. Tellement que nous avons un triangle rectangle C D B avec trois termes cognus, duquel eſtant trouvés les trois incognus, les trois requis du triangle A B C donné ſont cognus, (car le coſté C D du triangle rectangle C D B, eſt auſſi la grandeur requiſe de l'angle A du triangle A B C. Secondement l'angle B du triangle rectangle C D B, eſt auſſi l'angle requis du triangle A B C. Tiercement l'angle B C D du triangle rectangle C D B, eſt angle de complement de l'angle requis A C B du triangle A B C.) Mais les nombres de ceſte operation, ſont les nombres qu'il faut en la conſtruction de l'invention des termes incognus du triangle rectangle C D B, comme il appert au 2 exemple de la 32 propoſition, parquoi les nombres trouvez ſont les requis.

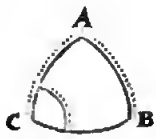
Concluſion. Eſtans donc cognu du triangle ſpherique le coſté de 90 deg. avec encore deux termes, nous avons trouvé les trois incognus, ſelon le requis.

TROISIESME MEMBRE DES TRIANGLES SPHERIQVES SANS ANGLE DROIT cognu donné, ou coſté de 90 deg.

PROBLEME VIII. PROPOSITION XXXIX.

ESTant cognu d'un triangle ſpherique l'angle oblique, avec deux coſtez comprennans un angle incognu: Trouver le troiſieſme coſté, & les autres deux angles.

Les trois termes cognus, dit en general, ſont de ceſte qualité.



En laquelle figure, ſelon plus ample declaration faite à la Note de la 32 propoſition, l'arc poinctè de l'angle C ſignifie l'angle oblique donné, les arcs poinctez A B, A C, ſignifient les deux coſtez cognus comprennant l'angle incognu A: Mais B eſt l'angle incognu qui touche le coſté incognu B C: Et veu que ci apres il nous faudra ſouvent nommer ces quatre termes C, A B, A C, B, pour la briefveté nous les denoterons par les ſuſdites lettres A, B, C.

DES SEPT REIGLES DE CESTE PROPOSITION.

Il faut ſçavoir que quelques exemples de ceſte eſpece ont deux ſolutions, les autres n'en ont qu'une: Pour leſquels diſcerner nous deſcrivons les ſept reigles ſuivantes.

REIGLE I.

Si l'angle C *eſtoit aigu, & A C plus petit que A B: L'angle B ſera ſeulement aigu.*

REIGLE II.

Si l'angle C *eſtoit obtus, & A C plus grand que A B: L'angle B ſera ſeulement obtus.*

REIGLE III.

Si l'angle C *eſtoit aigu, & A C plus grand que le quart d'un cercle, & A B pas plus petit que la difference entre A C & le demicercle: L'angle B ſera ſeulement obtus.*

REIGLE IV.

Si l'angle C *eſtoit obtus, & A C plus petit que le quart d'un cercle, & A B plus petit que la difference entre A C & le demicercle: L'angle B ſera ſeulement aigu.*

REIGLE V.

Si A C eſtoit egal à A B: L'angle B ſera ſeulement egal avec C.

REIGLE VI.

Si le triangle n'eſtoit pas un des cinq ſuſdits, & que l'angle B par la conſtruction fut trouvé droit: il a ſeulement icelle ſolution.

REIGLE VII.

Si le triangle n'eſtoit pas un des ſix ſuſdits, il aura deux ſolutions.

Ces reigles, dont la demonſtration ſuivra ci apres, eſtant ainſi miſes, nous viendrons aux exemples.

ADVERTISSEMENT EN GENERAL POUR TROUVER UN EXEMPLE imitable du triangle donné.

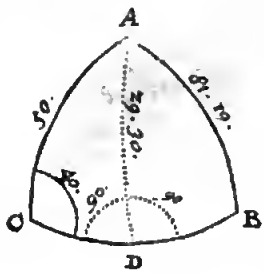
Si le triangle donné eſt de la { 1 ou 2 reigle, / 3 ou 4 reigle, / 5 reigle, / 6 reigle, / 7 reigle avec C aigu, / 7 reigle avec C obtus, } *on ſuit le* { 1 / 2 / 3 / 4 / 5 / 6 } exemple.

1. *Exemple du triangle de la* 1 *&* 2 *reigle.*

Le donné. Soit A B C un triangle ſpherique, dont l'angle C fait 40 deg. le coſté A C 50 deg. & A B 81 deg. 19 ①.

Le requis. Il faut trouver le troiſieſme coſté B C, avec les autres deux angles C A B, B.

Preparation. Je voy premierement ſous quelle reigle appartient ce triangle, & le trouvant de la 1 reigle, je tire l'arc A D dedans le triangle, à angle droit ſur C B, & ainſi j'ay un triangle rectangle A D C avec trois termes cognus, par iceux cerchés le coſté de ſon angle droit A D par la 34 propoſition, il ſe trouve de 29 deg. 30 ①. Tellement que A D B eſt maintenant auſſi un triangle rectangle avec trois termes cognus.



CON-

CONSTRVCTION.

Invention du coſté BC.

Premierement ayant fait la preparation comme deſſus, je trouve le coſté DC du triangle rectangle ADC, par la 32 propoſition, de 42 deg. 24.
A iceux adjouſté le coſté DB du triangle rectangle ADB, qui ſe troove, par la 32 propoſition, de 80 deg. 1.
Font enſemble pour le coſté requis BC 122 deg 25.

Invention de l'angle CAB.

Premierement ayant fait la preparation comme deſſus, je trouve l'angle CAD du triangle rectangle ADC, par la 32 propoſition, de 61 deg. 39.
A iceux adjouſté l'angle DAB du triangle rectangle ADB, qui ſe trouve, par la 32 ptopoſition, de 85 deg 3.
Font enſemble pour l'angle requis ADC 146 deg. 42.

Invention de l'angle B.

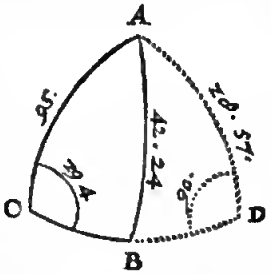
Premietement ayant fait la preparation comme deſſus, je tronve l'angle B du triangle rectangle ADB, par la 32 propoſitioo, qui eſt auſſi l'angle requis, de 29 deg. 53.
Et ſemblable ſera auſſi la procedure avec le triangle de la 2 reigle.

2. *Exemple du triangle de la 3 & 4 reigle.*

Le donné. Soit ABC un triangle ſpherique, dont l'angle C fait 29 deg. 4 ①, le coſté AC 95 deg. & AB 42 deg. 24.

Le requis. Il faut trouver le troiſieſme coſté BC, & les autres deux angles CAB, ABC.

Preparation. Je voy premierement de quelle reigle eſt ce triangle, & le trouvant de la 3, je tire l'are AD hors du triangle, à angle droit ſur le prolongé CB, & ainſi j'ay un triangle rectangle ADC avec trois tetmes cognus, par iceux cerché ſon coſté AD de l'angle droit, ſe trouve par la 34 propoſition de 28 deg. 57 ①: Tellement que ADB eſt mainteoant auſſi un triangle rectangle avec trois tetmes cognus.



CONSTRVCTION.

Invention du coſté BC.

Premierement ayant fait la preparation comme deſſus, je tronve le coſté DC du triangle rectangle ADC, par la 32 propoſition, de 95 deg. 43.
D'iceux ſouſtraict le coſté BD du triangle rectangle ADB, qui par la 32 propoſition ſe trouve de 32 deg. 27.
Reſte pour le coſté tequis BC 63 deg. 16.

Invention de l'angle CAB.

Premierement ayant fait la preparation comme deſſus, je trouve l'angle CAD du triangle tectangle ADC, par la 32 propoſitioo, de 92 deg. 46.
D'icenx ſouſtrait l'angle DAB du triangle rectangle ADB, qui ſe trouve par la 32 propoſition, de 52 deg. 43.
Reſte pour l'angle requis CAB 40 deg. 3.

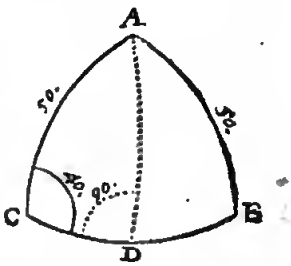
Invention de l'angle ABC.

Premietement ayant fait la ptepatation comme deſſus, je trouve l'angle B du triangle rectangle ADB, par la 32 propoſition, de 45 deg. 53.
Iceux ſouſtraits de 180 deg.
Reſte pour l'angle requis ABC 134 deg. 7.
Et ſemblable ſera auſſi la ptocedure avec le ttiangle de la 4 reigle.

3. *Exemple du triangle de la 5 reigle.*

Le donné. Soit ABC un triangle ſpherique, dont l'angle C fait 40 degrez, le coſté AC 50 degr. & AB auſſi 50 deg.

Le requis. Il faut trouver le troiſieſme coſté BC, & les autres deux angles B, & CAB.



CONSTRVCTION.

Je voy premierement de quelle teigle eſt ce triangle, & le trouve de la 5, par où je conclud premierement ſans faire ancuoe opetation, que l'angle B eſt egal à l'aogle C faiſant 40 deg. Tellement qu'il n'y a à trouver que le coſté BC, & l'angle CAB. A celle fin je tire l'are AD dedans le triangle à angle droit ſur CB, par leqnel j'ay deux triangles rectangles egaux & ſemblables ADC, ADB.

Invention du coſté BC.

Premierement ayant fait la preparation comme deſſus, je trouve le coſté DC du triangle rectangle ADC, par la 34 propoſition, de 42 deg. 24.
Et encores une fois autant pour DB, vient enſemble pour le requis BC 84 deg. 48.

Invention de l'angle CAB.

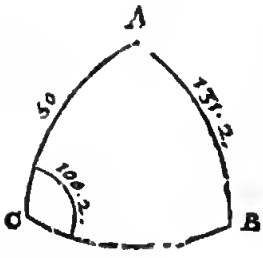
Premierement ayant fait la preparation comme deſſus, je trouve l'angle CAD du triangle rectangle ADC, par la 34 propoſition, de 61 deg. 40.
Et encores une fois autant pour l'angle DAB, vient enſemble pour l'angle requis CAB 123 deg. 20.

4. *Exemple du triangle de la 6 reigle.*

Le donné. Soit ABC un triangle ſpherique, dont l'angle C fait 100 deg. 2 ①, le coſté AC 50 deg. & AB 131 deg. 2 ①.

Le requis. Il faut trouver le troiſieſme coſté BC, & les autres deux angles B, CAB.

CONSTRVCTION.



Je voy premierement de quelle reigle eſt ce ttiaogle,& trouvant qu'il n'eſt point des cinq premieres, il faut qu'il ſoit de la 6 ou 7. Pour ſçavoir maintenãt de laquelle des deux il ſera, je ne puis trouvet premierement un tel terme que je veux, mais il faut que je commence à l'angle B, comme s'enſuit.

Invention de l'angle B.

Le ſinus du coſté dextre AB	7543.
Donne le ſinus du coſté ſeneſtre AC	7660.
Combien le ſinus de l'angle ſeneſtre C	9847?
Vient le ſinus	10000.
L'arc d'icelui pour l'angle requis B	90 deg.

Ceſt angle B eſtant ainſi trouvé droit, le triangle eſt de la 6 reigle: Mais quand on le trouve oblique,il ſera de la 7, & alors on y procedera ſelon la maniere du 5 exemple ſuivant.

Invention du coſté BC.

Premietement ayant trouvé, comme deſſus, que l'angle B eſt droit,je trouve le coſté CB du triangle rectangle ABC, par la 32 propoſition, de 168 deg. 16.

Invention de l'angle A.

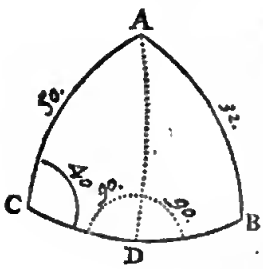
Premierement ayant trouvé, comme deſſus, que l'angle B eſt droit,je trouve l'angle A du triangle rectangle ABC, par la 32 propoſition, de 164 deg. 37.

5. *Exemple du triangle de la 7 reigle avec un angle cognu donné.*

Le donné. Soit ABC un triangle ſpherique, dont le coſté C fait 40 deg. le coſté AC 50 deg.& AB 32 deg.

Le requis. Il faut trouver le troiſieſme coſté BC, & les autres deux angles B, CAB.

CONSTRVCTION.



Je voy premierement de quelle reigle eſt ce triãgle, & trouvant qu'il n'eſt point des cinq premieres, il faut qu'il ſoit de la 6 ou 7: Pour ſçavoir maiotenant de laquelle des deux il ſera, je ne puis premierement trouver un tel terme que je veux, mais faut que je commence à l'angle B, comme s'enſuit.

Invention de l'angle B.

Le ſinus du coſté dextre AB	5299.
Donne le ſinos du coſté ſeneſtre AC	7660.
Combien le ſinus de l'angle ſeneſtre C	6428?
Vient ſinus	9292.

Lequel n'eſtant point le ſinus de l'angle droit,le triangle eſt de la 7 reigle,à ſçavoir de double ſolution, parquoi l'arc du meſme 9292 eſt pour l'angle requis B, comme 1 ſolution, de 68 deg. 19.

Iceux ſouſtraits de	180 deg.
Reſte pour la 2 ſolution	111 deg. 41.

Preparation de l'invention des autres deux termes.

Je tite l'arc AD dedans le triangle ABC à angle droit ſur BC, & ainſi j'ay deux triangles rectangles ADC, ADB, chacun avec ttois termes cognus, pour trouver par iceux les autres requis.

CONSTRVCTION.

Invention du coſté BC.

Premietement ayant trouvé que l'angle B eſt oblique, & puis apres la ptepatation eſtant faite comme deſſus,je trouve le coſté CD du triangle rectangle ADC, par la 34 propoſition, de	42 deg. 24.
A iceux adjouſté le coſté DB du triangle rectangle ADB, qui ſe trouve par la 34 propoſition, de	13 deg.
Font enſemble pour le coſté requis BC de la premiere ſolution	55 deg. 24.
Et ſouſtrait 13 deg. deuxieſme en l'ordre, de 42 deg. 24 ①, premier en l'ordre, reſte pour la deuxieſme ſolution	29 deg. 24.

Invention de l'angle CAB.

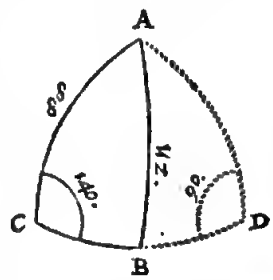
Premierement ayant trouvé que l'angle B eſt oblique,& puis apres la preparation eſtant faite comme deſſus, je trouve l'angle CAD du ttiangle rectangle ADC, par la 34 propoſition, de	61 deg. 40.
A iceux adjoosté l'angle DAB du triangle rectangle ADB, qui ſe trouve par la 34 propoſition, de	25 deg. 7.
Font enſemble pour l'angle requis CAB de la premiere ſolution	86 deg. 47.
Et 25 deg. 7 ① deuxieſme en l'ordre, ſouſtrait de 61 deg. 40 ① premier en l'ordre, reſte pour la deuxieſme ſolution	36 deg. 33.

6. *Exemple du triangle de la 7 reigle avec un angle obtus cognu donné.*

Le donné. Soit ABC un triangle ſpherique,dont l'angle C fait 140 deg. le coſté AC 88 deg. & AB 112 deg.

Le requis. Il faut trouver le troiſieſme coſté BC, & les autres deux angles ABC, CAB.

CONSTRVCTION.



Je voy premierement de quelle reigle eſt ce triangle,& trouvant qu'il n'eſt point d'une des cinq premieres,il faut qu'il ſoit de la 6 ou 7. Pour ſçavoir maiotenant de laquelle des deux il ſera, je ne puis trouver premierement un tel terme que je veux, mais il faot que je commence à l'angle B,comme s'enſuit.

Invention de l'angle ABC.

Le ſinus du coſté dextre AB	9272.
Donne le ſious du coſté ſeneſtre AC	9994.

Com-

Combien le ſious de l'angle ſeneſtre C	64282
Vient ſinus	6930.

Lequel n'eſtant point le ſious de l'angle droit, le ttiangle eſt de la 7 reigle, à ſçavoir de double ſolution, parquoi l'are du meſme 6930 eſt pour l'angle requis B, comme premiere ſolution, de 43 deg. 52.

Iceux ſouſtraits de	180 deg.
Reſte pour la deuxieſme ſolution	136 deg. 8.

Preparation de l'invention des autres deux termes.

Je tire l'arc A D hors du ttiangle ABC à angle droit ſur le prolongé C B, & ainſi j'ay deux triaogles rectangles A D C, A D B, chacun avec trois termes eognus, pour trouver par iceux les autres requis.

CONSTRVCTION.

Invention du coſté B C.

Premierement ayant trouvé que l'aogle B eſt oblique, & puis apres la preparation eſtant faite comme deſſus, je trouve le coſté D C du triangle rectangle A D C, par la 34 propoſitioo, de 92 deg. 37.

D'iceux ſouſtrait le coſté D B du triangle rectangle A D B, qui ſe trouve par la 34 propoſitioo de	60 deg. 44.
Reſte pour le coſté requis B C de la premiere ſolution	31 deg. 53.

Et 60 deg. 44 ① deuxieſme en l'ordre, adjouſté à 92 deg. 37 ① premier eo l'ordre, vient pour la ſeconde ſolurion 153 deg. 21.

Invention de l'angle C A B.

Premierement ayant trouvé que l'angle B eſt oblique, & puis apres la preparation eſtant faite eomme deſſus, je trouve l'angle C A D du triangle rectaugle A D C par la 34 propoſition de 88 deg. 19.

D'iceux ſouſtrait l'angle D A B du triangle rectangle A D B, qui ſe trouve par la 34 propoſition de	70 deg. 12.
Reſte pour l'angle requis C A B de la premiere ſolution	18 deg. 7.

Et adjouſtez 70 deg. 12 ① deuxieſme en l'ordre, à 88 deg. 19 ① prenrier eu l'ordre, vient pour la ſeconde ſolution 158 deg. 31.

DEMONSTRATION.

Que la perpendiculaire A D du 1, 3, & 5 exemple, rombe dedans le triangle, mais du 2 & 6 dehors, cela eſt notoire par la 6 propoſition. Touchant l'angle B, trouvé au 4, 5, & 6 exemple, la demonſtration en eſt manifeſte par la 24 propoſition, là où eſt demonſtré que comme le ſinus du coſté dextre, au ſinus du coſté ſeoeſtre, ainſi le ſinus de l'angle ſeneſtre, au ſinus de l'angle dextre. Quant à la demonſtration de tout le reſte, elle eſt aſſez ootoire de ſoy meſme: Parquoi paſſaot cela, nous ferons qaelqoe demonſtration ſur les 7 reigles precedentes de ceſte propoſition, & premieremeot,

Demonſtration ſur la 1 *reigle.*

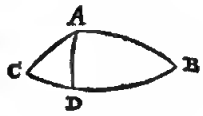
Le donné. Soit A B C un triangle ſpherique, ſelon le eontenu de la 1 reigle, à ſçavoir dont l'angle C eſt aigu, & A C plus petit que A B.

Le requis. Il faut demonſtret que l'angle B ſeulement peut eſtre aigu.

Preparation. Soit tiré l'arc A D à angle droit ſur C B.

DEMONSTRATION.

Veu que l'angle C du triangle rectangle A D C eſt aigu, il faot que ſon coſté oppoſite A D ſoit plus petit que le quart d'un cercle par la conſequence de la 2 propoſition, & ſoo angle oppoſite B du ttiangle rectangle eſt auſſi aigu, par la 2 propoſitioo: Mais qu'il peut eſtre ſeulement aigu & point obtus, appert en cela, que ſur l'autre coſté de A D, à ſçavoir depuis A juſques entre C & D, ne ſe peut tirer autre are egal à A B, pour y faire un angle obtus, veu que A B eſtant plus grand que A C, eſt plus long qu'aucun arc qui y peut eſtre, par la 16 propoſition: Tellement qu'il n'y a qu'une ſolutioo, & cela de B un angle aigu.



Demonſtration ſur la 2 *reigle.*

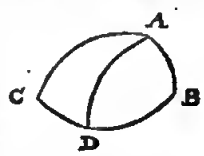
Le donné. Soit A B C un triangle ſpherique, ſeloo le coorenu de la 2 reigle, à ſçavoir dont l'angle C eſt obtus, & A C plus grand que A B.

Le requis. Il faut demonſtrer que l'angle B peut eſtre obtus ſeulement.

Preparation. Soit tiré l'arc A D à angle droit ſur C B.

DEMONSTRATION.

Veu que l'angle C du triangle rectangle A D C eſt obtus, il faut que ſon coſté oppoſite A D ſoit plus grãd que le quart d'uu eercle, par la conſequenee de la 2 propoſition, & ſon angle oppoſite B du triangle rectangle A D B eſt auſſi obtus, par la 2 propoſition: Mais qu'il peut eſtre obtus ſeulement & poinr aigu, appert en cela, que ſur l'autre coſté de A D, à ſçavoir depuis A juſques entre A & D, oe ſe peut tirer autre are egal à A B pour y faire un angle aigu, veu que A B eſtant plus petit que A C, eſt plus court qu'aucun arc qoi de A juſques à l'arc D C ſe peut eſtendre, par la 16 propoſition: Tellement qu'il n'y a qu'uue ſolutiou, & cela avec B un angle obtus.



Demonſtration ſur la 3 *reigle.*

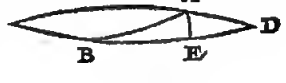
Le donné. Soit A B C un triangle ſpherique, ſelon le eontenu de la 3 reigle, à ſçavoir dont l'angle C eſt aigu, & A C plus grand que le quart d'un eercle. Et pour avoir encotes ici le reſte de la teigle, ſoient C A, C B prolongez tous deux juſques à ee qu'ils ſe rencontrent en D: Ce qui eſtant ainſi, C A D, C B D, ſont chacun un demicercle, par la 3 conſequenee de la 1 propoſition, & A D eſt la differenee eotre A C & le demicercle. Apres ne ſoit A B plus petit que la difference A D.

Le requis. Il faut demonſtrer que l'angle B du triangle A B C peut eſtre ſeulement obtus.

Preparation. Soit tiré l'arc A E à aogle droit ſur B D.

DEMONSTRATION.

Veu que l'angle C du triangle rectangle A E C eſt aigu, il faut que ſoo coſté oppoſite ſoit plus petit que le quart d'un cercle, par la conſequenee de la 2 propoſition, & ſon angle oppoſite B du triangle rectaogle A E B eſt auſſi aigu,



par la 2 propoſition : Et pource l'angle A B C eſt obtus, par la 5 conſeqoence de la 1 propoſition: Mais qu'il peut eſtre obtus ſeulement, & point aigu, appert en cela que ſur l'autre coſté de A E, à ſçavoir depuis A juſques entre E & D, ne ſe peut tirer autre arc egal à A B pour y faire un angle obtus, veu que A B eſtant plus graod que A D, eſt plus long qu'aucun arc qui y puiſſe eſtre par la 16 propoſition : Tellement qu'il n'y a qu'une ſolutioo, & cela de B un angle obtus.

Demonſtration ſur la 4 reigle.

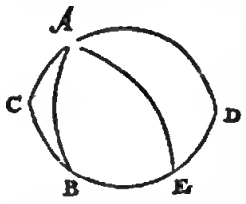
Le donné. Soit A B C un triangle ſpherique, ſelon le contenu de la 4 reigle, à ſçavoir dont l'angle C eſt obtus, & A C plus petit que le quart d'uo cercle. Et pour y avoir encores le reſte de la reigle, ſoient C A, C B, prolongez tous deux juſques à ce qu'ils ſe rencontrent eo D: Ce qui eſtant ainſi, C A D, C B D ſont chacun un demicercle, par la 3 conſequence de la 1 propoſition, & A D eſt la difference entre A C & le deoncercle : Apres, ſoit A B plus petit que la meſme difference A D.

Le requis. Il faut demonſtrer que l'angle B du triangle A B C, peut eſtre ſeulement aigu.

Preparation. Soit tiré l'arc A E à angle droit ſur B D.

DEMONSTRATION.

Veu qoe l'angle C du triangle rectangle A E C eſt obtus, il faut que ſoo coſté oppoſite A E ſoit plus grand que le quatr d'un cercle, par la conſequence de la 2 propoſition, & ſoo angle oppoſite B du triangle rectangle A E B eſt auſſi obtus, par la 2 propoſition ; & pource l'angle A B C eſt aigu, par la 5 conſequence de la 1 propoſition : Mais qu'il peut eſtre ſeulement aigu & point obtus, appert en cela que ſur l'autre coſté de A E, à ſçavoir depuis A juſques entre E & D, ne ſe peut tirer autre arc egal à A B pour y faire un aogle aigu, veu que A B eſtant plus petit que A D eſt plus coort qu'aocun arc qui de A juſques à l'arc E D ſe peut eſtendre, par la 16 propoſition: Tellement qu'il n'y a qu'une ſolunoo, & cela avec B un angle aigu.



Demonſtration ſur la 5 & 6 reigle.

La 5 & 6 reigle ſont aſſez manifeſtes ſans demonſtration, car un autre arc egal à A B de la 5 reigle, tiré de l'autre coſté de la perpendiculaire A D, romberoit en A C, & pource avec icelui ne ſçaoroit faire un triangle. En l'exemple de la 6 reigle, ne ſe peut tirer de l'autre coſté de la perpendiculaire un autre arc egal à A B, pour y faire un autre triangle, veu qu'icelui A B rombe dedans la perpendiculaire, ou eſt la perpendiculaire meſme.

Demonſtration ſur la 7 reigle.

Juſqoes ici nous avons demonſtré les ſix reigles avec ſimple ſolution : Pour demonſtrer maintenant la 7, cootenant que tous les autres triangles ont double ſolution, à celle fin nous mettrons eocores les cinq reigles ſuivantes comprenant tous les autres triangles reſtans, leſquelles eſtant demonſtrées, oous demonſtrerons puis apres que tous triangles ſpheriques de ceſte eſpece viennent au ſix precedentes, avec les meſmes 5 reigles: Dont s'enſuit que puis que les triangles des ſix premieres reigles ſont de ſimple ſolution, il faut que tous les autres triangles de la 7 re[illegible] ſoieot de double ſolution.

REIGLE VIII.

Si A C faiſoit le quart d'un cercle, & que l'angle B par la conſtruction fut trouvé oblique, il aura deux ſolutions.

REIGLE IX.

Si l'angle C eſtoit aigu, & A C plus petit que le quart d'un cercle, & A B plus petit que A C, & que l'angle B par la conſtruction fut trouvé oblique, il aura deux ſolutions.

REIGLE X.

Si l'angle C eſtoit obtus, & A C plus grand que le quart d'un cercle, & A B plus grand que A C, & que l'angle B par la conſtruction fut trouvé oblique, il aura deux ſolutions.

REIGLE XI.

Si l'angle C eſtoit aigu, & A C plus grand que le quart d'un cercle, & A B plus petit que la difference entre A C & le demicercle, & que l'angle B par la conſtruction fut trouvé oblique, il aura deux ſolutions.

REIGLE XII.

Si l'angle C eſtoit obtus, & A C plus petit que le quart d'un cercle, & A B plus grand que la difference entre A C & le demicercle, & que l'angle B par la conſtruction fut trouvé oblique, il aura deux ſolutions.

Les demonſtrations des cinq precedentes reigles ſont comme s'enſuit.

Demonſtration ſur la 8 reigle.

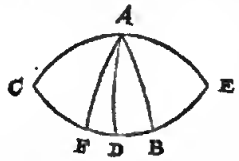
Le donné. Soit A B C uo triangle ſpherique, ſelon le contenu de la 8 reigle, à ſçavoir dont l'angle C eſt aigu ou obtus, & A C fait le quart d'on cercle; apres, l'angle B ſoit trouvé oblique par la conſtruction.

Le requis. Il faut demonſtrer qu'il y a deux ſolutions.

Preparation. Soit tiré l'arc A D à angle droit ſur C B, il faut qu'il tombe dedans ou hors le triangle ABC, ſoit dedans: Soient auſſi prolongez C A, C B tous deux juſques à ce qu'ils ſe rencootrent en E.

DEMONSTRATION.

C A E, C D E ſont chacun un demicercle par la 5 conſequence de la 1 propoſition, & comme C A eſt egal à A E, ainſi C D à D E; parquoi un tel arc ayant eſté tiré depuis A juſques entre D E, à ſçavoir l'arc A B, il ſe peut tirer auſſi de l'autre coſté de D comme A F, egal à A B. Tellement qu'il y a ici deux triangles A B C, A F C, ayant chacun les trois termes cognus de meſme grandeur. Or puis qu'au donné ne ſe dit point ſi l'angle A B C eſt aigu ou obtus, & que le troiſieſme angle & le troiſieſme coſté ſont auſſi incognus, le triangle A F C peut auſſi bien ſervir de ſolution, que le triangle A B C: Tellement qu'il a deux ſolutions.



Demonſtration ſur la 9 reigle.

Le donné. Soit A B C oo triangle ſpherique, ſelon le contenu de la 9 teigle, à ſçavoir dont l'angle C eſt aigu, avec A C plus petit que le quart d'un cercle, & A B plus petit que A C: apres, l'angle B ſoit trouvé oblique par la conſtruction.

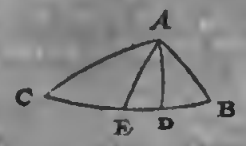
Le requis. Il faut demonſtrer qo'il y a deux ſolutions.

Preparation. Soit tiré l'arc A D à angle droit ſur C B, il faut qu'il rombe dedans oo dehors le triangle A B C, ſoit dedans.

DEMON-

DEMONSTRATION.

Veu que A B eſt plus petit que A C, par le donné, & (d'autant que l'angle C eſt aigu) plus grand que AD, par la 16 propoſition, dedans le triangle rectangle A D C depuis l'angle A juſques à D C, ſe peut tirer un arc egal à A B, comme A E: Tellement qu'il y a ici deux triangles ABC, AEC, ayant chacun les trois termes cognus d'egale grandeur. Or puis qu'au donné ne ſe dit point ſi l'angle B eſt aigu ou obtus, & que le troiſieſme angle & troiſieſme coſté ſont auſſi incognus: Le triangle AEC avec l'angle obtus E, peut auſſi bien ſervir de ſolution, que le triangle A B C avec l'angle aigu B: Tellement qu'il y a deux ſolutions.



Demonſtration ſur la 10 *reigle.*

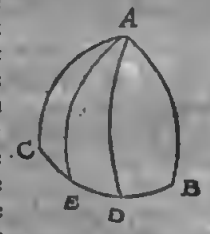
Le donné. Soit A B C un triangle ſpherique, ſelon le contenu de la 10 reigle, à ſçavoir dont le coſté C eſt obtus, avec A C plus grand que le quart d'un cercle, & A B plus grand que A C; aptes, l'angle B ſoit trouvé oblique par la conſtruction.

Le requis. Il faut demonſtrer qu'il y a deux ſolutions.

Preparation. Soit tiré l'arc A D à angle droit ſur C B, il faut qu'il tombe dedans ou hors le triangle ABC, ſoit dedans.

DEMONSTRATION.

Veu que A B eſt plus grand que A C, par le donné, & (d'autant que l'angle C eſt obtus) plus petit que la perpendiculaire A D, par la 16 propoſition, dedans le triangle A D C depuis l'angle A juſques à D C, ſe peut tirer un arc egal à A B, comme A E: Tellement qu'il y a ici deux triangles A B C, A E C, ayant chacun les trois termes cognus d'egale grandeur. Or puis qu'au donné ne ſe dit point ſi l'angle B eſt aigu ou obtus, & que le troiſieſme angle & troiſieſme coſté ſont auſſi incognus, le triangle A E C avec l'angle aigu E, peut auſſi bien ſervir de ſolution, que le triangle ABC avec l'angle obtus B. Tellement qu'il y a deux ſolutions.



Demonſtration ſur la 11 *reigle.*

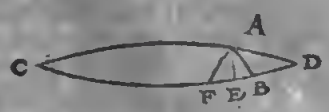
Le donné. Soit A B C un triangle ſpherique, ſelon le contenu de la 11 reigle, à ſçavoir dont l'angle C eſt aigu, & A C plus grand que le quart d'un cercle. Et pour y avoir encores maintenant le reſte de la reigle, ſoient C A, C B prolongez tous deux juſques à ce qu'ils ſe rencontrent en D: Ce qui eſtant ainſi, C A D, C B D ſont chacun un demicercle, par la 3 conſequence de la 1 propoſition, & A D eſt la difference entre A C & le demicercle, & A B ſoit plus petit que la meſme difference A D: aptes, l'angle A B C ſoit trouvé oblique par la conſtruction.

Le requis. Il faut demonſtrer qu'il y a deux concluſions.

Preparation. Soit tiré l'arc AE à angle droit ſur CBD, il faut qu'il tombe dedans ou hors le triangle A B C, ſoit dedans.

DEMONSTRATION.

Veu que A B eſt plus petit que AD, par le donné, & (d'autant que l'angle D eſt aigu) plus grand que la perpendiculaire A E, par la 16 propoſition, il tombe dedans le triangle rectangle A E D depuis A juſques au coſté E D: Tellement que B C demeure plus petit qu'un demicercle. Aptes, veu que A B eſt auſſi plus petit que A C, par le donné, & (d'autant que l'angle C eſt aigu) plus grand que la perpendiculaire A E, par la 16 propoſition, au triangle rectangle A E C depuis l'angle A juſques à EC, ſe peut tirer un arc egal à A B, comme A F: Tellement qu'il y a ici deux triangles ABC, AFC, ayant chacun les trois termes cognus d'egale grandeur. Or puis qu'au donné ne ſe dit point ſi l'angle A B C eſt aigu ou obtus, & que le troiſieſme angle & troiſieſme coſté ſont auſſi incognus, le triangle A F C avec l'angle obtus F, peut auſſi bien ſervir de ſolution, que le triangle A B C avec l'angle aigu B: Tellement qu'il y a deux ſolutions.



Demonſtration ſur la 12 *reigle.*

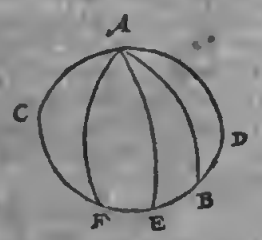
Le donné. Soit A B C un triangle ſpherique, ſelon le contenu de la 12 reigle, à ſçavoir dont l'angle C eſt obtus, & A C plus petit que le quart d'un cercle: Et pour y avoir encores maintenant le teſte de la reigle, ſoient C A, C B prolongez tous deux juſques à ce qu'ils ſe rencontrent en D. Ce qui eſtant ainſi, C A D, C B D ſont chacun un demicercle, par la 3 conſequence de la 1 propoſition, & A D eſt la difference entre A C & le demicercle, & A B ſoit plus grand que la meſme difference A D: aptes, l'angle A B C ſoit trouvé oblique par la conſtruction.

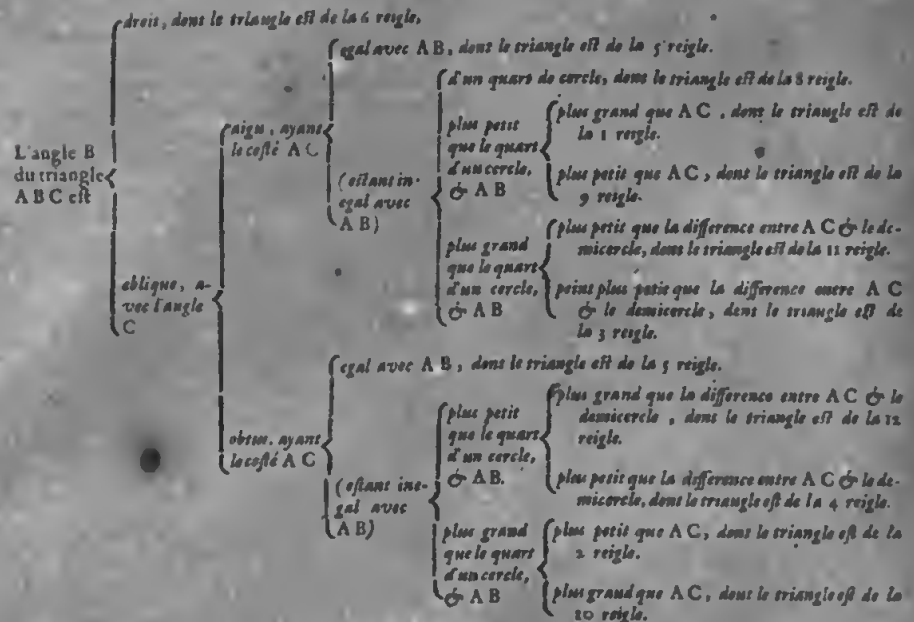
Le requis. Il faut demonſtrer qu'il y a deux ſolutions.

Preparation. Soit tiré l'arc AE à angle droit ſur CBD, il faut qu'il tombe dedans ou dehors le triangle A B C, ſoit dedans.

DEMONSTRATION.

Veu que A B eſt plus grand que A D, par le donné, & (d'autant que l'angle D eſt obtus) plus petit que la perpendiculaire A E, par la 16 propoſition, il tombe dedans le triangle rectangle A E D depuis A juſques au coſté E D, tellement que BC demeure plus petit qu'un demicercle: Aptes, veu que A B eſt auſſi plus grand que A C, par le donné, & (d'autant que l'angle C eſt obtus) plus petit que la perpendiculaire A E, par la 16 propoſition, au triangle rectangle AEC depuis l'angle A juſques à E C, ſe peut tirer un arc egal à A B, comme A F: Tellement qu'il y a ici deux triangles A B C, A F C, ayant chacun les trois termes cognus d'egale grandeur. Or puis qu'au donné ne ſe dit point ſi l'angle A B C eſt aigu ou obtus, & que le troiſieſme angle & le troiſieſme coſté ſont auſſi incognus, le triangle A F C avec l'angle aigu F, peut auſſi bien ſervir de ſolution, que le triangle A B C avec l'angle obtus B: Tellement qu'il y a deux ſolutions. Mais d'autant que quelqu'un pourroit doubter maintenant ſi tous les triangles de ceſte eſpece ſont comprins aux 12 reigles ſuſdites, nous en ſerons demonſtration par la table ſuivante.





Là où les parties eſtant par tout integrantes de leur entier, s'enſuit que ladite demonſtration de la 7 reigle eſt veritable. *Concluſion.* Eſtant doncques cognu du triangle ſpherique l'angle oblique, avec deux coſtez comprennant un angle incognu: Nous avons trouvé le troiſieſme coſté, & les autres deux angles, ſelon le requis.

Probleme IX. Proposition XL.

Eſtant cognu du triangle ſpherique l'angle oblique, avec deux coſtez le comprennant: Trouver le troiſieſme coſté, & les autres deux angles.

Les trois termes cognus, dit en general, ſont de ceſte qualité.

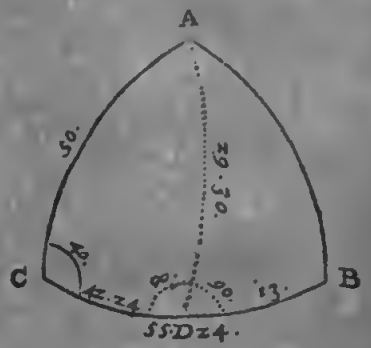
Nous ferons d'iceux trois diverſes diſtinctions, d'autant qu'une certaine perpendiculaire qu'il y faut tirer ou imaginer, peut tomber de trois diverſes façons, à ſçavoir ou dedans le triangle, ou dehors, ou dedans le coſté cognu, tellement que nous mettrons de chacun un exemple particulier.

1. *Exemple où la perpendiculaire ſera trouvée tomber dedans le triangle donné.*

Le donné. Soit A B C un triangle ſpherique, dont l'angle C fait 40 deg. le coſté A C 50 deg. & C B 55 deg. 24 ①.

Le requis. Il faut trouver le troiſieſme coſté A B, & les autres deux angles C A B, & B.

Preparation. Veu qu'il m'eſt encores incognu, ſi la perpendiculaire d'un angle incognu comme A à ſon coſté oppoſite, tombe dedans le triangle, ou dehors, ou dedans le coſté incognu A B: Je prens premierement A B, comme ſi c'eſtoit la vraye perpendiculaire, & poſant l'angle B comme pour droit, le triangle rectangle imaginé A B C a trois termes cognus, à ſçavoir deux coſtez B C & l'hypothenuſe A C, & l'angle C par iceux



cerché le coſté de l'angle droit B C, ſe trouve par la 34 propoſition de 42 deg. 24.

Or ſi le C B donné euſt fait juſtement autant, il eſt notoire que la perpendiculaire imaginée euſt auſſi eſté le vrai A B, & A B C ſeroit un triangle rectangle droit en B: Mais C B eſt plus long, car il fait 55 deg. 24.

Parquoi d'icelui C B coupé l'arc C D, qui denote les 42 deg. 24 ① premier en l'ordre, le reſte eſt pour D B 13 deg.

Mais ſi le trouvé 42 deg. 24 ① premier en l'ordre, euſt eſté plus grand que le donné C B, il euſt fallu ſuivre alors le 2 exemple ſuivant: mais le 3 exemple, s'il euſt eſté egal. Maintenant doncques ſoit marquée la vraye perpendiculaire AD, comme coſté de l'angle droit du triangle rectangle A D C; je trouve ſa longueur, par la 34 propoſition, de 29 deg.

Ce qui eſtant ainſi, j'ay maintenant deux triangles rectangles A D C, A D B, chacun avec trois termes cognus, par leſquels on peut trouver les incognus requis, comme s'enſuit

Con-

CONSTRVCTION.

Invention du coſté A B.

Premierement ayant fait la preparation comme deſſus, je trouve par la 33 propoſition l'hypothenuſe A B du triangle rectangle A D B, qui eſt auſſi le coſté requis A B, de 32 deg.

Invention de l'angle C A B.

Premierement ayant fait la preparation comme deſſus, je trouve par la 33 propoſition l'angle C A D du triangle rectangle A D C, de 61 deg. 40.

A iceux adjouſté l'angle D A B du triangle rectangle A D B, qui ſe trouve, par la 33 propoſition, de 25 deg. 7.

Font enſemble pour l'angle requis C A B 86 deg. 47.

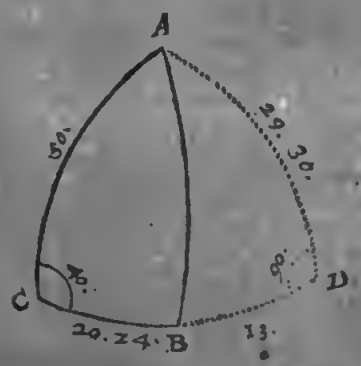
Invention de l'angle B.

Premierement ayant fait la preparation comme deſſus, je trouve par la 33 propoſition l'angle B du triangle rectangle A D B, qui eſt auſſi le requis, de 68 deg. 19.

2. *Exemple où la perpendiculaire ſera trouvée tomber hors le triangle donné.*

Le donné. Soit A B C un triangle ſpherique, dont l'angle C fait 40 degr. le coſté A C 50 degr. & C B 29 deg. 24.

Le requis. Il faut trouver le troiſieſme coſté A B, & les autres deux angles C A B, A B C.



Preparation. Veu qu'il m'eſt encores incognu, ſi la perpendiculaire d'un angle incognu juſques à ſon coſté oppoſité, tombe dedans le triangle, ou dehors, ou dedans le coſté incognu A B; Je prens premierement A B, comme ſi c'eſtoit la vraye perpendiculaire, & poſant l'angle B comme pour droit, adonc icelny triangle rectangle imaginé A B C a trois termes cognus, à ſçavoir deux angles, & l'hypothenuſe A C, par iceux cerché le coſté de l'angle droit C B par la 34 propoſition, ſe trouve de 42 deg. 24.

Or ſi le donné C B euſt fait juſtement autant, il eſt notoire que la perpendiculaire imaginée euſt auſſi eſté le vrai A B, & que A B C ſeroit un triangle rectangle droit en B: Mais C B eſt plus court, car il fait 29 deg. 24.

Parquoi icelui C B prolongé juſques à D, tellement que C D fait 42 deg. 24 ①; la partie prolongée B D ſera 13 deg.

Mais ſi les 42 deg. 24 ① trouvez premiers en l'ordre, euſſent eſté plus petits que le donné C B, il euſt fallu ſuivre alors le premier exemple precedent: Mais le 3 exemple, s'il euſt eſté egal. Or donc ſoit marquée la vraye perpendiculaire A D comme coſté de l'angle droit du triangle rectangle A D C, je trouve ſa longueur par la 34 propoſition, de 29 deg. 30.

Ce qui eſtant ainſi, j'ay maintenant deux triangles rectangles A D C, A D B, chacun avec trois termes cognus, par leſquels on peut trouver les incognus requis, comme s'enſuit.

CONSTRVCTION.

Invention du coſté A B.

Premierement ayant fait la preparation comme deſſus, je trouve par la 33 propoſition, l'hypothenuſe A B du triangle rectangle A D B, qui eſt auſſi le coſté requis A B, de 32 deg.

Invention de l'angle C A B.

Premierement ayant fait la preparation comme deſſus, je trouve par la 33 propoſition l'angle C A D du triangle rectangle A D C, de 61 deg. 40.

D'iceux ſouſtrait l'angle B A D du triangle rectangle A D B, qui ſe trouve par la 33 propoſition, de 25 deg. 7.

Reſte pour l'angle requis C A B 36 deg. 33.

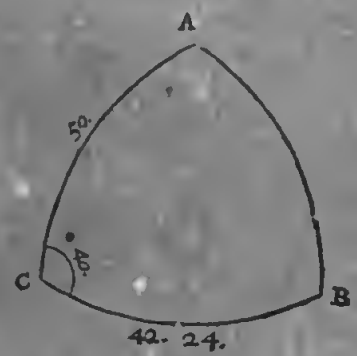
Invention de l'angle B.

Premierement ayant fait la preparation comme deſſus, je trouve par la 33 propoſition l'angle A B C du triangle rectangle A C B, qui eſt auſſi le requis, de 67 deg. 37.

3. *Exemple où la perpendiculaire ſera trouvée tomber dedans le coſté incognu.*

Le donné. Soit A B C un triangle ſpherique, dont l'angle C fait 40 degr. le coſté A C 50 degr. & C B 42 deg. 24 ①.

Le requis. Il faut trouver le troiſieſme coſté A B, & les autres deux angles A & B.



Preparation. Veu qu'il m'eſt encores incognu, ſi la perpendiculaire d'un angle incognu juſques à ſon coſté oppoſite, tombe dedans le triangle, ou dehors ou dedans le coſté incognu AB; je prens premierement AB, comme ſi c'eſtoit la vraye perpendiculaire, & poſant l'angle B comme pour droit, adonc icelui triangle rectangle imaginé A B C a trois termes cognus, à ſçavoir deux angles, & l'hypothenuſe A C, par iceux cerché le coſté de l'angle droit C B par la 34 propoſition ſe trouve de 42 deg. 24.

Or puis que le donné CB fait juſtement autant, il eſt notoire que l'imaginée perpendiculaire eſt auſſi la vraye AB, & qu'il faut que ABC ſoit un triangle rectangle droit en B: Tellement que l'angle B meſme eſt trouvé par ceſte preparation. Mais ſi les trouvés 42 deg. 24 ①, euſſent eſté plus petits que le donné CB, il euſt fallu ſuivre alors le 1 exemple; & le 2 exemple, s'il euſt eſté plus grand.

CONSTRVCTION.

Invention du coſté AB.

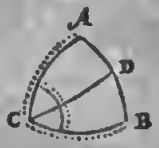
Premierement ayant fait la preparation comme deſſus, je trouve par la 33 propoſition, le coſté AB du triangle rectangle ABC comme le requis, de 29 deg. 30.

Invention de l'angle A.

Premierement ayant fait la preparation comme deſſus, je trouve par la 33 propoſition, l'angle A du triangle rectangle ABC comme le requis, de 61 deg. 40.

NOTEZ.

Si les deux coſtez cognus donnez, comme ici CA, CB, eſtoient egaux, alors les autres termes incognus ſe peuvent decouvrir par un plus court chemin que le precedent, car tiré CD à angle droit ſur AB, il partit le triangle ABC en deux triangles rectangles egaux & ſemblables CDA, CDB, ayant chacun, joignant l'angle en D, une hypothenuſe cognue, & un angle oblique cognu, à ſçavoir chacun la moitié de l'angle cognu ACB: Parquoi d'un de ces deux triangles rectangles ſoit de DCA, trouvé par la 34 propoſition l'angle requis A, & le coſté DA, on a enſemble par meſme moyen l'angle requis B, & le coſté DB, lequel adjouſté au coſté DA, on a le coſté requis AB.



Quant à la demonſtration des exemples de ceſte propoſition, elle eſt par tout notoire par la preparation & la conſtruction meſme.

Concluſion. Eſtant doncques cognu du triangle ſpherique l'angle oblique, avec deux coſtez le comprennant, nous avons trouvé le troiſieſme coſté, & les autres deux angles, ſelon le requis.

PROBLEME X. PROPOSITION XLI.

ESTant cognus du triangle ſpherique deux angles obliques, & un coſté à l'oppoſite d'un des cognus: Trouver le troiſieſme angle, & les autres deux coſtez.

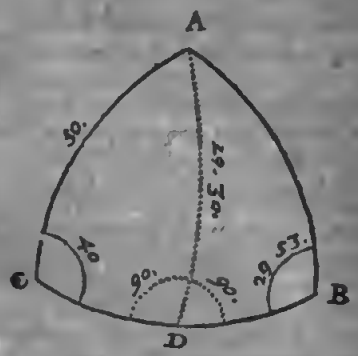
Les trois termes cognus, dit en general, ſont de ceſte qualité.

Et veu que la perpendiculaire de l'angle incognu ſur ſon coſté oppoſite tombe dedans ou hors le triangle, nous en mettrons deux exemples.

1. *Exemple où la perpendiculaire tombe dedans le triangle.*

Le donné. Soit ABC un triangle ſpherique, dont l'angle C fait 40 deg. l'angle B 29 deg. 53 ①, & le coſté AC 50 deg.

Le requis. Il faut trouver le troiſieſme angle CAB, & les autres deux coſtez BC, AB.



Preparation. Les deux angles cognus ayant ſemblable nom, qui eſt, tous deux aigus, ou obtus, la perpendiculaire du troiſieſme angle ſur ſon coſté oppoſite tombe dedans le triangle, mais de ceux qui n'ont point ſemblable nom, elle tombe dehors par la 6 propoſition: Lequel conſideré, & nos deux angles cognus ayant ſemblable nom, à ſçavoir tous deux aigus, je tire de l'angle incognu A, l'arc AD dedans le triangle donné ABC, & à l'angle droit ſur BC (comme il faut faire auſſi quand les deux angles cognus ſont tous deux obtus) avec lequel le triangle ABC ſe partit en deux triangles rectangles ADC, ADB: Tellemẽt que ADC a trois termes cognus: Par iceux trouvé ſon coſté de l'angle droit AD par la 34 propoſition ſe trouve de 29 deg. 30.

Tellement que l'autre triangle rectangle ADB a maintenant auſſi trois termes cognus, par leſquels on peut trouver les incognus requis, comme s'enſuit.

CONSTRVCTION.

Invention de l'angle CAB.

Premierement ayant fait la preparation comme deſſus, je trouve par la 34 propoſition l'angle CAD du triangle rectangle ADC, de 61 deg. 40.

Et par la 35 propoſition l'angle DAB du triangle rectangle ADB pour premiere ſolution de 85 deg.

Et pour deuxieſme ſolution du meſme angle DAB 95 deg.

A l'angle CAD 61 degr. 40 ① premier en l'ordre, adjouſté l'angle DAB 85 deg. deuxieſme en l'ordre, vient pour l'angle requis CAB, comme premiere ſolution 146 deg. 41.

Pour voir maintenant s'il y a une deuxieſme ſolution, ou non, je dis ainſi: A l'angle CAD 61 deg. 40 ① premier en l'ordre, adjouſté l'angle DAB 95 deg. troiſieſme en l'ordre, vient 156 deg. 40.

Lequel eſtant plus petit que 180 degr. je dis icelui eſtre pour la deuxieſme ſolution de l'angle requis CAB: Mais ſi la ſomme euſt eſté de 180 degr. ou davantage, il ne pourroit ſervir de concluſion, pource que tout angle eſt plus petit par la 1 definition de ces triangles ſpheriques, tellement qu'en tel cas il n'y auroit que la premiere ſolution.

Invention du coſté oppoſite de l'angle incognu, qui eſt du coſté BC.

Premierement ayant fait la preparation comme deſſus, je trouve par la 34 propoſition le coſté de l'angle droit CD du triangle rectangle ADC de 42 deg. 24.

Et

Et par la 35 propoſition le coſté de l'angle droit DB du triangle rectangle ADB, comme premiere ſolution, de 79 deg. 55.
Et pour la deuxieſme ſolution d'iceluy DB 100 deg. 5.
A CD 42 deg. 24 ① premier en l'ordre, adjouſté BD 79 deg. 55 ① deuxieſme en l'ordre, vient pour le requis CB comme 1 ſolution 122 deg. 19.
Pour voir maintenant s'il y a auſſi une ſeconde ſolution ou non, je dis ainſi: A CD 42 deg. 24 ① premier en l'ordre, adjouſté DB 100 deg. 5 ① troiſieſme en l'ordre, vient 142 deg. 29.

Lequel eſtant plus petit que 180 deg. je dis icelui eſtre pour la ſeconde ſolution du coſté requis CB. Mais ſi la ſomme euſt eſté de 180 deg. ou davantage, cela ne pourroit ſervir de ſolution, pource que tout coſté de triangle eſt plus petit, par la 1 definition de ces triangles ſpheriques. Tellemẽt qu'en tel cas il n'y auroit qu'une ſolution.

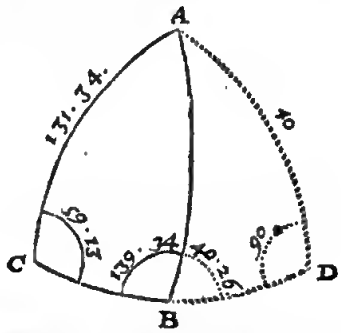
Invention du coſté oppoſite de l'angle cognu, qui eſt du coſté AB.

Premierement ayant fait la preparation comme deſſus, il eſt beſoin de ſçavoir ſi le triangle eſt de double ſolution ou non: Pour à quoi parvenir, il faut premierement trouver un des deux termes ſuſdits, ce qui eſt l'angle CAB, ou le coſté CB, lequel eſtant trouvé de double ſolution, ce coſté ſera auſſi de double ſolution, mais eſtant de ſimple, ceſtui-ci ſera auſſi de ſimple. Suivant lequel il faut que ceſt AB air une double ſolution, car l'angle CAB, ou le coſté CB eſtoient de double ſolution, comme il appert. Parquoi cerchés l'hypothenuſe AB du triangle rectangle ADB, par la 35 propoſition, ſe trouve de 81 deg. 14.
Et pour la ſeconde ſolution 98 deg. 46.

2. *Exemple où la perpendiculaire tombe dehors le triangle.*

Le donné. Soit ABC un triangle ſpherique, dont l'angle C fait 59 deg. 13 ①, l'angle ABC 139 deg. 34 ①, & le coſté AC 131 deg. 34 ①.

Le requis. Il faut trouver le troiſieſme coſté CAB, & les autres deux coſtez AB, BC.



Preparation. Les deux angles cognus ayant ſemblables noms, ce qui eſt, eſtant tous deux aigus ou obtus, la perpendiculaire du troiſieſme angle ſur ſon coſté oppoſite tombe dedans le triangle, mais de ceux qui ont les noms diſſemblables, elle tombe dehors, par la 6 propoſition. Lequel conſideré, & nos deux angles cognus ayant des noms diſſemblables, à ſçavoir l'un aigu, l'autre obtus, je tire de l'angle incognu A, l'arc AD dehors le triangle donné ABC, & à angle droit ſur le prolongé BC, avec lequel nous avons deux triangles rectangles ADC, ADB: Tellement que ADC a trois termes cognus: Par leſquels cerchés le coſté de ſon angle droit AD, par la 34 propoſition, ſe trouve de 41 deg.
Puis apres je ſouſtrais l'angle ABC 139 deg. 34.
De 180 deg.
Reſte pour l'angle ABD 40 deg. 26.

Tellement que l'autre triangle rectangle ADB a maintenant auſſi trois termes cognus, par leſquels on peut trouver les incognus requis, comme s'enſuit.

Construction.

Invention de l'angle CAB.

Premierement ayant fait la preparation comme deſſus, je trouve par la 34 propoſition l'angle CAD du triangle rectangle ADC, de 138 deg. 5.
Et par la 35 propoſition l'angle BAD du triangle rectangle ADB pour premiere ſolution de 83 deg. 32.
Et pour la ſeconde ſolution du meſme angle BAD 96 deg. 28.
De l'angle CAD 138 deg. 5 ① premier en l'ordre, ſouſtrait l'angle BAD 83 deg. 32 ① deuxieſme en l'ordre, reſte pour l'angle requis CAB, comme premiere ſolution, 54 deg. 33.
Pour ſçavoir maintenant s'il y a auſſi une ſeconde ſolution ou non, je voy ſi l'angle BAD 96 deg. 28 ① troiſieſme en l'ordre, ſe peut ſouſtraire de l'angle CAD 138 deg. 5 ① premier en l'ordre, & trouvé qu'ouy, parquoi iceux ſouſtraits, teſte pour la ſeconde ſolution de l'angle requis CAB 41 deg. 37.

Mais ſi l'angle BAD euſt eſté plus grand que CAD, il eſt notoire qu'il n'y euſt point eu de double ſolution.

Invention du coſté oppoſite de l'angle incognu, qui eſt du coſté BC.

Premierement ayant fait la preparation comme deſſus, je trouve par la 34 propoſition le coſté de l'angle droit CD du triangle rectangle ADC de 150 deg.
Et par la 35 propoſition le coſté de l'angle droit DB du triangle rectangle ADB, comme premiere ſolution, de 79 deg. 59.
Et pour la deuxieſme ſolution du meſme coſté DB 100 deg. 1.
Du coſté CD 150 deg. premier en l'ordre, ſouſtrait le coſté DB 79 deg. 59 ① deuxieſme en l'ordre, reſte pour le coſté requis BC, comme premiere ſolution, 70 deg. 1.
Pour ſçavoir maintenant s'il y a auſſi une ſeconde ſolution ou non, je regarde ſi le coſté DB 100 deg. 1 ① troiſieſme en l'ordre, ſe peut ſouſtraire du coſté CD 150 deg. premier en l'ordre, & trouvé qu'ouy, parquoi iceux ſouſtraits, reſte pour la ſeconde ſolution du coſté requis BC 49 deg. 59.

Mais ſi le coſté DB euſt eſté plus grand que CD, il eſt notoire qu'il n'y euſt point eu une ſeconde ſolution.

Invention du coſté oppoſite de l'angle cognu, qui eſt du coſté AB.

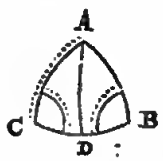
Premierement ayant fait la preparation comme deſſus, il eſt beſoing de ſçavoir ſi le triangle eſt de double ſolution ou non;

Pour

Pour à quoi parvenir il faut trouver premierement un des deux termes susdits, qui est l'angle C A B, ou le costé C B, lequel estant trouvé de double solution, ce costé sera aussi de double solution : mais estant de simple, ceste-ci sera aussi de simple. Suivant lequel il faut que cest A B ait une double solution, car l'angle C A B, ou le costé CB estoient de double solution, cõme il appert : Parquoi trouvé l'hypothenuse A B du triangle rectangle ADB par la 35 proposition, se trouve de 82 deg. 22.
Et pour la deuxiesme solution 97 deg. 38.

NOTEZ.

Si les deux angles cognus donnez, comme B, C, estoient egaux, l'invention des autres termes incognus sera plus courte que la precedente, car il faudroit que leurs costez opposites A B, A C, fussent aussi egaux: parquoi A D tiré à angle droit sur C B, elle partit le triangle A B C en deux triangles rectangles egaux & semblables A D B, A D C, ayant chacun deux angles cognus, & une hypothenuse cognuë: Parquoi d'un de ces triangles soit de ADB, trouvé par la 34 proposition le costé D B, & l'angle D A B, ou a par mesme moyen le costé D C, & l'angle D A C; lequel adjousté à l'angle D A B, on a l'aogle requis C A B: Et C D adjousté à DB, on a le costé requis CB: Quant à la double solution, elle ne vient point en l'espece de ce triangle, comme il appert en la 5 reigle de la 39 proposition. Touchant la demonstration, elle est par tout notoire par la construction.



Conclusion. Estant donc cognus du triangle spherique deux angles obliques, & un costé à l'oppositе d'un des cognus, nous avons trouvé le troisiesme angle, & les autres deux costez, selon le requis.

PROBLEME XI. PROPOSITION XLII.

ESTant cognus d'un triangle spherique deux angles obliques, & un costé entre deux : Trouver le troisiesme angle, & les autres deux costez.

Les trois termes cognus, dit en general, sont de ceste qualité.

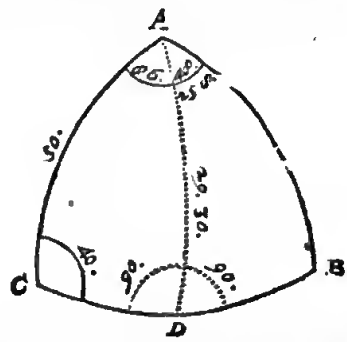
D'iceux nous ferons trois distinctions diverses, pource qu'une certaine perpendiculaire qu'il faut tirer ou imaginer, peut tomber de trois diverses façons, à sçavoir ou dedans le triangle, ou dehors, ou dedans le costé cognu, tellement que nous mettrons de chacun un exemple particulier.

1. *Exemple où la perpendiculaire sera trouvée tomber dedans le triangle donné.*

Le donné. Soit A B C un triangle spherique, dont l'angle C A B fait 86 deg. 48 ①, l'angle C 40 deg. & le costé entre deux A C 50 deg.

Le requis. Il faut trouver le troisiesme angle B, & les autres deux costez A B, B C.

Preparation. Veu qu'il m'est encores incognu si la perpendiculaire d'un angle cognu, comme A, jusques à son costé oppositе, tombe dedans le triangle, ou dehors, ou dedans le costé incognu A B, je prens premierement AB, comme si c'estoit la vraye perpendiculaire, & posant l'angle B comme droit, le triangle rectangle imaginé ABC a trois termes cognus, à sçavoir deux angles A, C, & l'hypothenuse A C, par iceux cerchés l'angle C B A, par la 34 proposition, se trouve de 61 deg. 40.



Or si l'angle donné CAB eust fait justement autant, il est notoire que la perpendiculaire imaginée eust aussi esté le vrai AB, & que ABC seroit un triangle rectangle droit en B, mais l'angle CAB est plus grand, car il fait 86 deg. 48.
Parquoi d'icelui angle C A B coupé l'angle C A D, qui me denote les 61 deg. 40 ① premier en l'ordre, le reste est pour l'angle D A B 25 deg. 8.
Mais si les trouvez 61 deg. 40 ① premier en l'ordre, eussent esté plus que l'angle donné C A B, il eust fallu suivre alors le 2 exemple, & le 3 exemple, s'ils eussent esté egaux Or donc ainsi marqué la vraye perpendiculaire A D, comme costé de l'angle droit du triangle rectangle A D C, je trouve sa longueur par la 34 proposition de 29 deg. 30.

Ce qui estant ainsi, j'ay maintenant deux triangles rectangles A D C, A D B, chacun avec trois termes cognus, avec lesquels on peut trouver les incognus requis, comme s'ensuit.

CONSTRUCTION.

Invention de l'angle B.

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 36 proposition l'angle B du triangle rectangle A D B, qui est aussi le requis, de 68 deg. 18.

Invention du costé A B.

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 36 proposition l'hypothenuse A B du triangle rectangle A D B, qui est aussi le costé requis A B, de 32 deg.

Invention du costé B C.

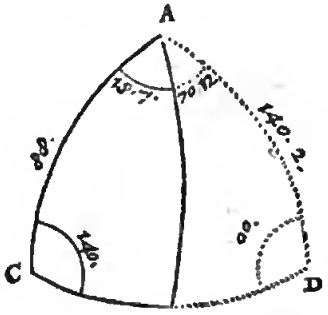
Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 34 proposition le costé C D du triangle rectangle A D C, de 41 deg. 24.
A iceux adjousté le costé D B du triangle rectangle

ctangle ADC, qui ſe trouve par la 36 propoſition, de 13 deg.
Font enſemble pour le coſté requis BC 55 deg. 24.

2. Exemple où la perpendiculaire ſera trouvée tomber hors le triangle donné.

Le donné. Soit ABC un triangle ſpherique, dont l'angle CAB fait 18 deg. 7 ①, l'angle C 140 deg. & le coſté entre deux AC 88 deg.

Le requis. Il faut trouver le troiſieſme angle ABC, & les autres deux coſtez AB, BC.



Preparation. Veu qu'il m'eſt encores incognu ſi la perpendiculaire d'un angle cognu comme A, juſques à ſon coſté oppoſite, tombe dedans le triangle, ou dehors, ou dedans le coſté incognu AB; je prens premierement AB, comme ſi c'eſtoit la vraye perpendieulaire, & poſant l'aogle ABC comme pour droit, le triangle rectangle imaginé ABC a trois termes cognus, à ſçavoir deux angles ACB, A, & l'hypothenuſe AC, par iceux cerchés l'angle CAD par la 34 propoſition, ſe trouve de 88 deg 19.
Or ſi l'angle doooé CAB euſt fait juſtement autant, il eſt notoire que la perpendiculaire imaginée euſt auſſi eſté le vray AB, & que ABC ſetoit un triangle rectangle droit en B, mais l'angle CAB eſt plus petit, car il fait ſeulement 18 deg. 7.
Parquoi à icelui angle CAB encores adjouſté l'angle BAD, tellement que CAD me denote les 88 deg. 19 ① premier en l'ordre, le reſte d'icelui CAB par deſſus 18 deg. 7 ①, eſt pour l'angle BAD 70 deg. 12.
Mais ſi le trouvé 88 deg. 19 ① ptemier en l'ordre, euſt eſté plus petit que l'angle donné CAB, alors il euſt fallu ſuivre le 1 exemple de ceſte propoſition, & le 3 exemple, s'il euſt eſté egal. Or done ainſi marquée la vraye perpendiculaire AD comme coſté de l'angle droit du triangle rectangle ADC, je trouve ſa longueur par la 34 propoſition, de 140 deg. 2.
Ce qui eſtant ainſi, j'ay maintenant deux triangles rectangles ADC, ADB, chacun avec trois termes cognos, par leſquels on peut trouver les incognus requis, comme s'enſuit.

CONSTRVCTION.

Invention de l'angle ABC.

Premierement ayant fait la preparation comme deſſus, je trouve par la 36 propoſition l'angle ABD du triangle rectangle ADB, de 136 deg. 9.
Leſquels ſouſtraits de 180 deg.
Reſte pour l'angle requis ABC 43 deg. 51.

Invention du coſté AB.

Premierement ayant fait la preparation comme deſſus, je trouve par la 36 propoſition l'hypothenoſe AB du triangle rectangle ADB, qui eſt auſſi le coſté requis de 112 deg.

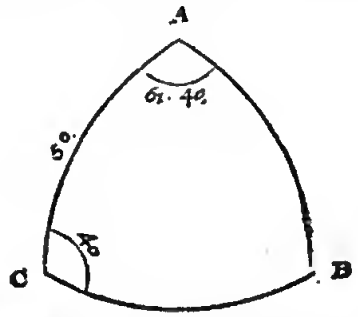
Invention du coſté BC.

Premierement ayant fait la preparation comme deſſus, je trouve par la 34 propoſition le coſté CD du triangle rectangle ADC de 92 deg. 37.
D'iceux ſouſtrait le coſté DB du triangle rectangle ADB, qui par la 36 propoſitioo ſe trouve de 60 deg. 44.
Reſte pour le coſté requis BC 31 deg. 53.

3. Exemple où la perpendiculaire ſera trouvée tomber dedans le coſté incognu.

Le donné. Soit ABC un triangle ſpherique, dont l'angle A 61 deg. 40 ①, l'angle C 40 deg. & le coſté entre deux AC 50 deg.

Le requis. Il faut trouver le troiſieſme angle B, & les autres deux coſtez AB, BC.



Preparation. Veu qu'il m'eſt encotes incognu ſi la perpendiculaire d'un angle cognu eomme A, juſques à ſon coſté oppoſite, rombe dedans le triangle, ou dehors, ou dedans le coſté incognu AB, je prens premierement AB, eomme ſi e'eſtoit la vraye perpeodiculaire, & poſant l'angle ABC, comme pour droit, le triangle rectangle imaginé ABC a trois termes eognus, à ſçavoir deux angles ACB, A, & l'hypothenuſe AC, par ieeux cerchés l'angle A, par la 34 ptopoſition, ſe trouve de 61 deg. 40.
Or puis que l'angle donné A fait juſtement autant, il eſt notoire qoe la perpendiculaire imaginée eſt auſſi le vrai AB, & qu'il faut que ABC ſoit un triangle rectangle dtoit en B: Tellement que l'angle B eſt trouvé par ceſte preparation meſme. Mais ſi le trouvé 61 deg. 40 ①, euſt eſté plus petit que l'angle dooné A, il euſt fallu ſuivre alors le 1 exemple; & le 2 exemple, s'il euſt eſté plus graod.

CONSTRVCTION.

Invention du coſté AB.

Premietement ayant fait la preparation comme deſſus, je trouve par la 34 propoſitiõ le coſté de l'angle droit AB du triangle rectangle ABC, comme le requis de 29 deg. 30.

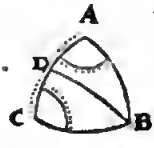
Invention du coſté BC.

Premierement ayant fait la preparation eomme deſſus, je trouve par la 34 propoſitiõ le coſté de l'angle droit BC du triaogle rectangle, ABC comme le requis de 42 deg. 24.

NOTEZ

NOTEZ 1.

Si les deux angles cognus donnez, comme A & C, eſtoient egaux, les autres termes incognus ſe peuvent trouver par un plus court chemin que le precedent, car il faudroit que leurs coſtez oppoſites A B, BC, fuſſent auſſi egaux, & B D tiré à angle droit ſur A C, il partit le cognu A C en deux parties cognuës egales AD, DC, tellement que nous avons deux triangles rectãgles egaux & ſemblables B D A, B D C, ayant chacun deux angles cognus, & un coſté cognu entre deux: Parquoi l'un de ces triangles, ſoit de B D A, trouvé par la 36 propoſition l'hypothenuſe A B, & l'angle A B D, on a le coſté requis B C, auſſi l'angle D B C, lequel adjouſté à l'angle A B D, on a l'angle requis A B C.



NOTEZ 2.

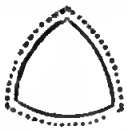
Nous avons dit ci devant au commencement des preparations eſtre incognu, ſi la perpendiculaire d'un angle cognu juſques à ſon coſté oppoſite tombe dedans le triangle, ou dehors, ou dedans le coſté cognu: Toutesfois quand les deux angles cognus donnez ne ſont que 90 deg. enſemble, ou ſont plus petits, alors nous ſçavons où elle tombe, à ſçavoir hors le triangle, à cauſe qu'il faut alors que le troiſieſme angle incognu ſoit obtus, par la conſequence de la 14 propoſition, entre lequel & un des autres angles aigns ne tombe point de perpendiculaire, mais vient dehors le triangle par la 6 propoſition. Quant à la demonſtration, elle eſt par tout notoire par la conſtruction.

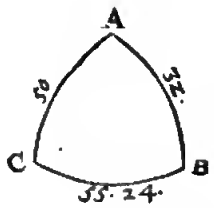
Concluſion. Eſtant doncques cognus dn triangle ſpherique denx angles obliques, & un coſté entre deux: Nous avons trouvé le troiſieſme angle, & les autres deux coſtez, ſelon le requis.

PROBLEME XII. PROPOSITION XLIII.

ESTant d'un triangle ſpherique donné trois coſtez cognus: Trouver les trois angles.

Les trois termes cognus ſont, dit en general, de ceſte qualité.





Le donné. Soit A B C un triangle ſpherique, dont le coſté AB fait 32 deg. B C 55 deg. 24 ⓣ, & C A 50 degr.

Le requis. Il faut trouver les trois angles.

OPERATION.

Invention de l'angle A.

Multipliés l'un par l'autre les ſinus des deux coſtez qui comprennent l'angle requis A, qui eſt 7660 avec 5299, vient 40590340: De cela ſouſtrait par regle generale les quatre dernieres lettres, à ſçavoir touſjours autant comme noſtre ſinus de l'angle droit a de principes ou nuls, reſte 4059.

Souſtrait le moindre coſté des deux qui comprennent l'angle requis A du plus grand, reſte 18 degr. duquel le verſé par la 14 propoſition de la conſtruction des ſinus 490.

Et le verſé du coſté oppoſite de l'angle requis A, fait 4322.

Difference entre les meſmes & 490 deuxieſme en l'ordre, eſt 3832.

Apres je dis, 4059 premier en l'ordre, donne ſinus de l'angle droit 10000, combien 3832 quatrieſme en l'ordre? vient verſé 9449.

Duquel l'angle pout l'angle requis A, fait par la conſequeuce de la 14 propoſition de la conſtruction des ſinus 86 gr. 48.

Et ſemblablement ſeront trouvez les angles en tous exemples, moyennant qu'és arcs & angles plus grands que 90 degrez, on ſe ſouvienne de prendre leur competent verſé plus grand que 10000, ſelon qu'il appartient, & ſuivant ceci l'angle requis B ſe trouvera de 68 tr.

Et l'angle C de 40. tr. 1.

DEMONSTRATION.

Premierement ſur l'invention du coſté B C.

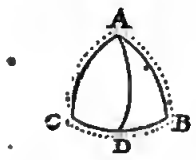
Il appert par la 30 ptopoſition, qne qnand d'un triangle ſpherique ſont fait trois termes, dont le premier eſt le tectangle plat comprins ſous les deux ſinus de deux coſtez: Le deuxieſme terme le quarré du ſinus de l'angle droit: Le troiſieſme terme la difference des deux verſés, dont l'un verſé de la difference d'iceux deux coſtez, l'autre verſé du troiſieſme coſté: Qu'alors leur quatrieſme terme proportionnel eſt pour le verſé de l'angle comprins ſous les deux premiers coſtez.

Mais du precedent triangle ſphetique A B C ſont fait trois termes, dont le premier eſt le rectangle plat 40590340 comprins ſous les ſinus 7660, 5299 des deux coſtez A C, AB: Le ſecond terme le quarré de l'angle droit 100000000, (ou en leur place 4059, 10000, car l'un & l'autre donne nn meſme qnatrieſme) Le troiſieſme terme 3832 difference de deux verſés, dont l'un 490 verſé de la difference 18 deg. d'iceux deux coſtez A C, AB: L'autre 4322 verſé du troiſieſme coſté BC: Et 9449 eſt par l'operation quatrieſme terme proportionnel des ſuſdits trois:

Pourtant 9449 eſt pour verſé de l'angle A comprins ſous les deux premiers coſtez A C, AB: Mais l'angle de 9449 fait 86 deg. 48 ⓘ par l'operation, pourtant fait autant l'angle requis A.

NOTEZ.

Si de deux coſtez cognus deux eſtoient egaux, comme par exemple ici A B, A C, les autres termes incognus ſe peuvent trouver par voye plus courte que la precedente, car leurs angles oppoſites C, B, ſeroient auſſi egaux: Pourtant tiré AD à angle droit ſur C B, elle diviſe icelle C B en deux parties egales cognuës, tellement que nous avons deux triangles rectangles ADC, ADB, chacun avec deux coſtez cognus, à ſçavoir l'hypothenuſe, & un coſté de rectangle: Pourtant d'un de ces deux triangles, je prens de A D C, trouvé pat la 32 ptopoſition l'angle requis C, & l'angle C A D, on a auſſi l'angle requis



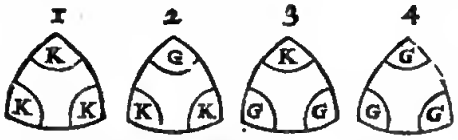
requis B, & l'angle BAD, lequel adjouſté à l'angle CAD, on a l'angle requis CAB.

Concluſion. Eſtant donc d'un triangle ſpherique donné trois coſtez, nous avons trouvé les trois angles, ſelon le requis.

Probleme XIII. Propoſition XLIV.

Eſtant d'un triangle ſpherique donné trois angles : Trouver les trois coſtez.

Les trois termes cognus peuvent tomber en quatre diverſes ſortes ainſi:

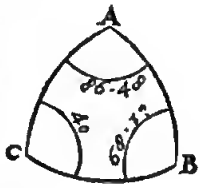


Leſquels recevant diverſes manieres d'operation, nous en deſcrirons deux exemples.

1. *Exemple du 1 & 2 triangle de ceſte qualité.*

Le donné. Soit ABC un triangle ſpherique, duquel l'angle A fait 86 degr. 48 ①, B 68 deg. 19 ①, C 40 deg.

Le requis. Il faut trouver les trois coſtez.



Construction.

Invention du coſté oppoſite au majeur angle, comme ici le coſté BC.

Multipliez l'un par l'autre les ſinus des deux angles qui touchent le coſté requis BC, qui eſt 6428 avec 9292 des angles B, C, vient 59728976, d'iceux coupées par reigle generale les quatre dernieres lettres, à ſçavoir autant que noſtre ſinus de rectangle contient de 0, demeure 5973.

Difference des deux angles qui touchent le coſté BC requis 28 deg. 19 ①, dont le verſé par la 14 propoſition de la conſtruction des ſinus, 1197.

Le verſé de la difference de demicercle de l'angle A à l'oppoſite du coſté requis BC, fait 10558.

Difference entre iceux & 1197 deuxieſme en l'ordre, fait 9361.

Apres je dis 5973 premier en l'ordre, donne ſinus d'angle droit 10000, combien 9361 quatrieſme en l'ordre ? vient verſé 15672.

Dont l'arc pour la conſequence de la 14 propoſition de la conſtruction des ſinus 124 degr. 33 ①, duquel la difference du demicercle pour la requiſe BC 55 deg. 27.

Invention du coſté oppoſite à l'angle n'eſtant point le majeur, comme ici AB *ou* AC, *ſoit* AB.

Multipliez l'un par l'autre les ſinus des deux angles qui touchent le coſté AB requis, c'eſt 9984 par 9292 des angles A, B, vient 92771328, d'iceux ſouſtrait par reigle generale les quatre dernieres lettres, à ſçavoir autant que noſtre ſinus du rectangle contient de 0, demeure 9277.

Adjouſtez les deux angles qui touchent le coſté AB requis, ce ſont ici les deux angles A, B, font 155 degr. 7 ①, & iceux ſouſtraits de 180 degr. reſte 24 degr. 53 ①, dont le verſé par la 14 propoſition de la compoſition des ſinus 928.

Le verſé de l'angle C à l'oppoſite du coſté AB requis, fait 2340.

La difference entre iceux & 928 deuxieſme en l'ordre, fait 1412.

Puis je dis 9277 premier en l'ordre, donne ſinus de rectangle 10000, combien 1412 quatrieſme en l'orde ? vient verſé 1522.

Dont l'arc pour l'arc requis AB, par la conſequence de la 14 propoſition de la conſtruction des ſinus, 32 deg. 2.

Invention du coſté AC.

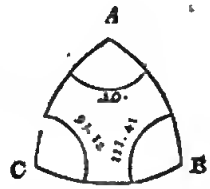
Qui comme AB eſt auſſi à l'oppoſite d'un angle n'eſtant le majeur, eſt comme d'icelui AB, & ſuivant cela ſe trouvera de 50 deg.

Et ſemblable ſera auſſi l'invention des trois coſtez du triangle de la deuxieſme ſorte.

2. *Exemple du 3 & 4 triangle de ceſte qualité.*

Le donné. Soit ABC un triangle ſpherique, duquel l'angle A fait 40 deg. B 111 degr. 41 ①, C 93 degr. 12 ①.

Le requis. Il faut trouver les trois coſtez.



Construction.

Invention d'un des trois coſtez comme il advient, ſoit BC.

Multipliez l'un par l'autre les ſinus des deux angles qui touchent le coſté requis, c'eſt 9984 par 9292 des angles C, B, vient 92771328, d'iceux ſouſtraires par reigle generale les quatre dernieres lettres, à ſçavoir autant comme noſtre ſinus de rectangle contient de 0, reſte 9277.

Difference des deux angles qui touchent le coſté BC requis, eſt 18 deg. 29 ①, dont le verſé par la 14 propoſition de la conſtruction des ſinus, 516.

Le verſé de la difference au demicercle de l'angle A à l'oppoſite du coſté BC requis, fait par la 14 propoſition de la conſtruction des ſinus, 17660.

La difference entre iceux & 516 deuxieſme en l'ordre, fait 17144.
Puis je dis, 9277 premier en l'ordre, donne ſinus de rectangle 10000, combien 17144 quartieſme en l'ordre? vient verſé 18480.
Dont l'arc par la 12 propoſition de la conſtruction des ſinus 148 deg duquel la difference au demicercle pour le coſté BC requis 32 deg.
Et de la meſme façon ſe trouveront les deux autres coſtez, à ſçavoir AB de 130 deg.
Et AC de 124 deg. 36.

Semblablement ſe trouveront les trois coſtez de la quartieſme figure avec trois angles donnez obtus.

Notez.

La conſtruction de l'invention de ce coſté BC en ce deuxieſme exemple n'a, comme il ſe peut voir, nulle difference avec la conſtruction de l'invention du coſté BC à l'oppoſite de l'angle majeur au 1 exemple: Mais la conſtruction de l'invention de ces deux coſtez AB, AC, eſtant comme celle de BC, a difference avec l'operation de l'invention d'iceux deux coſtez AB, AC du premier exemple, comme il appert. La raiſon pourquoy j'ay ici deſcrit au long l'invention de BC, eſt afin que quand on le veut imiter en effect, l'invention des trois termes ſoit en chacun exemple parfaitement.

Demonstration.

Au premier ſur l'invention du coſté BC *du premier exemple.*

Il appert par la 31 propoſition, que quand d'un triangle ſpherique avec deux ou trois angles aigus, ſont faits trois termes, dont le premier eſt le rectangle plat comprins ſous les ſinus des deux moindres angles: Le ſecond terme, le quarré du ſinus du rectangle: Le troiſieſme terme, la difference des deux verſés, dont l'un verſé de la difference d'iceux deux angles moindres, l'autre verſé de la difference au demicercle du troiſieſme angle, qu'alors leur quatrieſme terme proportionel eſt pour le verſé de la difference au demicercle du coſté à l'oppoſite du meſme angle.

Mais du triangle ſpherique ABC avec trois angles du 1 exemple, ſont faits trois termes, dont le premier eſt le rectangle plat 59728976 comptins ſous les ſinus 6428, 9292, des deux moindres angles B, C: Le ſecond terme, le quarré du ſinus du rectangle 100000000 (ou en leur place 5973, 10000, car l'un & l'autre donne un meſme quartieſme.) Le troiſieſme terme 9361 la difference des deux verſés, dont l'un 1197 verſé de la difference d'iceux deux angles moindres B, C; l'autre 10558 verſé de la difference au demicercle du troiſieſme angle A: Et 15672 eſt par l'operation, quatrieſme terme proportionnel des ſuſdits trois.

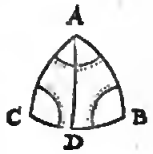
Pourtant 15672 eſt pour verſé de la difference au demicercle du coſté à l'oppoſite du meſme angle A: Mais l'arc de 15672 fait 124 deg. 33 ①, dont la difference au demicercle 55 deg. 27 ① par l'operatioo, & pource fait autant le coſté BC requis.

Et ſemblable ſera auſſi la demonſtration de l'invention des coſtez AB, AC à l'oppoſite des deux moindres angles, moyennant qu'à cela on ſe ſerve de la deuxieſme partie de la 31 propoſition, comme au precedent on ſe ſervoit de la premiere partie d'icelle.

Ainſi eſt auſſi notoire par la conſequence de la 31 propoſition, la demonſtration de l'invention des trois coſtez d'un triangle avec deux ou trois angles obtus.

Notez.

Si de trois angles cognus deux eſtoient egaux, comme en ce triangle ABC, les deux angles egaux, par exemple B, C, les trois coſtez incognus ſe peuvent trouver par voye plus briefve que la precedente: Car tirés AD perpendiculaire ſur BC entre les deux angles egaux B, C, elle partit l'angle cognu CAB en deux parties egales cognuës, tellement que nous avons deux triangles rectangles ADC, ADB, chacun avec trois angles cognus, pourtant d'un de ces triangles, je prens ADC, trouvé par la 37 propoſition le coſté requis AC, & le coſté DC, on a auſſi le coſté requis AB, enſemble DB, qui adjouſté à CD, on a le coſté requis BC.



Concluſion. Eſtant donc d'un triangle ſpheriqoe donné trois angles, nous avons trouvé les trois coſtez, ſelon le requis.

INDICE DES TRIANGLES SPHERIQVES.

Lequel eſt une maniere de table, monſtrant comment on trouvera des triangles au precedent, pour imiter l'operation d'iceux en un triangle propoſé, dont on veut trouver un terme, ou termes incognus.

Veu que les preeedentes teigles des operations, par leſquelles on cerche les termes incognus des triangles, ſont fort differentes, & qu'il ſeroit moleſte de les tenoir toutes par cœur, nous deſcritons ici certaine maniere pour prevenir à telle peine, de ſorte qu'à tout exemple occurrant, on trouve incontinent uo ſemblable au precedent, dont on peut ſuivre l'operation de poinct en poinct, ſans charger la memoire d'aucunes de ces differences. A icelle fin nous mettons ceſte ſuivante deſcription des triangles en forme de table diſtinguée en trois membres, dont nous declarerons ci apres l'uſage par exemple.

TRIAN-

TRIANGLES SPHERIQVES DV PREMIER MEMBRE AVEC *rectangles cognus donnez.*

Page 52 le 1 exemple de la 32 propoſition.

Page 52 le 2 exemple de la 32 propoſition.

Page 53 le 3 exemple de la 32 propoſition.

Page 53 le 4 exemple de la 32 propoſition.

Page 55 le 1 exemple de la 33 propoſition.

Page 55 le 2 exemple de la 33 propoſition.

Page 55 le 3 exemple de la 33 propoſition.

Page 57 le 1 exemple de la 34 propoſition.

Page 57 le 2 exemple de la 34 propoſition.

Page 57 le 3 exémple de la 34 propoſition.

Page 58 le 4 exemple de la 34 propoſition.

Page 59 le 1 exemple de la 35 propoſition.

Page 59 le 1 exemple de la 35 propoſition.

Page 61 le 1 exemple de la 36 propoſition.

Page 61 le 2 exemple de la 36 propoſition.

Page 62 le 3 exemple de la 36 propoſition.

Page 62 le 4 exemple de la 36 propoſition.

Page 64 le 1 exemple de la 37 propoſition.

Page 64 le 2 exemple de la 37 propoſition.

Page 64 le 3 exemple de la 37 propoſition.

TRIANGLES SPHERIQVES DV DEUXIESME MEMBRE AVEC UN *coſté cognu donné de 90 degr. ſans angle droit cognu.*

Page 66 le 1 exemple de la 38 propoſition.

Page 66 le 1 exemple de la 38 propoſition.

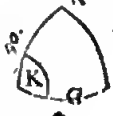
Page 67 le 2 exemple de la 38 propoſition.

Page 67 le 2 exemple de la 38 propoſition.

Page 67 le 3 exemple de la 38 propoſition.

Page 68 le 4 exemple de la 38 propoſition.

Page 68 le 5 exemple de la 38 propoſition.

Page 68 le 5 exemple de la 38 propoſition. 

Page 69 le 6 exemple de la 38 propoſition.

Page 69 le 6 exemple de la 38 propoſition.

Page 69 le 7 exemple de la 38 propoſition.

Page 69 le 7 exemple de la 38 propoſition.

Page 70 le 8 exemple de la 38 propoſition.

Page 70 le 8 exemple de la 38 propoſition.

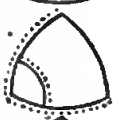
Page 71 le 9 exemple de la 38 propoſition.

Page 71 le 9 exemple de la 38 propoſition.

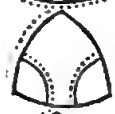
Page 71 le 10 exemple de la 38 propoſition.

TRIANGLES SPHERIQVES DV TROISIASME MEMBRE SANS RECTANGLE *cogneu donné au coſté de 90 deg.*

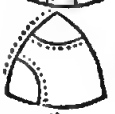
Page 72 à la 39 propoſition, liſes premierement en la 72 page l'advertiſſement general declarant quel exemple il faut ſuivre.



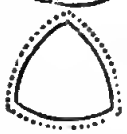
Page 78 à la 40 propoſition.



Page 80 à la 41 propoſition.



Page 82 à la 42 propoſition.



Page 84 à la 43 propoſition.

Page 85 le 1 exemple de la 44 propoſition.

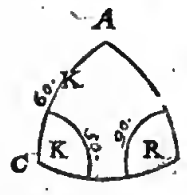
Page 85 le 1 exemple de la 44 propoſition.

Page 85 le 2 exemple de la 44 propoſition.

Page 85 le 2 exemple de la 44 propoſition.

L'VSAGE DV PRECEDENT INDICE DES TRIANGLES SPHERIQVES.

SOient à trouver un ou pluſieurs termes incognus de ce triangle ABC, dont l'angle B fait 90 deg. C 50 deg. A C 60 deg. Lequel B eſtant un angle droit, & A C un coſté plus petit que le quart d'un cercle, & C un angle aigu, je mets à l'angle droit ſa lettre ſignifiante R, ſur A C la lettre K, & à l'autre angle auſſi K (ſignifiant plus petit pour les raiſons dites ailleurs) comme on voit. Or veu que ceci eſt un triangle rectangle, je cerche le ſemblable au 1 membre de l'indice des triangles, le trouvant là le 8 en l'ordre, où je voy qu'un ſemblable ſera trouvé en la 57 page au 1 exemple de 34 propoſition, parquoi icelle operation ſuivie, on vient au requis. Et ainſi avec tous autres. Notez encores qu'en tous les exemples des triangles rectangles, comme ceux du premier membre, nous avons denoté l'angle droit avec B, A C ſignifie par tout l'hypothenuſe, AB & BC ſont touſiours coſtez de l'angle droit : Mais s'il advenoit à quelqu'un qu'il fallut trouver les termes incognus d'un triangle marqué avec d'autres lettres, ou avec les meſmes autrement miſes, il pourroit au lieu d'iceux (pour ne troubler l'eſprit de diverſes lettres d'une meſme ſignification) mettre B à l'angle droit, A en haut, C au troiſieſme angle. Et ſi l'angle droit du triangle donné eſtoit à la main ſeneſtre, on le pourroit tourner juſques à ce qu'il vint à la main dextre. Ou bien marquer un autre triangle de telle diſpoſition comme il eſt aux exemples.



Ce que nous avons dit ici du triangle rectangle, s'entendra auſſi des autres triangles ſans angle droit cognu, comme ceux du 2 & 3 membre, leſquels on pourra touſiours marquer avec des lettres, & remettre comme ſont les exemples imitables dans le livre, & alors ſuivre l'operation non ſeulement de mot à mot, mais auſſi de lettre à lettre.

Quant à ce que de la 40, & 41, & 42 propoſition, toutes les diverſes ſortes qui s'y peuvent rencontrer, ne ſont deſcrites chacune en particulier comme des autres propoſitions, cela a eſté laiſſé comme n'eſtant point neceſſaire. Dequoi pour en parler par exemple, quelqu'un pourroit dire ainſi; Rencontrant un triangle de la qualité de la 40 propoſition, en laquelle eſtant trois exemples, que ſçay-je lequel des trois je ſuivrai premierement pour trouver les termes incognus ? Là deſſus je dis que quel exemple des trois qu'on prenne, on vient au requis. Comme par ſimilitude je ſuive le 1 exemple, avec lequel eſtant venu en la preparation au dernier de l'ordre, là il y a eſcrit s'il faut que je continuë l'opetation avec icelui 1 exemple, ou avec le 2, ou 3. Parquoi le reſte achevé avec tel exemple, comme il me ſera demonſtré, je viens au requis. Mais ſi je commençois à ſuivre premierement un des autres deux exemples, j'y trouve auſſi à la fin de la preparation ſemblable advertiſſement. Le meſme faut-il auſſi entendre de la 41 & 42 propoſition, là où aux preparations il y a tels advertiſſemens.

APPLI-

APPLICATION DES POLYGONES SPHERIQVES.

Argument sur l'Application.

IUsques ici a esté descrite l'invention des termes incognus des triangles spheriques, & combien que par icelle se puissent trouver les termes incognus trouvables de tous angles spheriques, à cause qu'on les peut partir en triangles, ou bien y adjoustant en faire des triangles; toutesfois la chose requetant declaration, nous joindrons au precedent encores ceste suivante description que nous appellons APPLICATION.

CEste application des polygones spheriques, est fort semblable à l'application des polygones plats au livre des triangles plats: car deux telles definitions que là ont esté faites, la premiere d'angle revers, l'autre de quadrangle vulgaire, angle de quadrangle revers, & quadrilatere croisé; on peut aussi entendre semblables definitions des polygones spheriques. Apres, les operations des deux dernieres propositions des polygones plats, sont fort semblables aux operations des deux semblables propositions des polygones spheriques: Toutesfois les qualitez des angles spheriques, different en cela des plats, qu'ils n'ont point les impossibilitez de solutions, comme les autres; car trois costez incognus, qu'on ne peut trouver aux triangles & polygones plats, par tous les autres termes cognus, comme il appert en la 3 proposition de l'application des polygones plats, se peuvent trouver aux spheriques: Semblablement deux costez paralleles incognus, qu'on ne peut trouver aux polygones plats, comme il appert en la 4 proposition, de cela ne peut venir aucun empeschement aux angles spheriques, pource que deux costez paralleles n'y peuvent estre. Cependant il y a ici au contraire du desavantage des angles spheriques, à sçavoir que par tous les angles cognus moins un, icelui incognu ne se trouve, d'autant que tous les angles en superfice spherique, ne sont egaux à autant de rectangles doubles, comme il y a d'angles moins deux, ainsi qu'il advient aux plans rectilignes, comme il appert en la 1 proposition de l'application des triangles plats.

Ceci considéré, nous descrirons deux propositions des polygones spheriques, comme les deux dernieres des polygones plats; toutesfois differentes en cela, que celles-ci (comme nous avons dit dessus) sont plus generales, à sçavoir qu'aux termes donnez des polygones spheriques il n'y a point d'exception comme aux autres de trois termes incognus n'estant points tous lignes: Ni aussi de deux costez paralleles incognus.

PROBLEME. I. PROPOSITION.

EStant donné un quadrangle spherique avec cinq termes cognus & trois incognus: Trouver les trois incognus.

Posons que les trois fois huict figures de la 6 propositioo de l'application des polygones plats, soient quadrangles spheriques: Nous mettrons iceux en trois exemples comme s'ensuit.

1. Exemple de la 1, 2, 3, 4, 6, & 7 figure.

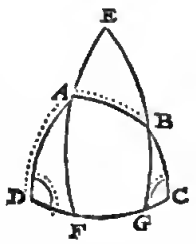
Ceste exemple des susdites 1, 2, 3, 4, 6, & 7 figures, n'a au donné, au requis, ny en la preparation ou construction aux quadrangles spheriques nulle difference des semblables en quadrangles plats, sinon qu'on trouve ici par tout en la construction les trois termes cognus des triangles selon la reigle des triangles spheriques, au lieu qu'on les trouve là, selon la reigle des triangles plats: Ce que considerant, nous tenons ceste invention des termes incognus par icelle pour cognuë.

2. Exemple de la 8 figure.

Le donné. Soit A B C D un quadrangle spherique de la qualité de la 8 figure, à sçavoir avec un costé incognu D C à l'oppositre de deux angles incognus A, A B C, les autres cinq termes cognus.

Le requis. Il faut trouver les trois termes incognus.

Preparation. Veu qu'en tirant l'arc D B, ou A C, comme en la 1, 2, 3, 4, & 6 figure, ni aussi par la production de deux costez, comme en la 7 figure, le quadrangle ne se peut former en deux triangles, dont l'un a trois termes cognus, comme il advient aux susdites figures, la preparation se fait comme s'ensuit: Je tire par les deux angles incognus D A B, A B C, deux quarts du cercle E F, E G, tous deux à angle droit sur le costé incognu D C.



CONSTRVCTION.

Le triangle A F D a trois termes incognus, à sçavoir l'angle A F D droit par la preparation, & D avec A D cognu par le donné: Par ceux-ci cerchés les trois termes incognus, se trouvent par la 34 proposition des triangles spheriques, à sçavoir l'angle D A F.
Le costé D F.
Et le costé A F.

Le triangle B C G a trois termes cognus, à sçavoir l'angle B G C droit par la preparation, & C avec B C cognus par le donné: Par iceux cerchés les trois termes incognus, se trouvent par la 34 proposition des triangles spheriques, à sçavoir l'angle G B C.
Le costé G C.
Et le costé B G.
Iceux soustraicts de E G 90 deg. reste E B.
Et A F troisiesme en l'ordre soustraict de E F 90 deg. reste A E.

Le triangle E A B a trois termes cognus, à sçavoir A E huictiesme en l'ordre, E B septiesme en l'ordre, & A B cognu par le donné: Par iceux cerchés les trois termes incognus, se trouvent par la 43 proposition des triangles

ſpheriques, à ſçavoir l'angle E, ce qui eſt auſſi pour FG.
L'angle EAB.
Et l'angle EBA.
Adjouſtez FG neufieſme en l'ordre, à DF deuxieſme en l'ordre, & GC quatrieſme en l'ordre, vient le requis DC.
EAB dixieſme en l'ordre, ſouſtraict de 180 deg. reſte BAF.
A icelui adjouſté DAF premier en l'ordre, vient l'angle requis DAB.
EAB onzieſme en l'ordre, ſouſtraict de 180 deg. reſte ABG.
A icelui adjouſté GBC quatrieſme en l'ordre, vient l'angle requis ABC.
Dont la demonſtration eſt notoire par la conſtruction.

3. *Exemple de la 5 figure.*

NOTEZ.

En deſcrivant ceſte propoſition, je n'eſtois encores parvenu à la cognoiſſance de l'invention des termes incognus de ceſte 5 figure, de ſorte que nous mettons ſeulement la ſuſcription de ce 3 exemple, comme par memoire pour ceux qui pourroient avoir envie de le chercher, afin d'avoir plus ample cognoiſſance du traicté des polygones ſpheriques.

ALB. GIRARD.

Voyés la ſolution de ceſt exemple en la page apres le K7 *de mes Sinus de la deuxieſme edition.*

PROBLEME. II. PROPOSITION.

ESTant donné un polygone ſpherique, avec tous les termes cognus, excepté trois: Trouver iceux trois termes incognus.

Le donné. Soit l'hexagone plat ABCDEF de la 7 propoſition en l'application des polygones plats, prins pour hexagone ſpherique, qui eſt que tous les coſtez ſoyent arcs de cercles majeurs, avec un coſté EF incognu, & deux angles E, AFE incognus, mais tout le reſte des termes cognus.

Le requis. Il faut trouver les trois termes incognus.

Conſtruction. La maniere de l'operation de ceſt exemple n'a nulle autre difference de celle de la ſuſdite 7 propoſition des polygones plats, ſinon ce qui ſe trouve là au premier & quatrieſme en l'ordre, par la 6 propoſition des triangles plats, ſe doit ici trouver, par la 33 propoſition des triangles ſpheriques: Semblablement ce qui ſe trouve là au neufieſme en l'ordre par le premier exemple de la 6 propoſition de l'application des polygones plats, ſe doit ici trouver par le 1 exemple de la 1 propoſition de ceſte application des polygones ſpheriques. Et ſemblable ſera le ſuccés avec tous les autres polygones ſpheriques (excepté là où ſe rencontre la ſuſdite 5 figure, dont manque ici encore l'invention des termes incognus) car ils ſe peuvent partir en triangles ou quadrangles, pour par iceux trouver les termes requis comme deſſus, dont la demonſtration eſt notoire par l'operation.

Concluſion. Eſtant donc un polygone ſpherique, avec tous les termes cognus excepté trois, nous avons trouvé iceux trois termes incognus, ſelon le requis.

Fin des Triangles Spheriques.

APPENDICE DV TRAICTE' DES TRIANGLES.

Argument ſur l'Appendice.

IE ne parlerois pas volontiers des erreurs d'autrui, je laiſſe d'en eſcrire, dont le recit ne me ſembleroit neceſſaire & utile: En partie d'autant que quelques uns l'interpretent communement qu'il ſe fait au meſpris d'autrui: Et auſſi en partie parce que j'eſtime qu'on trouve tant de vrai ſubject pour s'en exercer, qu'il n'eſt point beſoing de s'amuſer & perdre ſon temps aux corrections des erreurs des autres. Parquoi combien qu'en ceſte Appendice entre autres choſes je touche quelques fautes que j'ay rencontré (je dis quelques unes, comme n'eſtant ici point toutes à beaucoup pres) c'eſt d'autant que je trouve utile de mettre par memoire tant pour ſon EXCELLENCE *& pour moy meſmes, que pour d'autres qui pourroient eſtre deſireux de ſçavoir la cauſe de la difference entre quelques propoſitions de ce traicté & celles d'autres Autheurs. Quant à ce que quelques uns le pourront interpreter au contraire, il me ſuffit de croire qu'ils faillent, veu que je tient cet Autheurs pour tels, auſquels je me trouve obligé, pource que j'ay apprins d'eux en ceſte matiere; & auſſi pour tels, que je ne ſerois honteux d'avoir fait en ce preſent traicté plus des fautes qu'eux: leſquelles ſi elles y ſont, ce me ſeroit autant de contentement de les voir corrigées, que d'eſcrire meſme ceſte correction: Car il nous doit eſtre plus agreable d'apprendre des choſes vrayes, que d'eſtre eſtimez hommes ſans erreur, ce que nous ne ſommes point.*

Or puis que je n'ay point mis au precedent, ce que par ci par là on peut accommoder entre les propoſitions, & cela pour telles raiſons qu'il y a en l'argument, nous les aſſemblerons ici par ordre en divers chapitres, comme s'enſuit.

CHAPITRE I.

DV nom art de complement, & angle de complement de la 6 definition de la fabrique des ſinus.

On pourroit dire, que la trop grande curioſité au faict de definitions eſt vituperable, principalement quand

quand par l'uſage on entend aſſez la ſignification: Il eſt vray,& à mon advis auſſi ceci,à ſçavoir que ceſt erreur, de vouloir ſuivre des definitions qui cauſent erreur, comme je me ſuis apperceu en ce traicté, là où ſuivaot le nom complectent, je voulois accomplir ou adjouſter, où au contraire la choſe requerpit ſouſtraction, laquelle obſcurité & embtouïllement je trouvay à la fin provenit des definitions impropres.Il eſt auſſi à preſumer que la meſme impropriété peut avoir aidé aux fautes de quelques Autheurs que nous touchetons ci aptes; car ce ne ſeroit point eſtrange qu'une matiere ſubtile, laquelle nous eſt aſſez obſcure avec ces noms proptes, nous fuſt encores plus obſcure par les impropres, principalement d'un tel mot dont ceſte matiere eſt tellement entrelaſſee, comme il eſt apparu.

Chapitre II.

Svr la double concluſion des triangles plats.

Regiomontanus en la 51 propoſition de ſon 1 livre dit ainſi:

Les deux coſtez cognus donnez du triangle avec un angle aigu à l'oppoſite d'un des cognus, ne ſont point aſſez pour trouver le troiſieſme coſté, & les autres angles: Mais ſi nous ſçavions de quelle façon tombe la perpendiculaire, tout ſera notoire.

En quoy il erre pour ceſte raiſon: Premierement le coſté oppoſite de l'angle cognu, eſtant plus grand que l'autre cognu,il faut que l'angle oppoſite de l'autre coſté cogno ſoit neceſſairement aigu, comme il appert par la demonſtration de la 2 teigle de la 5 propoſition des triangles plats, par lequel nous ſçavons ſi la perpendiculaire rombe dehors ou dedans le triangle, car l'angle cognu donné eſtant obtus,elle y tombe dehors; mais eſtant aigu, dedans.

Secondement,les coſtez cognus eſtant d'egale grandeur, la perpendiculaire tombe appertement dedaos.

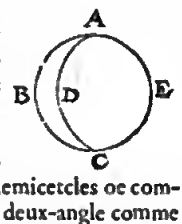
Tiercemeot, où le coſté oppoſite de l'angle cognu eſt plus petit que l'autre cognu, & que ſon angle oppoſite fut trouvé droit par la conſtruction, nous ſçavons manifeſtement que la perpendiculaire tombe dedans le coſté dooné.

Ce qui a eſté dit ici de *Regiomontanus*, s'entend auſſi auſſi de tous ſes adherens ſur la meſme propoſition.

Chapitre III.

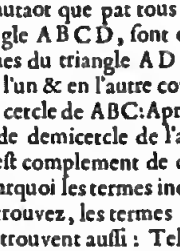
Svr la 1 definition des triangles ſpheriques, pourquoi le triangle ſpherique n'a beſoing d'autre coſté que plus petit qu'un demicercle.

Si chacun coſté d'un triangle ſphetique n'eſtoit plus petit qu'un demicercle, il y en aura un ou plus qui feront un demicercle, ou ſeront plus grands. Soit premierement A B C un demicercle,je dis que là deſſus ne ſe peut faire on triangle, à cauſe que ſi on titoit deux antres arcs de cercles majeurs, juſques à ce qu'ils s'entretouchaſſent, je prens A D, C D, ou A E, C E, pour former avec iceux les autres deux coſtez du triãgle,les meſmes deux arcs,puis qu'ils teodent devers les poles l'un de l'autre, ne font point d'angle en D oo E, mais un demicercle ſans angle: Tellement qu'alors ces deux demicercles oe comprenneot un triangle, mais ou un deux-angle comme A B C D, ou un cercle eotier accompli comme ABCE.

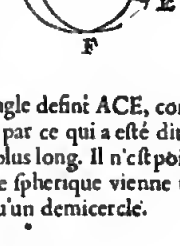


Parquoi dedans le triangle ne peut venir un coſté d'uo demicercle.

Mais ſi un coſté du triangle, ſoit de ceſt A B C D, eſtoit plus long qu'un demicercle,comme le coſté ABC, les autres deux A D, D C, plus courts, avec un angle revers A D C, & que quelqu'un vouluſt tenir cela pour un triangle, diſant qu'il pourroit-advenir que par trois termes cognus d'un tel triangle on deſireroit trouver les incognus. On reſpond là deſſus, que ſi cela ſe permettoit, beaucoup de theoremes ſur leſquels ſont fondez les problemes des triangles ſpheriques ſetoient faux. Comme par exemple le 2 theoreme de la 2 propoſition, eontenant que l'angle oppoſite du coſté AB en la figure y joincte doit eſtre aigu: Mais ſi au lieu de l'arc C B on entendoit que ſon complement de cercle (qui doit eſtre plus grand qu'un demicercle) deuſt ſervir pour troiſieſme coſté, l'angle oppoſite de A B ne ſeroit alors point aigu, mais obtus, pource qu'il ſeroit complement de demicercle de l'angle aigu ACB. Il eſt bien certain ſi on vouloit, on pouroit tellement former les theoremes, que tout en general ſeroit ferme, prenant touresfois des arcs pluſtoſt plus grands que plus petits qu'un demicercle pout coſtez d'un triangle. Neantmoins les Anciens ne l'ont point fait ainſi, comme n'eſtant point neceſſaire, car s'il y avoit à trouver le plus grand coſté, avec l'angle d'un tel triangle comme de ceſt ABCD, cela ſe peut faire avec le ttiangle ADC par les precedentes reigles, d'autaot que par tous les termes cognus donnez du ttiangle A B C D, ſont cognus aotant de ſemblables termes du triangle A D C, car les coſtez D A, D C, ſont en l'un & en l'autre communs,& AC eſt complement de cercle de ABC:Apres, l'aogle D A C eſt complement de demicercle de l'aogle D A B C, & l'augle D C A eſt complement de demicercle de l'aogle D C B A: Parquoi les termes incognus du triangle A D C eſtant trouvez, les termes incognus du triangle A B C D ſe trouvent auſſi: Tellement qu'il n'eſt poiot neceſſaire de definir des ttiangles avec un coſté plus grand qu'uo demicercle.



Mais s'il y avoit deux arcs chacun plus long qu'un demicercle, je ptens en ceſte figure A B C, A D E, il faot qu'ils s'entrecoupent comme en F, tellement que A B F, A D F, ſont chacun un demicercle par la 3 conſeqoence de la 1 propoſition des triangles ſphetiques. Soit titè maintenant CE comme troiſieſme coſté, icelui CE s'il fait un demicercle, ou s'il eſt plus grand, ou plus petit, il ne fait point de triangle avec les autres deux, mais une autre figute. Et en cas que quelqu'un deſiroit de trouvet quelques coſtez ou angles d'icelui, ils ſe peuvent trouver par le ttiangle defini ACE, comme il eſt à entendre clairement par ce qui a eſté dit ci deſſus du triangle avec nu coſté plus long. Il n'eſt point beſoing doncques qu'ao triangle ſpherique vienne un coſtè autrement que plus petit qu'un demicercle.

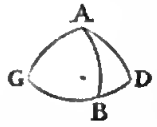


Chapitre IV.

Svr la 6 propoſition des triangles ſpheriques.

Regiomontanus en la 8 ptopoſition de ſon 4 livre des triangles, dit, que quand un triangle a deux

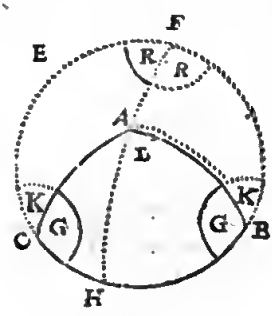
angles aigus ou obtus, du troiſieſme angle ne peut tomber une perpendiculaire dehors le triangle ſur ſon coſté oppoſite prolongé. Par exemple A B G eſtant un triangle dont les deux angles B, G ſont tous deux aigus ou obtus, de A ne peut tomber une perpendiculaire comme A D dehors le triangle A B G ſur le prolongé G B coſté oppoſite de l'angle G A B:



Et ſe ſert à cela d'une telle façon de demonſtration: Premierement ſi A D tomboit à angle droit ſur le prolongé G B, alors A D G ſeroit uo triangle rectangle droit à D, dont le coſté A D à l'oppoſite de l'angle aigu G, devroit eſtre plus petit que le quart d'un cercle, par la conſequence de la 2 propoſition. Secondement, A D B ſeroit auſſi un triangle rectangle droit à D, dont le coſté A D à l oppoſite de l'angle obtus A B D (qu'il faut qu'icelui ſoit obtus, appert en cela qu'il eſt complement de demicercle de l'angle aigu A B C) devroit eſtre plus grand que le quart d un cercle: Mais que A D ſe-toit plus grand & plus petit eſt impoſſible; A D doncques ne rombe pas hors le triangle.

Or combien que ceſte demonſtration ait grande apparence, toutesfois il a eté, d'autant que la perpendiculaire A D en tous ſemblables exemples y peut tomber dehors ſur le prolongé G B, ce qui ſe demonſtre ainſi.

Soit A B C un triangle ſpherique dont les deux angles A B C, A C B, ſont aigus ou obtus, ſoit tous deux obtus: Avec ceci il nous faut demonſtrer que de l'angle A peut tomber une perpendiculaire dehors le triangle A B C ſur le prolongé C B: A celle fin je mets le pole D de l'are C B, & produis le meſme arc C B aſſez avant, deſcrivant le cercle entier C B E, puis apres l'arc de D par A, juſques à ce qu'il rencontre le prolongé C B en F. Ce qui eſtant ainſi, A F eſt manifeſtement perpendiculaire, ou à angle droit ſur le prolongé C B, tombant hors du triangle donoé A B C. Et pour le declaret encores plus amplement en un mot, je dis ainſi: Puis qu'eo tel triangle tombe une perpendiculaire dedans le triangle comme A H, certes icelle proloogée de H par A, juſques à ce qu'elle face un demicercle, il faut que finalement elle rencontre le prolongé C B hors le triangle donné, comme en F. Ce qui eſtant ainſi, nous avons la demonſtration de noſtre 6 propoſition des triangles ſpheriques accommodée à cela, ne niant point qu'une perpendiculaire y tombe dehors.



Notez encores qu'avec la perpendiculaire A F nous pouvons trouver les termes incognus du triangle A B C, comme avec la perpeodiculaire A H dedans le triangle. Lequel pour declater, ſoient cognus les deux angles obtus A B C, A C B, & le coſté A B, & par iceux ſoit cerché le troiſieſme angle C A B avec les deux coſtez A C, B C. Pour à quoi parvenir & trouver premierement l'angle C A B, j'ay à celle fin un triangle rectangle B F A avec trois termes cognus, à ſçavoir l'angle droit à F l'hypothenuſe A B, & l'angle aigu F B A, comme difference de demicercle de l'angle cognu A B C: Par iceux trouvé le coſté A F, le triangle C F A a auſſi trois termes cognus, par leſquels trouvé l'angle F A C en l'un triangle, & F A B en l'autre, & la ſomme de ces deux ſouſtraite de 360 degr. le reſte eſt pour l'angle requis C A B: Puis apres trouvé l'hypothenuſe C A du triangle rectangle C F A, on a le coſté requis C A: Apres trouvé le coſté de l'angle droit F C du triangle C F A, & F B de l'autre triangle B F A, & leur ſomme ſouſtraite de 360 deg. le reſte eſt pour le requis C B.

Mais pout dire encores finalement pourquoi la ſuſdite demonſtration de *Regiomontanus* ne conſiſte point, la cauſe en eſt telle: Qu'il prend A C B F pour le triangle dont les trois coſtez ſont A F, F B C, C A, mais veu que ce coſté F B C (qui ſe denore avec ſon G B D) eſt plus grand qu'un demicercle (car F B H eſtant coupé de F D H fait ſeul un demicercle par la 3 conſequence de la 1 propoſition) cela n'eſt point uu triangle ſpherique ſelon le contenu de la definition qui s'en fait, par laquelle il faut que chacun coſté ſoit plus petit qu uo demicercle, comme il en a eſté fait plus ample declaration au 3 chapitre de ceſte Appendice, & conſequemment, combien que A F en un tel triaugle eſt coſté oppoſite de l'angle obtus A C B F, pource il ne faut point qu'il ſoit plus grand que le quart d'un cercle, mais eſt ici plus petit, comme il appert.

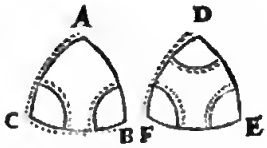
Ce qui a eſté dit ici de *Regiomontanus*, s'entend ainſi auſſi de tous ſes adherans ſur la meſme propoſition.

Chapitre V.

De quelque briefveté en l'invention des termes incognus d'un triangle ſpherique, fondé ſur la 7, 14, 17, & 18 propoſition de ce livre.

Veu que les theoremes de la premiere partie de ce livre ſont à celle fin pour s'en ſervir puis apres en effect, ce qui n'eſt point advenu avec la 14, 17, & 18 propoſition, nous demonſtrerons ici en bref leur uſage avec 4 exemples, enſemble un 5, foodé ſur la 7 propoſition, comme s'enſuit.

Il advient qu'un triaugle a quatre termes cognus, où il n'y a point d'angle droit ou coſté de 90 deg. ce qui ſe peut teucontrer au regard de noſtre deſſein, de ces deux diverſes façons.



Entre tels il y a quelquefois de plus coutts chemins pour trouver les deux termes incognus, qu'au precedent, pource que chaque terme ſe peut trouver ſeulement avecques une operation: Ce qu'il faut entendre ainſi.

Exemple I.

Si A C & C B ne ſont enſemble pas plus grands que 90 deg. A B ſera plus petit par la conſequence de la 17 propoſition, parquoi B C mis comme baſe, pour trouver A B par une operation, je puis dire ainſi:

Le ſinus de l'angle dextre B,
Donne le ſinus de l'angle ſeneſtre C,
Combien le ſinus du coſté ſeneſtre A C?
Vient le ſinus dont l'arc moindre eſt pour le requis A B.

Exemple II.

Si A C, C B ne ſont enſemble pas plus petits que 127 deg. A B ſera plus petit par la conſequence de la 18 pro-

18 propoſition, parquoi BC mis comme baſe, pour trouver AB par une operation, je puis faire comme a eſté fait au 1 exemple.

Exemple III.

Si la difference entre AC & CB n'eſtoit pas plus petite que de 90 degr. AB ſera plus grand par la conſequence de la 17 propoſition, parquoi BC mis comme baſe, pour trouver AB par une operation, je puis dire:

Sinus de l'angle dextre B,
Donne ſinus de l'angle ſeneſtre C,
Combien le ſinus du coſté ſeneſtre AC?
Vient le ſinus dont l'arc majeur eſt pour le requis AB.

Exemple IV.

Si C & B enſemble ne ſont pas plus grands que 90 degr. il faut que A ſoit plus grand par la conſequence de la 14 propoſition, parquoi AB mis comme baſe, alors pour trouver l'angle A par une operation, je puis dire ainſi:

Le ſinus du coſté dextre AC,
Donne le ſinus du coſté ſeneſtre BC,
Combien le ſinus de l'angle ſeneſtre B?
Vient le ſinus dont l'arc majeur eſt pour le requis A.

Exemple V.

Si D, E, F, eſtoient tous trois aigus, il faut que chacun coſté ſoit plus petit que le quart d'un cercle par la 7 propoſition, parquoi FE mis comme baſe, alors pour trouver DE par une opetation, je puis dire ainſi:

Le ſinus de l'angle dextre E,
Donne le ſinus de l'angle ſeneſtre F,
Combien le ſinus dn coſté ſeneſtre DF?
Vient le ſinus dont le plus petit l'arc moindre eſt pour le requis DE.

Semblablement pour trouver le coſté FE, je mets DE comme baſe, & dis ainſi:

Le ſinus de l'angle ſeneſtre E,
Donne le ſinus de l'angle dextre D,
Combien le ſinus du coſté dextre FD?
Vient le ſinus dont l'arc moindre eſt pour le requis.

Notez.

Veu que ceſte ſeule unique operation ſe fait par une multiplication & une diviſion, & que les autres deux operations en l'invention d'un terme (à ſçavoir où on cerche la perpendiculaire) n'ont chacune qu'une multiplication: On pourroit eſtimer que ceſte abbreviation eſt de petite eſtime, toutesfois conſiderant qu'il faut que pour deux operations on aille deux fois à la table des ſinus, & cercher deux fois un exemple imitable: Auſſi qu'il faut aſſembler quelquesfois les deux parties trouvées, ou ſouſtraire, qu'apres cela il faut prendre ſur les doubles concluſions ſi elles y peuvent eſtre ou non, & ſemblables, l'unique operation ſemble la plus courte & facile.

Chapitre VI.

Sur la 39 propoſition.

Iohannes Regiomontanus lib. 4. prop. 29. dit ainſi:

Cognitionem duorum laterum trianguli non rectanguli, & anguli uni eorum oppoſiti, inventioni reliqui lateris & reliquorum angulorum minimè ſufficere.

Ce qui ſe tranſlate ainſi:

La cognoiſſance de deux coſtez du triangle oblique, & un angle à l'oppoſite d'un des cognus, n'eſtre point aſſez à l'invention du troiſieſme coſté, & des autres angles.

Qu'il erre en ceci, comme n'eſtant point general, appert par la 39 propoſition de ce livre, où eſt demonſtré és 7 reigles, que joignant les triangles de double ſolution, aucunes ſont de ſimple, & quelques autres de ceux-là ſeront aigus ou obtus. Quant à la demonſtration de la ſuſdite 29 propoſition, où GH ſe mer d'un demicercle, il eſt impoſſible d'avenir en un triangle, à cauſe qu'il faut que les autres deux coſtez AG, AH, faſſent enſemble un arc d'un demicercle, ſans angle, comme il en a eſté parlé plus amplement au chapitre 3. Mais poſé qu'il y a ici faute de l'Imprimeur (comme il ſemble, & qu'au lieu de *arcus* GH *ſit ſemicircumferentiæ*, doit eſtre *arcus* GH *ſit ſemicircumferentia minor*) & qu'il faut entendre que GH ſoit plus petit que le quart d'un cercle (comme *Breſſius* le prend en la 34 propoſition de ſon 4 livre) & qu'il fut demonſtré que AGH euſt deux ſolutions, il ne s'enſuit point pourtant qu'icelle demonſtration ſoit generale ſur tous triangles, car le contraire a eſté demonſtré aux ſept ſuſdites reigles.

Ce qui a eſté dit ici de *Regiomontanus*, s'entend auſſi ainſi de tous ces imitateurs ſur la meſme propoſition.

Notez encores que ſi au lieu des ſept ſuſdites reigles, on euſt voulu mettre des theoremes, & iceux avec leurs demonſtrations joindre anpres des autres en la 1 partie, pour en apres tirer d'iceux comme hors des autres, les operations, au lieu de la 1 reigle on euſt en forme de theoreme peu dire ainſi:

Si l'angle ſeneſtre du triangle eſtoit aigu, & le coſté ſeneſtre plus petit que le coſté dextre: L'angle droit ſera ſeulement aigu.

Et au lieu de la 3 reigle, ainſi:

Si l'angle ſeneſtre du triangle eſtoit aigu, & le coſté ſeneſtre plus grand que le quart d'un cercle, & le coſté dextre pas plus petit que le complement de demicercle du coſté ſeneſtre: L'angle droit ſera ſeulement obtus.

Et ainſi des autres.

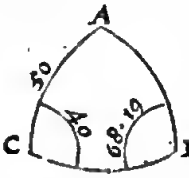
Mais ayant eſgard à l'uſage, nous avons trouvé plus facile & plus clair, au lieu des noms vulgaires, coſté ſeneſtre, coſté dextre, angle ſeneſtre, angle dextre, nous ſervir des lettres particulieres ABC, & les mettre en maniere de reigle, comme il a apparu. Toutesfois je ne le veux point fort contrariet à ceux qui le trouveront mieux autrement, mais j'ay ici ſeulement voulu declarer ce qui me ſembloit pour lors le plus commode.

Chapitre VII.

Sur la 41 propoſition.

Mauritius Breſſius dit à la fin de la 36 propoſition de ſon 4 livre, qu'au triangle ſpherique avec deux angles obliques cognus, & un coſté oppoſite de l'un d'iceux, il faut ſçavoir ſi l'autre coſté à l'oppoſite de l'angle cognu, eſt plus grand ou plus petit que le quart d'un cercle, & dit là deſſus que *Regiomontanus* & *Copernicus* ont failli. Certes la remarque de *Breſſius* nous advertiſſant d'erreur, n'eſt point à meſpriſer, toutesfois ſon dire n'eſt point general, car aucuns de ces triangles ont une certaine unique ſolution. Pour lequel demonſtrer, ſoit ABC un triangle ſpherique, dont l'angle C fait 40 deg. B 68 deg. 19 ①, & le coſté AC 50 deg. Suivant avec ceci l'operation de la 41 propoſition, la premiere

ſolution ſera telle, AB 32 deg. CB 55 deg. 24 ①, l'angle A 86 deg. 48 ①. Et ſi on vouloit donner icy lieu à la reigle de double ſolution, la deuaieſme ſeroit ainſi, AB 148 deg. CB 209 deg. 24 ①, l'angle A 216 deg. 32 ①. Mais veu que nuls coſtez ni angles peuvẽt venir à 180 deg. beaucuup moins les outre paſſer, ſelon la definition d'icelle, & pour les taiſons declarées au 3 chap. de ceſte Appendicé, ce dernier n'eſt point ſolution, & conſequemment il n'y en a qu'une. Et pource nous avons en noſtre 41 propoſition fait tel advertiſſement ſur l'invention des termes, comme il appert, par laquelle la qualité du triangle touchant double ou ſimple ſolution eſt cognuë.



Chapitre VIII.

Svr la diſtinction qu'on fait entre triangle rectangle, & triangle oblique.

Les Autheurs de ceſte matiere des triangles, font ordinairement diſtinction entre les triangles rectangles, & obliques, traictant premierement des rectangles, & puis apres des autres: Mais quant à moy, la diſtinction n'eſt à mon advis aſſez propre, à cauſe qu'ils entendent la droiture & obliquité des angles ſur le triangle en ſon entier, que je dis ne ſe devoir eſtendre que ſur les termes cognus donnez, comme nous en avons mis les ſuſcriptions devant la 32 propoſition ainſi:

Premier membre des triangles ſpheriques avec des rectangles cognus donnez.

Et à la 38 propoſition:

Second membre des triangles ſpheriques avec un coſté cognu donné de 90 deg. ſans rectangle cognu.

Derechef à la 39 propoſition:

Troiſieſme membre des triangles ſpheriques ſans rectangle cognu donné ou coſté de 90 deg.

Par lequel on peut entendre, que les triangles en leur entier pourront eſtre avec rectangles, ou avec angles obliques, comme il advient: Ma taiſon eſt celle-ci, que toutes eſpeces d'exemples de triangles que nous rencontrons, peuvent ainſi venir en la doctrine & eſtre deſcrites par ordre, ce qui n'advient point ſelon l'autre maniere: Pour le declarer par exemple: Soit un triangle avec trois coſtez cognus, l'un de 29 deg. 30 ①, l'autre de 42 deg. 24 ①, le troiſieſme 50 deg. dont on veut cognoiſtre les trois angles. Ce triangle eſt (combien que couvertement) rectangle, car les deux plus petits coſtez comprennent un rectangle; parquoi il n'appartient point ſous leur deuxieſme partie: Il n'appartient point auſſi ſous leur premiere, car il y a ici ſeulement cognoiſſance des trois coſtez ſans qu'on ſçache s'il eſt rectangle: Laquelle eſpece ne s'enſeigne point en la premiere partie: Elle ne s'enſeigne doncques nulle part, où s'il advient, il ſe fait ſans ordre, comme d'une eſpece ſans genre. Toutesfois veu que nous avons beſoing de la cognoiſſance generale de l'invention des trois termes d'un triangle par tous trois termes cognus dunnez, tant des triangles où il y a un rectangle occulte, que pour l'invention de l'un, il nous faut faire telle maniere d'operation que pour l'autre; la taiſon veut que pour deſcrire toutes les eſpeces du genre propoſé, il y vienne auſſi bien le triangle rectangle, que le triangle oblique. Et à ceſte cauſe nous avons prins la ſuſdite autre façon de diſtribution des triangles, à ſçavoir que nous avons ſeulement eſgard à la droiture ou obliquité des angles des termes cognus, formant les propoſitions ſelon tel ſubject. De ſorte que par un ou deux angles obliques cognus donnez, nous pouvons finalement bien trouver les triangles rectangles, comme il ſe peut clairement voir par exemple à la 40 & 42 propoſition, à ſçavoir en chaque propoſition le troiſieſme exemple.

Chapitre IX.

Des briefvetez procedantes de l'uſage des tables des tangentes & ſecantes.

L'invention des termes incognus, tant des triangles plats que ſpheriques, ſe peut depeſcher par les tables des ſinus ſeulement: Mais veu que l'uſage de la table des tangentes & ſecantes, qu'on eſtime depuis n'aguieres trouvé, cauſe beaucoup de facilitez à la recherche des termes incognus, par où gaignent beaucoup de temps ceux qui font ſouvent tels comptes, comme il advient en la fabrique de pluſieurs tables de l'Aſtronomie, j'ay trouvé bon & utile d'annoter & aſſembler en ce chapitre icelles facilitez, afin qu'on voye en quoi elles conſiſtent.

Au premier, eſtant un triangle plat avec un angle droit cognu, un angle oblique, & coſté rectangulaire, comme au 3 exemple de la 3 propoſition des triangles plais, on trouve l'autre coſté rectangulaire par l'aide de la table des tangentes & ſecantes avec une grande operation eſtant multiplication, comme il y appert: Mais ſans l'aide d'icelles tables on fait deux grandes operations, à ſçavoir nne multiplication, & une diviſion.

Au 2, eſtant un triangle plat avec un angle droit cognu, & deux coſtez rectangulaires cognus, comme au 1 exemple de la 6 propoſition des triangles plats, on trouve l'hypothenuſe par l'aide de la table des tangentes & ſecantes avec deux grandes operations, à ſçavoir une diviſion & une multiplication, comme il y appert: Mais ſans l'aide d'icelles tables on fait trois grandes operations, à ſçavoir deux multiplications & une extraction de racine.

Au 3, pour trouver au ſuſdit triangle un des angles aigus incognus, on le trouve par l'aide de la table des tangentes, avec une grande operation, à ſçavoir une diviſion, comme il y appert: Mais ſans l'aide d'icelles tables on fait quatre grandes operations, à ſçavoir deux multiplications, une extraction de racine, & une diviſion.

Au 4, tous les termes incognus des triangles ſpheriques avec un angle droit cognu, ſe trouvent touſiours par l'aide de la table des tangentes ou ſecantes avec une grande operation, à ſçavoir une multiplication, laquelle eſt plus aiſée que diviſion, qu'on fait ſouvent ſans l'aide d'icelles tables.

Au 5, les ſuſdites briefveretz tant aux triangles plats que ſpheriques avec un angle droit cognu, viennent auſſi aux triangles ſans angle droit cognu, d'autant qu'ils ſe reduiſent à deux triangles, chacun avec un angle droit cognu, & qu'alors en chacun d'iceux triangles viennent les ſuſdites briefvetez en cerchant les termes incognus.

No-

NOTEZ.

J'ay deſcrit un chapitre contenant la maniere de la fabrique & uſage de la dixieſme progreſſion aux parties des arcs avec leurs ſinus, & declaré combien grande facilité en ſuit, comparée à la vulgaire ſoixantieſme progreſſion, de 1 deg. en 60 ①, & 1 ① en 60 ②, &c. laquelle matiere pourroit ici ſembler requerir ſa place: Mais veu que les principaux exemples d'icelle ſe prennent des cours moyens des Planetes & autres comptes communs avec iceux, qui juſques ici ne ſont point encores deſcrits, nous avons appliqué le ſuſdit chapitre derriere le traicté d'icelles Planetes, à ſçavoir en *l'Appendice* du cours des Planetes.

ALB. GIRARD.

Ceſte promeſſe ne ſe trouve pas avoir eſté effectuée.

Fin du traicté des Triangles.

QVATRIESME LIVRE
DE LA COSMOGRAPHIE

Des Problemes ſpheriques celeſtes, operez par computations de Triangles ſpheriques.

ARGVMENT.

LEs problemes ſpheriques celeſtes ſe font en deux diverſes manieres vulgaires; l'une mechanique avec des ſpheres corporelles, comme de la terre & du ciel, tournans en leur horizon & meridien, avec des autres inſtrumens ſervans à cela, comme arc vertical, cercle horaire, gnomon ſpherique, & ſemblables, dont les definitions ſuivront ci apres: L'autre mathematique par computations des triangles ſpheriques. La premiere, à ſçavoir la maniere mechanique, eſt plus commode pour entendre facilement l'uſage de la ſphere celeſte, & l'intention des propoſitions ſpheriques qui ſe traictent par les Aſtrologues, pource qu'on voit devant ſes yeux un mouvement eſſentiel, & corporelle ſimilitude de la choſe, tellement qu'icelle doit preceder en la doctrine, d'autant que les propoſitions ſont obſcures quand on fait autrement. A ceſte fin SON EXCELLENCE *a leu de poinct en poinct, & exactement entendu le livre intitulé* De uſu Globi Aſtronomici Gemmæ Friſii, *lequel comme il luy ſert pour memoire, nous ne faiſons point de deſcription particuliere de l'uſage de la ſphere celeſte en ces memoires mathematiques. Toutesfois ceſte maniere n'eſt pas ſi certaine en ſa concluſion que la mathematique, à ſçavoir operée par computations de triangles ſpheriques: Car encores qu'on eut une ſphere, dont l'axe fut de cent pieds, avec tous ſes inſtrumens appartenans, fort bien & artificiellement faits, ſi n'y a-il toutesfois parfaite certitude des petites partitions des degrez, deſquelles ſe font les concluſions, & encores que les concluſions fuſſent veritables, il ne ſe peut demonſtrer; les autres ne ſe veulent fier ſur les eſcrits de ceux qui ont ainſi operé. Mais la maniere mathematique, comme auſſi le nom le porte, va ſeurement, par laquelle on vient à auſſi petites partitions de degrez que la choſe le requiert, ſi ce n'eſt aſſez à ①, on peut venir à ②, ou plus bas. Or noſtre deſſein eſt de deſcrire ici tels problemes, prins la plus-part du 1 & 2 livre de* Ptolemée, *toutesfois operez ſelon noſtre ſtile: Tellement que nous eſtimons que par cela (joignant que ceſte matiere eſt neceſſaire pour l'intelligence de la Coſmographie) ſera aſſez cognuë la generale regle de l'uſage des triangles ſpheriques, qui ſe rencontrent vulgairement en d'autres propoſitions.*

DEFINITIONS.

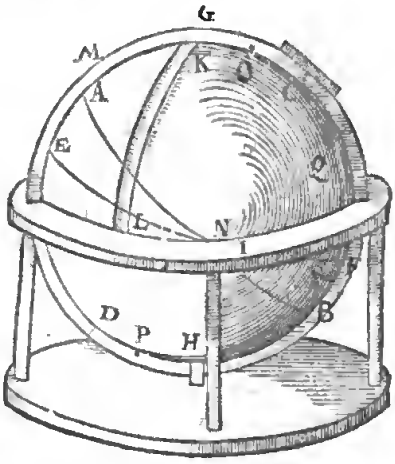
COmbien qu'il eſt noroire à aucuns Aſtronomes de ce temps, & à pluſieurs du ſiecle ſage paſſé, [*Siecle ſage ſe definira au 6 livre de la Coſmographie.*] qu'à chaque année la terre fait une revolution alenrour du Soleil, & joignant cela encores journellement un tour en ſon ptopre lieu, rouresfois il ſemble utile de commencer premierement par poſitions feinres, à ſçavoir la rerre ſe tenir ferme, comme cenrre du ciel des eſtoiles fixes, faiſant journellement une revolurion alenrour de la rerre, portanr en ſoy les ſept Planetes, leſquelles ont encores chacune leur cours parriculier, pour enrendre puis apres plus aiſement le vrai mouvement ſuſdit. Cae ſi on vouloit par tout parler proprement, on ne pourroit point dire du levet des lumieres celeſtes par deſſus l'horizon, mais en ce lieu de la deſcente de l horizon au deſſous des aſtres: Point du coucher des aſtres ſous l'horizon, mais en ce lieu du lever de l'horizon au deſſus des lumieres celeſtes: Point de la venuë des lumieres celeſtes au Meridien, mais en ce lieu de la venuë du Meridien aux lumieres celeſtes, & ainſi conſequemmét de beaucoup d'autres. Tous leſquels mots propres cauſeroient du commencement plus d'obſcurité que les impropres. Ce conſideré, nous nous ſervirons pour le premier, comme il a eſté dit, de poſitions feintes, & fournirons ſur tel fondement les definitions ſuivantes, & puis apres en ſon lieu nous mettrons d'autres definitions propres. Car pour maintenant j'entens pouvoir declarer ainſi plus commodement mon intention.

DEFINITION I.

EQuateur eſt le plus grand cercle du ciel des eſtoilles fixes, à angle drout ſur l'axe ſur lequel il fait ſa revolution journelle.

L'origine du nom Equateur eſt celle-ci; Le Soleil venant

venant apparemment en ce cercle, le jour & la nuict ſont egaux par toute la terre; & pour l'equation ainſi cauſee par icelui cercle, il s'appelle Equateur. Mais afin que ceſte definition & les autres ſuivantes, enſemble les problemes, s'entendent plus clairement, nous les declarerons par une ſphere celeſte contrefaite, repoſant en ſon ſiege, comme la figure ſuivante le demonſtre, quoy qu'il ſoit neceſſaire & utile d'avoir encores joignant cela une ſphere celeſte corporelle, avec toutes



ſes appartenances, laquelle on peut tournet & diſpoſer ſelon ce que les exemples requerent. En ceſte figure doncques, A B ſignifie l'Equateur, eſtant un cercle à angle droit ſur l'axe, qui s imagine entre les deux pôles C, D, ſur leſquels la ſphere, qui eſt le ciel des eſtoiles fixes, fait ſon cours journel. Deſquels poles ſoit C le Septeotrional, & D le Meridional.

Definition II.

Ecliptique eſt un plus grand cercle du ciel des eſtoiles fixes, que le Soleil veu du centre de la terre, deſcrit apparemment en icelui par ſon propre cours.

Le Soleil ne toutnant point au ciel des eſtoiles fixes, mais au deſſous, ne deſcrit point en icelui par ſon propre eours un cercle, mais bien apparemment, au regard de nous qui ſommes ici ſur la terre. Icelui cercle qui eſt ici denoté avec E F, s'appelle Ecliptique, à cauſe que le defect ou l'obſcurciſſement des Planetes advient touſiours apparemment, ou du tout, ou en partie au meſme cercle, ou environ. Notez encores que comme le cours du Soleil en l'ecliptique, ſe dit ici appatemment, ainſi nommetons-nous apparemment les cours des autres Planetes & poincts celeſtes: Car par le mot Ecliptique, nous n'entendons point le plan du cercle parti en degrez avec lignes de la circonference juſques au centre ſelon la maniere vulgaire, au regatd dequoi tout ce qui eſt au monde ſe dit en l'Ecliptique, mais nous entendons par ecliptique ſeulement la circonference du cercle deſcrite en la ſuperfice du ciel des eſtoiles fixes. La cauſe de ceci eſt pour eviter l'erreur qui en eſt ſuivi, & qui peut ſuivre encores, dont nous ferons plus ample declaration en l'Appendice de la Coſmographie.

Definition III.

Poinct vertical eſt le plus haut poinct du ciel, au deſſus d'un poinct mis en terre: & ſon poinct oppoſite s'appelle Nadir.

Comme le poinct G eſtant eo icelle diſpoſition le plus haut poinct du ciel au deſſus de quelque poinct en terre, s'appelle poinct vertical, en langue Arabique *Zenith*; Et ſon poinct oppoſite, comme H, s'appelle en langue Arabique *Nadir*, qui ſe pourroit dire poinct inferieut.

Definition IV.

Horizon eſt un plus grand cercle à angle droit ſur l'axe du poinct vertical au nadir.

Comme le cercle I, eſtant à angle droit ſur l'axe imaginé du poinct vertical G au nadir H, s'appelle Horizon, oo terminateur de veuë, à cauſe que noſtre veuë au long de la terte ne peut voir plus avant, ains finit en icelui. Mais il faut ſçavoir que l'horizon s'entend de deux façons; mathemariquement, comme à la precedente definitioo; & phyſiquement, à ſçavoir le cercle qui ſepare la partie de la terte viſible de l'inviſible, lequel differe de l horizon mathemarique tellement, que d'une grande hauteur on peut ſenſiblement voir plus que la moitié du ciel. Or comme cela ſe trouve par experience, ſera deſcrit eo ſon lieu, enſemble la declaration des cauſes: Mais puis que noſtre but rend aux ſpeculations mathemariques, nous avons ici defini l'horizon mathematique.

Definition V.

Arc vertical eſt celui qui vient du poinct vertical juſques à l'horizon.

Pour voir par tout ces arcs verticaux és ſpheres celeſtes contrefaites, il ſe fait ordinairement un quarr de cercle de cuivre avec ſes 90 deg. comme K L, attaché au poinct vertical G, & tournant alentour de l'horizoo, ſervant pour voir l'elevation des eſtoiles, ou poincts du ciel au deſſus du meſme horizon, ou aurrement de combien ils ſont eſloignez du poinct vertical.

Definition VI.

Meridien eſt le cercle qui tend par les poles de l'equateur & le poinct vertical.

Comme le cercle M G (qui aux ſpheres celeſtes contrefaites ſe fait ordinairement de cuivre) tendant par les poles de l'equateur C, D, & par le poinct vertical G, s'appelle meridien, pource qu'il eſt midi le Soleil eſtant en icelui au deſſus de l'horizon.

Definition VII.

Cercles des heures ſont douze cercles, qui demeurans immobiles ſur l'horizon donné, tendent par les poles de l'equateur le diviſant en 24 arcs egaux, deſquels cercles des heures le meridien en eſt un.

Ces 12 cercles des heures ne ſe marquent, ni ſe font point ordinairement ſur les ſpheres celeſtes, mais ſe prennent treſtous, excepté le meridien, par imagination, enſemble auſſi tous ſemblables cercles qui tombent ſur parties d'heures.

Definition VIII.

Section vernale eſt une ſection commune de l'equateur & de l'ecliptique, en laquelle le Soleil eſtant apparemment, cauſe le commencement du printemps: l'autre s'appelle ſection automnale.

Comme la commune ſection N de l'equateur A B & de l'ecliptique E F s'appelle ſection vernale. Et ſemblable ſection qui comme poinct oppoſite de la ſection vernale vient de l'autre coſté de la ſphere, s'appelle ſection automnale.

Defi-

Definition IX.

Solſtice ſeptentrional eſt un poinct en l'ecliptique au milieu entre la ſection vernale & automnale vers le Septentrion: Son poinct oppoſite s'appelle Solſtice Meridional.

Comme le poinct F (que je poſe au milieu de la demie ecliptique, entre la ſection vernale N K, & la ſection automnale qui tend devers le Septentrion) s'appelle Solſtice Septentrional, & ſon poinct oppoſite, comme E. Solſtice Meridional. L'origine du nom eſt, que le Soleil eſtant apparemment en ces deux poincts, il ſemble (quant à ſon changement journel devers le Midy & Septentrion) qu'il ne bouge de ſa place.

Definition X.

Commencement de longitude d'une ſphere, eſt quelque poinct prins au plus grand cercle de la ſphere, auquel on ſe propoſe de vouloir compter les longitudes.

Soit le poinct N commune ſection de l'equateur & de l'ecliptique, un poinct au plus grand cercle de la ſphere, je prends de l'ecliptique E F, auquel cercle on ſe propoſe de vouloir compter les longitudes des eſtoiles fixes, & l'apparente longitude des Planetes, & d'autres poincts qui ſe tencontrent: icelui poinct N s'appelle commencement de longitude.

Definition XI.

Longitude d'un poinct ſur la ſphere, eſt l'arc ſelon le ſuccés des degrez du cercle de longitude du commencement juſques à la commune ſection d'icelui cercle de longitude, & le demicercle de l'un pole juſques à l'autre par le poinct propoſé.

Soit O le pole Septentrional de l'ecliptique, P le Metidional, & depuis l'un juſques à l'autre ſoit tiré le demicercle O Q R, tendant par un poinct donné Q, & coupant l'ecliptique en R: Ce qui eſtant ainſi N R eſt la longitude du poinct R: A ſçavoir l'arc ſelon le ſuccés des degrez du cercle de longitude (qui eſt ici de l'ecliptique) du commencement N juſques à la commune ſection R d'icelui cercle de longitude, & le demicercle, O Q R de l'un pole O, juſques à l'autre P par le poinct propoſé Q.

Par ceſt exemple de la longitude au regard de l'ecliptique du poinct Q, l'on peut entendre que c'eſt longitude au regard de l'equateur d'icelui poinct; car ſoit N prins pour commencement de l'equateur E F, & ſoit imaginé un demicercle du pole de l'equateur C juſques à D, paſſant par Q, alors l'arc de l'equateur de N, commune ſection d'icelui demicercle & l'equateur, eſt la longitude au regard de l'equateur du poinct Q. Par ceci on entend auſſi que c'eſt à dire longitude d'une eſtoile au regard de l'equateur, ou longitude au regard de l'ecliptique. Aptes, que c'eſt longitude d'un poinct en l'equateur au regard de l'ecliptique, ou longitude d'un poinct en l'ecliptique au regard de l'equateur. Semblablement ce qu'on entendra par longitude des planetes ou des poincts de chacun en ſa ſphere.

La raiſon pourquoi ici au lieu de longitude des eſtoiles, au regard de l'equateur, ne ſe dit point ſelon la vieille couſtume de l'aſcenſion des eſtoiles en ſphere droite, ſera declarée en l'Appendice.

Definition XII.

Latitude d'un poinct ſur la ſphere, eſt l'arc depuis le cercle de longitude juſques au poinct propoſé, à angle droit ſur le meſme cercle de longitude.

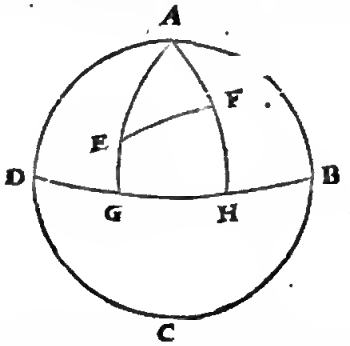
Comme la latitude du poinct ou eſtoile Q, à ſçavoir latitude au regard de l'ecliptique, eſt l'arc R Q, depuis le cercle de longitude E F, juſques au poinct propoſé Q, à angle droit ſur le meſme cercle de longitude E F. Et ſi on tiroit ainſi un arc de Q à angle droit, ſur l'equateur A B, l'arc depuis icelui attouchement en A B juſques à Q, ſeroit latitude au regard de l'equateur du meſme poinct Q. Par ceci s'entend que c'eſt latitude d'un poinct de l'ecliptique au regard de l'equateur, ou latitude d'un poinct de l'equateur au regard de l'ecliptique.

La raiſon pourquoi au lieu de latitude des eſtoiles au regard de l'equateur, ne ſe dit point ſelon l'ancienne couſtume de la declinaiſon des eſtoiles de l'equateur, ſera declarée en l'Appendice.

DE L'ORDRE GENERAL QVI SERA TENV EN CES PROBLEMES SPHERIQVES.

Conſiderant le grand advantage qui en la doctrine des arts procede par bon ordre, dont il eſt dit ci devant en general, j'ay trouvé bon & utile d'en parler en ceſte matiere particulierement, & en declarer mon opinion, comme s'enſuit.

Il eſt commun entre beaucoup d'Autheurs renommez, qui pour trouver les termes incognus d'un triangle, recitent tout au long & au large les cauſes pourquoi, & d'où vient la proportion d'entre les ſinus & lignes, par leſquelles les termes incognus ſe trouvent: Aptes, de quels angles ou coſtez il faut aſſembler, ſouſtraire, multiplier ou diviſer les ſinus, & combien montent leurs ſommes, teſtes, produits & quotiens, avec d'autres ſemblables choſes touchant l'operation. Dequoi mon opinion eſtant differente, j'en diray mon advis ainſi: Soit A B C D la terre, dont le pole A, & l'equateur D B, ſur lequel il y a deux villes E & F de diverſe latitude & longitude cognuë: Je prens que la latitude de E ſoit G E 30 deg. & de F ſoit H F 50 deg. & la difference de leur longitude ſoit G H 70 degr. Ce qui



eſtant ainſi, on deſire de ſçavoir combien ces deux villes ſont loing l'une de l'autre, il faut trouver l'arc E F: Pour à quoi parvenir je dis ainſi: Puis que G E & H F ſont 30 degr. & 50 degrez, leurs arcs de complement E A, F A ſont 60 degrez & 40 degrez. Aptes G H faiſant 70 degr. comme grandeur de l'angle G A H, doncques le meſme angle G A H, ou E A F, fait 70 deg. Tellement que A E F eſt un triangle avec trois termes cognus, à ſçavoir deux coſtez E A, F A, & l'angle A. Or ſi pour trouver E F (qui ſe cognoit par la 40 propoſition des triangles ſphetiques) en operant on veut deduire la raiſon en laquelle ceſte operation eſt fondée, avec les nombres ſuſdits en la maniere de l'operation, voyez combien il faudroit de paroles. pour bien exprimer cela, veu tant de divers theoremes au

traicté des triangles precedent l'un engendrant l'autre, avant que finalement on aye un probleme à la ſuſdite 40 propoſition, qui declare la propre operation. Et poſé le cas que cela fut aſſez expres en chaque exemple, mais qu'eſt-il de beſoing? Qu'eſt-ce autre choſe qu'une narration ſans ordre, de ce qu'auparavant avec bon ordre & beaucoup meilleure diſtinction a eſté apprins en genetal, ou là où il pouvoit utilement avoir eſté apprins. Nous ne ferons point doncques ici telle narration, mais ditons ſeulement que puis que A E F eſt un triangle avec trois termes cognus, à ſçavoir E A 60 deg. A F 40 deg. & l'angle E A F 70 deg. le coſté E F par la 40 propoſition des triangles ſpheriques fait 51 deg. 1 ①, tenant icelle concluſion pour certaine, & demonſtrée en la ptopoſition dont a eſté tirée l'operation, comme le ſemblable eſt auſſi commun ailleurs. Par exemple, quand à trois nombres donnez on veut un quatrieſme proportionnel, ſi à chaque fois on reperuit les nombres de l'operation, & comment on multiplie & diviſe, avec les demonſtrations d'iceux, ce ſeroit à la verité evidemment un long & faſcheux ouvrage ſans ordre, veu qu'il faut ſçavoir en general la multiplication & diviſion, devant qu'on vienne à ſon uſage particulier. Et ainſi auſſi de la matiere des triangles. Parquoi celuy qui ſe veut addonner à l'uſage d'icelui, doit premierement entendre comment il trouvera par trois termes cognus en quelque traicté des triangles, un exemple imitable; car faiſant au contraire, les choſes qui ſont notoires d'elles meſmes, & preſques entenduës avant que commencer l'operation, ſemblent avuir des difficultez incomptehenſibles.

Il eſt bien vray que *Ptolemée* par tout a eſté aucunement contraint à la ſuſdite longue narration, d'autant que ſon traicté des triangles eſtant fort briefvement deſcrit, n'eſtoit point diſtribué en propoſitions, auſquelles à chaque fois il eut peu renvoyer l'Operateur; mais cela ne nous ſemble point un ſtile Mathematique qu'on doive imiter, comme il n'a ſemblé auſſi à *Regiomontanus*, & à d'autres venus apres luy, qui ont deſcrit ceſte matiere avec un ordre d'*Euclides* (qu'on pourroit bien appellet, peut eſtre, l'ordre du temps ſage.) A ſçavoir apres des definitions neceſſaires avec propoſitions diſtinctes dont les precedentes ſervent d'inſtruction par membres aux ſuivantes. Quant à *Copernicus*, il ne fait point entierement par tout la ſuſdite longue narration, ains envoye aucunesfois l'Operateur à quelque certaine ptopoſition de ſon traicté des triangles. Mais ce long recit que luy & quelques autres delaiſſent aucunesfois, nous n'en nſerons cy apres nulle patt, car nous avons formé noſtre traicté des triangles ſelon noſtre pouvoir, afin qu'on s'en puiſſe ſervit en telle façon.

Juſques ici eſt declaté l'ordre qui pour maiutenant m'aggreoit le mieux: Et combien qu'il eſt raiſonnable, que qui en ſçait un meilleur, le ſuive, toutesfois il eſt equitable de bien declarer mon intention, de ce en quoi je veux eſtre enteudu. Nous viendrons doncques à la choſe, là où les exemples de Son Excellence meſme, apres qu'il avoir exactement entendu le ſuſdit traicté des triangles, ont eſté calculez, & quelques uns inventez.

A ceci nous choiſirons des exemples du 1 & 2 livre de *Ptolemée*, commençant au 13 chapitre du premiet.

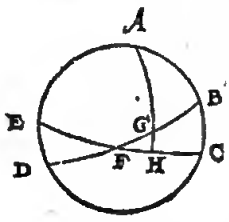
Quant aux autres douze precedens ils ſont des proprietez naturelles de la terre. Auſſi du traicté des triangles deſcrit briefvement ſelon la maniere qu'alors luy eſtoit cognuë, duquel traicté ayant premierement pat les Arabes, & puis aptes pat les Allemans eſté dounée grande facilité & commodité, laquelle ſelon noſtre ſtile & pouvoir eſt deſcrite au precedent, nous paſſons outre leſdits 12 chapitres.

S'enſuivent les Problemes.

Probleme I.

Estant cognuë la longitude au regard de l'ecliptique, d'un poinct donné en l'ecliptique: Trouver ſa latitude au regard de l'equateur. [13 chapitre du 2 livre d'Almageſte.]

Le donné. Soit A B C D E le meridien, dont le pole eſt A, & B D ecliptique, C E equateur, F ſection vetnale, F B, F C chacun 90 degr. G un poinct en l'ecliptique dont la longitude eſt l'arc F G de 30 degt. B C 23 degr. 51 ① 20 ②.



Le requis. Il faut trouver de quelle grandeur eſt l'arc G H.

Construction.

Veu que F G fait 30 deg. & que A H eſt le meridien ſur l'equareut C E, l'angle G H F eſt droit, & faiſant B C 23 degr. 51 ① 20 ②, l'angle B F C, ce G F H eſt auſſi autant, parquoi G H F eſt un triangle rectangle avec trois termes cognus, à ſçavoir deux angles & l'hyporhenuſe, par leſquels cerché le coſté de l'angle droit G H pat la 34 ptopoſition des triangles ſpheriques, ſe trouve pour le requis de 11 deg. 59 ① 59 ② 21 ③.

Concluſion. Eſtant doncques cognuë la longitude au regard de l'ecliptique d'un poinct donné en l'ecliptique, nous avons trouvé ſa latitude au regard de l'equateur, ſelon le requis.

Conſequence.

Pat ceci eſt notoire comment on fera la table de la latitude du Soleil au regard de l'equateur de degré en degré, que *Ptolemée* applique en ceſt endroit.

Probleme II.

Estant cognuë la longitude au regard de l'ecliptique d'un poinct donné en l'ecliptique: Trouver ſa longitude au regard de l'equateur. [14 chapitre du 2 livre d'Almageſte.]

Le donné. Soit en la figute du premier probleme le poinct G en l'ecliptique, dont la longitude au regard d'icelui ecliptique, qui eſt de la ſection vernale F juſques à G, fait 30 deg.

Le requis. Il faut trouver la longitude au regard de l'equateur du poinct G, qui eſt l'arc F H.

Construction.

A canſe des raiſons declarées en l'operation du premier probleme G H F eſt un triangle rectangle avec trois termes cognus, à ſçavoir G H F droit, G F H 23 deg. 51 ① 20 ②, & G F 30 deg. Dequoi cerché le coſté de l'angle droit F H pat la 34 propoſition des triangles ſphetiques, ſe trouve pour le requis de 27 deg 50 (1) 6 m.

Concluſion. Eſtant doncques cognuë la longitude au regard de l'ecliptique d'un poinct donné en l'ecliptique, nous avons trouvé ſa longitude au regard de l'equateur, ſelon le requis.

Conſequence.

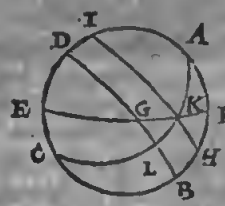
Pat ceci eſt notoire comment on fera la table de la longitude au regard de l'equateur de l'ecliptique, que *Ptolemée* appliqne à ceſt endroit.

Pro-

Probleme III.

Estant cogneu le plus long jour: Trouver l'arc de l'horizon comprins entre l'equateur & l'ecliptique. [2 chapitre du 2 livre d'Almageſte.]

Le donné. Soit A B C D un meridien, A, C, les deux poles, D B l'equateur, E F l'horizon, coupant l'equateur D B en G, apres H I eſt un cercle parallele avec l'equateur par le 90 degré de l'ecliptique, coupant E F en K, tellement que G K eſt l'arc donné de l'horizon eõprins entre l'equateur B D, & l'ecliptique H I: Le plus grand jour fait 14½ heures, dont la moitié pour l'arc D L 108 deg. 45 ①.



Le requis. Il faut trouver l'arc G K.

Construction.

Veu que D L fait 108 deg. 45 ①, j'en ſouſtrais D G 90 deg. reſte pour G L 18 deg. 45 ①. Et K L, comme la plus grande latitude du Soleil au regard de l'equateur, fait 23 deg. 51 ① 20 ②, & l'angle K L G eſt droit. Tellement que K L G eſt un triangle avec trois termes cognus, à ſçavoir deux coſtez comprennans un angle droit: Par iceux cerché le troiſieſme coſté K G, ſe trouve par la 33 propoſition des triangles ſpheriqnes de 30 deg.

Concluſion. Eſtant doncqoes cognu le plus long jour: Nous avons trouvé l'arc de l'horizon comprins entre l'equateur & l'ecliptique, ſelon le requis.

Consequence.

L'arc G K ſe nomme auſſi latitude do levet du Soleil, par où eſt notoire que de chaque poinct de l'ecliptique on pourra trouver la latitude du lever: car trouvé par le 1 probleme ſa latitude, au regard de l'equateur plus petite que K L, & eſtant cognue la longueur d'icelui jour, on y procede comme avec la meſme K L. Par lequel eſt notoire comment on en peut faire des tables, ſervantes à tous degrez de l'ecliptiqne.

Il eſt auſſi manifeſte comment par la plus grande latitude du levet G K, on peut trouver le plus long jour, car alors ſeront cognus les deux angles L, G, du triangle rectangle K L G, avec l'hypothenoſe K G, parquoi avec iceux cerché le coſté L G par la 34 propoſition des triangles ſpheriques, & adjouſté à G D 90 deg. on a L D, duquel chaque 15 deg. font une heure.

Et par ſemblable raiſon on voit comment ſe peut trouver par le cognu D L & G K, la latitude du Soleil au regard de l'equateur, comme L K.

Probleme IV.

Estant cognu le plus long jour: Trouver l'elevation du pole. [3 chapitre du 2 livre d'Almageſte.]

Le donné. Soit le donné du 3 probleme cy deſſus le donné.

Construction.

Veu que le coſté L G du triangle rectangle K L G, fait, comme y a eſté dit, 18 deg. 45 ①, K L 23 deg. 51 ① 20 ②, & l'angle K L G droit, c'eſt donc un triangle rectangle avec deux coſtez cognus, comprenans l'angle droit, par iceux cerché l'angle K G L, qui eſt auſſi l'angle F G B, ſe trouve par le 1 exemple de la 33 propoſition des triangle ſpheriques, de 53 deg. 59 ①: Mais F B eſt la grandeur de l'angle F G B, parquoi F B fait 53 deg. 59 ①, iceux ſouſtraits de A B 90 deg. reſté pour la requiſe elevation A F du pole A 36 deg. 1 ①.

Concluſion. Eſtant doncques cognu le plus long jour, nous avons trouvé l'elevation du pole, ſelon le requis.

Consequence.

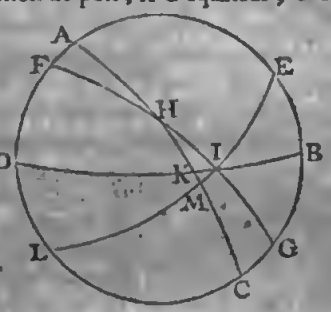
Il eſt notoire comment on trouvera par l'elevation du pole A F, & la plus grande latitude du Soleil au regard de l'equateur K L, la latitudé du lever du Soleil G K, & autres ſemblables.

Le 4, 5, & 6 chapitre *d'Almageſte* traictent de la grandeur des ombres meridionales, laquelle choſe eſtant aſſez cogniié à ceux qui ſont mediocrement verſez en la mathemarique, nous paſſons outre ces chapitres, & commencetons à ce 7.

Probleme V.

Estant donnée l'elevation du pole, avec l'arc de l'ecliptique entre la ſection vernale & l'horizon: Trouver l'arc de l'equateur entre la ſection vernale & l'horizon. [7 chapitre du 2 livre d'Almageſte.]

Le donné. Soit A B C D on meridien, D B l'horizon, B E 36 degr. elevation do pole, A C equateur, F G ecliptique, H ſection vernale, H I 30 deg. pont l'arc de l'ecliptique entre la ſection vernale, & l'horizon, & H K l'arc de l'equateur entre la ſection vernale, & l'horizon.



Le requis. Il faut trouver de quelle longueur eſt H K.

Preparation. Soit tiré un cercle E L par le poinct I coupant A C en M.

Construction.

Le triangle H M I a trois termes cognus, à ſçavoir l'angle H M I droit, M H I 23 deg. 51 ① 20 ②, & l'hypothennſe H I 30 degr. par iceux cerché le coſté de l'angle droit H M, ſe trouve par la 32 propoſition des triangles ſphetiques, de 27 deg. 50 ①. Puis apres je cerche par le 1 probleme precedent l'arc M I latitude au regard de l'equateur du poinct I de l'equateur A C, & le trouve de 11 degr. 40 ♉, apres du quart de cercle E C, ſouſtrait E B 36 degr. reſte B C 54 degr. pour la grandeur de l'angle B K C, qui eſt pour l'angle I K M du triangle K M I, dont l'angle M eſt droit. Tellement que K M I eſt maintenant un triangle avec trois termes cognus, à ſçavoir M I, I K M, K M I, par iceux cerché le coſté de l'angle droit K M par la 35 propoſition des triangles ſpheriques ſe trouve de 8 degr. 38 ①, iceux ſouſtraits de H M, trouvé ci deſſus de 27 deg. 50 ①, reſte pour le requis H K 19 deg. 12 ①.

Concluſion. Eſtant doncques donnée l'elevation du pole, avec l'arc de l'ecliptique entre la ſection vernale & l'horizon, nous avons trouvé l'arc de l'equateur, entre la ſection vernale & l'horizon, ſelon le requis.

Consequence.

Au premier il eſt notoire comment par E B & H K cognus, ſera troové H I.

Au ſecond, comment on trouvera par H K & H I cognus, l'elevation E B du pole E.

Au troiſieſme, comment on trouvera par quelques termes cognus des ſuſdites manieres, le plus long jour, car à MK 8 deg. 38 ①, adjouſté KA 90 deg. ſont enſemble 98 deg. 38 ①, dont le double 197 deg. 16 ①, eſt un arc de 13 heures 9 ①.

Au quatrieſme, on peut ſçavoir à quelle heure vient ce l'horizon un poinct propoſé de l'ecliptique auquel le Soleil eſt apparemment; car KM 8 deg. 38 ①, & reduit en heures, font 0 heures 35 ①, & autant de matin devant ſix heures, qui eſt à cinq heures 25 ①, viendra le 30 degr. de l'ecliptique comme le poinct I, en l'horizon.

An cioquieſme eſt notoire comment on pourra faire tables des precedentes manieres ſervantes à divers horizons, comme *Ptolemée* a fait en ce lieu.

Le 8 & 9 chapitre *d'Almageſte* ne contenant point ce que nous avons propoſé de deſcrire ici, nous les paſſerons outre, & viendrons au 10.

Probleme VI.

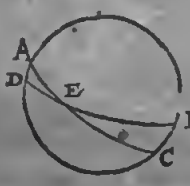
Estant donné l'arc de l'ecliptique entre la ſection vernale & le meridien: Trouver l'angle comprins entre icelui ecliptique & meridien. [10 chapitre du 2 livre d'Almageſte.]

Le donné. Soit ABCD un meridien, AC l'ecliptique, DB l'equareur, E la ſection vernale, AE, l'arc de l'ecliptique 30 deg.

Le requis. Il faut trouver l'angle EAB.

Construction.

Veu que ADE eſt un triangle avec trois termes cognus, comme ADE droit, AED 23 deg. 51 ① 20 ②, & AE 30 deg. je trouve avec cela par la 36 propoſition des triangles ſpheriques, l'angle DAE de 69 deg. 5 ①, iceux ſouſtraits de 180 degr. reſte pour l'angle requis EAB 110 deg. 57 ①.



Concluſion. Eſtant doncques donné l'arc de l'ecliptique entre la ſection vernale & le meridien, nous avons trouvé l'angle comprins entre icelui ecliptique & meridien, ſelon le requis.

Probleme VII.

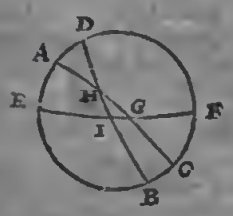
Estant donné l'arc de l'ecliptique entre la ſection vernale & l'horizon, avec l'elevation de l'equateur: Trouver l'angle comprins entre icelui ecliptique & l'horizon. [11 chapitre du 2 livre d'Almageſte.]

Le donné. Soit ABCD uo meridieo, dont l'horizon EF, ecliptique AC coupant EF en G, & DB ſoit l'equateur coupant AC en H comme ſection vernale, & EF en I, & GH face 30 degr. & ſon elevarioo deſſus l'horizon ſoit ED 54 deg.

Le requis. Il faut trouver l'angle AGE.

Construction.

Ven que HGI eſt un triangle avec trois termes cognus, comme GH 30 degr. GHI 23 deg. 51 ① 20 ②, HIG 126 degr. (car DI, EI ſont chacun 90 deg. & l'arc ED 54 deg. dont le complement de demicercle eſt 126 degr.



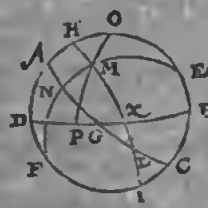
parquoi l'angle DIF, qui eſt auſſi HIG ſait 126 deg.) je trouve avec iceux par la 41 propoſition des triangles ſpheriques l'angle HGI, qui eſt auſſi l'angle requis AGE de 52 deg. 10 ①.

Concluſion. Eſtant doncques donné l'arc de l'ecliptique entre la ſection vernale & l'horizon, avec l'elevation de l'equateur, nous avons trouvé l'angle comprins entre icelui ecliptique & l'horizon, ſelon le requis.

Probleme VIII.

Estant cognuë l'elevation du pole avec le lieu du Soleil apparemment en l'ecliptique, & l'heure du jour: Trouver la hauteur du Soleil deſſus l'horizon: Auſſi l'angle de l'arc & de l'ecliptique. [12 chapitre du 2 livre d'Almageſte.]

Le donné. Soit ABCD un meridien, DB l'horizon, E le pole Septentrional, levé au deſſus de B 36 deg. F le pole Meridional, AC l'equateur, coupant DB eo G, & HI l'ecliptique coupant DB eo K; apres, L eſt ſection auromnale, M le Soleil, doot la longitude apparemment au regard de l'ecliptique ſoit 90 deg. & ſoit onze heures devant midi, à ſçavoir le Soleil une heure diſtant du meridien, ce qui en la figure s'entend ainſi: ſoit tiré de l'ún pole E juſques à l'autre F, l'arc EMF, il coupe l'equateur AC en N, tellement que AN ſait une heure, qui eſt 15 deg. Apres, du poinct vertical O, tombe par M l'arc vertical OP.



Le requis. Il faut trouver l'arc MP, elevation du Soleil au deſſus de l'horizon: Auſſi l'angle HMO, fait de l'arc vertical MO, & de l'ecliptique MH.

Construction.

OME eſt un triangle avec trois termes cognus, car OE arc de complement de EB 36 deg. fait 54 deg. & ME arc de complement de 23 deg. 51 ① 20 ②, fait 66 deg. 8 ① 40 ②, & l'angle OEM 15 deg. (car AE, NE faiſant chacun 90 deg. AN 15 deg. eſt la grandeur de l'angle AEN de 15 deg. mais AEN ou OEM eſt un meſme angle, pourtant comme il a eſté dit, l'angle OEM fait 15 deg.) Parquoi de ce triangle OEM cerché par la 40 propoſition des triangles ſpheriques le coſté OM, ſe trouve de 17 degr. 46 ①, iceux ſouſtraits de OP 90 degr. reſte pour l'arc requis MP 72 deg. 14 ①.

Et d'icelui triangle OEM cerché l'angle OME, il ſe trouve de 43 deg. 21 ①, iceux ſouſtraits de HME faiſant en ceſt exemple 90 deg. reſte pour l'angle requis HMO 46 deg. 39 ①.

Concluſion. Eſtant doncques cognoë l'elevation du pole, avec le lieu apparemment du Soleil en l'ecliptique, & l'heure du jour, nous avons trouvé l'elevarioo du Soleil deſſus l'horizon; Auſſi l'angle de l'arc vertical & de l'ecliptique, ſelon le requis.

Conſequence.

Premierement, ſi l'elevation du pole, avec le lieu apparemment du Soleil en l'ecliptique & ſoo elevation deſſus l'horizoo eſtoit cognuë; il eſt notoire comment on trouvera l'heure du jour, car alors ſeront cognus au triangle OME les trois termes OE, ME, OM, avec iceux trouvé l'angle OEM par la 43 ptopoſition des triangles ſpheriques, les degrez d'icelui ſont auſſi pour l'arc AN, leſquels reduirs à des heures, on ſçait combien il y a du midi.

Secon-

Secondement, ſi l'elevation du pole, l'heure du jour, & hauteur du Soleil deſſus l'horizon eſtoit cognuë, il eſt manifeſte comment on trouvera le lieu apparemment du Soleil en l'ecliptique; car alors ſeront cognus au triangle OME les trois termes OE, OM, OEM, avec iceux trouvé le coſté EM par la 40 propoſition des triangles ſpheriques, & iceux ſouſtraits de EN 90 deg. le reſte eſt pour MN declination du Soleil de l'equateur, laquelle eſtant cognuë, le triangle MLN a trois termes cognus, à ſçavoir l'angle MNL droit, l'angle MLN 23 deg. 51 ① 20 ②, & le coſté MN: Par ceci cerché le coſté LM, ſe trouve par la 35 propoſition des triangles ſpheriques pour le requis.

Au troiſieſme, ſi en l'ecliptique eſtoit cognu le lieu du Soleil, l'heure du jour, & hauteur du Soleil, il eſt manifeſte comment on trouvera l'elevation du pole, car alors ſeront cognus au triangle OME les trois termes OM, ME, OEM, avec iceux trouvé le coſté OE par la 40 propoſition des triangles ſpheriques, & iceux ſouſtraits de OB 90 deg. le reſte eſt pour EB elevation requiſe du pole.

Au 4, ſi on vouloit ſçavoir quel degré de l'equateur eſt au meridien, on adjouſte AN à NL, & on parvient au requis.

Semblablement pour ſçavoir quel degré de l'ecliptique eſt au meridien, on trouve le coſté HL par les trois termes cognus du triangle HAL, à ſçavoir AL, HAL droit, AL H angle automnal, & on parvient au requis.

Le degré de l'equateur en l'horizon au lieu de G eſt auſſi cognu; car de A cognu juſques à G, il y a 90 deg. Semblablement ſe peut auſſi cognoiſtre le degré de l'ecliptique K en l'horizon DB par le 5 probleme de ce livre.

Au 5, il eſt manifeſte comment on trouvera la longueur ou durée du crepuſcule ſur un jout donné, & l'elevation du pole; Car eſtant mis le poinct oppoſite du Soleil autant deſſus l'horizon que le Soleil y eſt deſſous au commencement ou à la fin du crepuſcule, ce qui ſe prend communement à 18 degr. puis trouvé combien de temps ou degrez ce poinct eſt de l'horizon, on a le requis.

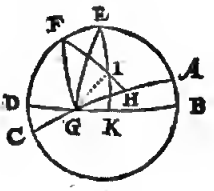
Notez.

Comme Son Excellence eſtimoit que l'ordre naturel requeroit, que joignant l'invention de la hauteur du Soleil par l'heure du jour cognuë, auſſi au contraire on devroit trouver l'heure du jour, par la cognuë hauteur du Soleil: Duquel par *Ptolemée* ni ſes interpretes, nommement *Regiomontanus*, *Copernicus*, & *Oſvvaldus*, n'eſtant fait mention, nous avons choiſi une maniere d'operation comme deſſus, conſiſtante en l'aſſomption des arcs de complement des termes cognus, par la reprinſe deſquels chaque terme des quatre ſe cognoiſt ſi manifeſtement par les autres trois, que nous n'avons point eſtimé neceſſaire d'en faire de problemes particuliers, mais en ce lieu mettre les ſuſdites conſequences.

Probleme IX.

Eſtant cognuë La longitude & latitude d'une eſtoile au regard de l'ecliptique: Trouver ſa longitude & latitude au regard de l'equateur.

Le donné. Soit ABCD un cercle, tendant par les deux poles, comme E de l'equateur DB, & F de l'ecliptique AC, & ſoit G la ſection vernale: Apres y eſt tiré l'arc de F juſques à H en l'ecliptique, auquel arc FH eſt une eſtoile I, tellement que l'arc HI eſt ſa latitude de 12 deg. & GH ſa longitude au regard de l'ecliptique de 30 deg.



Le requis. Il faut trouver la longitude & latitude de l'eſtoile I au regard de l'equateur.

Preparation. Je tire de E par le poinct I juſques en l'equateur l'arc EK, puis apres EG, tellement que IK eſt latitude de l'eſtoile I, & GK ſa longitude au regard de l'equateur, leſquels deux arcs eſtant trouvez, on aura le requis.

Construction.

Le triangle EFI a trois termes cognus, FE 23 deg. 51 ① 20 ②, FI 78 deg. arc de complement de IH 12 deg. Apres l'angle EFI 60 deg. comme angle de complement de GFH 30 deg. Avec iceux cerché par la 40 propoſition des triangles ſpheriques le coſté EI, ſe trouve de 67 deg. 10 ①, iceux ſouſtraits de EK 90 deg. reſte pour la requiſe latitude IK, au regard de l'equateur 22 deg. 50 ①. Puis apres cerché l'angle FEI, ſe trouve de 113 deg. 13 ①, d'iceux ſouſtrait l'angle droit FE 90 deg. reſte pour l'angle GEK 23 deg. 13 ①, ce qui eſt auſſi pour la requiſe longitude GK.

Concluſion. Eſtant doncques cognuë la longitude & latitude d'une eſtoile au regard de l'ecliptique, nous avons trouvé ſa longitude & latitude au regard de l'equateur, ſelon le requis.

Notez.

Copernicus au 4 chapitre de ſon 2 livre a fait une autre façon d'operation que la precedente. Son Excellence y a encore remarqué une autre maniere de ceſte qualité. Eſtant tiré l'arc GI, alors IHG eſt un triangle avec trois termes cognus, comme IH 12 degr. HG 30 deg. & l'angle IHG droit. Avec iceux cerché l'hypothenuſe IG, la trouvoit par la 33 propoſition des triangles ſpheriques de 32 deg. 6 ①, & l'angle IGH de 23 deg. 2 ①, iceux adjouſtés à l'angle HGK 23 degr. 51 ① 20 ②, font enſemble pour l'angle IGK 46 deg. 53 ② 20 ②: Tellement que IKG eſt un triangle rectangle avec trois termes cognus, à ſçavoir IG 32 deg. 6 ①, IGK 46 deg. 53 ① 20 ②, & l'angle IKG droit, avec iceux cerché le coſté IK par la 34 propoſition des triangles ſpheriques, ſe trouve pour la requiſe latitude au regard de l'equateur de 22 deg. 50 ①. Et le coſté GK pour la requiſe longitude au regard de l'equateur de 23 deg. 12 ①, comme deſſus.

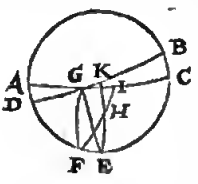
Toutesfois nous mettons au ſuſdit probleme telle operation, pour ſuivre la commune reigle ci deſſus mentionnée par un triangle qui ſe fait des arcs de complement des termes cognus.

Probleme X.

Eſtant cognuë la latitude d'une eſtoile au regard de l'ecliptique & de l'equateur: Trouver ſa longitude au regard de l'ecliptique.

Copernicus lib. 3. cap. 2. & autres depeſchent ce probleme par ſections communes du plan du meridien, & plans d'autres cercles à angle droit là deſſus: Mais pour declarer ici plus amplement l'operation des triangles ſpheriques, & principalement la regle generale de l'aſſomption des arcs de complement des termes cognus, nous mettons ici ceſt exemple.

Le donné. Soit A B C D un cercle teodant par les deux poles comme E de l'equateur D B, & F de l'ecliptique A C, & ſoit G la ſection automnale, H une eſtoile, je prens l'eſpi de la Pucelle, par laquelle teod l'arc de F juſques à I en l'ecliptique, tellement que H I eſt la latitude de l'eſtoile au regard de l'ecliptique, faiſant 2 deg. Apres il y vient du pole de l'equareur E par le poinct H juſques en l'equateur l'arc E K. Tellement que H K eſt ſa latitude au regard de l'equateur, faiſant, comme le poſe *Copernique*, 8 deg. 40 ①.



Le requis. Il faut trouver l'arc de ſa ſection automnale G juſques à I, lequel eſtant cognu, la longitude requiſe eſt auſſi manifeſte.

Preparation. Soit tiré l'arc F G.

CONSTRVCTION.

Veu que H I fait 2 deg. ſon arc de complement H F fait 88 deg. apres, faiſant K H 8 deg. 40 ①, ſon arc de complement H E fait 81 deg. 20 ①, & F E egal à la declination ecliptique de l'equateur fait, comme *Copernique* l'a mis, 23 deg. 28 ① 30 ②; tellement que H F E eſt un ttiangle ayant trois coſtez cognus, avec iceux cerché l'angle H F E par la 43 propoſition des ttiangles ſpheriques, ſe trouve de 72 deg. 37 ①, iceux ſouſtraits de l'angle droit G F E 90 deg. reſte pour l'angle G F I 17 deg. 23 ①, au lieu que *Copernicus* met 17 deg. 20 ①, à iceux adjouſtés 180 deg. pour le demicercle depnis la ſection vernale juſques à la ſection automnale G, vient pour la longitude requiſe 197 deg. 23 ①.

Concluſion. Eſtaot doncques cognuë la latitude d'une eſtoile au regard de l'ecliptique & de l'equateur, nous avons trouvé ſa longitude au regard de l'ecliptique, ſelon le requis.

CONSEQVENCE I.

Il eſt notoire que ſi on vouloit ſçavoir la longitude de l'eſtoile au regard de l'equateur, qu'il faudroit trouver l'angle H F E du ttiangle H E F, & d'icelui ſouſtrait l'angle droit G E F 90 deg. le reſte ſetoit le requis.

Les trois ſuivantes conſequences ont eſté inventées par SON EXCELLENCE:

CONSEQVENCE II.

Il eſt manifeſte, que ſi par la longitude cognuë de l'eſtoile au regard de l'ecliptique & de l'equateor, on vouloit ſçavoir ſa latitude au regard de l'ecliptique & de l'equateur, qu'alors il faudroit ſouſtraire de l'angle droit G F E, l'aogle G F I, dont la grandeur eſt la longitude donnée au regard de l'ecliptique G I, & avec cela ſera cognuë l'angle H F E dn triangle H E F. Puis apres à l'angle droit F E G, adjouſté l'angle G E K, dont la grandeur eſt la longitude, au regard de l'equateur donnée G K, & par cela ſera auſſi cognu l'autre angle H E F du ſuſdit triangle H E F, & à cela encores le coſté cugnu F E entre les deux poles; parquoi le ttiangle H E F a trois termes cognus, avec iceux cerché par la 42 propoſition des ttiangles ſpheriques, premierement le coſté F H, & icelui ſouſtrait de F I 90 degr. le reſte eſt pour H I latitude requiſe de l'eſtoile au regard de l'ecliptique.

Secondement trouvé le coſté E H, & icelui ſouſtrait de E K, le reſte eſt pour H K latitude requiſe de l'eſtoile au regard de l'equateur.

CONSEQVENCE III.

Il eſt manifeſte, que ſi par la longitude cognuë de l'eſtoile au regard de l'ecliptique, & latitude cognuë au regard de l'equateur, on vouloit ſçavoir ſa latitude au regard de l'ecliptique, & longitude au regard de l'equateur, qu'alors il faudroit du rectangle G F E ſouſtraire l'angle G F I, dont la grandeur eſt la longitude donoée G I an regard de l'ecliptique, & avec cela ſera cognu l'angle H F E du triangle H E F: Puis apres la longitude cogouë donnée au regard de l'equateur H K, ſouſtraite de K E, le coſté H E demeure cognu, & à cela encores le coſté cognu F E entre les deux poles, alors le triangle H E F a trois termes cognus, avec iceux cetché par la 40 propoſition des triangles ſpheriques premierement le coſté F H, & icelui ſouſtrait de F I 90 degr. le reſte eſt pour H I latitude requiſe de l'eſtoile au regard de l'ecliptique. Secondement tronvé l'angle H E F, & d'icelui ſouſtrait G E F 90 deg. le reſte eſt pour l'angle G E K, dont la grandeur eſt la longitude requiſe au regard de l'equateur G K.

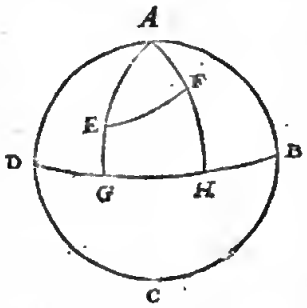
CONSEQVENCE IV.

Il eſt manifeſte, que ſi par la latitude cognuë de l'eſtoile au regard de l'ecliptique & longitude cognuë au regard de l'equateut, on vouloit ſçavoir ſa longitude au regard de l'ecliptique, & latitude au regard de l'equateur, qu'alors à l'angle cognu G E K (car ſa grandeur eſt la longitude cognuë au regard de l'equateur G K) adjouſté l'angle droit G E F, l'angle H E F du triangle H E F eſt cognu, comme auſſi eſt H F arc de complettuent de la latitude cognuë H I, au regard de l'ecliptique, & tiercement le coſté F E entre les deux poles: Tellement que le triangle H E F a trois termes cognus, avec icenx trouvé l'angle H F E, & icelui ſouſtrait de G F E 90 deg. le reſte eſt poor l'angle G F I, dont la grandeur eſt la longitude requiſe G I au regard de l'ecliptique. Secondement trouve le coſté H E, & icelui ſouſtrait de E K 90 deg. le reſte eſt pour la latitude tequiſe au regard de l'equateur H K.

PROBLEME II.

Eſtant donnée la longitude & latitude de deux eſtoiles au regard de l'ecliptique: Trouver combien elles ſont diſtantes l'une de l'autre.

Le donné. Soit A B C D une ſphete celeſte dont l'ecliptique D B, la ſection vernale D, & pole A, apres ſoit E une eſtoile, dont la latitude G E 30 deg. & longitude D G 40 degr. Et F une autre eſtoile, dont la latitude H F 50 deg. & longitude D H 110 deg.



Le requis. Il faut trouver combien ces deux eſtoiles E, F, ſont diſtaotes l'une de l'autre, à ſçavoir, la grandeur de l'arc E F. *Preparation.* Soient produits G E, H F, juſques au pole A.

CONSTRVCTION.

Veu que G E, H F, font 30 deg. & 50 deg. leurs arcs de complement E A, F A font 60 degr. & 40 degr. Aptes D G 40 deg. ſouſtrait de D H 110 deg. reſte G H 70 deg. pour grandeur de l'angle G A H, ou E A F du trian-

triangle E A F. Tellement que E A F eſt un triangle avec trois termes cognus, à ſçavoir deux coſtez E A, F A, comprennant l'angle cognu A. Avec iceux cerché le coſté E F par la 40 propoſition des triangles ſpheriques, ſe trouve pour le requis de 51 deg. t ①.

Concluſion. Eſtant doncques donnée la latitude & longitude de deux eſtoiles au regard de l'ecliptique, nous avons trouvé combien elles ſont diſtantes l'une de l'autre, ſelon le requis.

Conſequence I.

S'il eſtoit cognu combien les ſuſdites eſtoiles E, F ſont diſtantes l'une de l'autre avec leur latitude ſeulement, il eſt notoire que la difference de leur longitude, comme G H ſe peut trouver; car alors ſeront cognus les trois coſtez du triangle A E F, avec iceux cerché par la 43 propoſition des triangles ſpheriques, l'angle A, on a le requis, car la grandeur d'iceluy eſt pour l'arc requis G H.

Conſequence II.

Si la latitude de l'une eſtoile, comme par exemple de E eſtoit cognuë, & l'arc de l'une à l'autre comme E F, avec la difference de leur longitude G H: il eſt manifeſte que la latitude de l'autre eſtoile ſe peut trouver, car le triangle A E F aura alors trois termes cognus, comme deux coſtez A E, E F, & l'angle E A F, avec iceux trouvé le coſté A F par la 39 propoſition des triangles ſpheriques, on a le requis.

Conſequence III.

Si la longitude & laritude eſtoit donnée de trois ou pluſieurs eſtoiles, il eſt manifeſte qu'on trouvera chaque arc de l'une à l'autre avec les autres qualitez ſemblables à celles de la 1 & 2 conſequence.

Probleme XII.

Eſtant données deux paires d'eſtoiles de latitude & longitude cognuës, ſituées en deux divers plus grands cercles, & encores une cinquieſme eſtoile en la ſection commune de ces deux cercles: Trouver combien la cinquieſme eſtoile eſt diſtante d'une des quatre.

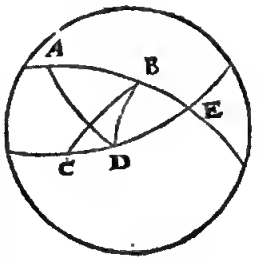
Le donné. Soient A B & C D deux paires d'eſtoiles de longitude & latitude cognuës, eſtant en deux divers grands cercles, & encores une cinquieſme eſtoile E en la commune ſection des deux cercles.

Le requis. Il faut trouver combien l'eſtoile E eſt diſtante de D.

Construction.

L'arc A D avec B D ſe cognoiſt par le 11 probleme, & B D par le donné, tellement que le triangle A B D a trois coſtez cognus, avec iceux trouvé l'angle A B D par la 43 propoſition des triangles ſpheriques, & icelui ſouſtrait de 180 deg. l'angle E B D demeure cognu: Et ſemblablement ſera auſſi cognu l'angle E D B, tellement que le triangle B D E aura trois termes cognus, avec iceux trouvé le coſté D E par la 42 propoſition des triangles ſpheriques, on aura le requis.

Concluſion. Eſtant donc données deux paires d'eſtoiles de latitude & longitude cognuës, ſituees en deux diversplus grãds cercles, & encore une cinquieſme eſtoile en la ſection cõmune de ces deux cercles, nous avons trouvé combien la cinquieſme eſt diſtante d'une des quatre, ſelon le requis.



Note.

Tels exemples peuvent venir à ptopos, quand on voit au ciel trois eſtoiles comme A B E accorder ſur une droite ligne, & ſemblablement auſſi les trois eſtoiles C D E, car alors l'eſtoile E eſt en la commune ſection de deux cercles, & l'arc entre elle & une des autres ſe peut trouver comme deſſus.

Probleme XIII.

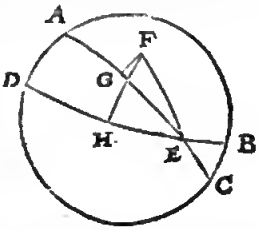
Trouver l'heure du jour par une eſtoile.

Le donné. Soit A B C D un meridien, A C l'ecliptique, D B l'equateur, E la ſection vernale, F une eſtoile, dont la laritude au regard de l'ecliptique F G, la longitude au regard de l'ecliptique E G.

Le requis. Il faut trouver l'heure du jour.

Construction.

Je trouve par le 9 probleme de ce livre, la latitude de l'eſtoile au regard de l'equateur F H, & la longitude au regard de l'equateur E H; Ce qui eſtant ainſi, F H E eſt un triangle rectangle, avec trois termes cognus, à ſçavoir F H, E H, & l'angle F H E dtoit, avec cela je trouve par la 33 propoſition des triãgles ſpheriques, l'angle F E H & le coſté F E. Ce qui eſtant ainſi, je conſidere F E comme pour ecliptique, dont l'angle vernale F E H, & F comme pour Soleil, puis je trouve avec cela l'heure du jour par le 8 probleme de ce livre: Mais veu que la vraye heure eſt autant plus tempre, que celle-ci, que la longitude du Soleil au regard de l'equateur, eſt plus grande que la longitude de ceſte eſtoile au regard de l'equateut, je ſouſtrais touſiours la longitude de l'eſtoile au regard de l'equateur, de la longitude du Soleil au regard de l'equateut (laquelle ſi elle eſtoit plus petite j'y adjouſte ſelon le commun uſage 360 deg.) le reſte des degrez me monſtre la quantité des heures qu'il me faut ſouſtraire des heures trouvées de l'eſtoile.



Concluſion. Nous avons donc trouvé l'heure du jour par une eſtoile, ſelon le requis.

Fin du quatrieſme livre.

GEOGRAPHIE,

Qui eſt

La deuxieſme partie de la

COSMOGRAPHIE.

Traduicte avec les ſuivants, par ALBERT GIRARD Mathematicien, avec ſes Annotations neceſſaires.

ARGVMENT de la GEOGRAPHIE.

COmbien que la deſcription de la Terre, ſelon le commun jugement de pluſieurs, traicte principalement de la forme & diverſité des Regions, Mers, Fleuves, Montagnes, Bois, Villes, Villages, & Fruicts d'un chacun d'iceux en particulier, du Beſtial, des Marchandiſes, metaux, & choſes ſemblables : Si eſt-ce que toutesfois nous n'en ferons aucune mention icy, puis que SON EXCELLENCE *à fueilleté pluſieurs Autheurs ſur ce ſubject, mais ſeulement de ce qui juſques à preſent n'a eſté mis en lumiere, ou s'il y a eſté, nous l'avons redigé ſelon noſtre ſtile ; le tout comprins en ſix livres, deſquelz*

Le premier contient les Definitions en general de la Geographie, ou deſcription de la Terre.

Le ſecond du changement & mouvement de ſa matiere.

Le troiſieſme de la hauteur des nuées & vapeurs.

Les livres ſuivans ſont pour l'Hydrographie.

Le quatrieſme des rombs.

Le cinquieſme de la maniere de trouver les havres & ports de mer.

Le ſixieſme de la theorie du flux & reflux de la marée.

PREMIER LIVRE
DE LA GEOGRAPHIE.
De ſes Definitions en general.

Argument de ce premier livre.

VEu que noſtre opinion touchant la qualité de la Terre & du [equateur terreſtre] *Metoyen, item du commencement de la longitude de la Terre, & du jour Geographique, a en ſoy quelque choſe de propre qui requiert ſa declaration particuliere, nous en eſcrirons les cinq definitions ſuivantes en ceſte premiere partie, avec une ſixieſme du Siecle ſage ; pource qu'iceluy ſera aucunesfois cité. Puis apres ſuivra une declaration, comment il ſemble que l'on pourroit projecter ou autant entreprendre, qu'avec le temps on puiſſe parvenir en telles ſciences comme ſont eſté celles du Siecle ſage, & en ſi haut degré.*

DEFINITIONS.

DEFINITION I.

TErre eſt ceſte lumiere mondaine mouvante que nous habitons, & la huictieſme Planete, conjoincte au nombre des autres ſept.

Combien qu'il ſemble eſtre aſſez notoire à un chacun que c'eſt que la terre, toutesfois veu que la commune opinion d'une grande partie de ce temps, differe d'avec la commune opinion d'une moindre, laquelle toutesfois nous eſtimons mieux entendre la choſe, dont avons definy la terre comme deſſus. Pour en faire plus ample declaration d'icelle, & premierement, que c'eſt nn aſtre. Poſez le cas que quelqu'un eſtant ſur le corps de la lune regarde devers la terre; ainſi que nous eſtans ſur la terre, regardons vers la lune; Ce qu'eſtant ainſi les qualités de la terre luy apparoiſſantes, auront grande communauté avec les qualitez de la lune veuë de nous: Car ainſi comme environ la moitié de la lune, qui eſt eſclairée du ſoleil, nous eſt reluiſante, ainſi pareillement

lement faut qu'environ la moitié de la terre qui eſt eſclairée du ſoleil, lui apparoiſſe reluiſante, & encore plus claire que la lune; nommement és lieux de la terre où eſt l'eau, pource que la reflexion du ſoleil ſur l'eau, eſt preſque auſſi claire que le ſoleil meſme. Secondement, comme la lune à noſtre veuë, a des taches plus obſcures que le reſte, ainſi la terre auroit à ſa veuë quelques taches là où eſt le ſec, moins claires que le reſte où eſt l'eau. Tiercement, tel changement que nous voyons de nouvelle lune, pleine lune, premier & dernier quartier de lune, tels changemens verra-il (afin que ſuivions les noms de la lune) nouvelle terre, pleine terre, premier & dernier quartier de la terre. En quatrieſme lieu, comme nous voyons eclipſe de lune & de ſoleil, ainſi verra-il eclipſe de la terre & du ſoleil; car quand il fait eclipſe de ſoleil à nous, il verra l'eclipſe de terre; & ce qui nous eſt eclipſe de lune, luy ſera eclipſe de ſoleil. Toutesfois il ſe trouve ceſte difference; la lune ſe voit de la terre touſiours ſur un meſme coſté, comme teſmoignent ſes taches obſcures: mais la terre ſe demonſtre au ſpectateur ſur la lune, à chaque heure avec d'autres taches, pource qu'à toutes heures apparoiſſent devant luy autres regions & mers: tellement qu'il verroit de ſemblables changemens en la terre, comme quelqu'un eſtant ſur le ſoleil verroit en la lune, laquelle tous les mois feroit un tour devant luy, tous les jours monſtrant des autres taches, ce que nous voyons expreſſément alors que de jour à autre, une autre partie ſe tourne vers le ſoleil. Notez encor que ceſte apparition de la terre à quelqu'un eſtant ſur la lune, n'eſt la meſme à chaque 24 heures, mais ſurviennent des changemens deſreiglez pour deux diverſes raiſons; l'une que le ſpectateur ſur la lune verra aucunesfois la terre ſur la partie Septentrionale, autrefois ſur la Meridionale: l'autre que les nuées qui ſouvent couvrent la mer, aucunefois la terre ferme ſeule, quelquefois l'une & l'autre, ou ny l'une ny l'autre, toutes leſquelles choſes doivent donner changement à la couleur de la terre à la veuë d'icelui ſpectateur.

Or touchant ce que quelqu'un pourroit remonſtrer, que le deſſus de l'eau de la mer eſtant une ſuperfice ſpherique, & pour autant que l'image du ſoleil ne ſe monſtreroit au ſpectateur ſur la lune qu'un fort petit poinct, ſans faire reluire toute l'eau entiere; Cettes cela arriveroit ainſi quand l'eau ſe tiendroit calme & coye, comme l'on peut voir par exemple és miroirs ſpheriques là où le ſoleil luit deſſus, dont les raiſons ſeront enſeignees cy apres aux Caroptriques: mais l'eau n'eſtant du tout coye, car par le vent elle eſt eſmeuë, & fait les ondes, grandes ou petites; alors chaque onde & ondelette a ſa particuliere image ſur quelque coſté, leſquelles toutes enſemble font une reluiſance de tous coſtez, comme l'on peut voir par exemple és ondes là où le ſoleil luit deſſus.

Juſqu'icy eſt declatée la definition, contenant que la terre eſt une ſplendeur ou lumiere mondaine: Mais l'occaſion pourquoy elle eſt dite ſe mouvoir, & la huictieſme planete avec les autres ſept, cela apparoiſtra en la ſuivante deſcription du cours des planetes.

Definition II.

Axe de la terre eſt ceſte partie de l'axe de la ſphere des eſtoiles fixes, que nous prenons par hypotheſe eſtre compriſe en la terre.

De l'axe de la ſphere des eſtoiles fixes, laquelle nous prenons icy (par poſition de terre immobile pour les raiſons deduites devant la premiere definition du 4 livre du traicté des triangles) devoit paſſer par le centre de la terre; & partant une partie compriſe en la terre ſera appellée ſon axe. De là s'enſuivra que les deux extremitez du meſme axe, ſeront les poles de la terre.

Definition III.

Cercle metoyen de la terre eſt un cercle majeur deſcrit au milieu, entre les deux poles.

Comme eſtans menez quelques ſemimeridiens d'un pole à l'autre, nous appellons metoyen le cercle paſſant par le milieu d'iceux, (lequel eſt auſſi par le milieu d'entre les poles) or que nous ne l'appellons ſelon la maniere commune, equateur ou equinoctial, eſt pource que equateur eſt toute autre choſe, comme il appert par la 1 definition du 4 livre de la Trigonometrie; le commencement duquel ne convient qu'une fois en 24 heures avec le commencement du metoyen. On peut bien dire ce qui eſt au metoyen, eſtre ſous l'equateur; mais afin de parler par raiſons fermes ſans aucune doute, les cercles divers requierent noms divers.

Definition IV.

Nous prendrons le ſemimeridien paſſant par el Pico de Teide in Tenetiffa, *pour commencement de longitude terreſtre.*

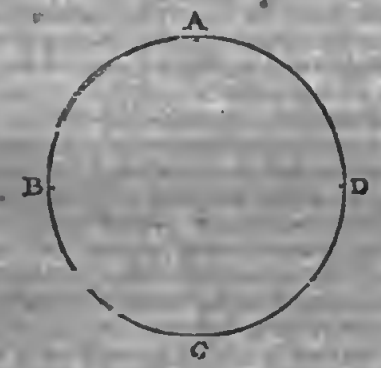
Les Geographes de ce temps ne s'accordent point, touchant la poſition du commencement de longitude, d'aucuns ſuivent *Ptolemée*, lequel le poſe ſur les Iſles de Canaries: les autres ont eſgard à la droite monſtre ſeptentrionale de la Bouſſole, que l'on rencontre premierement du coſté d'occident des Canaries; dont ne convenans enſemble, l'un poſe ſon commencement loing de l'aurte, ſans y adjoindre de quel Geogtaphe, il ſe ſert quant à ce commencement; de là vient ſouvent des deſordres. Ce qui eſtant ainſi il eſt certain que la raiſon naturelle requiert, afin que l'on s'entende l'un l'autre, & fuit tout erreur, que l'on prenne un commencement ferme & general; ce qui ne peut eſtre bien fondé ſur la demonſtrance de la Bouſſole. Car puis qu'elle ne ſuit un meſme metidien, il advient que par les obſervations faictes ſur diverſes latitudes, ſont poſés divers meridiens pour commencemens. D'autre coſté, l'obſervation de l'eſguille, faicte par divers obſervateurs en un meſme lieu, n'eſt ſi preciſe à pratiquer, ny ſi certaine qu'il n'y deffaille 1 ①, qui revient environ à 3000 pas. Et puis que l'eſguille ne monſtre rien à ceſte fin qui ſoit aſſez ferme, la raiſon veut que l'on choiſiſſe à ceſt effect, une place ferme & ſtable. Partant ce ne ſera hors de propos de s'accorder en cela avec *Ptolemée*, lequel a prins une des 7 Iſles de Canaries, qu'il appelle *Iuno*. Mais puis que le bout d'une Iſle, differe en longitude à l'autre bout, il ſeroit bon de choiſir une Iſle où ce ſoit, & en icelle une perpetuelle place immobile, fort petite, & remarquable, qui ne nous cauſe erreur de 1 ①; car puis que les calculations des longitudes terreſtres de villes & places ſont faictes avec grand labeur juſques à 1 ①, certes ce ſera raiſon que la poſition du commencement n'aye nulle 1 ① d'incertain. A ceſte fin a eſté poſé le ſuſdict *Pico de Teida*, eſtant une roche haute & fameuſe, de la forme d'un pain de ſucre, & ce en *Tenerifſa*, là plus grande, plus riche & meilleure Iſle des 7 de Canaries comme le Seigneur *Melchior du Kerckhove* m'a dit de bouche, lequel eſt natif & nourry là meſme: Si quelqu'un ſçavoit une autre place ferme, plus convenable, ce ſeroit raiſon de la choiſir, mais il me ſemble qu'il eſt bon d'eviter la ſuſdicte incertitude.

Defi-

Definition V.

Lotir Geographique eſt celuy qui prend ſon commencement, ſur le commencement de longitude terreſtre.

Quand les Geographes ne conviennent en un commun commencement de jour, qui ſoit entr'eux convenu, comme l'on peut ſçavoir qu'ils n'ont juſques à preſent fait, alors il n'y aura nulle certitude de jour, és lieux qui different beaucoup en longitude. Par exemple, ſoit poſé que quelqu'un en l'une des deux places qui different beaucoup en longitude, comme je prends *Hollande* & *China*, aye eſcrit quelques obſervations des aſtres, ou aye fait autres choſes ſur le 1a de May en l'an 1602: Je dis qu'il eſt incertain à ceux qui habitent en l'autre lieu en liſant le meſme, ſi c'eſtoit à eux le 12 ou 13 May. Et puis que de jour à autre les navigations ſur la haute mer à l'entour de la terre ont grand accroiſſement par les Hollandois & Zelandois, il eſt notoire que d'icy peuvent ſurvenir beaucoup d'incommodités, & nommément en matiere de Geographie & Aſtronomie, & que l'incertitude d'un jour pourroit emporter quant & ſoy beaucoup d'autres incertitudes, comme és obſervations des lieux des planetes faictes en diverſes regions, differentes de beaucoup quant à la longitude, qui au parti de là, ſerviroit beaucoup à l'avancement de ces ſciences, & à leur donner plus de ſtabilité; comme il en ſera parlé plus amplement en ſon lieu. Mais pour venir à la declaration de la ſuſdite incertitude de jour, ſoit donc A B C D un cercle du globe



terreſtre parallel au meſtoyen, faiſant chacun arc A B, B C, C D, D A, un quart de cercle: Là deſſus que ſoyez par exemple en A 1 Ce qui eſtant ainſi poſé, quand il eſt midy vers vous en A le 12 May, vous direz qu'il eſt au meſme inſtant 6 heures plus tard, à ceux qui habitent en B plus orientalement de vous, aſſavoir 6 heures du ſoir du 1a May; Et pour les meſmes raiſons ceux-là en B diront qu'il eſt encore au meſme inſtant à ceux qui leurs ſont plus orientaux, comme en C, 6 heures plus tard, aſſavoir minuict, comme commencement du 13 May: ce qu'accorderez eſtans en A. Ainſi donc eſtant venu ſur l'un coſté, de A orientalement par B juſques à C, nous viendrons maintenant par voye contraire de A occidentalement par D, vers C en ceſte maniere: Quand il eſt midy chez vous, eſtant en A le 12 May, vous direz qu'il eſt 6 heures au meſme inſtant plus matin à ceux qui habitent plus vers l'occident en D; aſſavoir 6 heures de matin 12 de May, & pour ſemblables raiſons ceux qui habitent en D, diront qu'à ceux qui ſont en C, occidentalement au meſme moment, ſera encor 6 autres heures plus matin, aſſavoir à minuict commencement du 12 May, ce qu'accorderez auſſi eſtre ot en A. Mais vous ayez concedé & affirmé qu'il eſt minuict en C, le commencement du 13 May: Pourtant ce ne ſera de merveille ſi en vous contrediſant, vous ne vous pouvez accorder avec les autres, auſſi que les Portugais & Eſpagnols, les uns navigans orientalement, les autres occidentalement vers les Indes, ſont en diſcord & different entr'eux d'un jour.

Les Geographes previendront ceſt accident en poſant un commencement defiry, lequel eſt prins raiſonnablement au commencement de longitude du globe terreſtre.

Quant à ce que quelqu'un pourroit penſer que telle choſe ne ſeroit ſans accident, pource qu'il ſe pourroit faire que deux lieux qui n'auroient qu'une heure de chemin de diſtance, & ce d'un coſté & d'autre du commencement de longitude, differeroient inceſſamment d'un jour, ce qui en conſiderarion politique apporteroit de l'incommodité; ſur quoy on pourroit repliquer, que comme les Aſtronomes ont convenu entr'eux un ordre commun de 24 heures commençant à midy, laiſſant chacune nation en diſpoſer comme il leur ſemble bon, les unes egales, les autres inegales, d'aucuns commençant à midy, d'autres au lever du ſoleil, les autres au couchet, & ainſi du reſte, deſquelles choſes les Aſtronomes n'en ſont empeſchez en matiere du cours des aſtres, & de meſme les Geographes en matiere de Geographie n'ont beſoing de s'empeſcher, avec le commencement do jour de diverſes nations, mais bien d'oſer en commun de leur jour defini propre: & ainſi que les Aſtronomes appellent leurs heures, heures Aſtronomiques, pour les diverſifier des autres; de meſmes les Geographes pourront appeller ces jours en difference des autres, jours Geographiques.

Definition VI.

Nous appellons ſiecle ſage, celuy auquel les hommes ont eu une cognoiſſance admirable des ſciences, ce que nous remarquons infailliblement par certains ſignes, toutesfois ſans ſçavoir qui ſe ſont eſté, où à quel lieu, ny quand.

Puis qu'aſſez ſouvent ce viendra mal à poinct de nommer ce mot iouſité de *ſiecle ſage*, & qu'auſſi j'ay arreſté de declarer en ſon lieu (aſſavoir au ſuivant reoouvellement d'iceluy) comment ſelon mon advis l'on manieroit ceſte affaire pour pouvoir parvenir juſques à une telle ſcience, tant à l'Aſtrooomie, comme à pluſieurs autres matieres, ainſi que nous remarquons avoir eſté autrefois entre les hommes, pourtant m'a-il ſemblé bon de definir ce temps là comme deſſus.

Et pour amplifier la choſe, voicy comment: c'eſt une choſe venue en uſage d'appeller *ſiecle barbare* ce temps là, qui depuis 900 ou mille ans en çà juſques à environ 150 ans paſſez, pource que les hommes avoient eſté 7 ou 8 cens ans comme idiots, ſans exercice des lettres & ſciences: ce qui a pris ſon origine alors que les livres ont eſté bruſlez, par les troubles, guerres, & ruines; ce qui puis apres non ſans grand travail, a eſté remis en premier eſtat ou peu s'en faut; or ledit temps auparavant ſe pouvant nommer ſiecle ſage au regard du ſuſmentioné ſiecle barbare, toutesfois nous n'avons entendu à la definition d'un tel ſiecle ſage, car les deux compris enſemble ne ſont autres, que le vray ſiecle barbare, à comparaiſon de ce temps incogneu auquel nous remarquons icelny avoir eſté ſans aucune doute; mais pour venir à la declaration de ces ſignes: Notez.

Premierement qu'entre les hommes il s'eſt trouvé une grande experience & cognoiſſance du cours du ciel, laquelle eſt preſque venue à s'eſteindre au temps d'*Hyparchus* & de *Ptolomée*, comme auſſi ne ſe doivent tenir

leurs

leurs eſcrits pour autres que reliqoes de ce qui avoit eſté auparavaot; car les premiers foodemens, par leſquels le cooteoo deſdictes reliques fuſt inveoré, (aſſavoir les Ephemerides) ſont perdus, & depuis on o'en a point compoſé d'autres.

Quant au mouvement deſreiglé des planetes, qui eſt appellé de *Ptolemée*, la ſeconde inegaliré, laquelle (en ſon livre 5, chap. 4. & encore au chap. 2. du 9. livre,) il pretend avoir obſervé le premier; & ne peut remarquer icelle avoit eſté touchée de ſes devanciers, accuſant ſouveor leur negligeoce, quant à l'obſervation du lieu & mouvement des lumieres celeſtes. Là deſſus oo reſpond, que les anceſtres oot veu la meſme ſeconde inegalité, devant qu'il leur fuſt poſſible d'eſcrire ſi ſubtilement de la premiere inégalité, ou moyen mouvement des planetes, comme depuis iceluy *Ptolemée* les a receuës d'eux: & que pour parvenir à une tant belle iovention, o'ont eſté aucunement negligens, mais plus diligeos qu'on n'a eſté depuis le temps *d'Hyparchus*; & devant luy (quelque temps je ne ſçay combien) juſques à preſeot, l'on n'a conduit l'affaire d'un tel pied apres le ſiecle ſage qu'alors oo a fait, comme nous verrons cy apres.

Le precedeot eſt confirmé en cela qu'on a trouvé quelques eſcrits en langue Arabique depuis le temps de *Ptolemée*, qui avoient eſté en uſage devant luy entre diverſes nations, quant au faict des figures du globe celeſte; qui eſtoient toutes autres, que celles qui ſont communes aux Egyptieos; deſquelles choſes *Ptolemée*, ny *Hyparque* oe font aucune meotioo qui ſoit. De tels eſcrits, le noble & treſdocte Seigneut *Ioſeph de la Scale* m'en a monſtré quelques uns, en langue Arabique, auſquels eſtoient declarées ces figures, ou aſteriſmes; & non pas ſeulement d'une façon, mais bien juſques à en pouvoir fuurnir 3 globes, toutes diverſes. L'une maniere eſtoit appellée, aſteriſme ſeloo les Indiens; deſquels noms (combien que ſans peinture) me ſouvient en avoir leu en un livre Latin de fort vieille impreſſion, mais j'ay oublié le nom de l'Autheur, & auſſi ne ſçay-je où le livre eſt demeuré. J'ay veu une partie d'aotres ſignes en peinture contre les parois d'une chambre, à la Courr du Roy de Pologne eo Craco, qui eſtoieot de forme monſtrueuſe, dont les membtes eſtoienr compoſez de diverſes eſpeces d'animaux, & eſtoit eſcrit aupres *ſigna Hermetis*, c'eſt à dire les ſignes d'Hermes. Or comme j'ay dit, je n'ay pas trouvé, que *Ptolemée* aye fait mention d'aucuns des ſignes celeſtes deſſuſdits. D'où l'on pourroit conclure, qu'iceux ne luy ſont venus entre les mains, & beaucoup moins les inſtructions du cours des aſtres que chaque nation avoit fondé là deſſus, chacune ſeloo ſa maniere. Davantage les Aſtronomes ont bieo ſceu par cy devant, que la terte tournoit à l'entour du ſoleil, ſans qu'aucune propoſitioo d'iceux ſoieot venuës eotre les mains de *Ptolemée*; car s'il les avoit eu, c'eſt uoe choſe certaine (ſelon qoe l'on peut juger de ſon entendemeot & taiſon quaot au reſte) qu'il auroit coocedé le mouvement naturel deſcrit par les Aſtronomes experimentez, & avec cela auroit delaiſſé les premiers principes, ou ſeulement par maniere d'apprendre les auroit ptins par hypotheſe. De ce mouvement du globe terreſtre, ſe ſont apperceu *Philolaus Pytagorien*, (comme dit *Plutarque*) & *Ariſtarque Samien* (cumme teſmoigne *Archimedes* en ſon livre du nombre de l'Arene.) Mais que cela ne ſoit advenu au ſiecle ſage, cela ſe remarque aſſez, comme il ſemble, par les mots *d'Archimedes* meſmes, qui contiennent comment *Ariſtarque* eſcriviſt contre les Aſtronomes, qui diſoient que le monde eſtoit uo globe, le centre doquel & le centre de la terre, eſtoienr un meſme poinct, & le raid, egal à la ligne, d'entre le ceotre du corps ſolaire & le centre de la rerre; laquelle ligne (avec d'autres telles frivoles) en uo temps ſeroit plus loogue qu'en l'aurre, il ne me ſemble pas y avoir eu grand ſcience. Davantage ſi l'on tegarde à la proportion qui eſt poſée par *Ariſtarque*;

Comme le centre de la ſphere,
A la ſuperfice d'icelle,
Ainſi le cercle où la rerre ſe meut,
A la diſtaoce des eſtoilles fixes.

Là où ſe voit (cootre la reigle des Mathemariciens) une comparaiſon de choſes heterogenes, aſſavoir du poinct avec la ſuperfice; par ainſi comme nous avons dit cy deſſus, on pourroit à boo droit conclurre que ce n'eſtoit do temps du ſiecle ſage: Et rouchaot *Archimedes* qui explique la ſuſdite proportioo, diſant qu'elle doit eſtre ainſi entendue,

Comme la ſphere terreſtre,
A ce qu'on appelle moode,
Ainſi la ſphere de la voye, de la terre,
A la ſphere des eſtoiles fixes.

Quoy que ce ſoit, les raiſons Mathematiques reqnetent mots certains. En tour cela on oe voit point de trace du ſiecle ſage.

Nous avons encor uo autre teſmoignage d'un grand exercice en l'Aſtrooomie, devant le temps de *Ptolemée*, par les diverſes doctrines des triangles ſpheriques, & fondées ſur divers principes; puis apres venuës en avant en langue Arabique, & de là en Latin. Car jadis lors que les hommes cognuteot, eombien il eſtoit neceſſaire à l'Aſtronomie de pouvoir reſoudre, & calculer les triaogles ſpheriques, ils ſe ſont addonnez merveilleuſement à ceſte matiere. La maniere parvenuë és mains de *Ptolemée*, & par apres par luy deſcrite, eſt btiefve & ſubtile; cooſiſtant en addirion & ſoubſtraction des raiſons des lignes, qui ſoot imagioees eſtre en un plan, qu'oo appelle ſection de ſphere, mais l'uſage en eſt difficile; car l'on ne trouve aucun probleme formé, qui ſerve d'exéple à l'inſtant pout calculer quelque triangle ſpherique qui ſe puiſſe reocontrer, pour le ſuivre avec facilité, comme il ſeroit tequis; cat ao contraire on eſt touſiours en peine de quelle maniere d'addition oo ſubſtraction de raiſons on choiſira dans le plan de ſection ſpherique, pour ſervir à l'exemple propoſé. Il y a auſſi une autre maniere dont on uſe avec l'imagination des commones ſections de plans de cercles qui ſoot marqués ſur la ſphere. Et encor une autre qui ſe trouve dans *Iean du Mont-royal*.

Touchant aucuns qui eſtimeot, que l'invenrion de l'Aſtrooomie o'eſt pas fort ancienne, mais que les plus grandes particularitez d'icelle ſoot venuës en cognoiſſance aux hommes par *Hyparque*. Et que *Timochares* 30 ans apres *Alexandre le Grand*, eſtoit le premier entre les hommes, qui fit la diligence de trouver, & d'eſcrire le lieo des eſtoilles fixes; cela n'eſt nullement de mon opinion. Je veux bien croire que ſi *Hyparque* n'euſt tiré des livres de ſes devaociers, ce qui eſt depuis venu entre les maios de *Ptolemée*, & de luy parveou à nous, que la cognoiſſaoce du cours des aſtres que nous aurions, ſeroit bien maigre. Mais qu'il air eſté inveoteur de ces admirables propoſitions, il ne le ſemble pas, & une raiſon entre autres eſt, que *Ptolemée* dit au chap. 11. du livre 4, que *Hyparque* rencontra une difficulté, en ee qu'il trouvoit les concluſioos differentes, dont l'une venoit qnand il prenoit par hypotheſe le coors de la lune en un epicycle, & l'autre quand il le prenoit en un

cercle

cercle eccentrique. Il demonſtre davantage que telle difference ne venoit pas, de la diverſité qu'*Hyparque* rencontroit en ces deux poſitions, mais par meſconte, ou autre accident. Ce qu'eſtant ainſi, l'on ne concluroit pas mal à propos, qu'*Hyparque* entre autres inventions qu'on luy attribue, n'eſtoit pas inventeur de ce theoreme, qui demonſtre que l'une & l'autre poſition n'ont qu'une meſme concluſion; mais pluſtoſt qu'il ne l'a comptis, ny entendu (ce que je ne dis par meſpris, mais pour demonſtrer le propoſé) ce qui autrement ſeroit, comme celuy qui auroit entendu la demonſtration Geometrique de la 47 propoſition du premier livre *d'Euclides*, toutesfois par experience actuelle douteroit ſi les deux quarrez des deux plus petits coſtez d'un triangle rectangle, ſeroient egaux ou non, au quarré du plus grand coſté; pource qu'il les trouve inegaux à l'heure meſme de quelque operation, ſans ſçavoir que cela n'advient pas par la faute de la propoſition, mais par la faute de la main, des yeux, par meſconte, ou par autre accident quelconque. D'autre part que *Ptolemée* en ſon 3 livre chap. 2. priſe la maniere *d'Hyparque* par deſſus celle des anciens, en matiere de trouver le lieu du ſoleil entre les eſtoiles fixes, pour calculer par là la longueur de l'année, laquelle choſe il penſe que les anciens avoient recerché par la declinaiſon du ſoleil, eſtant en ſon ſolſtice d'eſté, laquelle recerche *d'Hyparque* eſtoit plus certaine, que quand le ſoleil eſtoit en la ſection vernale. De dite, qu'iceux par une continuelle & admirable diligence, & exercice eſtoient parvenus en la cognoiſſance dn moycn mouvement des planetes, leſquels dis-je n'euſſent pas peu appercevoir qu'une telle obſervation faite au ſolſtice eſtoit du tout mal propre à ceſt effect, je n'y void point d'apparence: Mais (comme *Hyparque* dit) s'ils ont fait leurs obſervations au ſolſtice, il eſt à preſumer que cela n'eſt advenu par la recherche de la declinaiſon du ſoleil, mais pluſtoſt pour plus grande certitude, par l'aſſomption de la longitude viſuelle entre iceluy & quelque eſtoile fixe. Car elles peuvent eſtre appetceuës à l'entour du ſoleil, quand l'on y ptend garde diligemment. Ce qui eſtant incognu à *Ptolemée*, il ne ſemble pas avoir beaucoup de fondement d'eſtimer l'invention *d'Hyparque* par deſſus celle de ſes devanciers. Et quant à *Timochares* qu'il dit eſtre le premier qui ſe diligenta à trouver & deſcrire les lieux des eſtoiles fixes, & qu'auſſi ceux qui diſent cela, & *Timochares* avec, ſemble qu'ils ont ignoré les figures & ſuſcriptions des Globes; ſur leſquels leurs anciens predeceſſeurs de diverſes nations, ont comprins les eſtoiles par d'autres figures, comme nous avons dit cy deſſus; & par conſequent *Timochares* ne peut eſtre autre que le premier obſervateur des eſtoiles fixes; & d'avantage que les moyens mouvemens des planetes, qui ſont venus entre les mains *d'Hyparque*, ſont inventés par plus ſeure deſcription des eſtoiles fixes, que par celle de *Timochares*; laquelle, ſelon qu'il appert ès tables de *Ptolemée*, ont 10 ① pour leur moindre meſure.

La ſeconde marque, eſt la merveilleuſe experience, que nous voyons avoir eſté entre les hommes au faict de l'Arithmetique; de laquelle matiere on peut tenir l'Algebre pour l'une des plus eſtrange relique, laquelle depuis peu d'années eſt venuë eo lumiere par quelques livres Arabiques, ce qu'on ne remarque aucunement par les livres qui nous reſtent, que les Chaldeens, Hebrieux, Grecs (car Diophaote eſt moderne) ou Romains, ayent eſté tels en l'Arithmetique, qu'on les puiſſe appeller par excelleoce Arithmeticiens. Comme auſſi conſiderant qu'iceux avoient faute d'appareil neceſſaire, nommément de chiffres, avec une telle progreſſion decuple, comme les nombres ſont prononcez, il leur eſtoit impoſſible: Mais ils pouvoient eſtre tels Arithmeticiens, comme on en voit aujourd'huy avec les jers, ou avec des marques de croye. Quant à ces chiffres, ou notes d'Arithmetique, en progreſſion decuple, ils ſont encor tels, & en telle ſotte, qu'en commençant à preſent par là, on pent apprendre qne c'eſt de commencement ou poinct de nombre, lequel le ſiecle barbare (j'eotens du commencement des Grecs juſques à preſent) a dit eſtre l'unité. Car le noble & docte Seigneur *Ioſeph de la Scale* m'a monſtré, qu'ils ont marqué un poinct ainſi (.) ſignifiant commencement de nombre, lequel ils appelloient auſſi poinct; & eſtoient iceux poincts mis en uſage entre leurs chiffres, au lieu de noſtre (o) ce qui conveoit avec ce qu'en avons traicté eo la deuxieſme definition de noſtre Arithmetique (laquelle ſera icy adjoincte.) J'eſtime que la raiſon pourquoy en la place de ce poinct, l'on uſe en l'Eutope de (o) eſt, que ce poinct oous ſert de cloſture és petiodes des diſcouts, leſquels en meſme maniere ſuivent ſouvent les nombres; ce qui ſeroit douteux, s'ils faiſoient office de nombre, & aucunesfois office de cloſture ès periodes du diſcours. Ce que prevoyans, ils ont pris o, pour mettre entre les nombres en la place de ce poinct Arabique; & puis que o eſt appellé au ſiecle ſage (*poinct*) nous luy donnerons auſſi ce nom *poinct de nombre*, en difference du *poinct Geometrien*, & delaiſſerons ce premier nom *commencement*, que nous avons eu en uſage juſques à preſent. Quant à ce qu'aucuns ſuivent l'authorité de ceux qui en ont traicté, o'en pouvant bien juger par raiſons naturelles, j'eſtime que ceux-là ſont en bon chemin en ſuivant l'authorité de ces Arithmeticiens tres-experimentez du ſiecle ſage; & en delaiſſant les Grecs, qui n'eſtoient pas Arithmeticiens, comme il a eſté dit cy deſſus qu'ils ne pouvoient eſtre parfaicts, ayant faute de notes d'Arithmetique, ou chiffre. Car combien qu'*Euclides* ait eſcrit de beaux rheoremes qui luy eſtoient tombés és mains, eſtans du ſiecle ſage, nonobſtant il n'y a pas de problemes, ny practique d'Arithmetique, ce qui eſt o'agueres venu en avant en langue Arabique, comme dit eſt. Tellement que les theoremes *d'Euclides* donnoient teſmoignage du ſiecle ſage d'auparavant, & qui n'eſtoit pas alors. La raiſon pourquoy nons parlons raor de ce poinct, eſt que la definition de l'unité, comme poinct eo nombre entr'autre, donne teſmoignage du ſiecle ſage, qui eſtoit alors, que l'on marquoit un poinct pour ſignifier, poioct en nombre: & auſſi du ſiecle barbate qui a eſté depuis, engendrant des Arithmeticiens ſi imparfaicts, comme la definition de la partie de quantité, pour le poioct de quantité, engendreroit des Geometriens imparfaicts. Eocor peut-on remarquer qu'au meſme ſiecle ſage, l'on ſolvoit avec grande facilité beaucoup d'operations d'Atithmetique avec des calculations fondées ſur la progreſſion decuple. Et pour plus ample raiſon de cela, comme ainſi ſoit que quelques anoées eo ça j'euſſe compoſé la Diſme, m'imaginant alors pouvoir eſtre miſe en uſage avec grande facilité en la diviſion des ſinus & arcs qui ſeroient en progreſſion decuple; & qu'ainſi par apres j'euſſe deſcrit proprement la meſme maniere eo telle ſorte qu'il ſe traictera un chapitre d'icelle en ſon lieu, en l'Aſtronomie ſuivante avec telle briefveté comme il apparoiſtra. Or ai-je depuis remarqué cecy, comme ſi elle euſt eſté faicte devant moy, ou certes ſemble avoir eſté faicte du vieil temps, lequel j'eſtime eſtre le ſiecle ſage pour ces raiſons: Les tables

de

de *Iean du Mont-Royal*, dont le raid eſt diviſé en 10000000 contient en ſoy parfaictement ce que je cerchois: Car en prenant que le raid ſoit diviſé en 100 parties egales, au lieu des 60 des Egyptiens; & que je me preſuppoſois, eſtre la progreſſion decuple, au lieu de la ſoixantieſme des Egyptiens, je trouvois en ceſte table l'ouvrage tout fait touchant les ſinus: & penſois alors qu'iceluy *Regiomonte* eſtoit premier inventeur d'icelle; & davantage en ce qu'il dit au commencement de la compoſition des tables de ſinus, que ceux qui avoient eſté devant luy, diviſoient le raid en peu de parties, comme *Ptolemée* en 120, *Arzahel* en 300, & chacune de tes chef en 60 ①, & chaque t ① en 60 ②. Mais par apres, il m'a ſurvenu quelque choſe, qui m'a fait preſumer autrement; c'eſt que comme je voulus une fois recercher ſi par les tables de ſinus de *Regiomonte* ou non, je pourrois trouver la raiſon du diametre à la circonference auſſi pres, que les termes puiſſent eſtre entre les termes *d'Archimedes*; & à ceſt effect je regarday que le ſinus de t ① eſtoit 2909, de telles parties que le raid fait 10000000. Mais ce ſinus eſt preſques egal à ſon arc, à cauſe de la parvité d'icelui arc; & pourtant 5400 ① faiſant le quadrant, ſont preſque egales à 5400 fois 2909, c'eſt à 15708600; ce qui me ſignifioit que la proportion à peu pres de la quatrieſme partie de la circonference au raid, eſtoit de 15708600 à 10000000 & par conſequent toute la circonference au diametre; comme 62834400, à 20000000. Or je trouvay que ceſte raiſon eſtoit entre les termes de la raiſon deſcrite par *Archimedes*, aſſavoir plus petite que 22 à 7 & plus grande que 223 à 71. Il ſemble que les anciens ont eu tel deſſein que j'avois icy, pour les raiſons que je deduiray. Quelques eſcrits ſe trouvent entre les mains de *George Peurbache* (comme il dit en ſon traicté de la compoſition des tables des ſinus) contenans les opinions de pluſieurs nations, comme Indiens, Egyptiens, Arabes, touchant la raiſon du diametre à la circonference, & qu'aucuns la poſoient de 20000 à 62832 aſſez pres de ce que deſſus, mais plus pres de la vraye. Mais iceux en ce faiſant, poſoient le diametre de 2 & quelques poincts de nombres, qui n'eſtoient en quantité ſeulement 7, comme en la table de *Regiomonte*, mais comme il ſemble, eſtoient d'un poinct de nombre davantage, à cauſe que ce nombre 62832 eſt ferme juſques à la cinquieſme lettre, au lieu que la noſtre ne va que juſques à la quatrieſme. Ce qui appert quand l'on prend la raiſon plus pres, comme a fait le fameux Arithmeticien *M. Ludolff de Cologne*, aſſavoir quand le diametre eſt de 200000000000000000000. alors la circonference eſt moindre que 628318530717958647694. mais plus grande que 628318530717958647690. Tellement qu'il ſemble qu'on peut conclurre que devant le temps de *Regiomonte* on a bien diviſé le raid en 10000000, ou un nombre d'un. 0, davantage; lequel temps on peut preſumer eſtre le ſiecle ſage incognu, veu que l'on ne ſçait, & ſi ne peut-on remarquer, que cela ſoit advenu en quelque temps cognu.

Juſques icy a eſté dit de la diviſion du raid des anciens par la Diſme, mais qu'avec cela ils ayent auſſi diviſé le quadrant par meſme progreſſion (pour parvenir en ceſte maniere à la faciliré, de laquelle nous parlerons en l'Appendice de l'Aſtronomie,) on le pourroit prejuger en la diviſion du cercle en 1600, ſelon ce qu'en dit *Ptolemée* en ſon 2 chapitre du 3 livre & que par cy devant on diviſoit ainſi les inſtrumens Mathematiques; d'où s'enſuit que comme le quadrant, ſelon les Egyptiens, eſt diviſé en 90 deg. & aux inſtrumens chaque degr. en 4. ſans contrevenir à la 60e progreſſion, qu'icy auſſi chaque quadrant en 100 deg. & aux inſtrumens chaque degré en 4. ſans contrevenir de ſuivre la Diſme. Car il ne ſemble pas que ceux qui ont compoſé les notes d'Aritbmetique en progreſſion de Diſme, & qui ont fait les regles d'Arithmetique, ayant eſgard à ladite progreſſion, (comme nous dirons au livre des Meſlanges) n'ayent remarqué l'advantage de la Diſme en la diviſion du cercle, qui vient ſi ſouvent en uſage és calculations de l'Aſtronomie.

La troiſieſme marque, eſt la Geometrie, & quoy que les Grecs en ayent eu fort grande experience, toutesfois pluſieurs affirment qu'ils l'ont receuë d'autres. Certes c'eſt une admirable ſcience donnant bon teſmoignage detres-grand artifice à ceux qui l'ont ſceu amener en tel degré. De cecy nous eſt reſté *d'Euclide* ce que nous en pouvons dire, là où joignant la matiere de Geometrie ſe trouve quelque choſe d'admirable & fort neceſſaire à voir, & à lire, nommément l'ordre en methode d'eſcrire les Mathematiques en ce ſuſdit temps du ſiecle ſage, il ſera encor traité de ceſte matiere au renouvellement du ſiecle ſage ſuivant.

Pour quatrieſme marque, ſe pourroit amener le traité de la hauteur des vapeurs, n'agueres venuë en avant en langue Arabique, & cy apres declarée au 3 livre de la Geographie, denotant qu'icy devant, chez les Mathematiciens s'eſt trouvé une admirable recherche des choſes naturelles occultes, de la diſpoſition du monde, & de leurs proprietez.

La cinquieſme marque, eſt l'admirable & merveilleuſe Alchimie, incognuë aux Grecs, & qui n'agueres a recommencé à ſe monſtrer; par laquelle l'on recerche & recognoiſt bien autrement l'eſſence des matieres, au grand advantage des hommes, leſquels ſans icelle leur eſtoit impoſſible de comprendre. En cecy *Hermes Triſmegiſte* a eſté eſtimé pour le plus expert qu'aucun eſcrit qui ſoit, face mention; nonobſtant il eſt incertain qui il a eſté, de quelle nation, & en quel temps il a veſcu, combien qu'il ſoit tenu fort ancien.

Quant aux Grecs, & à ce qu'ils diſent (traictans de la nature, avec leurs ſectateurs, qui ſont appellés Philoſophes) que toute matiere eſt compriſe és 4 Elemens, comme terre, eau, air, & feu, avec les Corollaires & Conſequences qu'ils en tirent: Certes leur diligence eſt à louër, comme ayant fait tout leur poſſible: mais helas! c'eſtoit tout par ouir dire, avec peu de certaincté, & beaucoup d'erreurs, & ſans cognoiſſance des cauſes; car elles ſont tirées de la practique de l'Alchimie, laquelle ils ignoroyent.

Et quoy qu'elle ſoit meſpriſée de beaucoup de perſonnes, à cauſe qu'aucuns s'y exerçans, & comme trompeurs, faiſant grãds dommages à d'autres, leur promettant de faire de l'or d'une matiere qui n'eſtoit pas or; On reſpond là deſſus, que tel abus ſe devroit rapporter aux abuſeurs de ceſte ineſpuiſable ſcience, mais non pas à elle.

Nous deſcritons generalement cy apres, en la Declaration ſuivante, en quelle ſotte l'on pourroit commencer la choſe, pour à la fin parvenir à ce ſiecle ſage: Quant à l'Aſtronomie, & comment cy devant elle a eſté cognuë, nous en deſcritons quelque choſe de particulier en la deſcription d'icelle.

NOTEZ.

Comme je tennois un jour quelque propos du ſiecle ſage avec le tres-docte *Huych de Groot*, il me recita

avoit leu en divers lieux, aucuns teſmoignages d'une antiquité tres-notable: là deſſus je le priay de me les mettre par eſcrit; ce qu'ayant fait, je les ay inſerez à la precedente deduction, comme s'enſuit.

Teſmoignages d'une antiquité tres-notable, redigez en eſcrit par le tres-docte Huych de Groot.

Ioſeph, recite que *Beroſe* Preſtre Chaldeen, dit qu'en la dixieſme generation depuis le Delnge, eſtoit un homme juſte, fort renommé entre les Chaldeens, & experimenté en l'Aſtronomie, lequel *Ioſeph*, & entre les eſcrivains Payens, *Hecatée*, *Nicolas Damaſcene*, *Alexandre Polyhiſtor* & *Atrapane* opinent cela eſtre dit *d'Abraham*.

Diodore, *Herodote*, & *Strabon*, penſent que *Zoroaſtes* (du temps de *Ninus*, qui a eſté environ 200 ans apres le Deluge,) ait eſté le premier Aſtronome.

Mais les Egyptiens tiennent pour le premier *Hermes* ou *Mercure*, d'un temps incognu. Ils diſent auſſi qu'il y a eu un Roy *Neceſſos*, qui ſe ſeroit fort exercé en ceſte ſcience.

Ceux qui rapportent à la verité les fables Poëtiques, veulent dire que *Phaëton*, *Endymion*, *Atlas*, *Hercules*, *Theban Phryge*, *Atrée*, & *Titan* ont eu cognoiſſance de l'Aſtronomie.

Simplice & autres eſcrivent d'une antiquité plus remarquable que les precedens, aſſavoir que *Calliſthenes*, (lequel fut preſenté par *Ariſtote* à *Alexandre* en la priſe de *Babylone*) a trouvé là des inſcriptions Aſtrologiques fort antiques, d'environ 1903 ans: Ce qui ſeroit quelques 60 ans apres le grand Deluge, ſuivant la commune ſupputation.

Platon en divers paſſages, eſcrivant d'une origine plus ancienne, & entr'autres au 3. livre des Loix, a opinion, que les ſciences eſtant peries par un grand Deluge, ont eſté puis apres redigées peu à peu, en un corps, par les uns & les autres; tellement que ce qui s'eſt veu ſçavoir en Grece, ſeroit venu en eſtre 1000, ou 2000 ans apres ce temps-la.

La plus ancienne relation qui ſe face de la diviſion des metaux, qu'on appelle Chymie, ſe trouve chez *Suide*, puis en *Cedrene*: Car auparavant tant la choſe que le nom ſemblent avoir eſté incognuës au Grecs & Romains. Quant à ce qu'on en dit (hors ce qui eſt eſcrit) de *Salomon*, eſt incertain, & de *Pythagore*, cela eſt fabuleux, nonobſtant il eſt notoire qu'elle a eſté cy devant en quelque lieu, non pas chez les Hebrieux ny les Grecs: Mais il eſt vray-ſemblable que les Egyptiens y ont entendu quelque choſe, pource que *Platon en ſon Timée* (le contenu duquel il dit avoir tiré de la doctrine des Egyptiens) parle de ſel & de ſalpetre, là où il traicte du commencement des matieres.

Plutarque auſſi dit en *Oriſide* que les Preſtres appellent hietoglyphiquement *l'Egypte*, *Chimie*: Tellement que l'on peut avoir appellé les *Chimiſtes* ainſi à cauſe du pais; comme par cy devant les *Aſtrologues* ont eſté appellez *Chaldeens*, à cauſe du pais.

Il appert auſſi que la cognoiſſance des arts qui eſtoit en Grece, eſtoit venuë d'autre pais, pource que *Laërtius* & *Athenée* diſent, que *Thales* (lequel a veſcu environ 80 Olympiades devant Alexandre) n'a pas ſeulement apporté la Geometrie d'Egypte en la Grece, mais auſſi quelque choſe de certain touchant les ſolſtices & equinoxes, & le cours de la petite Ourſe, (leſquelles choſes eſtoient auparavant incognuës aux Grecs, puis qu'ils ſe conduiſoient en la navigation par le cours de la grande Ourſe,) & a auſſi predit l'eclipſe du ſoleil. Pareillement que *Pythagoras*, qui eſtoit plus de 400 ans devant *Alexandre*, revenant d'Egypte & de Chaldée, mit en avant quelques predictions, aſſavoir du lever & coucher des aſtres, avec leurs dependances.

Pline raconte que *Anaximander* a eu le premier entre les Grecs la cognoiſſance du cours oblique du ſoleil, lequel eſtoit du temps de la 58 Olympiade, qui eſt 56 Olymp. devant Alexandre, & qu'aucuns noms des 12 ſignes ont eſté incognus chez les Grecs apres luy.

Du renouvellement du ſiecle ſage, où eſt declaré comment il ſemble que la choſe ſe pourroit tellement projecter, pour ainſi parvenir peu à peu en auſſi grande cognoiſſance des arts, comme il s'eſt veu au ſiecle ſage.

PVis qu'il eſt certain que l'homme en quelque temps a eu une auſſi grande cognoiſſance des arts & ſciences, comme il a eſté declaré à la 6 definition; & qu'il n'apparoiſt aucunement (à ce que je ſçache) que l'entendement d'iceluy ſoit amoindri ſi peu que ce puiſſe eſtre; ce qui donne à cognoiſtre avec raiſon la poſſibilité d'y pouvoir parvenir derechef, s'il y procede par un tel moyen qu'alors. C'eſt ce qui a eſté cauſe de me faire dire mon advis, ſur ce qui defaut à l'homme de ce qu'il obtenoit pour lors en ce temps là; comprenant le tout en 4 articles, dont le ſommaire eſt tel, comme je declareray plus amplement par apres, de chacun en particulier.

Article I.

Premierement nous avons defaut de beaucoup d'obſervations, ſur leſquelles on donne un ferme appuy aux ſciences. Et ſeroit neceſſaire que beaucoup de gens s'y adonnaſſent, pour parvenir à telles experiences.

Article II.

Et pour acquerir la pluralité de perſonnes, comme il ſetoit icy de beſoin, il faudroit que les ſuſdictes obſervations & exercices des ſciences fuſſent practiquées par une nation en ſa propre langue maternelle, laquelle pour faire quelque choſe d'exquis, devroit eſtre ſingulierement bonne; ce qui ne ſe remarque avoir eſté fait depuis le ſiecle ſage, excepté entre les Grecs, mais ce ſeulement quant au faict de la Geometrie, car quant au reſte il ne touche pas au but.

Article III.

Pource que les bons langages ſont neceſſaires, il faudroit devant toute choſe ſçavoir en quoy conſiſte la bonté d'une langue, afin que par telle voye on en puiſſe cercher une qui ſoit telle; car il ſemble qu'icelle ſoie perdue avec les autres ſciences d'alors, à cauſe que peu de gens en ont la vraye cognoiſſance preſentement.

Article IV.

Et d'antant que le bon ordre en la deſcription & inſtruction des arts, aide fort à l'avancement d'iceux, il ſeroit beſoing de l'obſerver diligemment, & d'en choiſir le meilleur avec bon jugement. Et à meſme fin je n'en remarque de meilleur pour le faict des Mathematiques, que celui du ſiecle ſage.

Declaration du 1 Article.

Donc pour donner raiſon plus ample ſur un chacun de ces 4 articles: & que pour le premier il nous manque beaucoup d'experience & de faict, ſur leſquels on puiſſe fonder aſſeurément les arts. Je commenceray ceſte declaration par un exemple de l'Aſtronomie, en la cognoiſ-

[illegible]ience de laquelle sont notoirement parvenus [illegible]eux du siecle sage par une abondance d'observations & experiences, comme il a esté dit plus amplement en [illegible] definition, & sera dit encore davantage au livre [illegible]uivant du cours du soleil en la troisiesme. Pareillement [illegible] livres du cours des planetes, là où nous userons [illegible] ephemerides calculées, comme si elles estoient observées, & monstreruns que l'invention de leurs cours, est par icelles de plus facile commencement & progrés, que par autre moyen qui puisse avoir esté produict depuis le siecle sage en ça.

Ce qui estant ainsi, & qu'il est assés evident, comme j'estime, que le deffaut de beaucoup d'observations sont la cause que les hommes se travaillent & rompent la teste en vain, à cercher le cours des astres, dont la qualité ne se trouve ainsi en aucune façon. Tout ainsi que celuy qui faisant voile le long du rivage de la terre australe incognuë afin que j'esclarcisse cecy par un exemple en matiere de Geographie) concluroit à la veuë de la bouche d'une grande riviere, que le long des grandes rivieres le terroir est fertile, que beaucoup de gens habitent ès païs fertiles, le long des grandes rivieres: & là où sont beaucoup de gens, se trouvent de bonnes villes; partant qu'en ces rivieres-la il y a des villes bien florissantes; & qu'il vienne à mettre en carte telles villes, & pais, le tout appuyé sur ceste position-la (en concluant du tout par une seule partie veuë) je laisse à penser quelle certitude & convenance il y pourroit avoir là, & quelle similitude il y auroit entre lesdites cartes, avec ce que l'on y pourroit voir en effect puis apres; car par là on peut entendre quelle certitude il y auroit au cours entier d'une planete qu'on auroit arresté & conclu par une partie veuë, & comme telles regles & descriptions conviendroient avec ce que nous pourrions remarquer par apres en icelle [illegible]nie.

Or tout ainsi qu'il est icy parle des observations necessaires en matiere d'Astronomie, de mesme s'entend-il des autres, comme du flux & reflux de la mer, à la cognoissance dequoy nous defaillent des observanous [illegible] necessaires, comme il en sera parle au sixiesme livre suivant. Pareillement du changement des matieres terrestres [illegible] es descrites au 2 livre suivant. Davantage de l'Astrologie judiciaire, ou prognostication tirées du cours des astres: Aussi de l'Alchimie, & Medecine, là où (pour n'en dire avec *Hypocrates*) on dit que l'on y devroit avoir uu autre sorte d'exercice, tant en l'Anatomie, comme en la recerche des qualitez des simples & medicaments qui sont trouvez bien souvent par l'Alchimie. Mais pas que pour parler de chacune en particulier, il seroit besoing de plus grand loisir que je n'ay pour l'heure, & plus qu'il ne semble necessaire d'y adiouster, nous passerons outre pour cause de la briefveté.

Je tiens donc pour tout manifeste, que comme il est dit au premier article, que nous avons grand defaut d'observations, sur lesquelles on puisse donner un fondement certain aux arts. Mais pour declarer icy, comme cy dessus, que pour y parvenir il seroit requis que beaucoup de gens s'addonnassent ensemble, je commenceray derechef par des exemples de l'Astronomie. Premierement une seule personne ne pourroit satisfaire continuellement de jour & de nuict, an en an, en l'observation des lieux des planetes & de leurs dependances: mais ce faisant par plusieurs peuples à la fois, [illegible] qui defaudroit en l'un, se trouveroit en l'autre defaillant. Secondement, combien que les observations d'aucuns, leur semblassent certaines, elles ne seroient pas pourtant suffisantes aux autres pour fonder une theorie stable, sans aucune preuve; mais bien les observations de beaucoup de nations diverses, estantes confrontées teste à teste, on en pourroit tecueillir un appuy si ferme, avec si peu de discrepaoce, qu'elle ne seroit de nulle estime; & pour particulier exemple de cecy, se pourroient amener les observations n'aguetes faictes entre le tres-illustre *Guillaume Lantgrave de Hessen*, & du tres-fameux observateur *Tycho Brahe*, qui se trouvent imprimées Experiences certes, qui n'ont esté veuës depuis le siecle sage en ça. Tiercement, il se trouve en d'aucuns lieux que le Ciel est couvert, tellement que l'on ne voit par quelques sepmaines aucunes estoiles; en tel accident l'on pourroit avoir ce qui auroit esté observé des autres, ès lieux, où l'air estoit plus serain. En quatriesme lieu, ce ne seroit pas un petit advancement, quand un chacun par ambition (combien que les hommes se mesptennent le plus souvent quant aux mœurs) feroit le mieux qu'il pourroit, pour monstrer la melhorité du sien au prix des autres. Ce qui n'est pas ainsi entre la paucité, car alors chacun garde son invention, & la tient cachée.

Il y eu a qui disent que la matiere est trop noble pour le commun, & qu'elle n'appartient d'estre qu'entre les mains des Princes: mon advis est autrement, car puis que les Princes sur la terre sont en petit nombre, voire entre iceux il y en a peu, qui y soient adonnez naturellement: voyez ce qu'il eu advint au Roy *Alfonse*, lequel pour faire les tables, mises en lumiere en son nom, luy cousta plus de quatre ceus mille ducats. Certes son zele estuit loüable quant à ceste science, mais en fin que s'en est-il ensuivy? Rien de singulier; car ses Mathematiciens sans faire nouvelles observations, se sont mis en œuvre nuément sur la supposition de *Ptolemie*, d'où vient qu'avec ce grand thresor, rien ne se pouvoit attendre de certain, mais ceste science estant maniée du commun, on ne peut lors avoir rien de plus certain, ny avec plus grande cognoissance des causes.

Or ainsi comme j'ay amené ces exemples de l'Astronomie, pour declarer par là le dessein proposé, de mesme s'en pourroit-il amener d'autres tirés des autres sciences. Partant pour le faire court je viendray au teste, estimant qu'il est assés notoire que beaucoup de gens se doivent adonner à chacune d'icelles, si on veut avoir beaucoup d'observations.

Declaration du 2. Article.

Quant au 2 article, assavoir que pour parvenir en une telle pluralité de personnes, qu'il seroit requis, il faudroit que ceste exercice des arts fust en une nation, & ce en son langage naturel, lequel pour y servir singulierement devroit aussi estre singulier & bon: là dessus je dis que si une commune s'exerçoit en une science, il faudroit qu'ils entendissent la langue, en laquelle elle est redigée en escrit, ce qui devroit estre son propre langage. Car combien que d'aucuns font apprendre le Latin à leurs enfans, en laquelle langue se traictent les arts liberaux pour la plupart; maintenant iceux sont bien pen, au regard de la commune. Secondement on fait apprendre le Latin à la jeunesse, pour finalement les dresser en la Theologie, ès Droicts, en la Medecine: entre lesquels il n'arrive guerres que quelqu'un s'addonne du tout aux Mathemanques puis apres, voire cecy n'arrive communement que contre la volonté des parens. Comme entre autres, ce fameux observateur *Tycho Brahe* dit luy estre advenu. Il y en a aussi

une grand partie d'iceux qui employent leur temps entierement en l'exercice du Latin, apprenant par cœur des vers, pour à celle fin de pouvoir accommoder & entrelasser quelques uns de ces vers Latins, en tous accidens qui arrivent es dialogues & discours ordinaires. Et qui cerchent aussi des fleurs de bien dire, pour les rapporter quand il vient à poinct és missives, & escrits. Et combien qu'un tel stile attiffe desplaise à d'aucuns; toutesfois il y en a beaucoup d'autres qui ne s'en peuvent pas acquerir à satisfaction. En somme on en trouve peu entre ceux-là qui s'addonnent aux Mathematiques totalement. Et partant il est besoin, comme nous avons dit, que ceste matiere soit traictée en langage commun; lequel toutesfois au bout de tout cela doit estre bon, pour pouvoir exprimer toutes les choses qui sont necessaires à ceste fin. Mais pource que c'est icy un poinct qui ne me faut guieres bien presumer de pouvoir quelque jour encor parvenir à ce siecle sage; pource, comme il a esté dit cy dessus, qu'avec la decadence des sciences dudit siecle sage, il semble aussi que la cognoissance ou jugement des hommes soit descheu, touchant ce en quoy gist la bonté d'un langage, & qu'il seroit difficile de leur faire entendre; parquoy je declareray mon advis plus amplement sur ce faict. Et pour commencer par un exemple du françois, il est notoire qu'iceux escrivent les arts liberaux en leur langue plus que nulle autre nation; ce qui est une occasion pour laquelle beaucoup plus de gens de leur commune s'y exercent: mais pource qu'ils ont beaucoup de mots d'arts, en Grec & en Arabe, le vray progrés & la cognoissance des causes pour parvenir à la fin, en un siecle sage est empeschés par là. Car alors qu'on n'entend pas le fondement des termes de l'art, comme par exemple, il est difficile de retenir continuellement ces mots à ceux d'entre le commun en langue Françoise, *Prostapheresé*, *Parallaxe*, *Nadir*, *Almuncantaras*, & beaucoup de semblables, lesquels comme dit est, sont pesans, & ennuyeux, & l'usage de plus foible progrés; ils ne peuvent raccommoder les termes de l'art qui sont deffectueux, & qui bien souvent ont besoin de meilleure definition, ny remarquer les erreurs qui derivent de là: mais seulement se plaisent à dire des mots qui ne sont entendus de ceux de leur nation, afin d'estre estimez des mesmes pour grands Docteurs. Cy devant nous avons monstre par plusieurs suis, que beaucoup d'erreurs derivent des mauvais termes, mal entendus, & pourrions y adjoindre encor beaucoup davantage, mais nous nous contenterons de toucher seulement d'un erreur inveteré & par trop commun en la Musique, quant à la raison des tons, là où les termes de la quinte ou diapenté, sont posez estre de 3 à 2; & de là s'ensuit, apres quelques additions & soustractions de raisons qu'il y a deux sortes de semitons, l'un majeur l'autre mineur, assavoir le mineur de 256 à 243; l'autre de 256 à 240 (c'est à dire, que si la corde d'un instrument est divisee en 256 parties egales, desquelles les 13 estans bouchees, c'est la difference entre 256 & 243) alors la corde ainsi bouchee sonnera un semiton mineur plus haut que nous pas les 216 parties: mais si des 256 parties dessus dites, l'on bouche les 16 (qui sont difference entre 256 & 240) alors le son de la corde libre sera un semiton majeur plus bas que non pas le son des 240 parties. Et pour esclarcir cecy par exemple, les touches qui sont marquees és manches des instrumens, ne s'approcheront pas l'une de l'autre proportionnellement, comme ordinairement font ceux qui touchent du Luth, les mettent au jugement de l'ouye qui est bien mieux; car celles du semiton majeur seront plus au large, environ le $\frac{1}{4}$ de l'interval, qui est entre les deux autres. Mais puis que cecy ne convient pas avec les vrais semitons, que nous entonnons de nature tous egaux, ou avec les touches lesquelles sont adjoincées es manches des instrumens, par l'ouye naturelle, cela a cause de grands erreurs aux Grecs qui ont escrit de la theorie de Musique, lesquels les ont fait prendre ceste matiere à tastons, & juger mauvais le bon & escrire d'iceux sans fondement.

Pour esclarcir cecy encor davantage par brieves exemples, il faut sçavoir qu'en ostant la quinte de la raison est faussement posee, *Raison* $\frac{3}{2}$, de l'octave dont la vraye raison est *Raison* $\frac{2}{1}$, restera la quarte *Raison* $\frac{4}{3}$, laquelle ostée de la quinte (*Raison* $\frac{3}{2}$) restera le ton, la seconde majeure *Raison* $\frac{9}{8}$, à laquelle adjoustée encore une telle, viendra le diton ou tierce majeure *Raison* $\frac{81}{64}$, laquelle autrefois soustraicte des deux tons & demy ou quarte mineure, c'est de *Raison* $\frac{4}{3}$, reste pour le semiton comme dessus *Raison* $\frac{256}{243}$ laquelle ostée de *Raison* $\frac{9}{8}$ qui est le ton, restera pour l'autre demiton *Raison* $\frac{2187}{2048}$, c'est quasi *Raison* $\frac{256}{243}$ car si 2187 donne 2048 que donnera 256? vient assez pres 240: Tellement que ceste position amene deux semitons inegaux, l'un plus grand que l'autre; ce qui ne se rencontre au chant, puis que comme nous avons dit, nous les entonnons egalement. Toutesfois ceux qui ont escrit de la theorie en sont passé mille & plusieurs centaines d'annees tousiours là, que la position de la raison de 3 à 2 est bien supposée pour la quinte. Ce qui donne tesmoignage qu'on n'a pas assez bien entendu que c'estoit de raison avec son addition & soustraction, depuis le temps de *Pythagoras* jusques à present, combien que l'on pourroit douter s'il en a esté l'inventeur. Et pour en parler par exemple, soit posé que quelqu'un sçache, ou commande que 4 pintes facent 1 pot, & que neantmois 12 certaines mesures ne soient pas 3 pots justement; alors il ne juge là dessus, que ceste mesure est plus petite qu'une pinte, ce luy sera une reproche de ceux qui sçavent que c'est que pot & pinte d'une grande rudesse & ignorance. Et pareillement l'autre se trouvera en une grande ignorance par ceux qui sçavent que c'est que raison, avec l'addition & soustraction d'icelle. Mais qui est-ce qui en peut estre la cause? La plus vraysemblable estre que les hommes usent de termes de mot non convenables: comme quand au lieu d'un mot qui nous soit cognu, [*even reason*] *raison egale*, un en a prins un estrange *Proportion*. Car à ceux qui usent du mot *raison egale*, leur viendra au devant de dire qu'il n'y a point de galitre de raisons es choses, là où on ne trouve nulle raison egale, ce qui n'arrive pas à [illegible] aujourd'hui en la bouche un mot qui est [illegible] comme *proportion*. Or tout [illegible] que l'on pourroit icy [illegible] je l'ay [illegible] au dernier volume entre les [illegible] ce n'est pas icy son [illegible] Et cependant ceux qui sçavent que c'est de *raison egale* avec l'addition & soustraction d'icelle, pourront entendre, comment les escrivains anciens & modernes ont fait des grands volumes, le proposant traicter de la proportion de Musique, sans toutesfois y attaindre: voire comment la grande, moyenne & petite harmonie des Grecs, ne sont que des resveries & erreurs, qui font perdre le temps inutilement à beaucoup de personnes. Davantage comment ceux qui trouvent des [illegible] aux tons comme qu'un ton est plus grand que l'autre, & un semiton aussi plus grand que l'autre, & qu'en

ſoit d'une façon rapetacé, l'autre autrement raccommodé, ne vient pas de l'imperfection des tons, mais bien d'une mauvaiſe conſequence provenant de la fauſſe hypotheſe & ſuppoſition de la raiſoo de la quinte de 3 à 2.

ALB. GIRARD.

L'autheur n'a pas tenu ſa promeſſe en cecy, je croy que la cauſe, eſt qu'il n'a pas eu le temps; pour à quoy remedier j'eſpere en faire un traité particulier au pluſtoſt: eſtant de la meſme opinion que luy en cela.

On voir au precedent combien les mots des arts qui ſont bons & faciles, ſont neceſſaires, & combieo errentgrandement ceux qui eſtiment que le meſlange des langues eſtrangeres avec la Françoiſe, ſoitl'avancement & l'enrichiſſement d'icelle, ce qui eſt toutesfois ſon degaſt & appauvriſſement. On pourroit objectet que puis que c'eſt une opinion tete ouë de toute l'Europe, voire des doctes, ignorans, nobles, & ignobles, leſquels loüent de meſme accord, comme d'une bouche, la beauté & richeſſe que la meſme langue Françoiſe reçoit par un tel moyen, & partant que ſera-ce d'une perſoone ſeule retenant uoe opinion route contraire à tel amas? Je reſpondrois alors qu'il m'en prend tout de meſme, comme il ſe pourroit faire, peut eſtre à toy, quaod lors que tu vertois & oyrois qu'en toute la Turquie, l'opinion qu'un chacun tient de la ſaincteté de *Mahomet*, & de la certitude de ſa religion: car tout ainſi que pluſieurs cens milles ne ſuffiroient pour te faire etoire à icelle; de meſme pluſieurs centraines de mille ne me feroient pas croire, que la langue Françoiſe ſoit riche, pure & bonne. Et ainſi comme lesplus expetrs au *Mahometan*, qui s'eſtiment eſtre bien entendus au faict de la ſaincteté de *Mahomet*, ne ſçavent rien moins que c'eſt que ſaincteté à ton jugement; Pareillemeot les plus doctes de ceux qui s'eſtimenr tres-bien entendre que c'eſt de la booré de la langue Françoiſe, ſoot ceux que je crois ſçavoir le moios que c'eſt de la bonté d'un langage. Et finalement comme il ſe pourroit faire, que tu ne te voudrois rompre la reſte, à teſuter de poinct en poinct les raiſoos des plus doctes *Mahometans*; pource qoe tu n'eſtimes pas leurs premieres poſitions, & les choſes qui s'en enſuivent tant d'une façon que d'autre, que pout un tas de ſiogerics; de meſme auſſi je ne me romprois pas volontiers l'eſprit, ny perdrois le remps, à rembarrer ceux qui me voudroyent perſuadet que le François ſoit bon, voire ſelon la maniere que l'on a uſé juſques à preſent; pource que je tiens leur premiere ſuppoſition, & toute ſa ſequelle pout une choſe malotruë, & qu'ils parlent d'une choſe qu'ils n'entendent pas. Cat de dire, que comme les fleurs de diverſes couleurs oroenr un jardin, ainſi les langages eſtrangers embelliſſent le François, c'eſt une ſimilitude par trop maigre, indigne de refutation quelconque. De dire auſſi qu'à Orleans *cha*, comme en *chandelle*, *chanter*, *chaleur*, eſt un ſon beaucoup plus beau, que le *ca* de Picardie, comme en *candelle*, *canter*, *caleur*; cela o'a nul fondement, car tute contredis toy-meſme alors que tu dis qu'en Latin, (d'où elle procede) le meſme *ca* ſonne bien, comme en *candela*, *cantare*, *calor*. Le meſme ſe peut entendre de beaucoup de vieux mots Picards & Liegeois, deſquels ceux d'Orleans ſe mocquent par ignorance; car la bonté d'une langue ſe cognoiſt par toute autre choſe, qu'on ne penſe.

De dire que les vers François ſont ſi agreables, qu'ils ne plaiſent pas peu à un chacun: A la verité je confeſſe que la lecture d'aucun Poëte, ne m'a pas contenté petitemeor, mais que cela ſoit procedé de la bonté du langage, on le peut nier tout à plat; veu que la mariere en eſt la cauſe, à l'invention & forme de laquelle la France en eſt douëe ſingulierement, par tant d'admirables eſprits, & doctes Poëtes: de meſme façon que tu dis qu'un vaiſſeau ne vaut rien, lequel oeantmoins contient du bon vin, ſemblablement, dis-je, que le vers François ſont plaiſans, pleins de doctrine, de ſubtilité, & remplis de ſçavoir, toutesfois le langage ne vaut rien. Davantage que comme le bon vin eſt bien conteou en un mauvais vaiſſeau, de meſme une invention ſubtile, & une bonne matiere, ſera aucunesfois traictée en pauvre langage. Je dis finalemenr encor cecy; monſtre moy une langue plus meſlée de mots eſtrangers, que le commuo ue peut eotendre, que la langue Françoiſe? & je re monſtreray, un langage plus deffectueux, & deſolé que le François: monſtre moy un plus pauvre laogage, lequel en bonté & pureré, ſoit mis au plus haut degré, par les doctes & ignorans? & je te monſtreray un plus malheureux jargon, où il y aura moins d'eſperance d'amendement, & de plus grande indigence à attendre cy-apres.

Or ce que nous entendons avoir dit ici du François, le meſme s'entendra auſſi de l'Italien, & Eſpagnol, leſquels ſont auſſi farcis d'autres barbariſmes, combien que ce ne ſoit eo telle abondance que le François, en beaucoup de ſciences, & matieres diverſes. Car de pareille ignorance, qu'en France ceux d'Orleans meſpriſent les langues voiſines, rout de meſme en font la Tuſcane, & Caſtillane, chacun eſtimaot la ſienne, ſans comprendre eo quoy giſt la bonté.

Quant à ce que quelqu'un pourroit demander de quoy je me meſle en mariere de Marhematique, de meſpriſer ainſi les langues; je reſponds que je ne pourrois autrement declarer mon deſſein, comment il ſeroit poſſible de pouvoir atteindre au ſiecle ſage; car par le defaur des langages malotrus, ſe coguoiſt la force des bons.

Declaration du 3 Article.

Ayant declaté juſques icy comment le mauvais langage eſt mal propre à deſcrire les arts & ſciences, & comment au eontraire le bon eſt grandement avanragеux, nous viendrons à la declatation du troiſieſme article; contenant en ſomme que puis que le bon langage eſt neceſſaire, qu'il ſeroit beſoin de ſçavoir en quoy giſt la bonté, afin que par là on y puiſſe parvenir. Sur cela je dis; premierement que la preuve d'icelui ſe peut faire convenablement en la deſcription des arts liberaux, & nommément des Mathematiques: car quant aux hiſtoires, comme en quelle façon *Paris* ravit *Helene*, & quels coups furent donnez *d'Achilles*, & choſes ſemblables, les Mimes le pourroient bien exprimer par geſtes & grimaces ſans dire mot; mais il n'en eſt pas ainſi des Mathematiques, car ſi elles ne ſe peuvent bien & deuëment exprimer (je laiſſe là les grimaces) par le François, Italien ou Eſpagnol, comme il a eſté dit, mais empruntent à ceſt effect des mots Grecs, comme en fait auſſi le Latin; par lequel defaut, ne s'eſt peu trouvet des Mathematiciens entre les Romains, que l'on puiſſe nommet par excellence, Mathematiciens. Car ceux qui en ſçavoient quelque eſchantillon, pouvoient eſtre de ceux qui eſtoieot envoyés de leurs parens en Athenes pour s'exercer és lettres. Done le Grec eſtant tel, que par iceluy on apprend les Mathematiques, doit eſtre tenu pout un bon langage. Mais d'où procede

ceſte bonté ? En quoy differe-elle des autres, qu'elle produict ce que les autres ne peuvent ? Sinon en la compoſition, en laquelle elle eſt abondante ; car de là viennent les bons termes des arts, qui font que l'enonciation des proportions eſt aiſée & ſuccinte ; voire eſclareiſſent les difficultez qui ſe rencontrent. Quoy donc n'y a-il pas d'autres bons langages que le Grec ? Ouy vrayement il y en a encore un, mais bien meilleur, aſſavoir le bas-Alemand ; pource qu'il fait ſa compoſition plus briefve & plus certaine. Plus briefve, en ce que la langue eſt baſtie à ceſt effect, ſur des noms & verbes primitifs, qui ſont en ſomme monoſyllabes, en telle generalité, que les polyſyllabes, ſont ou noms propres d'hommes, ou de lieux, herbes, & fruicts eſtrangers, & ſemblables : ou bien ſont enracinez par ignorance apres leur premiere inſtitution, comme en la Hollande ſeprentrionale on dit encor *Vaer*, *Moer*, *Sus*, *Broer*, mais les autres diſent *Vader*, *Moeder*, *Suſter*, *Broeder*, & d'aucuns y trainent un *e* apres, comme *Vadere*, *Mocdere*, *Suſtere*, *Broedere* : Ou bien ils ſont compoſez, ſans qu'on l'apperçoive. Exemple, en ce qu'aucuns penſent que [*nombril*] *Navel* ſoit un mot diſſyllabe, lequel toutesfois pourroit deriver de *Na* & de *Vel*, c'eſt comme qui diroit *poſtpeau*. Mais pour demonſtrer ceſte eleganee admirable de monoſyllabes, j'ay raſſemblé divers noms & verbes par ordre, & ay trouvé en bas-Alemand 742 verbes monoſyllabes en la premiere perſonne : en Latin ſeolement 5 ; en Grec proprement point, mais des longs racourcis juſques à 45. Touchant les noms, pronoms, propoſitions &c. j'en trouve en bas-Alemand juſques au nombre de 1428. En Latin (touresfois impropres à la compoſition) ſeulement 158 ; en Grec 220 ; leſquels j'ay raſſemblé en haſte, un chacun de ſon Dictionaire, comme s'enſuit.

742. *Verbes Flamans d'une ſyllabe.*

A Cht. I'eſtime. Exiſtimo.
Aes. I'apaſte. Inesco.
Back. Ie cuis. Pinſo.
Baeck. Pono pharum.
Baen. Ie prepare le chemin. Præparo viam.
Ban. Ie banne. Proſcribo.
Baet. I'enfante. Pario.
Bas. I'abbaye. Latro.
Baet. Ie proffite. Commodus ſum.
Bel. Ie tire la clochette. Tintinno.
Ben. Ie ſuis. Sum.
Berſt. Ie creve. Crepo.
Bey. I'attens. Expecto.
Bid. Ie prie. Precor.
Biecht. Ie confeſſe. Confiteor.
Bied. I'offre. Præſento.
Bies. Ie beze. Mugio.
Bijt. Ie mors. Mordeo.
Bind. Ie lie. Ligo.
Blaeck. Ie flamboye. Flammo.
Blaes. Ie ſouffle. Flo.
Blaeu. Ie coulore de bleu. Colore cæruleo pingo.
Bleck. Ie couvre de lames. Bracteo.
Bleeck. Ie paſlis. Palleo.
Bleet. Ie brcle. Balo.
Bleyek. Ie blanchis du linge. Candefacio.
Blijf. Ie demeure. Maneo.
Blinck. Ie reluys. Reſplendeo.
Block. Ie labeure aſſiduellement. Aſſidue laboro.
Bloe. Ie ſaigne. Sanguino.
Bloey. Ie fleuronne. Floreo.
Bloot. Ie mets oud. Nudo.
Bloos. Ie vermeillonne. Rubeo.
Bluſch. I'eſteios. Extinguo.
Blurn. Ie froiſſe. Collido.
Boerd. Ie bourde. Nugor.
Boet. Ie remedie. Medeor.
Boey. Ie mets des pieges aux pieds. Compedio.
Boock. Ie bats. Cudo.
Bol. Ie boule. Volvo globum.
Boord. Ie borde. Fimbrio.
Boor. Ie fore. Perforo.
Borgh. Ie pleige. Fede jubeo.
Bot. Ie rebouche. Heheto.
Bot. Ie boutonne. Gemmo.
Bou. I'edifie. Ædifico.
Bra. Ie roſtis. Aſſo.
Braeck. Ie vomis. Evomo.
Brand. Ie bruſle. Ardeo.
Bras. Ie bauffre. Epulor.
Bree. Ie fay large. Dilato.
Breeck. Ie romps. Rumpo.
Brey. I'entrelaſſe. Reticulo.
Brieſch. Ie rugis. Rugio.
Bringh. I'apporte. Apporto.
Brock. Ie coupe des morceaux de pain. In fruſta frango.
Brod. Ie tadoube. Refarcio.
Broe. Ie couve. Incubo ovis.
Broey. Ie fourboulis. Subfervefacio.
Brou. Ie braſſe. Coquo cerevifiam.
Brul. Ie murle. Mugio.
Bruyck. I'uſe. Fruor.
Buck. Ie plie le dos. Curvo.
Beut. Ie ttoque. Commuto.
Buygh. Ie plie. Flecto.
Buvſch. Ie frappe. Pulſo.
Cierd. Ie carde. Carmino.
Caert. Ie joue aux cartes. Ludo chartis.
Caets. Ie joue à la paume. Ludo pila.
Cap. Ie hache. Concido.
Cier. I'orne. Orno.
Claer. Ie fai elair. Clarifico.
Colf. Ie croche. Ludo clava.
Cop. Ie ſcarifie. Scarifico.
Coſt. Ie conſte. Conſto.
Coot. Ie joue aux oz. Talis ludo.
Coock. Ie cuiſine. Coquo.
Crab. Ie racle. Rado.
Craey. Ie erie. Cornicor.
Craeck. Ie craque. Crepito.
Croon. Ie courronne. Corono.
Cruys. Ie crucifie. Crucifigo.
Cuyp. Ie fai cuves. Vieo dolia.
Dab. Ie patrouille. Palpo.
Daegh. I'adjourne. Cito.
Dael. Ie deſcens. Deſcendo.
Danck. Ie remercie. Habeo gratiam.
Dans. Ie danſe. Tripudio.
Dau. Ie fai roſée. Roro.
Deck. Ie couvre. Tego.
Delf. I'enfouis. Fodio.
Denck. Ie penſe. Cogito.
Derf. I'oſe. Audeo.
Derſch. Ie bats en grange. Tritaro.
Derf. I'ay beſoing. Egeo.
Deys. Ie receule. Recedo.
Dicht. Ie compoſe en rime. Compono.
Dick. I'eſpeſſis. Denſo.
Dien. Ie ſers. Servio.
Diep. Ie fay profood. Profundum facio.
Dijck. Ie fay une digue. Iacio aggerem.
Ding. Ie barguine. Liceor.
Diog. Ie plaide. Litigo.
Doem. Ie condamne. Damno.
Doe. Ie fai. Facio.
Dool. I'erre. Erro.
Doo. Ie tue. Occido.
Doogh. Ie vaux. Valeo.
Doop. Ie baptize. Baptizo.
Dor. Ie deviens aride. Areſco.
Dorſt. I'ay ſoif. Sitio.
Dou. Ie preſſe. Premo.
Draey. Ie tourne. Torno.
Draegh. Ie porte. Porto.
Drael. Ie tarde. Tardo.
Draef. Ie trotte. Succuſſo.
Dreich. Ie menace. Minor.
Drijf. Ie chaſſe. Agito.
Drinck. Ie boy. Bibo.
Dring. Ie pouſſe. Penetro turbam.
Droog. Ie ſeiche. Sicco.
Droom. Ie ſonge. Somnio.
Droop. I'arrouſe quelque choſe de graiſſe. Conſpergo pinguedine.
Druck. I'imprime. Imprimo.
Duh. Ie doubte. Dubito.
Ducht. I'ai doubte. Vereor.
Duer. Ie dure. Duro.
Duld. Ie ſouffre. Patior.
Dun. I'exteouc. Extenuo.
Dvvael. I'erre. Erro.
Dving. Ie contrains. Cogo.
Er. I'honnote. Honoro.
Egh. Ie herſe. Occo.
Eind. Ie finis. Finio.
Eet. Ie mange. Edo.
Ets. Ie mors en euivre de l'eau forte. Inedo cuprũ aqua forti.
Eyſch. Ie demande. Peto.
Fael. Ie faille. Fallor.
Fluyt. Ie joue de la flute. Cano fiſtula.
Fryt. Ie fricaſſe. Frigo.
Frons. Ie fronſe. Rugo.
Gae. Ie vay. Eo.
Gaep. Ie baye. Oſcito.
Geck. Ie mocque. Laſcivio.
Gheef. Ie donne. Do.
Gheel. Je fay jaune. Rufo.
Gheeu. Ie baaille. Oſcito.
Gheld. Ie vaux. Valeo.
Ghiet. Ie fonds. Fundo.
Ghiſp. Ie fouette. Flagello.
Ghis. Ie ſouſpçonne. Suſpicor.
Glat. Ie polis. Polio.
Ghe. Ie gliſſe. Labor.
Gloey. Ie deviens rouge. Candeſco.
Gom. Ie gomme. Limo gummi.
Gord. Ie ceins. Cingo.
Graef. I'engrave. Sculpo.
Greys. Ie refrongne. Obduco frontem.
Grijp. Ie gripe. Capio.
Grim. Ie rugis. Rugio.
Groey. Ie verdoye. Verno.
Grou. I'ai en horreur. Abominor.
Groen. Ie peins verd. Viridio.
Gruet. Ie ſalue. Saluto.
Gun. Ie favoriſe. Faveo.
Haeck. Ie hache. Concido.
Haeſt. Ie haſte. Feſtino.
Haeck. I'accroche. Iungo.
Hael. Ie porte. Adfero.
Hangh. Ie pends. Pendo.
Harp. Ie harpe. Lyram pulſo.
Haet. Ie hay. Odio habeo.
Heb. I'ai. Habeo.
Hecht. I'attache. Figo.
Heel. Ie guarris. Sano.
Heet. Ie chauffe. Calefacio.
Heet. Ie oomme. Nomino.
Heet. Ie commande. Iubeo.
Hef. Ie leve. Levo.
Hel. Ie panche. Acclino.
Heel. Ie cele. Celo.
Help. I'aide. Iuvo.
Herd. Ie durcis. Duro.
Hey. Ie hie. Fiſtuco.
Hvgh. I'ahanne. Anhelo.
Hinck. Ie cloche. Claudico.
Hts. I'incite. Inſtigo.
Hoed. Ie garde. Cuſtodio.
Hoeſt. Ie touſſe. Tuſſio.
Hol. Ie creuſe. Cavo.

Hoop.

Hoop. Ie comble en mõceaux. Cumulo.
Hoor. I'oy. Audio.
Hoop. I'eſpere. Spero.
Houd. Ie tiens. Teneo.
Hou. Ie coupe. Scco.
Hou. Ie marie. Nubo.
Hoy. Ie fene du foin. Sicco fœnum ſole.
Hue. Ie croupe. Sido.
Huer. Ie loue. Conduco.
Hul. Ie coeffe. Orno caput.
Huts. Ie hoche. Quatio.
Hnyl. Ie heurle. Vlulo.
IAech. Ie chaſſe. Venor.
Ianck. Ie glappe. Gannio.
Iock. Ie mocque. Jocor.
KAeck. Ie cabaſſe. Suppilo.
Kan. Ie ſçay. Scio.
Kan. Ie maſche. Mando.
Keer. Ie roume. Verto.
Keer. Ie balle. Scopo.
Kem. Ie peigne. Pecto.
Ken. Ie cognoy. Cognoſco.
Kerm. Ie lamente. Lamentor.
Kern. Ie bats le beure. Butyrum pulſo.
Keur. Ie viſite. Cenſeo.
Kick. Ie gronde. Muſſito.
Kies. I'elis. Eligo.
Kijck. Ie voy. Intueor.
Kijf. Ie renſe. Lingo.
Kip. I'eſclos pouſſins. Pullulo.
Klack. Ie crevaſſe avec un ſon eſclatant. Cum fragore rimas ago.
Klad. Ie crotte. Penicillo veſtem à luto detergo.
Klaeg. Ie plains. Queror.
Klap. Ie babille. Fabulor.
Klee. Ie veſtis. Veſtio.
Klem. Ie pince. Premo.
Klets. Ie frappe du foüet le faiſant ſonner. Scutica ferio.
Kleef. I'attache. Viſco.
Klein. I'appetiſſe. Minuo.
Klief. Ie fends. Findo.
Klim. Ie monte. Scando.
Klinck. Ie ſonne. Sono.
Kluen. Ie frappe. Pulſo.
Kloot. Ie houſe. Volvo globũ.
Klop. Ie heurte. Pulſo.
Klos. Ie joue à la boule par travers d'un anneau. Ludo globo per annulum.
Klucht. Ie plaiſante. Facetias narro
Knaegh. Ie ronge. Rodo.
Knau. Ie maſche. Mando.
Kne. Ie peſtris. Depſo.
Kners. Ie grince les dens. Dentibus ſtrideo.
Knick. Ie hoche la reſte. Nuo.
Kniel. I'agenouille. Geniculor.
Knip. Ie chiquenaude. Talitra infligo.
Knoop. Ie noüe. Necto.
Knor. Ie gronde. Grunnio.
Koel. Ie fai riede. Tepido,
Kom. Ie viens. Vento.
Koop. I'achepte. Emo.
Kout. Ie deviſe. Fabulor.
Kraets. Ie gratte. Scabo.
Krau. Ie gratte. Scabo.
Kranck. Ie debilite. Debilito.
Kriel. Ie remue comme entre ler fourmis. Mobiliro per turbas.
Krijgh. I'acqniers. Acquiro.
Krijt. Ie pleure. Ejulo.
Krimp. Ie retrecis. Arcto.
Kroch. Ie geins. Queror.
Kroock. Ie fronce. Rugo.
Krol. Ie creſpille. Criſpo.
Krom. Ie courbe, Curvo.
Krop. I'emplis le govion. Ingluviem farcio avium.
Kruy. Ie pouſſe. Vi pello.
Kruy. I'eſpice. Aromatibus condio.
Kruyp. Ie rampe. Repo.
Kuch. Ie rouſſe. Tuſſito.
Kus. Ie baiſe. Oſculor.
Kuyſch. Ie nettoye. Nitido.
LAch. Ie ris. Rideo.
La. Ie charge. Onero.
Laeck. Ie diminue. Diminuo.
Laeck. Ie deſpriſe. Contemno.
Lang. I'allonge. Prolongo.
Lang. I'aveins. Porrigo.
Lap. Ie rapiece. Interpolo.
Laet. Ie laiſſe. Linquo.
Laef. Ie rafraiſchis. Foveo.
Laeu. Ie fai tiede. Tepido.
Leck. Ie leſche. Lambo.
Leegh. I'abbatiſſe. Humilio.
Leem. I'enduis d'argille. Luto.
Leen. Ie preſte. Muruo.
Leer. I'enſeigne. Doceo.
Legh. Ie mets. Pono.
Leeck. Ie coule. Stillo.
Leen. I'appuis. Cubito.
Lees. Ie lis. Lego.
Lefch. I'eſteins. Extinguo.
Let. I'empeſche. Impedio.
Let. Ie conſidere. Conſidero.
Leef. Ie vis. Vivo.
Ley. Ie meine. Duco.
Lichr. I'eſclaircis. Luceo.
Licht. Ie leve. Levo.
Liegh. Ie mens. Mentior.
Ligh. Ie couche. Jaceo.
Lijd. I'endure. Fero.
Lijſ. Ie begaye. Balbutio.
Lock. I'alleſche. Alliceo.
Loer. Ie lorgne. Obſervo.
Lol. Ie grongnonne. Ejulo ad inſtar felis.
Lol. Ie me chauffe comme les vieilles qui uſent d'un pot plein de feu le mettant ſous elles.
Lonck. I'œillade. Oculo.
Loon. Ie baille le loyer. Rémnnero.
Loop. Ie cours. Curro.
Los. Ie delaſche. Laxo.
Loot. Ie jette le ſort. Sortior.
Loof. Ie loüe. Laudo.
Lub. Ie chaſtre. Caſtro.
Lul. Ie feins le ſon. Sonum imiror.
Luym. Ie lorgne. Inſidiantibus oculis intueor.
Luys. I'eſpluche des pouls. Pediculos lego.
Lie. Ie paſſe. Tranſeo.
MAch. Ie puis. Poſſum.
Maey. Ie fauche du foin. Deſeco prata.
Maeck. Ie fay. Facio.
Macl. Ie peins. Pingo.
Mael. Ie mouls. Molo.
Maen. Ie ſtipule. Stipulor.
Maen. Ie conjure. Adjuto.
Melck. Ie traits le laict. Mulgeo.
Meng. Ie meſle. Miſceo.
Men als peerden oft vraghen. Ie mene. Duco.
Merck. Ie marque. Noto.
Meſt. I'engraiſſe. Sagino.
Meer. Ie meſure. Metior.
Mets. Ie maſſonne. Extruo muros.
Mein. Ie cuide. Opinor.
Mick. I'ay l'œil à quelque choſe. Collimo.
Mye. Ie contregarde. Caveo.
Min. I'ayme. Amo.
Moet. Il me faut. Deheo.
Moey. Ie moleſte. Moleſto.
Moord. Ie meurtris. Trucido.
Mor. Ie murmure. Murmuro.
Muſ. Ie ſens le relant. Situm redoleo.
Munt. Ie monnoye. Cudo nummos.
Muyl. Ie rechigne. Contraho vultum.
Muyt. Ie mutine. Seditionem facio.
NAey. Ie cous. Suo.
Naec. I'approche. Propinquo.
Nau. Ie fay eſtroict. Anguſto.
Neem. Ie prens. Accipio.
Neſt. Ie niche. Nidifico.
Nygh. I'enchine. Inclino.
Nies. I'eſternue. Sternno.
Nieu. Ie fay nouveau. Novo.
Nijp. Ie pince. Vellico.
Noem. Ie nomme. Nomino.
Noo. I'invite. Invito.
Noop. I'aiguillonne. Stimulo.
OOgſt. Ie maiſſonne. Meſſem facio.
Oos. Ie vuide l'eau. Exhaurio.
PAel. Ie borne. Termino.
Paer. Ie mets pair à pair. Binos pono.
Paert. Ie partis. Partior.
Paey, I'appayſe. Paco.
Pand. Ie mets en gage. Pignero.
Pap. Ie colle. Glutino.
Pas. Ie le fais accorder. Apto.
Peck. Ie poiſſe. Pico.
Peel. Ie pele. Decortico.
Pers. Ie preſſe. Premo.
Pick. Ie bequette. Roſtro.
Pijp. Ie pipe. Pipo.
Pis. Ie piſſe. Meio.
Plaegh. Ie veze. Vexo.
Plaſch. Ie pateline en l'eau. In aqua palpo.
Pleck. Ie macule. Maculo.
Pleegh. Ie ſoulois. Soleo.
Pleyt. Ie plaide. Litigo.
Ploegh. Ie harſe. Aro.
Plomp. Ie rebouche. Heheto.
Plomp. Ie plonge en l'eau. Mergo.
Ploy. Je plie. Plico.
Pluck. Ie cueille. Carpo.
Pluys. I'eſpluche. Polio.
Poch. Ie vante. Jacto.
Pomp. Ie vuide loſſee. Sentinam expurgo.
Poogh. Ie taſche. Nitor.
Por. I'incite. Incito.
Pot. I'amaſſe en pot. In ollulis coacervo.
Poy. Ie boy. Indulgeo potationibus.
Praem. I'oppreſſe. Opprimo.
Prangh. I'oppreſſe. Opprimo.
Praet. Ie babille. Fabuloc.
Prick. I'aiguillonne. Stimulo.
Preeu. Ie deſrobbe finement. Surripio.
Pris. Ie priſe. Laudo.
Print. I'imprime. Imprimo.
Proef. I'eſprouve. Probo.
Proef. Gouſte. Guſto.
Pronck. Ie tiens gravité comme une eſpouſſee.
Pur. Ie puiſe. Haurio aquam.
QVel. Ie faſche. Molcſto.
Quet. Ie bleſſe. Lædo.
Quiſt. Ie degaſte. Diſſipo.
Quijl. Ie bave. Stillo pituitam ex ore.
RA. I'adevinne. Divino.
Raeck. Ie rouche. Tango.
Raep. I'amaſſe. Colligo.
Raes. Ie rage. Laſcivio.
Reck. Ie rens. Tendo.
Ren. Ie cours. Curſito.
Reul. Ie troque. Commuto.
Rey. Ie danſe. Duco choreas.
Reyck. Ie tends. Porrigo.
Reys. Ie chemine. Proficiſcor.
Richt. I'erige. Erigo.
Rieck. Ie ſens. Sentio.
Riem. Ie rame. Remigo.
Rie. Ie chevauche. Equito.
Rijm. Ie rhime. Verſifico.
Ryp. Ie meurs. Præcoquo.
Rys. Ie me leve. Sublevo.
Rips. Ie route. Ructo.
Reck. I'eſtrique la quenouille. Penſum ſtruo.
Roem. Ie me vante. Jacto.
Roep. Ie crie. Clamo.
Roer. Ie remue. Moveo.
Roeſt. I'enrouille. Rubiginem traho.
Roey. Ie rame. Remigo.
Rol. Ie roule. Volvo.
Ronck. Ie ronfle. Sterto.
Rond. I'arondis. Rotundo.
Roof. Ie ravis. Spolio.
Rot. Ie pourris. Putreo.
Ruck. I'arrache. Avello.
Ruet. I'engraiſſe. Sebo.
Run. Ie coagule. Coagulo.
Run. Ie flotte. Fluo.
Ruſt. Ie repoſe. Quieſco.
Ruym. I'amplifie. Amplifico.
Ruyſch. Ie bruys. Strepo.
SAey. Ie ſeme. Semino.
Saegh. Ie ſie. Serro.
Saelf. I'oings. Ungo.
Scha. I'endommage. Noceo.
Schaf. Ie traicte. Tracto.
Schaeck. Ie prens une fille par force. Rapio virginem.
Schaem. Ie tougis. Erubeſco.
Schamp. Ie gliſſe. Labor.
Schants. Ie fortifie remparts. Munio valles.
Schat. I'eſtime. Æſtimo.
Schaef. Ie rabotte. Dolo.
Scheer. Ie tonds. Tondeo.
Scheld. Ie tenſe. Objurgo.
Schel. I'eſcocche. Decortico.
Schenck. Ie verſe. Infundo.
Schend. Ie gaſte. Corrumpo.
Schep. Ie cree. Creo.
Scherm. I'eſcrime. Digladior.
Scharp. I'aiguiſe. Acuo.
Scherf. Ie hache. Concido.
Schner. Ie deſchire. Lacero.
Scheyd. Ie ſepare. Separo.
Schick. I'ordonne. Ordino.
Schiet. Ie tire. Sagitto.
Schijn. Ie luis. Luceo.
Schil. Ie differe. Differo.

Ick

Ick

Schim. Ie brocarde. Ioco.
Schock. Ie ſecouë. Succuſſo.
Schors. Ie trouſſe. Succingo.
Schau. Ie eontemple. Contemplor.
Schrab. Ie eſgratigne. Unguibus ſcabo.
Screeu. Ie crie eſclatant. Exclamo.
Screy. Ie pleure. Lachrymo.
Schick. Ie ſaillis. Diſſilio.
Scroef. Ie vire. Torqueo cochleam.
Scroem. Ieffraye. Horreo.
Schrie. Ieiambe. Facio gradum.
Schrijf. Ieeſcris. Scribo.
Schud. Ie ſecouc. Quaſſo.
Schup. Ie houe. Palea levo.
Schur. Ieſcure. Tergo.
Schut. Ie contregarde. Aſſamentis occludo.
Schu. Ievite. Evito.
Schuil. Ie m'embuſche. Lateo.
Schuyf. Ie coule. Trudo.
Seep. Ie ſavonne. Sapone linio.
Segh. Ie di. Dico.
Seod. Ienvoie. Mitto.
Seng. Ie bruſle quelque peu. Suburo.
Set. Ie mets. Pono.
Steł. Ie mets. Pono.
Seur. Ie trompe. Impono.
Seyl. Ie vogue. Velifico.
Sie. Ie bouillis. Ferveo.
Sie. Ievoy. Video.
Sift. Ie crible. Cribro.
Sijp. Ie degourne. Mano.
Siock. Ienfonſe. Mergo.
Sing. Ie chante. Canto.
Sit. Iaſſieds. Sedeo.
Slab. Ie bave. Squaleo.
Sla. Ie frappe. Verbero.
Slacht. Ie reſſemble de coudrion. Aſſimilor.
Slaep. Ie dors. Dormio.
Slap. Ie laſche. Laxo.
Slaef. Ie travaille comme eſclave. Laboro.
Slem. Ie fais bonne chere. Cõmeſſor.
Sleur. Ie traiſne. Traho.
Sleyp. Ie traiſne. Traho.
Slicht. Ie fais uni. Plano.
Slijp. Iaiguiſe. Acuo.
Slijt. Iuſe. Tero.
Slis. Iappaiſe. Paco.
Slick. Iavalle. Gurgito.
Slof. Ie trouſſe. Replico.
Slorp. Ie hume. Sorbeo longo tractu.
Sluym. Ie ſommeille. Dormito.
Sluyp. Ie vay en cachette. Claoculum ingredior.
Sluyt. Ie ferme. Claudo.
Smacht. Ie ſuffoque. Suffoco.
Smack. Ie rue de rondeur. Projicio.
Smaeck. Ie gouſte. Guſto.
Smal. Iattenue. Extenuo.
Sme. Ie forge. Cudo.
Smeeck. Iamadoue. Adulor.
Smeer. Ioins. Lioto.
Smelt. Ie fonds. Fundo.
Smet. Ie macule. Maculo.
Smets. Ie bauffre. Commeſſor.
Smoeck. Ie fume. Fumo.
Smoor. Ieſtouffe. Suffocor.
Smijt. Ie bats. Verbero.
Snap. Ie babille. Garrio.
Snau. Ie parle rudement. Duriter loquor.
Soie. Ie coupe. Scindo.
Snoep. Ie friande en cachette. Clam cupedias edo.
Sooer. Ienfile. Filo trajicio.
Snoey. Ieſbranche. Frondo.
Soorck. Ie ſanglotte. Sterto.
Snuyt. Ie mouche. Muogo.
Soeck. Ie cherche. Quæro.
Soen. Ie reconcilie. Reconcilio.
Soogh. Iallaicte. Lacto.
Sorgh. Iay ſoiog. Curo.
Sout. Ie ſalis. Salio.
Spa. Ie houe. Fodio.
Spao. Ie tends. Tendò.
Spaer. Ieſpargne. Parco.
Speck. Ie larde. Lardo.
Speel. Ie joue. Ludo.
Spen. Ie ſevre. Ablacto.
Speer. Ie tends. Tendo.
Speet. Iembroche. Figo veru.
Speut. Ie trorhe. Iodago.
Spie. Ie cheville. Clavis ligneis figu.
Spie. Ieſpie. Inſidior.
Spin. Ie file. Neo.
Spits. Ie fais pointu. Acuo.
Spit. Ie fouis. Fodio.
Spoey. Ie me haſte. Accelero.
Spoel. Ie devuide du fil pour riſtre. Glomero.
Spoor. Ieſperonne. Calcaribus concito.
Spot. Ie mocque. Derideo.
Spou. Ie erache. Spuo.
Spreeck. Ie parle. Loquor.
Sprey. Ieſtens. Teodo.
Spring. Ie ſaute. Salto.
Spruyt. Ie germe. Germino.
Spuel. Ie reinſe. Eluo.
Spuyt. Ie jette l'eau par un eſchiſſoire. Ejicio aquam ſyringe.
Staeck. Ie paiſſele. Palo.
Sta. Ie me tiens ſur les pieds. Sto.
Staeck. Ie ceſſe. Deſiſto.
Stamp. Iepile. Tundo.
Stap. Ienjambe. Pleno gradu incedo.
Steeck. Ie pique. Pungo.
Steel. Ie deſrobbe. Furor.
Stel. Ie poſe. Pono.
Stelp. Ieſtanche le ſang. Siſto ſanguinem.
Stem. Ie baille ma voix. Suffragium fero.
Steen. Iahanoe. Gemo.
Sterf. Ie meurs. Morior.
Steun. Iappuye. Fulcio.
Steyl. Ie dreiſſe contremont. Erigo.
Sticht. Ie fonds. Fundo.
Stijgh. Ie moore. Scando.
Snif. Ie rondis. Rigeo.
Stil. Iappaiſe. Paco.
Stinck. Ie ſens mauvais. Obolco.
Stoor. Ie trouble. Turbo.
Stoot. Ie heurte. Trudo.
Stop. Ieſtoupe. Obturo.
Storf. Ieſpans. Effundo.
Stoof. Ieſtuve. Foveo.
Srou. Iincite de faite ou d'aller. Propello.
Strael. Ie rayonne. Radio.
Straf. Ie punis. Punio.
Streck. Ie tens. Tendo.
Streel. Ie peigne. Pecto.
Strick. Ie oone. Nodo.
Stroop. Ieſcorche. Deglubo.
Stroey. Ieſpars. Spargo.
Strijck. Ie frotte. Limo.
Strie. Ie combats. Pugno.
Srier. Ie conduits. Duco.
Struyp. Ieochoe. Inclino.
Stuyt. Ie vaote. Lacto.
Stuyt. Ie bonds. Reſulto.
Stuyf. Ie pouldroye. Pulvero.
Sucht. Ie ſouſpire. Suſpiro.
Suf. Ie radotte. Deliro.
Suyg. Ie tette. Sugo.
Suym. Ie chome. Moror.
Suyp. Ie hume. Sorbeo.
Svvack. Iaffoiblis. Infirmo.
Svvaer. Iappeſantis. Gravo.
Svvalp. Ie flote. Affluo.
Svvert. Ie noircis. Nigro.
Svveet. Ie fue. Sudo.
Svvelgh. Iavalle. Glutio.
Svveel. Ienfflie. Tumeo.
Svvem. Ie nage. Nato.
Svveer. Iejure. Iuso.
Svverm. Ieſcheme. Examino.
Svvicht. Ie ceſſe. Ceſſo.
Svvijg. Ietais. Taceo.

Tael. Ienquiers. Inquiro.
Tap. Ie ture. Promo.
Tas. Ienraſſe. Acervo.
Taſt. Ie taſte. Palpo.
Tees. Ieſpluche. Carpo.
Tel. Ie nombre. Numero.
Tem. Ie dompte. Domo.
Tems. Ie tamiſe. Cribro.
Teer. Ie digere. Coquo cibum.
Tier. Ie tempeſte. Tumultuo.
Toef. Iattens. Expecto.
Tol. Ie donne gabelle. Tributum do.
Ton. Ientonne. Infundo in dolia.
Toogh. Ie monſtre. Oſtendo.
Toom. Ie bride. Fræno.
Toon. Ie tonne. Tono.
Top. Ie joue de la toupie. Trocho ludo.
Tao. Ie tanne. Coria perficio.
Tracht. Ie delibere. Delibero.
Traen. Ie larmoye. Lachrymo.
Treck. Ie tire. Traho.
Terd. Ie marche. Gradior.
Tref. Ie touche. Tango.
Trooſt. Ie conſole. Conſolor.
Trau. Iespouſe. Duco uxorem.
Treur. Ie contriſte. Mœreo.
Tuygh. Ie teſmoigne. Teſtor.
Tnyn. Ienviroone de hayes. Sepio.
Tuyſch. Ie joue aux dets. Alea ludo.
Tvviſt. Ieſtrive. Altercо.
Tvvyn. Ie tors du fil. Torqueo filum.

Val. Ie tombe. Cado.
Valſch. Ie fauſſe. Falſo.
Vang. Ie prens. Capio.
Vaer. Ie vay par chariot ou par navire. Meo.
Vaſt. Ie jeuſne. Ieiuno.
Vaet. Ieotonne. Infundo modios.
Vaet. Iempoigne. Comprehendo.
Vecht. Ie combats. Pugno.
Vel. Iabbats. Proſterno.
Vergh. Ie mets au devant. Propono.
Veſt. Ie confirme. Confirmo.
Veyl. Ie mets en vente. Venale propono.
Veins. Ie diſſimule. Diſſimulo.
Vier. Ie fais feu de joye. Celebro Vulcania.
Vijl. Ie lime. Limo.
Vijs. Ie vire. Verto cochleam.
Vil. Ieſcorche la peau. Deglubo.
Vind. Ie trouve. Invenio.
Viſch. Ie peſche. Piſcor.
Vlack. Iapplans. Planum facio.
Vlam. Ie flamboye. Flammo.
Vlecht. Ientrelaſſe. Vieo.
Vleeck. Ie macule. Maculo.
Vley. Ie flatte. Adulor.
Vlie. Ie fuis. Aufugio.
Vliegh. Ie vole. Volo.
Vlhem. Ie lance. Scalpello lancino.
Vlhet. Ie flotte. Fluo.
Vloeck. Ie maudis. Execror.
Vloey. Ie flotte. Fluo.
Vlooy. Ieſpluche. Capto pulices.
Vlucht. Ie prens la fuite. Agito fugam.
Vocht. Ie ramoitis. Humecto.
Voed. Ie oourris. Nutrio.
Voel. Ie ſens. Sentio.
Voer. Ie meine. Veho.
Volgh. Ie ſuis. Sequor.
Vau. Ie plie. Plico.
VVacht. Ie charge voicture. Onero vectura.
Vraegh. Ie demande. Interrogo.
Vrees. Ie crains. Timeo.
Vner. Ieugele. Gelo.
Vroom. Ie corrobore. Corroboro.
Vrye. Ie fay l'amour. Procor.
Vul. Ieemplis. Impleo.

Wacht. Ie garde. Cuſtodio.
VVaegh. Ie hazarde. Aleam omnem jacio.
VVaeck. Ie fay le guet. Vigilo.
VVaey. Ie vente. Spiro.
VValgh. Iay appetit de vomir. Nauseo.
VVal. Ie fourbouillis. Subferveo.
VVaen. Ie preſume. Præſumo.
VVan. Ie vanne. Vanno.
VVaſch. Ie lave. Lavo.
VVas. Ie crois. Creſco.
VVas. Ie couvre de cire. Ceto.
VVed. Ie gage. Certo.
VVeyck. Iamollis. Mollio.
VVeen. Ie pleure. Ploro.
VVeer. Ie defends. Defendo.
VVeod. Ie toome. Verto.
VVen. Iaccouſtume. Aſſuefacio.
VVerck. Ie beſongne. Operor.
VVerm. Ie chauffe. Calefacio.
VVerp. Ie jette. Jacio.
VVer. Ientpeſtre. Implico.
VVeet. Ie ſçay. Scio.
VVer. Iaiguiſe. Acuo.
VVeef. Ie tis. Texo.
VVeyd. Iepaſture. Paſco.
VVie. Ie farcle. Extirpo herbas.
VViegh. Ie berche. Veotico.
VVil. Ie veux. Volo.

VVinck.

Digitized by Google

VVinck. Nuo.
VVind. Involvo.
VVin. Lucror.
VVrp. Sursum & deorsum mobilito.
VVisch. Tergo.
VVit. Albo.
VVoel Tumultuo.
VVoest. Desolo.
VVond. Vulnero.
VVoon. Moror.
VVreck. Vindico.
VVring. Torqueo.
VVroet. Volutor.
VVrijf. Frico.
VVurgh. Strangulo.
VVyck. Cedo.
VVyd. Amplifico.
VVye. Dedico.
VVys. Monstro.

5. *Verbes Latins d'une syllabe, lesquels sont en Flaman aussi d'une syllabe.*

Do. Ick gheef.
Flo. Ick blaes.
No. Ick swem.
Sto. Ick stae.
Sum. Ick ben.

45. *Verbes Grecs d'une syllabe, lesquels sont abbregés de longs.*

Βᾶ	Βάω ou Βήσω
Βᾰᾶ	Βλᾰ́σω
Βῶ	Βίω
Γνῶ	Γνόω
Γρῶ	Γρόω
Τῶ	Γάω & Γόω
Δμᾶ	Δμάω ou Δμόω
Δρᾶ	Δρόω
Δῶ	Δίω & Δίδωμι
Ζῶ	Ζάω & Ζίω
Θλᾶ	Θλάω
Θτῶ	Θτάω ou Θτίνυμι
Θῶ	Θίω
Κλᾶ	Κλάω, κλάω, κλάω
Κνᾶ	Κνάω ou κνῆμι
Κρᾶ	Κράω & Κίρνα
Κτᾶ	Κτάω & Κτίω
Κᾶ	Κάω & Κάω
Λᾶ	Λάω
Μᾶ	Μάω ou Μάω
Νᾶ	Νάω ou Νέω
Ξᾶ	Ξάω
Πλᾶ	Πλάω ou Πλέω
Πνῶ	Πνέω ou Πνεύω
Πτῶ	Πτάω ou Πτῆμι
Πᾶ	Πάω ou Πημι
Ῥᾶ	Ῥάω, Ῥαω & Ἐῤῥάω
Σκλᾶ	Κλάω
Σμᾶ	Σμάω ou Σμῶ
Σπᾶ	Σπάω
Σχῖ	Σχίζω
Σῶ	Σαω & Τίω
Τλᾶ	Τλάω
Τμᾶ	Τμάω
Τρᾶ	Τρέω
Τῶ	Τάω
Φθῖ	Φθίω Φθίδ Φθίνω
Φλᾶ	Φλάω & Φλέω
Φρᾶ	Φρᾶμι
Φᾶ	Φάω Φᾶμι
Χρᾶ	Χρήω χρέω χρόω
Χᾶ	Χέω χόω
Ψᾶ	Ψαω & Ψίω ψόω
ſſ	Ἔω
ſſ	Ἔω

D'autres sangle sons Flamans, comme de Noms, Surnoms, & autres Commencemens &c. comme il s'ensuit.

1428. *Noms, Surnoms Flamans d'une syllabe.*

Acht. Huict. Octo.
Ael. Anguille. Anguilla.
Aem. Caque. Cadus.
An. Aupres. Apud.
Aep. Singe. Simia.
Aer. Espt. Spica.
Aert. Complexion. Complexio.
Aes. Paste Esca.
Aex. Hache. Ascia.
Af. Tout. Totus.
Afe. Fer. Ferser.
Als. Quasi. Cum.
Am. Nourrice. Nutrix.
Ampt. Office. Officium.
Angſt. Anxieté. Anxietas.
Arm. Bras. Brachium.
As. Essieu. Axis.
Back. Auge. Linther.
Badt. Bain. Balneum.
Barck. Machoire. Maxilla.
Barck. Pharus.
Bael. Bale. Sarcina.
Baen. Parterre. Sphæristerium.
Baer. Biere. Feretrum
Baer. Onde. Unda.
Baert. Barbe. Barba.
Baersch. Perche. Perca.
Baes. Hoste. Herus.
Baet. Gain. Commodum.
Baeg. Bague. Annule.
Bal. Esteuf. Pila.
Balch. Pauce. Bestiarum venter.
Balck. Poultre. Trabs.
Bald. Inconnent. Bene.
Ban. Excommunication. Excommunicatio.
Bank. Banc. Scamnum.
Bant. Lien. Vinculum.
Bang. Angoisseux. Anxius.
Bar. Parent. Præsens.
Barch. Pourceau chastré. Majalis.
Bas. Latratus.
Bast. Canepin. Scheda.
Bast. Hart. Laqueus.
Bat. Mieux. Melior.
Bav. Bayette. Badius color.
Beck. Bec. Rostrum.
Bed. Lict. Lectus.
Be. Petition. Petitio.
Beelt. Image. Imago.
Beemt. Pré. Pratum.
Been. Os. Os.
Been. Iambe. Crus.
Beer. Verrat. Verres.
Beer. Ours. Ursus.
Beest. Beste. Bestia.
Bel. Clochette. Tintinnabulum.
Ben. Banne. Sporta.
Berdt. Aix. Asser.
Bergh. Mont. Mons.
Best. Mieux. Melior.
Bey. Tous deux. Ambo.
Bicht. Confessio.
Bie. Mouche à miel. Apes.
Bier. Biere. Cerevisia.
Bijone. Iunctus.
Biel. Caille.
Bladt. Peau. Folium.
Blas. Soufflement. Flatus.
Blaes. Vessie. Vesica.
Blacu. Bleu. Cæruleus.
Bleck. Fueille ou lame de quelque metall. Lamina.
Bleeck. Palle. Pallidus
Blein. Empoulle. Pustula
Blie. Ioyeux. Hilaris.
Blindt. Aveugle. Cæcus
Block. Tronc. Truncus.
Bloet. Sang. Sanguis.
Bloem. Fleur. Flos.
Blond. Blond. Flavus.
Bloo. Tumeur. Tumidus
Bloot. Nud. Nudus
Bock. Bouc. Hircus.
Bo. Messager. Nuncius.
Boeck. Livre. Liber.
Boef. Ribaud. Nebulo.
Boel. Amoureuse. Amica.
Boer. Villageois. Rusticus.
Boerd. Bourde. Nugæ.
Boet. Penitence. Pœnitentia.
Boey. Piege. Pedica.
Boog. Arc. Arcus.
Bolck. Molue. Molua.
Bol. Boule. Globus.
Bom. Bedon. Tympanum.
Bont. Fourrure. Pelles.
Boom. Arbre. Arbor.
Boon. Feive. Faba.
Boord. Bord. Margo.
Boos. Mauvais. Malus.
Boot. Bateau. Scapha.
Borg. Bourg. Castrum.
Boor. Vibrequin. Terebrum.
Bors. Bourse. Bursa.
Borst. Poictrine. Pectus.
Bosch. Bois. Silva.
Bot. Petoncle. Passer.
Bot. Stolide. Stolidus.
Bot. Bouton de fleur. Gemma.
Bou. Hardi. Audax.
Bout. Bougeon. Sagitta capitata.
Brack. Seurant la marine. Marinum
Brack. Bracque. Canis sagax.
Braey. Le gras de la jambe. Sura.
Braem. Ronce. Rubus.
Brand. Un grand feu brulant d'une maison ou semblable. Incendium.
Brau. Sourcil. Supercilium.
Breet. Large Latus.
Breuck. Amande. Mulcta pecuniaria
Brief. Lettre Literæ.
Brijn. Saumure Muria.
Bril. Lunette Speculum
Brim. Geneſt. Genista
Brock. Un petit morceau de pain taillé ou rompu. Frustum.
Broeck. Marets. Palus.
Broeck. Brayette. Subligaculum.
Broer. Frere. Frater.
Brood. Pain. Panis.
Broosch. Fragile. Fragilis.
Brug. Pont. Pons.
Bruyck. Usage. Usus.
Bruyd. Espouse. Sponsa.
Bruyn. Brun. Beticus color.
Bry. Boullie de farine de pains. Pulis.
Buel. Bourreau. Carnifex.
Buer. Voisin. Vicinus.
Buyt. Butin. Præda.
Bult. Bosse. Gibbus.
Burn. Fontaine. Fons.
Bus. Canon. Tormentum.
Bus Boete. Pyxis.
Buyck Ventre. Venter.
Buil Gibbeciere. Marsupium.
Buil. Bosse. Tuber.
Buis. Canal. Canalis.
By. Près. Prope.
Cael. Chauve Calvus.
Caen. Cannisure. Canus.
Caerd Chardon Virga Pastoris.
Caets. Chasse. Meta.
Caf. Paille. Acus.
Calck Chaux. Calx.
Cant. Bord. Extremitas
Cap. Cappe. Cucullus.
Car. Chariot. Carrus.
Caes. Fromage. Caseus.
Cas. Casse Capsa.
Cat. Chat. Felis.
Can. Chucas. Monedula.
Cijs. Cens. Census.
Cier. Chere Vultus laetus.
Cier. Clair. Clarus.
Clerck. Clere. Clericus.
Clof. Fente. Fissura.

Cluit.

Cluit. Farce. Facetiæ.
Cock. Cuſinier. Coquus.
Colf. Maillue. Clava.
Com. Eſcuelle. Scutella.
Comſt. Venuë. Adventus.
Cond. Notoire. Notus.
Coord. Corde. Chorda.
Cop. Chef. Capur.
Cop. Coupe. Calix.
Corf. Corbeille. Corbis.
Corſt. Crouſte. Cruſta.
Cort. Court. Curtus.
Coſt. Couſt. Sumptus.
Cot. Taniere. Cavus.
Coot. Oſſelet. Talus.
Cous. Chauſſe. Caliga.
Coy. Eſtable à brebis. Ovile.
Crab. Eſcreviſſe. Cammarus.
Craem. Boutique. Officina.
Craen. Robinet. Epiſtomium.
Craen. Grue. Grus.
Craey. Corneille. Cornix.
Crap. Garance. Erythrodanum.
Croon. Couronne. Corona.
Cruyn. Sommet de la teſte. Vertex capitis.
Cruys. Croix. Crux.
Cuyp. Cuve. Cupa.
Cuyt. Oeufs d'un poiſſon. Ova piſcium.

Dach. Jour. Dies.
Dack. Toict. Tectum.
Daer. Effect. Effectus.
Daer. Là. Ibi.
Dal. Val. Vallis.
Dam. Terram. Agellus.
Damp. Vapeur. Vapor.
Dan. Donc. Tunc.
Danck. Gré. Gratia.
Dans. Danſe. Saltatio.
Darm. Boyau. Inteſtinum.
Das. Daim. Dama.
Dat. Ce. Hoc.
Dau. Roſee. Ros.
De. Le. Illa.
Deech. Paſte. Maſſa.
Deel. Part. Pars.
Deern. Servante. Ancilla.
Den. Le.
Des. Du.
Dees. Ceſtui. Hic.
Deucht. Vertu. Virtus.
Dicht. Solide. Solidus.
Dicht. Rime. Ruhmus.
Dick. Eſpais. Denſus.
Dié. Cuiſſe. Femur.
Die. Le. Ille.
Dief. Larron. Latro.
Diep. Profond. Profundus.
Diet. Animal.
Dier. Cher. Carus.
Dies. A telle condition. Sub conditione.
Dijck. Digue. Agger.
Dinck. Choſe. Res.
Diſch. Table. Menſa.
Dit. Ceci. Hoc.
Doch. Aſſurément. Saltem.
Doe. Alors. Tunc.
Doec. Toile. Tela.
Doel. But. Scopus.
Door. Par. Per.
Door. Huis. Foris.
Donſt. Duvet. Plumulæ molliores.
Doot. Mort. Mors.
Doof. Sourd. Surdus.
Doop. Baptesme. Baptiſmus.
Door. Fol. Stultus.
Doos. Boete. Capſa.
Dop. Eſcaille enuere d'un œuf quand le dedans eſt oſté. Ovum exinanitum.
Dorp. Village. Pagus.
Dorſt. Soif. Sitis.
Doy. Deſgele. Regelatio.
Dra. Inconuenient. Statim.
Draeck. Dragon. Draco.
Draet. Fil. Filum.
Draf. Bran. Furfur.
Draf. Trot. Succuſſatio equi.
Drane. Breuvage. Potus.
Dreck. Boué. Lutum.
Dreef. Une longue rangee d'arbres plantees. Series arborum.
Droef. Triſte. Triſtis.
Droes. Une enflure venant à la gorge derriere les aureilles on és aiſnes. Panus.
Drom. Le fil de la treme du tiſſerant. Licium.
Dronck. Yvre. Ebrius.
Drooch. Sec, Siccus.
Droom. Songe. Somnium.
Druck. Triſteſſe. Triſtitia.
Drop. Goutte. Gutta.
Druyf. Grappe. Uva.
Drie. Trois. Tres.
Dul. Enragé. Furioſus.
Dun. Delié. Tenuis.
Duyſt. Mille. Mille.
Duym. Poulce. Pollex.
Duyn. Dune. Agger arenoſus.
Duyf. Colombe. Columba.
Dvvael. Touaille. Mantile.
Dvvaes. Sot. Stultus.
Dvvanc. Contrainte. Vis.
Dvvee. Mol. Mollis.
Dvveers. De travers. Ex tranſverſo.
Dvverch. Nain. Nanus.
Dy. Toi. Tibi.
Dyn. Tien. Tuus.

Echt. Mariage. Matrimonium.
Eec. Vinaigre. Acetum.
Eedt. Serment. Juramentum.
Een. Un. Unus.
Eer. Avant. Prius.
Eet. Honneur. Honor.
Eerd. Terre. Terra.
Eerſt. Premier. Primus.
Eg. Herſe. Occa.
Elf. Onze. Undecim.
Elſt. Aloſe. Alоſa.
El. Aulne. Ulna.
Eint. Fin. Finis.
Eng. Eſtroict. Anguſtus.
Erch. Malin. Malignus.
Erm. Pauvre. Pauper.
Ernſt. Abon eſcient. Serio.
Erf. Heritage. Hæreditium.
Eſch. Freſne. Fraxinus.
Ey. Oeuf. Ovum.
Eve. Cheſne. Quercus.
Eyſch. Pention. Pensio.

Fael. Faute. Error.
Faem. Renom. Fama.
Feeſt. Feſte. Feſtum.
Fel. Felon. Crudelis.
Feil. Faute. Error.
Felt. Gueux. Mendicus.
Fier. Fier. Ferus.
Fijn. Fin. Exilis.
Fleſch. Flacon. Lagena.
Fluc. Subit. Subito.
Fluym. Phiegme. Phlegma.
Fluyt. Flutte. Fiſtula.
Foc. Trinquet. Artemon.
Foy. Phi.
Form. Forme. Forma.
Fraey. Joli. Lepidus.
Fret. Foret. Viverra.
Friſch. Vigoureux. Vividus.
Frut. Fruict. Fructus.

Gaef. Pur. Purus.
Gaer. Totalement. Omnino.
Gay. Gai. Pſittacus.
Gal. Fiel. Fel.
Galgh. Gibbet. Patibulum.
Galm. Retentiſſement de la voix. Echo.
Gane. Alleure. Inceſſus.
Gane. Allee. Ambulacrum.
Gans. Oye. Anſer.
Gants Enner. Integer.
Garſt. Ranci. Rancidus.
Gaſt. Hoſte. Hoſpes.
Gat. Trou. Foramen.
Gaef. Don. Donum.
Gau. Prompt. Promptus.
Gec. Badin. Sannio.
Geel. Jaune. Rufus.
Gheen. Nul. Nullus.
Gheeſt. Eſprit. Spiritus.
Ghelt. Argent. Pecunia.
Ghelt. Pourceau chaſtré. Majalis.
Ghelt. Lot. Quatuor heminæ.
Ghent. Lat. Anſer mas.
Gent. Fonte. Fuſura.
Ghet. Chevre. Capra.
Gby. Vous. Tu.
Ghier. Vaultour. Vultur.
Ghift. Don. Donum.
Ghild. Homme liberal. Prodigus.
Ghins. Vers là. Illuc.
Ghift. Lie. Fex.
Glants. Reſplendeur. Splendor.
Glas. Verre. Vitrum.
Glat. Poli. Politus.
God. Dieu. Deus.
Goedt. Bon. Bonus.
Gom. Gomme. Gummi.
Gort. Horge ſeiche. Hordeum aridum.
Goot. Ruiſſeau. Aquæductus.
Goudt. Or. Aurum.
Gracht. Foſſe. Foſſa.
Graef. Comte. Comes.
Graen. Grain. Granum.
Graer. Areſte. Ariſta.
Graf. Sepulchre. Sepulchrum.
Gram. Courroucé. Iratus.
Gras. Herbe. Gramen.
Graeu. Gris. Glaucus.
Grents. Frontiere. Ora.
Greep. Poignee. Manipulus.
Gnel. Grapille.
Grijs. Gris. Canus.
Groef. Foſſe. Fovea.
Grof. Gros. Groſſus.
Grond. Fonds. Fundus.
Groot. Grand. Grandis.
Grou. Horreur. Horror.
Groen. Verd. Viridis.
Gruet. Salutation. Salutatio.
Gris. Moullon. Rudus.
Gunſt. Faveur. Favor.
Guit. Gueux. Mendicus.

Haec. Croc. Hama.
Haegh. Have. Sepes.
Haen. Coq. Gallus.
Haer. Poil. Pilus.
Haeſt. Hâſte. Properatio.
Haet. Haine. Odium.
Half. Demi. Dimidius.
Hals. Col. Collum.
Ham. Jambon. Perna.
Handt. Main. Manus.
Harp. Harpe. Lyra.
Hars. Reſine. Reſina.
Haes. Lievre. Lepus.
Hecht. Manche. Capulus.
Hec. Claye. Vacerra.
Heel. Tout. Totus.
Heerdt. Foyer. Focus.
Heer. Seigneur. Herus.
Heeſch. Enroué. Raucus.
Heet. Chaud. Calidus.
Hel. Clair. Clarus.
Held. Homme noble. Heros.
Hel. Enfer. Infernus.
Helm. Heaume. Galea.
Hem. Lui. Illi.
Hemd. Chemiſe. Induſium.
Hengſt. Eſtalon. Caballus.
Hert. Dur. Durus.
Herfſt. Automne. Autumnus.
Herſt. Eſchinée. Spina porci.
Hert. Cœur. Cor.
Heſp. Jambon. Perna.
Het. Ce. Id.
Heur. Sienne. Suis.
Heuſch. Courtois. Civilis.
Heus. Anſe. Anſa.
Hex. Sorciere. Venefica.
Hev. Lande. Campus ſterilis.
Hey. Hie. Fiſtura.
Heyl. Salut. Salus.
Heir. Armée. Exercitus.
Hic. Hoquet. Singultus.
Hiel. Talon. Talus.
Hier. Ici. Hic.
Hind. Biche. Cerva.
Hin. Poulle. Gallina.
Hirs. Mil. Milium.
Hoe. Comment. Quomodo.
Hoeck. Coing. Angulus.
Hoen. Poulle. Gallina.
Hoer. Paillarde. Meretrix.
Hoeſt. Toux. Tuſſis.
Hoer. Chapeau. Pileus.
Hoef. Metairie. Villa.
Hof. Jardin. Hortus.
Hor. Heritier. Hæres.
Hol. Cave. Cavus.
Hondt. Chien. Canis.
Hooch. Haut. Altus.
Hooft. Teſte. Caput.
Hoop. Monceau. Acervus.
Hoop. Eſpoir. Spes.
Hop. Houbelon. Lupulus.
Hop. Hupe. Upupa.
Hord. Claye. Crates.
Hoos. Chauſſe. Caliga.
Hout. Bois. Lignum.
Hou. Coupe de [illegible].
Hoy. Foin. Fœnum.
Hulp. Aide. Auxilium.
Huſſt. Huis. Aqueus.
Hupſch. Elegant. [illegible].
Hut. Loge. Mapale.
Huych. Luette en la [illegible] Aguna.
Huyck. Hucque. Cucullus.
Hinnel. Cheveche. Ulula.
Huys. Maiſon. Domus.
Hv. Il. Ille.

Ja. Oui. Ita.
Jacht. Chaſſe. Venatus.
Jaer. An. Annus.
Jck. Je. Ego.
Jet. Quelque choſe. Aliquid.
Jeught. Jeuneſſe. Juventus.
Jis. Glace. Glacies.
In. En. In.
Inckt. Encre. Atramentum.

Iock. Ioug. Iugum.
Iock. Raillerie. Iocus.
Ionck. Ieune. Iuvenis.
Is. Eſt. Eſt.
Kaeck. Maſchoire. Maxilla.
Kaey. Cas. Acta.
Kaeck. Pilori. Numellæ verſatiles.
Kalf. Veau. Vitulus.
Kam. Peigne. Pecten.
Kan. Pot. Amphora.
Kans. Chance. Caſus aleæ.
Kant. als brood. Chanteau. Fruſtum.
Keel. Garderobbe. Supparum.
Keer. Tout. Circuitus.
Keers. Chandelle. Candela.
Kelck. Calice. Calix.
Keel. Gorge. Guttur.
Kees. Frommage. Caſeus.
Kemp. Chanvre. Cannabis.
Kerck. Egliſe. Templum.
Kerf. Crenne. Crena.
Kern. Pepin. Semen.
Kers. Guſine. Ceraſa.
Kers. Creſſon. Naſturtium.
Kerr. Cren. Crena.
Keur. Choix. Optio.
Keurs. Corſet. Cyelas.
Key. Caillou. Cautes.
Kiel. Carine. Carina.
Kim. Cipeau d'un tonneau. Ora vaſis.
Kindt. Enfant. Puer.
Kin. Menton. Mentum.
Kiſt. Coffre. Ciſta.
Kit. Boiſſon. Brochus.
Klacht. Querelle. Querela.
Klack Crevaſſe. Crepitaculo.
Klad. Crotte. Macula luti.
Klamp. Membrute d'un huis. Membrum aſſeris.
Klanck. Tintement. Tinnementum.
Klap. Babil. Loquacitas.
Klau. Patte. Unguis.
Kleet. Veſtement. Veſtis.
Klef. Attachant comme glus. Tenax.
Kley. Argille. Argilla.
Klein. Petit. Parvus.
Klier. Apoſteume. Tonſilla.
Klinck. Clichet. Peſſulus.
Klis. Graceron. Aparine.
Klock. Cloche. Campana.
Kloeck. Hardi. Audax.
Kloet. Rable. Rutablum.
Klomp. Billot. Maſſa.
Kloot. Boule. Sphæra.
Klop. Coup. Ictus.
Kloof. Crevaſſe. Rima.
Klucht. Farce. Faceriæ.
Kluys. Heremitage. Sacellum.
Knaep. Serviteur. Servus.
Knecht. Garçon. Servus.
Knick. Hochement de la teſte. Nutus.
Knie. Genoüil. Genu.
Knip. Chiquenaude. Talitrum.
Knol. Naveau. Napus.
Knoop. Nœud. Nodus.
Knop. Bouton. Bulla.
Koe. Vache. Vacca.
Koeck. Gaſteau. Libum.
Koel. Tiede. Tepidus.
Koen. Hardi. Audax.
Koets. Couche. Cubile.
Kool. Charbon. Carbo.
Kool. Choux. Braſſica.
Koop. Achapt. Emptio.
Korck. Liege. Suber.
Koudt. Froid. Frigus.
Kout. Devis. Fabula.
Ktachz. Force. Virtus.
Kraeck. Son eſclatant. Crepitus.
Kraegh. Gavion. Iugulus.
Kramp. Crampe. Spaſmus.
Kram. Crampon. Fibula.
Kranck. Debile. Debilis.
Krans. Chapeau de fleurs. Sertum.
Kreeft. Eſcreviſſe. Caneer.
Krib. Creche. Præſepium.
Krieck. Ceriſe. Ceraſum.
Krijch. Guerre. Bellum.
Krijt. Croie. Creta.
Krijt. Brayement. Ejulatio.
Kroes. Goblet. Scyphus.
Krom. Tortu. Tortus.
Krop. Cropion. Iugulum.
Kruyck. Cruche. Urna.
Kruym. Mie. Mica.
Kruyt. Herbe. Herba.
Kud. Troupeau de beſtes. Grex.
Kund. Notoire. Notus.
Kunſt. Art. Ars.
Kus. Un baiſer. Baſium.
Kuyl. Spelonque. Spelunca.
Kuyſch. Chaſte. Caſtus.
Kuyt. Le mol derrier de la jambe. Sura.
Kuyt. Petite. Biere.
Lach. Ris. Riſus.
Laey. Layette. Capſa.
Laet. Tard. Sero.
Laf. Fade. Flaccidus.
Laegh. Rang. Series.
Lam. Affoible. Paralyticus.
Lam. Agneau. Agnus.
Lamp. Lampe. Lampas.
Lane. Flanc. Femen.
Lanc. Long. Longus.
Landt. Terre. Terra.
Lap. Piece de drap. Segmentum.
Laſt. Charge. Moles.
Lat. Late. Aſſula.
Laen. Tiede. Tepidus.
Lec als Lec ſchip.
Leer. Cuir. Corium.
Leech. Oiſif. Otioſus.
Let. Membre. Membrum.
Leech. Bas. Humilis.
Leec. Laïc. Laicus.
Leer. Eſchelle. Scala.
Leedt. Deſplaiſir. Luctus.
Leem. Argille. Argilla.
Leen. Fief. Prædium beneficiarium.
Leep. Caſſieux. Lippus.
Leep. Cauſeleux. Aſtutus.
Leer. Doctrine. Doctrina.
Leeſt. Forme de cordonnier. Forma.
Leeu. Lion. Leo.
Lil. Le mollet du bout de l'aureille. Cartilago.
Leen. Appuy. Podium.
Leſt. Dernier. Ultimus.
Lets. Laiſſe. Lorum.
Leur. Ravaudérie. Res nullius valoris.
Ley. Ardoiſe. Ardoſia.
Licht. Lumiere. Lux.
Licht. Leger. Levis.
Licht. Poulmon. Pulmo.
Liet. Chanſon. Cantio.
Lief. Cher. Charus.
Lief. Ami. Amicus.
Lier. Liere. Lyra.
Lijc. Funerailles. Exequiæ.
Lijf. Corps. Corpus.
Lijm. Colle. Colla.
Lijn. Lin. Linum.
Lijſt. Bordure. Limbus.
Lind. Tillet. Tilia.
Lint. Ruben. Vitta.
Lip. Levre. Labium.
Lis. Ranſe. Carex.
Liſt. Fineſſe. Aſtutia.
Loen. Lourdaut. Idiota.
Lof. Los. Laus.
Lout. Meiche.
Looc. Desaulx. Allium.
Loof. Fueille. Frons.
Loogh. Lexive. Lixivium.
Loon. Salaire. Salarium.
Loop. Cours. Curſus.
Loos. Subtil. Subtilis.
Loos. Poulmon. Pulmo.
Loot. Plomb. Plumbum.
Loof. Armiet d'une maiſon. Umbraculum.
Loos. Mot de guet. Teſſera.
Los. Diſſie. Laxus.
Loſch. Louſche. Strabo.
Lot. Sort. Sors.
Lucht. Air. Aer.
Lul. Reſonance d'une chanſon.
Luſt. Volupté. Voluptas.
Luy. Pareſſeux. Ignavus.
Luys. Poulx. Pediculus.
Luyt. Lue. Teſtudo.
Macht. Puiſſance. Poteſtas.
Maech. Parent. Affinis.
Maecht. Vierge. Virgo.
Mael. Malle. Mantica.
Mael. Fois.
Maen. Lune. Luna.
Maent. Mois. Menſis.
Maer. Mais. Sed.
Maer. Bruict. Rumor.
Maet. Meſure. Menſura.
Maet. Compagnon. Socius.
Maegh. Eſtomach. Stomachus.
Mal. Fol. Stultus.
Mals. Tendre. Tener.
Mam. Mammelle. Mamma.
Man. Homme. Vir.
Manck. Boitteux. Claudus.
Maſt. Maſt. Malus.
Mat. Las. Defeſſus.
Me. Avec. Cum.
Mee. Garance. Rubia.
Meel. Farine. Farina.
Meeps. Fragile. Fragilis.
Meer. Mer. Mare.
Meers. Hune. Carcheſium.
Meer. Plus. Plus.
Meerſch. Marets. Palus.
Mees. Maſangle. Parix.
Meeſt. Toutle plus. Plurimus.
Meeu. Oiſeau marin. Aquila maria.
Melck. Laict. Lac.
Mem. Nourrice. Nutrix.
Men. On.
Menſch. Homme. Homo.
Merch. Moüelle. Medulla.
Merek. Marque. Signum.
Merct. Marché. Forum.
Mes. Couſteau. Cultet.
Met. Avec. Cum.
Mey. May. Frons feſta.
Mier. Fourmi. Formica.
Myl. Lieue. Milliare.
Myn. Mon. Meus.
Myne. Mine. Fodina.
Myt. Mite. Mita.
Milt. Liberal. Liberalis.
Min. Moins. Minus.
Mis. Faute. Defectus.
Meſt. Fiente. Fimus.
Miſt. Bruyne. Bruma.
Moe. Las. Laſſus.
Moer. Mere. Mater.
Moes. Porée. Olus.
Moet. Courage. Animus.
Moey. Tante. Matertera.
Mol. Taulpe. Talpa.
Mondt. Bouche. Os.
Moort. Meurtre. Internecio.
Mos. Mouſſe. Muſcus.
Moſt. Mouſt. Muſtum.
Mot. Teigne. Tinea.
Mout. Grain apparellé pour braſſer de la biere. Polenta.
Mau. Manche. Manica.
Moy. Orné. Ornatus.
Muer. Mur. Murus.
Muſ. Relant. Situs.
Mug. Moucheron. Culex.
Munt. Monnoye. Moneta.
Muts. Bonet. Pileus.
Mubl. Muler. Mulus.
Muyl. Muſeau. Roſtrum.
Muys. Sourris. Sorex.
Myr. Mue. Cavea.
Na. Apres. Poſt.
Nacht. Nuict. Nox.
Naeckt. Nud. Nudus.
Naem. Nom. Nomen.
Naen. Nain. Nanus.
Naeſt. Tout le plus prochain. Proximus.
Naet. Couſture. Sutura.
Nap. Plat creux. Catinus.
Nues. Nez. Naſus.
Nat. Mouillé. Madidus.
Nau. Eſtroict. Strictus.
Neck. Chainon. Cervix.
Neet. Bas. Inferus.
Neef. Nepveu. Nepos.
Neen. Non. Non.
Neep. Pinſure. Compreſſio.
Neſt. Nid. Nidus.
Net. Net. Nitidus.
Net. Retz. Rete.
Neet. Lende. Lens.
Nicht. Niepce. Neptis.
Nier. Rein. Ren.
Niet. Rien. Nihil.
Nieu. Nouveau. Novus.
Nijdt. Envie. Invidia.
Noch. Encore. Adhuc.
Noen. Midi. Meridies.
Noo. A regret. Invitus.
Noort. North. Septentrion.
Noot. Neceſſité. Neceſſitas.
Nop. Floc. Floccus.
Neut. Noix. Nux.
Noit. Iamais. Nunquam.
Nu. Maintenant. Nunc.
Nut. Utile. Utilis.
Och. Ah. Hei:
Oft. Ou. Vel.
Olm. Olme. Ulmus.
Om. Pour. Ob.
Ons. Noſtre. Noſter.
Oock. Auſſi. Etiam.
Oog. Oeil. Oculus.
Oogſt. Moiſſon. Meſſis.
Oom. Oncle. Patruus.
Oor. Aureille. Auris.
Oort. Lieu. Locus.
Ooſt. Orient. Oriens.
Op. Deſſus. Super.
Os. Bœuf. Bos.

Oudt.

Ondt. Vieil. Vetus.
Oyt. Onques. Unquam.
Pacht. Ferme. Veſtigal.
Pack. Fardeau. Sarcina.
Pael. Pau. Palus.
Paer. Paire. Par.
Paert. Part. Pars.
Palm. Paulme. Palma.
Pand. Hypotheque. Pignus.
Pandt. Pand. Lactnia.
Pan. Paelle. Sartago.
Pap. Papin. Pappa.
Pas. En poinct. Commodum.
Pat. Sentier, Semita.
Paeu. Paon. Pavo.
Paeis. Paix. Pax.
Peck. Poix. Pix.
Peert. Cheval. Equus.
Peerſch. Pers. Cœruleus.
Pels. Peau. Pellis.
Pen. Plume. Calamus.
Pens. Trippe. Inteſtina.
Perck. Pare. Septum.
Peer. Poire. Pirum.
Pers. Preſſe. Torcular.
Peez. Corde d'arc. Chorda arcus.
Pijp. Tuyau. Tubus.
Pier. Vers de terre. Lumbricus.
Pijck. Pique. Haſta.
Pie. Mantean à marinier, Nautica penula.
Pijl. Fleſche. Sagitta.
Pijn. Douleur. Dolor.
Pin. Baſton poinctu. Veruculum.
Pips. Pepie. Pituita.
Plack. Ferule. Ferula.
Plaet. Planche. Syrtes.
Plaets. Place. Locus.
Plaegh. Vexation. Vexatio.
Planck. Planche. Planca.
Plas. Marée. Lacuna.
Plat. Plat. Planus.
Pleck. Tache. Macula.
Pleit. Bateau large & plat. Stlata.
Pliche. Office. Officium.
Ploech. Charrue. Aratrum.
Plomᵐ Rebouché. Hebes.
Ploy. Plis. Plica.
Pluym. Plume. Pluma.
Pock. Verolle. Lues venerea.
Poer. Ponldre. Pulvis.
Pocl. Lac. Lacuna.
Pol. Concubinaire. Concubinus.
Pols. Pouls. Pulſus.
Pomp. Oſſée. Sentina.
Pondt. Livre. Pondo.
Poort. Porte. Porta.
Poos. Petit eſpace de temps. Momentum.
Poot. Patte. Palma pedis.
Pop. Pouppée. Puppa.
Poſt. Poſteau. Poſtis.
Poſt. La poſte. Curſor.
Poot. Sion. Talea.
Pot. Pot. Olla.
Pracht. Magnificence. Magnificenoa.
Prat. Fier. Arrogans.
Prick. Lampreie. Muſtula.
Priem. Poinçon. Pugunculus.
Prijs. Prix. Laus.
Proef. Preuve. Proba.
Pruym. Prune. Prunum.
Pruts. Superbe. Superbus.
Prye. Charogne. Cadaver.
Punt. Poinct. Punctum.
Put. Puits. Puteus.
Puyſt. Empoule. Puſtula.
Quaet. Mauvais. Malus.
Quael. Langueur. Languor.
Quant. Gallant. Scitus homo.
Quijt. Quicte.
Radt. Roue. Rota.
Raedt. Conſeil. Conſilium.
Raem. Chaſſis. Fulcrum feneſtræ quadratum.
Raep. Naveau. Rapum.
Ram. Belier. Aries.
Ramp. Malheur. Infelicitas.
Ranck. Branche. Ramus.
Ranck. Fineſſe. Aſtutia.
Ranck. Greſle. Gracilis.
Randt. Bord. Ora.
Raſch. Soudain. Cito.
Raſp. Rape. Scalprum.
Rat. Rat. Glis.
Raef. Corbeau Corvus.
Raeu. Crud. Crudus.
Recht. Droict. Rectus.
Ree. Biche. Cerva.
Reep. Cercle. Circulus.
Reſt. Reſte. Reſiduum.
Renck. Odeur. Odor.
Reu. Chien maſle. Canis mas.
Reus. Geant. Gigas.
Rey. Danſe. Chorea.
Reyn. Pur. Purus.
Reys. Fois.
Reys. Voyage. Profectio.
Reb. Coſte. Coſta.
Riet. Canne. Arundo.
Riem. Ceinture. Cingulum.
Riem. Rame. Remus.
Rijck. Riche. Dives.
Rijm. Gelée. Pruina.
Rijm. Rhime. Rhitmus.
Rijp. Meur. Maturus.
Rijs. Riz. Oriza.
Rijs. Branche. Ramus.
Rinck. Anneau. Annulus.
Rindt. Bœuf. Bos.
Ring. Viſte. Velox.
Rin. Cage. Cavea.
Rinſch. Aucunement ſur. Subacidus.
Roch. Raye. Raia.
Rock. Saye. Toga.
Rock. Quenouille. Colus.
Roc. Verge. Virga.
Roedt. Suie de cheminee. Fuligo.
Roef. Pouppe. Puppis.
Roem. Vanterie. Jactantia.
Roep. Cri. Clamor.
Roer. Gouvernail. Gubernaculum.
Roeſt. Enroüillure. Rubigo.
Roogh. Oeuf de poiſſon. Ova piſcium.
Rog. Seigle. Siligo.
Rol. Roulle. Phalanga.
Rondt. Rond. Rotundus.
Roock. Fumée. Fumus.
Root. Rouge. Ruber.
Roof. Butin. Præda.
Room. Creme. Cremor.
Roos. Roſe. Roſa.
Ros. Roux. Ruſus.
Ros. Cheval. Equus.
Rot. Pourri. Putris.
Rot. Bande de gens. Claſſis.
Rou. Rude. Rudis.
Ruet. Suif. Sevum.
Rug. Dos. Dorſum.
Rups. Chenille. Bruchus.
Ruim. Ample. Amplus.
Ruyn. Hongre. Cantherius.
Ruyt. Rue. Ruta.
Ruyt. Lozenge. Teſſera.
Rie. Rang. Series.
Sacht. Mol. Mollis.
Sack. Sac. Saccus.
Sael. Selle. Ephippium.
Sael. Salle. Atrium.
Saen. Toſt. Statim.
Saen. Creme. Cremor.
Saet. Semence. Semen.
Saey. Saiette.
Saeg. Sie. Serra.
Saec. Cauſe. Cauſa.
Salf. Onguent. Unguentum.
Salm. Saulmon. Salmo.
Sandt. Arene. Arena.
Sap. Suc. Succus.
Saick. Tombe. Cippus.
Sadt. Saoul. Satur.
Saus. Sauſſe. Condimentum.
Saut. Scl. Sal.
Schacht. Fleſche. Sagitta.
Scha. Dommage. Damnum.
Schaeu. Ombre. Umbra.
Schaeck. Eſchetz. Alveus.
Schael. Taſſe. Patera.
Schaep. Brebis. Ovis.
Schaerd. Teſt. Ruma.
Schaers. A peine. Vix.
Schaets. Eſchaſſe. Gralla.
Schalck. Caut. Cautus.
Schamp. Brocard. Scomma.
Scand. Deſhonneur. Ignominia.
Schants. Rempart. Vallum.
Schaer. Grande multitude de gens. Caterva.
Schat. Threſor. Theſaurus.
Schaef. Rabot. Dolabra.
Schee. Gaine. Vagina.
Scheef. De biais. Obliquus.
Scheel. Louche. Luſcus.
Scheel. Greve de la teſte. Separatio comæ.
Scheel. Covercle. Operculum.
Scheer. Force. Forfex.
Schel. Sonnette. Tintinnabulum.
Schel. Eſcorce. Cortex.
Schelm. Meſchant. Nequam.
Schelp. Coquille. Calix.
Schenck. Don. Donum.
Scheen. Creve de la jambe. Tibia.
Scherf. Teſte. Teſta.
Scherp. Aigu. Acutus.
Scheur. Fente. Fiſſura.
Scheut. Scion. Surculus.
Schicht. Dard. Jaculum.
Schier. Tantoſt. Mox.
Schijn. Lucur. Splendor.
Schijf. Tableau. Menſa.
Schil. Difference. Differentia.
Schilt. Eſcu. Scutum.
Scimp. Brocard. Iocus.
Schip. Navire. Navis.
Schoc. Soulier. Caleeus.
School. Eſcole. Schola.
Schol. Role. Solea.
Schoof. Gerbe. Faſcis ſpicarum.
Schoon. Beau. Pulcher.
Schoot. Giron. Gremium.
Schors. Eſcorce. Cortex.
Schout. Preteur. Prætor.
Schrab. Eſgratigneure. Laceratio unguium.
Schraegh. Treſteau. Fulcrum menſarium.
Schram. Berlaſſe. Vibex.
Schre. Adjambée. Paſſus.
Schreeu. Cri. Clamor.
Schreef. Traict. Tractus lineæ.
Schrift. Eſcriture. Scriptura.
Scroef. Eſcrouve. Cochlea.
Schub. Eſcaille de poiſſon. Squamma.
Schud. Vautneant. Scurra.
Schult. Debte. Debitum.
Schup. Pelle. Pala.
Schuer. Grange. Granarium.
Schurft. Rongneux. Scabioſus.
Schu. Sauvage. Agreſtis.
Schuym. Eſcume. Spuma.
Schuyt. Naſſelle. Navicula.
Se. Couſtume. Mos.
See. Mer. Mare.
Seel. Groſſe corde. Funis.
Seem. Sameau. Corium hœdinum.
Seep. Savon. Sapo.
Seer. Ulcere. Ulcus.
Seer. Fort. Valde.
Self. Meſme. Ipſum.
Ses. Siz. Sex.
Seyl. Voile. Velum.
Seyz. Faulx. Falx.
Sich. Soy. Se.
Sieck. Malade. Ægrotus.
Siel. Ame. Anima.
Sift. Crible. Cribrum.
Sijn. Son. Suus.
Sim. Singe. Simia.
Sin. Sens. Senſus.
Sint. Depuis. Poſt illa.
Slab. Bavette. Faſcia pituitaria.
Slach. Coup. Ictus.
Slaep. Tempes de la teſte. Tempora.
Slaep. Somne. Somnus.
Slang. Couleuvre. Coluber.
Slap. Laſche. Laxus.
Slaef. Eſclave. Servus emptitius.
Slecht. Simple. Simplex.
Sleck. Limaçon. Limax.
Sle. Traineau. Traha.
Slee. Prune. Acatium.
Slet. Torchon. Peniculamentum.
Sleyp. Longue queuë de veſtement. Syrma.
Slijck. Bouë. Lutum.
Slijm. Limon. Limus.
Slim. De biais. Obliquus.
Slincx. Gauche. Sinifter.
Slip. Pand. Peniculamentum.
Slot. Serrure. Serra.
Sluys. Eſcluſe. Cataracta.
Smaet. Calomnie. Calumnia.
Smaeck. Gouſt. Guſtus.
Smal. Eſtroit. Arctus.
Smeer. Graiſſe. Abdomen.
Smert. Douleur. Dolor.
Smet. Macule. Macula.
Smis. Forge. Fabrica ferraria.
Smit. Mareſchal. Faber ferrarius.
Smout. Graiſſe. Pinguedo.
Snap. Babil. Garrulitas.
Snaer. Corde de lut. Fides.
Snau. Mot dit avec deſpit. Iracunda locutio.
Sne. Coupure. Sciſſura.
Snee. Neige. Nix.

Snel

Snel. Viſte. Celer.
Snip. Beccaſſe. Gallinago.
Snick. Souſpir. Suſpirium.
Snoeck. Brochet. Lupus.
Snoer. Cordon. Chorda.
Snuf. Rhume. Rheuma.
Snoo. Meſchant. Vilis.
Snot. Morve. Pituita.
Soo. Ainſi. Sic.
Soch. Laict. Succus.
Sock. Chauſſon Soccus.
Soch. Truye. Porca.
Soet. Doux. Dulcis.
Sool. Semelle. Solea.
Soon. Fils. Filius.
Son. Soleil. Sol.
Soom. Bord. Limbus.
Sop. Feſte. Faſtigium.
Sop. Ius Ius.
Sorg. Soing. Cura.
Sot. Fol. Stultus.
Spa Houe. Ligo.
Spaey. Tard. Tardus.
Spaen. Eſclat. Aſſula.
Span. Extenſion de la paulme. Spithama.
Specht. Piemar. Picus.
Speck. Lard. Lardum.
Spel. Ieu. Luſus.
Speer. Lance. Lancea.
Speur. Trace du pas qui demeure apres avoir marché. Veſtigium.
Spie. Cheville. Impages.
Spie. Eſpieur. Inſidiator.
Spier. La chair blanche qui eſt à la poictrine d'un oiſeau. Pulpa.
Spies. Pique. Haſta.
Spil. Fuſeau. Fuſus.
Spind. Huche. Penarium.
Spin. Araigne. Aranea.
Spint. Pieotin. Corbula.
Spit. Broche. Veru.
Spits. Haultain.
Spoet. Haſte. Properatio.
Spoel. Navette. Glomus textorius.
Spond. Chaſſis. Sponda.
Spoor. Eſperon. Calcar.
Sport. Eſchellon. Climacter.
Spot. Mocquerie. Irriſio.
Spraeck. Langage. Lingua.
Spreuck. Dicton. Sententia.
Spreeu. Eſtourneau. Sturnus.
Spriet. Lavelot. Venabulum.
Sproet. Lentille. Lentigo.
Spronck. Sault. Saltus.
Sprot. Harangade. Membras.
Sprau. Pepie des poulles. Pituita in gallinis.
Spruyt. Ietton d'arbre. Germen.
Speu. Eſcluſe. Cataracta.
Speut. Eſchiſſoire. Syrinx.
Spijs. Viande. Cibus.
Spijt. Deſpit. Contumelia.
Stadt. Ville. Urbs.
Staeck. Pal. Palus.
Stael. Acier. Chalybs.
Staet. Eſtat. Status.
Staey. Loiſir. Otium.
Staf. Baſton. Baculus.
Stal. Eſtable. Stabulum.
Stam. Lignage. Genus.
Stanck. Puanteur. Fœtor.
Standt. Cuve. Cupa.
Stang. Perche. Pertica.
Stand. Eſtat. Status.
Stap. Pas. Paſſus.
Steck. Baſton. Baculus.
Steeds. Aſſiduellement. Aſſiduè.
Steech. Obſtiné. Obſtinatus.
Steeck. Coup. Ictus.
Steel. Tige. Caulis.
Steen. Pierre. Lapis.
Steert. Queüe. Cauda.
Stel. (als ſtel bier) Eſtale. Vetus.
Stelt. Eſchaſſe. Gralla.
Sem. Voix. Vox.
Sterck. Fort. Fortis.
Steur. Eſtougeon. Turſio.
Steyl. Contremont. Surſum.
Stier. Taureau. Taurus.
Stijf. Roide. Rigidus.
Stijl. Poſteau. Poſtis.
Stil. Quoy. Quietus.
Stock. Baſton. Baculus.
Stoel. Selle. Sedes.
Stof. Poudre. Pulvis.
Stom. Muet. Mutus.
Stompt. Rebouché. Obtuſus.
Stoop. Lot. Gelta.
Stoot. Pouſſement. Concuſſus.
Storm. Tempeſte. Tempeſtas.
Stoof. Eſtuve. Hypocauſtum.
Stout. Hardi. Audax.
Stracx. Incontinent. Quamprimum.
Strael. Raid. Radius.
Straet. Rue. Platea.
Straf. Rigoureux. Durus.
Strang. Rivage de la mer. Littus.
Streeck. Traict. Tractus.
Streng. Aſpre. Severus.
Streep. Traict. Stria.
Strick. Laqs. Laqueus.
String. Ridelle. Reſtis.
Stronck. Troncher. Truncus.
Stroo. Eſtrain. Stramen.
Stroom. Cours de l'eau. Fluxus aquæ.
Strop. Hart. Vinculum.
Struyck. Plançon. Frutex.
Struys. Auſtruche. Struthiocamelus.
Struys. Crepet. Laganum.
Strijt. Bataille. Prœlium.
Stuck. Piece. Fruſtum.
Stuer. Severe. Severus.
Suer. Aigre. Acer.
Sulck. Tel. Talis.
Sus. Ainſi. Sic.
Sus. Tout quoy. Silentium.
Suydt. Midi. Meridies.
Suyl. Pilier. Columna.
Svvack. Debile. Debilis.
Svvaer. Peſant. Gravis.
Svvart. Noir. Niger.
Svveem. Beccaſſon. Ruſticula minor.
Svveep. Fouët. Flagrum.
Svveert. Eſpee. Enſis.
Svveer. Ulcere. Ulcus.
Svveet. Sueur. Sudor.
Svverm. Ieſton de mouches. Examen apum.
Svvijn. Pourceau. Porcus.
Sy. Elle. Illa.

Tack. Rameau. Ramus.
Taeck. Certain œuvre par jour. Penſum.
Tael. Langue. Lingua.
Taert. Tarte. Scriblita.
Taey. Coriace. Lentus.
Tal. Nombre. Numerus.
Tam. Dompté. Manſuetus.
Tang. Tenaille. Forceps.
Tanr. Dent. Dens.
Tap. Broche d'un tonneau. Embolum vaſis.
Tas (als hoy-tas) Fenil. Fenile.
Teen. Ozier. Vimen.
Teen. Orteil. Digitus pedis.
Teer. Tendre. Tener.
Tel. Haquenee. Gradarius equus.
Tempſt. Tamis. Cribrum.
Teuch. Traict. Hauſtus.
Teyl. Un plat creux de terre. Gabata figlina.
Thien. Dix. Decem.
Tob. Cuve. Cupa.
Toch. Certes. Verè.
Tocht (als tocht des heyrs) Le marcher de l'armée. Agmen.
Toe (als tot daer toe) A. Ad.
Tol. Gabelle. Vectigal.
Tong. Langue. Lingua.
Ton. Tonneau. Dolium.
Toom. Reine d'une bride. Habena.
Toon. Monſtre. Demonſtratio.
Toon. Son. Tonus.
Top. Toupie. Trochus.
Tooru. Ire. Ira.
Torſch. Grappe. Racemus.
Torts. Torche. Fax.
Tot. Iuſques. Uſque.
Tau. Corde. Funis.
Traech. Lente. Lentus.
Traen. Larme. Lachryma.
Trap. Degré. Gradus.
Treck. Traict. Tractus.
Treefr. Trepied. Tripes.
Troch. Auge. Lioter.
Tromp. Trompe.
Tronck. Tronc. Truncus.
Trooſt. Soulas. Solatium.
Tros. Bagage qu'on porte à la guerre. Impedimenta exercitus.
Trau. Fidele. Fidelis.
Trijp. Tripe.
Tucht. Modeſtie. Modeſtia.
Turf. Tourbe. Ceſpes.
Tuych. Hardes. Arma.
Tuygh. Teſmoing. Teſtis.
Tuyn. Jardin. Hortus.
Tvvaelf. Douze. Duodecim.
Tvvee Deux. Duo.
Tvvift. Diſcord. Diſcordia.
Tvvijn. Fil tors. Filum retortum.
Tijck. Coutil. Culcitra.
Tijt. Temps. Tempus.

Vaem. Toiſe. Hexappus.
Vaer. Pere. Pater.
Vaeck. Sommeil. Sopor.
Vael. Baillet. Gilvus.
Vaen. Baniere. Vexillum.
Vael. Peril. Periculum.
Vaert. Foſſe navigable. Foſſa.
Vaert. Allure. Profectio.
Valck. Faucon. Falco.
Val. Cheute. Caſus.
Val. Trebuchet. Decipulum.
Valſch. Faux. Falſus.
Van. De. A.
Vaſt. Ferme. Firmus.
Vat. Vaiſſeau. Vas.
Vee. Beſtial. Pecus.
Veel. Beaucoup. Multus.
Veer. Paſſage. Trajectus.
Veers. Vers. Verſus.
Veldt. Champ. Campus.
Vel. Peau. Pellis.
Veint. Garçon. Infans.
Verſch. Frais. Recens.
Veſt. Muraille d'une ville. Mœnia.
Vet. Graiſſe. Pinguedo.
Veul. Poulain. Pullus equinus.
Veych. Qui eſt prochain de ſa mort.
Veyl. Expoſé en vente. Venalis.
Vier. Quatre. Quatuor.
Vier. Feu. Ignis.
Vies. Faſcheux. Moroſus.
Vijf. Cinq. Quinque.
Vijg. Figue. Ficus.
Vijl. Lime. Lima.
Vijs. Vis. Cochlea.
Vilt. Feultre. Cento.
Vinck. Becfigue. Frigilla.
Vin. Lopin de chair. Offa.
Vin. Aille de poiſſon. Pinna.
Viſch. Poiſſon. Piſcis.
Vlack. Plain. Planus.
Vlaey. Flan. Scribbita.
Vlaegh. Ondée de pluye. Nimbus.
Vlam. Flamme. Flamma
Vlas. Lin. Linum.
Vleck. Village. Pagus.
Vleeſch. Chair. Caro.
Vlieg. Mouche. Muſca.
Vliem. Lancette à chirurgien. Scalprum.
Vlier. Sureau Sambucus.
Vhes. Toiſon. Vellus.
Vhet. Rive. Ripa.
Vlijt. Diligence. Deligentia.
Vlock. Floc. Floccus.
Vloeck. Maudiſſon. Imprecatio.
Vloet. Flot. Fluctus.
Vloer. Aire. Area.
Vloi. Pulce. Pulex.
Vlucht. Fuite. Fuga.
Vocht. Humide. Humidus.
Voet. Pied. Pes.
Voor. Devant. Ante.
Volck. Peuple. Populus.
Vol. Plein. Plenus.
Vonck. Eſtincelle. Scintilla.
Vondt. Invention. Inventio.
Vooght. Tuteur. Tutor.
Voort. Avant. Ultra.
Voos. Corrompu. Infipidus.
Vorck. Fourche. Furca.
Vorſch. Grenoüille. Rana.
Vorſt. Gelée. Gelu.
Vort. Pourri. Putridus.
Vos. Renard. Vulpes.
Vau. Pli. Plicatura.
Vracht. Voicture. Vectura.
Vraegh. Demande. Interrogatio.
Vranck. Franc. Libet.
Vreck. Chiché. Parcus.
Vre. Paix. Pax.
Vrees. Crainte. Timor.
Vreemt. Eſtranger. Extraneus.
Vreucht. Ioye. Gaudium.
Vriendt. Ami. Amicus.
Vroech. Tempre. Mane.
Vroet. Sage. Prudens.
Vroet. Eſchars. Parcus.
Vro. Ioyeux. Hilaris.
Vroom. Preux. Probus.

Vrau. Femme. Fœmina.
Vrucht. Fruict. Fructus.
Vry. Libre. Liber.
Vyr. Heure. Hora.
Vyt. Hors. Ex.
Vyl. Chathnant. Bubo.
V. Vous. Tibi.
Vurſt. Prince. Princeps.
Vuyl. Ord. Sordidus.
Vuyſt. Poing. Pugnus.

Wacht. Garde. Cuſtodia.
VVaeck. Veille. Vigilia.
VVaen. Preſomption. Præſumptio.
VVaer. Où. Ubi.
VVaer. Marchandiſe. Merx.
VVaet. Vray. Verus.
VVaegh. Balance. Libra.
VVal. Remparts. Vallum.
VVandt. Parois. Paries.
VVang. Ioüe. Mala.
VVan. Van. Vannus.
VVant. Car. Nam.
VVant. Gand. Manica.
VVas. Cire. Cera.
VVat. Quoi. Quid.
VVeb. Fil pour tiſtre. Texrura.
VVech. Chemin. Iter.
VVeer. Beher. Aries.
VVeer. Temps. Tempus.
VVeer. Derechef. Iterum.
VVee. Malheur. Væ.
VVeech. Parois. Paries.
VVeyck. Mol. Mollis.
VVeet. Goeſde. Glaſtum.
VVeeld. Delice. Delitiæ.
VVeer. Toutes armes de defence. Arma.
VVeert. Hoſte. Hoſpes.
VVees. Orphelin. Pupillus.
VVeeck. Sepmaine. Septimana.
VVelck. Quel. Quis.
VVel. Bien. Bene.
VVenſch. Souhait. Optio.
VVerck. Eſtoupe. Stupa.
VVerck. Oeuvre. Opus.
VVerf. Cas. Acta.
VVerm. Chaud. Calidus.
VVerp. Iect. Iactus.
VVeſp. Gueſpe. Veſpa.
VVeſt. Occident. Occidens.
VVet. Loy. Lex.
VVey. Meſgue. Serum.
VVicht. Enfant. Puer.
VVicht. Pois. Pondus.
VVie. Qui. Quis.
VVieck. Tente. Pannus.
VViegh. Berceau. Cunæ.
VViel. Voile de Nonnain. Velum.
VViel. Roué. Rota.
VVilt. Sauvage. Silveſter.
VVil. Volonté. Voluntas.
VVinck. Cil d'œil. Nictus oculi.
VVint. Vent. Ventus.
VVinſt. Gain. Quæſtus.
VVip. Baſcule. Tollenon.
VViſch. Torchon. Penicillus.
VVis. Vierne d'oſier. Vimen.
VVis. Certain. Certe.
VVit. Blanc. Albus.
VVoeſt. Deſert. Deſertus.
VVolck. Nuée. Nubes.
VVolf. Loup. Lupus.
VVol. Laine. Lana.
VVond. Playe. Plaga.
VVoort. Mot. Verbum.
VVorſt. Sauciſſe. Botulus inteſtinarius.
VVout. Foreſt. Silva.
VVraeck. Vengeance. Vindicta.
VVrat. Verrue. Verruca.
VVreet. Cruel. Crudelis.
VVtonck. Torſement. Torſio.
VVelp. Ieune chien. Catulus.
VVulps. Folaſtre. Laſcivus.
VVurm. Ver. Vermis.
VVy. Nous. Nos.
VVydt. Large. Amplus.
VVyf. Femme. Mulier.
VVyl. Temps vacant. Spatium.
VVyn. Vin. Vinum.
VVys. Sage. Sapiens.

Zier. Ciron. Chiron.

---

158. *Noms & Sarnoms Latins d'une ſyllabe.*

Ab. Abs. De. Van.
Ac. Et. Ende.
Ad. A. Tot.
Æs. Cuivre. Coper.
Ah. Ach. Ach.
An. Adverbium interrogantis.
Ars. Art. Conſt.
Arx. Chaſteau. Borch.
As. Livre. Pont.
Aſt. Mais. Maer.
At. Mais. Maer.
Au. Interjectio conſternati animi.
Aut. Ou. Oft.

Bis. Deux fois. Tweemael.
Bos. Bœuf. Os.

Calx. Chaulx. Kalck.
Cis. Deça. Op dees ſijde.
Clam. En cachette. Heymelick.
Cor. Cœur. Hert.
Cos. Queué. VVeſteen.
Cras. Demain. Morghen.
Crus. Iambe. Been.
Crux. Croix. Cruxs.
Cum. Avec. Met.
Cur. Pourquoy. VVaerom.

De. De. Van.
Dos. Doſt. Houvvelicke giſt.
Dux. Duc. Leydſman.

E. De. Uyt.
En. Voici. Siet hier.
Et. Er. Ende.
Ex. De. Uyt.

Fœx. Lie. Ghiſt.
Falx. Faulx. Sickel.
Fas. Licite. Toeghelaten.
Fax. Fallot. Torts.
Fel. Fiel. Gal.
Flos. Fleur. Bloem.
Fons. Fontaine. Born.
Frons. Fueille. Blat.
Frons. Front. Stirn.
Fur. Larron. Dief.

Gis. Genus feminis.
Glans. Gland. Eeckel.
Glos. Sœur de mon mari. Mijns mans ſuſter.
Grex. Troupeau de beſtes. Kud.
Grus. Grue. Craen.

Ha. A. A.
Hac. Par ci. Lancx hier.
Heu. Helas. Eylas.
Heus. He. Hau.
Hic, Hæc, Hoc, Hunc, Hanc, Hi, Hæ, Hos, Has, His.
Hinc. D'ici. Hier af.
Huc. Ici. Hervvaert.
Hyems. Hyver. VVinter.

Iam. Ia. Nu.
Id. Cela. Dat.
In. En. In.
Is. Ea. Id.
Ius. Ius. Sop.
Ius. Droict. Recht.

Lac. Laict. Melck.
Lanx. Baſſin. Schael.
Lar. Fouyer. Heerdt.
Laus. Los. Lof.
Lex. Loy. VVet.
Lis. Noiſe. Twiſt.
Lux. Lumiere. Licht.

Me. Mel. Miel. Honich.
Mens. Sens. Sin.
Merx. Marchandiſe. VVaet.
Mons. Montaigne. Berch.
Mors. Mort. Doot.
Mox. Tantoſt. Terſtont.
Mus. Souris. Muys.

Næ. Certainement. VVaerlick.
Nam. Car. VVant.
Ne. Non. Niet.
Nil. Rien. Niet.
Nix. Neige. Sneeu.
Non. Noh. Neen.
Nos. Nous. VVy.
Nox. Nuict. Nacht.
Num. Adverb.
Nunc. Maintenant. Nu.
Nux. Noix. Neut.

O. O. O.
Ob. Pour. Om.
Oh. Interject.
Os. Bouche. Mont.
Os. Os. Been.

Par. Paire. Paer.
Pax. Paix. Paeys.
Per. Par. Door.
Pes. Pied. Voet.
Phy. Interject.
Pix. Poix. Pec.
Plebs. Peuple. Ghemeinte.
Plus. Plus. Meer.
Pons. Pons. Brug.
Poſt. Depuis. Nae.
Præ. Devant. Voor.
Pro. Pour. Voor.
Proh. Interject.
Puls. Papin. Pap.
Pus. Bonë. Etter.

Quis, Qui, Quæ, Quod, Quid.
Quin. Que ne. Dat niet.
Quot. Combien. Hoe veel.
Quum. Quand. Als.

Res. Choſe. Dinck.
Ros. Roſée. Dau.
Rus. Les champs. Velt.

Sal. Sel. Saut.
Sat. Aſſez. Ghenouch.
Seobs. Sciure. Saeghmeel.
Serobs. Foſſe. Gracht.
Se. Aceuſ.
Sed. Mais. Maer.
Seps. Haye. Tuyn.
Seps. Serpens.
Seu. Ou. Oft.
Sex. Six. Ses.
Si. Si. Iſt dat.
Sic. Ainſi. Soo.
Sin. Mais ſi. Maer iſt dat.
Sol. Soleil. Son.
Sons. Coupable. Miſdadich.
Sors. Fortune. Fortune.
Spes. Eſperance. Hoop.
Splen. Rate. Milt.
Stips. Denier. Penninck.
Stirps. Racine. Struyck.
Sub. Sous. Onder.
Sus. Porc. Soch.

Tam. Tant. Soo ſeer.
Tax. Son de ſouët. Clets.
Ter. Trois fois. Driemael.
Thus. Encens. VVieroock.
Tot. Autant. Soo veel.
Trabs. Poultre. Balc.
Tres. Trois. Drie.
Trux. Cruel. VVreet.
Tu. Toy. Ghy.
Tunc. Adonc. Dan.

Væ. VVee.
Vas. Vaiſſeau. Vat.
Ve. Ou. Oft.
Vel. Ou. Oft.
Ver. Printemps. Lenten.
Vir. Homme. Man.
Vis. Force. Stercte.
Vix. A grand' peine. Naulicx.
Vos. Vous. Ghyhen.
Vox. Voix. Stem.
Urbs. Ville. Stadt.
Ut. Afin. Op dat.

220. *Noms & Surnoms Grecs d'une ſyllabe.*

Α῾Ϛ, menſis September.
Αἶξ. Capra.
Α῾λς. Sal, mare.
Α῾λξ. Potentia.
Α῾ν. Si.
Α῾ς. ἕως. Uſquequò.
Αὖ. Autem.
Α῾ψ. Adverbium & conjunct.
Βεκ. Panis.
Βῆξ. Tuſſis.
Βλαξ. Mollis.
Βλῆε. Muſca.
Βλίξ. Aſſiduè.
Βῶς. Bos.
Βρίξ. Lactuca.
Βύξ. Profunditas.
Βωξ. Genus piſcis.
Βῶς. Tergus bobulum.
Γὰε. Nam.
Γῆ. Terra.
Γλαξ. Herbæ genus.
Γλαὼς. Noctua.
Γνύξ. Genu.
Γῦν ſive γῶν pro γ' ὖν. Igitur.
Γρηῦς. Anus.
Γρύξ. Sordes unguium.
Γύψ. Vultur.
Δαὶ, vel Δὲ. Autem.
Δαῖς. Convivium.
Δᾶς. Fax.
Δεῖ. Oportet.
Δέν. Corpus.
Δὴ. Sanè.
Δλὼ. Diu.
Δρὶξ. Vermis lignum corrodens.
Δὶς. Bis.
Δμὼς. Servus.
Δοὶξ. Captea.
Δρεπίξ. Manipulus.
Δρὶς. Virtus.
Δρῦς, Quercus.
Δῶ pro δῶμα. Domus.
Δὼς. Dos.
Εἰ ſive ἐὰν. Si.
Εἶε. Ptocella.
Εἷς. Unus.
Ε῾κ ſive Ε῾ξ. Ex.
Ε῾ν ſive Ε῾ν, Εἰς, Ε῾ς, Io.
Ε῾ξ. Sex.
Εὖ. Bene.
Ζαὴ. Marc.
Ζεὶε. Genus veſtis.
Ζεὺς ſive Δεὺς, Ζαὺ, Ζλὼ. Inpiter.
Ζῶς. Vivus.
Ζῶν. Aoimal.
Θλὼ. Cumulus.
Θὴς. Debitor.
Θὴε. Fera.
Θὴς. Mercenarius.
Θὶν. Littus.
Θὶς. Nomen piſcis.
Θρῆξ. Nomen avis.
Θρὶς. Capillus.
Θρὶψ. Vermiculus.
Θρὶψ. Parcus.
Θῶθ. September apud Ægyptios.
Θῶς. Genus lupi.
Θωὴψ. Adulator.
Ἰν ſive ἰς. Genus menſuræ.
Ἴξ. Vermis.
Ἴς. Nervus.
Ἴψ. Vermis.
Καὶ. Nam.
Κἂν quamvis, pro καὶ ἐὰν.
Κὰε. Caput.
Κὴξ. Genus avis.
Κῆε. Cor.
Κὶς. Vermis.
Κλᾶξ. Clavis.
Κλὼν. Ramus.
Κλὼψ. Fur.
Κνὶψ. Culex.
Κνὼψ. Cæcus.
Κοὶξ. Plantæ geous.
Κῦ. Ubi.
Κρῆς. Caro.
Κρῆς. Caput.
Κρῖ pro Κριθὴ. Hordeum.
Κτεῖς. Pecten.
Κτὴε. Poſſeſſio.
Κτὶς. Viverra.
Λάξ. Advetbium, cum calcibus.
Λαᾶ. Lapis.
Λὶς. Leo.
Λῖς. Pannus lineus.
Λὺγξ. Inanis ſingultus.
Λὺγξ. Feræ genus.
Λὺξ. Lux.
Λωὴψ. Chlamys.
Μὰ. Adverbium jurandi.
Μαὶ. Quidem.
Μαὴψ. Fruſtrà.
Μὰς pro Μλὼ menſis.
Μὲν. Tamen, quidem.
Μὴ. adverb. Ne.
Μλὼ. Menſis & adverbium tameo.
Μνᾶ. Mina.
Μνῆς. Lana teoerrima cum qua naſcuntur agni.
Μῦς. Mus.
Μῶν. An.
Μὼψ. Cui hebes acies oculorum.
Νὰ. Certè.
Νᾶῦς. Navis.
Νῆς. Mens.
Νῦν. Nunc.
Νὺξ. Nox.
Νῶψ. Luſcioſus.
Ξὺν pro σὺν. Cum.
Ο῾. Hic.
Ο῾ pro ὅπυ. Ubi.
Ο῾ς. Qui.
Οὐκ. Non.
Οὖν. Ergo.
Οὖς. Auris.
Ο῾ψ. Vox.
Πᾶ. Qua, Quò, Ubi.
Παῦ. Idem.
Παῖς. Puer.
Πᾶς. Omnis.
Πάξ. Genus calceamenti.
Πὰρ pro Παρὰ. A, Ab, Ex.
Παῦ pro Παῦσαι. Pauſa.
Πῆ. Qui.
Πλαξ. Tabula.
Πλὴν. Præter.
Πλὴξ. Stimuli geous.
Πλὶξ. Greſſus.
Πλῆς. Navigatio.
Πνὶξ. Suffocatio.
Ποῖ. Quodammodo.
Πῦ. Ubi, Partim, Alibi.
Πὺς. Pes.
Πρὶν pro πρίλιον. Dudum.
Πρὶν. Prius.
Πρὸ. Ante.
Πρὸξ. Animal cervo ſimile.
Πρὸς. Per, Ad.
Πρὼν. Emineotia mootis.
Πρὼξ. Ros.
Πτὺγξ. Genus avis.
Πτὺξ. Plicatura.
Πτωξ. Timidus.
Πὺξ. Adverb. pugnis.
Πῦρ. Ignis.
Πῶς. Quò.
Πῶ ubi, pro πόθεν.
Πῶς. Quomodò.
Ρ῾ὰ. Genus radicis.
Ρ῾ὰξ. Acinus uvæ.
Ρ῾ὶν. Naris.
Ρ῾ὶς. Naſus.
Ρ῾ὶψ. Vimeo flexile.
Ρ῾ῦς. Fluxus.
Ρ῾ὼξ. Rupes.
Ρ῾ὼψ. Virgultum.
Σᾶ. Incolumis.
Σάρξ. Caro.
Σὼρ. Sol.
Σκὼς. Vermis.
Σὴς. Tinea.
Σὴψ. Serpens.
Σκῶρ. Merda.
Σκωὼψ. Avis loquax.
Σὸς. Tuus.
Σπλωὼ. Splen.
Σπὶς. Farina.
Σπὶξ. Turma cootinens viros trecentos.
Στρίγξ. Avis.
Στρῶς, id eſt, Στρυθὸς. Paſſer avis.
Σὺ. Tu.
Σῦς. Sus.
Σφὶν. Cuneus quo ligna ſcinduntur.
Σφὴξ. Veſpa.
Σφὶγξ. Sphinx animal.
Σῶς. Salvus.
Τὰρ. Autem.
Τὶς. Quis, Aliquis.
Τρῆς. Tres.
Τρὶς. Ter.
Τρὺξ. Fæx.
Τρωὴξ. Gurgulio.
Τὺ. Tu.
Τὼς. Sic.
Υ῾ς. Sus, & piſcis oomen.
Φαὴψ. Avis genus.
Φεῦ. Heu.
Φὴρ pro θὴρ. Fera.
Φθᾶρ. Pedunculus, etiam medium clavi.
Φθεῖς. Genus placentæ.
Φλὸξ. Flamma.
Φρὴν. Præcordia.
Φρὶξ. Maris vel fluctuum fremitus.
Φὺξ. Adverbialiter cũ fuga.
Φὼρ. Fur.
Φὼς. Genus apom.
Φὼς. Iouſtio ab igne facta io cruribus.
Φὼς. Vir.
Φῶς. Lux.
Χεὶρ. Manus.
Χρὴ. Oportet.
Χλὼς. Herba.
Χνῆς. Lanugo.
Χῆς. Agger.
Χῆς. Congius.
Χρῆς, & χρεὼς. Corpus.
Ψὶξ. Mica.
Ω῾λξ. Sulcus.
Ω῾ς. Ut.
Ω῾ψ. Facies.

Juſqu'icy ſont deſcrits les noms, & verbes primitifs ſelon noſtre deſſein ; mais qu'en la compoſition avec ce qu'ils ſont plus courts, qu'ils ſoient auſſi plus certains que les Grecs, comme il eſt dit cy deſſus, cela ſe void en ce que le commun peuple bas-Alemand, ignorant, & qui ne ſçait ny A ny B, fait la compoſition ſans y penſer, ou qu'il en ſçache rien ; la cauſe de cecy eſtant la proprieté de la langue, & de la fermeté des reigles ſi bien ordonnées.

Comme par exemple, ſi quelqu'un pour couper du liege uſe d'un certain couteau propte à cela, il appellera iceluy ſans ptemediation quelconque *corck-mes*, combien que jamais il n'ayt ouy ce mot ainſi compoſé, voire meſme eſt entendu des autres, comme ſi le mot euſt eſté pieça en uſage, aſſavoir que c'eſt un couteau qu'on veut dire avec lequel on eſt accouſtumé de couper du liege: & un chacun d'iceux l'euſt appellé avec les meſmes ſyllabes & de meſme ordre, à cauſe de la proprieté de la langue nul ne dit *meſ-corck*, ny n'uſe en cela d'autre accident ny de ſyllabe. L'on pourroit amener icy pluſieurs autres exemples de la compoſition du bas-Alemand, mais tout ainſi qu'il ne ſeroit de beſoin de demonſtrer par pluſieurs raiſons, où c'eſt qu'on peut recouvrir de l'air, veu que nous ne ſortons hors d'iceluy, tout ainſi eſt-il inutile de ramaſſer plus d'exemple que le precedent de *corck-mes*, pource qu'au meſme langage ſe fait compoſition de tout ce qui ſe peut rencontrer.

On pourroit icy mettre en avant beaucoup de particularitez de ceſte langue ; mais puis que cela ſeroit ſuffiſant d'une Grammaire expreſſe, à ceſt effect nous paſſerons outre, horſmis trois certains vieux tetmes tirés de la veuë, qui ſont penſer plus avant en ceſte langue : aſſavoir *Sterooghen*, *Sprietooghen*, & *Aenſchauvven*. Il eſt notoire qu'avec *Sterooghen* nous entendons, voir bien attentivement, ou jetter la veuë ſur quelque choſe à bon eſcient ; mais entre les objects qui requerent d'eſtre ainſi veus, je n'en trouve point, où il faille uſer d'une plus grande acieté & diligence qu'és eſtoiles, alors que le Soleil eſt levé ; car ſi on n'y regarde de bien pres, & continuellement, ou ſi on n'exhibe des inſtrumens propres à ceſt effect, il eſt à craindre que s'en deſtournant tant ſoit peu, qu'on ne les perde de veuë pour ceſte fois là, comme je l'ay ttouvé par experience. Si donc l'object des eſtoilles eſt le plus aign qui ſe puiſſe preſentet à nos yeux, ce ne ſera ſans raiſon que ce mot de *Sterooghen* detive de là, & pat conſequent d'ici ſe pourroit conclurre que les bas-Alemands, ont eſté auttefois des excellens *Sterooghers* (ou ſpectateurs des eſtoiles) voire en ceſte partie d'aſpection dont *Hyparchus* ny *Ptolomée* ne ſe ſont apperceus aucunement, comme il a eſté dit cy deſſus plus amplement.

Touchant le mot *Sprietooghen*, lequel ſignifie ou ne voir pas bien, ou voir deux choſes pour une, il convient ſçavoir qu'avec ce mot *ſpriet* l'on veut dire, *croix*, comme l'antenne d'un navire qui croiſe le maſt : Il y en a qui diſent *ſprietvvech* pour *cruyſſvvech* carrefour. Tellement que *ſprietooghen* vaut autant que *yeux croiſans* ; ce ſont yeux dont les raids ne ſe produiſent parallels, comme d'un bien-voyant, mais ſe croiſent devant que parvenir à l'object, comme les louches voyent deux choſes pour une à cauſe de cela ; partant ce mot eſt tiré des circonſtances de la veuë, comme de croiſement des raids.

Quant au mot *Aenſchauvven*, il eſt notoire que l'on ne voit nulle choſe eſſentiellement ; mais ſeulement ſon ombre, comme il ſe verra plus amplement en la premiere poſtulation du premier livre de la Scenographie ſuivante : Tellement que tout ce que nous voyons n'eſtant que l'ombre de la choſe ; *ſchauvven*, & partant *regarder*, *aenſchauvven* & *aenſien* ſont uſurpez en une meſme ſignification par les bas-Alemans. D'où ſe peut remarquer qu'iceux ont eu bonne cognoiſſance des proptietez de telles ombres.

En ſomme ceux qui conſidetent droictement avec intelligence ceſte langue, ont autant de ſubject de s'eſmerveiller, que des autres marques deſcrites à la ſixieſme Definition ; car qu'entre une meſme nation, s'ayent pen trouver tant de perſonnes ſçavantes, qui ayent cognu la force des mots monoſyllabes, tellement qu'ils en ayent formé, & parfaict un langage de monoſyllabes, & auſſi ne m'en puis-je aſſez eſmerveiller. Le monde n'eſt maintenant pourveu de tels hommes ; ny n'a eſté trouvé, par quelque relique ny monument que ce ſoit, en quel temps ils ayent eſté. Tant ſeulement j'oſe bien affirmer franchement par le teſmoignage qui nous reſte de ceſte langue monoſyllabe, & par ſon artificielle facture, comme des mots qui ſont en icelle cy-deſſus dits, qu'elle a eſté formée de ceux du ſiecle ſage incognu. Ce qui me fait preſumer que ſi elle vient à eſtre recognuë en ſon eſſence primitive, & ſoit remiſe deſſus, comme il appartient, qu'elle ne donneta pas petit avantage à la maturité d'un ſiecle ſage.

Mais pour parvenir à une telle cognoiſſance fondamentale, il ſeroit beſoing de ſçavoir en qnel quartier eſt le meilleur bas-Alemand, afin que ceux qui le barbariſent, puiſſent ramandet leur langage. S'il m'en falloit dire mon opinion, je ne cognois nul lieu en route la Germanie, où l'on obſerve plus parfaictement les monoſyllabes, & parle plus purement qu'en la Noorthollande, c'eſt à dire en la Hollande Septentrionale. Un fort docte perſonage m'a envoyé une grande quantité de mots monoſyllabes de la ſuſdicte Noorthollande, qui ne ſont pas compris és precedens ; ce que j'euſſe fait auſſi, veu que je ne les ay pas recognus avec petit contentement ; mais eſtimant que la matiere requeroit d'eſtre plnſtoſt formée d'nn eſcrivain du meſme idiome, que par moy, j'ay eſtimé eſtre plus utile d'exhorter un chacun des plus expetimentés d'iceux à tel effect. A cela j'adjouſte qu'il me deſplaiſt grandement de voir le grand degaſt qui eſt appareillé à ceſte plus excellente relique de ce langage bas-Alemand, voire qui a jà commencé ; pource que beaucoup d'entre ceux de Noorthollande, ne cognoiſſant pas la bonté d'iceluy, diſent qu'elle eſt trop claire, & en la deſchirant la meſlangent avec le bas-Alemand des eſtrangers, qui y habitent à cauſe du traffique ; mais puis que l'on n'y peut remedier par force, on laiſſera tout avoir ſon cours.

Juſques icy a eſté declaré ce qui eſtoit ptopoſé au troiſieſme Article, aſſavoir où giſt la bonté du langage là où j'ay pris le bas-Alemand pour exemple : toutefois s'il ſe trouvoit (outre mon ſçeu) un meilleur langage, on en pourroit donner meilleur exemple.

Declaration du 4 Article.

Quelqu'un ignorant l'ordre & methode du ſiecle ſage, pourroit dire que l'apprentiſſage, & la retention de tant de diverſes matietes ſubtiles que les arts liberaux contiennent, ne ſe peut faire ſans amener quant & ſoy une vie penible, & une negligence des choſes plus neceſſaires à l'œconomie, & qui font ; comme on dit, fumer la cheminée ; voire il s'en trouve de tels qui ne peuvent croire comment ceſt exercice de SON EXCELLENCE, (au milieu d'un Gouvernement dont la renommée

nommée circuit toute la terre) ſe puiſſe faire ſans le detriment d'autres affaires de plus grande importance. Or cecy ſonne aux oreilles de ceux qui entendent que c'eſt que de la methode du ſiecle ſage, ne plus ne moins que ſi un idiot des lettres, s'eſmerveilloit comment il ſeroit poſſible que lon retienne continuellement le nom & forme des characteres, la maniere de lire & prononcer, & autres circonſtances que la Grammaire apporte quant & ſoy, ſans negliger ſes autres affaires? Mais tout ainſi qu'on reſpondroit là deſſus, que telle exercice, & rememoration du lire & eſcrire n'eſt penible, qu'au contraire elle apporte un ſoulagement & facilité; voire qu'il ſeroit plus eſmerveillable que quelqu'un puiſſe manier de grandes affaires, ſans avoir cognoiſſance des lettres: Pareillement on leur reſpondroit que l'apprentiſſage & exercice des ſciences liberales, par une methode du ſiecle ſage, n'eſt nullement penible, & difficile, ny n'apporte detriment en d'autres affaires, qu'au contraire elle ameine un eſclarciſſement en toute façon; & qu'il ſeroit plus eſmerveillable comment quelqu'un ſeroit propte & capable de grandes choſes ſans la cognoiſſance d'icelles.

Mon deſſein a eſté de deſcrire ceſte methode, ſans laquelle il ſemble eſtre impoſſible que les anciens du ſiecle ſage ayent peu parvenir en ſi grande cognoiſſance, & de ce, autant qu'il m'eſt notoire, la diviſant en 5 parties:

En premier lieu, des membres des propoſitions Mathematiques.

2. Des Definitions.
3. De la Dichoromie.
4. De l'Anaphore.
5. De la Conjonction de la Theorie & Practique.

DES MEMBRES DE LA PROPOSITION MATHEMATIQUE.

ON juge par des argumens aſſez baſtans, que les *Elemens d'Euclides*, ſont encor des teliques du ſiecle ſage, comme il a eſté dit plus amplement en la ſixieſme definition cy-deſſus, deſquels les propoſitions ſont diviſées en deux genres, problemes & theoremes, leſquels ont pluſieurs membres. En premier lieu la commune propoſition a *Le donné*, *Le requis*, *la Conſtruction* & *Demonſtration*, ce qui eſt puis apres prouvé par pluſieurs exemples; combien que quelques Commentateurs *d'Euclides* n'y ayent fait nulle diſtinction, demonſtrant, ou faiſant la cõſtruction; mais ce n'eſt pas ſuivre l'ordre du ſiecle ſage (ce qui ſoit dit non pas par meſpris, mais pour declarer le propoſe:) car puis que les propoſitions des anciens eſtoient departies en membres, il les falloit diſtinguer, autrement ce ne ſeroient membres; comme ſi on fondoit une image de cire qui aye pluſieurs membres, teſte, bras & jambes, alors ils ne ſeront plus membres, combien que ce ſoit encor la meſme matiere.

Or l'utilité de la diſtinction des membres eſt telle: SON EXCELLENCE liſant quelque traicté, où les membres ſont diſtinguez, comme j'ay fait en ces Memoires-cy, tant qu'il m'a eſté poſſible, premierement il les liſoit bien attentivement, en ſondant interieurement le contenu des Propoſitions, tant Problemes, que Theoremes. Ce qu'ayant bien entendu & remarqué, en practiquant les meſmes, il s'eſt contenté des conſtructions ſimplement, (delaiſſant les propoſitions en arriere, comme auſſi les demonſtrations qu'il avoit une fois approuvées auparavant) pour les ſuivre par effect. Or on n'en peut pas faire de meſme, là où les membres ſont confuſément entrelaſſez l'un dans l'autre; pource qu'on eſt contraint d'entendre la demonſtration quant & quant la conſtruction; ce qui ne ſe peut faire, ſans faire de longues meditations, avec les citations d'autres livres, qui ſont cauſe d'interrompte le fil du chemin qu'on s'avoit propoſé de tenir, ce qui fait que les apprentifs des diſciplines Mathematiques ſe laſſent, en les trouvant ſi obſcures.

Quant à ce que quelqu'un objecteroit qu'on pourroit, en liſant laiſſer la demonſtration és ſuſdicts meſlanges, & ſeulement voir l'operation ou conſtruction. Je reſpons que cela ne ſe peut bien faire, parce que l'on ne ſçait pas en liſant, ſi ce qui appartient à la ſeule demonſtration, eſt neceſſaire ou non, à l'intelligence de la conſtruction; veu que l'eſcrivain ou l'inventeur meſme, quelque temps apres en pourroit douter: mais la conſtruction eſtant ſeparée, & ſuccinctement couchée par eſcrit, ſans eſtre aggravée de choſes qui ne luy appartiennent pas, eſt mieux ſuivie de poinct en poinct, tenant la concluſion d'icelle pour choſe infaillible, ſans rencontrer les difficultés ſuſmentionnées. Et combien qu'aucuns traictans des choſes de Mathematique, meſlent non ſeulement les membres des propoſitions, comme la conſtruction avec la demonſtration, mais auſſi meſlent des problemes entiers avec des theoremes, en faiſant de cela ce qu'ils appellent communement *Elemens*; toutesfois j'eſtime pour les raiſons deduites cy deſſus que l'ordre naturel qui eſtoit en vogue au ſiecle ſage, n'y eſt nullement ſuivy, ny que la pretenduë briefveté y apporte briefveté quelconque proptement. Tout ainſi comme ſi en multipliant, diviſant, ou extrayant la racine quarrée, on ſoit tenu d'en comprendre à chaque fois la raiſon pourquoi & comment une telle façon de faire, ameine à fin une veritable concluſion, je laiſſe à penſer comment cela cauſeroit un rompement de teſte inutile, devant qu'on parvienne au produict, quotient, ou racine tequiſe; auſſi pareillement s'entendra comment les propoſitions en Mathematique cauſeront des difficultez, quand elles ſeront ainſi baſties.

Or afin de ſeulement declarer plus amplement la methode, je metttay encor en avant les eſcrits de *Ptolomée*, (ſans toutesfois le meſpriſer en façon quelconque) & encore bien qu'iceux, à raiſon de leur bonne conſequence, ſemblent eſtre tirés des livres qui avoient eſté eſcrits auparavant en vraye methode Mathematique au ſiecle ſage, toutesfois ils ne ſont eſcrits d'un ſtile Mathematique, mais bien hiſtorique, ſans que les definitions & les propoſitions ſoient diſtinguees; tellement que pour l'intelligence de quelque choſe l'on puiſſe eſtre renvoyé, là où la choſe ſoit plus clairement ſpecifiée; mais ſeulement que ce qui y eſt une fois dit, il faut neceſſairement qu'il ſoit entendu, & retenu, ſans s'attendre d'eſtre renvoyé deſormais en ce paſſage-là, laquelle defectuoſité ayant eſté remarquée de *Purbache*, *Regiomonte*, & *Copernique*, & autres commentateurs d'icelui *Ptolomée*; ont rednit ſes eſcrits en methode *d'Euclides*, où du ſiecle ſage, avec des definitions, theoremes & problemes bien redigés en ordre.

DES DEFINITIONS.

A Ceſte diſtinction de la conſtruction d'avec les autres membres ſe trouve conjoinctement encor une particularité en *Euclides*, touchant la methode auſſi; aſſavoir que les termes de l'art ſont definis, devant que d'entrer en la matiere, & és propoſitions, qui uſent de ces termes-la. Ce que la raiſon naturelle meſme requiert, veu que les ſciences ayant beſoin de termes qui

leur ſont ptopres, & qui ne ſont pas en uſage és propos familiers, & au partit de là ſont neceſſaires d'eſtre entendus pour l'intelligence de la choſe qu'ils declarent; ce n'eſt pas donc ſans raiſon de les apprendre devant les autres parties d'icelles. Partant elles ſont aſſez commodément miſes enſemble par ordre au commencement d'un livre, tant pour l'aide de l'inventeur que de l'apprentif; car l'Autheur en la compoſition de ſes propoſitions pourra plus aiſément corriger leſdits termes qui ne ſont pas à ſon jugement aſſez clairs, alors qu'ils ſont redigez en un, que non pas quand ils ſont diſperſés çà & là, és lieux où ils ont eſté mis de neceſſité; pareillement le diſciple ou apprentif y trouvera ſon avantage, en partie pource que la doctrine & apprentiſſage des mots eſtant d'une autre nature que non pas la matiere meſme, & ainſi y procede plus aiſément: & qui plus eſt, les mots eſtans bien enchainez, ſe declarent d'autant plus facilement: En partie que le diſciple eſtant deſia parvenu aux propoſitions, retrouve plus aiſément leurs definitions, ſi en cas quelqu'une luy eſt eſchappée de la memoire.

Il ne conviendra pas mal à ce que deſſus, ſi je deduis icy comment j'ay expetimenté que ceſte reigle eſt naturelle, à mon jugement: comme ainſi ſoit, que j'aye eu plus beſoing de ſçavoir quelque choſe des ouvrages, en Terrains, Ozieres, Charpenteries, Maçonneries, & de fer (& autres qui ſeront plus amplement redigées en l'Atchitecture) que je n'en euſſe peu apprendre par les livres, ou des Mathematiciens; à ceſte fin, m'ayant ſervi d'un chacun mannouvrier d'icelles en particulier; & pour auſſi tant mieux avancer en ceſte affaire, voulant ſuivre l'ordre du ſiecle ſage, je m'enquertois de la ſignification de leurs termes d'art que j'ignorois, autant que je pouvois remarquer m'eſtre neceſſaire, & les ayant mis en eſcrit par ordre comme definitions, apres les avoir retenu par cœur, je parlois ſi proptement à eux, que nous nous entr'entendions l'un l'autre, comme ſi j'euſſe eſté touſiours avec eux, eſtant par ce moyen parvenu facilement en la cognoiſſance de ce qui autrement euſt requis un plus long temps. Or ainſi que ce ramas & apprentiſſage des definitions des ſciences mechaniques, a eſté neceſſaire devant que de venir à la choſe, ainſi en eſt-il aux arts liberaux.

Il faut encor remarquer qu'en mon Arithmetique Françoiſe, j'avois ramaſſé toutes les Definitions au commencement du livre theoric, leſquelles ont eſté appellées la premiere partie: la cauſe de cela eſtoit à celle fin de garder l'ordre de la Dichotomie en tout & par tout, ſelon le contenu de la Table d'icelluy, miſe au commencement derrier l'Argument. Mais ſi c'eſtoit encor à refaire j'euſſe mis devant chaque partie, ou livre de diverſe qualité, leurs proptes Definitions à l'exemple *d'Euclides*, comme j'ay fait en ces preſens memoires; car la Dichotomie n'en eſt pas moins ſuivie.

DE LA DICHOTOMIE.

ET d'autant qu'aucuns eſtiment, que la Dichotomie n'eſt qu'une choſe imaginaire, tenans que la Diviſion en 10, 12, ou davantage de parties, fait tout autant en la choſe comme icelle. J'en diray icy plus amplement mon opinion: quant à ce que *Platon* en ſon livre politique, & *Ariſtote* au 1. livre des parties des animaux, en parlent bien apertement, ſans toutesfois qu'ils ayent beaucoup ſuivi ceſte regle en leur ſtile, cela ſemble eſtre advenu à cauſe qu'ils en pouvoient avoir leu quelques reliques du Siecle ſage. & par conſequent qu'en iceluy ſiecle la Dichotomie a eſté en uſage; & ce d'autant davantage qu'icelle ſe remarque clairement és eſcrits *d'Euclides*, eſquels les demonſtrations poſterieures dependent des prieures, eſtans tenus pour reliquaires dudict Siecle ſage; & partant puis que ceſte Dichotomie n'eſt une choſe vaine ou frivole, je declareray l'opinion que j'ay de ſes proprietez; & nommement que par icelle ſe peuvent expliquer avec grande certitude toutes les parties d'un tout, ou les eſpeces d'un genre que l'on veut deſcrire; qui plus eſt, que ce qui eſt premier en la nature, ſe peut commodement appropriet en ſon lieu, & ce qui ſuit, apres; tellement que ce qui ſe dit, n'eſt pas demonſtré par une choſe ſuivante ignorée, mais par un precedent cognu: comme il appert pour exemple en la Table de l'argument des triangles plats, & en beaucoup d'autres. L'on peut auſſi par ceſte regle de Dichotomie, rechercher & demonſtrer ſi toutes les eſpeces ſont deſcrites ſans en obmettre quelques unes, en quelque traicté que l'occaſion puiſſe preſenter, comme il eſt manifeſte en la Table qui eſt à la fin de ſa 39. propoſition des triangles Spheriques, là où ſe rencontre une telle triſection.

Le coſté A C *(eſtant inegal à* A B*) eſt* { *un quadrant.* / *moindre qu'un quadrant.* / *plus qu'un quadrant.* }

On euſt peu au lieu d'icelle mettre par Dichotomie:

Le coſté A C *(eſtant inegal à* A B*) eſt* { *preciſement un quadrant.* / *ou non preciſement, mais* { *plus petit.* / *ou plus grand.* } }

Tellement que par ſemblable triſection faicte, ayant eu eſgard à la Dichotomie, on vient en pareille conſequence quant au principal. Et ſi les parties de quelque diviſion eſtoient de 12, ou 20, ou davantage de parties, eſtant faictes avec un tel egard, ſans doute on acqueretoit la meſme choſe, en la conſequence de la matiere; mais d'autant que telle multiſection eſtant couſtruicte ſans eſgard, ny l'aïde de la Dichotomie, ſeroit plus difficile à inventer à l'eſcrivain, & auſſi ſans la forme de Dichotomie, difficile au lecteur pour la bien comprendre; il s'enſuivra que telle Dichotomie eſt une choſe neceſſaire pour tenir un bon ordre, & partant de bon uſage.

Je n'eſtime pas qu'il ſoit neceſſaire, de parſemer & meſler les mots de Diviſion tout du long du livre, comme font aucuns; mais bien qu'il ſuffit avoir compris l'ordre de l'œuvre ſuivante, en l'argument au commencement du livre, ou bien en une table une fois pour tout. Et combien que ce faire, ou non, n'apporte nul erreur, toutesfois j'ay voulu declarer ce qui m'en a fait prendre l'uſage.

Auſſi il advient que d'aucuns eſcrivent des Definitions, & Propoſitions, ſeulement pour parfaire la Dichotomie, combien qu'elles ſoient inutiles à l'affaire, meſme cela ne ſemble eſtre neceſſaire: puis que la matiere n'eſt pas eſcrite, afin qu'il y ait une Dichotomie, mais on a eſgard à la Dichotomie, à celle fin de parvenir en une deſcription methodique de la matiere.

Tellement que ſi quelqu'un pour parfaire la Dichotomie y autoit colloqué des choſes inutiles, ou cognuës, l'on pourroit dire là deſſus par bonne raiſon, que les meſmes n'eſtantes neceſſaires, ny incognues, n'auront beſoing

beſoing d'eſtre eſcrites, ny declarees conſequemment.

Il y en a qui ont penſé qu'és eſcrits d'*Euclides*, n'y avoit nulle forme de Dichotomie, pource que les livres d'Arithmetique ſont entrejettez aux livres de Geometrie, & auſſi qu'ils ne remarquent la ſuſdicte Dichotomie és Propoſitions, telle qu'ils s'imaginent eſtre bien requiſe. On leur pourroit reſpondre qu'*Euclides* ne reçeut pas ces livres-la (comme eſtans des reliquaires du Siecle ſage) tout à un coup, & que ce qu'il a reçeu le premier, pourroit eſtre deſcrit auſſi le premier.

Secondement je ne veux affirmer, ny nier, qu'*Euclides* n'ayt eſté expert en la Dichotomie, mais j'oſerois bien aſſeurer qu'il appatoiſt en ſes livres des marques fort ſignalées de la Dichotomie, comme on le pourroit plus preciſement demonſtrer avec ce que deſſus; mais cela a eſté delaiſſé afin d'eviter la prolixité.

DE L'ANAPHORE.

ON pourra facilement remarquer que j'ay taſché à bon eſcient, de deſcrire les propoſitions qui ont affinité de mots pareils, autant que la reſſemblance des choſes, ou des propoſitions le requeroit, (comme il appert és 19 & 21 propoſitions des triangles ſpheriques & en pluſieurs autres) afin que ce qui eſt quaſi une meſme choſe, ne ſemblaſt eſtre diverſifié par l'inconvenance des mots, comme ſi c'eſtoit tout une autre matiere, ce qui pourroit ſouvent cauſer des difficultés non petites à l'apprentif.

Il eſt bien vray que le contraire ſe pratique communement, & qu'on cerche autant que faire ſe peut divers mots d'une meſme ſignification, un chacun eſtimant, comme bon Rhetoricien, ſuivre les reigles de Rhetorique en ceſte façon, voulant par là demonſtrer qu'il [*copia verborum*] abonde en mots & verbes: mais eſtant d'autre opinion, puis qu'en la Rhetorique, c'eſt une reigle des reigles, que l'Orateur doit taſcher que les auditeurs ou lecteurs, croyent ou concedent ſon deſſeing final: d'où procede auſſi que celuy qui uſe de mots plus convenables, enſuit d'autant mieux la ſcience: tellement qu'il faut taſcher d'uſer de l'Anaphore quand c'eſt qu'il vient à poinct, comme aux Mathematiques où elle ſe rencontre ſouvent. Et qu'auſſi qu'il ne faut eſtimer que ſon uſage ſoit faute d'abondance de mots, puis que comme a eſté dit, je l'ay ainſi fait de guet à pend, ny auſſi que ce ſoit contre les regles de Rhetorique, puis que je fais cas de les avoir ſuivies: & où elle ne ſe trouvera avoir eſté pratiquée, comme l'on euſt bien peu faire, cela eſt advenu ou bien par haſte, ou par inadvertance.

Mais puis que ceſte figure d'Anaphore n'appatoiſtra, peut eſtre en la tranſlation de ceſte œuvre en d'autres langues, où chaque tranſlateur enſuit ſa propre fantaſie; je l'ay bien voulu annoter en paſſant, pour donner à entendre aux lecteurs comme il en eſt par effect en bas-Alemand; auſſi pour ceſte cauſe, laiſſant un chacun en ſon opinion, ce m'eſt aſſez d'avoir donné raiſon ſuffiſante de mon faict.

DE LA THEORIE MESLE'E AVEC LA PRACTIQVE.

PVis qu'il y a encor une queſtion (touchant la methode) de la confuſion de la theorie avec la practique, j'en diray icy mon opinion, declarant prealablement leur ſignification pour les plus rudes & iguares. Theorie eſt un traicté qui eſt par l'idée fait ſans ſubject materiel, comme entr'autres theories, ſe voyent celles d'*Euclides*, traictant par hypotheſe des grandeurs, & nombres, & ce ſeparées de toute matiere naturelle. La Practique, eſt un traicté qui ſe fait eſſentiellement de matiere naturelle, comme de meſurer terres, & circuits de villes, & de computer la pluralité de verges qui y ſont compriſes, & autres choſes ſemblables. La concluſion des propoſitions theoriques ſont parfaictes, mais celle de la practique imparfaictes: comme par exemple la theorie trouve & demonſtre que le rectangle de la demi perpendiculaire, & de la baſe d'un triangle Mathematique, eſt egal à la ſuperfice d'icelui triangle parfaictement, ſans excés ny defaut; mais ſi on meſure par effect un eſſentiel triangle, ſur la terre, ou de matiere plus polie, la concluſion en ſera imparfaicte, en partie pource que nous ne ſçaurions meſurer aucune longitude ſi preciſement, qu'il ne differe bien la milleſme partie de la largeur d'un cheveu, voire que ſi par accident il ſe trouvoit de l'avoir meſuré correctement, cela ne ſe pourroit demonſtrer, d'autre part pource que nulle ligne naturelle n'eſt ſi droite, ny nulle ſuperfice plaine, ſi platte comme les definitions Mathematiques requerent; ou ſoit qu'elles ſoient ſi droites, ou ſi plattes, cela n'eſt pourtant probable. La proprieté & la fin de la theorie, c'eſt qu'elle ameine un fondement certain, de la maniere d'operer en la practique, là où on ſuit auſſi ptes la theorie, que la fin d'icelle requiert, pour l'uſage humain.

D'où s'enſuit, que quand on redargue d'imperfection les Mathematiques, pource que quelques experiences ne reüſſiſſent pas du tout ſi bien: que la cognoiſſance de la difference entre theorie & practique eſt mancque entre la maniere Mathematique & Mechanique: car la practique, ou bien la maniere Mechanique eſt touſiours imparfaicte pour les raiſons que deſſus.

Ces deux parties, theorie & practique, ſont tellement diverſes, que pluſieurs perſonnes s'addonnent totalement à l'une, ſans avoir aucune cognoiſſance de l'autre; comme il ſe void en pluſieurs profeſſeurs & en leurs auditeurs és Univerſitez, leſquels s'excerçans continuellement en la theorie, comme aux elemens de Geometrie d'*Euclides*, ſans meſurer en effect, terres, rampart, ou vaiſſeaux, ou quelque autre choſe où la practique eſt requiſe: au contraire l'on voit des Arpenteurs (ou meſureurs de terres) leſquels concedent & croyent toutes les regles qu'ils mettent en œuvre, ſans rechercher en la theorie la raiſon ny la demonſtration: voire il y en a, qui ne ſçavent pas qu'il s'en trouve là cauſe & la demonſtration.

Et que d'aucuns condamnent la theorie ſans la practique, il ſemble qu'on pourroit donner meilleur jugement ſur cela, avec plus de diſcretion. Comme par exemple, ſi l'on condamnoit le travail d'un artiſan d'abatre tant ſeulement des arbres en la foreſt; pource que luy meſme n'en fait des maiſons, navires, moulins, eſcluſes, tonneaux, coffres, images relevées en boſſe, & choſes ſemblables, ce qui ſeroit du tout abſurde; car combien que tel travail ſoit penible, & ne ſemble eſtre de prime face ſi neceſſaire & loüable aux paſſans, toutesfois veu qu'il fournit de matiere à beaucoup d'autres, afin d'exercer par icelle un chacun en ſon art, ſon labeur n'eſt à reprouver en aucune façon; mais s'il les coupoit à celle fin de les laiſſer pourrir, ſans en eſperer utilité quelconque, cela ſeroit du tout inepte. Semblable jugement ſe doit apporter pour ceux qui exercent la theorie des arts libeaux, car iceux peuvent donner matiere aux practiciens, & les avantager, ſans qu'ils ſoient practiciens eux meſmes. Ainſi *Euclides*,

duquel il n'eſt fait aucune mention qu'il ait jamais eſté practicien, neantmoins les propoſitions qu'il a laiſſé à la poſterité, ſont en grand uſage aux Arpenteurs, Architectes, & à pluſieurs autres. Pareillement le Theoricien *Ptolomée* entre autre, qui n'eſtoit non plus exercé en la navigation, a toutesfois deſcrit des regles qui ſont fort utiles aux Pilotes & à ceux qui font eſtat de traverſer la grand' met, voire ils s'eſtiment bien ſçavans, lors qu'ils peuvẽt entendre les regles d'icelny, combien qu'il n'ait eſté nautonnier. Parquoy les contemplations des Theoriciens, qui viennent à proffit aux Practiciens, ne ſont à blaſmer, combien que l'Autheur ne ſoit aucunement practicien. On remarque que bien ſouvent ceux qui meſpriſent les Theoriciens, n'ont eſté de leur vie grands Practiciens, n'ayans eſprouvé l'aide qu'on reçoit d'eux.

Combien que juſques icy nous ayons declaré la ſignification de theorie & practique par quelques circonſtances; il eſt à noter que les anciens Mathematiciens, comme auſſi quelques modernes, traictent des deux particulierement ſans meſlange, ce que nous ſuivrons auſſi, là où il en ſera de beſoing: Mais puis que d'aucuns ſont d'autre opinion, en meſlant la Theorie avec la practique, pour les apprendre enſemble, je deduiray icy mon opinion là deſſus.

Premierement l'inclination naturelle des hommes quant à la practique eſt fort diverſe, avec ce encore que les uns rencontrent des occaſions tres-differentes des autres, qui les forcent, qu'convient à icelle; car les uns ont un deſir naturel avec une occaſion pregnante à la fortification, & aux choſes qui ſont de la guerre; d'aucuns à l'Arpenterie, d'autres à la gaujerie; il y en a qui s'eſtudient aux choſes qui concernent la navigation; & d'aucuns en l'Architecture; & d'autres en la Theorie ſeulement; voire beaucoup s'exercent en pluſieurs des choſes ſuſmentionnees, ou en tout; & ainſi conſequemment les uns en cecy, & les autres en cela. Or puis que la principale fin de la deſcription des arts liberaux, eſt que par icelles les hommes puiſſent aiſement parvenir és choſes en quoy ils s'addonnent pour le proffit publie, il faut voir maintenant ſi cela adviendra par l'apprentiſſage de la Theorie & Practique, meſlee l'une avec l'autre. Quand l'on entremet quelques exemples en practique entre des propoſitions Theoriques, d'une certaine eſpece, tirée d'une infinité de genres qu'on en pourroit deſcrire, peut eſtre qu'iceux ne ſeront de ceſte eſpece, à laquelle le diſciple tend; comme ſi en la Geometrie, entre des propoſitions Theoriques l'on y entremeſloit aucunes de la practique, où il ſe trouve des eſemples entre autres de la maniere de meſurer avec le raid, appellé Aſtronomiquedes diſtances, comme depuis une feneſtre inacceſſible juſques à certains pilers de quelque edifice; ſur quoy il pourroit advenir que le Diſciple ne prendroit gouſt à telle eſpece de practique de Geometrie, en penſant peut eſtre que cela n'eſt gueres en uſage en la practique, ny d'une certitude aſſez ſuffiſante, pour venir mettre en œuvre puis apres ceſte meſure, à l'edification de quelque autre baſtiment, ou en penſant quelque choſe de telle façon, qui luy viendroit pour lors en l'entendement: ſur quoy il ne trouvera ceſte eſpece qu'il a pour but: Tellement que s'il veut apprendre la Geometrie dans ce livre-la, il fandra qu'il apptenne ce qu'il ne veut pas: Mais ſi la Theorie eſtoit eſcrite, comme une œuvre enchaiſnée, en un traicté à part, & que le Diſciple la comprenne bien; cela luy ſervira d'un fondement commun, pour puis apres entendre & comprendre telle partie de practique, qu'il en pourra choiſir entre pluſieurs ſortes qui ſeront miſes en lumiere.

Et pour conclurre, j'ay declaré mon opinion comment c'eſt qu'on pourroit remettre ſus, une telle abondance de ſcience, comme il eſt manifeſte jadis avoir eſté au ſiecle ſage, ainſi que j'avois entreprins de faire. Et ayant eſgard ſur tel fondement, je deſcriray là deſſus les traictés ſubſequens.

Fin du premier livre de la Geographie.

DEUXIESME LIVRE DE LA GEOGRAPHIE.

De la Hylocineſie du Globe terreſtre, ou du changement de lieu en autre de ſa matiere.

OCCASION DE LA DESCRIPTION DE CE DEUXIESME LIVRE.

APres que le PRINCE TRES-ILLUSTRE euſt veu l'Architecture, avec ce qu'il s'exerçoit en la Fortification; il luy eſt advenu en telle occaſion, de recercher les cauſes de ceſte incommodité, touchant la ruine & decadence des edifices mal fondés, & comment le cours des Rivieres qui les abordent, les rongent & diſſipent, par leur debordement, rempliſſent les foſſez de ſable, & de limon. Et qu'auſſi en certains lieux où l'on ne pouvoit pas vuider les foſſes, juſques à une profondeur ſuffiſante, à cauſe de la redondance du ſable qui rejaillit du fond, comme auſſi lors que les pilotis ne ſe pouvoient pas ficher aſſez avant dedans le meſme fond. Davantage que pluſieurs havres & ports de mer ſe rempliſſoient de ſable, ou de bourbier; que ſouventesfois avec grand frais, quand on taſchoit d'y remedier, ce n'eſtoit le plus ſouvent que de mal en pire, & que les conſeils des uns & des autres eſtoient fort divers là deſſus, ſans avoir eſgard à quelque certain fondement & commun: ce qui eſtoit non ſeulement argent & peine perdue, mais cauſoit auſſi une incertitude & peu de ſeureté au pais.

Or

Or comme je me trouvois empeſché dans des ſemblables difficultés, il y a quelque temps paſſé ; je m'addonnay à la recerche des cauſes, & prenois l'occaſion quand elle ſe preſentoit, touchant ceſte matiere, annotant ce qui me ſembloit eſtre le plus certain. Ce que SON EXCELLENCE ayant leu, conjoinctement avec l'Architecture ſuſmentionnée, & recognu par effect, que la cognoiſſance d'icelle pouvoit aider à prevenir la ſuſdite difficulté, tant en evitant les conſeils inutils qui contrarient les regles generales, que pour pourſuivre d'effectuer ce qui eſt bien fondé en raiſon: tellement que je les ay introduicts entre ſes Memoires Mathematiques, non pas toutesfois en l'Architecture, mais en la generale Geographie, comme traitans des grands mouvemens qui ne ſe peuvent effectuer par la puiſſance des hommes, mais qui ſont ordonnez naturellement en l'eſſence de la terre, d'où procedent des maximes qui peuvent ſervir davantage qu'en ladite Architecture ſeulement: parquoy en ce 2 livre ſera traité d'iceux & des circonſtances qui ſont de la meſme matiere, dont le contenu ſe verra en l'Argument ſubſequent.

ARGUMENT DE CE DEUXIESME LIVRE.

APres les Definitions neceſſaires des termes de l'art, ſuivra la premiere propoſition du mouvement de la terre en general, les autres ſuivantes de la continuelle ſeparation & rejonction de ſa matiere, comme de ſable, argile, terre ſulphurée, pierres, & metaux des païs plats & montagneux. Davantage du changement des bords des rivieres tant de ceux qui ſont cavez à plomb, qu'en penſe, & des bancs qui ſont au ſueil des havres, que de leur accroiſſement continuel. Puis de la cauſe du rejailliſſement de l'eau, & ſable hors la terre. Finalement que la mer ſera & a eſté, où eſt à preſent la terre ferme; & qu'au contraire ce ſera terre ferme, & a eſté, où la mer eſt preſentement.

DEFINITIONS.

DEFINITION I.

HYlocineſe terreſtre, eſt le changement de lieu des diverſes matieres, dont la terre eſt compoſée, ſans changer ſa figure ſpherique, ny de lieu.

Ce qui eſt icy dit ſans changer de lieu, eſt pour diſtinguer le mouvement de la matiere dont la terre eſt compoſée, (comme de l'eau, ſable, & air compris en icelle, leſquels ayant roulé de coſté & d'autre, ſont tantoſt en haut, puis en bas, changeans inceſſamment) d'avec le mouvement local du tout, comme il en ſera parlé plus à plain au traité ſuivant du cours des aſtres.

DEFINITION II.

COurs à ſable rapide, eſt lors que le cours de l'eau eſt tel, que non ſeulement il eſmeut le ſable, mais auſſi l'emporte. Au contraire cours à lent ſable, qui laiſſe couler le ſable au fond, n'ayant auſſi la force d'eſmouvoir le ſable.

De meſme qu'és borloges, il y a des poids ſi peſants qu'ils ſeroyent mouvoir toutes les rouës; & d'autres ſi legers qui n'auroyent pas la force de les eſmouvoir. Auſſi y a-il des cours de riviere qui peuvent eſmouvoir & emporter le ſable, d'autres non.

DEFINITION III.

COurs d'argile rapide, eſt lors que le cours de l'eau eſt tel, que non ſeulement il eſmeut l'argile, mais auſſi l'emporte: au contraire cours d'argile lent, qui laiſſe couler l'argile à fond, ſans avoir auſſi la force de l'eſmouvoir.

La choſe eſt facile à comprendre par la precedente; on pourroit y en adjoindre encore d'autres comme les cours rapides & lents des cailloux, pierres, métaux & autres matieres terreſtres; mais d'autant que les deux precedens ſuffiſent à la declaration des choſes ſuivantes, celles là n'auront icy leur particuliere declaration.

LES PROPOSITIONS.

PROPOSITION I.

DEclarer en general, la qualité du mouvement du globe terreſtre.

Il ſemble que le premier moteur, vueille que toute autre choſe aye mouvement de luy, tant au regard des parties que du toral: car la terre ne fait pas ſeulement ſon circuit annuel alentour du ſoleil, & tous les jours ſa ſuperfice alentour de ſon axe, mais auſſi la matiere de laquelle elle eſt compoſée, change, & vire de lieu en lieu, par entrelaſſemens, ſeparations, & rejonctions des parties, la terre acquiert deux divers mouvemens de l'air & de l'eau; car par le mouvement de l'eau, les païs ſont rompus & d'autres en ſont faits, aſſavoir pays plats & au niveau, qu'on pourroit appeller pays croiſſans, comme on le verra cy apres à la 4 propoſition & ſuivantes. Par le mouvement de l'air, c'eſt à dire par le vent, ſont faits les païs haurs & montagneux, ce qu'on verra en la cinquieſme propoſition plus amplement, comme auſſi aux autres ſuivantes. Mais puis qu'on pourroit demander la cauſe du mouvement de l'air & l'eau, il faut ſçavoir que l'eau, comme grande partie du globe terreſtre, reçoit trois divers mouvemens notables: l'un du ſoleil; l'autre de la lune; l'aurte de l'air. Car par la chaleur du ſoleil elle eſt attirée en vapeur, qui environne la terre comme un autre globe, eſt appellé Globe des vapeurs, des qualités duquel & de ſa hauteur deſſus la terre ſera traité cy apres en un traité à part, au troiſieme livre ſuivant. Ceſte vapeur, comme on en voit de ſemblable és diſtillations communes, ſe change en goute, d'où procede la pluye, mais ſe congelant devient greſle: que ſi la vapeur ſe vient à geler, devant que de changer en goute, ce ſera neige. Ceſte pluye, greſle & nege, ne laiſſe de couvrir la terre, par le moyen du vent, nonobſtant qu'elles ſe ſoient faites ſur le deſſus de la mer, & ainſi en tombant ſur la terre, cauſent les ſuſdits changemens és diverſes matieres terreſtres. Touchant le mouvement que l'eau acquiert par la lune, qui eſt le flux & reflux de la marée, nous en traiterons particulierement au ſixieſme livre de la Geogtaphie. Et quant au troiſieſme mouvement que l'ean acquiert par l'air, c'eſt le vent, lequel tient l'ean en continuelle eſmotion, comme chacun ſçait. *Concluſion.* Nous avons donc declaré en general la qualité du mouvement du globe de la terre ſelon le requis.

ALB.

ALB. GIRARD.

L'Autheur parle de l'eſleuation & depreſſion des vapeurs, ſelon la maniere ordinaire, c'eſt à dire ſans autre demonſtration, de laquelle choſe il eſt bien à excuſer, pour euiter prolixité, & auſſi puis que ça eſté une choſe incognuë juſques à preſent. La raiſon eſt telle: c'eſt que le ſoleil par ſa chaleur, tient l'eau liquide, c'eſt à dire qu'il la contregarde de s'engeler: or l'eau non gelée, euapore continuellement, & ceſte vapeur n'eſt rien autre choſe, qu'un amas de tres-petites bouteilles, ou veſcies, comme je l'ay veu de mes yeux, enfermant un air plus chaud que celuy qui eſt à l'enzour, lequel ne ſe meſlant pas auec celuy de dehors, retient mieux la chaleur du ſoleil, qui l'eſchauffe de plus en plus; & l'air tant plus il eſt chaut, & tant plus il s'eſleue plus viſte, & prend plus grande dimenſion, fait encor enfler dauantage ces veſcies (ſi la chaleur eſt vehemente) juſques à les crever auec le temps; que ſi deuant de crever, elles paſſent par un air plus agité, ou plus froid, alors l'air qui eſt dedans ſe refroidiſſant peu à peu, la dimenſion diminue, aſſauoir chacune bouteillette deuient ſi petite, qu'elle deuient maſſiue, & de telle grandeur que celles qui ſont propres à l'arc en ciel, c'eſt à dire tres-pres l'une de l'autre ſans ſe meſler, qu'auec longue agitation de vent; ce meſlange ſe fait d'autant plus viſte qu'elles ſont plus pres, & que le nombre eſt grand; or venant à ſe conjoindre (ce qui n'arriue pas ſi toſt, pource que les petites goutes menées du vent, demeurent egalement diſtantes, le vent pouſſant l'une auſſi bien que l'autre) tant plus la nuée eſt maſſiue, & tant pluſtoſt peut elle tomber. Il faut auſſi noter que la chaleur de l'eſté, (de jour) ſe termine touſiours enuiron une meſme diſtance, (cauſe que les nues ne vont plus haut) & non pas loing de la ſuperſice de la terre, encor moins en hyuer, car la chaleur du ſoleil eſt beaucoup augmentée de la reflexion des raids ſur icelle ſuperfice; & principalement, lors que les angles, incidens ſont plus pres de la droiture, veu que vers le pole le ſoleil luit un demy au de long, & ſi ne peut pas eſchauffer, à cauſe que leſdits angles ſont fort obliques: parquoy ſi la chaleur du ſoleil eſt tant aidée de la reuerberation des raids incidens ſur la ſurface de la terre, telle chaleur ſe termine bien pres, puis que celle qui eſt ſur l'Equinoctial, ne ſe peut eſtendre à eſchauffer l'air ſi auant, que ceux qui ſont vers le pole en puiſſent eſtre eſchauffez, tellement qu'entre nous & le ſoleil, és plus grandes chaleurs, il gele, d'autant que la chaleur du ſoleil ne ſe monſtre que là où les raids trouuent plus de reſiſtance, & quand on ſent de la difference de chaleur en deux jours ſuiuans, c'eſt lors que l'air d'entre deux eſtant plus coy, la chaleur ſe rend plus vehemente.

PROPOSITION II.

DEclarer que de la matiere des pays hauts, (laquelle eſt emportée par la pluye & neige,) ſont faits d'autres terroirs, jouxte les riuieres, & auſſi où elles ſont leur entrée dans la mer.

On remarque qu'és pays montagneux, lors que la neige fond, & courant vers le bas elle emporte quant & quant, ſable, argile, cailloux, & choſes ſemblables: laquelle roule inceſſamment juſques aux riuieres, en grande quantité, ce qui ne vient pas ſeulement des hauteurs prochaines, mais de pluſieurs lieux quelques journées de chemin de diſtance, auſſi de part & d'autre des riuieres, l'on remarque que grand' partie des montagnes auec les bois, & tout ce qui eſt deſſus, vient à renuerſer: tellement que les hauts pays plats, ſont maintefois rongez, que ce qui reſte ſemble eſtre des montagnes hautes. Ceſte eau venant donc à ſe desborder pour la grande quantité de ce qui y vient deſcendre, s'eſpard par les champs voiſins, & principalement és plus bas lieux, & marets d'alentour ſe mettant au large, ce qui luy fait perdre la force de ſon cours, & partant laiſſe couler au fond ce qu'elle contenoit de plus eſpais, faiſant ainſi un rehauſſement tel quel ſur ces terres là. Mais le reſte eſtant encor au milieu du fil de la riuiere, elle l'emporte juſques à ſon entrée dans la mer, où ſemblablement entrant au large n'eſt plus ſi rapide, laiſſe couler au fonds ce ſable & matiere, dont elle eſtoit chargée. *Concluſion.* Nous auons donc, &c.

PROPOSITION III.

DEclarer pourquoy une meſme riuiere aucune en d'aucuns endroits des terroirs nouuellement creus, du ſable maigre, & en d'autres de l'argile graſſe.

On pourroit trouuer eſtrange de ce que le ſable & l'argile eſtant meſlez dans les riuieres, neantmoins d'aucuns endroits des terroirs de nouuelle crue, ſont rehauſſés de ſable maigre, d'autres de bonne terre graſſe: mais c'eſt pource que l'eau eſpaiſſe (comme à la 2 propoſition) laiſſe tomber premierement ce qui eſt le plus peſant, comme les pierres & cailloux, puis apres le ſable à la fin du cours à ſable rapide, apres cela le ſable ne pouuant venir plus auant, l'argile tombe peu à peu, laquelle eſt emportée plus loing, comme l'experience le teſmoigne, puis l'eau claire retournant en ſon lieu par laps de temps laiſſe toute ſa voiture là. *Concluſion.* Nous auons donc declaré, pourquoy une meſme riuiere, &c.

PROPOSITION IV.

DEclarer comme les terres horizontales croiſſent.

Les terroirs du globe terreſtre, ont deux diuerſitez notables; les uns horizontaux, giſans fort plats, & au niueau, voire en d'aucuns lieux quelques journées de chemin en longueur. Les autres ſont montagneux; mais la maniere comment les horizontaux ſont jadis venus à eſtre tels, ſera deduite en ceſte propoſition, delaiſſant l'expoſition des terroirs montagneux à la ſuiuante 5 propoſition.

Les pays horizontaux, ſont de trois principales eſpeces; les uns gras, & argilleux: les autres ſont des bruyeres aquatiques maigres & ſablonneuſes; la troiſieme eſpece ſulphureuſe (appellée *Veen* en Flamand, c'eſt dequoi on fait les tourbes pour le chauffage en Hollande) or ces trois preuuent leur croiſſance egale, comme s'enſuit.

Combien que les pays ſous l'eau puiſſent bien eſtre de profondeurs inegales, ceſte inegalité deuient peu à peu en egalité, pource que les plus profonds lieux prennent plus d'accroiſſement que les moins profonds; car le vent faiſant mouuoir l'eau, à laquelle l'argile & ſable eſt ſuſpendu, c'eſt une choſe notoire que là où il y a plus d'eau, comme és lieux plus profonds, là il y a plus de matiere ſuſpendue; lors auſſi que l'argile ſe raſſeoit ſur les moins profonds elle eſt encor molle, & ſe renuerſe tant plus facilement aux concauités d'alentour, tellement que là tout cerche l'egalité; or l'accroiſſement eſtant ſi haut, que l'eau baſſe, il eſt à decouuert, il ſe trouue de la diuerſité entre l'accroiſſement fait de ſable & celuy d'argile; car de celuy de ſable ſont faits les pays montagneux, comme nous dirons en la prop. 5. mais de celui d'argile ſont faits les pays horizontaux, comme il ſera declaré cy apres plus amplement.

Les terres horizontales d'argile ou de limon croiſſent ainſi; apres que l'eau eſt decoulée de la terre, & qu'elle ſe ſeche, elle s'endurcit fort & ferme enſemble, ſans pouuoir receuoir aucun changement par le vent: ainſi que l'une crouſte vient ſur l'autre, comme l'on voit és bords des riuieres où la terre du bord eſt à plomb, & telles incruſtations eſpaiſſes d'un poulce ou deux ou enuiron, leſquelles ſont ainſi diſtinguées par

l'herbe

l'herbe qui croiſt à chaque fois ſur icelles. Or ceux qui n'ont jamais veu telles choſes pourroyent trouver ce que deſſus contraire à leur opinion, mais afin de les en aſſeurer davantage, c'eſt une choſe notoire qu'en Hollande, & ſemblable pays croiſſant, que ſouventesfois les proprietaires ſont en doute, & en diſcord s'ils arreſteront tel acctoiſſement, par des digues & chauſſées, ou bien s'ils laiſſeront quelques années accroiſtre le tout plus haut par telles iocruſtations, pource qu'en pluſieurs lieux on trouve tous les ans beaucoup de changement.

Les bruyeres ſablooneuſes, & plates, ne ſe ſont emmoncelées par le vent en montagnes ou dunes, à cauſe qu'en hyver & eſté, elles ſont touſiours humides, eſtant arroſées de quelques torrens, & autres eaux courantes, tellement qu'elles ne peuvent eſtre eſlevées du vent, comme il fait le ſable ſec, & cependant les bruyeres croiſſent deſſus, qui contregarde le ſable davantage. Il advient aucuneſois qu'on y voit des collines, à cauſe qu'il a fait plus ſec là qu'en autre lieu.

Touchant les terroirs hotizontaux ſulphureux ou bitumineux (en Flamand *Veen*) leur accroiſſement ſe fait comme il a eſté dit de l'argile par le rempliſſement des bas terroirs de ceſte ſorte de terre là, de la maniere & comment elle croiſt, il en ſera parlé en ſon lieu (propoſition 7) plus amplement.

Notez que par les choſes ſuſdites, qui ſe ſont faites, & ſe feront encor cy apres, que la terre emplit la met, la tendant eſtroite de plus en plus, & au contraire la mer ſubmerge & inonde la terre peu à peu, ainſi que ces deux ſe changent de l'un en l'autre.

Corollaire.

D'icy s'enſuit qu'il eſt impoſſible que les terroirs horizontaux puiſſent croiſtre auſſi haut que les plus hautes inondations, veu qu'iceux doivent touſiours eſtre ſous l'eau pour pouvoir recevoir augmentation, ſi ce n'eſt que leſdites eaux decroiſſent, ou ſe devoyent, comme il advient ſouvent, ainſi qu'il ſera dit en ſon lieu.

Proposition V.

Expoſer comment les terroirs inegaux & montagneux croiſſent.

Les pays montagneux croiſſent principalement en deux façons, par les rivieres ou par la mer: par les rivieres, lors que les acctoiſſemens de ſable eſtans faits, comme il a eſté expoſé en la 3 propoſition, & ſi haut qu'ils ſont à deſcouvert, l'eau eſtant baſſe, & qu'ils ne ſont tenus humides par des torrens, ou ruiſſeaux, le ſable devenant ſec, alors par un fort vent (devant que l'herbe croiſſe deſſus, laquelle requiert beaucoup de temps) ſont faites par cy par là des foſſes & boſſes.

Mais ceux qui n'oot jamais veu telle choſe peuvent voir le meſme eo la neige, laquelle en temps doux & coy s'eſpard egalement par la plaine, mais par le vent s'emmoncelle çà & là, & en aucuns lieux, elle eſt du tout envahie par la force dn veot; de meſme en eſt-il du ſable; finalement apres ceſte creüe une autre venant, remplit les lieux bas, puis l'eau s'abaiſſant le ſable ſeche, & puis du vent eſt derechef emmoncellé vers le haut; ce qui advenant par des grands flux, alors le païs devient montagneux & plus haut de beaucoup que les plus hautes eauës ne peuvent parvenir, ce qui n'advient pas és creües horizontales, par le corr. de la 4 prop.

Notez qu'il arrive ſouvent qu'eo des terroirs gras & feconds, là où le ſable ne ſouloit s'amaſſer qu'il s'y amaſſe puis apres, & ce par l'eau qui vieot à paſſer par deſſus les digues, ce qui arrive par deux moyens principaux, dont l'un eſt par des inondations extraordinaires, leſquelles adviennent à peine dans 30 ou 40 ans une fois; l'autre quand apres une longue & forte gelée, ſuit un degel avec grand' pluye; ainſi que la glace deſcendant en abondance, s'amaſſe l'une ſur l'autre & bouche la riviere, laquelle pour ceſte raiſon s'enfle & vient à paſſer par deſſus les digues. Or l'eau tombant de haut en bas fait des creux dans terre, penetrant non ſeulement la crouſte d'argille de deſſus, mais auſſi quelques braſſes de profondeur dans le ſable, tellement qu'il s'eſpard au deſſus des terroirs gras d'alentour: Daucuns pourroient penſer (ne ſçachant rien de cela par experience) que ce ſont des opinions & ſpeculations pourpenſées, mais il y en a auſſi d'autres qui en ſont ſi certains à leur dam, qu'ils n'y peuvent penſer ſans doleance.

Notez auſſi qu'il arrive bien apres telles creües de ſable, que l'argille vient encor deſſus, & derechef encor du ſable. Ce qui ſe voit bien lors qu'en foſſoyant profondement l'on trouve argile, ſable, puis argile, terre noire, & ainſi conſequemment.

Mais pour parler des montuoſitez, qui ſont cauſées de la mer, il faut ſçavoir que l'arene du rivage reçoit divers changemens, comme des grands vents qui viennent du coſté de la terre & qui ſuivent apres la tempeſte de la mer, par leſquels accidens, il arrive qu'on deſcouvre encor la maiſon de *Britten* pres *Catvvick*: mais ces vens venans de la met en temps de tempeſte, le ſable eſt ramené abondamment ſur le rivage, lequel ſe ſechant au ſoleil au dectoiſt & en baſſe marée, le vent le chaſſe en haut & en rehauſſe les dunes.

La raiſon pourquoy il y a des dunes beaucoup plus hautes en un pays qu'en l'autre au rivage de la mer, vient de ce que d'aucuns rivages ſont plus hauts & larges, & par conſequent il y a plus de ſable qui ſe ſeche à la fois, ainſi que la tempeſte de la mer ſurvenant eſt chaſſé en haut en grande quantité.

Touchant ce qu'on pourroit mettre en doute de cè que les dunes demeurent en eſtre, nouobſtant que les vens de la terre les diminuent & les vens de la mer les augmentent: c'eſt pource qu'és lieux où les dunes croiſſent qu'il y a beaucoup plus de vens de met que de terre; & auſſi que ſur les dunes avec le temps, l'herbe croiſt, comme auſſi pluſieurs arbriſſeaux qui aprofondiſſent leurs racines de plus en plus, ce qui retient beaucoup le ſable qu'il ne s'envolle par le vent dans la mer: d'où vient que ceux de Hollande remarquant ces choſes, les parſement d'une herbe appellée *Helm* ou *Heaume*, pour retenir le ſable és lieux les plus neceſſaites: A *Goere* on fait venir des dunes, où il n'y en avoit auparavant, par le moyen des joncs & roſeaux qu'ils fichent dans le ſable.

Notez encore, qu'ainſi comme les creües ſur les terroirs horizontaux, ſe font crouſte ſur crouſte, par le moyen des hautes eauës, comme il a eſté dit à la 4 propoſition: qu'auſſi les creües montagneuſes, ſe font de meſme tant par la mer, que par les rivieres; ce qu'on remarque advenir és dunes, & montagnes de ſable, là où la grãde pluye en a fait eſcouler une bonne partie, car illec ſe peut voir que l'herbe fait diſtinction entre chacune creüe, d'autant que l'herbe n'eſtoit pas ſi toſt levée qu'une nouvelle crouſte la venoit couvrir. Toutesfois ces creües different en cela que les montagneuſes ſont plus tortues & moins unies que les autres. Davantage il ſera dit en la neufieſme ptopoſition ſuivante, que ceſte diſtinction ſe remarque és rochers, laquelle

demeure

demeure encot lors que les dunes ſe viennent à petrifier & que la diſtinction demeure notoirement.

Juſqu'icy a eſté dit comment les dunes croiſſent ſur les montagnes de ſable : mais d'autant qu'on pourroit penſer qu'il y a icy manque d'explicatioo touchant les creuës des montagnes par le moyen d'autre matiere que de ſable, comme de terre noire & graſſe, argile, rochers, metaux, & choſes ſemblables; veu que le titre de ceſte propoſition ſemble devoir parler des creuës des montagnes en general. On doit ſçavoir que toutes les montagnes ont eſté premierement ſable. excepté celles qui pourroient eſtre faites de main d'homme, ou par quelque eſtrange & extraordinaire accident, comme par les tremblemens de terre : deſquelles choſes la ſuivante propoſition reſtitueta ce qui ſembloit avoir eſté oublié.

Concluſion. Nous avons donc declaré comment les montagnes & pays mal unis croiſſent, ſelon le requis.

Proposition VI.

Declarer comment les terroirs ſablonneux & les dunes ſe changent en terre graſſe & noire.

On voit par effect qu'avec le temps, tant ſur le ſable des duoes de mer, que de riviere, il vient à croiſtre pluſieurs ſortes de plantes, deſquelles les fueilles & fruicts tombans ſe changent en terre graſſe & noire par la putrefaction, qui fait ce qu'on appelle terre, laquelle deſcend ſi profondement que la longueur du temps le donne : & qu'auſſi il y a des choſes les unes plus graſſes que les autres, qui cauſent en cela le plus & le moins, comme les ſemences de lin, de naveaux, choux; & d'aucuns fruicts, comme noix, amandes, olives, &c. deſquels on tire de l'huile à grande abondance, & par conſequent engraiſſent plus la terre que nou pas d'autres ſemences & fruicts plus maigres : Item des autres plus noires les unes que les autres, comme noix de gale, noix communes, glans, &c. Or que la terre noire ſoit ſable engraiſſé & ainſi meſlé, c'eſt une choſe notoire, comme là où la pluye a paſſé ayant deſcouvert une partie de ſable, roule & coule avec la terre graſſe en quelque lieu plus bas. Mais ſi on veut voir le meſme par d'autres exemples (comme je l'ay eſprouvé en diverſes fois, & en diverſes matieres) prenant un verre ou vaiſſeau plein de terre noire, & jettant de l'eau claire là deſſus, puis les temuet enſemble, & jettet l'eau noire, l'arreſtant en ſorte que le plus peſant aille au fonds, dans autant de temps qu'on feroit 5 ou 6 pas, & puis reitetant le meſme ſouventefois juſques à ce que la noirceur ſoit ſeparée, on trouveta le reſtant eſtre du maigre ſable, blanc, jaune ou gris, ou ſelon que la nature le diverſifie.

Concluſion. Nous avons donc declaré comment, &c. ſelon le requis.

Proposition VII.

Declarer comment la tourbe (ou veen ſelon les Flamans) vient en la terre.

Tourbe eſt une certaine terre de laquelle les Hollandois ſe ſervent au lieu de bois pour le chauffage. Or il eſt advenu, comme il a eſté dit en la propoſition precedente, qu'en demeſlant la terre noire du ſable, qu'elle eſtoit auſſi noire que de l'encre, excepté qu'elle ne valloit rien pour eſcrire, eſtant trop rouſſe ſur le papier, laquelle eſtant ſechée dans un verre, eſtoit de meſme matiere que les tourbes, veu qu'elle bruſloit comme de la meſche, laquelle eſt de nature ſulphureuſe; ainſi que la noire graiſſe de la terre ſeparée de ſon ſable, peut eſtre tenuë pour tourbe. Ce qui eſtant ainſi il appert comment la tourbe ſe trouve en beaucoup de pays plats, ſouvent de 20 pieds de profondeur en terre; car les rivieres eſtant enflées, paſſant par deſſus les terroirs gras, ſe noirciſſent en emportant ceſte terre noire quant & ſoy, comme eſt l'eau (pres de la met appellée *Zuyrzee*) qui tombe dans la riviere de *l'Iſſel*; emportant donc la noirceur avec le ſable enſemble, & venant au large laiſſe tomber ſon ſable, & tranſporte la noirceur plus loing, là où ſe fait une creuë de tourbe.

Il y a auſſi beaucoup de terre de tourbe avec des fueilles, des racines des bruyeres, le tout ſelon que les terres ſont, ſur leſquelles les rivieres deſbordées paſſent.

Proposition VIII.

Declarer comment le voarre, les pierres, les metaux, & autres matieres ſolides viennent à eſtre fluides en l'eau.

On trouve que pluſieurs fontaines ſortant des rochers ont quelque couleur verte ou bleuë, comme l'eau forte ou royale là où on a mis de l'or ou de l'argent, ce qu'auſſi l'eau de pluye acquiert, paſſant par des lieux minetaux : Or l'eau de la met eſt de tout coſté de telle couleur, parquoy on peut conclurre qu'elle l'acquiert par meſme maniere, aſſavoir par la continuelle rencontre de ladite eau avec les rochers qui contiennent des eſpeces metalliques, tant au fonds, qu'au rivage de la met : tellement que ces matieres viennent à eſtre fluides en l'ean, nonobſtant qu'elles ayent eſté auparavant fermes & ſolides. De meſme en eſt-il des pierres, voarre, & autres matieres, leſquelles l'ean ronge par laps de temps, & ainſi deviennent fluides, & ſe meſlent avec l'eau; & ce d'autant plus que les Chimiſtes reſmoignent, que cuiſant de l'eau (aſſavoir de l'eau marine laquelle a en ſoy ces matieres) fort long-temps, & remplifſant continuellement ce qui s'evapore, que finalement on trouve du voarre dans le pot, lequel ne viendroit pas là, s'il n'eſtoit premierement en l'eau. Ce voarre fluide meſlé avec matiere pierreuſe, ſe trouve ſouvent auſſi dans les canaux & tuyaux des conduits & fontaines qui ont eſté long temps ſous terre, leſquels ſont bouchez de ce meſlange, ce qui eſt cauſe qu'ils crevent; veu que telle matiere de voarre petrifié ſe trouve en iceux, lors qu'on les taccommode : Pareillement on en trouve és piliers & ſtiles des ponts de bois, où les rivieres paſſent deſſous, ce qui n'adviendroit, s'il n'y avoit telle matiere en l'eau : Il eſt donc manifeſte qu'elle y doit eſtre, puis qu'on l'y trouve.

Concluſion. Nous avons donc declaré comment le voarre, les pierres, les metaux, & autres matieres ſolides viennent à eſtre fluides en l'eau, ſelon le requis.

Proposition IX.

Declarer la maniere comment l'argile, voarre, pierre, & le metail croiſſent.

Nous avons dit à la deuxieſme Propoſition comment l'argile & la tourbe vienneot des pays hauts ſur les terroirs horizontaux, puis apres en la ſeptieſme Propoſition, comment la tourbe vient ſur leſdits hauts terroits, qui n'eſtoyent que ſable, par la cinquieſme Propoſition. Maintenant il nous faut dire comment l'argile, (d'autre eſpece que la tourbe, car bruſlée devient pierre ou voarre, & la tourbe ſe reduit en cendre) vient ſur les hauts terroits, comme auſſi le voarre, pierre, & metail. Il faut donc ſçavoir preallablement qu'en foſſoyant profondement au fonds des montagnes, ou en leurs

leurs vaux, l'on trouve de l'argile, tourbe, cailloux & pierres, leſquelles n'y ſont pas creuës apres la conſtruction des montagnes, mais y ayant eſté auparavant: comme ſous les dunes d'Hollande y a des pierres, de l'argile, tourbe & choſes ſemblables, comme ſous la campagne raſe qui eſt pres de là, ce qu'on appercoit en d'aucuns lieux au bord de la mer, au pied des duneſ, comme de la terre noire entremeſlée: la raiſon eſt que la mer eſt preſentement, où auttefois la terre a eſté, aſſavoir lors que la maiſon de *Bretten* eſtoit eſloignée de la mer quelques lieuës (& maintenant bien avant dans la mer) par le moyen des creues que le Rhin cauſoit en ſon entrée dans le mer; mais depuis que le Rhin s'eſt deſtourné dans la Menſe, la mer a emporté & ravagé ces creuës, & les dunes ſe ſont venuës rendre (ſelon la cinquieſme Propoſition) ſur le plat terroir d'argile, & pour ſemblables raiſons l'on trouve de l'argile, tourbe, & cailloux, ſous pluſieurs montagnes, & bien haut, illec parvenus par les grands flux des rivieres, comme il a eſté dit en la 4. & 5. Propoſition. Toutesfois de parler comment l'argile, tourbe, & pierres viennent és montagnes par telles ſemblables raiſons, ce n'en eſt pas icy le lieu, mais du meſlange des terroirs ſablonneux, avec l'argile, apres avoir eſté formés, & de leur changement en grands rochers minetaux, leſquels ne ſont ſubjects à l'impetuoſité des vagues.

Et pour venir à la choſe meſme, je dis premierement que c'eſt une choſe certaine que telle cruë de pierre tant és pays plats que montagneux (és montagneux davantage) advient apres eſtre formés & achevez, dequoy il a eſté dit à la precedente, pour ces raiſons: Il arrive qu'en des pays plats, y ayant foſſoyé un pied ou deux, (comme l'experience le monſtre és ſieges des villes où nous nous ſommes trouvé) on y remarque un pavé de pierres, lequel eſt eſpais d'un pied ou environ, qu'il faut rompre avec des picqs & hoyaux; apres quoy on trouve derechef de la terre molle, comme on a veu en un fort au dehors de la ville de Hulſt en Flandre, & encore en d'autres ouvrages de terre vers là; le pays eſt plat & entouré de digues, & eſt croyable que ce lict de pierre n'eſt pas venu en une fois. Et de meſme en eſt-il de la petrification & metallification des montagnes; meſme j'ay veu les commencemens de ces choſes ſous terre, devant Grolle comme il me ſemble, & ce en forme de mine de fer, & en autre lieu d'autre façon. La raiſon de ces choſes eſt, pource qu'en l'eau de pluye y a du verre & de la pierre fluide, qu'on trouve dans le vaiſſeau apres avoir long-temps bouïlli, & auſſi dans les tuyaux des fontaines & conduits; ce qui ſe congele par laps de temps, comme a eſté dit cy deſſus, ce ne ſera de merveille ſi l'eau paſſant par le ſable y laiſſe ces matieres là, veu que l'eau marine y laiſſe bien ſon ſel & devient douce. On remarque auſſi que le grais (qui eſt une pierre pour aiguiſer les utenſilles de fer) n'eſt autre choſe que ſable tamaſſé & petrifié, ou vitrifié enſemble: ce qui ſe voit ſi aiſement, qu'és rochers il y a aucunefois du ſable lequel ſans le toucher, fait douter s'il eſt petrifié ou non, pource qu'on y remarque le ſable & ſa couleur fort naifvement. Les diſtinctions qui ſont és pierres des montagnes, teſmoignent encore de la petrification des dunes, dont la cauſe a eſté dite à la cinquieſme Propoſition, nommement qu'elles aviennent de diverſes tempeſtes marines avec l'accroiſſement des herbes entredeux, où l'on peut recognoiſtre que les pierres plus eſpeſſes, ſont telles par les plus vehementes tempeſtes, ou de plus grande conjonction de ſable ſans croiſſance d'herbe entredeux. Davantage comme l'argent aptes eſtre fluide dans l'eau forte, eſt tendu ſolide par la practique des Orfevres, il ne ſera pas eſmerveillable, que le metail eſtant fluide par la pluye és montagnes, vienne à eſtre ſolide dans terre par laps de temps, & puis aptes fluide. En ſomme il appert que non ſeulement l'eau de la mer eſt eſlevée en vapeur par l'Archée du globe terreſtre, mais auſſi les metaux, pierres, & autres matieres qu'on trouve és dunes & aux pays horizontaux. Il ſemble auſſi que le meſme avient des autres matieres tant animées qu'inanimées: Peut eſtre que pour ceſte cauſe les anciens ont tant parlé de l'eſprit du monde, duquel les ames des brutes viennent & retournent, comme l'eau vient & retourne en la mer. Or il y a cela de difference entre telle Alchimie & la ſuſdite, de l'eau, ſable, cailloux, argile & tourbe, dont la maniere de la conjonction de chaque matiere avec ſon eſpece eſt cognue, par la cauſe, mais l'autre non: car comment l'or ſe joinct dans terre avec l'or, comment les matieres de meſmes eſpeces ſe conjoignent en ſemence, tant animale que vegetable, je n'en ſçay du tout rien. Si on ſçavoit par la cauſe comment l'argent fluide en l'eau forte, eſt amaſſé par le cuivre, & le cuivre fluide par le fer, & le fer fluide par l'aimant, peut eſtre qu'on auroit un commencement pour parvenir à la cognoiſſance de la conjonction des metaux ſous terre, & par conſequent de la Chryſopée des ſages, laquelle eſt tant recerchée des Lachrymiſtes de ce temps: mais nous eſtant incognuë telle conjonction des metaux, laquelle nous faiſons bien nous-meſmes; ce n'eſt pas merveille ſi la conjonction des metaux ſouſterrains, & auſſi des autres eſpeces, nous eſt du tout incognuë, & c'eſt pour cela qu'en ceſte propoſition nous n'avons pas peu promettre de declarer la cauſe de la generation de ces matieres là, mais bien d'en parler en quelque façon, recommandant la recerche aux autres.

Concluſion. Nous avons donc declaré la maniere comment l'argile, voarre, pierre & le metail croiſſent, ſelon le requis.

NOTEZ.

Les choſes eſtant ainſi comme dit eſt, & comme je croy qu'elles ſont, de la ſolution & congelation generale des matieres terreſtres, la cognoiſſance des meſmes pourroit donner avantage à la recerche de la cauſe & proprieté des matieres; car quelqu'un ſe propoſant que la montagne pierreuſe où il eſt, a eſté auttefois quelque dune ſablonneuſe, & qu'elle a eſté changée du depuis, & ſe change encor continuellement par l'eau de pluye qui paſſe au travers, laquelle y laiſſe ſon ſel, ſoulphre, voarre, pierre, & metail, ce qui donne occaſion de recercher & de croire que la congelation ſe fait par quelque ordre, que quelque choſe y doit preceder & d'autre doit ſuivre, & comment les matieres de meſme eſpece ſe conjoignent, & choſes ſemblables. Comme par exemple pour recercher comme l'argile croiſt, il me ſemble que le limon (plus gras que ſable, & plus maigre que l'argile) eſt le commencement d'argile, on eſt argile imparfaite, & l'argile le commencement de roche: car l'argile des montagnes n'eſt pas empottée de la pluye ny de la neige, comme les matieres propres à faire les terroirs horizontaux, ſelon la quatrieſme Propoſition, & ainſi peut s'endurcir avec le temps & ſe petrifier.

Quant à ce qu'on pourroit objecter, que ſi la petrification des montagnes venoit de ce que l'eau de pluye paſſe au travers, que ladite petrification commence-

roit au deſſus de la ſuperfice de la terre ; ce qui eſt contre l'experience, veu qui c'eſt environ à un ou deux pieds de profondeur, comme il a eſté dit cy deſſus.

Mais à cela il faut reſpondre qu'en effect ceſte petrifieation commencetoit ſur le deſſus de la ſuperfice de la terre, n'eſtoit que les vens, pluyes, neiges, greſles, gelées & telles choſes, y ſont contraires : ce qu'on peut bien voir en ce que les maçonneries engelées ne tiennent pas bien, & qu'ordinairement le devant des murailles eſt facile à deſrompre, mais tant plus profondement qu'on parvient, & d'autant plus elle eſt dure; meſme la terre ſur laquelle elle eſt appuyée (comme aux terranes de fortifications) eſt d'autant plus dure qu'on y approfondiſt, ſi elle eſt conſtruite long-temps auparavant, ſe tenant enſemble comme une ſeule pierre. Parquoy ſi en recerchant par experience la cauſe de tout cela, eſtant fondé ſur des choſes certaines, & que cognoiſſant ce qui eſt tres-certain & ce qui l'eſt moins, il ſe pourroit faire qu'on atteindroit en une tres-parfaite cognoiſſance de ceſte matiere.

Proposition X.

Declarer comment il n'y a pas de matiere terreſtre qui ne ſoit meſlée de diverſes eſpeces.

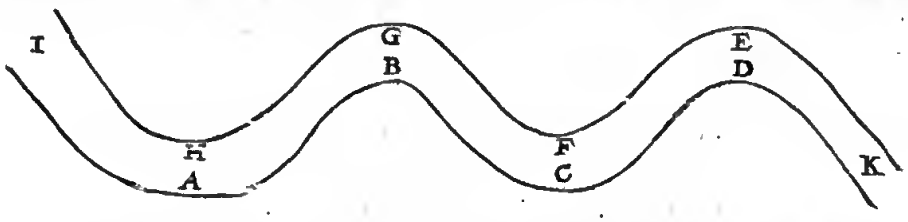
Les Grecs diſent bien qu'il n'y a rien qui ne ſoit meſlé, comme nulle eau ſans air & pluſieurs matieres terreſtres : & nulle matiere terreſtre ſans eau, air & pluſieurs autres eſpeces. Ce qui pourroit eſtre encor un Aphoriſme du ſiecle ſage ; mais il ne ſemble pas qu'ils ayent peu par cela parvenir à la cognoiſſance des cauſes, ny à la maniere en general comment il en eſt : ce que je penſe apparoiſtre en ce que deſſus, nommément (pour le redire en bref) que la pluye paſſant par les montagnes metalliques & ſulphureuſes rend fluides les meſmes metaux, & ſoulphre, comme il ſe peut remarquer en la couleur, & odeur de l'eau, & conſequemment rend fluides d'autres matieres, leſquelles ne ſe peuvent remarquer, ny par couleur, ny odeur, comme pierre, voarre, & ce que ce ſoit : Ainſi que l'eau de riviere eſt meſlée de pluſieurs materiaux des montagnes d'ou elle vient. Ces rivieres courantes en la mer, laquelle a de ſemblables meſlanges par ſon perpetuel mouvement contre le rivage & le fond; parquoy l'eau de mer a en ſoy un meſlange de diverſes matieres terreſtres : ceſte eau s'evapore continuellement, entretenant le Globe des vapeurs, qui pour meſme raiſon a auſſi un meſlange de toute matiere : Ceſte vapeur ſe tourne inceſſamment en roſée, pluye, neige, greſle, qui contient auſſi pour meſme raiſon un meſlange deſdites matieres, & venant à tomber ſur terre y laiſſe la pluſpart de ſon meſlange pour l'aſſemblage & facture de renovation, puis paſſant par les vieilles compoſitions tempotte en la mer les meſmes en forme fluide comme devant. Et ainſi les matieres terreſtres ont un continuel mouvement de meſlange les unes avec les autres.

Concluſion. Nous avons donc declaré comment il n'y a pas de matiere terreſtre ſans eſtre meſlée de diverſes eſpeces.

Proposition XI.

Declarer la cauſe pourquoy les bords des rivieres ſont ou plats, ou en pente; & pourquoy les rivieres deviennent courbes de plus en plus.

Il advient encor un grand mouvement à la terre, de plat, ou en pente, dont la cognoiſſance eſt profitable à pluſieurs choſes, comme entre autres choſes à achepter, & vendre les terres, y faire des deſdaſnes, contreforts, & digues, auſſi à la ſituation des Villes, Forteteſſes, & tamelioration d'icelles, afin auſſi de prejuger où il y aura alluvion & eluvion future. Il faut ſçavoir que les bords des rivieres ſont aucuns comme coupez à plomb, c'eſt à dire fort en pente, tellement que l'eau eſt comme à ſa profondeur, meſme au bord, & alors la terre eſt rongée de l'eau de plus en plus, ce qu'on appelle en Flandre *ſchoor* ou bien *ſchoorkant* ; & ſi c'eſt contre une digue *ſchoordige*, c'eſt à dire digue qui eſt coupée de l'eau fort à pente. D'autres bords ſont tout au rebours, car ils ſont tout plats, quaſi à niveau, non profonds, etoiſſans (c'eſt à dire que l'eau y apporte de la terre) en Flamand *aenvras*, ou *grint*, ou *ſtrant* ; ce dernier mot eſt dit par la ſimilitude de tel bord etoiſſant, au bord de la mer qui eſt touſiours de telle façon. Or pour declarer la proprieté des bords plats & en pente, Soit ABCD une riviere à quatre curvitez dont le cours ſoit de I vers K ; alors l'eau qui vient de I, rencontre la terre rudement en A, de ſorte que



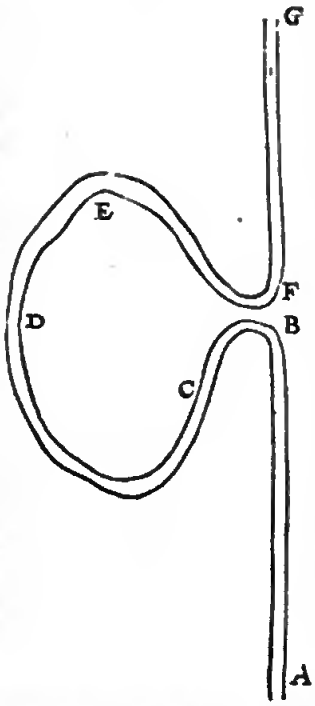
ſi ceſte terre, eſtant emportée par l'eau, de plus en plus fait audir bord une grande profondeur ; & de meſme de A en G, de l'autre coſté de la riviere ; & alors le cours eſt plus foible en B, d'autant plus qu'il eſt plus fort en G, & ainſi l'eau ne pouvant porter ſon ſable, le laiſſe tomber en B, faiſant illec une nouvelle creuë : & tout ainſi que les bords en A, & G ſont en pente & profunds, le meſme en eſt-il des autres C, E ; au contraire tout ainſi qu'en B la terre croiſt, & le bord eſt plat. de meſme en eſt-il de H, F, D.

Laquelle choſe continuée, la riviere devient courbe de plus en plus, tous les ans davantage, & ce d'autant plus que la terre eſt molle. Il eſt evident auſſi que quand une riviere ſeroit droite quelque journees de chemin de long, qu'avec le temps elle deviendroit courbe; car là où elle commence, là elle continuera de plus en plus.

Toutefois il arrive qu'elles deviennent droites, mais c'eſt par accident, comme icy la riviere A B C D E F G avec une curvité B C D E F, là où les deux pentes B, F s'approchent de plus en plus, alors la riviere ſe joindra en B F, & couleta A en B tout droit dans F juſques à G, delaiſſant B C D E ſans cours, laquelle ſe vient puis apres à remplir.

Notez encor, que les bonnes villes qui ſont pres des rivieres (comme Anvers, Londres, Coulogne, Nimeghe, Rotterdam, &c.) ſont ordinairement du coſté que la riviere a ſon bord en pente, afin que les navires y trou-

y trouvent aſſez de profondeur, & qu'on les puiſſe bien charger & deſcharger commodement. Et quant au debris cõtinuel que l'eau y fait, cela ſe repare, & ſe pourvoit par main d'hõme, en y faiſant des bords convenables, & des retinacles de pierre ou bois, ſelon la commodité du lieu; mais nous remettrons cecy en l'Architecture ſuivãte. Ceſte reigle ſemble avoir quelque exception, d'autant qu'il arrive bien que les deux coſtez de la riviere ſont tous deux en pente, ou tous deux plats, ce qui advient pour des raiſons evidentes, comme quand l'eau paſſe par un lieu eſtroit entre deux roches, les bords pourront bien eſtre en peute tous deux, & ſemblablement quand il y a une Iſle au milieu de la riviere, ou s'il y a quelque bane au fond. Il advient auſſi qu'une riviere eſtant fort large en d'aucuns lieux, que les lieux plus profonds d'icelle, font ce qu'avons dit avenir à veuë d'œil ſur les terroirs horizontaux, & qu'alors les deux coſtez de la riviere ſont plats, mais quand les curvitez du fond parviennent juſques aux bords, ils ſe font en pente alors, par longueur de temps.

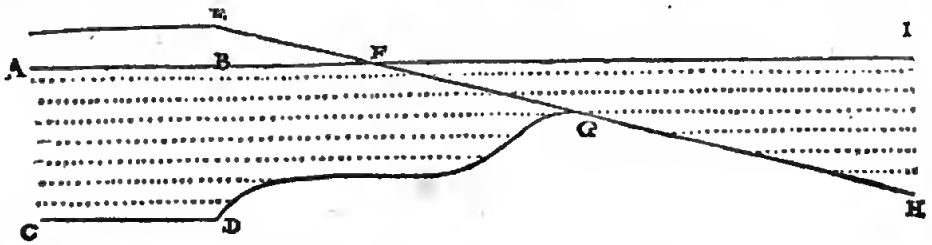


Concluſion. Nous avons donc declaré la cauſe pourquoy les bords des rivieres ſont plats, ou en pente, &c. ce qu'il falloit faire.

Proposition XII.

Declarer la cauſe pourquoy devant les havres à la fin des rivieres il y a des bancs ſous l'eau, qu'on appelle ſueils.

La taiſon pourquoy l'on ſçait qu'il y a des bancs devant les havres à la fin des rivieres, c'eſt qu'on ſonde le fond bien precíſement, pour trouver les lieux plus profonds & y mettre des enſeignes, & qu'un peu loing devant les rivieres, on trouve qu'elles y ſont moins profondes que plus pres, ou plus loing, combien qu'en d'aucuns lieux, cela n'y face rien pour la grande profondeur des rivieres, & partant qu'il n'eſt beſoing de ſonder là le fond, nonobſtant la reigle generale, qui veut qu'il y aye un banc, dont il y a deux raiſons; la premiere, ſi la riviere eſt eſtroite & plus haute que la mer, alors l'eau venant tomber dans la profondeur large, coule encor quelque peu, emportant quant & ſoy ſon ſable & ſa charge, juſques à ce que le cours venant plus lent, elle le laiſſe tomber, & ainſi ſe fait un banc devant les rivieres. L'autre raiſon eſt la cauſe aidante à la conſtruction deſdits bancs, c'eſt que le rivage de la mer va en glaſſis, c'eſt à dire un bien peu en pente. Par exemple ſoit une deſcription orthographique, c'eſt à



dire un profil à angle droit ſur l'horizon, le long de la riviere A B C D, & G H le glaſſis du rivage de la mer, les poincts ſignifient l'eau, & B la bouche de ladite riviere, B F I le fil ſuperieur de la mer, G le ſueil; la riviere eſt profonde de A en B, c'eſt à dire de C en D, pour ſon cours rapide, cauſé de ſon canal eſtroit: Et l'eau venant à ſortir du canal, elle rinſſe le ſable, premierement aſſez fort, puis apres touſiours plus foiblement, à cauſe de la grande largeur où elle entre; & partant quand elle n'apporteroit aucune charge de ſable de la riviere, il y viendroit toutesfois un ſueil au devant de la riviere, à raiſon de ce rinſſement de ſable du rivage: & G eſtant le lieu où le cours eſt fort foible, elle y laiſſe tomber ſon ſable, faiſant illec le ſueil G, qui eſt plus profond en D & en H, plus pres ou plus loing de l'emboucheure de la riviere.

Concluſion. Nous avons donc declaré pourquoy il y a des ſueils devant les havres à l'emboucheure des rivieres, ſelon le requis.

Corollaire.

Il appert que tant plus l'emboucheure de la riviere eroiſt vers la mer, d'autant plus le ſueil s'avance dans la mer.

Touchant la maniere d'approfondir le ſueil ce qui ſe fait plus aiſement par la cognoiſſance de la cauſe, cela ſera remis au traité de l'Architecture cy-apres.

Proposition XIII.

Declarer la raiſon pourquoy l'eau des rivieres devient haute de plus en plus.

Il arrive en pluſieurs lieux que les rivieres ſe departiſſent en deux, comme le Rhin à *s'Gravenvveert*, l'une partie vers Nimeghe, l'autre vers Arnhem & lieux ſemblables. Or quand le cours de l'une partie ramoindrit, l'autre croiſt d'autant plus. Or on apperçoit ceſt accroiſſement beaucoup mieux és lieux qui ſont entourez de digues, comme en Hollande; car lors qu'on faiſoit les digues, le pays eſtoit d'autant plus haut que l'eau, qu'on ſe pouvoit ſervir d'eſcluſes, pour ſe deſfaire de l'eau du pays; mais 30 ou 60 ans apres, cela ne ſe pouvoit plus faire, pource que l'eau eſt plus haute que le terroir; & partant il ſe faut ſervir de moulins, autrement la terre demeureroit infructueuſe ſous l'eau.

J'ay ony teſmoignet le meſme par des vieux naturels du pays digué de Melving en Pruſſe, declarans que l'eau du Nagats illec, eſtoit plus de trois pieds plus haute, qu'elle n'eſtoit en leur jeune temps, de ſorte qu'il ſe falloit auſſi ſervir de moulins.

Ce grand tehauſſement apparoiſt plus fort, en la fin des tivieres, où elles enttent dans la met. L'opinion commnne eſt, qu'il y vient plus d'eau qu'auparavant & journellement davantage; ce qui eſt contraire à la verité; ven que l'ean paſſe auſſi en d'autres lieux plus loing de la mer & plus hauts, là où on ne remarque aucun accroiſſement. Mais voicy comment cela advient és pays pres l'emboucheure de la met, où il y a des digues; Soit A B, le profil du fond ſablonneux d'une ri-

viere, B l'emboucheure de la riviere venant dans la mer B E, du temps qu'on faiſoit les digues; & qnelques annees apres, le fond A B vient à croiſtre plus loing dans la mer en E, en ſorte que A B le vieil fond ſe rempliſt de ſable, & au lieu de A B E, devient A E, & touſiours ainſi de plus haut en plus haut juſques à eſtre au niveau: parqnoy B G eſt la hauteur creuë au fond de l'eau depuis qu'on faiſoit les digues, & cependant le terroir habité au delà des digues ne croiſt pas, ce qui monſtre la diffetence, plus que non pas où il n'y a point de digues, à cauſe que l'eau fetoit auſſi croiſtre le terroir.

Concluſion. Nous avons donc declaté comment les rivietes viennent hautes de plus en plus, ſelon le tequis.

Proposition XIV.

Declarer la cauſe pourquoy l'eau ſurgeonne.

Lors qu'on fait un puits dans terre, anſſi profondement qu'on voit ſourdre l'ean, d'aucuns ſont eſmetveillez ponrqnoy l'eau eſtant crenë juſques à certaine hauteur ceſſe de ſourdre davantage, & pourquoy elle ne vient point à emplir le puits juſqu'en haut: La raiſon eſt manifeſte que creuſant profondement, l'eau & l'humidité qui pend à la terre d'alentour deſcend illec, juſques à ce que la foſſe ſoit remplie, auſſi haute que l'eau qui eſt dans la terre d'alentour; & n'y a nulle raiſon que l'eau d'un foſſé rempliſſe un puits proehain en conſiſtance d'eau plus hante que l'eau dudit foſſé.

Concluſion. Nous avons donc declaré pourquoy l'eau ſourd hors de terre ſelon le requis; ce qu'on appelle en Flaman *quelmyvater*.

Proposition XV.

Declarer la cauſe pourquoy le ſable ſurgeonne.

Cela advient pour la meſme raiſon de la propoſition quatorſieſme precedente, car la terre eſt ſpongieuſe & retient l'eau egalement haute dedans ſoy; Or done quand on foſſoye bien profondement dans le ſable, on parvient à une profondeur qui ſemble ineſpuiſable; car oſtant le ſable du fonds, il y en revient continuellement d'autre; dont la raiſon eſt que ledit ſable eſt fort maigre, & que l'eau penetre au travers, comme elle feroit au travers des globes qui ſont amaſſez l'un ſur l'antre, lors qu'ils ſont ſeuls, ſans terre entredeux: & pnis l'eau ſourdant de terre emporte quant & ſoy ce ſable mouvant jnſques à conſiſtance egale à la hauteur de l'hnmidité d'alentour. Tel ſable s'appelle en Flamand, *vvelſant*, *quelmſant*, & *zeeſant* d'aucuns, d'autres *druſ-ſant*. Finalement cecy n'advient pas à cauſe du ſable maigre ſeulement, comme pluſieurs ont opinion; mais pource qu'eſtant maigre, il eſt auſſi bas, voire davantage que l'eau de dedans terre.

Concluſion. Nous avons donc rendu raiſon pourquoy le ſable ſurgeonne, comme il eſtoit requis.

Proposition XVI.

Declarer comment la mer ſera, & a eſté, où la terre eſt maintenant; & que la terre ſera, & a eſté, où la mer eſt preſentement.

Que la met devienne terre (aſſavoir le lieu) aux emboucheures des rivieres, appert en effect par les tertoirs qui y croiſſent, & les Iſles qui s'y amaſſent: Comme les Iſles de Zeelande devant la riviere de l'Eſcaut, celles de Hollande devant la Meuſe, lequel accroiſſement eſt tel preſentement qu'on y a fait depuis n'agueres des digues, là où de memoire d'homme les navires chargez ſouloyent paſſer. Et comme ces deux creuës ſe font maintenant, ainſi ont elles fait du temps jadis, d'où s'enſuit qu'Hollande a eſté autrefois met, lors que l'extreme accroiſſement du Rhin, & rivage de la met eſtoit en Gueldres, l'un plat au *Betuvve*, l'autre montagneux au *Veluvve*. Auparavant Gueldres eſtoit met, & l'extremité de l'accroiſſement en Cleves, & ainſi conſequemment des autres terres vers le haut, où l'on voit dans les montagnes encot des coquilles de mer, teſmoignant qu'elles ont eſté dunes. Davantage tout ainſi que ceſt accroiſſement s'eſt fait juſques à preſent, ainſi acctoiſtra-il au temps futur, c'eſt aſſavoir autant qu'il viendra de matiere à ſuffiſance des montagnes & terroits pour entretenir l'accroiſſement: ce qui peut encor durer longtemps au Rhin (ſi on en pouvoit jnger ſelon la forme que l'orbe de la terre tient maintenant:) car combien que les Alpes pierreuſes d'où le Rhin procede (qui ont eſté auparavant montagnes fecondes & fructueuſes, & encor par devant ont eſté dunes) ne donnaſſent rien pour l'accroiſſement, & que les antres montagnes y contribuaſſent de moins en moins, ſi eſt-ce peut eſtre que l'accroiſſement preſent, eſt auſſi grand que la matiere rinſſée compotre, aſſavoir que le bas eſt d'autant creu que le haut eſt amoindri.

Par ce qni a eſté dit de l'accroiſſement d'Hollande, le meſme faut-il entendre de celuy de Pruſſe, d'Egypre, & de tous antres accroiſſemens de la terre totale, d'où il faut conclurre qne ce qui eſt mer, doit eſtre terre: Mais au contraire, que ce qui eſt terre maintenant, devienne mer cy-apres, apparoiſt lors que la terre graſſe & ſablonneuſe eſt tout rincée, & que les rivieres ne contribuent plus de matiere dans la mer; car alors la mer commence à battre contre les rochers qui teſiſtent long-temps, comme on voit maintenant à Norvvege, & en autres lieux, là où les rochers qni ſouloyent eſtre une terre ferme, ſont parſemez & entrecoupez dans

dans la mer, & ſeparez de grande concavitez & profondeurs, pource que les rochers ne donnent point de matiere pour faire un rivage, comme ils faiſoyent lors qu'ils eſtoyent tant terre graſſe, que ſablonneuſe. Joint qu'anparavant c'eſtoient des dunes, & devant mer, comme ils ſeront encor cy apres, pource qu'ils diminuent continuellement par la rigueur des ondes; car les goutes d'eau peuvent bien creuſer les plus dures pierres avec le temps.

Concluſion. Nous avons donc declaré, comment ce qui eſt terre, ſera mer; & ce qui eſt mer, ſera terre, & a eſté.

Fin du deuxieſme livre de la Geographie.

TROISIESME LIVRE DE LA GEOGRAPHIE.

De l'Atmeorie terreſtre, ou hauteur des vapeurs.

ARGUMENT DE L'ATMEORIE TERRESTRE.

LE Soleil par ſa chaleur, eſchauffant la terre & l'eau, eſleve leur humidité en vapeur (la maniere comme on le peut appercevoir ſera declarée cy apres) laquelle vapeur, comme un orbe, enferme le globe terreſtre pour telle fin, comme il a eſté dit en l'Hylocineſie, aſſavoir pour conjoindre & ſeparer les matieres que la terre contient. Mais comme les anciens, deſireux d'en ſcavoir les proprietez & circonſtances, (leſquels j'eſtime eſtre de ceux du ſiecle ſage) y ayant travaillé, ont recognu que ceſt orbe cauſe les crepuſcules, & ont auſſi meſuré ſa hauteur au deſſus de la terre par voye Mathematique; ce qui eſt venu és mains d'Alhazen, *qui l'ayant eſcrit en langue Arabique, a depuis eſté traduit en Latin par* Gerard de Cremone, *& amplifié par* Petrus Nonius, *duquel nous avons tiré le preſent traité, ſelon noſtre ſtile.*

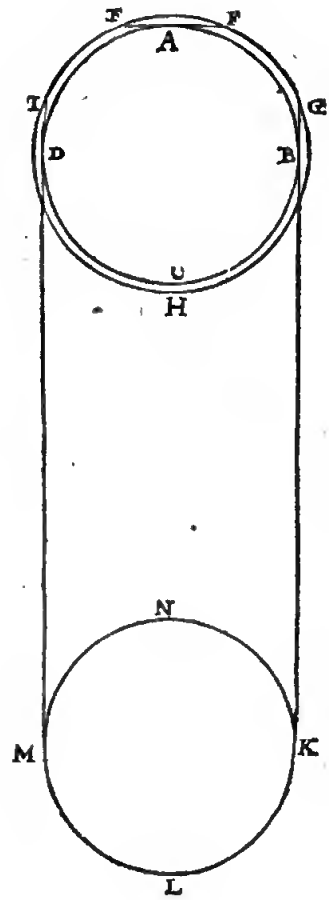
PROPOSITION I.

DEclarer par quel moyen on voit l'orbe des vapeurs, & comment il cauſe le crepuſcule.

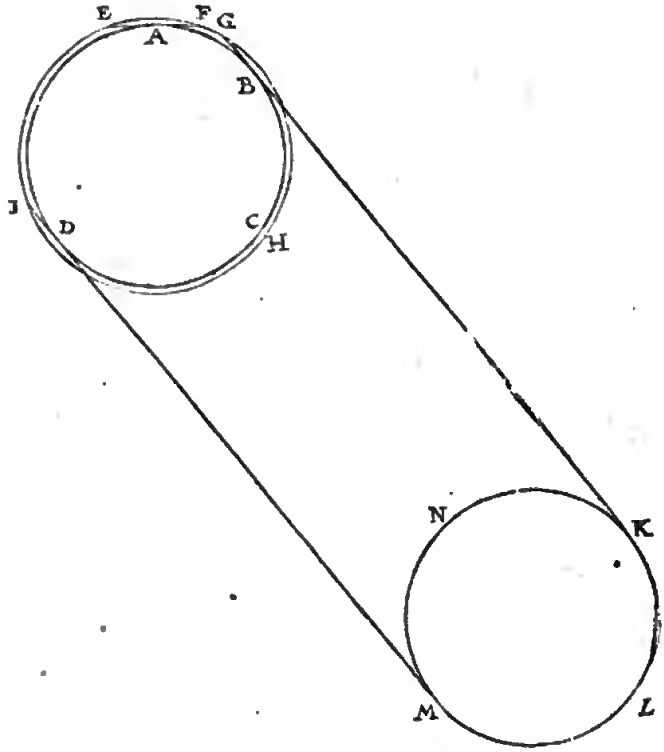
Devant que venir à la maniere de trouver la hauteur des vapeurs, il eſt premierement neceſſaire de declarer qu'elles ſont en effect, comment on les void, & ſur quoy les Mathematiciens ſe fondent: Or c'eſt une choſe notoire que le Soleil eſtant 18 degrez ſous l'horizon devant ſon lever, on voit une blancheur qui ſe leve en l'aïr qu'on appelle l'Aurore ou Crepuſcule, & s'augmente de plus en plus, ſe dilatant par le zenith juſques à l'occident.

Par exemple, ſoit ABCD la terre, & EFGHI, l'orbe des nuës à l'entour d'iceluy; & le poinct A l'œil du ſpectateur ſur terre, duquel EF eſt ſon horizon naturel, ſe terminant de part & d'autre en la circonference dudit orbe en E, & F: Davantage du ſoleil KLMN ſoyent menees des tangentes communes avec la terre KG, MI, touchant la terre és poincts B, D, & la circonference de l'orbe des nuës en G, I. Qui monſtre comment l'orbe eſt eſclairé du ſoleil, depuis I, par H, juſques à G, & non pas le reſte GFEI, qui eſt obſcur, & par ainſi le ſpectateur en A ne void nulle clarté.

1. FIGVRE.

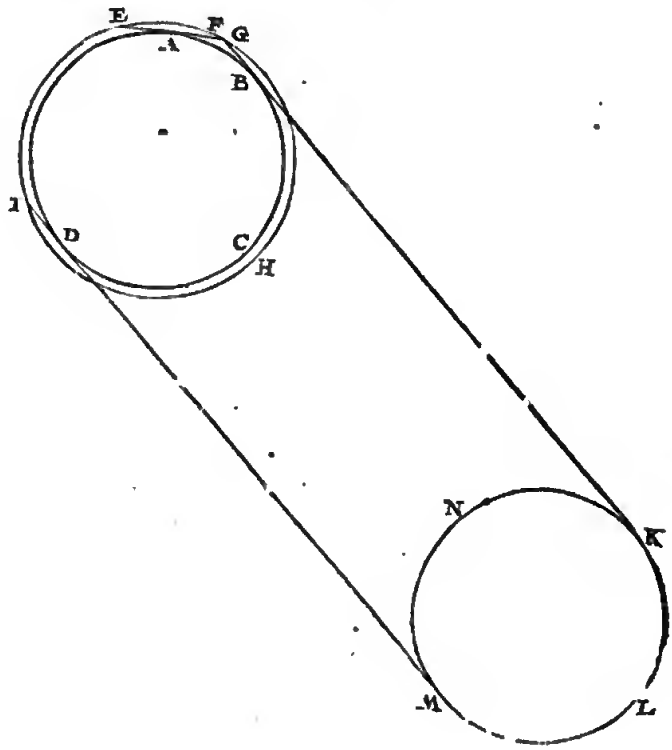


2. Figvre.



Mais le Soleil s'eſlevant plus haut, comme en la deuxieſme figure, de laquelle les lettres ſont comme devant, alors la clarté aſt plus avancée vers le ſpectateur: toutefois ladite clarté ſe terminant en G, n'eſclaire nullement iceluy ſpectateur en A.

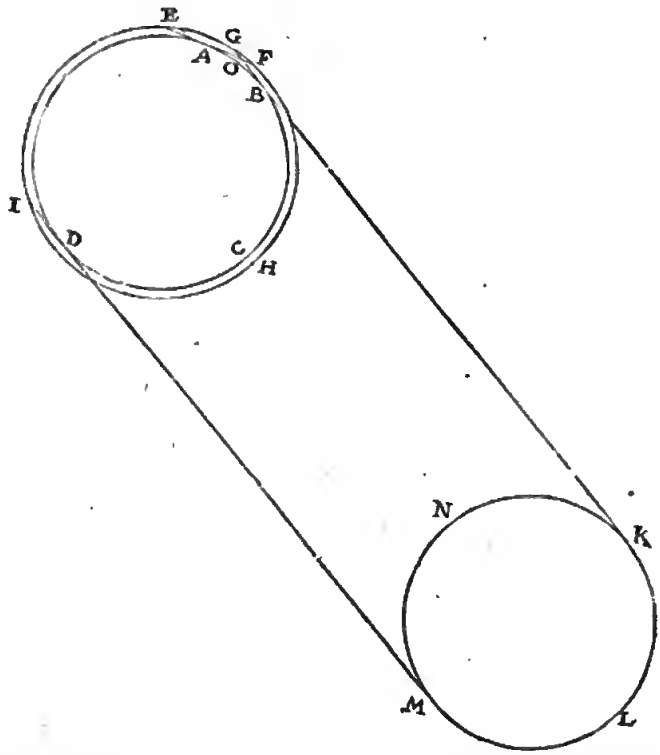
3. Figvre.



Or le

Or le Soleil s'eſlevant davantage, comme en la troiſieſme figure, (là où les lettres ſont eomme és deux premieres figures) le ſpectateur en A, verra en F la clarté G; & s'eſlevant encor d'avantage, eomme en la quatrieſme figure, alors tout ce qui eſt eo F G E ſera eſclairé, dont la demonſtratioo eſt manifeſte.

4. Figvre.



Concluſion. Nous avons done declaré comment l'orbe des vapeurs eſt appeteeu, & eommeot il eſt cauſe du Crepoſcule, ſelon le requis.

Alb. Girard.

Ie tiens pour certain qu'il n'y a pas de hauteur de vapeur determinée, mais fort vague, & commence depuis la ſuperfice de la terre, juſques à telle longueur, qui n'eſt pas touſiours de meſme, mais bien 100 fois plus haute l'une des fois que l'autre; & que ledit orbe eſt touſiours plus eſpais és deux poles de la terre, que non pas vers l'equinoctial, le plus ſouvent, & qu'il eſt fort interrompu. Davantage que les reflections y ſont beaucoup; par exemple en la troiſieſme figure le raid K G reflechit en E, & E plus avant, le tout irregulierement ſelon l'irregularité des nuës.

Proposition II.

Estant donnée la depreſſion du bord ſuperieur du ſoleil ſous l'horizon, au temps que le Crepuſcule commence, trouver la hauteur de l'orbe des vapeurs, en parties telles que le raid du globe terreſtre en contient 10000000.

Le donné. Soit A B C D la terre, ſon eentre E, & A D l'horizon, l'orbe des vapeurs alentour d'iceluy ſoit F G H I, B l'œil du ſpectateur ſur terre, duquel l'horizon naturel ſoit G H ſe termioant de part & d'autre en l'orbe és poincts G, H: pois ſoit menée une ligne du bord ſuperieur du ſoleil K H ao temps que le Crepuſcule eommenee, & partaot touehera la terre eo C, par les raiſons de la troiſieſme figure de la premiere propoſitioo: Alors (pour ſuivre l'exemple d'*Albacen*) le eentre du ſoleil ſera 19 degrez deprimé ſous l'horizon: & ſuppoſé que le diametre viſuel du ſoleil ſoit 33 ①, à l'ordioaire; alors le bord ſuperieur du ſoleil ſera diſtant de ſon centre $16\frac{1}{2}$ ① (c'eſt à dire le ſemidiametre viſuel) & partant ledit bord ſera deprimé de 18 degr. $43\frac{1}{2}$ ① ſous l'horizon. En apres ſoit meoée E B, juſques en L, ainſi que E B eſt le raid de la terre, & B L la hauteur de l'orbe.

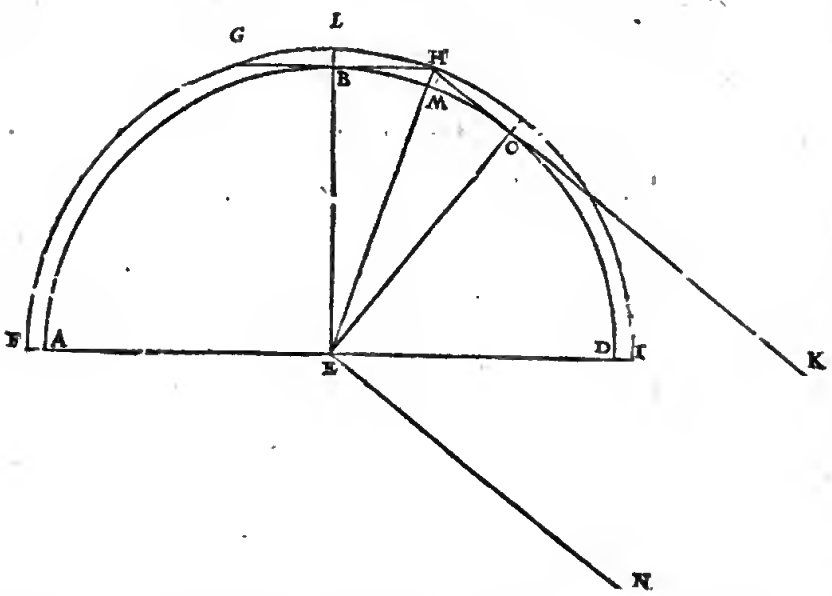
Le requis. Il faut trouver la haureur de l'orbe ſuſdit eo telles parties que le raid de la tetre en eontieot 10000000.

Operation.

Je mene la ligne E H, alors le triangle B E H a trois termes eognus, aſſavoir E B 10000000, l'angle B droit, & l'angle B E H 9 degr. 21 ① 45 ② (moitié de 18 degr. 43 ① 30 ②) donnez par la demonſtration ſuivante) par leſquels on trouvera E H de 10135006, duquel oſté E M 10000000, reſtera 135006 pour M H hauteor de l'orbe des ouës.

Demonstration.

Ayant mené E C, & E N parallele à H K, alors d'aotant que le bord ſuperieur du ſoleil eſt deprimé ſous l horizon Mathematiqoe A D de 18 degr. 43, 30, ſelon le donné, l'angle D E N ſera autant, & auſſi B E C; car B E D & C E N ſont deux angles egaux, chacun droit, veu que E C K eſt droit, & partant auſſi C E N, oſtant le eommuo C E D, alors B E C ſera



egal à D E N ; mais B E H eſt moitié de B E C, auſſi ſera-il moitié de D E N, d'autant que les triangles B E H & H E C ſont pareils, parquoy D E N eſtant 18 degr. 43, 30 : B E H ſera 9. 21, 45 ſa moitié, comme il avoit eſté anticipé en l'operation.

Concluſion. Eſtant donc donnée la depreſſion, &c.

Corollaire I.

Il appert comment on pourra trouver la hauteur de l'orbe des vapeurs par la precedente, chacun ſelon la meſure qu'il voudra ; veu que poſant qu'un degré de la circonference de la terre ſoit 18 lieuës, ou 18 heures de chemin, & la raiſon du diametre à la circonference, comme 7 à 22, alors diſant 10000000 raid terreſtre donne 135006 parties, hauteur ſuſdite combien 2062 lieuës ? (car autant feroit le raid terreſtre) viendra $27\frac{4}{5}$ lieuës pour la hauteur de l'orbe des vapeurs, dont chacune contient 1500 verges de Rinlande en Hollande.

Que ſi quelqu'un ayant leu *Alhazen*, & ſon commentateur *Petrus Nonius*, trouvoit difference entre leur ſolution & la noſtre, (combien que petite) ce ne ſera pour autre raiſon, ſinon qu'ils comptent la clarté du crepuſcule par le centre du ſoleil, & nous par le bord, eſtant auſſi en effect meilleur ; car il eſt comme contraint aptes, de ſe ſervir de ceſte partie de la terre qui eſt de ſurplus que l'hemiſphere terreſtre, illuminée du ſoleil, à cauſe que le ſoleil eſt plus grand que la terre, & par conſequent en eſclaire plus de la moitié, ce qui ne ſert de tien en cecy : toutefois je diray encore,

Comment on pourroit parvenir en une cognoiſſance plus exacte de ceſte matiere.

Les vapeurs ſuſdites ſont tenuës pour cauſe des refractions que les lumieres celeſtes patiſſent : & tant plus que c'eſt du coſté du pole, & tant plus ſont remarquables : Parquoy ſeroit de beſoing, afin de parvenir à plus grande cognoiſſance, que pluſieurs obſervateurs s'y exerçaſſent chacun en ſa region, en obſervant les refractions & les hauteurs des vapeurs enſemble. Car poſant que le ſoleil ſoit au lieu là où il doit eſtre, ſelon que les reigles ſpheriques le demonſtreut, on trouveroit autant de defaut que les refractions cauſent ; lequel ſeroit apparant, & d'autant plus grand és pays Septentrionaux. Davantage par telle pluralité d'obſervations, on pourroit cognoiſtre ſi les refractions majeures qui ſe font vers le Septentrion ſont cauſées par la hauteur grande ou petite, ou pour eſtre les vapeurs plus humides, ou choſes ſemblables. Mais d'autant que cela ne ſe fera de long-temps, pour le peu de gens qui s'y entendent, & qui eſcrivent en leur propre langage les ſcienees, ainſi qu'en avons plus amplement parlé au premier livre de la Coſmographie, il nous ſuffit d'avoir monſtré comment on y pourroit parvenir.

Proposition III.

Déclarer comment l'on peut quelquefois meſurer la hauteur des nues.

Puis que nous ſommes au traité de la hauteur des vapeurs, & que les nuës ſont auſſi des vapeurs, dont la hauteur ſe trouve eſtre diverſe quelque fois, nous dirons comment il peut venir à propos de les meſurer.

Il advient donc qu'en temps ſerein, que d'aucunefois on verra un ſeul nuage obſcur ſous le bleu celeſtin, qui ſe meut fort lentement, & donne ombrage ſur une campagne raſe, dont la grandeur eſtant meſurée ſur terre, avec l'angle viſuel, & par ainſi on peut meſurer ſa hauteur, dont l'exemple s'enſuit.

1. *Exemple le ſoleil eſtant au Zenith.*

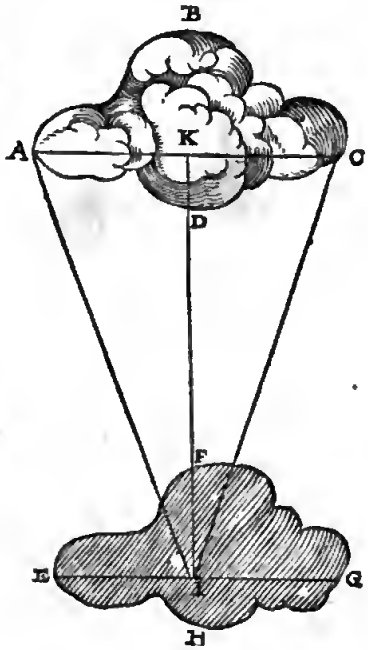
Le donné. Soit A B C D un nuage de telle qualité que dit eſt, aſſavoir d'une figure competante, ſeparé d'autres, d'un mouvement lent, donnant ombrage ſur un terroir applany, comme pourroit eſtre E F G H, qui ſera en apparence plus grande que le nuage meſme, nonobſtant qu'elle ſoit en effect plus petite : & que le ſoleil ſoit premierement au Zenith.

Le requis. Il faut trouver la hauteur de la nuë.

Construction.

Il eſt evident que l'ombrage ſera ſemblable en figure plane, à la nuë A B C D, ſeulement autant moindre que le diametre viſuel du ſoleil y comporte, dequoy nous ferons la ſupputation cy apres. Donc me tenant environ

environ le milieu de l'ombre en I, prenant garde aux extremitez E, G, comme ombres de A, C, puis obſervant l'angle A I C, lequel ſoit par exemple de 4 degrez, & la ligne E G de 100 verges, ce qu'on peut faire



commodement par l'aide de deux perſonnes qui ſuivront l'ombre de la nue.

Des 4 degrez ſouſtrait le diametre viſuel du ſoleil 33 ①. reſtera 3 degrez 27 ①.

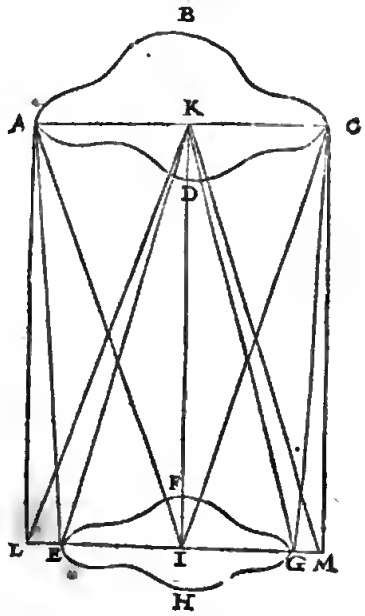
Puis diſant ſi 3 degr. 27 ①. donnent le diametre viſuel 33 ①, combien E G 100 verges? viendra aſſez pres de 16 verges, leſquelles adjouſtées à 100, ſeront 116 verges pour la longueur de A C.

Davantage ayant mené I K perpendiculaire à A C, alors A K I aura trois termes cognus, aſſavoir A K 58 verges (moitié de A C 116 verges) l'angle A I K 2 degrez (moitié de l'angle A I C 4 degrez) & l'angle K droit; par leſquels on trouveta la ligne I K de 1661 verges à peu pres.

Preparation. Pour ne point obſcurcir la precedente figure, ſoit encore autrement tracée ABCDEFGHIK, comme devant, & menées KE, KG, AE, CG, & ptolongée E G de part & d'autre en L, M, ainſi que A L, C M ſoyent perpendiculaires à L M.

Demonstration.

Comme les angles L K I à L K E ainſi fort pres (à cauſe de la parvité des angles) L I à L E, par la.... propoſition de l'Aſtronomie. Mais L A E eſt egal à peu pres à L K E; donc comme L K I à L A E, ainſi L I à L E: Mais L K I eſt egal à A I K 2 degrez, (comme moitié de 4 degrez A I C) & L A E egal à la moitié du diametre viſuel du ſoleil qui ſera donc $16\frac{2}{3}$ ①; parquoy comme 2 degr. à $16\frac{1}{6}$, ainſi L I à L E: & par raiſon diviſée, comme 2 degr. moins $16\frac{2}{3}$ ① (c'eſt 1 degr. $43\frac{1}{2}$ ①) à $16\frac{2}{3}$ ①, ainſi L I moins L E (c'eſt E I) à E L: Mais leur double ſont encor en meſme raiſon: parquoy comme 3 degr. 27 ① à 33 ①, ainſi E G (double de E I) à L E avec G M (double de E L.) Et ainſi quand nous avons dit en l'operation 3 degr. 27 ① donnent 33 ①, combien 100

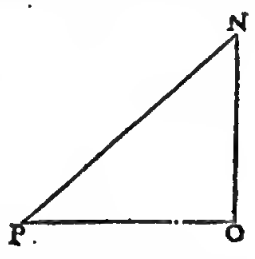


verges E G? ce qui venoit, aſſavoir 16 verges, eſtoit pour L E & G M, leſquelles adjouſtées avec E G 100, vienent 116 verges pour L M; mais A C eſt egale à L M, donc A C fait auſſi 116 verges, comme cy deſſus. Touchant la demonſtration du teſte, elle eſt aſſez manifeſte.

2. *Exemple, le ſoleil n'eſtant au Zenith.*

Que ſi le ſoleil n'eſtoit pas au zenith, comme au 1. exemple, mais bien plus bas, comme il advient le plus ſouvent, l'operation ſera telle. Soit imaginé un plan paſſant par le centre du ſoleil & par le milieu du nuage, & une ligne le long de l'horizon perpendiculaire deſſus, dont les extremitez au circuit ſe terminent en lieux convenables, (ce qui ſe peut facilement faire à veuë d'œil, autant qu'il en eſt de beſoing) ceſte ligne aura telle raiſon à ſon homologne en la nue, comme E G à A C, au 1 exemple, & ainſi pourſuivant le teſte comme deſſus, on viendra au requis. Mais les autres lignes de l'ombrage n'ont pas de certitude en cecy, comme tombant plus loing qu'il ne faut, & telle incertitude eſt d'autant plus que le ſoleil eſt bas, ſelon les reigles de l'Optique.

Or ayant trouvé la diſtance entre la nuë & l'obſervateur, on pourra bien trouver ſa hauteur perpendiculaire ſur la terre, en ayant ſon eſlevation ſur l'hotizon, laquelle eſtant par exemple de 45 degrez N P O; alors le triangle aura 3 termes cognus, aſſavoir N P, ladite diſtance entre la nuë N & l'obſervateur P; l'angle P 45 degrez: & l'angle O droit, eſtant P O ligne ſur la terre, alors on cognoiſtra N O la hauteur requiſe.



3. *Exem-*

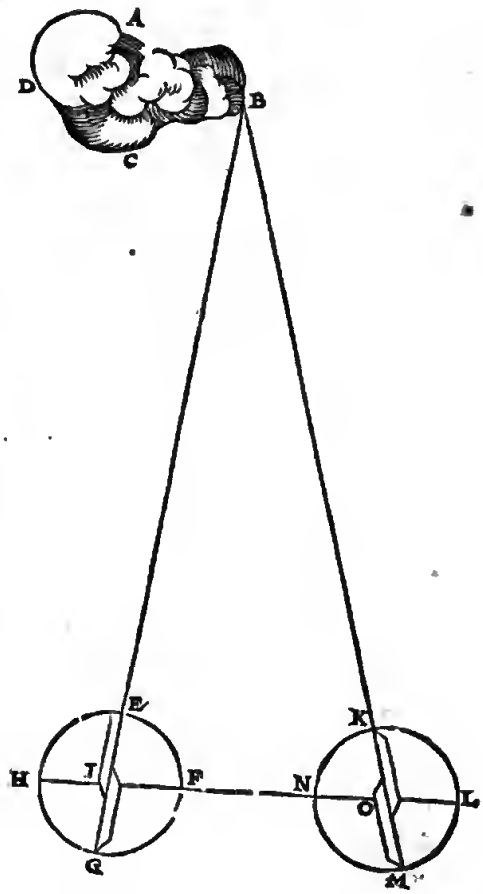
3. Exemple ſans ſoleil.

Le donné. Soit A B C D un nuage de la meſme qualité que devant, aſſavoir de figure convenable, ſeparé des autres, & de mouvement fort lent venant vers le zenith, ou s'eſloignant directement du zenith pour les raiſons ſuivantes.

Le requis. Il faut trouver ſa hauteur ſur le deſſus de la terre.

OPERATION.

On ſera à deux, comme en I, O, d'une diſtance ſuffiſante d'environ 100 ou 200 verges, & puis obſervant les angles en I & O, en ſorte que ce ſoit en meſme temps & vers un meſme poinct B, lequel ſoit en la ligne des zeniths, & auſſi I, O, à niveau, alors le triangle B O I aura trois termes cognus, aſſavoir les angles & la diſtance O, I, on trouvera par iceux les lignes B I, B O, & auſſi ſi on vent la perpendiculaire de B ſur O I, qui eſt la vraye hauteur.



ALB. GIRARD.

On voit pourquoy j'ay dit cy deſſus que B *ſoit dans la ligne des zeniths, combien que Stevin n'en parle point; car ainſi le plan du triangle ſera perpendiculaire ſur le niveau; que ſi le nuage eſtoit bien diſtant de telle ligne des zeniths, il faudroit prendre ſa hauteur par l'ayde de trois perſonnes, faiſant un triangle, & non une ligne droite.*

Fin de la hauteur des vapeurs.

QUATRIESME LIVRE DE LA GEOGRAPHIE.

De l'Hiſtiodromie, ou cours des Navires.

ARGUMENT DE L'HISTIODROMIE.

L'Hydrographie eſt une des cauſes principales qui a meu SON EXCELLENCE *à s'exercer aux Mathematiques, & ce d'autant plus que beaucoup s'addonnans à rechercher des inventions concernantes la Navigation venoyent quant & quant à en parler à* SON EXCELLENCE, *comme Admiral pour en juger: Tellement qu'il a viſité tout ce qui eſt de plus ſubtil & neceſſaire en ceſte matiere, comme j'eſtime. Or de ceſte Hydrographie nous en avons compris une partie en ce quatrieme livre traitant de l'Hiſtiodromie; en apres ſuivront le Trouve-port, & un traité du flux & reflux de la mer, d'autant que nous y avons quelque choſe de particulier; touchant le reſte de l'Hydrographie, les traitez des meilleurs Autheurs luy ſuffiſoyent, ſans en faire icy autre mention.*

Apres 5 definitions ſuivront 11 propoſitions, dont les deux premieres ſont des cours droits, & les autres des cours obliques: puis finalement y ſera adjoint une Appendice des cours obliques, ou des Rombs.

DEFINITION I.

COurs, ne ſont rien autre choſe que les traces & lignes qui ſont deſcrites par les navires.

Quand un navire va de l'Ooſt vers le Weſt, la ligne imaginaire par où il a paſſé s'appelle en general *Cours*, mais particulierement Cours d'Ooſt-en-Weſt, & ainſi des autres.

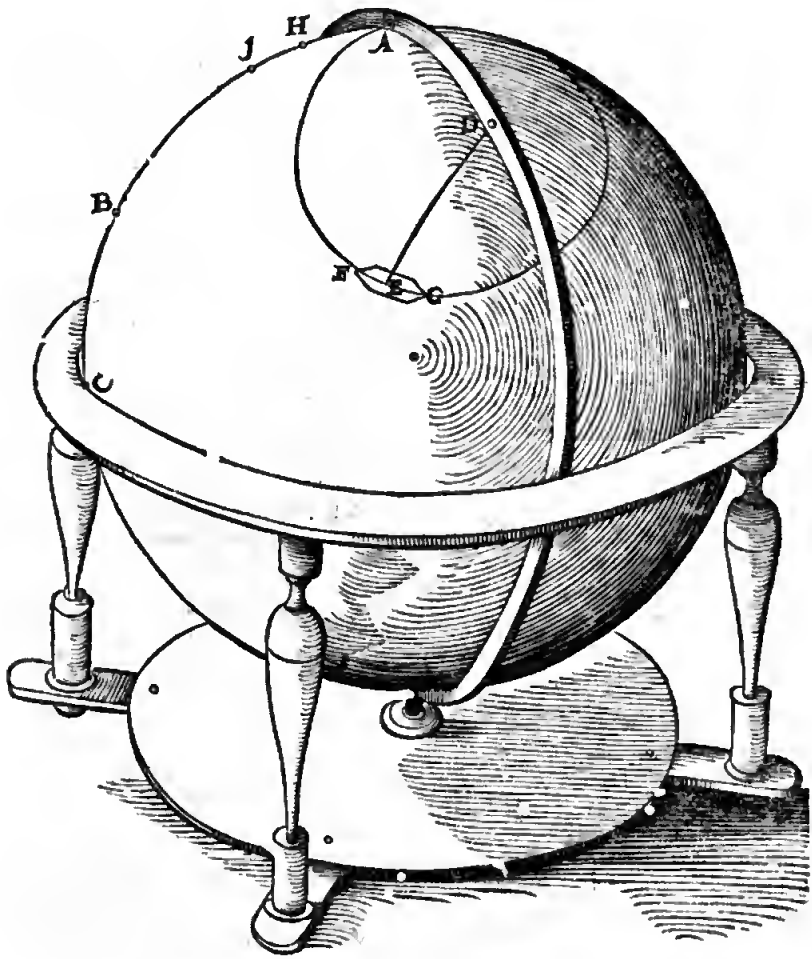
DEFI-

DEFINITION II.

COurs droit, eſt l'arc deſcrit ſur le globe terreſtre, le plus court entre deux poincts.

Soit A B C la terre, ſur laquelle ſoit mené entre les poincts A, B, l'arc A B, lequel ſoit le plus court entre iceux, alors l'arc A B ſera un arc majeur : & de tels on en marque 32 en la bouſſole, leſquels ſont produits par imagination juſques en l'horizon, & ſont appellés les 32 vents ou cours. *(Voyez leurs noms à la fin de ce traité.)*

Touchant ce que quelqu'un pourroit dire qu'un arc majeur n'eſt pas droit, comme en effect il n'eſt pas, il eſt ainſi appellé, pource qu'il ne ſe deſtourne ny à droit, ny à gauche, comme font les cours obliques, dont la definition ſuit.



DEFINITION III.

ROmb, ou cours oblique, eſt une ligne qui fait touſiours des meſmes angles à tous les meridiens, & n'eſt ny l'equateur, ny un meridien.

Soit à la figure de la deuxieſme definition, D le pole de la terre, & E un navire, lequel de A eſt venu en E, tellement que l'arc E D mené du pole ſur la carine du navire F E G, a fait touſiours un angle egal à F E D; ce qui advient ainſi lors que le navire tient touſiours un meſme cours de la bouſſole, ſuppoſé que la fleur de lis monſtraſt touſiours le vray Nort. Et alors la ligne, ou arc A F E, que le navire a fait, s'appelle Romb, ou Cours oblique. Que ſi l'angle F E D eſt droit, le navire aura touſiours allé vers l'Orient, ou vers l'Occident, & l'arc A F E ſera partie du cercle mineur : ainſi que s'il pourſuivoit de meſme il reviendroit où il auroit commencé, achevant le cercle. D'ou l'on peut conclurre que le droit cours oriental A B, & l'oblique A E different de beaucoup : car poſé que C ſoit le vray poinct d'Orient de ceux qui ſont en A (lequel ſera l'interſection de l'horizon & l'equinoctial terreſtre) & A ſoit le poinct vertical ou zenith de la poſition oblique du globe terreſtre, comme en la figure, alors A B C ſera un arc de cercle majeur; Soit A B egal à l'arc A F E, & prenant qu'un navire navige le long de A B C, il ira touſiours vers l'Orient au jugement de ceux qui ſont en A, (s'ils ne le perdoyent pas de veuë) mais non pas au jugement de ceux qui ſeront dans le navire meſme, leſquels trouveront que la difference croiſt de plus en plus, voire ſi grande, que prenant le poinct A eſtre en la latitude de 50 degrez, le pilote arrivant environ C, ſe trouvera naviger auſſi environ les 50 degrez d'Orient vers midy : *(Car notez que venant en C, qui eſt en l'equinoctial ; il le croiſera faiſant un angle d'autant de degrez qu'eſt la latitude du poinct* A.) Derechef, combien que B ſoit droit Orient de A, toutesfois un navire navigant de A inceſſamment vers l'Orient, au juge-

jugement de ceux qui ſont dedans, il n'arrivera pas en B, mais bien loing de là en E: Prenant, comme il a eſté dit, que A B & A F E ſoyent arcs egaux.

Remarquez auſſi, que combien que B ſoit oriental de A, toutesfois A n'eſt pas occidental de B; ce qui differe beaucoup és grands arcs. Par exemple que A ſoit de 45 degrez de latitude, & allant vers l'orient directement 90 degrez de voyage, il arrivera à C; alors C ne trouvera pas que A ſoit à ſon occident, mais d'autant plus ſeptentrional qu'emporte la latitude de A, c'eſt 45 degrez d'occident vers le nort, qu'on appelle Nortvveſt. Tellement qu'eſtant en A pour aller en C, il faut commencer directement vers l'Ooſt, mais eſtant en C pour rebrouſſer le chemin, il faut commencer directement vers le Nordvveſt, ſi on veut aller le droit chemin: & ſi A euſt eſté en la latitude de 57 degrez, la difference euſt auſſi eſté (pour rebrouſſer chemin) de 57 degrez, c'eſt plus que 5 Rombs communs.

Et tant plus on navige pres le pole, d'autant plus y a-il de difference, au faict de grands voyages, ce qui eſt tres-neceſſaire d'eſtre ſceu de ceux qui vont faire de recerche par là, autrement ils ſe trouveront bien loing de leur but.

Juſqu'icy a eſté parlé des Cours d'orient & d'occident, qui ſont touſiours cercles, mais les autres cours ſont des ſpirales, (excepté les meridiens & l'equateur) deſquels la figure & qualité ſera deduite és propoſitions ſuivantes.

Definition IV.

Premier Romb, eſt celuy qui à chacun quart de l'horizon eſt prochain du meridien: les autres ſuivans ſont dits eſtre ſecond, troiſieme, &c. juſques au huictieſme qui eſt le dernier, & ou l'equinoctial, ou un de ſes parallels.

Comme au quart de l'horizon du Nord, vers l'Ooſt, le Romb pres le meridien (qui eſt le nord là) eſt le premier Romb appellé Nord à l'ooſt, le ſecond Romb Nord-nord-ooſt, le tiers Romb Nord-ooſt à nord, & ainſi conſecutivement juſqu'au huictieſme Romb, qui eſt l'Ooſt, touſiours cercle, ou l'equateur, ou un parallel à iceluy, de meſme des autres trois quartiers de l'horizon.

La raiſon pourquoy les cours obliques, outre ce qu'ils ont leurs noms des vents, ſont encot appellez premiers, ſeconds, &c. eſt pource que les 8 d'un quartier ſont ſemblables aux 8 d'un autre, tellement qu'il y en a touſiours 4 ſemblables premiers Rombs, comme Nord ten ooſten, Nord ten vveſten, Zud ten ooſten, Zud ten vveſten, & ainſi 4 ſemblables Rombs ſeconds, &c.

De ſorte que ſi l'on vouloit parlet dn premier Romb, par le nom des vens, il en faudtoit nommer 4 comme deſſus.

Definition V.

Angle de poſition d'nu lieu, eſt un angle fait du meridien, & de la ligne qui paſſe par ledit lieu, ayant ſon ſommet où ſe fait l'obſervation.

Alb. Girard.

Comme en la figure de la premiere propoſition ſuivante A pole, F le lieu de l'obſervateur, alors A F E eſt angle de poſition de E. Stevin ne met ceſte definition, neantmoins elle eſt neceſſaire pour entendre les choſes ſuivantes.

S'ENSUIVENT LES Propositions.

Ainſi comme Son Excellence en la lecture de la *Coſmographie de Pierre Appian & Gemma Friſon*, eſtoit parvenu au chap. 13 de la premiere partie: & en apres au 7 chap. au livre de la maniere de faire la deſcription des lieux; là où il y avoit comment par le moyen des nombres on pouvoit recognoiſtre l'angle de poſition, c'eſt à dire de quel coſté & Romb, nn lieu eſtoit au regard de l'antre; il paſſa ces choſes ſans les lire, pour deux raiſons: l'une que le fondement, duquel l'opetation eſtoit tirée n'y eſtoit pas; & l'autre, qu'il ne s'eſtoit pas encor exercé en la Trigonometrie. Ce qu'ayant fait puis apres, & ſe reſſouvenant de ce qu'il avoit obmis és chapitres mentionnez, il les a voulu revoir, & à meſme fin vouln operer par d'antres manieres, faites par la cognoiſſance des cauſes; & ce non ſeulement touchant l'invention de l'angle de poſition, mais auſſi de tous les termes incognus, & neceſſaires à la propoſition ſuivante.

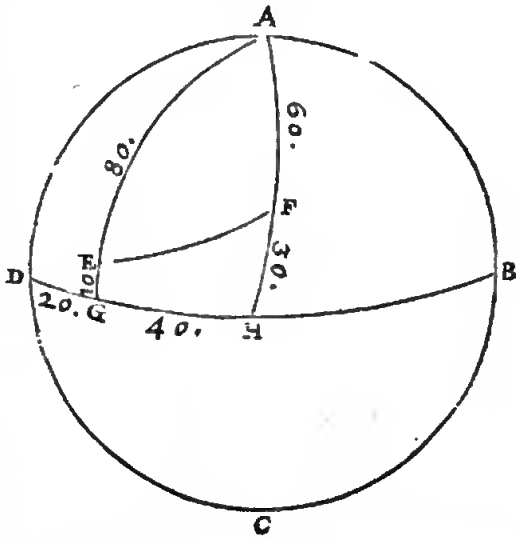
Proposition I.

Etans donnez trois termes de deux lieux, aſſavoir trois termes des 6 ſuivans: comme,

I. *Angle de poſition direct du premier lieu, au ſecond.*
II. *Angle de poſition direct du ſecond lieu, au premier.*
III. *Difference des longitudes.*
IV. *Latitude du premier lieu.*
V. *Latitude du ſecond lieu.*
VI. *Diſtance des deux lieux.*

Trouver les trois autres termes.

Le donné. Soit A B C D le globe terreſtre, & B D l'equateur, & D commencement des longitudes, A pole, E premier lieu, F ſecond, E F arc de cercle majeur, comme diſtance: E G 10 degrez, & F H 30 degrez, les latitudes des deux lieux, dont les complemens ſeront A E 80, & A F 60 degrez, & G H la difference



des longitudes pour l'angle G A H, 40 degrez; tellement que des 6 termes, trois ſont donnez, aſſavoir E A, A F, complemens des latitudes, & l'angle E A F, difference des longitudes.

Le requis. Il faut trouver les trois autres termes incognus, comme l'angle de poſition direct du premier lieu,

lieu A E F, du ſecond lieu A F E, & la diſtance des lieux, c'eſt la grandeur de l'arc E F.

Notez que les 6 termes ſuſdits, ſont les 6 termes d'un triangle ſpherique, ou d'iceux on les peut inferer.

Conſtruction. Le triangle E A F a trois termes donnez, E A, A F, & l'angle E A F; par leſquels on trouvera les trois autres, ſelon la 40 propoſition des triangles ſpheriques; aſſavoir les angles de poſition A E F 55 deg. 51 ①, du Nort vers l'Orient, & A F E 109 deg. 44 ① du Nort par l'Occident vers le Zud: ou bien 19 deg. 44 ① d'Occident vers le Zud, & la diſtance E F 42 degr. 15 ①.

COROLLAIRE.

D'icy s'enſuit que trois termes donnez, on trouvera les trois autres; tellement qu'il ne ſera beſoing d'en faire une particuliere deſcription.

Concluſion. Eſtant donc donnez trois termes, &c.

PROPOSITION II.

Naviger à cours droit.

Apres que SON EXCELLENCE euſt entendu la navigation par rombs, comme on les verra cy apres, & comparant les cours droicts à iceux, comme plus courts, il luy a ſemblé bon que j'en eſcrive quelque choſe, puis que l'ordre meſme le requeroit, ſi on s'en vouloit ſervir, & ainſi j'en ay fait ces deux deſcriptions ſuivantes, l'une Mechanique, l'autre Mathematique.

1 *Exemple, Mechaniquement.*

Le donné. Soyent à la fig. de la 1 definition, A & B deux lieux ſur la terre, A où eſt le navire, & B où il doit naviger.

Le requis. On veut naviger à cours droict de A juſques à B.

Conſtruction. On marquera un arc de cercle majeur depuis A juſques à B, tel qu'il ſe puiſſe effacer, denotant le chemin que le navire doit tenir, puis A eſtant poſé au Zenith, poſant en apres le quadrant vertical (qui eſt ordinairement attaché au meridien du globe) ſur B, & monſtrant ſur l'horizon que B eſt (je pens) occidental de A directement. Ce qui monſtre qu'il faut commencer à faire voile vers l'occident, ce qu'on fera auſſi 3 ou 4 degrez, comme de A en H, & matquant le poinct H, on le fera venir au Zenith (en le poſant premierement ſous le meridien, & abbaiſſant le pole) puis adaptant le quadrant vertical ſur B, comme devant, je prens qu'il monſtre que B eſt 3 degrez d'Occident vers midy à l'eſgard de H; parquoy l'on prendra tel cours de nouveau 4 ou 5 degrez de long, & ſoit en I, d'où l'on procedera comme deſſus, & trouvera-on qu'il faudra encor changer de cours tirant plus vers le midy pour venir vers B, & faiſant touſiours ainſi juſques à ce qu'on y ſoit parvenu, on aura fait le cours A B droit; car combien que de A en H on ayt fait un cours oblique, neantmoins tant plus on prend tels arcs, comme A H, H I fort petits, & tant plus pres du droit ſera le cours entier, ce qui ne peut alors beaucoup differer, combien qu'au lieu de A H, arc de cercle majeur, on ayt navigé une partie du cercle mineur, avançant trop d'Occident vers le Nort; & que H I ſoit partie d'une ſpirale, avançant pareillement trop de l'Occident vers le Nort, qui fait que la faute tournera de ce coſté là.

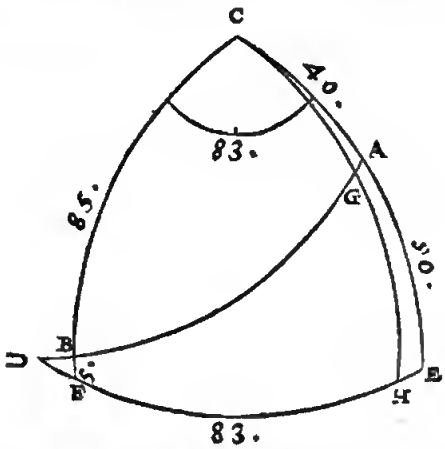
On fait bien quelque preuve; car eſtant en H, on verra ſi la latitude du lieu où l'on eſt, s'accorde avec celle de H, ce qu'eſtant ainſi ce ſera ſigne qu'on a bien acheminé le tout, ce qui s'en enſuit, ſi on a bien conjecturé.

COROLLAIRE.

Si la navigation ſe fait ſur l'equateur, c'eſt une choſe notoire qu'il faut touſiours diriger le navire vers l'Orient ou l'Occident; & ſur le Meridien, vers le Nord ou le Zud.

2 *Exemple, Mathematiquement.*

Le donné. Soyent A & B deux lieux ſur la terre, C pole, F E l'equateur, B F latitude de B, 5 degrez, A E 50 deg. latitude de A, & iceux produits ſe rencontreront



au pole C, ainſi que B C, C A ſeront les complemens des latitudes, & F E 83 deg. difference des longitudes, pour l'angle B C A.

Le requis. On veut faire un cours droit de A juſques en B, par voye Mathematique, aſſavoir par le moyen des triangles ſpheriques.

1 *Preparation.*

Je tire A B arc de cercle majeur, le produiſant juſques à l'equateur en D.

1 *Partie de l'operation.*

En triangle B C A, lequel a trois termes cognus, BC, CA, & l'angle BC A 83 deg. par leſquels on trouvera les 3 termes incognus, ſelon la 40 prop. des triangles ſpheriques, comme C A B 92 deg. 8 ① angle de poſition directe, & d'autant faut-il s'eſloigner du Nort par l'Occident vers le Zud, c'eſt à dire 87 deg. 52 ① de Zud vers V Veſt, ce qu'on fera auſſi environ 4 degrez de long, comme de A en G; & touchant les autres deux termes, l'angle C B A 39 deg. 45 ①, & A B la diſtance requiſe 81 deg. 41 ①.

2 *Preparation.*

D'autant que les triangles rectangles ſont plus faciles, il ſeroit bon de calculer D B F, lequel ayant trois termes cognus, l'angle D B F egal à C B A 39 deg. 45 ① F droit, & B F 5 deg. par l'hypotheſe; alors cerchant l'angle D, qui ſe trouvera 50 deg. 26 ①, & D B 6 deg. 27 ①, leſquels adjouſtez à B A 81, 41 ① viendra D A 88 deg. 8 ①.

2 *Partie de l'operation.*

Pour cognoiſtre quel cours on prendra de G vers B; je mene de C par G juſques à l'equateur E F, l'arc C G H, cõme meridien; puis par le moyen du triangle rectangle D G H, lequel a 3 termes cognus le coſté D G 84 deg. 8 ① (ayant fait A G 4 deg.) l'angle D 50, 26 ①, & H droit, on cognoiſtra l'angle D G H 87, 45 ①, par la 34 prop.

des triangles ſpheriques, pour le cours requis qui eſt 7 ① plus Meridional que tantoſt en A ; & touſiours ainſi juſques à B.

Notez premierement, que combien que les 7 ① cy deſſus, ſoit une difference ſi petite, qu'elle ne puiſſe eſtre pratiquée avec un navire, toutefois on entend par là qu'on peut faire un plus grand arc, que n'eſt A G 4 deg. mais ſi on en euſt pris une plus grande, ainſi que la difference euſt eſté plus remarquable, meſme qu'on en euſt peu practiquer de moindre, c'euſt eſté un argument manifeſte d'avoir pris A G trop grand pour la calculation. D'avantage il faut ſçavoir qu'en arcs egaux, y a plus grande difference vers B, que non pas plus loing d'iceluy; car venant ptes B, on doit prendre le cours ſeulement 39, 45 ① de Zud vers Weſt (d'autant que l'angle D B F eſt autant) lequel eſt 48, 7 ① plus meridional, que non pas en A, car l'angle B A E eſtoit 87, 52 ①.

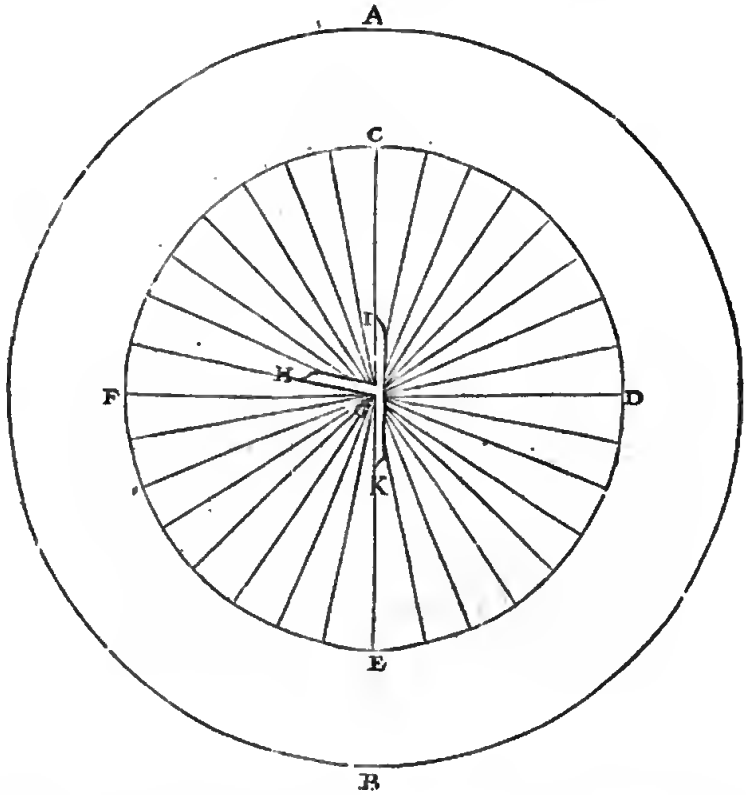
Notez ſecondement que ſi on requerroit d'avoir la latitude de G, pour eſprouver ſi le navire, & le calcul s'accordent, il ne fraudroit que chercher G H, qui eſt la vraye latitude de G.

Concluſion. Nous avons donc navigé directement, ſelon le requis.

Proposition III.

Marquer les rombs Mechaniquement.

Ceux qui font les Globes terreſtres, uſent de divers moyens pour tracer les Rombs, un chacun ſelon la maniere qu'il eſtime la meilleure. Nous en declarerons icy une, non pas pour la ſuivre, mais pource qu'elle explique d'autant mieux le fondement de ce qu'on requiert, & qui doit eſtre mieux fait par apres. Soit A B un Globe, ſur lequel ſoit un cercle mineur C D E F, dont G ſoit le centre, iceluy cercle diviſé en 32 parties

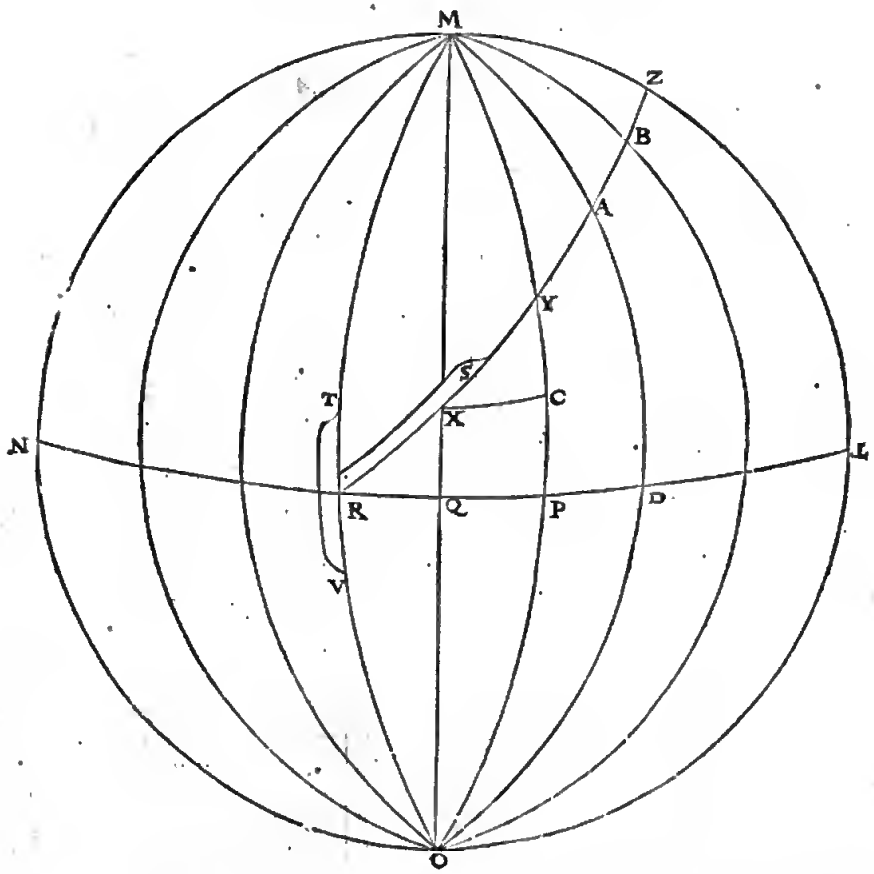


egales par des arcs paſſans par G, qui denotent les 32 vents communs, & ſoit C Nort, B Zud; FGD de Weſt vers l'Oſt, & fais un angle oblique de cuivre, comme H G I K, qui convienne ſur la ſuperfice du Globe, & ainſi des autres rombs; tellement qu'on en fera 7 de tels, pour les rombs d'entre F C; puis ayant achevé, on prend un autre Globe de meſme grandeur, comme L M N O, dont L N l'equateur, M pole arctique, O l'antarctique, puis marquant des meridiens M R O, M Q O, M P O, &c. de degrez en degrez, on vient à marquer les rombs deſſus, poſant un angle de cuivre ſuſdit ſur les meridiens. Par exemple on requiert le romb de Nordooſt, je prens l'angle de cuivre qui a eſté fait tel qu'a eſté dit R S T V, poſant T V ſur l'un des meridiens M R O, & ſe ſut l'equateur marquant une ligne au long de R S, juſques au meridien prochain, juſques à X: remettant donc l'angle de cuivre ſur M Q O, au poinct X, comme on a fait ſur R, & marqué X Y, puis Y A, &c. & ainſi tant qu'on voudra de degré en degré, voire juſques à venir aſſez pres du pole; or ces lignes ſpirales ne peuvent jamais parvenir dans le pole & ſe peuvent produire infiniment de part & d'autre à l'entour des poles, à parler de telle ſpitale Mathematiquement, mais mechaniquement un pole viſible peut eſtre atteint.

D'icy ſe peut appercevoir comment on pourra faire les autres rombs, voire en commençant où l'on voudra en lieu quelconque ſur le Globe.

Concluſion. Nous avons donc marqué Mechaniquement les rombs, ſelon le requis.

De



De l'incertitude de la precedente deſcription.

Veu que par la pluralité des poſitions de l'angle de cuivre, il y a des defauts; il y a auſſi de l'incertitude, ſi la choſe eſt bien ou non, & de combien eſt la faute; mais nous l'avons deſcrit, pource que ceſte maniere declare ſuffiſamment la maniere d'y proceder par nombres, afin d'avoir le tout un peu mieux reglé, comme s'enſuit.

Proposition IV.

Faire une Table des Rombs.

Le ſommaire de ceſte propoſition eſt que nous devons trouver par nombres, de quelle longueur ſont les arcs (de la fig. precedente) QX, PY, & autres de meſme; car tels nombres eſtant cognus, & les poincts X, Y, A, B, Z, marquez, puis conduiſant une ligne de poinct en poinct, on aura le Romb requis; or la maniere de trouver tels arcs pourroit eſtre comme s'enſuit.

PREMIERE FAÇON DES TABLES DES ROMBS.

Soit R Z encor le quatrieſme Romb, on veut trouver les arcs QX, PY: à ceſte fin, dis-je, que le triangle X Q R a trois termes cognus X R Q 45 degrez, X Q R droit, le coſté R Q 1 degré: ſoit cerché Q X, par la 36 prop. ſera trouvée de 59 ①, 59 ②, puis pour avoir P Y, je mene l'arc X C parallele à Q P, alors P C ſera auſſi 59 ① 59 ②, comme Q X: ainſi donc que du triangle Y C X on doit avoir C Y, pour l'adjouſter à P C, afin d'avoir P Y: lequel a auſſi 3 termes cognus, l'angle Y X C 45 deg. l'angle Y C X droit, & le coſté X C 59 ① 58 ② autant fait-il par les Tables communes, qui ſeront auſſi icy: parquoy cerchant C Y, ſera trouvée de 59 ① 57 ②, leſquels adjouſtez à P C 59 ① 59 ②, viendra pour P Y 1 deg. 59 ① 56 ②, & ainſi des autres.

SECONDE FACON DES TABLES DES ROMBS.

Veu que la maniere precedente ſeroit plus longue que le loiſir que je pourrois avoir, je me ſerviray en ſa place d'une autre jà faite par *Edvvart VVright*; & combien qu'elles ayent quelques imperfections, dequoy ſera parlé en l'Appendice, toutefois elles pourront ſervir à la declaration de noſtre deſſein.

Pour la conſtruction des tables des rombs, on doit premierement faire une table de la ſomme des ſecantes, de 10 ① à 10 ①, ou moins, comme s'enſuit:

Secante de 10 ① fait	10000042.
A laquelle adjouſtée la ſecante de 20 ①, 10000168, fait	10000210.
A laquelle ſomme adjouſtée la ſecante de 30 ①, 10000381, fait	30000591.

Et ainſi conſecutivement, puis ayant achevé, on coupera 5 lettres en queüe, & ſera une table comme s'enſuit.

ALB. GIRARD.

De ces Tables-cy le docte Snellius *en a fait, avec d'autres, au livre intitulé* Tiphys Batavus, *en l'an* 1624. *& vont de minute en minute juſques à 70 degrez.*

deg	′	secant.	deg	′	secant.	deg	′	secant.	deg	′	secant.	deg	′	secant.	deg	′	secant.
0	10	100	10	10	6132	20	10	12358	30	10	18999	40	10	26358	50	10	34902
0	20	200	10	20	6234	20	20	12464	30	20	19115	40	20	26489	50	20	35058
0	30	300	10	30	6335	20	30	12571	30	30	19233	40	30	26621	50	30	35215
0	40	400	10	40	6437	20	40	12678	30	40	19347	40	40	26752	50	40	35373
0	50	500	10	50	6539	20	50	12785	30	50	19464	40	50	26884	50	50	35531
1	0	600	11	0	6641	21	0	12892	31	0	19580	41	0	27017	51	0	35690
1	10	700	11	10	6743	21	10	12999	31	10	19697	41	10	27149	51	10	35849
1	20	800	11	20	6845	21	20	13106	31	20	19814	41	20	27282	51	20	36009
1	30	900	11	30	6947	21	30	13213	31	30	19931	41	30	27416	51	30	36169
1	40	1000	11	40	7049	21	40	13321	31	40	20048	41	40	27549	51	40	36330
1	50	1100	11	50	7151	21	50	13429	31	50	20166	41	50	27683	51	50	36491
2	0	1200	12	0	7253	22	0	13537	32	0	20284	42	0	27818	52	0	36654
2	10	1300	12	10	7353	22	10	13645	32	10	20402	42	10	27954	52	10	36816
2	10	1400	12	20	7458	22	20	13733	32	20	20520	42	20	28088	52	20	36980
2	30	1500	12	30	7560	22	30	13861	32	30	20639	42	30	28223	52	30	37144
2	30	1601	12	40	7662	22	40	13969	32	40	20757	42	40	28359	52	40	37308
2	50	1701	12	50	7765	22	50	14078	32	50	20876	42	50	28495	52	50	37473
3	0	1801	13	0	7868	23	0	14186	33	0	20995	43	0	28632	53	0	37639
3	0	1901	13	10	7970	23	10	14295	33	10	21115	43	10	28769	53	10	37806
3	20	2001	13	20	8073	23	20	14404	33	20	21234	43	20	28906	53	20	37973
3	30	2102	13	30	8176	23	30	14513	33	30	21354	43	30	29044	53	30	38141
3	40	2201	13	40	8279	23	40	14622	33	40	21474	43	40	29182	53	40	38309
3	50	2302	13	50	8382	23	50	14731	33	50	21594	43	50	29320	53	50	38478
4	0	2402	14	0	8485	24	0	14840	34	0	21713	44	0	29459	54	0	38648
4	10	2502	14	10	8588	24	10	14950	34	10	21836	44	10	29598	54	10	38819
4	20	2602	14	20	8691	24	20	15060	34	20	21957	44	20	29738	54	20	38990
4	30	2703	14	30	8794	24	30	15170	34	30	22078	44	30	29878	54	30	39162
4	40	2803	14	40	8897	24	40	15280	34	40	22199	44	40	30018	54	40	39334
4	50	2903	14	50	9001	24	50	15390	34	50	22321	44	50	30159	54	50	39508
5	0	3004	15	0	9104	25	0	15500	35	0	22443	45	0	30300	55	0	39682
5	10	31	15	10	9208	25	10	15610	35	10	22565	45	10	30442	55	10	39857
5	20	3205	15	20	9312	25	20	15721	35	20	22688	45	20	30584	55	20	40032
5	30	3305	15	30	9415	25	30	15832	35	30	22811	45	30	30726	55	30	40208
5	40	3401	15	40	9119	25	40	15942	35	40	22934	45	40	30869	55	40	40385
5	30	3506	15	50	9623	25	50	16053	35	50	23057	45	50	31013	55	50	40563
6	0	3606	16	0	9727	26	0	16165	36	0	23180	46	0	31156	56	0	40741
6	10	3707	16	10	9831	26	10	16276	36	10	23304	46	10	31301	56	10	40921
6	20	3808	16	20	9935	26	20	16388	36	20	23428	46	20	31445	56	20	41101
6	30	3908	16	30	10039	26	30	16499	36	30	23552	46	30	31590	56	30	41282
6	40	4009	16	40	10144	26	40	16611	36	40	23677	46	40	31736	56	40	41463
6	50	4110	16	50	10248	26	50	16723	36	50	23802	46	50	31882	56	50	41646
7	0	4210	17	0	10353	27	0	16835	37	0	23927	47	0	32018	57	0	41829
7	10	4311	17	10	10457	27	10	16947	37	10	24052	47	10	32175	57	10	42013
7	20	4412	17	20	10562	27	20	17060	37	20	24178	47	20	32322	57	20	42198
7	30	4513	17	30	10667	27	30	17173	37	30	24304	47	30	32470	57	30	42384
7	40	4614	17	40	10772	27	40	17285	37	40	24430	47	40	32618	57	40	42570
7	50	4715	17	50	10877	27	50	17398	37	50	24556	47	50	32767	57	50	42758
8	0	4815	18	0	10982	28	0	17512	38	0	24683	48	0	32916	58	0	42946
8	10	4916	18	10	11087	28	10	17625	38	10	24810	48	10	33066	58	10	43135
8	20	5018	18	20	11192	28	20	17738	38	20	24938	48	20	33216	58	20	43323
8	30	5119	18	30	11298	28	30	17852	38	30	25065	48	30	33367	58	30	43516
8	40	5220	18	40	11403	28	40	17966	38	40	25193	48	40	33518	58	40	43708
8	50	5321	18	50	11509	28	50	18080	38	50	25321	48	50	33670	58	50	43902
9	0	5422	19	0	11615	29	0	18194	39	0	25450	49	0	33822	59	0	44095
9	10	5523	19	10	11720	29	10	18309	39	10	25579	49	10	33975	59	10	44289
9	20	5625	19	20	11826	29	20	18423	39	20	25708	49	20	34128	59	20	44485
9	30	5726	19	30	11932	29	30	18538	39	30	25837	49	30	34282	59	30	44681
9	40	5827	19	40	12038	29	40	18653	39	40	25967	49	40	34436	59	40	44879
9	50	5929	19	50	12145	29	50	18768	39	50	26097	49	50	34591	59	50	45078
10	0	6030	20	0	12251	30	0	18884	40	0	26228	50	0	34746	60	0	45177

Digitized by Google

deg	①	secant.	deg	①	secant.	deg	①	secant.
60	10	45478	70	10	59960	80	10	84354
60	20	45679	70	20	60257	80	20	84945
60	30	45882	70	30	60555	80	30	85546
60	40	46085	70	40	60856	80	40	86158
60	50	46290	70	50	61159	80	50	86781
61	0	46496	71	0	61465	81	0	87415
61	10	46703	71	10	61774	81	10	88061
61	20	46911	71	20	62085	81	20	88719
61	30	47120	71	30	62399	81	30	89389
61	40	47330	71	40	62716	81	40	90073
61	50	47541	71	50	63035	81	50	90771
62	0	47754	72	0	63357	82	0	91483
62	10	47967	71	10	63682	82	10	92210
62	20	48182	72	20	64011	82	20	92952
62	30	48398	72	30	64342	82	30	93711
62	40	48616	72	40	64676	82	40	94486
62	50	48834	72	50	65014	82	50	95280
63	0	49054	73	0	65354	83	0	96091
63	10	49275	73	10	65698	83	10	96923
63	20	49497	73	20	66045	83	10	97775
63	30	49720	73	30	66396	83	30	98648
63	40	49945	73	40	66750	83	40	99544
63	50	50171	73	50	67107	83	50	100464
64	0	50399	74	0	67468	84	0	101409
64	10	50628	74	10	67833	84	10	102380
64	20	50858	74	20	68202	84	20	103380
64	30	51090	74	30	68574	84	30	104409
64	40	51323	74	40	68950	84	40	105471
64	50	51557	74	50	69331	84	50	106565
65	0	51793	75	0	69715	85	0	107696
65	10	52030	75	10	70104	85	10	108865
65	20	52269	75	20	70497	85	20	110075
65	30	52510	75	30	70894	85	30	111328
65	40	52752	75	40	71296	85	40	112630
65	50	52995	75	50	71703	85	50	113982
66	0	53241	76	0	72114	86	0	115389
66	10	53487	76	10	72530	86	10	116856
66	20	53736	76	20	71951	86	20	118389
66	30	53986	76	30	73377	86	30	119993
66	40	54237	76	40	73808	86	40	121675
66	50	54491	76	50	74245	86	50	123444
67	0	54746	77	0	74687	87	0	125209
67	10	55003	77	10	75134	87	10	127180
67	20	55262	77	20	75588	87	20	129272
67	30	55522	77	30	76047	87	30	131498
67	40	55784	77	40	76512	87	40	133879
67	50	56049	77	50	76984	87	50	136437
68	0	56315	78	0	77462	88	0	139200
68	10	56583	78	10	77947	88	10	142205
68	20	56853	78	20	78438	88	20	145497
68	30	57124	78	30	78937	88	30	149139
68	40	57398	78	40	79442	88	40	153213
68	50	57674	78	50	79953	88	50	157834
69	0	57953	79	0	80476	89	0	163176
69	10	58233	79	10	81004	89	10	169501
69	20	58515	79	20	81541	89	20	177259
69	30	58800	79	30	82085	89	30	187284
69	40	59086	79	40	82639	89	40	201513
69	50	59375	79	50	83201	89	50	226223
70	0	59667	80	0	83773	90	0	000000

Ceſte preparation de table des ſecantes ſommées, eſtant faite, nous viendrons à la conſtruction des tables des rombs, & ſoit à la figure precedente R Z le premier romb, ainſi que l'angle X R Q du triangle X R Q ſoit 78 deg. 45 ①; or pour trouver l'arc Q X, je prens que le triangle X R Q ſoit plat, pour ſa petiteſſe, & trouve iceluy avoir trois termes cognus, X Q R droit, X R Q 78, 45 ①, & le coſté Q R 1 degré, par leſquels on trouvera que Q X eſt 5 deg. 1 ①, lequel je mets à la table des rombs, au premier alendroit de 1 degré de longitude dans la colomne de latitude. Maintenant pour trouver les latitudes de ceſte table par quelque briefveté, je cerche dans la ſomme des tables des ſecantes, quel nombre eſt alendroit des ſuſdits 5 deg. 1 ①, & trouve 3014, car les 5 degrez ont 3004, auquel adjouſté 10 pour la partie proportionnelle de 1 ① viendra 3014, lequel me ſervira communement pour trouver les nombres de P Y, D A, & autres ſemblables: ainſi, A 3014 adjouſté encor 3014, vient 6028, qui dans les tables des ſommes des ſecantes eſt alendroit de 10 deg. qu'il faut mettre dans la table ſuivante du premier romb, dans les latitudes alendroit de la longitude de 2 degrez, comme pour P Y. De meſme à 6028 j'adjouſte 3014, vient 9042, qui ſe rapporte dans la table precedente à 14 deg. 54 ①, lequel il faut poſer à la table ſuivante joignant les 3 degr. de longitude, comme pour D A. Et ainſi des autres rombs.

Aux ſuſdites longitudes & latitudes des rombs j'y ay adjoinct les diſtances, pour les arcs R X, R Y, R A, &c. afin que ſans Globe terreſtre, ou carte plane, on puiſſe par les nombres reſpondre & reſoudre ce qui concerne les rombs, comme on verra és propoſitions ſuivantes; on trouve R X au triangle X Q R comme plat, de 5 deg. 6 ① 54 ②, qu'il faut mettre joignant la latitude alendroit de 1 degr. de longitude; on trouvera R Y ainſi comme la precedente ligne R X, car au triangle rectangle X C Y comme plat, l'angle X Y C eſt le nombre du premier romb, aſſavoir de 78 deg. 45 ① & le coſté C Y 4 deg. 59 ①, comme on peut inferer de la table ſuivante; car oſtant P C 5, 1 ① (egale à Q X) de P Y 10 deg. reſtera pour C Y, comme dit eſt: donc on trouvera X Y 5, 12 ① 54 ② qu'il faut adjouſter avec R X 5, 6 ① 54 ② viendra pour R Y 10 deg. 19 ① 48 ②, lequel je mets dans la colomne des diſtances alendroit des 2 degrez de longitude dans la table du premier romb, & ainſi de R A, & tout le reſte, combien qu'elles ne ſoyent és tables, à cauſe du peu de loiſir, & de l'impetfection deſdites tables.

PREMIER ROMB.

long. deg.	latit. deg. ⑪	distance deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance deg. ①
1	5 1	5 7	31	82 27		61	89 27		91	87 31		121	89 17		152	89 48	
2	10 0	10 2	31	83 5		62	89 29		92	87 37		122	89 19		154	89 49	
3	14 54		33	83 39		63	89 32		93	87 43		123	89 21		156	89 49	
4	19 42		34	84 11		64	89 34		94	87 48		124	89 21		158	89 50	
5	24 22		35	84 40		65	89 36		95	87 54		125	89 24		160	89 51	
6	28 51		36	85 7		66	89 38		96	87 59		126	89 25		162	89 52	
7	33 10		37	85 32		67	89 40		97	88 4		127	89 27		164	89 52	
8	37 16		38	85 54		68	89 41		98	88 9		128	89 28		166	89 53	
9	41 9		39	86 15		69	89 43		99	88 13		129	89 29		168	89 53	
10	44 50		40	86 33		70	89 44		100	88 18		130	89 30		170	89 54	
11	48 17		41	86 51		71	89 46		101	88 22		131	89 32		172	89 54	
12	51 31		42	87 7		72	89 47		102	88 26		132	89 33		174	89 55	
13	54 32		43	87 21		73	89 48		103	88 30		133	89 34		176	89 55	
14	57 21		44	87 35		74	89 49		104	88 33		134	89 35		178	89 55	
15	59 58		45	87 47		75	89 50		105	88 37		135	89 36		180	89 56	
16	62 23		46	87 58		76	89 51		106	88 40		136	89 37		183	89 56	
17	64 38		47	88 8		79	89 52		107	88 44		137	89 38		186	89 56	
18	66 42		48	88 17		81	89 53		108	88 47		138	89 39		189	89 57	
19	68 36		49	88 26		83	89 54		109	88 50		139	89 39		192	89 57	
20	70 22		50	88 34		85	89 55		110	88 52		140	89 40		195	89 57	
21	71 59		51	88 41		87	89 56		111	88 55		141	89 41		198	89 57	
22	73 29		52	88 47		90	89 56		112	88 58		142	89 42		201	89 58	
23	74 51		53	88 53		93	89 57		113	89 0		143	89 42		204	89 58	
24	76 6		54	88 59		96	89 58		114	89 3		144	89 43		207	89 58	
25	77 16		55	89 4		99	89 58		115	89 5		145	89 44		210	89 58	
26	78 19		56	89 9		102	89 59		116	89 7		146	89 44		213	89 58	
27	79 18		57	89 13		105	89 58		117	89 9		147	89 45		216	89 58	
28	80 11		58	89 17		108	89 59		118	89 12		148	89 46		219	89 58	
29	81 0		59	89 20		111	89 59		119	89 14		149	89 46		222	89 58	
30	81 46		60	89 24		114	89 59		120	89 15		150	89 47		225	89 59	

DEUXIESME ROMB.

1	2 24		31	59 41		61	81 14		1	1 29		31	42 1		61	67 1	
2	4 49		32	60 53		62	81 36		2	2 59		32	43 7		62	67 35	
3	7 13		33	62 2		63	81 56		3	4 29		33	44 12		63	68 9	
4	9 36		34	63 8		64	82 16		4	5 58		34	45 16		64	68 42	
5	11 58		35	64 13		65	82 35		5	7 27		35	46 18		65	69 14	
6	14 20		36	65 14		66	82 54		6	8 56		36	47 20		66	69 46	
7	16 39		37	66 14		67	83 11		7	10 25		37	48 20		67	70 16	
8	18 57		38	67 11		68	83 28		8	11 53		38	49 17		68	70 46	
9	21 13		39	68 6		69	83 44		9	13 20		39	50 17		69	71 15	
10	23 27		40	68 59		70	83 59		10	14 47		40	51 14		70	71 44	
11	25 49		41	69 50		71	84 14		11	16 14		41	52 10		71	72 12	
12	27 48		42	70 39		72	84 28		12	17 40		42	53 4		72	72 30	
13	29 51		43	71 26		73	84 42		13	19 5		43	53 57		73	73 5	
14	31 59		44	72 11		74	84 55		14	20 30		44	54 50		74	73 31	
15	34 1		45	72 55		75	85 8		15	21 53		45	55 41		75	73 56	
16	35 59		46	73 36		76	85 20		16	23 16		46	56 31		76	74 21	
17	37 55		47	74 16		77	85 31		17	43 38		47	57 20		77	74 45	
18	39 48		48	74 55		78	85 42		18	25 59		48	58 8		78	75 8	
19	41 37		49	75 32		79	85 53		19	27 20		49	58 51		79	75 31	
20	43 24		50	76 7		80	86 3		20	28 39		50	59 40		80	75 53	
21	45 8		51	76 41		81	86 13		21	29 57		51	60 25		81	76 14	
22	46 49		52	77 14		82	86 22		22	31 14		52	61 9		82	76 35	
23	48 26		53	77 45		83	86 31		23	32 31		53	61 52		83	76 56	
24	50 1		54	78 15		84	86 40		24	33 46		54	62 34		84	77 16	
25	51 31		55	78 44		85	86 48		25	35 0		55	63 15		85	77 36	
26	53 1		56	79 12		86	86 56		26	36 13		56	63 53		86	77 55	
27	54 27		57	79 38		87	87 4		27	37 25		57	64 34		87	78 13	
28	55 49		58	80 4		88	87 11		28	38 36		58	65 12		88	78 31	
29	57 9		59	80 28		89	87 18		29	39 45		59	65 49		89	78 49	
30	58 26		60	80 52		90	87 25		30	40 55		60	66 23		90	79 6	

TROISIESME ROMB.

Digitized by Google

long. deg.	latit. deg. ⑴	distance. deg. ⑴	long. deg.	latit. deg. ⑴	distance. deg. ⑴	long. deg.	latit. deg. ⑴	distance. deg. ⑴	long. deg.	latit. deg. ⑴	distance. deg. ⑴	long. deg.	latit. deg. ⑴	distance. deg. ⑴	long. deg.	latit. deg. ⑴	distance. deg. ⑴
91	79 23		151	87 46		212	89 31		1	0 59	1 25	61	51 56		121	76 11	
92	79 39		152	87 50		214	89 33		2	1 59	2 50	62	52 33		122	76 25	
93	79 55		153	87 53		216	89 35		3	2 59	4 15	63	53 8		123	76 39	
94	80 10		154	87 56		218	89 36		4	3 59	5 39	64	53 45		124	76 53	
95	80 26		155	87 59		220	89 37		5	4 59	7 4	65	54 20		125	77 7	
96	80 40		156	88 3		222	89 38		6	5 59	8 29	66	54 55		126	77 20	
97	80 55		157	88 6		124	89 39		7	6 58	9 53	67	55 29		127	77 33	
98	81 9		158	88 8		226	89 40		8	7 58	11 17	68	56 3		128	77 46	
99	81 22		159	88 11		228	89 41		9	8 57	12 41	69	56 36		129	77 58	
100	81 35		160	88 14		230	89 42		10	9 56	14 4	70	57 9		130	78 11	
101	81 48		161	88 17		232	89 43		11	10 53	15 28	71	57 41		131	78 23	
101	82 1		162	88 19		234	89 44		12	11 54	16 51	72	58 13		132	78 35	
103	82 13		163	88 22		236	89 45		13	12 53	18 15	73	58 44		133	78 46	
104	82 25		164	88 24		238	89 45		14	13 51	19 37	74	59 15		134	78 58	
101	82 37		165	88 27		240	89 46		15	14 49	20 59	75	59 46		135	79 9	
106	82 48		166	88 29		242	89 47		16	15 47	22 21	76	60 16		136	79 21	
107	82 59		167	88 32		244	89 47		17	16 45	23 43	77	60 45		137	79 32	
108	83 10		168	88 34		246	89 48		18	17 42	25 3	78	61 14		138	79 42	
109	83 21		169	88 36		248	89 48		19	18 39	26 24	79	61 43		139	79 53	
110	83 31		170	88 38		250	89 49		20	19 36	27 44	80	62 11		140	80 3	
111	83 41		171	88 40		252	89 50		21	20 32	29 4	81	62 39		141	80 14	
112	83 51		172	88 42		254	89 50		22	21 28	30 23	82	63 6		142	80 24	
113	84 0		173	88 44		256	89 50		23	22 24	31 42	83	63 33		143	80 34	
114	84 9		174	88 46		258	89 51		24	23 19	33 0	84	64 0		144	80 43	
115	84 18		175	88 48		260	89 51		25	24 14	34 18	85	64 26		145	80 53	
116	84 27		176	88 50		262	89 52		26	25 9	35 35	86	64 51		146	81 2	
117	84 36		177	88 52		264	89 52		27	26 3	36 51	87	65 17		147	81 12	
118	84 44		178	88 53		266	89 52		28	26 56	38 7	88	65 41		148	81 21	
119	84 52		179	88 55		268	89 53		29	27 50	39 23	89	66 6		149	81 30	
120	85 0		180	88 57		270	89 53		30	28 42	40 37	90	66 30		150	81 38	
121	85 8		181	88 58		273	89 54		31	29 35		91	66 55		151	81 47	
121	85 15		182	89 0		276	89 54		32	30 27		92	67 17		152	81 56	
123	85 23		183	89 1		279	89 54		33	31 18		93	67 40		153	82 4	
124	85 30		184	89 3		282	89 55		34	32 9		94	68 3		154	82 12	
125	85 37		185	89 4		285	89 55		35	35 0		95	68 25		155	82 20	
126	85 43		186	89 6		288	89 55		36	33 50		96	68 47		156	82 28	
127	85 50		187	89 7		291	89 56		37	34 40		97	69 8		157	82 36	
128	85 56		188	89 9		194	89 56		38	35 29		98	69 30		158	82 43	
129	86 1		189	89 10		297	89 56		39	36 17		99	69 50		159	82 51	
130	86 9		190	89 11		300	89 56		40	37 5		100	70 11		160	82 58	
131	86 15		191	89 12		303	89 57		41	37 53		101	70 31		161	83 6	
132	86 20		192	89 14		306	89 57		41	38 40		102	70 51		162	83 13	
133	86 26		193	89 15		309	89 57		43	39 27		103	71 10		163	83 20	
134	86 32		194	89 16		312	89 57		44	40 13		104	71 30		164	83 27	
235	86 37		195	89 17		315	89 57		45	40 58		105	71 48		165	83 33	
136	86 42		196	89 18		318	89 57		46	41 43		106	72 7		166	83 40	
137	86 47		197	89 19		321	89 57		47	42 28		107	72 25		167	83 47	
138	86 52		198	89 20		324	89 58		48	43 17		108	72 43		168	83 53	
139	86 57		199	89 21		327	89 58		49	43 38		109	73 1		169	83 59	
140	87 2		200	89 22		330	89 58		50	44 21		110	73 18		170	84 6	
141	87 7		201	89 23		333	89 58		51	45 21		111	73 35		171	84 12	
142	87 11		202	89 24		336	89 58		52	46 3		112	73 52		172	84 18	
143	87 15		203	89 25		339	89 58		53	46 44		113	74 9		173	84 24	
144	87 20		204	89 26		342	89 58		54	47 25		114	74 25		174	84 29	
145	87 24		205	89 27		345	89 58		55	48 5		115	74 41		175	84 35	
146	87 28		206	89 27		348	89 58		56	48 45		116	74 57		176	84 41	
147	87 32		107	89 28		351	89 58		57	49 24		117	75 12		177	84 46	
148	87 35		208	89 29		354	89 58		58	50 3		118	75 27		178	84 52	
149	87 39		109	89 30		357	89 58		59	50 41		119	75 41		179	84 57	
150	87 43		110	89 31		360	89 59		60	51 49		120	75 57		180	85 2	

long. deg.	latit. deg. ′	distance deg. ′	long. deg.	latit. deg. ′	distance deg. ′	long. deg.	latit. deg. ′	distance deg. ′	long. deg.	latit. deg. ′	distance deg. ′	long. deg.	latit. deg. ′	distance deg. ′	long. deg.	latit. deg. ′	distance deg. ′
181	85 7		241	88 17		302	89 24		1	0 40		61	37 42		121	62 33	
182	85 12		242	88 19		304	89 25		2	1 20		62	38 23		122	62 53	
183	85 17		243	88 20		306	89 26		3	2 0		63	38 44		123	63 11	
184	85 22		244	88 22		308	89 27		4	2 40		64	39 16		124	63 29	
185	85 27		245	88 24		310	89 28		5	3 20		65	39 47		125	63 47	
186	85 32		246	88 25		312	89 29		6	4 0		66	40 17		126	64 5	
187	85 36		247	88 27		314	89 30		7	4 40		67	40 48		127	64 22	
188	85 41		248	88 29		316	89 31		8	5 20		68	41 18		128	64 39	
189	85 45		249	88 30		318	89 32		9	6 0		69	41 48		129	64 56	
190	85 50		250	88 32		120	89 33		10	6 40		70	42 18		130	65 13	
191	85 54		251	88 33		321	89 34		11	7 19		71	42 57		131	65 30	
192	85 58		252	88 35		324	89 35		12	7 59		72	43 17		132	65 46	
193	86 2		253	88 36		326	89 36		13	8 39		73	43 46		133	66 3	
194	86 6		254	88 38		328	89 37		14	9 18		74	44 14		134	66 19	
195	86 10		255	88 39		330	89 37		15	9 58		75	44 43		135	66 35	
196	86 14		256	88 40		331	89 18		16	10 37		76	45 11		136	66 51	
197	86 18		257	88 42		334	89 39		17	11 17		77	45 40		137	67 6	
198	86 22		258	88 43		136	89 40		18	11 56		78	46 7		138	67 22	
199	86 26		259	88 44		338	89 40		19	12 35		79	46 35		139	67 37	
200	86 30		260	88 46		340	89 41		20	13 14		80	47 3		140	67 52	
201	86 33		261	88 47		342	89 41		21	13 53		81	47 30		141	68 7	
202	86 37		262	88 48		344	89 42		22	14 32		82	47 57		142	68 22	
203	86 40		263	88 49		346	89 43		23	15 11		83	48 23		143	68 37	
204	86 44		264	88 51		348	89 43		24	15 49		84	48 50		144	68 52	
205	86 47		265	88 52		350	89 44		25	16 28		85	49 16		145	69 6	
206	86 50		266	88 53		352	89 44		26	17 6		86	49 42		146	69 20	
207	86 54		267	88 54		354	89 45		27	17 45		87	50 8		147	69 34	
208	86 57		268	88 55		356	89 45		28	18 23		88	50 34		148	69 48	
209	87 0		269	88 56		358	89 46		29	19 1		89	50 59		149	70 2	
210	87 4		270	88 57		360	89 46		30	19 38		90	51 24		150	70 15	
211	87 7		271	88 58		6	89 47		31	20 16		91	51 49		151	70 29	
212	87 10		272	89 0		12	89 49		32	20 54		92	52 14		152	70 42	
213	87 13		273	89 1		18	89 50		33	21 31		93	52 38		153	70 55	
214	87 15		274	89 2		[illegible]	51		34	22 8		94	53 2		154	71 8	
215	87 18		275	89 3		30	89 51		35	22 45		95	53 26		155	71 21	
216	87 21		276	89 4		36	89 52		36	23 22		96	53 50		156	71 34	
217	87 24		277	89 5		42	89 53		37	23 59		97	54 14		157	71 47	
218	87 26		278	89 5		48	89 53		38	24 35		98	54 37		158	71 59	
219	87 29		279	89 6		54	89 54		39	25 12		99	55 0		159	72 12	
220	87 32		280	89 7		60	89 55		40	25 48		100	55 23		160	72 24	
221	87 34		281	89 8		66	89 55		41	26 24		101	55 45		161	72 36	
222	87 37		282	89 9		72	89 55		42	27 0		102	56 8		162	72 48	
223	87 39		283	89 10		78	89 56		43	27 35		103	56 30		163	72 59	
224	87 42		284	89 11		84	89 56		44	28 11		104	56 52		164	73 11	
225	87 44		285	89 12		90	89 56		45	28 46		105	57 14		165	73 22	
226	87 46		286	89 12		96	89 57		46	29 21		106	57 36		166	73 34	
227	87 49		287	89 13		102	89 57		47	29 56		107	57 57		167	73 45	
228	87 51		288	89 14		108	89 57		48	30 31		108	58 18		168	73 56	
229	87 53		289	89 15		114	89 57		49	31 5		109	58 39		169	74 7	
230	87 55		290	89 16		120	89 57		50	31 39		110	59 0		170	74 18	
231	87 57		291	89 16		126	89 58		51	32 13		111	59 20		171	74 29	
232	88 0		292	89 17		132	89 58		52	32 47		112	59 41		172	74 40	
233	88 2		293	89 18		138	89 58		53	33 21		113	60 1		173	74 50	
234	88 4		294	89 19		144	89 58		54	33 54		114	60 21		174	75 1	
235	88 6		295	89 19		150	89 58		55	34 27		115	60 40		175	75 21	
236	88 8		296	89 20		156	89 58		56	35 0		116	61 0		176	75 21	
237	88 9		297	89 21		162	89 58		57	35 33		117	61 19		177	75 31	
238	88 11		298	89 21		168	89 58		58	36 5		118	61 38		178	75 41	
239	88 13		299	89 22		174	89 58		59	36 38		119	61 57		179	75 51	
240	88 15		300	89 23		180	89 59		60	37 10		120	62 16		180	76 1	

Digitized by Google

long. deg.	latit. deg. (1)	distance deg. (1)	long. deg.	latit. deg. (1)	distance deg. (1)	long. deg.	latit. deg. (1)	distance deg. (1)	long. deg.	latit. deg. (1)	distance deg. (1)	long. deg.	latit. deg. (1)	distance deg. (1)	long. deg.	latit. deg. (1)	distance deg. (1)
181	76 10		241	83 6		301	86 34		1	88 17		61	89 8		121	89 42	
182	76 20		242	83 11		302	86 36		2	88 18		62	89 9		160	89 43	
183	76 29		243	83 15		303	86 38		3	88 20		63	89 10		165	89 44	
184	76 39		244	83 20		304	86 41		4	88 21		64	89 10		170	89 45	
185	76 48		245	83 25		305	86 43		5	88 22		65	89 11		175	89 46	
186	76 57		246	83 29		306	86 45		6	88 23		66	89 11		180	89 46	
187	77 6		247	83 34		307	86 47		7	88 24		67	89 11		185	89 47	
188	77 15		248	83 38		308	86 50		8	88 25		68	89 12		190	89 48	
189	77 24		249	83 43		309	86 52		9	88 26		69	89 13		195	89 48	
190	77 32		250	83 47		310	86 55		10	88 27		70	89 13		200	89 49	
191	77 41		251	83 51		311	86 57		11	88 28		71	89 14		205	89 50	
192	77 49		252	84 56		312	86 59		12	88 29		71	89 15		210	89 50	
193	77 58		253	84 0		313	87 1		13	88 31		73	89 15		215	89 51	
194	78 6		254	84 4		314	87 3		14	88 32		74	89 16		120	89 51	
195	78 14		255	84 8		315	87 5		15	88 33		75	89 16		225	89 52	
196	78 22		256	84 11		316	87 7		16	88 34		76	89 17		230	89 52	
197	78 30		257	84 16		317	87 9		17	88 35		77	89 17		235	89 51	
198	78 38		258	84 10		318	87 11		18	88 36		78	89 18		240	89 53	
199	78 46		259	84 24		319	87 13		19	88 37		79	89 18		245	89 51	
200	78 54		260	84 28		320	87 15		20	88 37		80	89 18		150	89 53	
201	79 2		261	84 32		321	87 17		21	88 38		81	89 19		255	89 54	
202	79 9		262	84 35		322	87 19		22	88 39		82	89 19		260	89 54	
203	79 17		263	84 39		323	87 21		23	88 40		83	89 20		165	89 54	
204	79 24		164	84 43		314	87 22		24	88 41		84	89 20		270	89 55	
205	79 31		265	84 47		125	87 24		25	88 41		85	89 21		275	89 55	
206	79 39		266	84 50		326	87 26		26	88 42		86	89 21		280	89 55	
207	79 46		167	84 54		327	87 28		27	88 44		87	89 22		285	89 55	
208	79 53		268	84 57		328	87 29		28	88 45		88	89 22		190	89 55	
209	80 0		269	85 1		329	87 31		29	88 46		89	89 23		295	89 56	
210	80 7		170	85 4		330	87 33		30	88 46		90	89 23		300	89 56	
211	80 14		271	85 8		331	87 35		31	88 47		92	89 24		310	89 56	
212	80 20		272	85 11		132	87 36		32	88 48		94	89 25		320	89 57	
213	80 27		273	85 14		333	87 38		33	88 49		96	89 25		330	89 57	
214	80 34		274	85 18		334	87 40		34	88 50		98	89 26		340	89 57	
215	80 40		275	85 21		335	87 41		35	88 51		100	89 27		350	89 57	
216	80 47		276	85 24		136	87 43		36	88 51		101	89 28		360	89 57	
217	80 53		277	85 27		337	87 44		37	88 52		104	89 28		10	89 58	
218	80 59		278	85 30		338	87 46		38	88 53		106	89 29		20	89 58	
219	81 5		279	85 34		339	87 47		39	88 54		108	89 30		30	89 58	
220	81 12		280	85 37		340	87 49		40	88 54		110	89 30		40	89 58	
221	81 18		281	85 40		341	87 51		41	88 55		112	89 31		50	89 58	
222	81 24		282	85 43		342	87 52		41	88 56		114	89 31		60	89 58	
223	81 30		283	85 46		343	87 55		43	88 57		116	89 32		70	89 58	
224	81 36		284	85 49		144	87 53		44	88 57		118	89 33		80	89 58	
225	81 41		285	85 52		345	87 56		45	88 58		120	89 34		90	89 59	
226	81 47		286	85 54		346	87 58		46	88 59		122	89 34		100	89 59	
227	81 53		287	85 57		347	87 59		47	88 59		124	89 35		110	89 59	
228	81 58		288	86 0		348	88 1		48	89 0		126	89 35		120	89 59	
229	82 4		289	86 3		349	88 2		49	89 1		128	89 36		130	89 59	
230	82 9		290	86 6		350	88 3		50	89 2		130	89 36		140	89 59	
231	82 15		291	86 8		351	88 5		51	89 2		132	89 37		150	89 59	
232	82 20		292	86 11		352	88 6		52	89 3		134	89 37		160	89 59	
233	82 26		293	86 14		353	88 7		53	89 4		136	89 38		170	89 59	
234	82 31		294	86 16		354	88 9		54	89 4		138	89 38		180	89 59	
235	82 36		295	86 19		351	88 10		55	89 5		140	89 39		190	89 59	
236	82 41		196	86 21		356	88 11		56	89 5		142	89 39		200	89 59	
237	82 46		297	86 24		357	88 12		57	89 6		144	89 40		110	89 59	
238	82 51		298	86 26		358	88 14		58	89 7		146	89 40		120	89 59	
239	82 56		299	86 29		359	88 15		59	89 7		148	89 41		230	89 59	
240	83 1		300	86 31		360	88 16		60	89 8		150	89 41		240	89 59	

Digitized by Google

long. deg.	latit. deg. ①	distance deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance deg. ②
1	0 24		61	24 29		121	44 43		181	59 45		241	70 7		301	77 2	
2	0 49		62	24 51		122	45 1		182	59 57		242	70 16		302	77 8	
3	1 14		63	25 14		123	45 18		183	60 10		243	70 24		303	77 13	
4	1 39		64	25 36		124	45 36		184	60 22		244	70 32		304	77 19	
5	2 4		65	25 59		125	45 53		185	60 34		245	70 41		305	77 24	
6	2 29		66	26 21		126	46 10		186	60 46		246	70 49		306	77 30	
7	2 53		67	26 43		127	46 28		187	60 58		247	70 57		307	77 35	
8	3 18		68	27 5		128	46 45		188	61 10		248	71 5		308	77 40	
9	3 43		69	27 27		129	47 2		189	61 22		249	71 13		309	77 46	
10	4 8		70	27 49		130	47 19		190	61 34		250	71 21		310	77 51	
11	4 33		71	28 11		131	47 35		191	61 46		251	71 29		311	77 56	
12	4 57		72	28 33		132	47 52		192	61 58		252	71 37		312	78 1	
13	5 22		73	28 55		133	48 9		193	62 9		253	71 45		313	78 6	
14	5 47		74	29 17		134	48 25		194	62 21		254	71 52		314	78 11	
15	6 12		75	29 38		135	48 42		195	62 32		255	72 0		315	78 16	
16	6 36		76	30 0		136	48 58		196	62 44		256	72 8		316	78 21	
17	7 1		77	30 21		137	49 14		197	62 55		257	72 15		317	78 26	
18	7 26		78	30 43		138	49 30		198	63 7		258	72 23		318	78 31	
19	7 50		79	31 4		139	49 47		199	63 18		259	72 30		319	78 36	
20	8 15		80	31 25		140	50 3		200	63 29		260	72 38		320	78 41	
21	8 39		81	31 46		141	50 18		201	63 40		261	72 45		321	78 46	
22	9 4		82	32 8		142	50 34		202	63 51		262	72 52		322	78 51	
23	9 29		83	32 29		143	50 50		203	64 2		263	73 0		323	78 56	
24	9 53		84	32 50		144	51 6		204	64 13		264	73 7		324	79 0	
25	10 17		85	33 10		145	51 21		205	64 23		265	73 14		325	79 5	
26	10 42		86	33 31		146	51 37		206	64 34		266	73 21		326	79 10	
27	11 6		87	33 52		147	51 52		207	64 45		267	73 28		327	79 14	
28	11 31		88	34 12		148	52 7		208	64 55		268	73 35		328	79 19	
29	11 55		89	34 33		149	52 23		209	65 6		269	73 42		329	79 24	
30	12 19		90	34 53		150	52 38		210	65 16		270	73 49		330	79 28	
31	12 44		91	35 14		151	52 53		211	65 27		271	73 56		331	79 33	
32	13 8		92	35 34		152	53 8		212	65 37		272	74 3		332	79 37	
33	13 31		93	35 54		153	53 23		213	65 47		273	74 10		333	79 42	
34	13 56		94	36 14		154	53 37		214	65 57		274	74 17		334	79 46	
35	14 20		95	36 34		155	53 52		215	66 7		275	74 23		335	79 50	
36	14 44		96	36 54		156	54 7		216	66 17		276	74 30		336	79 55	
37	15 8		97	37 14		157	54 21		217	66 27		277	74 37		337	79 59	
38	15 32		98	37 34		158	54 36		218	66 37		278	74 43		338	80 3	
39	15 56		99	37 54		159	54 50		219	66 47		279	74 50		339	80 8	
40	16 20		100	38 13		160	55 4		220	66 57		280	74 56		340	80 12	
41	16 44		101	38 32		161	55 18		221	67 6		281	75 3		341	80 16	
42	17 8		102	38 52		162	55 33		222	67 16		282	75 9		342	80 20	
43	17 31		103	39 11		163	55 47		223	67 26		283	75 15		343	80 25	
44	17 55		104	39 30		164	56 0		224	67 35		284	75 22		344	80 29	
45	18 19		105	39 49		165	56 14		225	67 45		285	75 28		345	80 33	
46	18 42		106	40 8		166	56 28		226	67 54		286	75 34		346	80 37	
47	19 6		107	40 27		167	56 42		227	68 3		287	75 40		347	80 41	
48	19 29		108	40 46		168	56 55		228	68 13		288	75 46		348	80 45	
49	19 53		109	41 5		169	57 9		229	68 22		289	75 52		349	80 49	
50	20 16		110	41 24		170	57 22		230	68 31		290	75 59		350	80 53	
51	20 39		111	41 42		171	57 36		231	68 40		291	76 5		351	80 57	
52	21 2		112	42 1		172	57 49		232	68 49		292	76 10		352	81 1	
53	21 26		113	42 19		173	58 2		233	68 58		293	76 16		353	81 4	
54	21 49		114	42 38		174	58 15		234	69 7		294	76 22		354	81 8	
55	22 12		115	42 56		175	58 28		235	69 16		295	76 28		355	81 12	
56	22 35		116	43 14		176	58 41		236	69 24		296	76 34		356	81 16	
57	22 58		117	43 32		177	58 54		237	69 33		297	76 40		357	81 20	
58	23 20		118	43 50		178	59 7		238	69 42		298	76 45		358	81 23	
59	23 43		119	44 8		179	59 20		239	69 50		299	76 51		359	81 27	
60	24 6		120	44 26		180	59 32		240	69 59		300	76 57		360	81 31	

Digitized by Google

long. deg.	latit. deg. (i)	distanc. deg. (i)	long. deg.	latit deg. (i)	distance. deg. (i)	long deg.	latit. deg. (i)	distance. deg. (i)	long. deg.	latit. deg. (i)	distance. deg. (i)	long deg	latit. deg. (i)	distance. deg. (i)	long deg.	latit. deg. (i)	distanc deg. (i)
1	81 34		61	84 32		121	86 27		182	87 43		302	89 2		128	89 44	
2	81 38		62	84 34		122	86 28		184	87 45		304	89 3		136	89 45	
3	81 42		63	84 36		123	86 30		186	87 47		306	89 3		144	89 46	
4	81 45		64	84 39		124	86 31		188	87 49		308	89 4		152	89 46	
5	81 49		65	84 41		125	86 33		190	87 50		310	89 5		160	89 47	
6	81 52		66	84 43		126	86 34		192	87 52		312	89 6		168	89 48	
7	81 56		67	84 45		127	86 36		194	87 54		314	89 7		176	89 48	
8	81 59		68	84 48		128	86 37		196	87 56		316	89 7		184	89 49	
9	82 3		69	84 50		129	86 39		198	87 58		318	89 8		192	89 50	
10	82 6		70	84 52		130	86 40		200	87 59		320	89 9		200	89 50	
11	82 9		71	84 54		131	86 42		202	88 1		322	8 99		208	89 51	
12	82 13		72	84 57		132	86 43		204	88 3		324	89 10		216	89 51	
13	82 16		73	84 59		133	86 44		206	88 4		326	89 11		224	89 52	
14	82 19		74	85 1		134	86 46		208	88 6		328	89 12		232	89 52	
15	82 23		75	85 3		135	86 47		210	88 8		330	89 12		240	89 52	
16	82 26		76	85 5		136	86 49		212	88 9		332	89 13		248	89 53	
17	82 29		77	85 7		137	86 50		214	88 11		334	89 14		256	89 53	
18	82 33		78	85 9		138	86 51		216	88 12		336	89 14		264	89 53	
19	82 36		79	85 12		139	86 53		218	88 14		338	89 15		272	89 54	
20	82 39		80	85 14		140	86 55		220	88 16		340	89 16		280	89 54	
21	82 42		81	85 16		141	86 56		222	88 17		342	89 16		288	89 54	
22	82 45		82	85 18		142	86 57		224	88 18		344	89 17		296	89 55	
23	82 48		83	85 20		143	86 58		226	88 20		346	89 17		304	89 55	
24	82 51		84	85 22		144	87 0		228	88 21		348	89 18		312	89 55	
25	82 55		85	85 24		145	87 2		230	88 23		350	89 19		320	89 55	
26	82 58		86	85 26		146	87 2		232	88 24		352	89 19		328	89 56	
27	83 1		87	85 28		147	87 4		234	88 25		354	89 20		336	89 56	
28	83 4		88	85 30		148	87 5		236	88 27		356	89 20		344	89 56	
29	83 7		89	85 32		149	87 6		238	88 28		358	89 21		352	89 56	
30	83 10		90	85 33		150	87 7		240	88 29		360	89 21		360	89 56	
31	83 12		91	85 35		151	87 9		242	88 31		4	89 22		10	89 56	
32	83 15		92	85 37		152	87 10		244	88 32		8	89 23		20	89 57	
33	83 18		93	85 39		153	87 11		246	88 33		12	89 25		30	89 57	
34	83 21		94	85 41		154	87 12		248	88 34		16	89 26		40	89 57	
35	83 24		95	85 43		155	87 13		250	88 36		20	89 26		50	89 57	
36	83 27		96	85 45		156	87 15		252	88 37		24	89 27		60	89 57	
37	83 30		97	85 47		157	87 16		254	88 38		28	89 28		70	89 57	
38	83 32		98	85 48		158	87 17		256	88 39		32	89 29		80	89 57	
39	83 35		99	85 50		159	87 18		258	88 40		36	89 30		90	89 58	
40	83 38		100	85 52		160	87 19		260	88 41		40	89 31		100	89 58	
41	83 41		101	85 54		161	87 20		262	88 43		44	89 32		110	89 58	
42	83 43		102	85 56		162	87 21		264	88 44		48	89 32		120	89 58	
43	83 46		103	85 57		163	87 23		266	88 45		52	89 33		130	89 58	
44	83 49		104	85 59		164	87 24		268	88 46		56	89 34		140	89 58	
45	83 52		105	86 1		165	87 25		270	88 47		60	89 35		150	89 58	
46	83 54		106	86 2		166	87 26		272	88 49		64	89 35		160	89 58	
47	83 57		107	86 4		167	87 27		274	88 49		68	89 36		170	89 58	
48	83 59		108	86 6		168	87 28		276	88 50		72	89 37		180	89 58	
49	84 2		109	86 8		169	87 29		278	88 51		76	89 37		190	89 58	
50	84 5		110	86 9		170	87 30		280	88 52		80	89 38		200	89 58	
51	84 7		111	86 11		271	87 32		282	88 53		84	89 39		210	89 58	
52	84 10		112	86 12		172	87 33		284	88 54		88	89 39		220	89 58	
53	84 12		113	86 14		273	87 34		286	88 55		92	89 40		230	89 59	
54	84 15		114	86 16		174	87 35		288	88 56		96	89 40		240	89 59	
55	84 17		115	86 17		175	87 36		290	88 57		100	89 41		250	89 59	
56	84 20		116	86 19		176	87 37		292	88 58		104	89 41		260	89 59	
57	84 22		117	86 21		177	87 38		294	88 58		108	89 42		270	89 59	
58	84 24		118	86 22		178	87 39		296	88 59		112	89 42		280	89 59	
59	84 27		119	86 24		179	87 40		298	89 0		116	89 43		290	89 59	
60	84 29		120	86 25		180	87 41		300	89 1		120	89 43		300	89 59	

Digitized by Google

long. deg.	latit. deg. ☉	distance deg. ☉	long. deg.	latit. deg. ☉	distance deg. ☉	long. deg.	latit. deg. ☉	distance deg. ☉	long. deg.	latit. deg. ☉	distance deg. ☉	long. deg.	latit. deg. ☉	distance deg. ☉	long. deg.	latit. deg. ☉	distance deg. ☉
1	0 11		61	12 2		121	23 23		181	33 50		241	43 9		301	51 14	
2	0 23		62	12 14		122	23 34		182	34 0		242	43 18		302	51 22	
3	0 35		63	12 25		123	25 43		183	34 10		243	43 26		303	51 29	
4	0 47		64	12 37		124	23 56		184	34 20		244	43 35		304	51 37	
5	1 0		65	12 49		125	24 7		185	34 30		245	45 44		305	51 44	
6	1 12		66	13 0		126	24 18		186	34 39		246	43 52		306	51 51	
7	1 23		67	13 12		127	24 28		187	34 49		247	44 1		307	51 59	
8	1 35		68	13 24		128	24 30		188	34 59		248	44 9		308	52 6	
9	1 47		69	13 35		129	24 50		189	35 9		249	44 18		309	52 13	
10	1 59		70	13 47		130	23 2		190	35 19		250	44 27		310	52 21	
11	2 11		71	13 58		131	25 12		191	35 28		251	44 35		311	32 28	
12	2 23		72	14 10		132	23 22		192	35 38		252	44 44		312	52 35	
13	2 35		73	14 22		133	25 33		193	35 48		253	44 52		313	52 42	
14	2 47		74	14 35		134	25 44		194	35 57		254	45 0		314	52 50	
15	2 59		75	14 45		135	25 55		195	36 7		255	45 9		315	52 57	
16	3 11		76	14 56		136	26 3		196	36 27		256	45 17		316	53 4	
17	3 22		77	15 8		137	26 16		197	36 26		257	45 26		317	33 11	
18	3 34		78	15 19		138	26 27		198	36 36		258	43 34		318	13 18	
19	3 46		79	15 31		139	26 38		199	36 45		259	45 41		319	53 25	
20	3 58		80	15 42		140	16 48		200	36 55		260	45 51		320	53 32	
21	4 10		81	15 54		141	26 59		201	37 4		261	45 59		321	53 40	
22	4 22		82	16 5		142	27 9		202	47 14		262	46 7		322	53 47	
23	4 34		83	16 17		143	27 20		203	37 23		263	46 16		323	33 54	
24	4 46		84	16 28		144	27 31		204	37 33		264	46 24		324	54 1	
25	4 58		85	16 40		145	27 41		205	37 42		265	46 32		325	54 8	
26	3 9		86	16 51		146	27 32		206	37 52		266	46 40		326	54 13	
27	5 21		87	17 2		147	28 2		207	38 1		267	46 48		327	54 22	
28	5 33		88	17 14		148	28 13		208	38 11		268	46 57		328	54 29	
29	5 45		89	17 25		149	28 23		209	38 20		269	47 5		329	54 36	
30	5 57		90	17 37		150	28 34		210	38 29		270	47 13		330	54 42	
31	6 9		91	17 48		151	28 44		211	38 39		271	47 21		331	54 49	
32	6 21		92	17 59		152	28 55		212	38 48		272	47 29		332	54 56	
33	6 35		93	18 11		153	29 5		213	38 57		273	47 37		333	55 3	
34	6 44		94	18 22		154	29 16		214	39 7		274	47 45		334	55 10	
35	6 56		95	18 33		155	29 26		215	59 16		275	47 53		335	55 17	
36	7 8		96	18 44		156	29 36		216	39 23		276	48 2		336	55 23	
37	7 20		97	18 56		157	29 47		217	39 34		277	48 9		337	55 30	
38	7 32		98	19 7		158	29 57		218	39 43		278	48 27		338	55 37	
39	7 44		99	19 19		159	30 8		219	59 53		279	48 25		339	55 44	
40	7 55		100	19 30		160	30 18		220	40 2		280	48 33		340	55 50	
41	8 7		101	19 41		161	30 28		221	40 11		281	48 41		341	55 57	
42	8 19		102	19 52		162	30 38		222	40 20		282	48 49		342	56 4	
43	8 31		103	20 3		163	30 49		223	40 29		283	48 56		343	56 10	
44	8 43		104	20 15		164	30 59		224	40 38		284	49 4		344	56 17	
45	8 54		105	20 26		165	31 9		225	40 47		285	49 12		345	56 24	
46	9 6		106	20 37		166	31 19		226	40 56		286	49 20		346	56 30	
47	9 18		107	20 48		167	31 29		227	41 5		287	49 28		347	56 37	
48	9 30		108	20 59		168	31 40		228	41 14		288	49 35		348	56 43	
49	9 42		109	21 10		169	31 50		229	41 25		289	49 45		349	56 50	
50	9 53		110	21 22		170	32 0		230	41 32		290	49 51		350	56 56	
51	10 5		111	21 33		171	32 10		231	41 41		291	49 58		351	57 3	
52	10 17		112	21 44		172	32 20		232	41 50		292	50 6		352	57 9	
53	10 29		113	21 55		173	32 30		233	41 59		293	50 14		353	57 16	
54	10 40		114	22 6		174	32 40		234	42 8		294	50 21		354	57 22	
55	10 52		115	22 17		175	32 50		235	42 16		295	50 29		355	57 29	
56	11 4		116	22 28		176	33 0		236	42 25		296	50 37		356	57 35	
57	11 15		117	22 39		177	33 10		237	42 34		297	50 44		357	57 41	
58	11 27		118	22 50		178	33 20		238	42 43		298	50 32		358	57 48	
59	11 37		119	23 1		179	33 30		239	42 52		299	50 59		359	57 54	
60	11 50		120	23 12		180	33 40		240	43 0		300	51 7		360	58 1	

long. deg.	latit. deg. ′	distance deg. ′	long. deg.	latit. deg. ′	distance deg. ′	long. deg.	latit. deg. ′	distance deg. ′	long. deg.	latit. deg. ′	distance deg. ′	long. deg.	latit. deg. ′	distance deg. ′	long. deg.	latit. deg. ′	distance deg. ′
1	58 7		61	63 53		121	68 40		181	72 36		241	75 50		301	78 29	
2	58 13		62	63 58		122	68 44		182	72 40		242	75 53		302	78 31	
3	58 19		63	64 3		123	68 48		183	72 43		243	75 56		303	78 33	
4	58 26		64	64 8		124	68 53		184	72 47		244	75 59		304	78 36	
5	58 32		65	64 14		125	68 57		185	72 50		245	76 2		305	78 38	
6	58 38		66	64 19		126	69 1		186	72 54		246	76 5		306	78 40	
7	58 44		67	64 24		127	69 6		187	72 57		247	76 7		307	78 43	
8	58 50		68	64 29		128	69 10		188	73 1		248	76 10		308	78 45	
9	58 57		69	64 34		129	69 14		189	73 4		249	76 13		309	78 47	
10	59 3		70	64 39		130	69 18		190	73 8		250	76 16		310	78 50	
11	59 9		71	64 44		131	69 22		191	73 11		251	76 19		311	78 52	
12	59 15		72	64 50		132	69 27		192	73 15		252	76 22		312	78 54	
13	59 21		73	64 55		133	69 31		193	73 18		253	76 24		313	78 57	
14	59 27		74	65 0		134	69 35		194	73 22		254	76 27		314	78 59	
15	59 33		75	65 5		135	69 39		195	73 25		255	76 30		315	79 1	
16	59 39		76	65 10		136	69 43		196	73 28		256	76 33		316	79 3	
17	59 45		77	65 15		137	69 47		197	73 32		257	76 36		317	79 6	
18	59 51		78	65 20		138	69 52		198	73 35		258	76 38		318	79 8	
19	59 57		79	65 25		139	69 56		199	73 39		259	76 41		319	79 10	
20	60 3		80	65 30		140	70 0		200	73 42		260	76 44		320	79 12	
21	60 9		81	65 35		141	70 4		201	73 45		261	76 47		321	79 15	
22	60 15		82	65 39		142	70 8		202	73 49		262	76 49		322	79 17	
23	60 21		83	65 44		143	70 12		203	73 52		263	76 52		323	79 19	
24	60 27		84	65 49		144	70 16		204	73 55		264	76 55		324	79 21	
25	60 33		85	65 54		145	70 20		205	73 58		265	76 57		325	79 23	
26	60 39		86	65 59		146	70 24		206	74 2		266	77 0		326	79 26	
27	60 44		87	66 4		147	70 28		207	74 5		267	77 3		327	79 28	
28	60 50		88	66 9		148	70 32		208	74 8		268	77 5		328	79 30	
29	60 56		89	66 14		149	70 36		209	74 12		269	77 8		329	79 32	
30	61 2		90	66 18		150	70 40		210	74 15		270	77 11		330	79 34	
31	61 8		91	66 23		151	70 44		211	74 18		271	77 13		331	79 36	
32	61 13		92	66 28		152	70 48		212	74 21		272	77 16		332	79 39	
33	61 19		93	66 33		153	70 52		213	74 24		273	77 19		333	79 41	
34	61 25		94	66 37		154	70 56		214	74 28		274	77 21		334	79 43	
35	61 31		95	66 42		155	70 59		215	74 31		275	77 24		335	79 45	
36	61 36		96	66 47		156	71 3		216	74 34		276	77 26		336	79 47	
37	61 42		97	66 52		157	71 7		217	74 37		277	77 29		337	79 49	
38	61 48		98	66 56		158	71 11		218	74 40		278	77 32		338	79 51	
39	61 53		99	67 1		159	71 15		219	74 44		279	77 34		339	79 53	
40	61 59		100	67 5		160	71 19		220	74 47		280	77 37		340	79 55	
41	62 4		101	67 10		161	71 23		221	74 50		281	77 39		341	79 58	
42	62 10		102	67 15		162	71 26		222	74 53		282	77 42		342	80 0	
43	62 16		103	67 19		163	71 30		223	74 56		283	77 44		343	80 2	
44	62 21		104	67 24		164	71 34		224	74 59		284	77 47		344	80 4	
45	62 27		105	67 29		165	71 38		225	75 2		285	77 49		345	80 6	
46	62 32		106	67 33		166	71 41		226	75 5		286	77 52		346	80 8	
47	62 38		107	67 38		167	71 45		227	75 8		287	77 54		347	80 10	
48	62 43		108	67 42		168	71 49		228	75 11		288	77 57		348	80 12	
49	62 49		109	67 47		169	71 53		229	75 14		289	77 59		349	80 14	
50	62 54		110	67 51		170	71 56		230	75 17		290	78 2		350	80 16	
51	62 59		111	67 56		171	72 0		231	75 20		291	78 4		351	80 18	
52	63 5		112	68 0		172	72 4		232	75 23		292	78 7		352	80 20	
53	63 10		113	68 5		173	72 7		233	75 26		293	78 9		353	80 22	
54	63 16		114	68 9		174	72 11		234	75 29		294	78 12		354	80 24	
55	63 21		115	68 13		175	72 15		235	75 32		295	78 14		355	80 26	
56	63 26		116	68 18		176	72 18		236	75 35		296	78 17		356	80 28	
57	63 32		117	68 22		177	72 22		237	75 38		297	78 19		357	80 30	
58	63 37		118	68 27		178	72 25		238	75 41		298	78 21		358	80 32	
59	63 42		119	68 31		179	72 29		239	75 44		299	78 24		359	80 34	
60	63 47		120	68 35		180	72 33		240	75 47		300	78 26		360	80 36	

Digitized by Google

long. deg.	latit. deg. ′	distance deg. ′	long. deg.	latit. deg. ′	distance deg. ′	long. deg.	latit. deg. ′	distance deg. ′	long. deg.	latit. deg. ′	distance deg. ′	long. deg.	latit. deg. ′	distance deg. ′	long. deg.	latit. deg. ′	distance deg. ′
1	80 38		61	82 23		121	83 49		181	84 58		241	85 55		301	86 41	
2	80 40		62	82 25		122	83 50		182	84 59		242	85 55		302	86 41	
3	80 42		63	82 26		123	83 51		183	85 0		243	85 56		303	86 42	
4	80 44		64	82 28		124	83 51		184	85 1		244	85 57		304	86 43	
5	80 45		65	82 29		125	83 54		185	85 2		245	85 58		305	86 43	
6	80 47		66	82 31		126	83 55		186	85 3		246	85 59		306	86 44	
7	80 49		67	82 32		127	83 56		187	85 4		247	86 0		307	86 45	
8	80 51		68	82 34		128	83 57		188	85 5		248	86 0		308	86 45	
9	80 53		69	82 35		129	83 59		189	85 6		249	86 1		309	86 46	
10	80 55		70	82 37		130	84 0		190	85 7		250	86 2		310	86 47	
11	80 57		71	82 38		131	84 1		191	85 8		251	86 3		311	86 47	
12	80 59		72	82 40		132	84 2		192	85 9		252	86 4		312	86 48	
13	81 1		73	82 41		133	84 4		193	85 10		253	86 5		313	86 49	
14	81 2		74	82 43		134	84 5		194	85 21		254	86 5		314	86 49	
15	81 4		75	82 45		135	84 6		195	85 12		255	86 6		315	86 50	
16	81 6		76	82 46		136	84 7		196	85 13		256	86 7		316	86 51	
17	81 8		77	82 48		137	84 8		197	85 14		257	86 8		317	86 51	
18	81 10		78	82 49		138	84 10		198	85 15		258	86 9		318	86 52	
19	81 12		79	82 50		139	84 11		199	85 16		259	86 9		319	86 53	
20	81 13		80	82 52		140	84 12		200	85 17		260	86 10		320	86 54	
21	81 15		81	82 53		141	84 13		201	85 18		261	86 11		321	86 54	
22	81 17		82	82 55		142	84 15		202	85 19		262	86 12		322	86 55	
23	81 19		83	82 56		143	84 16		203	85 20		263	86 13		323	86 56	
24	81 21		84	82 58		144	84 17		204	85 21		264	86 13		324	86 56	
25	81 22		85	82 59		145	84 18		205	85 22		265	86 14		325	86 57	
26	81 24		86	83 1		146	84 19		206	85 23		266	86 15		326	86 58	
27	81 26		87	83 2		147	84 20		207	85 24		267	86 16		327	86 58	
28	81 28		88	83 4		148	84 22		208	85 25		268	86 16		328	86 59	
29	81 30		89	83 5		149	84 23		209	85 26		269	86 17		329	86 59	
30	81 31		90	83 6		150	84 24		210	85 27		270	86 18		330	87 0	
31	81 33		91	83 8		151	84 25		211	85 28		271	86 19		331	87 1	
32	81 33		92	83 9		152	84 26		212	85 29		272	86 20		332	87 1	
33	81 37		93	83 11		153	84 27		213	85 30		273	86 20		333	87 2	
34	81 38		94	83 12		154	84 29		214	85 31		274	86 21		334	87 3	
35	81 40		95	83 14		155	84 30		215	85 31		275	86 22		335	87 3	
36	81 42		96	83 15		156	84 31		216	85 32		276	86 23		336	87 4	
37	81 43		97	83 16		157	84 32		217	85 33		277	86 24		337	87 4	
38	81 45		98	83 18		158	84 33		218	85 34		278	86 24		338	87 5	
39	81 47		99	83 19		159	84 34		219	85 35		279	86 25		339	87 6	
40	81 49		100	83 21		160	84 35		220	85 36		280	86 26		340	87 6	
41	81 50		101	83 22		161	84 36		221	85 37		281	86 26		341	87 7	
42	81 52		102	83 23		162	84 38		222	85 38		282	86 27		342	87 7	
43	81 54		103	83 25		163	84 39		223	85 39		283	86 28		343	87 8	
44	81 55		104	83 26		164	84 40		224	85 40		284	86 28		344	87 9	
45	81 57		105	83 27		165	84 41		225	85 41		285	86 29		345	87 9	
46	81 59		106	83 29		166	84 42		226	85 42		286	86 30		346	87 10	
47	82 0		107	83 30		167	84 43		227	85 42		287	86 31		347	87 10	
48	82 2		108	83 31		168	84 44		228	85 43		288	86 31		348	87 11	
49	82 4		109	83 33		169	84 45		229	85 44		289	86 32		349	87 11	
50	82 5		110	83 34		170	84 46		230	85 45		290	86 33		350	87 12	
51	82 7		111	83 35		171	84 47		231	85 46		291	86 34		351	87 13	
52	82 8		112	83 37		172	84 49		232	85 47		292	86 34		352	87 13	
53	82 10		113	83 38		173	84 50		233	85 48		293	86 35		353	87 14	
54	82 12		114	83 39		174	84 51		234	85 49		294	86 36		354	87 14	
55	82 13		115	83 41		175	84 52		235	85 49		295	86 36		355	87 15	
56	82 15		116	83 42		176	84 53		236	85 50		296	86 37		356	87 15	
57	82 17		117	83 43		177	84 54		237	85 51		297	86 38		357	87 16	
58	82 18		118	83 45		178	84 55		238	85 52		298	86 38		358	87 17	
59	82 20		119	83 46		179	84 56		239	85 53		299	86 39		359	87 17	
60	82 21		120	83 47		180	84 57		240	85 54		300	86 40		360	87 18	

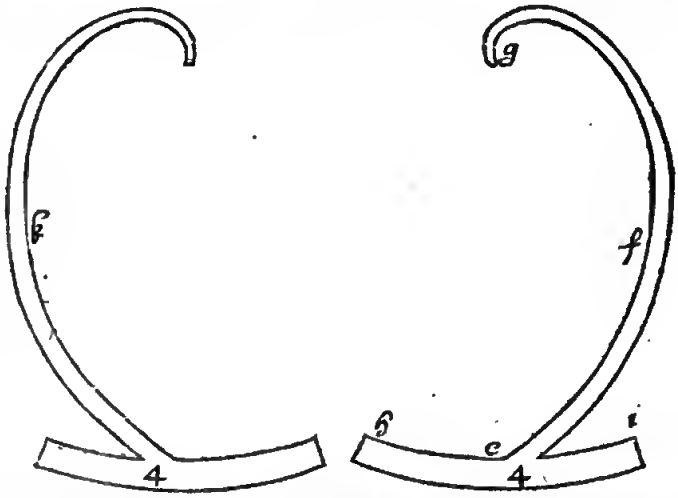
long. deg.	latit. deg. ′	distance deg. ′	long. deg.	latit. deg. ′	distance deg. ′	long. deg.	latit. deg. ′	distance deg. ′	long. deg.	latit. deg. ′	distance deg. ′	long. deg.	latit. deg. ′	distance deg. ′	long. deg.	latit. deg. ′	distance leg. ′
1	87 18		62	87 49		183	88 34		3	89 13		215	89 37		190	89 52	
2	87 19		64	87 50		186	88 34		6	89 14		220	89 37		200	89 52	
3	87 19		66	87 51		189	88 35		9	89 14		225	89 38		210	89 53	
4	87 20		68	87 52		192	88 36		12	89 15		230	89 38		220	89 53	
5	87 21		70	87 53		195	88 37		15	89 15		235	89 39		230	89 53	
6	87 21		72	87 53		198	88 38		18	89 16		240	89 39		240	89 53	
7	87 21		74	87 54		201	88 39		22	89 16		245	89 39		250	89 53	
8	87 22		76	87 55		204	88 40		24	89 16		250	89 40		260	89 54	
9	87 23		78	87 56		207	88 40		27	89 17		255	89 40		270	89 54	
10	87 23		80	87 57		210	88 41		30	89 17		260	89 40		280	89 54	
11	87 24		82	87 58		213	88 42		33	89 18		265	89 41		290	89 54	
12	87 24		84	87 59		216	88 43		36	89 18		270	89 41		300	89 54	
13	87 25		86	87 59		219	88 44		39	89 19		275	89 41		310	89 54	
14	87 25		88	88 0		212	88 44		42	89 19		280	89 42		320	89 55	
15	87 26		90	88 1		225	88 45		45	89 19		285	89 42		330	89 55	
16	87 26		92	88 2		228	88 46		48	89 20		290	89 42		340	89 55	
17	87 27		94	88 3		231	88 47		51	89 20		295	89 42		350	89 55	
18	87 28		96	88 3		234	88 47		54	89 21		300	89 43		360	89 55	
19	87 28		98	88 4		237	88 48		57	89 21		305	89 43		15	89 55	
20	87 29		100	88 5		140	88 49		60	89 21		310	89 43		30	89 56	
21	87 29		102	88 6		243	88 50		63	89 22		315	89 44		45	89 56	
22	87 30		104	88 7		246	88 50		66	89 22		320	89 44		60	89 56	
23	87 30		106	88 7		249	88 51		69	89 23		325	89 44		75	89 56	
24	87 31		108	88 8		252	88 52		72	89 23		330	89 44		90	89 56	
25	87 31		110	88 9		255	88 52		75	89 23		335	89 45		105	89 56	
26	87 32		112	88 10		258	88 53		78	89 24		340	89 45		120	89 57	
27	87 32		114	88 10		261	88 54		81	89 24		345	89 45		135	89 57	
28	87 33		116	88 11		264	88 55		84	89 24		350	89 45		150	89 57	
29	87 33		118	88 12		267	88 55		87	89 25		355	89 46		65	89 57	
30	87 34		120	88 13		270	88 56		90	89 25		360	89 46		180	89 57	
31	87 34		122	88 23		273	88 56		94	89 26		6	89 46		195	89 57	
32	87 25		124	88 24		276	88 57		98	89 26		12	89 46		210	89 57	
33	87 35		126	88 15		279	88 58		102	89 27		18	89 47		225	89 57	
34	87 36		128	88 16		282	88 58		106	89 27		24	89 47		240	89 57	
35	87 36		130	88 16		285	88 59		110	89 27		30	89 47		255	89 57	
36	87 37		132	88 17		288	89 0		114	89 28		36	89 47		270	89 58	
37	87 37		134	88 18		291	89 0		118	89 28		42	89 48		285	89 58	
38	87 38		136	88 18		294	89 1		122	89 29		48	89 48		300	89 58	
39	87 38		138	88 19		297	89 1		126	89 29		54	89 48		315	89 58	
40	87 39		140	88 20		300	89 2		130	89 30		60	89 48		330	89 58	
41	87 39		142	88 20		303	89 3		134	89 30		66	89 48		345	89 58	
42	87 40		144	88 21		306	89 3		138	89 30		72	89 49		360	89 58	
43	87 40		146	88 22		309	89 4		142	89 31		78	89 49		20	89 58	
44	87 41		148	88 23		312	89 4		146	89 31		84	89 49		40	89 58	
45	87 41		150	88 23		315	89 5		150	89 32		90	89 49		60	89 58	
46	87 42		152	88 24		318	89 6		154	89 32		96	89 50		80	89 58	
47	87 42		154	88 25		321	89 6		158	89 32		102	89 50		100	89 58	
48	87 42		156	88 25		324	89 7		162	89 33		108	89 50		120	89 58	
49	87 43		158	88 26		327	89 7		166	89 33		114	89 50		140	89 58	
50	87 43		160	88 26		330	89 8		170	89 33		120	89 50		160	89 58	
51	87 44		162	88 27		333	89 8		174	89 34		126	89 50		180	89 58	
52	87 44		164	88 28		336	89 9		178	89 34		132	89 51		200	89 59	
53	87 45		166	88 28		339	89 9		182	89 34		138	89 51		220	89 59	
54	87 45		168	88 29		342	89 10		186	89 35		144	89 51		224	89 59	
55	87 46		170	88 30		345	89 10		190	89 35		150	89 51		160	89 59	
56	87 46		172	88 30		348	89 11		194	89 35		156	89 51		280	89 59	
57	87 47		174	88 31		351	89 12		198	89 36		162	89 51		300	89 59	
58	87 47		176	88 31		354	89 12		202	89 36		168	89 52		320	89 59	
59	87 48		178	88 32		357	89 12		206	89 36		174	89 52		340	89 59	
60	87 48		180	88 33		360	89 13		210	89 37		180	89 52		360	89 59	

Digitized by Google

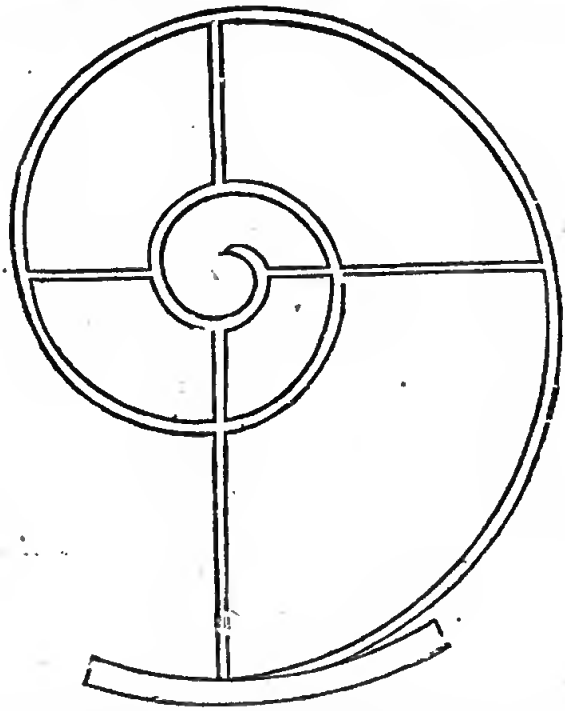
Ayant ainſi deſcrit les 7 rombs, de degré en degré de longitude, combien ils ont de latitude, d'où appert comment on les pourra deſcrire ſur les Globes terreſtres avec grand' certitude, avec des poincts, puis des lignes de l'un à l'autre, pour chacun tomb : Les tables ſervent auſſi pour eſprouver ſi les rombs deſia faicts ſur les Globes qu'on rencontre ſont bien ou non.

DE LA FABRIQVE DES ROMBS DE CUIVRE.

Ce ne ſeroit pas choſe mal à propos de faire 7 Rombs de cuivre à droit, & 7 à gauche, avec un reglet H I pour poſer ſur l'equateur, afin que le romb ſoit bien poſé ſur le Globe, qu'ils ſoient auſſi concaves pour convenir ſur



la ſuperfice du Globe; & les marquer 1, 1, 2, 2, &c. comme cy deſſous, pour denoter le quantieſme romb eſt un chacun, & s'il y a beaucoup de tours, qu'ils ſoyent retenus comme le ſuivant, d'autant qu'eſtant autrement trop foible, il ſeroit inutile; mais ceux qui ne ſont pas de tours de ſuffiſante longueur, pourront eſtre faits un peu plus



larges ſans retinacle, comme les quatrieſmes icy de Noord-ooſt & Zud-weſt, ils pourroyent apporter beaucoup de faciliré; car de tracer ſur les Globes à tous momens, cela eſt faſcheux, ils ſeront propres pour les choſes ſuivantes auſſi; touchant les parallels on n'a que faire d'en faire de cuivre.

Concluſion. Nous avons donc marqué des rombs, ſelon le requis.

1 degré; combiem 27 deg. 24 ① ? viendra 30 degrez pour la differeoce de longitude requiſe.

Concluſion. Eſtant donc donnée la diſtance, auſſi la latitude, nous avons trouvé leur romb, & la difference des longitudes, ſelon le requis.

Proposition VII.

Le romb & latitudes de deux poincts eſtant donnés: Trouver la difference des longitudes & leurs diſtances (lors que les latitudes ſont inegales.)

Oo ſçair que ſi les latitudes eſtoyeot inegales, que le romb requis ſeroit le huictieſme; & ſi c'eſtoit le huictieſme que les latitudes ſeroyent egales; & puis que la difference des longitudes, & la diſtaoce, ſe trouveot icy par diverſes latitudes, & qu'à ce que deſſus il n'y eo a point; on ne poorroit par ce moyen trouver la difference des laotudes, oy la diſtance: c'eſt doncà ceſte fin que la parentheſe eſt inſerée en la propoſitioo, d'où s'enſuit que quand les latitudes ſoor preſques egales, aſſavoir que le romb eſt fort pres du huictieſme, qu'alors la ſolution en ſera d'autant moins exacte.

Le donné. Soit des deux poincts propoſés l'une latitude Occidentale 5 deg. 59 ①, & l'autre latitude 28 deg. 42 ①, & leur romb ſoit le quatrieſme.

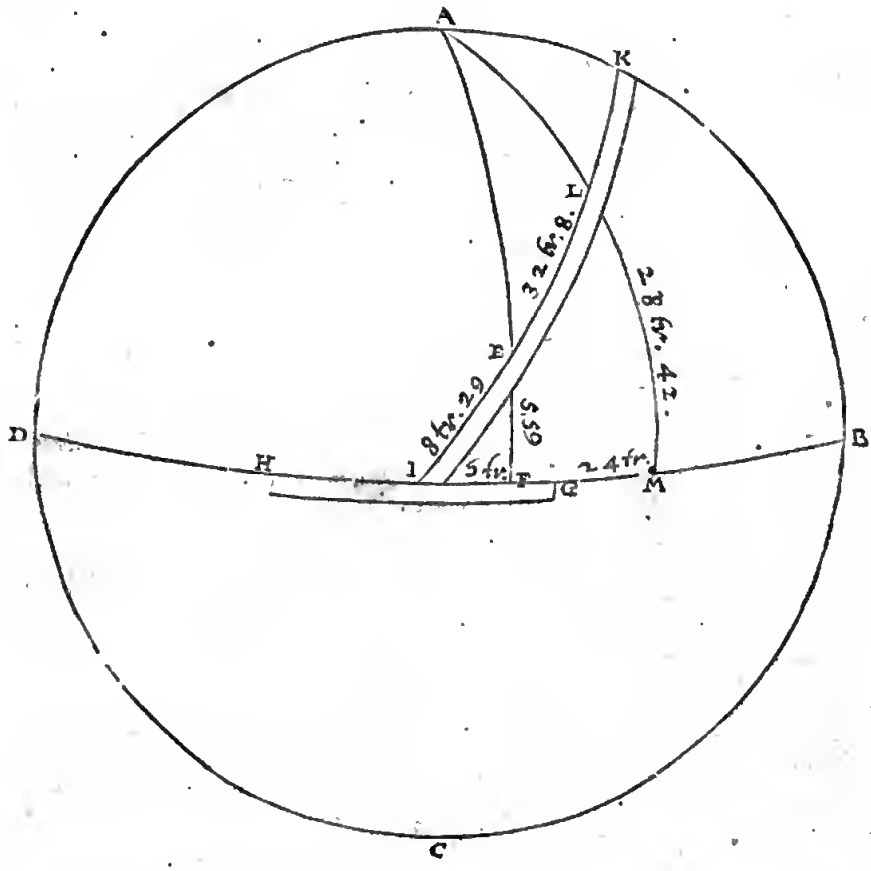
Le requis. Il faôt trouver la difference de leurs longitudes, & leur diſtance.

1 *Operation, par le romb de cuivre.*

Soit A B C D un Globe terreſtre, A pole, B D l'equateur, ſur lequel ſoit marqué un poioct occulte E, ainſi que ſa latitude F E ſoit 5 deg. 59 ① pour celle du poinct Occideotal; & adapte le quatrieſme romb de cuivre H G I K (ſelon l'hypotheſe) ſur le Globe, tellement que ſa reigle H G ſoit ſur l'equateur, & le romb I K paſſe par le poinct E: D'avantage tournant le Globe vers l'Occident (pource que l'autre poinct eſt vers l'Orient) juſques à ce que le romb coupe le meridieu en la latitude donnée de 28 deg. 42 ①, comme eo L, alors on trouvera que F M la difference des longitudes ſera 24 degrez; & E L la diſtance de 32 deg. 8 ①, laquelle oo meſurera ſeloo qu'il a eſté monſtré en la premiere operatioo de la cinquieſme propoſition.

2 *Operation, par le Globe où les rombs ſont marquez.*

Ayant troové le quatrieſme Romb marqué ſur le Globe, je le touroe ſous le meridien juſques à ce qu'il coupe le romb eo la laritude de 5 deg. 59 ①, pour le poinct E Occidental, & tournant le Globe ſous le meridien vers l'occident (pource que l'aotre poinct eſt Oriental) juſques à ce que le meridien coupe le romb en la latitude de 28 deg. 42 ①, puis meſurant la diſtan-



ce E L ſelon la premiere operation de la cinquieſme propoſition, qu'on trouvera de 32 deg. 8 ①; quant à la difference des longitudes F M, on la trouvera marquée ſur le Globe de 24 degrez.

3 *Operation, par les nombres.*

Cherchant à la table de la quatrieſme propoſitioo, le quatrieſme romb donné, regarde quelle longitude

& diſtance ſe rencontrent alendroit des deux latitudes données, & trouve alendroit de la moindre latitude de 5, 59 ① longit. 6 deg. diſt. 8, 29 ①.
Et de l'autre, qui eſt de 28, 42 ① longit. 30 deg. diſt. 40, 37 ①.
Deſquels ſonſtraits les premiers en l'ordre, reſtera pour le requis longit. 24 deg. diſt. 32, 8 ①.
Dont la demonſtration eſt manifeſte.

Concluſion. Le romb donc & latimdes de deux poincts eſtant donnez, nous avons trouvé la difference des longitudes, & leur diſtance (lors que leurs latitudes ſont inegales) ſelon le requis.

Proposition VIII.

Eſtant données les latitudes, & la difference des longitudes de deux poincts: trouver leur romb, & leur diſtance.

Le donné. Soit la latitude du poinct occidental de 5 deg. 59 ①; l'autre de 28 deg. 42 ①; la difference des longitudes 24 deg.

Le requis. Il faut trouvet leur romb, & leur diſtance.

1 *Operation, par le romb de cuivre.*

Si ces poincts n'eſtoyent marqués ſur le Globe, on les y marqnera, ſuivant l'hypotheſe, & ſoyent E, L en la figure precedente, puis on choiſira un romb, d'entre les 7 de cuivre, lequel eſtant adapté ſur l'equateur, quant à ſa regle HG, puiſſe d'autre coſté paſſer par E, L, on trouvera que c'eſt le quatrieſme romb; dont la diſtance ſe meſurera le long d'iceluy entre les poincts E, L, ſelon la premiere operation de la cinquieſme propoſition, & ſe trouvera de 32 deg. 8 ①.

2 *Operation, par le Globe où les rombs ſont marquez.*

Si les deux poincts eſtoyent marqués ſur le Globe, & qui plus eſt ſur un meſme romb, il s'enſuit qu'on auroit les requis; autrement on choiſita un romb, ſur lequel on fera un poinct, ayant la latitude donnée (par le moyen du metidien) & ſoit l'occidental; puis faiſant tourner le Globe vers l'occident, en ſorte que 24 degrez de l'equateur paſſent ſous le metidien, alors ſi l'interſection du romb choiſi, & du metidien, eſt ſelon l'autre latitude donnée, le romb choiſi ſera le requis: ſinon, il en faut prendre un autre, juſques à ce qu'on aye ce qu'on cerche, & on trouvera que c'eſt le quatrieſme romb; & pour avoir la diſtance, on la meſurera ſelon la premiere opetation de la cinquieſme propoſition, qui ſera de 32 deg. 8 ①.

3 *Operation, par les nombres.*

Cerchant en la table de la quatrieſme propoſirion la moindre latitude donnée de 5 deg. 59 ①, en quelque romb, comme choiſiſſant le quatrieſme, & annotant la longitude trouvée de 6 deg.
De meſme cerchant dans le meſme romb la longitude de la latitude donnée, a 8 deg. 42 ①, trouvant 30 deg.
La difference des deux longitudes de dedans les tables ſera done 24 deg.

Que ſi ce reſte n'eſtoit egal, ou fort pres de la difference de longitude donnée, il faudroit choiſir un autre romb, juſques à ce qu'on ayt ce qu'on cerche: parquoy le romb requis ſera le quatrieſme.

Et pour avoir la diſtance, on aura les deux diſtances dans le meſme quatrieſme romb, alendroit des deux latitudes, aſſavoir 8 deg. 29 ①; & l'autre de 40 deg. 37 ①, dont leur difference eſt 32 deg. 8 ① pour la diſtance deſirée, dont la demonſtration eſt manifeſte.

Concluſion. Eſtant donc données les latitudes, &c.

Proposition IX.

Eſtant données les Latitudes, & diſtance de deux poincts: Trouver leur romb, & la difference des longitudes.

Notez.

S'il advient que cognoiſſant les latitudes, & la diſtance de deux poincts, aſſavoir la diſtance par conjecture, en faiſant le voyage, & deſirant ſçavoir le romb, & la difference des longitudes pour reglet le ſecond voyage mieux que le premier, ou pour les marquer ſur le Globe; ou y eſtant marquez recognoiſtre ſi ſon compte revient à iceluy, ceſte propoſition ſervira à cela meſme.

Le donné. Soit la latitude du poinct occidental 5 deg. 59 ①, & de l'autre 28, 42 ①, & leur diſtance 32 deg. 8 ①.

Le requis. Il faut trouver leur romb & la difference des longitudes.

1 *Operation, par le romb de cuivre.*

Soit un Globe terreſtre, (voyez la figure de la ſeptieſme propoſition precedente) & pour trouver le romb, je marque E, le poinct occidental, qui eſt 5, 59 ① de latitude, (ou l'autre poinct n'importe) & ayant choiſi l'un des rombs, & adapté, aſſavoir ſa regle ſur l'equateur, & la monſtre par le poinct E, je meſure avec le compas le long d'iceluy ma diſtance cognuë, (ſelon la maniere deſcrite à la cinquieſme propoſition en la premiere operation) de 32 deg. 8 ①, terminant en L; que ſi la latitude de L, eſt de 28 deg. 42 ①, le romb choiſi ſera le requis, autrement on en prendra un autre, & on fera comme deſſus: finalement on trouvera que c'eſt le quatrieſme, & la difference des longitudes ſera F M de 24 degrez.

2 *Operation, par le Globe marqué.*

Choiſiſſant un romb marqué on fera tout de meſme qu'en la ptemiere operation precedente.

3 *Operation, par les nombres.*

Pour trouver le romb, cerchez en la table de la quatrieſme propoſirion l'une latitude 5 deg. 59 ①, en l'un des rombs qu'on choiſira, & ſoit le quatrieſme, trouve la diſtance 8 deg. 29 ①.
Auquel adjouſté la diſtance cognuë (je dis adjouſté, pource que j'ay pris la moindre latitude) 32 deg. 8 ①.
Viendra diſtance 40 deg. 37 ①.
Lequel (dans le meſme romb) ſe rapporte à la latitude 28 deg. 42 ①.

Et d'autant qu'elle ſe rapporte à la latitude donnée, on conclura que le romb choiſi ſera le requis: puis pour avoir la difference des longitudes, je cerche dans le meſme romb, la longitude alendroit d'une des latitudes 28 deg. 42 ①, & trouve 30 degrez.
Et de l'autre donnée de 5, 59 ① 6 degrez.
La difference des longitudes requiſe ſera donc 24 degrez.
Dont la demonſtration eſt notoire.

Concluſion. Eſtant donc données les latitudes & diſtance, &c.

Propo-

Proposition X.

Ayant le romb de deux poincts, & la difference des longitudes, & latitude de l'un: Trouver l'autre latitude, & la distance.

Le donné. Soit le quatrieſme romb, la difference des longitudes 24 deg. & la latitode mineure 5 deg. 59 ①, pour le poinct occidental.

Le requis. Il faut trouver la diſtance & la latitude de l'autre poinct.

1 *Operation, par le romb de cuivre.*

Soit à la figure de la ſeptieſme propoſition marqué le poinct E, de la latitude donnée 5, 59 ① pour le poinct occidental, & ayant adapté le romb par iceluy, & ſa regle ſur l'equateur G H, marquant auſſi par le moyen du meridien la diff. des longitudes, on trouvera l'autre latitude (du poinct oriental) de 28 deg. 42 ①, & la diſtance de 32 deg. 8 ①, ſeloo la maniere deſcrite à la cinquieſme propoſition, ptemiere operation.

2 *Operation, par le Globe où les rombs ſont marqués.*

On ſera de meſme qu'en la premiere opération.

3 *Operation, par les nombres.*

Je cerche la latitude donnée 5 deg. 59 ① en la table de la quatrieſme propoſition au quatrieſme romb donné, & trouve y coovenir la diſtance 8 deg. 29.
La longitude 6 deg.
A laquelle adjouſtée la difference des longitudes donnée (je dis adjooſtée, d'autant que c'eſt la moindre latitude, ſi c'eſtoit la majeure, il faudroit ſouſtraire) faiſant 24 deg.
Viendra longitude 30 deg.
A laquelle correſpond dans les tables pour l'autre latitude requiſe 28 deg. 42.
Auſſi la diſtance 40 deg. 37.
Laquelle differe du 8, 29 premier en l'ordre de 32 deg. 8 ①.
Pour la diſtance requiſe, dont la demooſtration eſt manifeſte.

Concluſion. Ayant donc le romb de deux poincts, & la difference des longitudes, & la latitude de l'un, nous avons trouvé l'autre latitude, & la diſtaoce, ſelon le requis.

Proposition XI.

Cognoiſſant le romb de deux poincts, & la diſtance, auſſi la latitude de l'un: Trouver la latitude de l'autre.

Le donné. Soit donné le quatrieſme romb; & la latitude du poinct occidental & la moiodre, 5 deg. 59 ①, & la diſtance 32 deg. 8 ①.

Le requis. Il faut trouver la latitude de l'autre, & la difference des longitudes.

1 *Operation, par le romb de cuivre.*

Soit à la figure de la ſeptieſme propoſition, marqué le poinct E ſur un Globe, de la latitude donnée, par lequel faiſant paſſer un romb, adapté comme il faut, & meſurant la diſtance le long d'iceluy vers l'orient, trouve le poioct L, & ſa latitude 28 deg. 42 ①, & la diff. des longitudes 24 degrez.

2 *Operation, par le Globe où les rombs ſont marquez.*

Ceſte operation n'a quaſi rien de different avec la precedente, qui ne ſoit treſ-facile,

3 *Operation, par les nombres.*

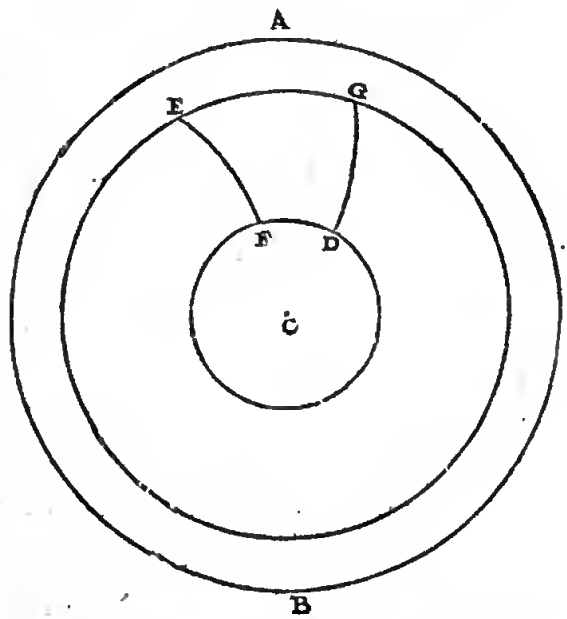
Je cerche dans la table du quatrieſme romb, & trouve convenir à la latitude donnée, la longitude de 6 deg.
Et la diſtance 8 deg. 29 ①.
A laquelle adjouſtée la diſtance donnée (je dis adjouſtée, parce que la latitude donnée eſt la moindre, autrement ſi elle eſtoit la majeure, il faudroit ſouſtraite) faiſant 32 deg. 8 ①.
Vieodra diſtance 40 deg. 37 ①.
Icelle eerchée dans la ſuſdite table du quatrieſme romb, on trouveta qu'elle coovient avec la latitude requiſe du deuxieſme poinct 28 deg. 42 ①.
Et tout joignant y a la longitude de 30 deg.
Dont la difference d'avec 6 degrez ptemier eo l'ordre, pour la differeoce de longitude requiſe, 24 deg.
Dequoy la demonſtration eſt manifeſte.

Concluſion. Cogooiſſant donc le romb de deux poincts, & la diſtance auſſi la latitude de l'uo; nous avons trouvé la latitude de l'autre, ſelon le requis.

Notez.

Nous avons parlé cy-deſſus du cours droit & oblique; mais és grands voyages maritimes, on ſe ſert (lors qu'il vient à poinct) d'uo autre, qui eſt compoſé d'iceux, aſſavoir du huictieſme romb, & d'un meridien, duquel nous parlerons maintenant. Soit à la figure ſuivante A B le Globe terreſtre, A B l'equateur, C le pole arctique, & D, E, ſont deux poincts de diverſes longitudes & latitudes, par leſquels paſſent les parallels D F, E G; Or pour naviguer de E vers D, non en cours droit ny oblique, comme deſſus, mais bien le long d'un meridien, & huictieſme romb; On va premierement de E droit vers le Nort, ſur le meridien E, F, juſques à ce qu'on vienne dans la latitude de D, c'eſt juſqu'à F, puis on tourne vers l'occident, demeurant touſiours ſur la meſme latitude, c'eſt à dire ſur le huctieſme romb, taot qu'on parvienne à D.

Notez qu'on pourroit bieo premierement aller de E



vers l'occident, juſques à G, aſſavoir juſques à ce qu'on ayt la longitude de D, puis de G droit vers le nort eo D; toutes-

touresfois il ſeroit meilleur de tirer premierement vers F, & de F vers D, s'il n'avient qu'on ſoit empeſchè du vent, ou du courant de l'eau, pource qu'on eſt plus certain de F juſques à D meſme latitude, que de G vers D, meſme longitude; joinct que faillant alors on pourroit arriver trop orientalement ou trop occidentalement de D; voire D eſtant une petite Iſle, il pourroit arriver (comme de fait il arrive ſouvent) qu'on ne ſçauroit ſi D eſt vers l'orient ou l'occident, nonobſtant qu'on ayt la vraye latitude. Mais venant de E vers F, ſoit qu'on faille quelque peu en ſe deſtournant vers l'orient, ou l'occident, il n'importe, car on ne laiſſe d'aller vers l'occident eſtant en F, pour recontrer D.

En ceſte maniere on va bien ſeurement, & ſans les calculations precedentes, mais c'eſt un plus long chemin, comme on l'apperçoit en la figure.

ALB. GIRARD.

C'eſt encor le plus long, & moins certain, d'aller par E G D, *que par* E F D, *d'autant que combien que* E F *ſoit egale a* G D, *neantmoins ſi* F D *eſt plus pres du pole, que* E G, *(on ce qui eſt tout un, ſi* F D *eſt de moindre cercle, que non pas* E G) *alors* F D *ſera plus courte que* E G.

APPENDICE
des Rombs.

CHAPITRE I.
Sur l'ordre des rombs.

AUcuns, comme *Robert Hues*, comptent les rombs depuis le meridien vers l'equateur; prenant celuy de Nord à l'Ooſt le premier, puis Nord-nord-ooſt le ſecond, &c. Autres, comme *Edvvart VVright*, les comprent de l'equateur vers le meridien: prenant celuy de Ooſt à Nord le premier; puis Ooſt-nord-ooſt le ſecond, &c. Mais afin d'eviter confuſion, il ſeroit bon que tous les appellaſſent de meſme, & le meſme ordre: & quant à la maniere de *Robert Hues*, elle me ſemble meilleure, d'autant qu'ainſi les paralleles ſeront rombs, aſſavoir les huictieſmes; mais ſelon l'autre ils ne ſeroyent rombs, & toutefois ils ſont directs, comme les cercles majeurs; auſſi qu'il faudroit trop diſtinguer, diſant le premier romb eſtre aptes l'equateur, & autrefois apres un parallele.

CHAPITRE II.
Des fautes és nombres des rombs, faits par Petrus Nonius.

Aptes qne les Portugais & Eſpagnols, eurent entrepris de naviger ſur la haute mer, & ayant fait grande diligence à remarquer pluſieurs choſes ils ont mis en memoire quelques qualitez & proprietez des rombs, deſquels le fameux *Pierre Nugnez* voulant traiter, a eſcrit des nombres, pour deſcrire leur figure, mais non pas bien ſelon mon jugement: ce que je ne dis pas, pour le diffamer, car le fondement ſur lequel il avoit baſti ſon calcul, ſembloit ſi certain d'abord, que les plus experimentez euſſent peu faillir par l'apparence exterieure, tellement que s'il euſt eu occaſion de l'eſprouver, comme il eſt arrivé aux autres, ſans doute il euſt auſſi trouvé le defaut.

Donc au vingt-troiſieſme chapitre de ſon deuxieſme livre *de Reg. & inſtr.* il conclud que les ſinus des arcs entre le pole & le tomb, ſont en continuelle proportion: comme en la figure precedente de la troiſieſme propoſition, (où nous prenons R Z eſtre le quatrieſme romb) que comme le ſinus de M R au ſinus de M X, ainſi le ſinus du meſme M X au ſinus de M Y, & de meſme des autres; aſſavoir, ainſi le ſinus dudit M Y au ſinus de M A, & de M A à celuy de M B, & de M B à celuy de M Z, &c. Et par conſequent comme le ſinus de M R au ſinus de M X, ainſi ſinus de M B au ſinus de M Z: Or que cela ſoit faux il appert clairement que le triangle MRX, a trois termes cognus, comme M R 90 degrez, l'angle MRX 45 degrez, & l'angle RMX 1 deg. par leſquels on trouvera le coſté M X de 89 degrés, ſou. ſinus 9998: ainſi que le ſinus de M R a telle raiſon au ſinus de M X, que comme 10000 à 9998. Soit maintenant le romb de R juſqu'à B, produit ſi pres du pole que M B face 10 degrez, ſon ſinus eſt 1736. Cela ainſi poſé, le ſinus de M Z devroit faire 1736; car diſant, ſinus de M R 10000, donne ſinus de M X 9998, combien ſinus de M B 1736? viendra un ſinus lequel devroit eſtre pour M Z, comme il a eſté dit, de 1736: mais qu'iceluy ne le puiſſe pas eſtre, ſe peut demonſtrer ainſi: Le triangle M B Z a 3 termes cognus, M B 10 degr. l'angle M B Z 45 deg. & l'angle B M Z 1 degré: par leſquels on trouvera le coſté M Z (par la 42 propoſition des triangles ſpheriques) de 8 degrez 33 ①, dont le ſinus eſt 1487 bien differant du precedent 1736, lequel devroit eſtre ainſi, s'ils eſtoyent proportionnaux, comme il dit. Tellement qu'au lieu que l'arc n'eſt que 8 degrez 33 ①, elle ſeroit 10 degrez: qui differe 1 deg. 27 ①, & d'autant eſt elle trop. D'avantage telle faute ſe trouvant jà ſi grande ſur une regle de trois, combien ſeroit-elle augmentée, ſi on euſt fait toutes les regles de trois depuis un bout qui eſt quadrant, juſques à l'autre, qui approche de 10 degrez le pole.

CHAPITRE III.
Des fautes qui ſont dans les tables des Rombs d'Edwart Wright.

Les Anglois ſuivent les Portugais, & Eſpagnols, au faict de la Navigation, leſquels regardans de pres la qualité des rombs, ont recogneu la faute de *Nonius*, & pour ramelioration ont eſté nagueres miſes en lumiere les rables des Rombs d'*Edvvart VVright*, comme celles qui ſont en la quatrieſme propoſition precedente, leſquelles approchent plus pres de la choſe meſme: La preuve par où j'ay remarqué ceſte proximité, eſt qu'en cerchant les latitudes du quatrieſme romb ſelon la premiere maniere de la quatrieſme propoſition (en laquelle l'opetation eſt facile par continuelles additions, ſans multiplications ny diviſions, d'autant que la tangente de 45 degrez & le ſinus total ſont egaux) juſques à la longitude de 78 degrez, là où je trouvay convenir 61 deg. 26 ①: Mais dans les tables de *VVright* on trouve 61 deg. 14 ①, ſeulement 12 ① de difference en ſi long interval: Et qui plus eſt que j'eſtois certain que le vray nombre devoit eſtre moindre que leſdits 61 deg. 26 ①, en fin je preſumay pour lors que les rables approchoyent fort pres du vray: mais je n'ay pas recerché la meſme preuve des autres rombs, à cauſe d'autres empeſchements. Toutefois le vray fondement n'y eſt pas, comme je declareray preſentement.

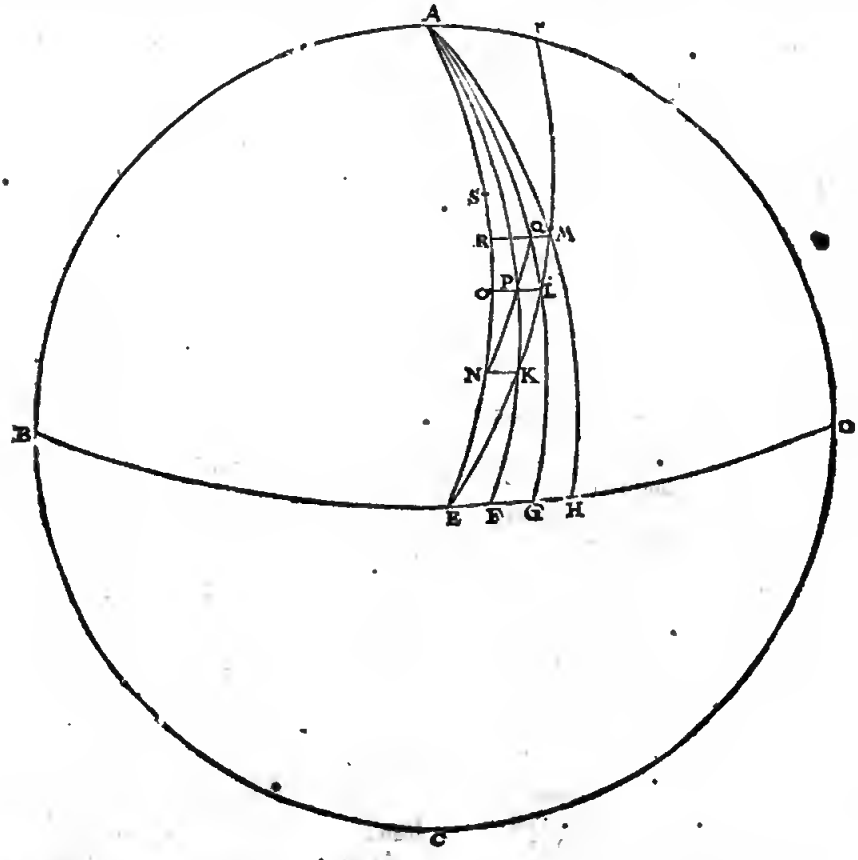
THEO-

THEOREME.

Comme la declinaiſon du romb de l'equateur progrediant d'un degré de longitude, à la declinaiſon ſuivante, d'un degré en longitude; ainſi fort pres la ſecante par le commencement du dernier progrés, à la ſecante par le commencement du premier progrés.

Le donné. Soit A B C D le Globe terreſtre, A ſon pole, BED l'equateur, où ſont marquez les 4 poincts E, F, G, H, diſtans 1 degré l'un de l'autre, & par où paſſent 4 meridiens, A E, &c. puis ſoit E I un romb (comme par exemple, le premier) coupant les meridiens és poincts K, L, M, par où l'on fait paſſer des paralleles N K, L O, M R coupans les meridiens en P, Q, puis ſoit un premier Romb, paſſant par les 3 poincts N, P, Q, qui doit eſtre de meſme, & egal à K L M.

Ce qu'eſtant ainſi, F K eſt la declinaiſon du romb, depuis l'eqnateur juſques à ſa progreſſion d'un degré de longitude: c'eſt aſſavoir que le romb ayant fait ſon progrés de E juſques à K, recevant du changement en ſa longitude d'un degré E F, ſa declinaiſon de l'equi-noctial (qui eſt icy latitude) ſera F K, ou bien E N de meſme en dira-on de N O, qui eſt declinaiſon du romb, ayant fait ſon progres de K en L d'un degré de ſurplus en longitude. Semblablement O R ſera la declinaiſon d'un degré de ſurplus en longitude, faiſant



progrez de L en M. Tellement que N Q, eſt la declinaiſon d'un degré de longitude, & O R, declinaiſon d'un degré de progrés de ſurplus en longitude.

Le requis. Il faut demonſtrer que comme N O à O R, ainſi fort pres la ſecante du centre du Globe par le poinct L commencement du dernier progrez L M, à la ſecante par K, commencement du premier progrés K L: mais la ſecante par N, eſt egale à celle de par K: & celle de par O egale à celle de par L, parquoy faut demonſtrer que comme N O à O R, ainſi la ſecante par O, à la ſecante par N.

Pour dire à quelle fin cecy eſt fait, & declarer le deſſeing ſommairement, c'eſt que les ſuſdits nombres des tables ſeront demonſtrez n'avoir ceſte proprieté, & partant ne ſont pas fort precis. D'avantage comment par tel fondement on pourroit faire des tables certaines, combien que ce ſoit par un moyen plus difficile.

DEMONSTRATION.

Soit à la premiere figure de la premiere definition de la conſtruction des tables de ſinus: là où le triangle A B I eſt ſemblable au triangle A F C, & partant,

Comme I A à A B ainſi, C A à A F;
Mais A B, A C ſont egales, auſſi G C, A F;
Donc, comme I A à A B, ainſi A B à G C.

Or I A eſt ſecante de B C; A B eſt le raid, & G C eſt ſinus de complement: parquoy,

Comme la ſecante d'un arc, au raid;
Ainſi le raid, au ſinus de complement.

Ce qu'eſtant ainſi, nous viendrons à la figure de ce Theoreme, & par ce qui a eſté dit,

Comme la ſecante par N, (de l'arc N E) au raid:
Ainſi le raid, au ſinus de complement de N E qui eſt ſinus de A N, & pour le dire plus briefvement:

Com-

Un romb faiſant 89 degrez ſur chacun meridien, iceluy commençant en un poinct de l'equateur (ſoit au commencement des longitudes) & progrediant du coſté de ſeptentrion d'occident vers orient, on demande combien de longitude aura un poinct dans iceluy romb, lequel a 89 degrez de laritude; & combien de circuit un rel romb a fait; finalement combien il y a de diſtance d'un poinct à l'autre, le tout ſans tables.

On peut bien penſer que celuy qui ſera cela en ſera bien d'autres plus faciles: La ſolution ſe fera en temps opportun, ſi Dieu plaiſt. Or ſelon la maniere ordinaire, qui eſt difficile, & treſ-imparfaite, la vie d'un homme n'y ſuffiroit pas.

Chapitre V.

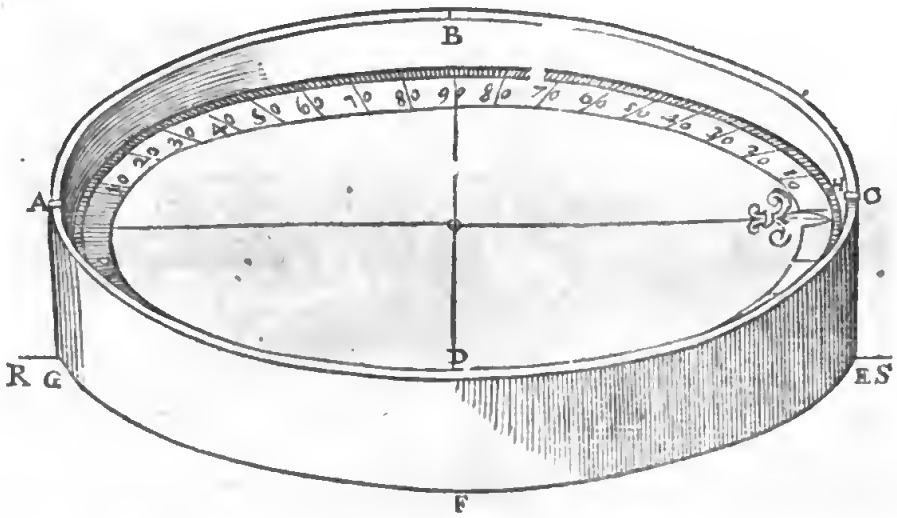
Comment c'eſt qu'on pourroit naviguer avec la Bouſſole plus correctement, que par la maniere ordinaire.

La Bouſſole, ne ſouloit eſtre diviſée qu'en 8 parties egales, & puis aptes, lors qu'on a fait des plus grands voyages en 32: Et d'autres les coupant en 2, en 64; ce qu'aucuns eſtiment pour impoſſible, diſant que ſur un navire vogant, elles ne ſe pourtoyent pas bien diſtinguer: Mais *Son Excellence*, y ayant recogneu la poſſibilité, non pas ſeulement en 64, mais de degré en degré en 360 parties egales, voire en plus, ſelon que la grandeur & la bonté de l'inſtrument le permettra: Joignant ceſte matiere dans l'Appendice preſent pour la convenance du ſubject, declarée par les deux exemples ſuivans.

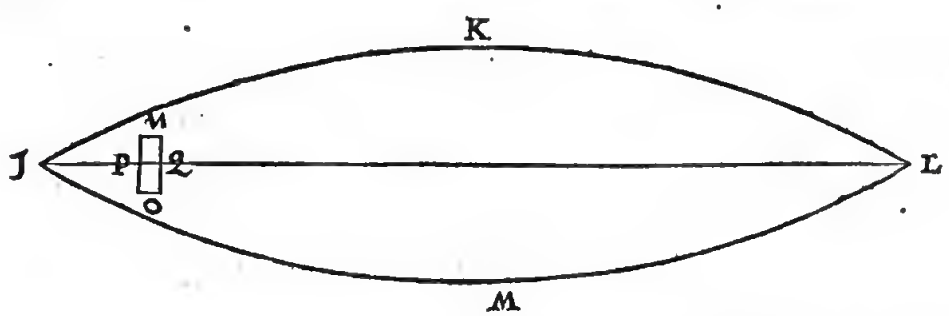
1 *Exemple, d'une bouſſolle avec la fleur de lis ſur un carton.*

Soit A B C D E F G une bouſſole, ayant un cercle de carton, non diviſé en 32 ſelon l'accouſtumé, mais en 360 parties egales, commençant le compte à chacun quartier depuis le meridien juſques à 90: Et au deſſous un autre rond de carton, où l'eſguille ſe puiſſe mettre, la pouvant remettre lors qu'il en ſera beſoing, à cauſe de la declinaiſon de l'eſguille.

Et ſur l'exterieur de la quaiſſe, ſoit menée une ligne droite CE, perpendicle à l'horizon, puis CH, de C vers



le centre de la bouſſole, & une autre de H vers le bas parallele à C E, puis A tellement que la ligne imaginée de C en A paſſe par le centre: puis A G, comme C E, ainſi que E G paſſe ſous le centre de la bouſſole: & ſoit I K L M la deſcription du fond d'un navire; N O le lieu de la bouſſole, ou ſoit P Q parallele à la carine I L,

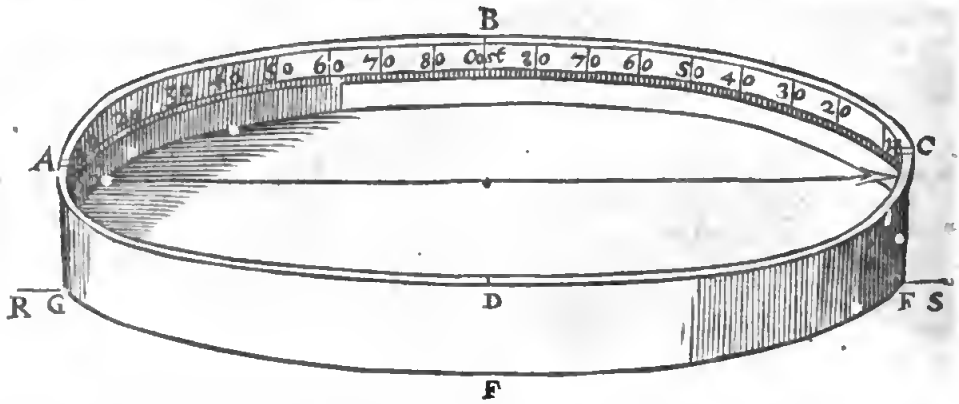


laquelle eſt une ligne d'un bout à l'autre du navire ſelon ſa droiture & longueur: & d'autant que P Q ſeroit icy trop petite, ſoit une autre plus longue R S, laquelle j'appelleray la carine, ſur laquelle ſoit poſée la bouſſole, en ſorte que les 2 poincts E, G ſoyent deſſus.

Pour donc naviget avec certitude de degré en degré ou bien de moindres parties; comme par exemple, voulant naviguer ſur le dixſeptieſme deg. d'occident vers midy; on gouvernera le navire tellement, que ledit dixſeptieſme degré ſoit convenant avec ladite ligne de H parallele à C E, car tant qu'ils conviennent, peut-on dire qu'on va droitement, & s'il s'en fant $\frac{1}{2}$ degré, ou autrement, tous jugeront comme d'une bouche, qu'on ne va pas le droit chemin.

2 Exemple, avec une bouſſole qui a une eſguille.

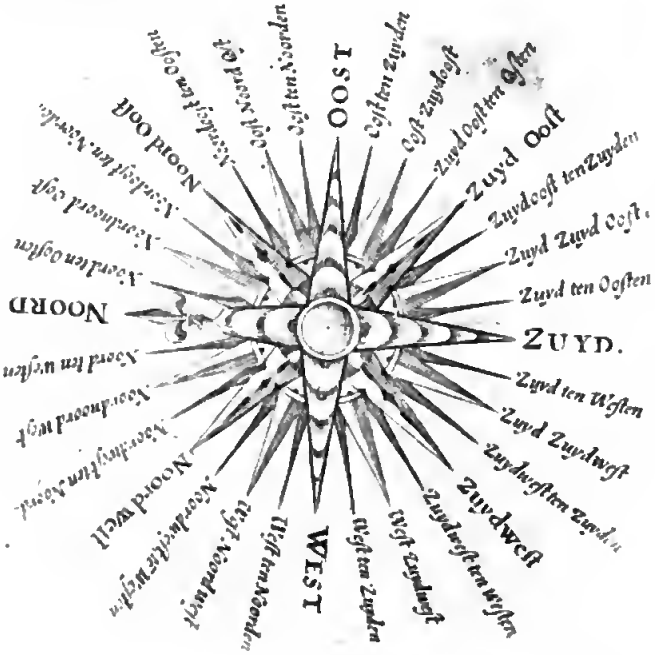
Mais d'autant qu'une eſguille ſans carton, eſt plus preciſe qu'autrement, & plus naturelle, qoe non pas deux fers recourbez à l'ordinaire en figure de rombe, & collez avec le carton : On pourra donc faire une eſguille ſimplement, avec plus de certitude ainſi : Que ABCD, FGHRS ſoit de meſme que deſſus, marquant le bord interieur avec ſes 360, commençant eo la ligne à plomb H, le diviſant eo 4 quadrans, chacun de 90 degrez, & les nombres de H vers B ; & de H vers D ; puis de A vers B & vers D, eſcrivant au poinct H Notd ; à A Zud : B qui devroit eſtre marqué



Weſt (ou Occident) ſeloo l'accouſtumé, & D, Ooſt (ou Orient) on y eſcrita le contraire, aſſavoir en B Ooſt, & eo D Weſt : Puis autant que l'eſguille decline en ce lieu où l'on eſt, eo tel lieu ſe mettra le poinct E (qui eſt icy pres de S, car le poinct E eſt mal imprimé eomme un F) le declinant d'autant de la carine RS. Exemple, la declinaiſoo de l'eſguille eſtant 10 degrez de Nord vers Ooſt, on fera convenir le dixieſme degré de C vers B ſur la carine RS, car alors le poinct E ſera differeot d'autant de ladite carine. Cela eſtant ainſi, & voulant naviguer vers le dixſeptieſme degré, d'Weſt vers le Zud, on gouvernera le navire en telle ſorte que la poincte de l'eſguille vienne ſur le dixſeptieſme degré, d'Weſt vers le Zud de dedãs la quaiſſe, & appert qu'on aura le requis ainſi, avec plus gfaode certitude qu'en la ptemiere maniete.

Mais ſi oo craint que ceſte inſcriptioo cootraire de dedans la quaiſſe puiſſe cauſer quelque erreur aux matelots qui ſont au gouvernail, & qui o'y ſoot accouſtumez ; le pilote pourra mettre A, B, C, D, au lieo des quatre vents ; & au lieu de dire qu'ils dirigent le navire vers le dixſeptieſme degré de Weſt vers le Zud, il leur commandera que ce ſoit dixſept degrez de D vets A.

D'avantage pour accommoder la quaiſſe ſur la carine ſelon la declinaiſoo de l'eſguille, cela ſe peut faire eo marquant quelque 40 ou 50 degrez de part & d'autre de la carine, & au centre une petite poincte qui eonviendra eo un petit pertuis fait à ceſte fin au ceotre de la quaiſſe, pour pouvoir adapter le tout plus facilement.



Les noms des vents ſont mieux exprimez par les Flamens que par aucune oatioo qui ſoit, parquoy oous les avoos icy poſez comme on les pourra oommer tous 32, quand on n'en veut avoir d'avaotage :

N, Z, O, W } *ſignifie* { Notd, ou Septentrion, Zud, ou Midy, Ooſt, ou Orient, Weſt, ou Occident.

Fin du quatrieſme livre de la Geographie.

CINQUIESME LIVRE DE LA GEOGRAPHIE.

Du Trouve-port, ou la maniere de trouver les Havres.

ARGVMENT.

C'Eſt une choſe aſſez cognue, que dés il y a long temps, principalement depuis que commencerent les grandes navigations aux Indes & Amerique, on a cerché le moyen, par lequel le Pilote en mer, pourroit ſçavoir la longitude terreſtre de la place, où preſentement eſt ſon navire, pour par ce moyen recouvrir les ports & havres qu'on deſire de trouver, ſans que juſques à maintenant on ayt ſceu parvenir à quelque cognoiſſance certaine de longitude. Car quelques uns l'eſperant trouver par les diverſes monſtrances, & regards de l'aiguille marine, ont aux meſmes monſtrances attribué un pole, qu'ils nommoyent pole de l'aimant; mais depuis, apres plus amples obſervations, on a trouvé que les declinaiſons d'aiguille, ne tiennent point de regle ſur ce pole: Auſſi la maniere de trouver les longitudes par tel moyen n'eſt pas aſſez certainement fondée, dont toutesfois s'en ſont enſuivies des obſervations telles, par leſquelles on peut à preſent recouvrir tels ports que l'on voudra, combien que la vraye longitude tant du navire, que des ports ſoit incognue. Et de ceſte invention des ports, que nous appellons Trouve-port, *(& non pas invention des longitudes, ce qui pourroit eſtre d'avantage, comme eſtant choſe de plus grande conſequence) avons entrepris de traicter en ce cinquieſme livre.*

DEFINITIONS.

Definition I.

LA declinaiſon de l'aiguille du nord vers l'orient, s'appelle declinaiſon orientale; mais vers l'occident, occidentale, & en general declinaiſon. Mais declinaiſon, & auſſi monſtrement vers le vray nord, s'appelle en general direction.

Un chacun ſçait par effect que l'aiguille a telle proprieté, qu'en meſme lieu elle monſtre touſiours le meſme coſté, mais non pas le meſme coſté, en tout lieu; car en quelques lieux elle decline vers l'orient, & en d'autres vers l'occident; ce que nous appellons ſuivant la definition, direction en general. Et quant à la cauſe de ceſte declinaiſon deſreglée, cela ſe reſervera en ſon lieu, en l'Aſtronomie, aſſavoir au cours de la terre comme eſtant planete. Or afin de mieux expliquer tant ceſte definition que les ſuivantes, je deſcriray premierement la table qui s'enſuit des directions de l'aiguille, comme elles ont eſté trouvées par effect ſur les lieux meſmes; leſquelles on eſté recueillies en un, par le treſ-docte Geographe Monſieur *Pierre Plancius*, non ſans grands deſpens, & trauvail continuel, & ce de divers quartiers & coins de la terre, tant de ceux qui ſont pres, que des loingtains, tellement que quand les Pilotes en general, trouveront par ceſte maniere les havres & les pays; comme auſſi aucuns en particulier les ont desja trouvez, le meſme *Plancius* ſera à bon droit tenu, pour le premier de ceſte invention.

Toutesfois devant que de venir à la deſcription d'icelle, je diray en paſſant, que ſi par cy apres, par des expériences plus exactes, l'on trouvoit les directions, latitudes, & longitudes des lieux, autrement qu'elles ne ſont en ceſte table, & qu'alors on ayt beſoing d'autres declarations, & definitions de mots que les ſubſequentes, qu'en tel cas, cela ne doit apporter detriment à noſtre deſſeing preſent, mais pluſtoſt nous y pouſſer d'avantage, à celle fin de parvenir peu à peu à plus parfaicte cognoiſſance d'un traicté bien fondé. Ce qu'eſtant ainſi, & enſuivant ceſte opinion, je pourſuivray par ce qui m'eſt le plus vray-ſemblable, comme s'il eſtoit vray, car chacun faiſant ainſi en ſon temps, on pourra parvenir avec le temps à la verité de la nature de ceſte matiere.

TABLE
De la monſtrance ou direction de l'aiguille.

			declinaiſon orientale.		latitude.		longitude.	
			deg.	①.	*degr.*	①.	*degr.*	①.
Du premier parc vers le nort	Declinaiſon orientale augmentant	Corvo une des Iſles de Flandres	0.	0.	S. 37.		0.	0.
		Sancta Maria une des Iſles de Flandres	3.	20.	S. 37.		8.	20.
		Joignant l'Iſle de Majo	4.	55.	S. 15.		11.	20.
		Joignant Palma Iſle de Canarie	6.	10.	S. 28.	30.	16.	20.
		Pres Cabo de Roca pres de Liſbona	10.		S. 38.	55.	24.	30.
		Le plus occidental d'Yrlande	11.	0.	S. 52.	8.	24.	12.
		Au bout d'Angleterre	12.	40.	S. 50.	21.	28.	
	declinaiſon otientale diminuant	Une lieuë de Pleymouth vers otient	13.	24.	S. 50.	18	30.	0.
		Pres de Timout en mer	12.	40.	S. 55.	0.	33.	0.
		Londres en Angleterre	11.	30.	S. 51.	24.	34.	6.
		La coſte d'Angleterre dit Voorlant	11.	0.	S. 51.	8.	35.	40.
		Amſterdam	9.	30.	S. 52.	20.	39.	30.
			declinaiſon occidentale					
Du deuxieſme parc vers le nort	declinaiſon occidentale augmentant	Helmſhuy pres de Noortcaep vers occident en Finmarque	0.	0.	S.		60.	0.
		Noortcaep en Finmarque	0.	55.	S. 71.	25.	61.	30.
		Noortkin	2.		S. 71.	10.	63.	30.
		S^t. Michel en Ruſſie nommé Archangel	12.	30.	S. 64.	54.	83.	30.
		L'eſtroict meridional de Waygats	24.	30.	S. 69.	30.	103.	0.
		Langenes en nova Zembla	25.	0.	S. 73.	20.	100.	30.
	declinaiſon occidentale diminuant	Willems Eylant pres de nova Zembla	33.	0.	S. 75.	55.	110.	0.
		Yſhonck en nova Zembla	27.	0.	S. 77.	12.	120.	30.
		Her Winterhuys ou maiſon hyvernale en nova Zembla	26.	0.	S. 76.	0.	120.	30.
			declinaiſon orientale.					
Du premier pare vers le midi	declinaiſon orientale augmentant	105 lieuës d'Eſpagne vers occident de Cabo ſainct Auguſtin en Breſil	*degr.*	①.	*degr.*	①.	*degr.*	①.
			0.	0.	M.		0.	0.
		Pres Cabo ſainct Anguſtin en Breſil	3.	10.	M. 8.	30.	6.	0.
		Sut midi & nort avec Cabo das Almas en Guinea	12.	15.	M. 0.	0.	29.	0.
		Noort-weſt avec un pen plus de nort des Iſles de Triſtan da Cuncha.	19.	0.	M. 31.	30.	30.	
	declinaiſon orientale diminuant	Nort-weſt avec un peu plus du weſt des ſuſdictes Iſles	15.	0.	M. 31.	30.	36.	0.
		Sur midi & nort avec Cabo de Bonne eſperance	2.	30.	M. 35.	30.	57.	
			declinaiſon occidentale					
Du deuxieſme parc vers midi (exepté Goa, Cochin & Cantan.)	declinaiſon occidentale augmentant	17 lieuës d'Allemagne de Cabo das Aguillas vers otient	0.	0.	M.		60.	
		Environ 5 lieuës en met du pais Natal	4	30.	M. 33.		66.	
		Pres les Baixos da India	11.	0.	M. 22.		79.	30.
		Moſambique	11.		M. 14.	50.	81.	40.
		En la Baye S^t. Auguſtin en Madagaſcat	13.		M. 23.	30.	83.	0.
		Vers le midi de Cabo ſainct Roman	16.		M. 28.		86.	20.
		En la Baye d'Anton Gilen Madagaſcar	15.		M. 16.	20.	91.	0.
		34 lieuës d'Allemagne Zudooſt de S^t. Brandaon	22.	0.	M. 19.	20.	110.	0.
	declinaiſon occidentale diminuant	Goa ville matchande & renommée des Indes	15.	10.	S. 15.	30.	120.	
		Cochin	15.		S. 9.	45.	121.	
		25 lieuës weſt an nott du coing de Samatra	6.		M. 5.	28.	147.	
		Bantan ville marchande aux Indes	4.	45.	M. 6.	0.	150.	
		l'Iſle Luboc	2.	25	M. 6.	10.	155.	
		Le coing ſud-weſt de l'Iſle Baly	1.	30.	M. 8.	40.	157.	
		L'emboucheure de la riviere de Cantan en China	0.	0.	S. 23.		160.	
		Bunam 46 lieuës du bout otientale de Java vers orient	0	0.	M.		160.	

Ceſte

Ceſte table eſtant ainſi deſcrite, où l'on voit trois colomnes; la premiere touchant la declinaiſon de l'aiguille d'un chacun lieu : la ſeconde, leur latitude, à laquelle eſt encore adjouſtée une troiſieſme colomne des longitudes ſi pres que l'on eſtime, afin qu'on puiſſe trouver les meſmes lieux ſur les Globes terreſtres, pour auſſi cy apres declarer plus manifeſtement les qualitez des directions de l'aiguille. La lettre S à la deuxieſme colomne ſignifie latitude ſeptentrionale ; mais M, meridionale.

Definition II.

Declinaiſon orientale ou occidentale augmentante eſt celle qui s'augmente, l'aiguille eſtant portée d'occident vers l'orient : & diminuante, celle qui alors ſe diminue.

Cecy eſt aſſez intelligible dans la precedente table; mais pour le declarer plus amplement, je diray ceſt exemple: on voit en icelle que l'aiguille en *Corvo*, monſtre le vray nort, mais de là vers l'orient, on voit qu'elle decline de plus en plus vers l'orient, juſques à une lieuë pres de Plemouth orientalement, là où la declinaiſon eſt en ſon extreme, de 13 deg. 24 ☉; & de là en avant elle ſe diminue juſques à Helmſhuy pres de Nortcap en Finmarck devers l'occident, là où elle monſtre derechef le vray nort. D'avantage la difference de longitude entre Corvo & Helmſhuy, eſt de 60 deg. ce qui eſtant ainſi, il appert que ladite extreme declinaiſon de 13 deg. 24 ☉ pres de Pleymouth, ayant ſa longitude de 30 deg. advient au milieu des deux places où l'aiguille monſtre le droit nort, car le 30 deg. eſt au milieu entre le commencement & le 60 deg.

Ce que nous avons dit du changement de la direction ſur le coſté ſeptentrional de la terre, le meſme ſe trouve auſſi par experience au coſté meridional. Car 105 lieuës Eſpagnoles de Cabo ſainct Auguſtin vers occident, ſur le commencement de longitude, l'aignille monſtre le vray norr, comme elle fait auſſi au lieu en la table nommé 17 lieuës d'Allemagne. Du Cabo das Aquillas, eſtant au 60 degré de longitude, & au milieu entre les deux, (ce qui eſt au 30 degré) vient le meſme comme au coſté ſeprenrrional, aſſavoir l'extreme declinaiſon orientale, ce qui eſt au lieu en la table nommé, nort-weſt un peu plus vers le nort des Iſles de Triſtan da Cuncha, faiſant icelle declinaiſon 19 degrez.

De cecy, on a opinion, que l'aiguille monſtre le vray nort, en tous les lieux ſituez ſous les deux ſemi-meridiens de Corvo & Helmſhuy, d'un pole juſques à l'autre. Et auſſi que l'extreme declinaiſon orientale, eſt en tous les lieux ſous le ſemi-meridien qui paſſe ſur la ſuſdite place qui eſt une lieuë de diſtance de Pleymouth vers l'orient.

Tellement que la partie terreſtre compriſe entre ces deux ſemi-meridiens diſtans 60 deg. en longitude l'un de l'autre, pourroit eſtre dite un pare, dans lequel la declinaiſon eſt de tous coſtez orientale, & qu'en la moitié de ce parc (qui eſt la partie de la terre compriſe en deux certains ſemi-meridiens, aſſavoir l'un par le commencement de longirude, l'autre par le 30 deg.) ſeroit par tout declinaiſon orientale augmentante : Et en l'autre moitié, declinaiſon orientale diminuante : aſſavoir lors qu'on va de l'occident vers l'orient, ce qui eſt ſelon la conſequence des degrez de longitude.

Et tout ainſi qu'il a eſté dit du pare, de declinaiſon orientale, & de ſes deux parties, l'une augmentante, l'autre diminuante, de meſme ſe pourra facilement entendre une ſemblable qualité d'un autre parc de declinaiſon occidentale & de ſes deux parties, l'une augmentante, l'autre diminuante : Car en l'emboucheure de la riviere de Cantan en Chiua, qui a 160 degrez de longitude depuis Corvo, la direction eſt pour la troiſieſme fois vray nort. Partant ſi par le meſme lieu eſt tiré un troiſieſme ſemi-meridien, la partie terreſtre compriſe entre iceluy & le deuxieſme, 100 degrez l'un de l'autre eſt un parc, auquel la declinaiſon eſt de tout coſté occidentale; & au milieu de ces deux, qui eſt au ſemi-meridien qui mipartiſſant ce parc paſſe par les 50 degrez depuis le ſecond ſemi-meridien & 110 deg. du premier par Corvo, ſe trouve auſſi l'extreme declinaiſon occidentale, comme il ſe peut voir en la table en deux lieux, aſſavoir en l'Iſle de Willem pres la Nova Zembla, où la plus grande declinaiſon ſur icelle latirude, eſt 33 deg. l'autre 34 lieuës d'Allemagne Zudweſt de S. Brandaon, où la plus grande declinaiſon eſt de 22 degrez, eſtans les meſmes lieux un chaeun 110 degrez de longitude; tellement qu'en la moitié de ce deuxieſme parc, qui eſt la partie terreſtre compriſe entre les deux ſemi meridiens, dont l'un a de longitude 60 deg. l'autre 110 deg. feroit de tout coſté declinaiſon occidentale augmenrante, & en l'autre moitié diminuante.

Juſques icy des 160 degrez de longitude, à 20 degrez pres de la moitie de la longitude totale, deſquels le ſuſdit Sieur *Plancius* à recouvert les directions cy-deſſus deſcrites; mais les obſervations du reſte, aſſavoir de Cantan vers orienr, ou de Corvo vers occidenr, n'ont eſté bien faites, d'autant que ce qu'il a eu des Eſpagnols, Anglois, & des noſtres ne s'accordent pas bien les unes aux autres, comme eſtant faictes ſans inſtrumens propres à ceſt effect, & avec peu d'experience. Mais il en attend de plus ſeures nouvelles.

Definition III.

Les ſemi-meridiens qui paſſent là où l'aiguille monſtre le vray nort, nous les nommons premier, ſecond ſemi-meridien, & ainſi des autres, ſelon l'ordre des degrez de longitude, autant qu'il y en a, en commençant au ſemi-meridien qui paſſe par Corvo.

Comme le ſemi-meridien, dont l'une partie ſeptentrionale paſſe par Corvo; & l'auſtrale par le lieu qui eſt nommé en la table 150 lieuës Eſpagnoles du Cap S. Auguſtin en Breſil vers l'occident, s'appelle premier ſemi-meridieu. Et celuy qui paſſe ſeprentrionalement par Helmſhuy, & meridionnellement par le lieu denommé en la table 17 lieuës d'Allemagne du Cabo das Aguillas vers orienr, s'appelle ſecond : Et celuy qui paſſe par l'emboucheure de la riviere de Cantan en la Chine, le troiſieſme.

Definition IV.

La ſuperficie compriſe entre le premier & ſecond ſemi-meridien s'appelle premier parc; & les autres par ordre, deuxieſme, troiſieſme parc, juſques au dernier.

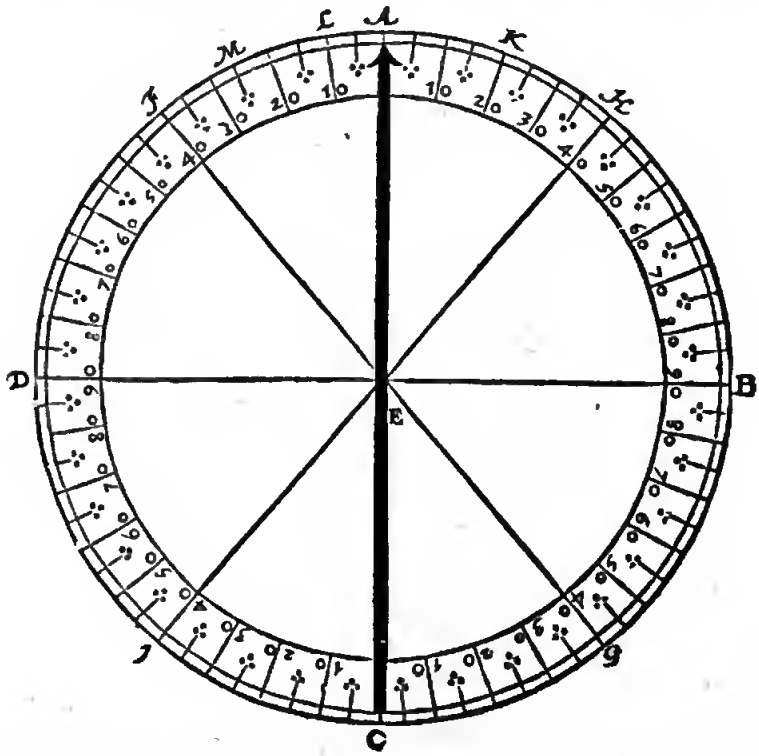
S'ENSUIVENT LES Propositions.

Proposition I.

Trouver la direction de l'aiguille ſur mer.

Pour parvenir en un port requis par l'aide de ceſte maniere premiſe, il eſt beſoing de ſçavoir preallablement comment l'on trouve la direction ſur mer; ce que nous declarerons cy deſſous pour ceux qui ne le ſçavent pas.

Puis que l'on veut icy trouver la declinaiſon de l'aiguille du nort, on cerche premieremēr le poinct du nort pour comparer à iceluy la direction: la maniere de trouver ce poinct dn nort en une nef mobile ſur mer a grande cõmunauté à celle qui ſe fair ſur terre ferme, comme il s'enſuit. En la bouſſole on fait convenir la fleur de lis ſur le bour ſeprentrional de l'acier ou de l'aiguille qui eſt deſſous : Ou bien au lieu de la fleur de lis, on



ment avec la ligne, laquelle en ſon compas il tient pour meridienne, ainſi fera-il icy le ſemblable, excepté qu'il commence 3, 4, ou 5 heures ou plus, devant midy, prenant alors garde ſur quel degre, l'ombre de la perpendiculaire ſera; & ſoit par exemple ſur le 40 deg. en F, tellement que G E F, ſignifie l'ombre, & prenant alors la hauteur du ſoleil, la trouve (par exemple) de 25 degrez, leſquels il tiendra en la memoire auſſi bien que les 40 deg. puis attendant apres midy, juſques à ce que le Soleil ſoit deſcendu à la meſme hauteur precedente, 25 deg. & verra encore où l'ombre de la perpendicle rombera ſur le papier, laquelle, par exemple, rombe ſur le 40 de l'autre coſté, comme en H, tellement que IEH denote l'ombre: ceci eſtant ainſi, le milieu de l'arc FH, comme A, eſt le poinct du vray nort requis, & pource que l'aiguille monſtre directement ſur le meſme, elle n'a en ceſt exemple aucune declinaiſon, ains monſtre le vray nort.

Mais ſi à la ſuſdite obſervation apres midy, l'ombre de la perpendicle n'euſt pas monſtré 40 deg. de l'autre coſté de A, mais, par exemple, ſeulement 20 degrez, juſques à K, alors on euſt diviſé l'arc FK, faiſant 60 deg. en deux egalement au poinct L, ainſi que LF, & LK ſont chacun 30 degrez. Ce qui eſtant ainſi, L eſt le poinct du nort, & telle declinaiſon eſt orientale de L à A 10 deg. pour la requiſe.

Pareillement, ſi à la ſuſdite obſervation apres midy, l'ombre du filet euſt monſtré le poinct L, ce qui eſt

mer l'aiguille meſme deſſus la carte, en diviſant le cercle de la meſme carte en 360 deg. en commençant au poinct du nort, comme cy deſſous le cercle A B C D, là où l'aiguille A C, eſt fixe ſur la meſme carte; & E le centre; l'uſage eſt tel.

Tout ainſi que le Pilote en cerchant la latitude, attend juſques à ce que le midi ſoit venu, aſſavoir quand l'ombre du filet d'un plomb pendant convient droite-

30 deg. de F, alors on diviſe l'arc FL faiſant 30 deg. au poinct M en deux egalement, aſſavoir que MF & ML ſoient chacun 15 deg. Alors M ſera le vray nort, & la declinaiſon requiſe ſera de M à A 25 degrez, qui eſt orientale; & ainſi de tout autre exemple. Or ſi l'aiguille tournoit ſans eſtre attachée ſur la carte, comme cy-deſſus, & que les degrez fuſſent marquez ſur le bord de la caſſe, comme il ſe fait bien; l'uſage en ſera comme cy-deſſus, moyennant qu'au temps de l'obſervation on tourne la caſſe juſques à ce que l'aiguille monſtre le commencement des degrez.

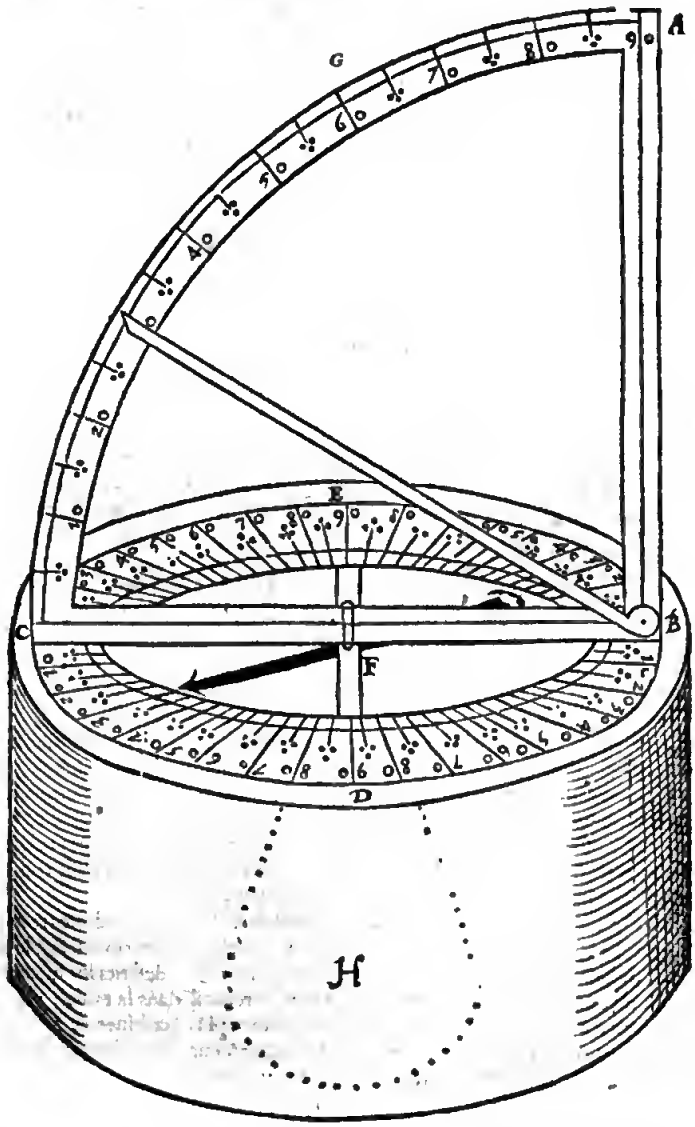
Il y en a qui prennent un quadrant vertical, dont le plan horizontal demeure touſiours au niveau, nonobſtant la variation du navire; car par iceluy ſe trouvent la hauteur du Soleil, & l'arc vertical enſemble. La forme eſt telle, A B C ſignifie un quadrant qui eſt perpendiculaire ſur le cercle B D C E, diviſé en ſes 360 deg. pour l'horizon; F centre, ſur lequel tourne le quadrant; & afin qu'il demeure touſiours perpendiculairement ſur ledit cercle B D C E, il y a un appuy d'un coſté & d'autre, comme de G juſques à D & E fiché audit quadrant qui tourne avec iceluy: Puis il y a une vitre au cercle B D C E, qui couvre l'aiguille auſſi grande que la caſſe le permet, où ſont auſſi 360 deg. que l'aiguille monſtre de ſa poincte, qui conviennent avec les 360 degrez de l'horizon. L'inventeur de ceſt inſtrument eſt *Regnier Pieterſzoon*, & eſt fait pendant ſur deux eſpieux, comme les bouſſoles marines, afin que le cercle

cle B D C E demeure touſiours au niveau, combien que le navire ſoit vacillant : Et afin que la choſe ſoit plus certaine, au deſſous eſt appliqué un pois H, de 25 ou 30 livres, ou autant que requiert l'inſtrument.

Notez auſſi qu'il eſt convenable que le quadrant ſoit d'un & d'autre coſté egalement peſant, afin d'eſtre bien à plomb ſur le cercle horizontal ; c'eſt à dire que le coſté de F vers C, ſoit auſſi peſant comme de F vers B ; ce qui ſe peut parfaire en pendant le quadrant ſeul par le poinct G, & pres de F, & en limant le coſté plus peſant, autant que la reigle B C pende en equilibre.

A cela on objecteroit que le mouvement de l'alidade cauſeroit changement au niveau de B C ; je reſponds que la faute ne peut eſtre ſenſible, veu que H eſtant un pois fort peſant, d'autre coſté l'alidade eſt fort legere.

Quant à l'uſage d'iceluy pour trouver la declinaiſon de l'aiguille, on commence comme en la premiere maniere, quelques heures devant midy, tournant l'inſtrument juſques à ce que l'aiguille monſtre le commencement des degrez, puis on tourne le quadrant çà & là, tant que le Soleil paſſe par les pinnules : Ce qui eſtant



ainſi, je poſe que l'Indice du quadrant ſur l'horizon, monſtre 40 deg. & la hauteur du Soleil que l'alidade monſtre, ſoit 25 deg. leſquels je retiens en memoire, juſques à ce que le Soleil apres midy ſoit deſcendu à la meſme hauteur de 25 deg. alors on tourne la bouſſole tant que l'aiguille monſtre le commencement des degrez ; cela fait, on diviſe l'arc de l'horizon entre les deux obſervations ſuſdictes, dont le milieu denote le vray meridien : alors la declinaiſon ſe verra, ſi l'aiguille ne monſtre juſtement ledit poinct.

Or comme nous avons dit avec le Soleil, le meſme ſe peut faire avec toute ſorte d'eſtoile de nuit, horſmis la lune, à cauſe de ſa viteſſe & de la parallaxe d'icelle, pour ſa proximité.

Notez encore qu'on peut faire devant midy 2, 3, 4, obſervations & d'avantage : comme par exemple, le Soleil eſtant eſlevé 10 deg. en la premiere ; puis 15 deg. en la ſeconde ; puis 20 deg. en la troiſieſme ; & alors apres midy faiſant auſſi trois autres telles obſervations à telle hauteur, on trouvera comment les unes s'accor-

dent avec les autres, ce qui donnera alors d'autant plus de certitude à l'observateur.

Il peut advenir que le Pilote navigant 10, ou 12, heures entre les premieres & dernieres operations, d'orient vers l'occident, ou au contraire, trouveroit 1 deg. ou plus de difference, de la direction; de sorte que le nort qui se tronveroit entre la premiere observation devant midy, & la derniere apres midy, ne conviendroit avec le nort entre la derniere observation devant midy, & la premiere apres midy, nonobstant qu'il ait bien fait. En tel accident, il pourra bien juger combien la declinaison aura changé en autant d'heures, & estimer par cela, où que pourroit estre le nort avec tant plus de certitude. Ce qui se peut recognoistre par les precedentes directions faites auparavant, en les comparant avec la direction presente.

Conclusion. Nous avons donc trouvé la direction de l'aiguille sur mer selon le proposé.

Proposition II.

Trouver un port duquel la latitude & la direction sont cognuës.

Par la latitude & la direction d'un lieu, qui sont notoires par experience, ou peut trouver iceluy, sans sçavoir la longitude. Comme par exemple, si le Pilote sçait que la latitude d'Amsterdam est de 52 deg. 20 ①, avec la declinaison orientale de 9 deg. 30 ①, & qu'il se trouve en mer à la mesme latitude de 52 degr. 20 ① avec la susdite declinaison otientale de 9 degr. 30 ①, il cognoist par cela qu'il est és environs d'Amsterdam, quelle longitude qu'elle puisse avoir.

On objectera peut estre, qu'il y a encor bien d'autres lieux de pareille latitude & direction que non pas Amsterdam: il est bien vray, mais c'est fort loing de là, & peuvent estre recognuës par les circonstances, desquelles nous parlerons à la troisiesme proposition. Notez que combien que les Pilotes puissent bien tronver Amsterdam par autre voye sans declinaison, comme par les lieux circonvoisins, par conjectures, profondeurs, sables, & par d'autres signes; toutesfois nous avons pris pour exemple, ceste place cognuë pour par là mieux declarer la generalité de la regle és voyages loingtains, là où en beaucoup de temps l'on ne voit aucunefois point de terre. Comme si quelqu'un voulant naviger d'icy vers Cabo S. Augustin, & sçachant que la declinaison est (comme on dit) 3 deg. 10 ① orientale, & la latitude meridionale de 8 deg. 30 ①; quand donc en navigant vers icelle, il sera venu à telle declinaison & latitude, il sçaura qu'il est en Bresil environ le Cabo S. Augustin: & delaissera les conjectures qui pourroyent contrariet à cela; comme s'il s'estoit abusé par les cours occultes des eaux, ou comme s'il avoit mal conjecturé. Car que la direction qui jadis estoit 3 deg. 10 ① en ce lieu là, soit changée maintenant, la raison ne veut pas qu'en pensant cela, on se vueille fonder puis apres là dessus, pour le mettre en practique: Ou bien si quelqu'un trouvoit en mer une autre declinaison que celle-là, qu'il confesse estre bonne, & toutesfois voulant delaisser l'experience, & suivre la conjecture, disant qu'il est pres de Cabo S. Augustin, qui est-ce qui n'entendroit qu'il parle contre soy mesme, disant qu'icelle declinaison est de 3 degr. 10 ① & qu'elle n'y est point.

D'avantage il est bien advenu qu'un Pilote navigant vers l'Isle de saincte Helene, & estant venu à ceste latitude, & ne l'y trouvant pas, ne sçachant aussi si elle estoit de là vers l'orient ou vers l'occident, il a cerché à tastons vers orient, plusieurs sepmaines, voire ancnefois il tournoit a l'entour avant que d'y entrer, ce qui estoit vers l'occident; & tant plus il alloit avant, d'autant plus s'en esloignoit-il; je demande maintenant s'il eust cognu la direction de S. Helene, & la maniere de la trouver, sçavoir-mon s'il eust obstinément navigé vers une plus grande declinaison, s'il eust scen que ceste place en avoit une moindre?

Conclusion. Nous avons donc trouvé un havre dont la latitude & direction estoyent cognuës: ce qu'il falloit faire.

Proposition III.

Trouver sur la mer, en quel parc la presente direction est.

Veu que sur la terre sont plusieurs parcs, d'egale declinaison & latitude, on pourroit douter sur lequel on est: car soit qu'nn navire prenne son cours d'Amsterdam vers le Bresil à Cabo S. Augustin, dont la latitude est en la table de 8 deg. 30 ①, & la direction, d'occident augmentant du premier parc, 3 deg. 10 ①: & en passant pres d'Angleretre trouve que sa direction augmente de plus en plus vers l'orient, jusques anpres de Plemouth, estant là en son extremité de 13 deg. 24 ①, ce qui le fait certain que jusques là il a navigé en l'orientale diminution dn premier parc, & qne de là en avant il navigera en l'orientale augmentation, & que s'il la trouve de 10 deg. en la latitude de 38 deg. 55 ①, il cognoistra qu'il est environ Cabo de Roca pres de Lisbone: & de là tirant vers le Zudwest, trouvera de jour à autre diminution de laritude, & que l'aiguille se dirige de plus en plus vers le nort; ce qu'estant ainsi continuellement practiqué, on sçait tousiours en quel parc est la presente direction.

Conclusion. Nous avons donc tronvé sur mer en quel parc est la presente direction, selon le requis.

Jusques icy sont descrits les qualitez des directions, suivant le recueil dans la table; s'il se trouve d'autres observations plus certaines cy apres, on poutra conclurre autrement, se soubmettant tousiours à la meilleure maniere.

Fin du cinquiesme livre de la Geographie.

SIXESME

SIXIESME LIVRE
DE LA GEOGRAPHIE.
De la Theorie des Marées.

ARGUMENT.

VEu que l'experience eſt le fondement plus certain pour tirer de là les regles generales, afin de parvenir à la cognoiſſance des choſes, & qu'auſſi les grandes navigations que font maintenant ceux de ces pays, fourniſſent des moyens ſuffiſans plus qu'auparavant, pour pouvoir deſcrire une Theorie des Marées, laquelle nous deſcrirons preſentement, fondée tant ſur l'experience, que conduite, par la conformité des jugemens qu'on doit donner aux choſes ſemblables; afin de donner occaſion à ceux qui par l'abondance d'obſervations auront meilleur moyen d'eſcrire, conviez de la perfectionner en toutes ſes parties.

Quant à ce qu'on me pourroit objecter, que je devois moy-meſme faire recerche certaine de ces choſes, ou la faire faire par d'autres, devant que de divulguer ce traicté; ſur cela donc ma reſponſe eſt telle, que puis que ce ne peut eſtre l'ouvrage d'un homme, ou de peu de perſonnes, que ceſte voye m'a ſemblé la plus propre, pour acquerir en peu de temps beaucoup de choſes de ceſte matiere, & grande certitude; car pluſieurs eſtant advertis des obſervations ſuſdites, il pourra advenir qu'à ceux-cy, un grand nombre d'autres s'y adjoindront, plus que mon ſeul advancement ne pourroit faire à d'autres particuliers.

PETITIONS.

Petition I.

QV'on nous concede de dire que la lune & ſon poinct oppoſite tirent & ſuccent continuellement l'eau du Globe terreſtre.

Declaration.

On trouve par experience journalieres, que les marées ſont regies de la lune, que les plus hautes marées auſſi ſe font en nouvelle & pleine lune, (qu'on appelle en bas-Alemand *ſpringvloet*) mais les moins hautes ſe font és quartiers de lune: cognoiſſant meſme l'heure des marées au grand avantage de la navigation, deſquelles choſes on n'a beſoing d'en faire des petitions particulieres, puis que cela eſt hors de diſpute. Mais d'autant qu'à chaque circuit que la lune fait alentour de la terre (d'environ 25 heures de temps) ſe font deux flux, & deux reflux, il advient que pluſieurs ont eſtimé que la lune & ſon poinct oppoſite ont une meſme proprieté, qu'ils attirent & ſuccent l'eau en haut vers eux: toutefois il eſt incertain ſi en la nature la choſe ſoit telle, car par leur preſſement ou repouſſement (qui eſt le contraire d'attirer) il adviendroit auſſi deux flux & deux reflux. Mais lequel des deux eſt la cauſe de ce, ou bien ſi une troiſieme proprieté en eſt la cauſe, je penſe que cela eſt incognu, faute d'experience. J'ay bien fait quelques enqueſtes à nos mariniers du flux & reflux des lieux où ils ont eſté, ſans pouvoir apprendre d'eux ce que je cerchois: Et d'autant que quelques uns des plus aviſez ont eſté de mon opinion touchant l'attirement ou ſuccement, cela me donne occaſion de faire petition que cela me ſoit concedé, afin de donner un fondement à la Theorie; & ſera finalement fait mention à la penultieme propoſition, quel changement il adviendroit par repouſſement.

Petition II.

ET que la terre ſoit couverte d'eau, ſans que le vent donne empeſchement à la marée.

Declaration.

L'ordre naturel de la marée, eſt empeſché par vents & par les pays haut eſlevez, tellement qu'en tout lieu où la lune ou ſon oppoſite ſe trouvent au meridien, la marée n'eſt pas haute ſelon que la regle generale le requiert, & ſuivant la premiere petition: mais peut eſtre baſſe, ou autrement: Secondement que le flux ne viendra point d'orient vers l'occident, mais bien de l'occident, ou de quelque autre endroit. Tiercement qu'en certains lieux, deſquels le zenith eſt loing de la lune, le flux journalier aura eſté plus haut que ceux qui auront eu la lune pour zenith, ce qui toutefois devoit avenir au contraire ſuivant l'hypotheſe.

Et afin que ces deſreglemens ne nous empeſchaſſent de comprendre la grande proprieté generale de la marée, laquelle nous deſcrirons en forme Theorique, nous demandons que les choſes mentionnées en la preſente petition ſoyent concedées; afin de pouvoir puis apres traicter à part de la qualité des empeſchemens, diſtingant le regulier de l'irreguliet, comme on fait en la Geometrie; car combien que l'Arpentage n'ayt pas un ſubject Mathematique qui convienne à la perfection des figures Geometriques, neantmoins ne laiſſe d'eſtre eſtimé pour choſe belle & utile, de meſme ſant-il entendre de ce preſent traicté, qui peut eſtre utile à la navigation, combien que la mer n'aye la perfection poſée en ceſte petition.

DEFINITIONS.

Definition I.

SI on mene une ligne du centre de la terre juſques à celuy de la lune: le poinct où elle paſſe en la ſuperfice de l'eau, eſt appellé ſommet du flux; & ſon poinct oppoſite, contreſommet du flux.

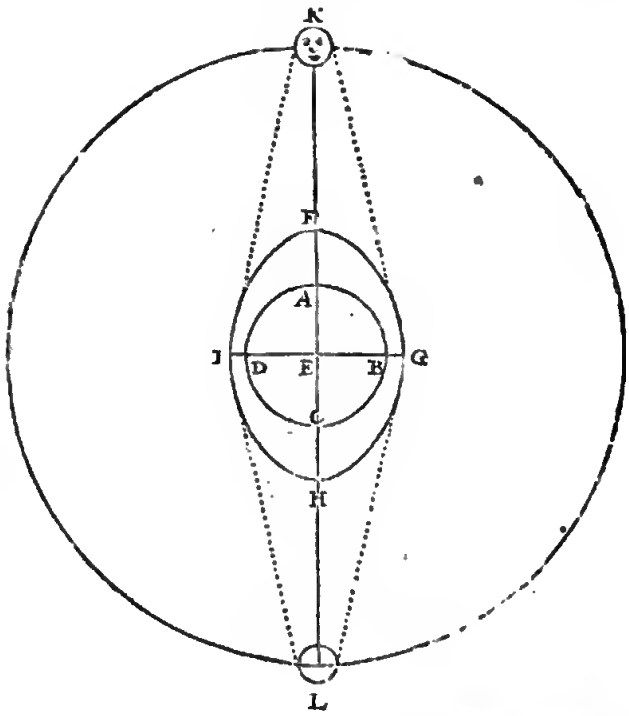
Declaration.

Soit I F G H l'eau alentour de la terre A B C D, & du centre d'icelle E ſoit menée une ligne vers la lune en ſa voye K, coupant la ſuperfice de l'eau en F, lequel nous appellons ſommet du flux, & H contreſommet du flux: & puis que F & H ſont tirez de K & L, il s'enſuit que l'eau aura une figure ovale ſolide ou d'elipſoide; ſoit menée I G à angles droits ſur F H pour ſervir à la ſuivante definition.

Definition II.

LE cercle alentour de la terre, duquel le plan eſt à angles droits, & coupe en deux egalement la ligne entre les deux ſommets des flux; ce cercle donc ſoit appellé cercle de reflux.

Decla-



DECLARATION.

Ce cercle a pour diametre I G, & ſon plan eſt à angles droits ſur la ligne des ſommets F, H: & c'eſt en la circonference d'iceluy cercle de reflux que la marée eſt la plus baſſe, car E I eſt la ligne plus courte vers l'eau.

S'ENSUIVENT LES PROPOSITIONS.

PROPOSITION I.

Recercher les qualitez generales des Marées.

Pour avoir une choſe propre à bien demonſtrer la qualité des Marées, il ne ſeroit pas mauvais de faire faire une demie figure de Marée, comme une moitié d'œuf coupé par le flanc, ainſi que I F G cy-deſſus, tellement que le diametre I G ſoit egal au diametre d'un Globe terreſtre, comme *Son Excellence* en fit faire de carton, lors qu'il s'exerçoit en la Theorie. Mais d'autant qu'au Globe celeſte il y a deux cercles & 4 poincts propres pour fournir d'exemples à ceſte matiere, les cercles pour cercles de reflux, & les poincts pour ſommets des flux, cela nous ſuffira.

1 Exemple, la lune eſtant en la ſection vernale, aſſavoir en l'equinoctial.

Les ſections vernales & autommales d'un Globe celeſte me denoteront les ſommets des flux, & le colure des ſolſtices pour le cercle de reflux: parquoy cependant que la lune court au deſſus de l'equateur, ceux qui l'auront pour zenith, auront auſſi le flux, & 6 $\frac{1}{4}$ heures apres (qui eſt environ le temps que la lune à fait le $\frac{1}{4}$ du circuit alentour de la terre) le cercle du reflux ſera parvenu au meſme lieu, & auront alors baſſe marée. Et derechef dans 6 $\frac{1}{4}$ heures encore haute marée, & touſiours ainſi.

2 Exemple, la lune eſtant au 90 degré de l'ecliptique.

Ayant pris un Globe celeſte, les 90 & 270 degrez ſur l'ecliptique denoteront les ſommets des flux, & le cercle qui paſſe par les equinoxes & les poles de l'ecliptique, ſera le cercle du reflux. Or les temps entre flux & reflux ne ſeront pas egaux, comme au premier exemple; & en un lieu plus de difference qu'en l'autre, ſelon la difference de leur latitude. Soit qu'on vueille trouver le meſme ſur la latitude de 50 degrez; j'eſleve le pole ſur l'horizon de 50 deg. & amene le 90 deg. de l'ecliptique ſous le meridien, puis tourne le Globe juſques à ce que le cercle du reflux vienne à couper le meridien en la latitude de 50 deg. c'eſt au zenith: & conſidere combien de degrez de l'equinoctial ſont paſſez, & trouve (je prens) 121 deg. 13 ☊; & puis que 15 degrez de l'equinoctial ſe paſſent en une heure, le ſuſdit nombre, vaudra 8 heures 5 ☊, pour le temps entre la haute & baſſe matée, & de là juſques au flux conſequent (du contreſommet) y aura 3 heures 55 ☊ pour faire enſemble 12 heures, ſans y comprendre le propre mouvement de la lune, que je delaiſſe pour eviter prolixité.

NOTEZ.

Son Excellence recerchant le ſuſdit deuxieſme exemple avec le Globe celeſte, & pourſuivant le propoſé de pluſieurs flux & reflux l'un apres l'autre, y a trouvé l'ordre ſuivant.

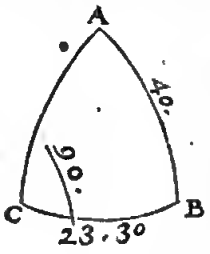
Le temps depuis le premier flux mentionné juſques au reflux, eſt de 3 heures 55 ☊, comme a eſté dit, puis juſques au flux ſuivant, on trouve 8 heures 5 ☋: tellement que ſi la lune eſtoit inceſſamment au 90 degré de l'ecliptique (ce qui ſe peut poſer pour apprendre les choſes faciles premierement) l'ordre des marées s'entreſuivroit comme icy deſſous:

Flux

Flux	8 heures	5 ☉.
Reflux	3	55 ☉.
Flux	3	55 ☉.
Reflux	8	5 ☉.
Flux	8	5 ☉.
Reflux	3	55 ☉.
Flux	3	55 ☉.
Reflux	8	5 ☉.
Flux	8	5 ☉.

Et ainſi conſequemment : toutefois il advient tel changement en cecy, autant que le cours de la lune emporte.

Mais pour trouver le ſuſdit temps par les triangles ſpheriques, je remarque la fin de l'operarion ſuſmentionnée ſur le Globe celeſte, la forme du triangle compris des trois poincts ; aſſavoir du pole de l'equinoctial B, du pole de l'ecliptique C, & du zeuith A ; & norez que l'angle au pole de l'ecliptique C, eſt droit : & que CB, coſté entre les deux poles, eſt 23 degt. 30 ☉ 1 Et le coſté A B entre le zenith A & le pole de l'equinoctial, eſt 40 deg. (complement de la latitude 50.) donc tel triangle ayant trois termes cognus, on doit cercher l'angle B, par la 32 propoſition des triangles ſpheriques, qui ſera de 58 degrez 47 ☉ : leſquels oſtez de 180, reſtera ſon adjoinct 121 deg. 13 ☉, & autant fait l'ate paſſé de l'equinoctial, qui vaut 8 heures 5 ☉ pour le tequis.



Demonstration.

AB, BC, prolongez jnſques à l'equinoctial, comptenent un arc d'iceluy, qui eſt la gtandeur de l'angle B, c'eſt 58 deg. 47 ☉ : mais le prolongé de B C paſſe auſſi par le 270 degr. de l'ecliprique, entre lequel & le 90 deg. de l'ecliptique y a 180 deg. leſquels au temps depuis la haute marée juſques à la baſſe, ſont paſſez moins l'angle B 58 deg. 47 ☉, qui eſt 121 degr. 13 ☉, comme en l'operation.

Corollaire I.

L'eau eſt au plus bas, és poles de la terre, lors que la lune eſt en l'equinoctial, comme il a eſté dit au premier Exemple ; & eſt au plus haut là meſme, lors que la lune eſt aux tropiques, & avec cela encor en ſon extreme latitude boreale ou anſtrale, d'où s'enſuir que de 7 jours en 7 jouts, arrivent flux & reflux. Toutefois il y a quelque changement là, comme ailleurs, en ce que les flux ſont plus hauts en nouvelle & pleine lnne, qu'au temps des quartiets.

Corollaire II.

Mais en l'equateur ils ſe ſuivent touſiours (aſſavoit flux & reflux) de $6\frac{1}{4}$ heures environ, où que la lune puiſſe eſtre. Soit, par exemple, la lune au 90 deg. de l'ecliptique : alors le cercle de teflux paſſera par les equinoxes & par les poles de l'ecliptique, qui eſt appertement 6 heures du eours de l'equinoctial, aſſavoir entre l'equinoxe & les 90 degrez de l'ecliptique: & ront de meſme des autres lieux où la lune puiſſe eſtre : comme il ſe peut voir plus clairement par ces ſommers des flux en carton ſur le Globe, comme il a eſté dit au commencemeut de la t proportion.

Corollaire III.

Il appert que ſur la terre, que les lieux plus pres du pole, que la lune de l'equinoctial, qu'ils ne ſont touchez par le cercle de reflux : tellement qu'ils n'ont le teflux ſi bas, que qnand ledit cercle paſſe par iceux.

Notez.

Comme *Son Excellence* euſt veu le conteuu de ce troiſieſme cotollaire, il vouluſt auſſi quant & quant voir quel temps il y a entre le plus bas reflux juſques au plus haut flux : & trouva que c'eſtoit 12 heures (comme ſeront ceux qui cercheront le meſme) & conclud là deſſus, que tel accident devoir avenir à ceux qui ont la latitude au deſſus de 61 deg 30 ☉, car aurant eſt le complement de la grande declinaiſon de la lune, aſſavoit 28 deg. 30 ☉.

Il me ſouvienr avoir ouy dire à quelque Matelot expert, qu'il avoir eſté en des lieux, où la haute & baſſe marée s'entreſuivoyent de 12 en 12 heures ; mais que cela ne duroit pas long temps, voire qu'il s'en enſuivoit par apres un ordre deſreglé. Mais ſi cela artive pour ceſte raiſon, on en pourroit avoir la deciſion, lors qu'on mettroit en œuvre la neufieſme propoſition ſuivante.

Corollaire IV.

Il eſt noroire que l'un des ſommets de flux, eauſe plus haure marée que l'autre, tantoſt le ſommet, rantoſt ſon contre ſommet, aſſavoir celuy qui vient plus pres du lieu requis.

Notez.

Que de ce qu'eſt dit, ſe conclud, qu'en terre il y a 4 notables diverſirez de marées, touchant leur ordre alternarif.

Premierement, que ſur l'equateur ſe ſuivent rouſiouts de $6\frac{1}{4}$ d'heures l'une l'autre, comme au t exemple, & 2 corollaire.

Secondement, hors l'equateur juſques à la latitude d'environ 61 deg. 30 ☉, là où elles different, ſelon le conreuu du deuxieſme exemple.

Tiercement, depuis le 61, 30 ☉ juſques aupres du pole, là où en d'aucuns temps elles s'entreſuivent de 12 en 12 heures, comme à la nnte du troiſieſme exemple.

Quartement ſous le pole, où elles s'enrreſuivenr d'enviton 7 jours, eomme au premier cotollaire.

Corollaire V.

Il appert que par les deux exemples & cotollaires ſuſdits, auſquels les deux ſommets de flux & le cercle de reflux eſtoyent marquez ſur le Globe celeſte : on peut entendre aiſement les regles des autres exemples, qui n'ont leurs ſommets de flux & cercles de reflux marquez ſur le Globe, mais peuvent bien eſtre marqués par un inſtrument de marée, duquel a eſté parlé au commencement de ceſte propoſition.

Concluſion. Nous avons donc recetehé les qualirez generales des marées, ſelon le tequis.

Propostion II.

Declarer la cauſe pourquoy apres le haut flux, ſuit un reflux plus bas, qu'apres le flux bas.

On trouve par experience, qu'apres le haut flux, ſuit un reflux plus bas, que non pas le reflux qui ſuit apres un flux du temps des quarts aſpects lunaires : tellement qu'és ouvrages de mer, leſquels doivent eſtre fairs dans des lieux profonds, & au temps qu'ils ſont ſecs, il faut attendre le reflux qui ſuit un haut flux, comme nagueres entre autres lieux devant Oſtende, ſur la greve de la met. La raiſon eſt telle, eomme en la figure de la premiere definition, l'eau és plus hauts flux (qui arrivent en nou-

en oouvelle & pleine lune) eſt attirée eo plus grande quaotité, & plus haut en F & H, qu'au temps des quartiers de lune; donc le cercle de reflux a plus de defaut d'eau, & eſt l'eau plus baſſe, que non pas au temps des quartiers de lune.

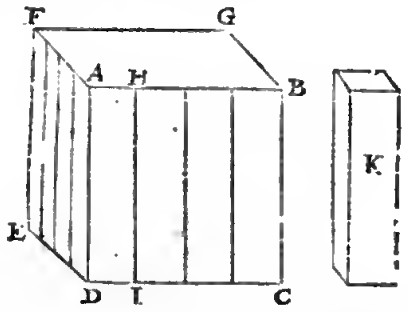
Concluſion. Nous avons donc declaré la cauſe pourquoy, &c. ſelon le requis.

Juſques icy les propoſitions ont ſervy à declaret la qualité generale des marées : les ſuivantes ſeront particulieres, aſſavoir des cauſes pourquoy en d'aocuns lieux de la terre, la regle generale n'a point de lieu.

Proposition III.

Declarer pourquoy les petites eauës ne ſont pas attirées ſi haut de la lune & de ſon poinct oppoſite, que les grandes.

On ne temarque pas que les petites eauës, comme les petits canaux, rivieres, footaioes, ou l'eau dedaos un ſeao, ou un vetre, &c. ſoyeot attirées de la lune: toutefois on pourroit dire qu'elles devroyent auſſi bien eſtre attirées de la lune, qne les grandes, & plus facilement. Pour en declarer la raiſon: Soit A B C D E F G un vaiſſeau plein d'eau, & les coſtez, comme A B C D ſoyent quarrez, 4 pieds de haut, & 4 pieds de large; parquoy ſur ce quatré il y aura un poids qui preſſera à l'eocontre autant que feroit 32 pieds d'eau par la 15 prop. des elemens ponderaux de l'eau : & toute l'eau



contient 64 pieds. Soit auſſi poſé que chaque qoarré ſoit diviſé en 4 planches, comme eſt la planche A H I D, haute de 4 pieds, & large d'un pied : alors contre une chacune d'icelle, y aura un poids qui preſſera à l'encontre, egal au poids de 8 pieds d'eau, (qui eſt le $\frac{1}{4}$ de 32) & y aura 16 telles planches. Et poſant qu'eo dehors il faille ſouſtenir les planches pour les tenir en telle forme que deſſus, & pouſſant egalement par dehors que l'eau pouſſe en dedans, c'eſt à dire 8 pieds d'eau; & qu'à ceſte fin on prenne 64 forces diſtinctes, comme ſeroyent 64 hommes, aſſavoir autant comme il y a de pieds d'eau dedans le vaiſſeao; alors il y aura 4 hommes à chacune planche. Soit maintenant K un autre petit vaiſſeau plein d'eau ayant 4 telles planches à l'entour, ce vaiſſeau contiendra 4 pieds d'eau, eſtant 4 pieds de haut; cela eſtaor ainſi, ſi quelqu'un vouloit dire, que puis qu'il ne faut que 64 hommes pour retenir 64 pieds d'eau, de 4 pieds de haut, qu'auſſi il ne faudroit que 4 hommes à l'entour du petit vaiſſeau K, pour retenir 4 pieds d'eau, 4 pieds de haut, & ainſi ne mettre qu'un homme pour ſouſtenir une planche, ao lieu qu'il y en a 4 à une chacune planche du grand vaiſſeau; il y auroit de l'erreur, d'autant qu'à chaque planche de K, il y a autant de peſanteur qui pouſſe à l'encontte qu'à chaqoe planche du grand vaiſſeau par la 11 prop. des elements ponderaux de l'eau : tellement qu'il ne faudroit pas ſeulement 4 hommes à l'eutour de K, mais 6. Et par conſequent 4 hommes ne pourront pas ſi bien eſlever 4 pieds d'eau auſſi haut au petit vaiſſeau K, que feroyeot 64 hommes, 64 pieds d'eau au grand vaiſſeau. D'où s'enſuit aoſſi, qu'un commandant ſur ces gens-là, les ordoonant rellement qoe le nombre de ceux qui ſeroyent au grand vaiſſeau autoit telle raiſon au nombte de ceux qui ſeroyent au petit, comme l'eau du grand au petit, qo'alors ceux qui ſetoyent au petit, n'eſleveroient pas ſi haut l'eau, que ceux qui ſont au grand; le meſme faut-il eotendre de la lune & de ſoo poinct oppoſite, leſqoels combien qu'ils attitent l'eau, neantmoins n'attirent pas tant les petites comme les grandes, voire noo pas ſi haut; & ne ſe peut pas remarquet.

Concluſion. Nous avoos dooc declaré pourquoy les petites eauës ne ſont pas attirées ſi haut par la lune & ſon poinct oppoſite qoe les grandes, ſelon le requis.

Alb. Girard.

On pourroit dire que la lune n'attire pas, mais qu'il y a de la matiere lunaire eſparſe dans la mer, laquelle ne demande qu'à retourner en ſon lieu; & que celle matiere-là n'eſt pas en l'eau douce, ce qu'on preſumeroit eſtre ce qui eſt enclos dans la ſaumure & amertume de la mer: & qu'il y a une autre choſe auſſi dans la mer qui a antipathie à la lune, comme le feu qu'on fait ſur la terre a une antipathie au centre de la terre, car il s'en deſtourne tant qu'il eſt poſible.

Proposition IV.

Declarer pourquoy le flux ne vient pas en pluſieurs lieux d'orient vers l'occident, comme la regle generale de la Theorie le requiert.

S'enſuit de la propoſition precedente que les petites eauës ne ſont attirées ſi haot que les grandes: & partant que les rivieres qui ſont des petites eauës n'ont poiot de flux, voire que les flux qu'on y remarque, vienneor de la mer; & partant ſi l'emboucheure de la riviere, eſt diſpoſee en telle ſorte que le flux y entre d'occident vers l'orient, que par accident cela ſe fait contre la regle geoerale de la Theurie, & la riviere eſtant d'un autre coſté le flux y viendra auſſi, combien que ce ne ſoit d'orient vers occident: comme le flux qui vient de la mer dans la riviere de l'Eſcaut, court de Bergues ſur le Zom vets Anvets, qui eſt vets le midy, & de là vers Baſtro, car comme le cooduir de la riviere eſt, ainſi court-elle. Or tout ainſi que cela ſe fait de la mer en une riviere, ainſi en advient-il d'une grand' mer en une petite : & par exemple on voit le flux venir d'occident vers orient le long des coſtes de Fraoce, Flandre & Hollande; pource que la grande large mer d'Eſpagne, qui s'eſtend joſques à l'Amerique, eſt ſeparée de la petite mer Germanique par l'Angleterre & l'Eſcoſſe: laquelle moindre met eſtant plus baſſe que l'autre grande, le grand flux y vient deſcouler d'occident vers l'orient entre France & Angletetre, comme nous avons dit de la riviere cy-deſſus : & combien que cela ſemble du commencement eſtre contte la nature, toutefois on voit que pour boone raiſon cela doit eſtre aioſt.

Concluſion. Nous avons donc declaré pourquoy le flux ne vient pas en pluſieurs lieux d'orient vers l'occident, &c.

Proposition V.

Declarer pourquoy en beaucoup de lieux la marée n'eſt pas haute, eſtant la lune en ſon poinct oppoſite au meridien, comme la regle generale de la Theorie le requiert.

Veu

Veu que le flux des petites mers, eſt cauſé du flux des grandes, comme il a eſté dit en la quatrieſme propoſition : il s'enſuit que les petites mers qui ſont pres des grandes, doivent avoir le flux pluſtoſt que celles qui en ſont plus eſloignées. Comme on voit en noſtre petite mer Germanique, où les lieux orientaux reçoivent la haure marée plus tard que les lieux occidentaux.

Concluſion. Nous avons donc declaré, ſelon la propoſition, pourquoy en beaucoup de lieux la marée n'eſt pas haute, eſtant la lune ou ſon poinct oppoſite au meridien, comme la regle de la Theorie le requierr.

Proposition VI.

Declarer la cauſe pourquoy en pluſieurs lieux la plus haute marée n'y advient que quelques jours apres la nouvelle ou pleine lune.

Il a eſté dit en la cinquieſme propoſition que le flux n'arrive en pluſieurs lieux, que quelques heures apres que la lune, ou ſon poinct oppoſite ſe troüvent au meridien, d'où l'on ne trouvera eſtrange que les plus hauts flux n'y arrivent auſſi ſi non que quelques heures apres : mais quelques jours apres la nouvelle ou pleine lune, de cela on en pourroit douter (comme il advient en effect, ainſi que j'ay oui dire à des gens de mer, que devant Hollande, il y a difference de deux jours, plus devers l'occident moins, & plus devers l'otient d'avantage.) Pour donc en declarer la cauſe, ſuivant ce qui a eſté dit en la quatrieſme propoſition, que les flux des petites mers, & rivieres, ne viennent pas d'eux meſmes, mais des grandes mers; or le flux qui entre dans les rivieres, ne peut couler ſi viſte, à cauſe que l'eau de la riviere qui eſt derriere, eſt bien plus haute que celle de la mer, mais le flux qui entre és petites mers y paſſe plus aiſément, d'autant que l'eau de derriere n'eſt pas plus haute. Comme ſoit A B C D E F G la ſuperfice ſuperieure de quelque petite mer, A le grand flux, qui

vient par l'emboucheure de la grand' mer, laquelle 6 heures apres ſera baſſe, & 6 heures apres ſera derechef haute, la petite mer eſt renuë ainſi en continuel mouvement, avec divers flux & reflux entre deux, l'un apres l'autre, tous cauſez du premier & haut flux A, devenant peu à peu plus petit, de ſorte que finalement on ne remarque plus de fluz & reflux. Mais puis que quelques jours ſe paſſent; devant que le premier-haut flux A parvienne juſques au dernier haut flux G, d'autant qu'il doit paſſer par les flux B, C, D, E, F, & ce ſelon qu'ils ſont eſloignez; comme par exemple, à Calais la marée eſt haute en nouvelle & pleine lune à 10 heures: à Nieuport à 11 : à Oſtende à 11 $\frac{1}{2}$: à Blankebergue à 1 heure: à Fliſſingues à 2 heures: à Bergues ſur le Zom à 4 heures: à Anvers à 6 heures: à Baſtrode à 8 heures: rellement que le flux eſt 1 heure en chemin pour parvenir de Calais à Nieuport : $\frac{1}{2}$ heure de Nieuport à Oſtende: 2 heures d'Oſtende à Blankebergue : $\frac{1}{2}$ heure de Blankebergue à Fliſſingue : 2 heures de Fliſſingue à Bergues ſur le Zom : 2 heures de Bergues ſur le Zom à Anvers: 2 heures d'Anvers à Baſtrode : c'eſt aſſavoir de Calais à Baſtrode 10 heures: d'ou s'enſuit que lors qu'à Calais il fait haute marée : qu'à Baſtrode il fera haute marée 10 heures apres. Et les meſmes calculées d'un lieu plus loing de Baſtrode que n'eſt Calais, voire plus vers l'occident que n'eſt Calais, on auroit au lieu de 10 heures quelques jours : parquoy combien que le haut flux advienne avec la nouvelle & pleine lune és lieux qui n'ont nul empeſchement, ſi eſt-ce qu'és lieux où il y en a, comme les terroirs hauts & les promontoires qu'il y a difference, de quelques jours devant qu'ils ayent le flux apres la nouvelle & pleine lune.

Concluſion. Nous avons donc declaré la cauſe pourquoy en pluſieurs lieux la plus haute marée qui arrive en nouvelle & pleine lune autrement, n'y advient que quelques jours apres, ſelon le propoſé.

Proposition VII.

Declarer comment il peut avenir qu'en d'aucuns lieux plus eſloignez des ſommets des flux que d'autres, & neantmoins ont leurs marées plus hautes.

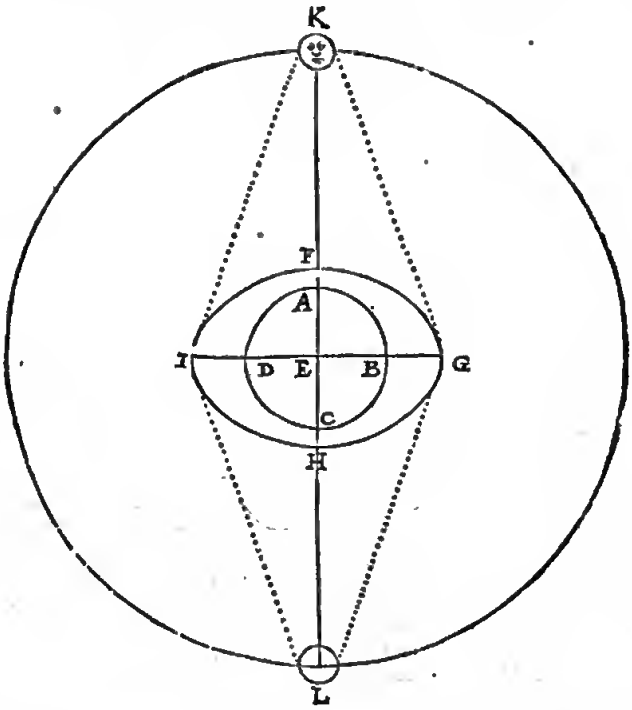
Selon la regle generale, la marée devroit eſtre plus haute és ſommets des flux qu'autrement, & tant plus pres d'iceux, & tant plus haute marée, ce que toutefois on voit advenir autrement en d'aucuns lieux. Car veu que les ondes qui viennent à heurrer quelque promontoire, amaſſent là plus d'eau que ne font les autres ondes en mer : ce qui ſe fait, pource qu'apres l'une ſuit une autre, autrement elle reculeroit apres avoir choqué contre le rivage, mais celle qui eſt plus derriere entretient en hauteur, & empeſche le recul de celle qui eſt plus devant, faiſant un amoncelement plus haut que ce qui pourroit eſtre en pleine mer : cela eſtant ainſi, prenant toute l'eau eſlevée d'un flux comme une onde, laquelle eſt longue de quelques lieuës; ce n'eſt pas merveille qu'en pluſieurs lieux où elle pouſſe directement, que l'eau ſoit plus haute qu'en pleine mer, où il n'y avoit de reſiſtance : comme le flux de la grand' mer d'Eſpagne, roulant vers la petite mer Germanique, comme il a eſté dit cy-devant, & venant à choquer contre les coſtes d'Angleterre en ce deſtroit qui eſt appellé mer Britanique, & Germanique, s'enfle quelques 10 ou 11 braſſes au deſſus la hauteur de la baſſe marée, qui eſt plus haut que le flux en d'aucuns lieux plus pres du ſommet de flux, voire plus haut que ledit ſommet meſme, & cela pour des raiſons notoires.

Concluſion. Nous avons donc declaré comment il peut avenir qu'en d'aucuns lieux plus eſloignez des ſommets des flux que d'autres, ayent neantmoins leurs marées plus hautes, comme il eſtoit propoſé.

Proposition VIII.

Declarer la proprieté que les marées auroyent, ſi elles eſtoyent cauſées par le repouſſement de la lune & de ſon poinct oppoſite.

Nous avons poſé juſques icy, comme ſi la lune & & ſon poinct oppoſite, attiroyent l'eau de la mer ſuivant le contenu de la premiere petition; mais ſi cela advenoit par repouſſement, il y auroit des regles qui ſeroyent au rebours. Car ſoit en la figure ſuivante les lettres de renvoy de meſme qu'en celle de la premiere definition, excepté que la lune K & ſon poinct oppoſite L n'attirent pas l'eau, mais la repouſſent, tellement que la ligne F H, eſt plus courte que I G, & ainſi F, H ſeroyent ſommets des reflux, I G cercle de



flux, & de meſme pluſieurs qualitez ſeront contraires aux ptecedentes, comme aux 1, & 2 exemples, & 1, 2, 3, & 4 corollaire, de la 1 ptopoſition.

Premierement, les lieux où la lune eſt au zenith auront baſſe marée, comme la premiere poſition.

Secondement, la lune eſtant au 90 deg. de l'écliptique, ce qui eſt au deuxieſme exemple de la 1 propoſition, compté eſtre de 8 heures 5 ☊, ſera de 3 heures 55 ☊; & derechef ce qui eſtoit là 3 heures 55 ☊, ſera 8 heures 5 ☊.

Tiercement, la lune parcourant l'equinoctial, les poles de la terre auront haute marée, & la plus baſſe, lors qu'elle eſt en ſes latitudes extremes, tant ſeptentrionale que meridionale, contre la regle du 1 corollaire de la 1 propoſition.

En quatrieſme lieu, l'un des ſommets de reflux qui vient le plus pres de quelque lieu cauſera plus baſſe marée que l'autre; ce qui eſt different du 4 corollaire de la 1 propoſition.

En cinquieſme lieu, les lieux plus pres des poles que la lune de l'equinoctial, ne ſeront point attaints du cercle de flux; ainſi qu'en ce temps-la ils n'ont le flux ſi grand que là où le cercle de flux paſſe, contre le 3 corollaire de la 1 propoſition.

Or laquelle des deux eſt la vraye poſition, ou s'il y en a une autre troiſieſme en nature, j'eſtime que nous avons defaut d'experience pour en juger; mais comment on y pourroit parvenir la ſuivante propoſition ſervira pour la deduction de ce qu'il m'en ſemble.

Concluſion. Nous avons donc declaré, &c.

Propoſition IX.

Declarer comment il ſemble qu'on pourroit parvenir en plus grande cognoiſſance de la nature des marées qu'on n'a preſentement.

Lors que le reflux, le flux commun & le plus haut flux ne conviennent en temps & quantité avec la commune computation des marées, ſelon laquelle les gens de mer ſe comportent, comme plus toſt ou plus tard, ou qu'il advient un bas flux, avec un vent qui en cauſe un grand; ou au contraire, grand flux avec vent qui amene quant & ſoy un moindre flux, on dit ordinairement qu'il y doit avoir d'autres vents ſur mer, ou qu'ils y ont eſté, qui ſont peut eſtre advenus pour les raiſons de la regle generale cy-deſſus, ou qui ſont, ou ſeront deduites par d'autres Autheurs. Mais d'autant que d'icy il arrive aucunefois perte de vies & biens, il me ſemble n'eſtre pas inutile de taſcher de venir en cognoiſſance parfaite de ceſte matiere. Et à ceſte fin ſeroit bon qu'un grand nombre d'hommes fiſſent des obſervations par toute la terre, où il vient à poinct, afin d'en tirer des regles certaines & generales, mettant par eſcrit ce qui advient de jour à autre: comme à quelle heure flux, & reflux: de quelle hauteur & profondeur ils ſont; quels vents, s'il y en a, ou s'il fait calme: finalement tels eſcrits mis entre les mains d'un Theoricien, ſi l'obſervateur ne l'eſtoit pas meſme, on pourroit trouver la difference ou la convenance qu'il y a avec la Theorie commune, ayant regard de conſiderer les empeſchements qui cauſent des effects contraires à la generalité des regles. Il faut auſſi noter que la recerche des qualitez generales, deſquelles a eſté parlé en la deuxieſme ptopoſition, ſe fetoyent bien proprement ſur quelque petite Iſle, dans une grande mer, & fort loing de terre ferme, pour n'avoir pas tant d'empeſchement, comme eſt l'Iſle de Saincte Helene & autres ſemblables. De là on pourroit bien voir s'il y a deux ſommets de flux ſous la lune & ſon poinct oppoſite & un cercle de reflux, ſuivant la premiere poſition: ou deux ſommets de reflux & un cercle de flux, ſuivant la deuxieſme poſition de la huictieſme propoſition.

En ſecond lieu, ſi la lune parcourant l'equinoctial, ſi les flux & reflux ſe ſuivent dans $6\frac{1}{4}$ heures, comme la Theo-

la Theorie le requiert en la 1 propoſition au 1 exemple.

En troiſieſme lieu, la lune declinant au plus de l'equinoctial, ſi les marées ſe font ſelon le deuxieſme exemple de la 1 propoſition, touchant la difference des temps entre flux & reflux; car cela nous rendroit certain d'attraction ou de repouſſement.

En quatrieſme lieu, ſi l'eau eſt baſſe au plus qu'il eſt poſſible, enviton ſous le pole, lors que la lune eſt ſous l'equinoctial, ſuivant la premiere poſition, comme au 1 corollaire de la 1 ptopoſition; ou au plus haut, ſuivant la 2 poſition, comme en la huictieſme propoſition au troiſieſme article: ce qui nous pourtoit acertainer d'attirement, ou de repouſſement d'humeurs par la lune & ſon poinct oppoſite.

En cinquieſme lieu, ſi le flux advient au plus haut, lors que la vertu d'attraction de la lune, ou de ſon poinct oppoſite, aſſavoir lors que l'une des deux eſt plus pres du zenith de l'obſervateur: ou s'ils ſont egalement hauts, & que la difference ſoit aux reflux, ce qui adviendroit par repouſſement. Leſquelles choſes ſi on trouvoit convenir avec l'une des deux ſuppoſitions; mais y ayant difference, on pourroit taſcher d'amender les fautes.

Concluſion. Nous avons donc declaré comment il ſemble qu'on pourroit parvenir en plus grande cognoiſſance de la nature des marées qu'on n'a pas preſentement, ſuivant le contenu de la propoſition.

Fin du ſixieſme livre de la Geographie.

ASTRONOMIE,

Qui eſt

La troiſieſme partie de la

COSMOGRAPHIE.

Argument de l'Aſtronomie.

DV commencement je deſcriray l'Aſtronomie, comme ſi auparavant il n'en avoit eſté parlé en aucune façon; ce qui ſe pourſuivra, & avec tel ordre & progrés, comme il ſemble qu'elle a augmenté de temps en temps, comprenant le tout en trois livres.

Le premier, ſera de l'invention du cours des Planetes, & des eſtoiles fixes, par les Ephemerides obſervées: le tout fondé ſur la ſuppoſition que la terre eſt ſtable ou fixe; c'eſt en un mot, ſur l'hypotheſe de terre immobile.

Le ſecond, de l'invention du cours des Planetes par voye Mathematique, avec l'hypotheſe de terre immobile, & de la premiere inegalité.

Le troiſieſme, de la ſeconde inegalité, où ſe trouve l'hypotheſe de terre mobile de Copernique.

PREMIER LIVRE
DE L'ASTRONOMIE,
De l'invention du cours des Planetes, & des eſtoiles fixes, par les Ephemerides obſervées, ſelon l'hypotheſe impropre de terre fixe.

Sommaire du premier livre.

APres les definitions, ce livre ſera departy en huict diſſections touchant l'invention du cours du Soleil, de la Lune, de Mercure, Venus, Mars, Iupiter, Saturne, & des eſtoiles fixes, par le moyen des ephemerides obſervées, ſuppoſant que la terre ſoit fixe, & centre du Monde; car combien qu'elle ſe mouve circulairement, comme les autres Planetes, toutefois on apprend plus facilement les commencemens de ceſte ſcience, par le mouvement apparant, que par le propre, comme on verra plus amplement au troiſieſme livre, propoſition ſeptieſme; auquel ſera auſſi declaré, pourquoy la propre hypotheſe de terre mobile, eſt plus commode à la Theorie.

DEFINITIONS.

Les cercles, ares, & poincts qui ont eſté definis au 4 livre de la Trigonometrie, ſeront icy tenus pour cognus: les autres definitions neceſſaires s'enſuivent.

Definition I.

IOur naturel, eſt le temps que le centre du corps du Soleil met à faire un tour, en commençant & finiſſant au meridien. Et les jours naturels ſont dits inegaux. Auſſi ce temps-là eſt appellé, temps inegal.

Le temps d'un jour naturel, eſt terminé par un tour que fait l'equateur, & avec ce encor un petit are d'iceluy, autant que le propre mouvement du Soleil cauſe, touſiours contre le cours du premier mobile. Que ſi ces petits arcs eſtoient egaux, les jours naturels ſeroient auſſi egaux, ce qui n'eſt pas pour deux raiſons: l'une, à cauſe de l'excentricité de la voye du Soleil; l'autre, à cauſe de l'obliquité, ou declinaiſon de l'ecliptique: & combien que ceſte difference ſoit imperceptible en un jour, neantmoins en beaucoup de jours, elle ſe peut facilement recognoiſtre.

Definition II.

AN naturel, eſt le temps que le Soleil met à circuir l'ecliptique, commençant & finiſſant en un poinct pris, lequel demeure touſiours egalement diſtant de la ſection vernale, ce qui ſe fait en 365 jours, 5 heures, & encore une partie incertaine.

Ptolemée a poſé ceſte partie incertaine de 55 ① & 12 ②: *Albategne* de 46 ①, 24 ②: d'autres ont trouvé quelque changement.

Alb. Girard.

Touchant ceſte partie incertaine, cela vient que les mouvemens celeſtes pour la pluſpart ſont incommenſurables entr'eux, ſelon le temps, aſſavoir les jours naturels, aux revolutions des planetes; auſſi les revolutions entr'elles, item ſelon les diſtances, comme de nos degrez, aux declinaiſons, & latitudes, &c.

Definition III.

L'An Egyptien comprend 365 jours.

Ceſt an comparé au naturel, eſt moindre quaſi de la quatrieſme partie d'un jour.

Definition IV.

ANs Iuliens comprennent 365 jours, trois fois de ſuite; mais le quatrieſme eſt de 366 jours, appellé biſſexte, faiſans le mois de Fevrier de 29 jours, la où autrement n'en auroit que 28.

Pour remedier à la defectuoſité des ans Egyptiens & approcher plus pres de l'an naturel, Jules Cæſar a introduit ce jour de ſurplus en Fevrier, & ce de 4 en 4 ans, voila pourquoy ils ſont appellez ans Juliens.

Alb. Girard.

Ces ans Iuliens pour leurs excés ont eſté abolis & changez, par l'Eveſque de Rome Gregoire XIII. environ l'an 1582. retranchant 10 jours, qui s'eſtoyent eſcoulez inſenſiblement, ordonnant la meſme choſe au reſte que Iules Cæſar, horſmis que dans chaque terme de 400 ans on ne tiendroit compte de trois années biſſextes, leſquelles au lieu d'avoir 366 jours, n'en auroyent que 365, ainſi que l'an 1700, (qui devroit eſtre biſſexte en ſon ordre) n'en aura qui 365.

Definition V.

SI l'on preſuppoſe qu'il y ait autant de jours egaux, & d'heures egales, avec leurs parties, comme il y a de jours & d'heures inegales, avec leurs parties; iceux ſont appellez jours egaux, ou jours moyens; & un tel temps eſt dit en general Temps egal, ou moyen.

Jours egaux ou moyens, ſont ainſi appellez, pource qu'ils ſont entre les jours naturels longs & courts de la 1 definition.

Definition VI.

PLanetes, ſont 7 corps mondains lumineux, leſquels ſemblent errer çà & là ſans regle, comme Saturne, Iupiter, Mars, Soleil, Venus, Mercure, Lune.

Combien que la terre ſoit auſſi à proprement parler une planete, toutesfois l'ayant ſuppoſée eſtre fixe, ſuivant les raiſons deduites en l'Argument cy-devant, c'eſt cela qu'elle n'eſt icy placée & miſe au rang des planetes.

Alb. Girard.

Il ne faut pas penſer que le nombre des planetes ne ſoit bien d'avantage, car ces 8 ont ſeulement eſté apperceuës des anciens: mais de ce temps on a deſcouvert par des yeux artificiels, (qu'on appelle lunettes, ou lynx) que non ſeulement la voye laictée n'eſt autre choſe qu'un amas d'eſtoiles fort pres l'une de l'autre, chacune deſquelles eſt invisible à nos yeux ſans ce lynx; mais auſſi qu'il y a 4 autres planetes ſubalternes à l'entour de Iupiter, appellées Medicées par Galilee de Galileis, *touſiours en meſme plan avec iceluy, comme un ſecond zodiaque; qui ſeroyent en tout 12 planetes ne contant Saturne que pour une, combien qu'il ſoit trouvé eſtre compoſé de 3 globes contingens, dont celuy du milieu eſt le majeur; mais il eſt aiſé à conceliurer, qu'il y en a beaucoup, que nous ne pouvons pas voir, pour leur grand eſloignement de la terre, pour leur petiteſſe, pour la grande proximité d'iceux au ſoleil (ce qu'on pourroit remarquer és grandes eclipſes de ſoleil) & pour le defaut d'inſtruments optiques, ou de meilleurs lynx que nous n'avons; auſſi pour la paucité d'obſervateurs, & le peu de temps qu'on s'y adonne. Il ne faut pas auſſi penſer, que* Copernique *ſoit le premier qui ayt poſé que la terre ſoit mobile & le ſoleil fixe; veu qu'*Archimedes *en ſon livre du nombre de l'arene au commencement, fait mention d'un ancien nommé* Ariſtarque Samien *(duquel il nous reſte encor quelque choſe, comme le livre de la diſtance du ſoleil & de la lune) lequel tenoit les meſmes hypotheſes. Il ne faut pas auſſi penſer que ces choſes ſoyent contre la ſaincte Eſcriture, veu qu'elle eſt eſcrite comme begayant avec les hommes, leſquels ont perdu, & ſont deſtituez de ceſte vivacité naturelle de l'entendement, de laquelle Dieu avoit orné le premier homme; & ce d'autant moins que l'office de la ſaincte Eſcriture, n'eſt pas pour nous monſtrer l'Aſtronomie, ny autre choſe qui ne touche en rien noſtre Salut; mais ſe contente de nous interpreter ſimplement, & d'une maniere intelligible, meſme aux plus groſſiers, comment c'eſt que la terre nous doit apparoir à touſiours, comment le ſoleil, la lune, & les eſtoiles, quels leurs mouvemens apparants, le tout ſans paradoxe eſtrange quant à nous, qui euſt peu ſembler ſi peu que rien contrarier à nos yeux: car Dieu parle à nous qui habitons la terre, comme à ceux à qui la terre doit ſembler eſtre fixe, & eſt vrayement fixe quant à nous, mais non pas quant au tout. De meſme du temps de Ioſué, le ſoleil s'arreſtoit vrayement ſelon le jugement de la veuë, mais ce pouvoit eſtre la terre qui ne tournoit pas ſi viſte ſur ſon axe d'occident vers orient, comme elle avoit de couſtume, il ſuffiſoit à Ioſué d'avoir receu ceſte faveur de Dieu; il n'avoit auſſi beſoing d'entendre l'Aſtronomie, pour requerir l'aide de Dieu, qui entend meſmes nos ſouſpirs: ce n'eſt pas Dieu, qui a fait cognoiſtre à nos premiers parens qu'ils eſtoyent nuds, mais ceſte neceſſité, à laquelle l'homme ayant peché a eſté reduit, aſſavoir d'apprendre*

par

par experience. Il y a plusieurs arguments que la terre tourne sur son axe; comme, pource qu'elle peut plustost circuire icelui, & plus aisement avec toutes les mesmes apparences, que non pas tous les corps mondains tourner à l'entour de la terre; que si celuy qui tourne est de moindre qualité & moins noble, que celuy qui se tient coy, attendant le service d'un chacun, pourquoy voudrions-nous faire servir tous les astres & les cometes, pour faire faire une chose difficile, & servir un plus vile, lors qu'il se pourroit faire plus aisement? Et que le centre de la terre soit fixe, il y deux arguments; assavoir l'œil de ceux qui sont sur la terre, & celuy qui pourroit estre sur la lune, (car la terre luy apparoist fixe, comme nous feroit le pole, s'il estoit visible.) quant aux autres arguments que l'on a fait jusques à present, que la terre soit fixe, c'est une pitié de voir qu'ils en parlent comme les aveugles des couleurs: ils disent que la terre est pesante, & pariant qu'elle tend vers le bas. Cela est bien dit pour les apprentifs, mais il y a bien autre chose: venons un peu à parler de pesanteur, les hommes n'y ont rien entendu jusques à present, je seray bref. Pesanteur naturelle en general, est l'appetit qu'un corps a de retourner en son lieu, n'y estant point.

Il y a autant de sortes de corps primitifs, qu'il y a d'astres.

On sçayt qu'un primitif a plusieurs derivatifs; & que l'homme, & les autres animaux, & aussi les metaux, les plantes, & les pierres que nous voyons, soutpru de la terre; or combien que les Astres soyent tous primitifs, neantmoins je ne voudrois contredire qu'ils ne soyent tous engendrez, (non pas composez) d'une ou deux matieres premieres: mais pource qu'elles ne se peuvent trouver simplement, je n'entens pas en parler icy: Notez qu'il y en a qui sont subalternes, ou moins primitifs, que j'appelle extraits par distinction.

La diversité des corps primitifs, requiert divers lieux: & de telles distances que la sympathie ou antipathie le trouve necessaire, & selon qu'ils ont plus de besoing l'un de l'autre ils seront d'autant plus pres, & au contraire.

Touchant finalement leur mouvement, grandeur, extraction, & vertu magnetique; il est certain que le moindre, & l'exerait (qui est moins primitif) & le plus ignoble, doit tourner à l'entour de son majeur, d'où il prend son origine, & d'autant plus viste, qu'il est moins noble, comme cerchant continuellement tout ce qui luy est necessaire par le moyen des apparences, aspects, proximité & eslognement, figure & harmonie: pour les vertus magnetiques, cela sert à plusieurs choses, & sont diverses en un mesme corps; car les unes servent pour tenir en bride leurs superfices (veu qu'il n'y a rien plus aisé à faire mouvoir par le moindre moteur qu'on pourroit donner, qu'une grande superfice spherique, lorsque la sphere ne repose que sur son centre) comme le meslange que Dieu a mis dans l'aimant, est pris des poles arctique, ou anarctique; comme aussi le meslange que Dieu a fait, meslant de la terre en la superfice de la lune, à commencer depuis son centre comme dans des rocheri, & finissant en figure de pyramide jusques à l'hemisphere de la lune qui nous apparoit toujours, toutesfois si peu, que cela ne suffit à emporter quant & soy une portion de la matiere dont est composée la lune, pour retourner en terre, en son lieu, & aussi tant qu'il suffise à resister aux plus grands vents (car l'air est commun) & autres accident, qui pourroyent changer les climats & l'ordre des saisons qu'il y peut avoir. Les autres vertus magnetiques sont pour faire tourner les corps, & les faire approcher & reculer selon leur mutuelle necessité; (car celle qui attire les corps en leur lieu, & que chacune partie demande d'estre au centre qui est ce lieu-là, & pressans egalement sont reduits en forme spherique par leurs liqueurs propres: or ceste vertu magnetique qui ramasse les corps, & cause qu'ils figurent une figure spherique, c'est la pesanteur naturelle susdite, laquelle j'ay definy premierement, d'autant que ceste vertu magnetique est la premiere & principale) je dis selon leur necessité; car par exemple, si le soleil estoit plus loing en son apogée qu'il ne faut, ou beaucoup plus pres que son perigée, il n'y auroit pas d'eau sur la terre; sans la lune ceste eau s'en iroit amonceler tout au centre de la terre, & n'y en auroit plus en la superfice; les fontaines & rivieres seroyent taries: la raison est, que le trop grand esloignement du soleil nous petrifieroit l'eau, & toute l'humidité des nuées terrestres tomberoyent & deviendroyent pierres de cristal; & puis rien ne pourroit estre engendré sur la terre, &c. Au contraire la trop grande proximité du soleil, bruslerois la terre, & la desecheroit; de la mer il ne nous resteroit que le sel, la douceur de l'eau se retireroit ès nuées, les metaux seroyent tous liquides, puis s'esvanoüyroient apres; il n'y resteroit que l'or, & toute la terre ne seroit qu'un fourneau d'Alchimie, car par la nuit, les vapeurs retomberoyent en terre, & les metaux se fixeroyent par l'espace des temps, à cause de la circulation continuelle.

Devant que de finir ce discours je diray qu'en la lune la terre apparoist comme son pole plus que l'hemisphere lunaire, & n'apparoist jamais à la moindre; la superfice de la terre luy apparoist plus que 9 fois plus grande, qu'icy la lune ne fait, c'est à dire le diametre visuel 1 degré & demy plus que triple a celuy de la lune: les eclipses de soleil sont là, cum mora, & non pas les eclipses de terre: la terre luit, & a des taches, qui changent toujours, combien que la figure de croissant, ou pleine, ne change; car c'est comme icy la lune, (autant en fait Venus, car elle croit & descroit, & on dit qu'elle vient à estre pleine, comme estant lors plus esloignée d'icy que le soleil) tous les mois, la lune decouvre les deux poles de la terre l'un apres l'autre, les jours y sont du moins 29 fois plus grands qu'icy, & aussi les nuicts de mesme; & en un jour & une nuict de là, la terre apparoist nouvelle, croissant, pleine, decroissant, & toutesfois en mesme espace de temps, qu'à nous la lune en fait de mesme, mais en ordre contraire, assavoir, au regard de ce que dessus) pleine, decroissant, nouvelle & croissant: les estoiles fixes apparoissent faire le circuit autour de la lune environ en 27 jours.

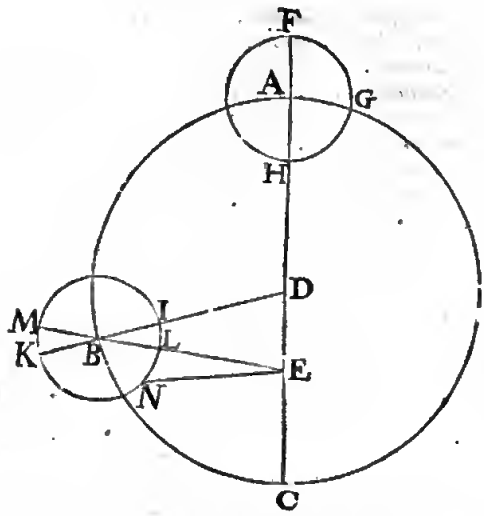
Touchant le corps de la lune mesme, en la partie meridionale, dans l'hemisphere qui se tourne vers la terre, on y remarque d'icy une extremement grande fosse & ronde, de laquelle procedent plusieurs lignes claires, quasi comme les meridiens passent par les poles és cartes, on y remarque aussi aisement les fosses & les bosses; car és concavitez, l'ombre est du costé du soleil, & és convexités des montagnes la clarté est du mesme costé que le soleil.

Les taches noires sont plus solides, & raboteuses; mais les plus luisantes, sont d'une matiere plus liquide, ou plus blanche; & plus polie, & l'air circuit tous les corps, contre l'opinion de noz Physiciens, qui n'ont jamais rien apporté d'eux-mesmes que ce qu'ils avoyent leu, ou ouy dire, depuis Ptolemée, ou Aristote, jusques à present mesmes, n'ont pas encor seulement resolu combien il y avoit d'Elemens; ils en sont tres-esloignez, & ne sçavent pas que c'est du vuide, dont on a fait tant de disputes jusques à maintenant, sans une seule resolution: cependant qu'ils ayent encor temps pour y penser, je laisseray ces choses-là pour un autre fois, puis que cela requiert plus de temps à expliquer, que je n'ay de loisir: seulement je parleray en passant des cometes, que ce sont des corps qui changent de lieu, comme estant denués de force, & gastez de vieillesse, ayant esté retenus en un lieu, & ayant du depuis changé de qualité, ils viennent à tomber en un autre, qui est propre à recevoir telle sorte de matiere, & en y tombant les plus massives vont devant, puis les moins solides (comme est l'eau, & le sable) suivent apres, ce que nous appellons la queuë de la comete, &c. Ordinairement elles viennent de la voye lactée, qui sont des estoiles bien plus distantes d'icy que les estoiles fixes plus visibles, (car il faut sçavoir que les fixes ne sont en une superfice spherique, mais bien l'une est pres, l'autre est plus loing de nous, & ainsi jusques où ils peuvent parvenir) & pourroit avenir que la terre sera quelque jour une comete, c'est à dire (je n'en oseroit rien definir, car il n'appartient qu'à Dieu) abysmera & changera de place, lors que nostre Seigneur la viendra juger, & la transporter en autre lieu; mais je laisseray cecy pour une autre fois.

Definition VII.

Cercle excentrique est celuy dont le centre est autre que celuy de la terre ; mais cercle concentrique, ou homocentre, est celuy qui avec la terre a mesme centre.

Soit le cercle A B C, son centre D, la terre E ; iceluy



cercle A B C est excentrique, or il eust esté concentrique, si D eust esté la terre.

Definition VIII.

La ligne du centre de l'excentrique, au centre de la terre, s'appelle ligne de l'excentricité.

Telle est la ligne D E de la septiesme definition.

Definition IX.

Apogée de l'excentrique, est un poinct le plus distant de la terre: Perigée, le plus prez.

Si on produit l'excentricité D E de la precedente figure, jusques à la circonference en A & C, alors A est dit Apogée, & C perigée.

Definition X.

Deferant est un cercle excentrique, où la planete est portée.

Definition XI.

Si en l'excentrique on prend un poinct comme centre, descrivant un petit cercle, a l'entour duquel la planete se meut ; iceluy cercle mineur s'appelle Epicycle : & le grand s'appelle Deferant l'epicycle.

Soit d'un poinct A pris en la circonferenee de l'excentrique en la figure de la septiesme definition, & comme centre soit fait un cercle mineur FGH, où l'on suppose qu'une planete se meut, iceluy s'appelle epicycle, & A B C deferant l'epicycle.

Definition XII.

Apogée d'epicycle, est le poinct dans l'epicycle qui est le plus esloigné de la terre ; & Perigée, qui est le plus pres : mais moyen apogée d'epicycle, est le poinct d'iceluy le plus esloigné du centre de l'excentrique ; & moyen perigée qui est le plus pres.

Soit à la figure de la septiesme definition produit le diametre C A jusques en F, en la circonference de l'epicycle : lequel poinct estant le plus esloigné que nul autre poinct de l'epicycle, de la terre E, sera ledit F appellé apogée de l'epicycle, & aussi H perigée de l'epicycle : mais si l'epicycle estoit en B, M seroit encor l'apogée d'iceluy, & L le perigée ; & non pas K, I, sinon qu'à l'esgard du poinct D centre du cercle ; parquoy K est dit moyen apogée, & I moyen perigée : ces deux apogées se joignent & unissent quand l'epicycle est dans la production de D E, comme en A. ou en C ; & autrement sont tousiours separez. Or K a son cours uniforme, estant veu de D centre, au contraire M a son cours difforme de quel poinct qu'il soit veu, soit de D, ou de E, tantost allant viste, tantost lentement, entre lesquels mouvemens K se meut mediocrement.

Definition XIII.

L'Arc dans l'epicycle entre les apogées, est appellé arc d'apogées (les autres l'appellent equation du centre en l'epicycle) & l'autre entre les perigées, est appellé arc des perigées.

Comme à la figure de la septiesme definition, M K est l'arc des apogées (ou selon les autres Autheurs equation du centre de l'epicycle) & I L arc des perigées.

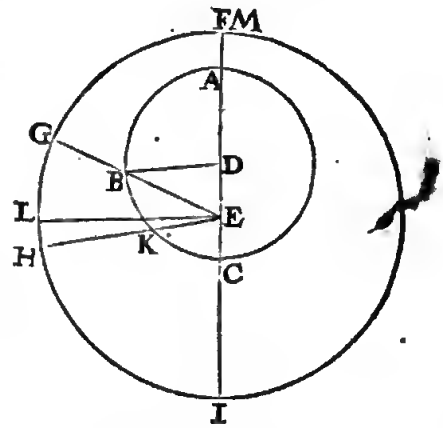
Definition XIV.

Premier hemicercle, est celuy qui selon l'ordre des degrez, est compris entre l'apogée, & perigée, contenant 180 degrez, le restant est appellé dernier ou second hemicercle.

Definition XV.

Planete apparente, est le lieu auquel elle semble estre, & toutesfois n'y est pas. Et l'arc de mouvement apparant, est celuy qu'elle semble parcourir, combien qu'en effect cela ne soit pas.

Soit A B C le deferant de planete, D centre, E la terre, duquel l'ecliptique soit descrite F G H, dont le diametre F I, passant par les poincts E, D, coupe le deferant en l'apogée A, & perigée C : le lieu de la planete au deferant B, par lequel menée E B, soit produite en G : Or B est le vray & propre lieu de la planete, toutesfois de la terre E, elle semble estre entre les estoiles



fixes en G, & partant G est le lieu apparant d'icelle : si de B elle parvient en K, & menée E K H, la planete estant veuë de la terre, semblera parcourir l'arc G H (dissemblable à l'arc B K) alors ceste arc G H, ou bien l'angle G E H, ou B E K, est le mouvement apparant.

Corollaire.

Par ceste exemple de planete apparante, par la supposition d'un deferant, ou cercle excentrique, se pourra aussi entendre le semblable par la supposition d'un epicycle.

Aussi

Auſſi par ce qui a eſté dit, ou cognoiſtra que c'eſt d'un arc apparant, apogée apparant F, &c.

Definition XVI.

Planete moyenne eſt un poinct imaginé dans l'ecliptique, qui ſe meut uniformement, & touſiours en l'apogée apparant, quand la vraye planete n'ayant point d'epicycle, eſt en ſon apogée au deferant: mais ayant un epicycle, quand le centre du meſme epicycle eſt en l'apogée: & ſon mouvement s'appelle mouvement moyen, a compter touſiours depuis la ſection vernale.

Par exemple, quand la planete (en la figure de la 15 definition) eſt en l'apogée A, alors il y a au meſme temps un poinct imaginé eſtre à l'apogée appatant F, qui ſe meut touſiouts uniformement; comme quand la vraye planete ayant fait un tour, tentre au poinct A, alors la planete moyenne revient auſſi en l'apogée apparant, ayant pareillement fait un tour entier, & d'avantage, tant que l'apogée apparant s'eſt eſcoulé cependant: un tel poinct s'appelle planete moyenne, & ſon cours, ou mouvement, s'appelle mouvement moyen: ce qu'eſtant declaré touchant le temps d'un tout entier, ſera encor repeté pour expliquer la partie d'un tour ainſi. La vraye planete eſtant parvenuë de A vers B, cependant la moyenne planete aura fait un arc ſemblable à A B, ſoit icelle F L (ayant fait E L parallele à D B) & encor autant plus, qu'importe le cours de l'apogée apparant, lequel ſoit de M juſqu'à F, tellement que M L eſt le mouvement moyen, s'accordant en temps avec le cours de la vraye planete A B, il s'appelle mouvement moyen, à cauſe qu'il eſt moyen entre les mouvents agile & tardif.

Par ceſt exemple de planete moyenne & mouvement moyen, en ſuppoſant un deferant, on cognoiſt facilement le pareil en ſuppoſant un epicycle; car prenant le centre de l'epicycle pour planete, tout ce qui a eſté dit cy-deſſus luy conviendra.

Definition XVII.

Addition, ou proſtheſe, eſt ce en quoy la vraye planete eſt plus avancée en apparence dans le zodiaque, que la planete moyenne: diminution, ou aphereſe, eſt ce en quoy la vraye planete ſemble eſtre moins avancée en apparence que la moyenne. Et le nom commun de ces choſes eſt dit Proſtaphereſe.

Comme par exemple la vraye planete en la figure de la 15 definition, eſtant parvenue de A en B, & eſt en apparence en G, cependant la planete moyenne aura fait l'arc F L ſemblable à A B; où l'on voit que la planete apparante eſt moins avancée, que la moyenne planete L, de la grandeur de l'arc G L, lequel à ceſte cauſe s'appelle diminution, ou aphereſe, & advient touſiours au premier hemicercle du deferant. Mais quand telle choſe ſe fait par addition, cela advient au dernier hemicercle, & s'appelle, comme dit eſt. addition ou proſtheſe; & en general tant l'addition que la diminution s'appellent proſtaphereſe.

Il faut ſçavoir que l'angle D B E, auſſi bien que l'arc G L, s'appelle diminution de la planete: à cauſe qu'ils ſe rapportent en nombre de degrez, puis que les angles D B E & G E L ſont egaux.

Juſques icy ſont deſcrits les exemples avec des deferants, mais touchant les epicycles, les planetes y ont les proſtapheresſes en deux manieres, l'une de par le centre de l'epicycle, laquelle eſt de meſme qualité que celle qui a eſté dite cy-deſſus, des planetes, és deferans; l'autre de par le mouvement de la planete en l'epicycle; & la proſtapheresſe cauſée de ces deux dites proſtapheresſes, ſe dit en genetal proſtapheresſe des planetes.

Soit pour plus ample declaration, en la figure de la ſeptieſme definition, la planete en l'epicycle au poinct N, où joinct la dimunition qu'il reçoit de par le centre de l'epicycle, acquiert d'autre part addition de l'angle B E N, lequel avec D B E (aſſavoir adjouſté, quand ils ſont de meſme nom; & ſouſtrait l'un de l'autre, quand ils ſont de differens noms, comme icy) ce qui en viendra, s'appelle la proſtapheteſe des planetes.

Notez auſſi que le nombre des degrez de l'arc d'apogée M K, ou du perigée I L, s'accorde touſiours avec le nombre de la proſtapheteſe du centre de l'epicycle, comme D B E, pource que I L eſt un arc deſcrit ſur le centre B.

Definition XVIII.

Premiere proſtapheteſe, eſt celle du centre de l'epicycle. Deuxieſme proſtapheteſe, celle de la planete en l'epicycle: finalement egalée, celle qui eſt faite du meſlange de la premiere & ſeconde.

La planete ſans epicycle n'a qu'une proſtapheteſe, aſſavoir que celle qu'elle reçoit par l'excentricité du deferant, & ainſi n'a beſoing de diſtinction de proſtapheteſe premiere, deuxieſme, ou egalée, de ceſte definition; mais ſeulement appartient aux planetes qui ont epicycles, dont la premiere & la ſeconde eſtant chacune proſtheſe, leur ſomme ſera proſtheſe egalée; & chacune eſtant diminution (ou apheteſe) leur ſomme ſera dite apheteſe egalée: finalement l'une eſtant proſtheſe, l'autre apheteſe, alors la difference avec le nom du majeur nombre des deux, ſera la ſpecification de la proſtapheteſe egalée.

Definition XIX.

Ce qu'une planete en un temps donné, eſt plus avancée qu'une autre, ou gaigne ſur une autre, eſt dit Gain de planete.

Ce temps eſt ſouvent entendu commencer en la conjonction de deux planetes, tellement qu'on prend l'arc apparant, qui eſt entre icelles, à conter ſelon l'ordre des ſignes, depuis le tardif juſques à l'agile, pour le Gain de planete en genetal; ce qui ſe peut auſſi bien calculer par planetes moyennes, que vrayes.

Definition XX.

Deux corps lumineux du monde, ayant une meſme longitude au zodiaque, ſont dits eſtre en conjonction: mais differens d'un demicercle apparant, en oppoſition.

Definition XXI.

Les conjonctions & oppoſitions des planetes moyennes, ſont dites conjonctions moyennes, & oppoſitions moyennes.

Definition XXII.

Ephemerides obſervées des planetes, ſont celles qui contiennent un journal, ou la deſcription des lieux des planetes, jour pour jour, ainſi qu'on les a obſervées par inſtruments à ce idoines, avec le temps de leurs conjonctions, oppoſitions, trine, quadrin, ou autres aſpects, tant avec les eſtoiles fixes, qu'avec les autres planetes; & autres tels accidens, comme ſont les eclipſes, grandeur de la partie eclipſée, & quelle, vers où, quand elles commencent & finiſſent, & choſes ſemblables.

Definition XXIII.

Ephemerides ſupputées des planetes, ſont celles qui par la cognoiſſance de l'Aſtronomie ſont calculées, & redigées en ordre en forme de journal, aſſavoir où les planetes ſeront au temps à venir, jour pour jour: item des eclipſes de ſoleil, & de lune, & de tous leurs accidens.

Telles Eph. ſupputées ſont en abondance, & miſes en lumiere, comme de *Iean Stoflerus*, *Eraſme Renoldus*, *Leovitius*, *Stadius*, *Maginus*, *Martin Everart*, & d'autres.

Definition XXIV.

Temps periodique d'une planete, eſt la reſtitution d'icelle, au meſme terme de ſon orbe, trouvée par beaucoup d'obſervations exactes, par où l'on peut trouver la celerité de ſon mouvement au temps donné.

Notez.

Le zodiaque, comme auſſi l'equinoctial, & autres cercles ſeront diviſés en 360 degrez, ſimplement, & non pas en douze ſignes à l'antique, afin d'eviter ſuperfluité, combien que le tout revienne au meſme but, veu qu'ils ſont diviſez auſſi en 30 degrez ſigne pour ſigne.

PREMIERE DISTINCTION DV PREMIER LIVRE,

Touchant la maniere de trouver le mouvement du Soleil par les Ephemerides obſervées.

Devant que de traiter du mouvement du Soleil en particulier, ſera parlé en general de l'invention du cours des planetes en la 1 propoſition ſuivante.

Proposition I.

Declarer comment il ſemble que les hommes ont premierement commencé à avoir la cognoiſſance du cours des planetes; ou comment ils pourroyent commencer pour y parvenir, s'il n'y en avoit du tout.

On ſçait bien qu'il eſt neceſſaire à la deſcription d'une ſcience, de commencer par les premiers fondemens, ſi on veut faire quelque choſe intelligible, & bien ordonnée; c'eſt pourquoy il m'a ſemblé bon de dire icy mon opinion, comment peuvent avoir fait, ceux qui ont jadis commencé à apprendre l'Aſtronomie, ou bien en quelle maniere on pourroit commencer pour parvenir à quelque choſe, s'il n'y avoit eu auparavant aucune trace, ou relique d'icelle entre les monumens des devanciers. Pour donc entrer en matiere, & declarer ceſte celeſte, par un exemple terreſtre, je dis, que tout ainſi que voulant mettre en carte un payſage, lequel auparavant n'y euſt eſté redigé, il faudroit l'avoir veu, ſi on ne ſe veut contenter du rapport d'autruy, ſi paraventure il y en a: de meſme auſſi voulant entendre le cours des Aſtres, lequel auparavant n'auroit eſté deſcrit de perſonne, il eſt neceſſaire d'en eſtre le ſpectateur, ou bien recevoir l'inſtruction de ceux qui y ont obſervé quelque choſe: Nos anceſtres ont fait de meſme, & remarquant diligemment le lieu des lumieres celeſtes, ont veu qu'entre la multitude des eſtoiles fixes, il y en avoit d'autres mobiles, en nombre de 7 (avec le ſoleil & la lune) & d'un mouvement tres-irreguliet quant à l'apparence, tantoſt viſte, puis lent, & puis apres eſtre immobiles, voire juſques à rebrouſſer & reculer: recerchant donc la raiſon de choſes ſi eſmerveillables, ils ont remarqué les lieux d'icelles entre les eſtoiles fixes, auſſi les eclipſes de ſoleil & de lune avec toutes leurs circonſtances, comme leurs durées, quand elles commençoyent, la quantité de la partie eclipſée, & vers quel coſté, ſous quel poinct en l'ecliptique, & partant la longitude & latitude d'icelle au temps que le milieu de l'eclipſe ſe faiſoit, en quel lieu ſur la terre ils faiſoyent telles obſervations. Cela n'apporte pas peu de certitude en ce ſubject, que de remarquer les eclipſes des autres planetes, & auſſi des eſtoiles fixes, lors qu'elles ſont cachées à nos yeux par l'entremiſe des planetes comme plus pres de nous; apres pluſieurs & ſemblables obſervations on remarque qu'elles changent de longitude & latitude les unes plus, les autres moins, annotant toutes ces choſes en forme d'Ephemerides, leſquelles venant entre les mains de leurs ſucceſſeurs long temps apres, qui en font autant d'eux-meſmes, peuvent par ce moyen parvenir à une plus grande cognoiſſance que les premiers du propre mouvement, des periodes, & accidents du cours des Aſtres, comme ont fait *Hyparchus*, *Ptolemée*, & ceux qui leur ont ſuccedé, & qui ont eu leurs eſcrits.

Mais telles ephemerides & eſcrits eſtant perdus, & depuis nuls autres n'ayant eſté faits comme la choſe le requiert, je prendray au defaut d'iceux, quelques Ephemerides ſupputées qui ſont preſentement en lumiere, comme celles de *Stadius*, leſquelles combien qu'elles ſoyent calculées ſur temps egal, & que les Ephemerides d'experience quotidienne ſe facent en temps inegal & naturel, avec ce qu'elles ne s'accordent pas bien comme il faut avec la choſe meſme, en partie à cauſe des erreurs des ſupputations, comme auſſi que le cours des Aſtres n'eſt pas bien cognu en ce temps; toutesfois elles pourront ſervir d'exemples pour declarer mon deſſein, aſſavoir comment on peut appercevoir que les planetes ſont dans des cercles excentriques, & qui plus eſt dans des epicycles. Auſſi comment par les Ephemerides on vient à cognoiſtre le mouvement moyen des planetes; & les longitudes apparentes des apogées & perigées, tant des deferants que des epicycles.

Les mouvemens des planetes eſtant ainſi eſbauchés, & les commencemens plus groſſiers eſclarcis, je me mettray puis apres au deuxieſme livre, & aux ſuivans, à pourſuivre la choſe, comme à l'inveſtigation de ceſte matiere, par voye Mathematique, ſelon l'ordre declaré cy-deſſus, en l'argument de l'Aſtronomie. Car de vouloir chercher du commencement les choſes ſuſdites ſelon la maniere d'*Hyparchus* & de *Ptolemée*, & comme ils les ont receuës, & nous auſſi d'eux (auſquels nous ſommes redevables, & tenus de leur en ſçavoir bon gré) aſſavoir par operation Mathematique, fondée ſur 3 obſervations de l'apparante longitude d'une planete, il n'eſt pas vray-ſemblable que les premiers recercheurs, ayent commencé par là, mais que pluſieurs choſes devoyent preceder, par leſquelles on apprenoit que telles obſervations, pourroyent ſervir puis apres à tel certain fondement pour la cognoiſſance de l'Aſtronomie; auſſi que les operations mathematiques ont eſté adjoinctes aux autres pour plus grande amplification & certitude. Et ainſi les eſcriray-je auſſi, ſelon que la choſe aura eſté entendue preallablement par les Ephemerides obſervées: Notez auſſi, que tout ainſi que la terre ſemble eſtre fixe en apparence exterieure, & que les commencemens de l'apprentiſſage de l'Aſtronomie ont eſté avec telle ſuppoſition; & qu'ainſi elle eſt plus intelligible & plus commode au commencement, auſſi nous ſuivrons icy ceſte ſuppoſition tant au premier qu'au ſecond livre, mais au troiſieſme de l'Aſtronomie, avec la naturelle ſuppoſition de la terre mobile.

Selon que *Ptolemée* affirme, la cognoiſſance des aſtres chez les anciens, eſtoit tres-ſimple comme il la receut d'eux; car la lune, ainſi que le ſoleil, avoit un ſeul eccentrique, & les autres planetes, un eccentrique avec un epicycle, mais comme *Ptolemée* ne trouvant la concordance aſſez exacte avec les obſervations, y joignit d'autres

d'autres hypotheſes de ſon invention: *Copernic* à uſurpé auſſi tels meſlanges, avec le mouvement de la terre. Or ma deliberation n'eſtãt d'inſiſtet ſur ces veſtiges meſlez, mais ſeulement d'expliquer la maniere des premieres hypotheſes, afin que nous les ayons devant les yeux, ſelon la ſimplicité en laquelle *Ptolemée* les a tecens. Quant aux anomaux ſeints puis apres, (obſcurs, & eſloignez de la verité, & de la nature) il en ſera parlé particulierement puis apres, afin qu'il conſte aux apptentifs, quelles choſes ſont celles qui tequierent amandement par meilleure Theorie, en la teſtautation de l'Aſtronomie. Cat ce chemin m'a ſemblé eſtre le plus commode pour expliquer à *Son Excellence* les mouvements des planetes qui me ſont cognus, au plus brief, & le plus elairement; & que je demonſtre combien ſont neceſſaires les obſervateurs & les Eph. obſervées, & de quel uſage elles ſont, afin que nous puiſſions parvenir où les hommes ont jadis arteint du ſiecle ſage.

NOTEZ.

Devant que d'aller plus outre, il ſera bon d'avertir, que je n'entreptens pas de deſigner avec grande exactitude les vrays lieux des planetes pour le temps futur; mais ſeulement la maniere de leurs cours, prenant pour exemple ce qui vient mieux à propos, ſoit certain, ou non; pource que ceſte ſcience en general n'a pas, ſelon mon opinion, encor de fondement aſſez ferme, à cauſe des anomaux, ou mouvemens irreguliers incognus, & en tequiert un plus precis, qui ne peut paſeſtre ſi toſt adapté: en partie d'autant qu'il n'y a point de gens, ny nation qui s'y exerce en commun, & en ſon propre langage, & par conſequent pas tant d'experience ny d'obſervateurs, comme la choſe le requiert, comme il a eſté plus amplement deduit à la 6 defin. du premier livre de la Geographie: & d'autre part qu'avec cela meſme il faut auſſi du temps. Voila donc comment il ſemble, que les anciens ont commencé à teeognoiſtre aucunement le cours des aſtres, & auſſi comment il faudroit faire, ſi nous n'euſſions rien herité d'eux de ce coſté-la.

PROPOSITION II.

Trouver la grandeur de l'an naturel par les Eph. obſervées.

D'autant qu'on a beſoing d'un temps detetminé & definy, il eſt neceſſaire de cõmencet par l'inveſtigation de la grandeur de l'an natutel, par lequel on puiſſe meſuret le cours des aſtres. Et afin d'enttet en ceſte perquiſition, il ne ſetoit pas mauvais d'avoit les Eph. de *Stadius*, ou autres au deffaut d'icelles, leſquelles nous ſuppoſons eſtre ainſi obſervées, car ſans cela tout ſetoit d'autant plus obſcut: les ayant donc, je cerche en quel an, (je ptens le premier qui eſt l'an 1554,) le ſoleil eſtoit au plus pres en la ſection vernale ſur un midy; & trouve l'onzieſme Mars, cat alors il eſtoit au 359 deg. 59 ①, n'y ayant que 1 ① de difference juſques à ladite ſection vernale. Puis cetchaor en l'année ſuivante 1555, quand le ſoleil eſtoit derechef au meſme 359 deg. 59 ①, & trouve l'onzieſme Mars aptes midy à 5 heutes & 36 ①, car ſur le midy il eſtoit comme aux Eph. au 359 deg. 45 ①, ainſi qu'il y reſte encot le temps de parcourir 14 ①: pour à quoy parvenir je conſidete là meſme que le ſoleil faiſoit 1 deg. pat jour, c'eſt 60 ①, parquoy je dis, ſi 60 ① donnent 24 heures, combien donneront les ſuſdites 14 ①? font, comme dit eſt, 5 heures 36 ①: mais depuis le 11 Mars 1554 juſques au 11 Mars 1555, il y a 365 jours, donc ſelon ce compte-la l'an ſeroit de 365 jours 5 heures & 36 ①.

Cecy eſt fait en forme d'exemple d'une ſeule circuition ſolaire, afin d'entendre plus clairement le tequis: mais d'autant qu'il y a beaucoup plus de certitude par le moyen de pluſieurs circuits que par un ſeul, ou par un peu, ven qu'ayant failli en 1000 ans une ſeule heure, la faute ne ſeroit que $\frac{1}{1000}$ d'heure en un an: là où que faillant d'une heure en un an, la faute ſeroit 1000 fois plus grande, 1000 heures en 1000 ans, qui ſont preſque 6 ſepmaines d'erreur, ce qui eſt cauſe que nous prendrons autant d'années que les Eph. s'eſtendẽt; je cetche donc en l'année 1606 quand c'eſt que le ſoleil obtient 359 deg. 59 ①, & trouve que c'eſt au 10 Mars apres midy 11 heures 47 ① 48 ②, car ſur le midy il eſtoit au 359 deg. 30 ①, de ſorte qu'il manquoit encot le temps du couts de 29 ①: pour quelle choſe trouvet, je tegarde aux tables, combien c'eſt que le ſoleil faiſoit par jour alors, & tronve 29 ①, je dis donc 59 ① donnent 24 heures, combien les ſuſdites 29 ①? vient comme deſſus 11 heures 47 ①, 48 ②. Et puis que depuis le 11 Mats 1554 & le 10 Mats 1606 à 11 heures 47 ① 48 ② apres midy ſont faits 52 circuits, auſquels le ſoleil a mis 18992 jonrs 11 hentes 47 ① 48 ②, (aſſavoit 52 fois 365 duquel produit faut oſter 1, à cauſe que c'eſt du 11 Mars au 10 Mars, viendra 18979, auquel adjouſté 13 jours, des 13 années biſſextes, qui y ſont compriſes, & ce à leur mois de Fevrier) Cela fait, je dis 52 tours durét 18992 jours 11 heutes 47 ① 48 ②, combien durera 1 tour? fait pour la loogueut d'un an, ſelon ce compte, 365 jours 5 heures 45 ① 55 ②. qui eſt donc la maniere de trouver la quantité de l'an naturel par les Ephemerides obſervées.

PROPOSITION III.

Trouver le mouvement moyen du ſoleil en un temps donné, & en deſcrire des tables.

NOTEZ I.

Il a eſté dit en la deuxieſme propoſition qne l'an avoit 365 jouts 5 heures 45 ① 55 ②, ſur qnel fondement, on poutroit conſtruire des tables du mouvement moyen du ſoleil: mais pource que cela me ſetoit un peu faſcheux, & que ceſte concluſion de la longueur de l'an (comme auſſi toute autte, depnis le ſiecle ſage) n'eſt pas du tout certaine, joint que ce n'eſt qu'en forme d'exemple, pour les raiſons deduites à la 1 propoſition; je ptendray donc, pour evitet telle peine, que la longueut de l'an ſoit comme *Ptolemée* l'a deſcrit, avec ſes tables; or il la defini de 365 jours 5 heures 55 ① 12 ②, leſquelles pat autres parties (ſans nommet les hentes) font 365 jours 14 ① 48 ②, ou bien $365\ \frac{37}{750}$ jours.

Et tout de meſme que nous diſons du couts du ſoleil, ainſi le fandra-il entendre cy-aptes, lors que nous prendtons les mouvemens moyens des autres planetes dudit *Ptolemée*, au lieu d'eo faite des nouvelles.

Le donné. Soit le temps d'un jout. *Le requis.* On veut trouvet le monvement moyen du ſoleil ſur un tel temps. *Conſtruction.* Je dis en $365\ \frac{37}{750}$ jours le ſoleil fait 360 deg. (par la ptemiete note de ceſte propoſition) cõbien fera-il en t jout? fait pour le requis 59 ① 8. 17. 13. 12. 31.

NOTEZ II.

Nous avons mis un exemple, auquel ſe trouve le monvement moyen du ſoleil en un jour, par nne regle de trois, ce qui ſetoit difficile de repeter à chaque fois pour tel temps qu'on deſiretoit, qui fait que la commodité d'une table eſt fort tequiſe, auſſi à cauſe de ſon frequent oſage, laquelle ſe fait comme s'enſuit.

CONSTRVCTION DES TABLES du moyen mouvement du Soleil.

LE cours ſuſdit d'un jour, ou 24 heures,
eſt de 59 ① 8. 17. 13. 12. 31.
Si pour les heures, la $\frac{1}{24}$ eſt pour 1 heute. 2 ① 27. 50 43. 3. 1.
Son double pour 2 henres. 4 ① 55. 41. 26. 6. 2.

Et aioſi conſequemment on trouve le mouvement pour toutes les autres heutes juſques à 23, puis le couts d'un jour, puis de 2, &c. juſques à d'avantage, & pour les ans Egyptiens juſques à 810, comme en ceſte table:

TABLE

TABLE DU MOYEN MOUVEMENT DU SOLEIL.

heur.	deg.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	0	2	27	50	43	3	1
2	0	4	55	41	26	6	2
3	0	7	23	32	9	9	3
4	0	9	51	22	52	12	5
5	0	12	19	13	35	15	6
6	0	14	47	4	18	18	7
7	0	17	14	55	1	21	9
8	0	19	42	45	44	24	10
9	0	22	10	36	27	27	11
10	0	24	38	27	10	30	12
11	0	27	6	17	53	33	14
12	0	29	34	8	36	36	15
13	0	32	1	59	19	39	16
14	0	34	29	50	2	42	18
15	0	36	57	40	45	45	19
16	0	39	25	31	28	48	20
17	0	41	53	22	11	51	21
18	0	44	21	12	54	54	23
19	0	46	49	3	37	57	24
20	0	49	16	54	21	0	25
21	0	51	44	45	4	3	27
22	0	54	12	35	47	6	28
23	0	56	40	26	30	9	29
jours							
1	0	59	8	17	12	12	31
2	1	58	16	34	24	25	2
3	2	57	24	51	39	37	33
4	3	56	33	8	52	50	4
5	4	55	41	26	6	2	35
6	5	54	49	43	19	15	6
7	6	53	58	0	32	27	37
8	7	53	6	17	45	40	8
9	8	52	14	34	58	52	39
10	9	51	22	52	12	5	10
11	10	50	31	9	25	17	41
12	11	49	39	26	38	30	12
13	12	48	47	43	51	42	43
14	13	47	56	1	4	55	14
15	14	47	4	18	18	7	45
16	15	46	12	35	31	20	16
17	16	45	20	52	44	32	47
18	17	44	29	9	57	45	18
19	18	43	37	27	10	57	49
20	19	43	45	44	24	10	20
21	20	41	54	1	37	22	51
22	21	41	2	18	50	35	22
23	22	40	10	36	3	47	53
24	23	39	18	53	17	0	24
25	24	38	27	10	30	13	55
26	25	37	35	27	43	25	26
27	26	36	43	44	56	37	57
28	27	35	52	2	9	50	28
29	28	35	0	19	23	1	59
30	29	34	8	36	36	15	30
60	59	8	17	13	12	31	0
90	88	42	25	49	48	46	30
120	118	16	34	26	25	2	0
150	147	50	43	3	1	17	30
180	177	24	51	39	37	32	0
210	206	59	0	16	13	48	30
240	236	33	8	52	50	4	0
270	266	7	17	29	26	19	30
300	295	41	26	6	2	35	0
330	325	15	34	42	38	50	30
360	354	49	43	19	15	6	0

ans.	deg.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	359	45	24	43	21	8	35
2	359	30	49	30	42	17	10
3	359	16	14	16	3	25	45
4	359	1	39	1	24	34	0
5	358	47	3	46	45	41	35
6	358	32	28	32	6	51	30
7	358	17	53	17	28	0	5
8	358	3	18	2	49	8	40
9	357	48	42	48	10	17	15
10	357	34	7	33	31	25	50
11	357	19	32	18	52	34	25
12	357	4	57	4	13	43	0
13	356	50	21	49	34	51	35
14	356	35	46	34	56	0	10
15	356	21	11	20	17	8	45
16	356	6	36	5	38	17	20
17	355	52	0	50	59	25	55
18	355	37	25	36	20	34	30
36	351	14	51	12	41	9	0
54	346	52	16	49	1	43	30
72	342	29	42	25	22	18	0
90	338	7	8	1	42	52	30
108	333	44	33	38	3	27	0
126	329	21	59	14	23	1	30
144	324	59	24	50	44	36	0
162	320	36	50	27	5	10	30
180	316	14	16	3	25	45	0
198	311	51	41	39	46	19	30
216	307	29	7	16	6	54	0
234	303	6	32	52	27	28	30
252	298	43	58	28	48	3	0
270	294	21	14	5	8	37	30
288	289	58	49	41	29	12	0
306	285	36	15	17	49	46	30
324	281	13	40	45	10	21	0
342	276	51	6	30	30	55	30
360	272	28	32	6	51	30	0
378	268	5	57	43	12	4	30
396	263	43	23	19	32	39	0
414	259	20	48	55	53	13	30
432	254	58	14	32	13	48	0
450	250	35	40	8	34	22	30
468	246	13	5	44	54	57	0
486	241	50	31	21	15	31	30
504	237	27	56	57	36	6	0
522	233	5	22	33	56	40	30
540	228	42	48	10	17	15	0
558	224	20	13	46	37	49	30
576	219	57	39	22	58	24	0
594	215	35	4	59	18	58	30
612	211	12	30	35	39	33	0
630	206	49	56	12	0	7	30
648	202	27	21	48	20	42	0
666	198	4	47	24	41	16	30
684	193	42	13	1	1	51	0
702	189	19	38	37	22	25	30
720	184	57	4	13	42	50	0
738	180	34	29	50	3	34	30
756	176	11	55	26	24	9	0
774	171	49	21	2	44	43	30
792	167	26	46	39	5	18	0
810	163	4	12	15	25	52	30

Digitized by Google

VSAGE DE CESTE TABLE.

Soit qu'on deſire d'avoir le propre mouvement du ſoleil, qu'il fait en 879 ans Egyptiens 66 jours & 2 heures. *Operation.* Si és tables les 879 ans Egyptiens 66 jours 2 heures, avec le moyen mouvement des meſmes, eſtoient en une ſeule ligne droite; on auroit incontinent le requis; mais cela n'eſtant ainſi, on prendra pluſieurs pieces (à chaque fois les plus grandes qu'on pourra pour avoir pluſtoſt fait) pour achever les nombres donnés. A ceſte fin je prens dans les tables les 879, ou le plus approchant mineur 810, avec le moyen mouvement correſpondant juſques aux ☉, comme ſuffiſantes (car les autres ne ſervent qu'à faire les tables, & non pas à leur uſage, comme il ſera plus amplement dit en la derniere partie de l'advertiſſement de la Conſtruction des tables) alors la premiere ligne ſera ainſi,

810. ans 163. deg. 4. 12.

Il y a encor manque de 69 ans, au lieu d'iceux je prendray 54 & 15 (on pourroit bien faire encor autrement) puis 60 & 6 jours, & finalement 2 heures: leſquels poſez ordonnément ſous les ſuſdits 810 ans, & adjouſtant les nombres correſpondans, l'operation ſera comme icy deſſous.

810 ans	163 deg.	4. 12.
54 ans	146 deg.	52. 17.
15 ans	356 deg.	21. 11.
60 jours	59 deg.	8. 17.
6 jours	5 deg.	54. 50.
2 heures	0 deg.	4. 56.
	931 deg.	25. 43.

De ce 931 faut oſter tous les circuits entiers, c'eſt à dire diviſer par 360, & viendra 2 circuits; leſquels je delaiſſe, & reſte 211 deg. qui avec les autres font 211 deg. 25. 43. & delaiſſant les 43 ☉, viendra aſſez pres pour le mouvement requis 211 deg. 26 ☉. Voila touchant la maniere de calculer les moyens mouvemens du ſoleil en un temps propoſé.

ADVERTISSEMENT SVR LA CONSTRVCTION DES TABLES.

Ce ne ſera hors de propos de dire icy, que les tables augmentant de jour en jour, ſe font alors par addition, ou multiplication, & non par ſouſtraction, ou diviſion: Comme par exemple, eſtant cognu le cours de 18 ans, aſſavoir de 168 deg. 49. 52. 9. 9. 45. 0. & que par iceluy on vueille ſçavoir le cours de 4 fois 18, qui font 72 ans, on multipliera leſdits nombres par 4. & viendra (apres avoir rejetté les cercles entiers) 315 deg. 9. 18. 36. 9. 0. 0. Ce qui ſe fait bien voirement par multiplication, comme il a eſté dit cy-deſſus: Mais ſi on euſt cognu auparavant le cours des 72 ans, & qu'on euſt requis celuy de 18 ans; diviſant par 4 leſdits 315 deg. &c. il ne s'enſuivroit pas pourtant que ce qui viendroit au quotient, ſoit le vray nombre requis, à cauſe qu'en la multiplication on a rejetté des cercles, le nombre deſquels n'eſt pas cognu, pour les pouvoir diviſer; & partant tels mouvemens ne ſont pas aiſés à diviſer, à cauſe deſdits cercles qui ſont delaiſſez, ſi ce n'eſt que l'on vueille prendre un peu plus de peine: il eſt auſſi aiſé auſſi à voir que tels inconvenients ne peuvent ſurvenir en la ſubdiviſion de 365 jours, ou moins, pource qu'alors il n'y a pas de cercle rejetté.

Davantage, puis qu'és obſervations les ☉, ☽, ou ☿, &c. ſont de fort peu de conſequence, voire meſme peu certaines, comment eſt-ce que nous en uſons és tables du cours du ſoleil, on y admet des parties plus petites que ☉ juſques aux ♎; & pourquoy eſt-ce que l'on ne ſe contente d'eſcrire que le cours d'iceluy n'eſt que de 59 ☉ par jour? La reſponce eſt manifeſte par les precedentes, car puis que les anciens ont eu deſſein d'eſcrire une table de 810 ans, comprenans 295650 jours, & que le cours du ſoleil des meſmes ſe trouve par la ſomme de tant de cours journaliers, là où que ſi on euſt ſeulement poſé és tables les 59 ′ 1 pour un jour, delaiſſant les 8 ☽, on euſt delaiſſé en 810 ans, 810 fois 8 ☽, qui montent bien plus que 657 degrez, ou bien pour obvier à ce defaut il euſt fallu faire autant de regle de trois que de jours, mois & annécs deſdites tables, ce qui ſeroit trop difficile, & prendre une peine ridicule: de meſme ſi on les euſt conſtruits juſques aux ☊ en delaiſſant les ☽, alors en beaucoup de temps cela euſt redondé juſques aux ☽, veu que 29560 fois 30 ☽ ſeroient plus que 40 ☽, puis les meſmes dans des ingrediens de grande addition, ſeroient vaciller les ☉, parquoy les faiſant juſques aux ☽, voire pour mieux eviter les inconvenients, les anciens les ont fait juſques aux ♎, & non pas plus outre, puis que ce ſeroit choſe inutile.

NOTEZ.

Tout ainſi que la table du mouvement du ſoleil eſt commencée icy par le cours d'un jour; de meſme auſſi ſe ſont cy-apres conſtruites les tables des autres Planetes, & de leurs cieux, par le conts d'un jour; toutesfois nous ne deſcrirons pas là leurs conſtructions, ny leurs uſages, à cauſe de la convenance de telles explications avec la precedente: pource auſſi que l'advertiſſement qui eſt icy en titre ſervira là ſemblablement.

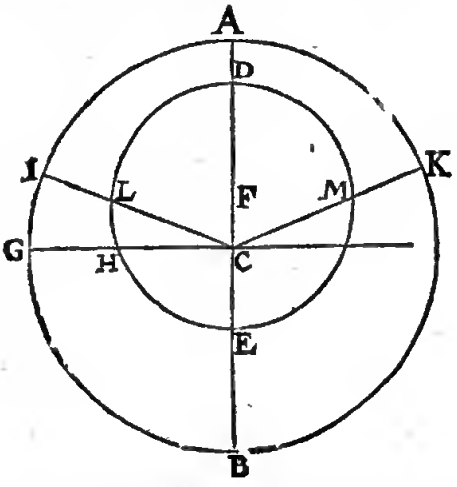
PROPOSITION IV.

PAr les Ephem. obſervées, trouver la longitude de l'apogée & perigée de l'excentrique du Soleil.

Si l'on fueillere exactement les tables de *Stadius* (leſquelles pour les raiſons dites en la 1 propoſition ſont ſuppoſées eſtre obſervées) on trouvera de l'inegalité au mouvement apparant du ſoleil, aſſavoir en un temps, environ 3 ou 4 ☉ par jour, plus qu'en un autre; avec ce que d'an en an, ledit cours eſt le plus debile & tardif à la mi-Juin, comme de 57 ☉: & par exemple le 15 Juin en l'an 1555 on trouve le ſoleil au 92 deg. 39 ☉; & ſur le 16 apres, au 93 deg 36 ☉, de ſorte que du 15 au 16 Juin, il ne fait que 57 ☉, & de meſme és autres années precedentes & ſuivantes. Au contraire à la mi-Decembre, il eſt annuellement le plus viſte alors, d'environ 1 deg. 1 ☉: Ce qui fait cognoiſtre que le ſoleil ſe meut en un cercle, le centre duquel n'eſt au centre de la terre, mais autre part. Ce qui ſera plus manifeſte par ceſte figure; Soit A B le cercle de l'ecliptique, ſon centre & auſſi le centre de la terre C, & D E L le deferant, ou voye du ſoleil, & F ſon centre, D l'apogée, & E perigée: & ſoit C G perpendiculaire ſur A B, coupant le deferant en H; là où on voit la raiſon pourquoy le ſoleil courant en iceluy de D en H plus qu'un quart de cercle, toutesfois en l'ecliptique ſemble ſeulement faire un quart de cercle A G; & au contraire faiſant moins qu'un quadran de H en E, ſemble toutesfois parfaire un autre quadran complet en l'ecliptique G B. On voit auſſi que le ſoleil faiſant deux arcs egaux en apparence A G, G B, & neantmoins met plus de temps en l'une A G (à cauſe de D H) qu'en l'autre G B (à cauſe de H E) mais és deux demicercles apparants A G B, B K A, y met autant de temps en l'un qu'en l'autre (à cauſes

des

des demicercles DHE, EMD) & en tout l'apparant, comme en tout le circuit qu'il fait en ſon deferant: & par conſequent qu'eſtant en D apogée, il eſt veu eſtre



au milieu de ſon mouvement, plus tardif; & en ſon perigée E, au milieu de ſon cours, le plus viſte. Or le requis de ceſte propoſition, eſt de trouver ces milieux ou auges, pour à quoy parvenir, ſoyent menées CI, CK, ainſi que AI, AK ſoyent arcs egaux, alors les arcs DL, & DM ſeront auſſi egaux, & ainſi des arcs EL, EM; d'où s'enſuit, que lors qu'on trouve és Ephemerides obſervées, un lieu apparant A, duquel les arcs apparants d'un coſté & d'autre AI, AK, ſont parcourus du ſoleil en temps egaux, qu'alors ledit poinct apparant A ſera l'apogée du ſoleil.

L'inveſtigation eſt telle. Je choiſis quelque mois de Juin (où ſe trouve que le ſoleil eſt le plus tardif) comme Juin de 1554, & cerche où le Soleil ſemble eſtre le plus tardif, comme environ le dixieſme, eſtant au 88 deg. 2 ☉; mais 3 mois devant (en la note ſuivante je rendray raiſon pourquoy je choiſis pluſtoſt 3 mois qu'un autre temps) aſſavoir le 10 Mars il eſtoit au 359 degré, tellement que tel arc eſt 89 deg. 2 ☉: & 3 mois apres le 10 Juin (c'eſt le 10 Septembre) le Soleil eſtoit au 176 degré 39 ☉, faiſant tel arc 88 degrez 37 ☉, lequel n'accordant au ſuſdit arc 89 deg. 2 ☉, je conclus donc que l'apogée n'eſtoit pas ſous le 88 deg. 2 ☉.

De meſme ayant fait telle recerche au 15 Juin, le Soleil eſtant au 92 deg. 49 ☉, je trouve que l'arc des 3 mois precedens eſtoit de 88 deg. 53 ☉, & que l'arc des 3 mois apres eſtoit de 88 degr. 46 ☉, leſquels ne s'accordant non plus, auſſi que le dernier arc eſt le plus petit, comme en l'inquiſition precedente, c'eſt un argument qu'il faut encor proceder plus auant dans Juin: je cerche donc encor ſur le 19 Juin, le Soleil eſtant au 96 deg. 39 ☉, l'arc des 3 mois precedens de 88, 46 ☉, mais l'arc des 3 mois conſequens, 88 deg. 51 ☉, leſquels ne s'accordant non plus; mais l'arc dernier eſtant devenu le majeur, cela ſignifie que c'eſt trop avancé dans Juin, & qu'il faut rebrouſſer chemin; parquoy j'eſprouve le meſme au 16 Juin, le Soleil eſtant au 93 deg. 46 ☉, lequel je trouve n'eſtre pas auſſi propre; mais devant aller plus avant, j'eſprouve le 17 Juin, le Soleil eſtant au 94 degr. 43 ☉, & l'arc des 3 mois de precedence de 88 deg. 48 ☉; & l'arc des 3 mois de conſequence de 88 degrez 50 ☉.

Tellement que juſques icy j'ay trouvé que l'apogée eſt entre le 93 deg. 46 ☉ & le 94 deg. 43 ☉. Mais pour l'avoir plus preciſement, je remarque qu'au 16 Juin le dernier arc eſtoit trop petit (de 3 ☉) & au 17 Juin trop grand, qui fait cognoiſtre que le cerché eſt entre iceux, aſſavoir le 16 Juin & quelques heures; parquoy recerchant le 16 Juin, & encor 12 heures, & puis d'avantage, je trouve qu'és 16 heures le Soleil eſtoit au 94 deg. 24 ☉, & l'arc des 3 mois premiers de 88 deg. 49 ☉, mais la derniere de 88 deg 49 ☉ 20 ☽, ce qui differe peu; toutefois ceux qui le voudront plus exactement, le pourront recercher avec les parties d'heures. Je reviens donc ce 94 deg. 24 ☉, pour le lieu de l'apogée; auquel adjouſté 180 degrez, viendra pour le lieu du perigée au zodiaque, 274 deg. 24 ☉. Notez que Copernic la deſcrit de ſon temps eſtre ſous le 96 deg. 40 ☉: neantmoins ſelon ces Ephemerides, & ceſte methode il vient ainſi.

Joignant la meſme il y a une autre maniere qui peut ſervir de preuve à la premiere, comme s'enſuit.

Il a eſté dit cy-deſſus, que le Soleil apparoiſt faire le demicercle A G B en meſme temps, que l'autre B K A; d'où s'enſuit, qu'és Ephemerides ſi l'on trouve deux poincts apparans du Soleil, diſtans l'un de l'autre de 180 deg. qu'ainſi le Soleil aye mis autant de temps à parcourir l'un, que l'autre, qu'alors deux tels poincts ſeront les auges du Soleil; aſſavoir l'un l'apogée, l'autre le perigée. Donc pour les trouver par ceſte voye, & adjouſté 180 degrez à 94 deg. 24 ♈ (lieu de l'apogée ſuſdit) vient 274, 24 ☉, comme deſſus pour le perigée: cerchant és Ephemerides quand c'eſt que le Soleil apparant eſtoit audit perigée, ſe trouve audit an 1554 en Decembre le 16 jour 8 heures & 16 ☉: que ſi le Soleil met autant de temps à faire les 180 degrez, qui ſont depuis le 16 Juin 16 heures, juſques au 16 Decembre 8 heures 16 ☉, que les autres 180 degrez reſtans; ou bien (ce qui revient à un) qu'il y mette un demy an, qui eſt 182 jours 14 heures 58 ☉, alors le lieu ſuſnommé pour l'apogée ſeruit le vray lieu, comme eſtant approuvé de deux diverſes operations: mais dudit jour de Juin juſques audit jour de Decembre il y a 182 jours 16 heures 16 ☉, excedant ſeulement en 1 heure 18 ☉, il ne ſera pas loing de là. Et pour apptochet plus ptes par ceſte voye je m'enquiets d'un autre jour, comme deſſus, prenant le 18 Juin, où le Soleil eſtoit au 95, 45 ☉, & pourſuivant tout du long, trouve 0 heure 25 ☉ trop peu, ainſi qu'en ceſte maniere l'apogée eſt entre le 94, 24 ☉ & le 95, 41 ☉; finalement eſptouvant entre iceux, comme le 17 Juin & 13 heures, où le Soleil eſtoit au 95, 14 ☉, & ponrſuivant la recerche, trouve le cours du demicercle de 0 heure 2 ☉ trop petit, lequel, comme deſſus, ſe pourra prendre comme accordant, l'apogée ſe dira eſtre au 95, 14 ☉, là où l'autre a eſté trouvé au 94, 24 ☉, leſquels different ſeulement de 50 ☉, qui eſt en tel accident de petite conſequence, comme pouvant deriver de l'imperfection des Ephemerides.

Corollaire.

Tout ainſi qu'icy les arcs de 3 mois devant & apres ſont egaux, ainſi (ſi les Ephemerides eſtoyent bien faites) devroyent auſſi eſtre egaux toute ſorte d'arcs, faits en temps egaux devant & apres l'apogée. Exemple, au mois de 31 jours devant & apres le 17 Juin 1554, le Soleil eſtoit preſques egalement diſtant de l'apogée, aſſavoir d'un coſté 29, 37 ☉, & d'autre coſté 29, 39 ☉: & en 2 mois de 61 jours, il eſtoit d'un coſté 58, 31 ☉, & d'autre coſté 58, 33 ☉; quant à ceſte petite difference de 2 ☉, elle procede notoitement de l'imperfection des tables: mais en autre lieu que l'apogée & perigée, ceſte

ceſte difference peut & doit eſtre trouvée grande. Exemple, le 14 Septembre, n'eſt pas l'apogée ny perigée, le Soleil eſtoit au 180 deg. 36 ① & 3 mois auparavant, il avoit fait 3 deg. 5 ① moins que 3 mois apres; car au 14 Juin, aſſavoir 3 mois auparavant, (qui ſont 92 jours) il eſtoit au 91, 51 ①: mais 92 jours apres le 14 Septembre, aſſavoir le 15 Decembre, il eſtoit au 273 deg. 2 ①: le premier mouvement apparant 89 deg. 21 ①, eſt, comme il a eſté dit, de 3 deg. 5 ① moindre que le ſecond, qui eſt de 92 deg. 26 ①.

Notez.

Cy-deſſus a eſté promis de rendre raiſon pourquoy le chois d'un quart de cercle de part & d'autre à l'apogée cauſoit plus grande certitude qu'un arc majeur ou moindre: pour à quoy ſatisfaire, ſoit par exemple; le 12 Mars 1555, le Soleil eſtant au 0 deg. 45 ①, & 3 mois auparavant, aſſavoir 90 jours (il eſt bien vray que pour plus grande certitude, il faudroit prendre le quart d'an accompli, toutefois la choſe ſe pourra aſſez bien declarer ainſi) il avoit apparemment parcouru 3 deg. 7 ① d'avantage, que non pas 3 mois par apres. Ceſte grande difference donne plus d'aſſeurance qu'une moindre, & que le 180 deg. 36 ① ſuſmentionné ſoit diſtant de l'apogée, cela ſe peut remarquer par la ſuſdite aſſomption de temps, par lequel le Soleil fait un quart de cercle: car ſi par exemple nous euſſions ſeulement pris 2 jours devant & apres, le 14 Septembre, nous euſſions trouvé les arcs de tels mouvements egaux, chacun de 1 deg. 58 ①, ſans cognoiſſance ſi on eſtoit à l'apogée, ou non. Semblablement prenant deux temps egaux de part & d'autre, le poinct choiſi à l'inveſtigation de l'apogée, & chacun plus qu'un quart de cercle, iceux apporteront auſſi moins de certitude, veu qu'ils ſeront d'autant plus pres du perigée, chacun moins qu'un quart de cercle, qui eſt la meſme difficulté qu'avec le perigée.

Il faut auſſi ſçavoir, que combien que cy-deſſus nous euſſions parlé de l'aſſomption du temps, par lequel le Soleil eſt diſtãt de l'apogée d'un quart de cercle; toutesfois on ne doit pas entendre par là ſeulement le quart d'un an, comme nous avons fait, mais auſſi lors que le Soleil vient en tels lieux devant & apres l'apogée, (excepté autant que le cours de l'apogée importe) combien que ce ſoit 3 quarts d'an, ou 5 quarts d'an, voire quelques années & un quart d'an plus ou moins; or ledit cours de l'apogée eſt de petite conſequence en peu d'années, & pourtant n'y fait pas grand eſchec.

Semblablement, ce qui a eſté dit cy-deſſus du Soleil, le meſme faudra-il entendre des autres planetes, deſquelles on traitera cy-apres; là où en la perquiſition de l'apogée viendra auſſi à propos de prendre des temps devant & apres, eſquels la planete eſt un quart de cercle diſtante de l'apogée. Voila touchant l'invention de l'apogée, & en quel lieu il ſe trouve au zodiaque, par le moyen des Ephemerides obſervées.

Proposition V.

Par les Ephemerides obſervées, trouver le cours de l'apogée de l'excentrique du Soleil.

Avant premierement trouvé le lieu de l'apogée du Soleil, comme en la 4 propoſition precedente, aſſavoir en l'an 1554 au 94 deg. 24 ①, j'en fais de meſme en une autre annee, comme en l'an 1594, le trouvant 97 deg. 53, (où le Soleil ſe trouve le 20 Juin, alors 3 mois devant eſtoit au 9 deg. & 3 mois apres au 186 deg. 46 ①, leſquels deux arcs ſont chacun 88 deg. 53 ①) ainſi que depuis l'an 1554 juſques à 1594, il y a 40 ans, auſquels l'apogée (ſelon ces tables) s'eſt meu de 3 deg. 29 ①, car autant y a-il du 94, 24 ① juſqu'au 97, 53 ①. Et par tel compte ſe pourra trouver le cours de l'apogée en tout temps donné: comme par exemple le voulant avoir ſur un an, on dira 40 ans donnent 3 deg. 29 ①, combien 1 an? vient 5 ① 13 ②.

On voit bien que *Stadius* a failli en la ſupputation de ſes Ephemerides, toutesfois l'exemple ſervira à entendre la maniere comment on ſera avec des meilleures obſervations: & pour trouver le requis plus preciſement, on euſt peu prendre la premiere obſervation plus ancienne de plus loing, afin d'avoir une grande eſpace de temps entre les deux obſervations, comme celle que *Ptolemée* eſcrit au 4 chapitre de ſon 3 livre, 463 ans apres la mort *d'Alexandre le Grand*, où il dit avoir trouvé l'apogée de l'excentrique du Soleil au 65 deg. 30 ① (& combien que ſuivant ſon hypotheſe je trouve 65 deg. 36 ①, toutefois ſoit iceluy pris par exemple, comme il dit) & pour l'autre expetience ſoit pris le ſuſdit 97 deg. 53 ① du 20 Juin 1594, qui eſtoit 1918 ans apres *Alexandre*, alors l'apogée aura parcouru en 1455 ans 32 deg 23 ①, autant y a-il du 65 deg 30 ① juſques au 97 deg 53 ①: Et quand on voudra trouver le cours d'un temps donné, je prens d'un an, on dira 1455 ans donnent 32 deg. 23 ①, combien 1 an? viendra 1 ① 20 ②: lequel je prendray au lieu du ſuſdit 5 ① 13 ②, lors qu'il en ſera beſoing.

Concluſion. Nous avons donc trouvé par les Ephemerides obſervées le cours de l'apogée du Soleil, ſelon le requis.

Proposition VI.

Par les Ephemerides obſervées trouver le mouvement du Soleil en ſon Deferant.

Le cours de l'apogée eſt trouvé eſtre en un an par la 5 propoſition de 1 ① 20 ②.
Le meſme oſté du moyen mouvement du Soleil, & auſſi d'un an, aſſavoir an Egyptien, qui eſt par la 3 propoſition 359 deg. 45 ①.
Reſtera pour le mouvement du Soleil en un an Egyptien, ſelon le requis, 359 deg. 43 ① 40 ②.

Et par ceſt exemple eſt manifeſte, comment on ſera pour trouver le cours du Soleil ſelon tel temps qu'on voudra.

Demonſtration. D'autant que le Soleil circuit l'ecliptique en un an ſelon l'apparence, & que cependant ſon deferant fait 1 ① 20 ②, il faut donc que le Soleil ave d'antant moins fait de chemin en ſon deferant: ce qu'il falloit demonſtrer.

Proposition VII.

Par les Ephemerides obſervées trouver la declinaiſon du Deferant du Soleil de l'equateur.

Les declinaiſons journalieres du Soleil ne ſont pas deſcrites en ces Ephemerides, mais bien en d'aucunes ſelon la regle commune d'une table à ceſte fin; que ſi elles y eſtoyent, comme és vrayes Ephemerides obſervées (ce qu'on peut ainſi poſer par maniere d'eſtude) on trouveroit la plus grande declinaiſon eſchoit deux fois par an, l'une environ le 12 Juin vers ſeptentrion, l'autre environ le 12 Decembre vers midy, & ce en ces Ephemerides, ſuivant la poſition de *Copernic*, qui eſt de 23 deg. 28 ①: auſſi trouveroit-on que ce ſeroit touſjours de 90 degrez de la ſection vernale: dequoy on conclud que la declinaiſon du plan de l'ecliptique, eſt de 23 degrez 28 ①; ce qui eſt aiſe à demonſtrer par le moyen des triangles ſpheriques.

Proposition VIII.

Par le moyen des Ephemerides observées, construire des Ephemerides du mouvement du Soleil pour le temps à venir.

Quand on prend garde és Eph. de *Stadius* (que nous supposons estre observées) aux progressions semblables des lieux apparants du Soleil, afin que par les lieux du passé, on puisse desertre ceux du futur, on remarque que de 4 en 4 ans, le Soleil és jours semblables, revient quasi tousiours és mesmes lieux : comme par exemple, en l'an 1554 le 1 Janvier le Soleil estoit au 290. 36 ①. Et 4 ans apres, assavoir le 1 Janvier 1558, au 290. 37 ①. Et en l'an 1562, 1566, 1570, 1574, 1578, le 1 Janvier, a esté trouvé és 290. 37 ①, 290. 36 ①, 290. 37 ①, 290. 37 ①, 290. 38 ①, & ainsi des autres.

De là on peut conclurte, que si les Ephemerides n'estoyent observées, que jusques au 1 Janviet 1578, & que de là en avant on vueille poursuivre pour le temps avenir, on pourroit faire les 4 ans suivans, en mesme progression que les 4 années precedentes, disant que le 2 Janvier 1578 sera comme le 2 Janviet 1574, & ainsi consequemment, l'on trouvera le cours du Soleil pour le temps futur.

Notez I.

Si la longueur de l'an naturel estoit precisement de 365 jours & 6 heures, comme l'an Iulien, il n'y auroit point de changement de 4 en 4 ans : mais iceluy estant trouvé en ces Ephemerides de 365 jours 5 heures & 55 ②, alors il y aura difference en chaque an de 14 ① 5 ③ d'une heure, auquel temps le Soleil fait environ 35 ②, qui est en 4 ans 2 ① 20 ③, & autant faudroit-il adjoustter au dessus des autres, tous les 4 ans. à chacun jour. Mais la longueur d'un an prise selon *Ptolemée*, de 365 jours 14 ① 48 ②, lesquels defaillent de $365\frac{1}{4}$ d'environ 12 ②, qui montent en 4 ans 48 ②, & autant faudroit-il adjouster sur chacun jour des 4 années precedentes, selon le compte de *Ptolemée*.

Notez II.

Notez aussi que d'icy on recognoist la raison du changement des temps, assavoit pourquoy le 1 Mats, qui escheoit presentement au Printemps, viendroit avec le temps dans l'Esté, puis en l'Automne, & ainsi tousiours, si ce n'est qu'on revienne à retranchet les jours, comme on a fait l'an 1582, des 10 jouts retranchez en plusieurs lieux ; car suivant la supputation de la grandeur de l'an de *Ptolemée* en 300 ans un jour s'escoule, ce qui doit estre d'avantage selon le compte d'autres Autheurs.

Notez III.

Si quelqu'un revisite les Ephemerides de *Stadius*, comme dessus, il y trouvera des fautes, à ceste fin soyent descriis les lieux du Soleil de 4 ans en 4 ans sur le 1 Ianvier, comme s'ensuit :

1554.	290 deg.	36 ①.
1558.	290	37
1562.	290	37
1566.	290	36
1570.	290	37
1574.	290	37
1578.	290	38
1582.	290	39
1586.	290	39
1590.	290	40
1594.	290	40
1598.	291	31
1602.	291	32
1606.	291	7

Là où on peut remarquer un progrés assez bien jusques à l'an 1594 (toutefois non pas d'augmentation suffisante) mais de là en avant les differences sont exorbitantes ; neantmoins n'estant la faute de la regle generale susmentionnée, ains seulement d'erreur en la supputation, ou en l'impression.

Conclusion. Nous avons donc par le moyen des Ephemerides, &c.

Iusques icy a esté declaré mon dessein touchant les commencemens de la cognoissance du cours du Soleil, tirés de la visite des Ephem. observées, sur lesquelles, comme fondemens, ou pourroit poursuivte plus avant par voye Mathematique, mais avant ceste poursuite, je produitay semblable acheminement à la cognoissance des autres planetes, puis apres en ce deuxiesme livre sera traité ce qui a esté dit, assavoir des planetes en general par voye Mathematique, suivant le project deduit en l'Argument precedent de l'Astronomie.

DEUXIESME DISTINCTION DV PREMIER LIVRE,

Touchant l'invention du cours de la Lune par le moyen des Epbemerides supputées.

Definition I.

Quand deux luminaires sont en conjonction, tellement que l'un offusque l'autre à nostre veue ; le caché est dit estre eclipsé.

Ceste definition est commune tant aux planetes, qu'és estoiles fixes, la suivante est seulement pour la lune.

Definition II.

Quand la lune est opposée au Soleil, tellement que la terre l'empesche de recevoir la clarté du Soleil, elle est dite estre eclipsée.

Definition III.

Nœuds, sont les communes sections des plans de l'eccentrique lunaire, & de l'ecliptique.

Les plans ausquels les planetes font leurs conversions (excepté celuy du Soleil) declinent de celuy de l'ecliptique, d'où procede qu'ils se coupent estant suffisamment produicts, en deux poincts dans l'ecliptique : Tels poincts causez de l'eccentrique lunaire & de l'ecliptique sont appellez nœuds, & sont fameux de ce que les eclipses de Soleil & de Lune se font en iceux, ou à l'environ.

Definition IV.

Le nœud auquel la Lune estant, vient vers la partie septentrionale de l'ecliptique est appellé teste du Dragon, ou nœud ascendant : l'autre nœud est la queue du Dragon, ou nœud descendant.

Definition V.

Lunaison, est l'intervalle de temps entre deux nouvelles lunes prochaines, (c'est à dire entre deux conjonctions du Soleil & de la Lune, prises immediatement) mais des conjonctions moyennes, on dira lunaison moyenne.

LES PROPOSITIONS.

Proposition IX.

Declarer comment par l'aide des Ephemerides supputées, on peut recognoistre la proprieté du cours de la Lune tout de nouveau.

Quand on visite les Ephemerides supputées, touchant l'investi-

l'inveſtigation du cours de la Lune, on trouve 5 diverſitez remarquables.

1. Le cours de la Lune en ſon orbe, (c'eſt en ſa voye.)
2. Le cours de l'apogée.
3. Le moyen mouvement de la Lune en l'apparante longitude de l'ecliptique.
4. La lunaiſon, & le gain lunaire.
5. La latitude de la Lune, le cours des nœnds, & la latitude ou deviation du deferant de la Lune & de l'ecliptique.

Deſquelles diverſitez je deduiray les cinq membres ſuivans.

1 *Membre, du cours de la Lune en ſon orbe.*

Je conſidere és Ephemetides de *Stadius* (leſquelles nous avons uſurpé, comme ſi elles avoyent eſté ainſi trouvées par obſervation, ſelon ce qui a eſté dit cy-devant en la 1 propoſition) & trouve en quelque lieu, comme en Ianvier 1569, en la colomne de la Lune, qu'elle va le plus viſte au ſeptieſme jour (ce qui eſt remarqué par ce mot *perigée* eſcrit en Grec & abbregé ainſi περιγ. mais ἀπογ. ſignifie *apogée*) aſſavoit du 6 au 7 de 14. 33 ①, de là commence de plus en plus à allentir & eſtre plus tardive, juſques au 22, faiſant du 21 au 22 ſeulement 11 deg. 47 ①: puis environ 14 jours apres allant plus viſte, & 14 encor apres plus lentement; continuant ainſi alternativement, donne à entendre qu'elle ſe meut en un eccentrique, où elle fait le circuit en 27 ou 28 jours, duquel nombre pour en eſtre plus certain, & remarquant auſſi que l'une celerité eſt plus viſte que l'autre; par exemple, celle du 1 juſques au 2 Avril au meſme an 1569, eſt de 15 degrez; mais du 19 juſqu'au 20 Iuillet ſuivant, eſt ſeulement de 14 deg. 38 ①: & confrontant leurs qualitez, on voit que celle de 15 deg. ſe fait en l'oppoſition du Soleil, & l'aurte de 14, 38 ① environ lo quartier. Voyant en apres que cela tient regle és autres pleines Lunes & quartiers: deſquels je donneray quelques exemples lors que telles choſes arrivent le plus pres du midy, pour avoir moins de fractions de jours, comme s'enſuit:

1. En premier lieu en l'an 1569, le 1 Avril o heure 3 ① y avoit une celerité majeure en temps d'oppoſition.
2. De meſme encor une en l'an 1572, le 23 Aouſt à o heure 22 ①.
3. Finalement, auſſi en l'an 1581, le 14 Aouſt à o heure & 30 ①.

En toutes ces annotations ſe trouve que la ſuſdite regle tient lieu, aſſavoir que la celerité eſt alors plus viſte que non pas és quartiers de Lune, (c'eſt à dire és quatts aſpects) d'où je conclus, que la celerité eſt plus viſte en oppoſition, que non pas és quartiers.

Ce qu'eſtant ainſi, & ſelon le deſſein, voulant trouver le temps que la Lune met à circuire ſon orbe, en quoy je mets en œuvre les ſuſdites circonvolutions entieres, faites en oppoſition, pour ainſi trouver plus certainement le moyen mouvement d'un circuit; diſant, depuis la premiere oppoſition juſqu'à la ſeconde, y a 1240 jours, eſquels la lune (comme on remarque és Ephemerides) vient 45 fois en la celerité, ou au perigée: parquoy 45 tels circuits ſe font en 1240 jours, combien durera un circuit? il fait 27 jours 33 ① 20 ②: derechef,

De la ſuſdite ſeconde oppoſition juſqu'à la troiſieſme, y a 3278 jours, eſquels la Lune ſe trouve avoir eſté 119 fois au perigée, parquoy je dis, 119 tels circuits ſe font en 3278 jours, en combien de jours ſe fera 1 circuit? vient aſſez pres, comme devant, 27 jours 32 ① 46 ②.

Par ainſi l'on peut voir, que le temps d'une circonvolution entiere ſe fait en temps d'oppoſition. Et touchant l'irregularité & anomalité qu'on y remarque, il en ſera dit quelque choſe au troiſieſme livre, & s'appelle ſeconde anomalité.

Et d'autant qu'avec plus de circonvolutions, on trouve plus de certitude, je dis, depuis la premiere oppoſition juſques à la troiſieſme, y a 4518 jours, eſquels ſe trouve que la Lune a eſté 164 fois au perigée: parquoy 164 tels circuits ſe font en 4518 jours, en combien ſe ſera 1 circuit? vient 27 jours 32 ① 56 ②.

Et le meſme recerché en plus de temps apporteroit d'avantage de certitude. Que ſi on vouloit cognoiſtre le cours d'un jour, on pourroit dire 4518 jours donnent 164 circuits faiſans 59040 degrez, combien 1 jour? Et avec ce qu'il vient 13 deg. 4 ①, accordant aſſez pres avec la poſition de *Ptolemée* de 13 deg. 3 ① 53, 56. deſquels ſe pourroit conſtruire une table du moyen mouvement de la Lune en ſon orbe, ce qui ſerviroit à quelque ſuffiſance pour des principes, comme auſſi elle ſera deſcrite en la 11 propoſition.

2 *Membre, du cours de l'apogée du deferant de la Lune.*

Ayant donc entendu comment ſe trouve le mouvement de la Lune en ſon orbe, & pourſuivant la recerche plus avant par les Ephemerides, on y trouve encor d'autre Theorie. En premier lieu que ſon apogée tient un cours remarquable: Exemple, en l'an 1572 on trouve la celerité eſtre au 23 Aouſt, eſtant la Lune, & par conſequent le perigée, au 339 deg. 35 ①. Mais la celerité qui ſuit quaſi un an apres; ſur le 15 Aouſt 1573, eſt au 3 deg. 15 ①, auquel temps, ſelon l'indice, l'apogée ſeroit avancé de 23 deg. 40 ①: puis un an apres au 9 d'Aouſt 1574, eſt au 53 deg. 30 ①, ayant avancé en telle année 50 deg. 15 ①: tellement que l'on voit l'apogée s'avancer tous les ans de plus en plus; car au 15 Aouſt 1581, il eſt parvenu au 345 deg. 35 ①, faiſant un peu plus qu'un circuit en 9 ans ou environ. Et ainſi de 9 ans en 9 ans: & pour ſçavoir le cours d'un jour je prens à ceſte fin pluſieurs circuits (pour les raiſons deduites en la 2 propoſition) autant qu'il y en a en nos Ephemerides, aſſavoir 5: par exemple, en l'an 1554 le 5 Ianvier eſtoit la celerité au 316 deg. mais en l'an 1598 le 23 Novembre eſt quaſi au meſme poinct de l'ecliptique au 315 deg. 5 ①: qui eſt un intervalle de 45 ans moins 43 jours, qui ſont 16393 jours, trouvant que le petigée a fait à peu pres 5 tours entiers, qui ſont 1800 degrez: donc en 16393 jours le petigée fait 1800 degrez, combien en 1 jour? vient 6 ① 35 ②, aſſez bien accordant avec la ſuppoſition de *Ptolemée* 6 ① 41 ②, lequel on a, tirant le cours de la Lune en ſon epicycle 13 deg. 3. 53. 56, de ſon cours en longitude 13 deg. 10. 34. 59; car *Ptolemée* uſe d'un epicycle en ſes hypotheſes: & faiſant ainſi en d'autres lieux, on trouvera aſſez pres le meſme; comme en l'an 1560 le 18 Ianvier, ſe trouve la celerité au 197 deg. 49 ①. mais en l'an 1604 le 5 Decembre, elle ſe trouve quaſi au meſme lieu dans le zodiaque, aſſavoir au 191 deg. 53 ①: en cet intervalle de temps auſſi bien 16393 jours que devant, le perigée a fait preſque 5 tours entiers, dequoy le cours en un jour ſera trouvé quaſi de meſme qu'en la premiere fois 6 ① 34 ②. Ce qu'eſtant ainſi, on en pourroit faire des tables (comme il a eſté fait pour le cours du Soleil) pour le cours de l'apogée de la Lune, comme auſſi elle ſe verra en l'onzieſme propoſition.

NOTEZ.

On pourroit objecter, comment il se peut faire que le cours du perigée estant uniforme, que neantmoins en un an, selon les Ephemerides, il est trouvé plus grand qu'en l'autre, voire qu'un circuit comparé à un autre, il semble que le perigée recule : comme en l'an 1571 le 18 Octobre, la celerité estoit au 357 deg. 32 ☊, & la premiere celerité suivante le 14 Novembre, au 353 deg. 9 ☊, esquels 27 jours le perigée semble reculer de 3 deg. 23 ☊, où proprement il avoit avancé de 3 degrez. La raison de cecy est, que l'heure & ses parties, quand la Lune vient en son perigée, n'est pas annotée icy; car on prend que cela arrive precisement sur le midy, ce qui peut aucunefois differer d'un jour, sur lequel la Lune parcourant 12 ou 13 degrez, & ce lieu estant pris pour le perigée, la raisoo de la difference est alors ootoire. Voire il advient qu'en l'assomption du temps du lieu de l'apogée, on est en doute d'un jour entier, comme quand les mouvements faits au precedent & consequent sont egaux: & par telle assomption en un lieu un jour trop, & en un autre lieu un jour trop peu, peut arriver une faute, d'autant que la Lune court en deux jours.

Mais pour prevenir un tel inconvenient, & pourvoir avec plus de certitude à l'heure que la Lune vient au perigée, on poutra faire ainsi : on verra premierement si la Lune sur 7 jours (où on atteint environ la majeure prostaphercse du cours de la Lune) devant le midy pourpensé, & 7 jours apres, parcourt deux arcs egaux apparants; car iceux estant egaux, tel midy sera le requis. Et estant differents, on cerchera par adjonction ou distraction de quelques heures, où c'est que telle egalité d'arcs peut avenir, comme a esté fait avec le cours du Soleil à la 4 proposition. Exemple, je trouve que 7 jours devant & apres la celerité du 17 Ianvier 1560, tels deux arcs differeot, assavoir le premier de 98, 44 ☊, l'autre de 96, 40 ☊ : parquoy cerchaot le mesme sur ledit 17 Ianvier moins quelques heures, trouve egalité assez pres sur le 16 Ianvier & 12 heures, estant la Lune au perigée sur le 174 deg. 55 ☊.

3 *Membre du moyen mouvement de la Lune en longitude apparante.*

Quand l'on prend garde aux Ephemerides, on remarque encor par dessus les susdits cours, l'un de la Lune en son orbe, l'autre de l'apogée, encor une troisieme diversité en longitude apparante, dont la perquisition est telle. Prenant un an comme il avient 1569, trouve la lune le 7 Ianvier au 173. 15 ☋, & le 14 jour suivant est au 271. 51 ☊, tellement qu'elle a couru sur ces 7 jours au zodiaque en apparence 98 deg. 36 ☊: mais au 21 Ianvier suivant elle estoit au 358 deg. 28 ☊, de sorte qu'és 7 jours derniers elle a couru au zodiaque 86 deg. 37 ☊ en apparance, ce qui est 11 deg. 59 ☊ d'avantage és 7 premiers jours, qu'aux derniers. Recerchant la cause de ceste inegalité, je remarque qu'elle vient tant de l'excentricité de l'orbe de la Lune que de la deuxiesme anomalité : tellement que pour parvenir à la cognoissance d'un moyen mouvement, & prevenir ces deux inconveniens, je trouve estre necessaire que les lieux observez soient faits en temps de conjonction ou d'opposition du Soleil & de la Lune, sous un mesme poinct en l'ecliptique, alors que la Lune est à chacune fois sur un mesme poinct de son orbe; car par ce moyen y aura des circonvolutions solaires, avec quoy le temps est supputé, & des circonvolutions lunaires, avec celles de son apogée, le tout entierement accomply, sans estre empesche d'excentricitez, ny de seconde anomalité, lesquelles selon l'hypothese o'eschoyeor pas en conjoction, ny en opposition.

A ceste fin, j'ay fueilleté les Ephemerides, & extraict toutes les celeritez, ou cours du perigée qui eschoyent en opposition, comme s'ensuit :

l'An.		*Lieux du perigée.*	
1560	le 10 Avril.	209 deg. 30 ☊.	
1569	1 Avril.	201	0.
1570	17 Iuillet.	303	46.
1572	23 Aoust.	339	35.
1575	17 Decembre.	94	37.
1578	23 Mars.	192	2.
1580	26 Iuillet.	312	58.
1581	14 Aoust.	330	35.
1588	28 Iuin.	286	20.
1589	17 Iuillet.	304	3.
1590	5 Aoust.	321	42.
1597	19 Iuin.	277	29.
1598	8 Iuillet.	295	7.
1603	3 May.	218	31.
1606	10 Iuin.	268	35.

I'ay trouvé plusieurs lieux du perigée icy, qui arrivent environ à 9 degrez pres, d'une mesme longitude, assavoir ceux qui sont distants de 9 ans moins 9 jours l'un de l'autre, & au mesme temps j'ay aussi trouvé que la Lune avoit fait 120 circonvolutions ecliptiques apparantes moins 9 degrez, ce sont 119 revolutions, & encor environ 351 degrez : tels lieux sont comme s'ensuit.

1. Du 10 Avril 1560 jusqu'au 1 Avril 1569, sont 9 ans moins 9 jours, entre lesquels on trouve le cours estre de 119 revolutions 351 deg. 30 ☊.
2. Du 1 Avril 1569 jusqu'au 23 Mars 1578 sont 9 ans moins 9 jours, entre lesquels se trouve le cours estre de 119 revolutions 351 deg. 2 ☊.
3. Du 23 Aoust 1572 jusqu'au 14 Aoust 1581 sont 9 ans moins 9 jours, entre lesquels se trouve le cours estre de 119 revolutions 351 degrez.
4. Du 26 Iuiller 1580 jusqu'au 17 Iuillet 1589, y a 9 ans moins 9 jours, entre lesquels se trouve le cours estre de 119 revolutions 351 deg 5 ☊.
5. Du 14 Aoust 1581 jusqu'au 5 Aoust 1590, y a 9 ans moins 9 jours, entre lesquels se trouve le cours avoir esté de 119 revolutions 351 deg. 7 ☊.
6. Du 28 Iuin 1588 jusques au 19 Iuin 1597, y a 9 ans moins 9 jours, entre lesquels le cours se trouve estre de 119 revolutions 351 deg 9 ☊.
7. Du 17 Iuillet 1589 jusqu'au 8 Iuillet 1598, y a 9 ans moins 9 jours, entre lesquels le cours est de 119 revolutions 351 deg. 4 ☊.
8. Du 19 Iuin 1597 jusques au 10 Iuin 1606, y a 9 ans moins 9 jours, entre lesquels le cours est de 119 revolutions 351 deg. 6 ☊.

Maintenant pour trouver le susdit moyen mouvement de la Lune en longitude apparante, je dis en 3278 jours (autant font les 9 ans moins 9 jours) la Lune fait 119 revolutions 351 deg. combien en 1 jour? viendra 13 deg. 9 ☊ assez pres des 13 degr. 10 ☊ 35 ☋ de *Ptolemée*.

Mais si les Ephemerides estoyent d'autant d'années, tellement qu'on puisse trouver en plus de terme de 3278 semblable cõvenance, il appert que l'on trouveroit plus grande certitude en ces choses, pour les raisons pareilles declarées à la 2 proposition.

Notez

Notez auſſi que ce cours ſe peut trouver en adjouſtant le cours de la Lune en ſon orbe, avec le cours de l'apogée car ces deux enſemble doivent faire neceſſairement le cours de la Lune en longitude apparante. Exemple, le cours de la Lune en ſon orbe eſt en un jour (par le 1 membre) de 13 deg. 4 ☊ : auquel adjouſté le cours de l'apogée faiſant en un jour (par le 2 membre) 6 ☊ 35 ☋, vient en tout 13 deg. 10 ☊ 35 ☋, bien peu differant des mentionnez 13 deg. 9 ☊.

Il appert puis que le cours apparant de la Lune en longitude, eſt de 13 deg. 10 ☊, comment on en pourroit faire une table, ainſi qu'il a eſté fait du Soleil, or icelle ſe verra en la propoſition 11. Et auſſi comment on parvient à la cognoiſſance de tel moyen mouvement par le moyen des Ephemerides obſervées.

4 *Membre des lunaiſons, & gain de Lune.*

Quand la Lune vient en oppoſition apres une autre oppoſition, cela ne ſe fait pas en une meſme longitude; mais d'autant plus que le Soleil s'eſt meu cependant, & d'avantage, avec autant de proſtaphereſe, que l'eccentricité de l'orbe de la Lune en cauſe, qui fait que les lunaiſons, en ſont auſſi inegales. Exemple, la lunaiſon depuis l'oppoſition du 18 Ianvier 1554 à 6 heures 47 ☊ juſques à la ſuivante oppoſition du 17 Fevrier à 1 heure 6 ☊, dure 2 heures 20 ☊ d'avantage que non pas la lunaiſon depuis la derniere oppoſition juſqu'à l'oppoſition ſuivante du 18 Mars 17 heures 5 ☊: d'où s'enſuit que telles converſions, ou pluralité de telles rencontres, quelles elles puiſſent eſtre, ne reſpondront pas à la pluralité d'aucunes des trois precedentes. Tellement que la queſtion eſt de la grandeur d'une moyenne lunaiſon: il faut avoir deux oppoſitions qui comprennent & enferment les revolutions completes du Soleil & de la Lune; car alors les eccentricités n'apportent nul empeſchement. A ceſte fin on verra és precedentes celeritez qui adviennent en oppoſition, deſcrites au troiſieſme membre, aſſavoir s'il y en a deux qui ſoyent au meſme lieu du zodiaque; & trouve l'une des telles au plus pres en l'an 1570 le 17 Iuillet, eſtant la Lune au 303 deg. 46 ☊; l'autre en l'an 1589 le 17 Iuillet, au 304 deg. 30 ☊, dont l'intervalle eſt 19 ans, auquel ſe ſont faites 235 oppoſitions: je dis donc 235 oppoſitions ou lunaiſons, durent 19 ans, c'eſt 6940 jours, combien une lunaiſon? vient 29 jours 32 ☊.

Mais pour trouver gain de Lune ſur un jour, je dis 6940 jours donnent 235 cercles faiſant 84600 deg. combien 1 jour? vient 12 degr. 11 ☊ 25 ☋ gueres differant des poſitions de *Ptolemée* & *Copernic* 12 degr. 11 ☊ 27 ☋.

Notez auſſi que ce cours peut eſtre trouvé par le moyen mouvement du Soleil, ſouſtrait du moyen mouvement de longitude apparant de la Lune. Exemple, le moyen mouvement du Soleil eſt (par la troiſieſme propoſition) 59 ☊, lequel oſté du moyen mouvement de longitude apparant de la Lune ſur 1 jour (par le troiſieſme membre) 13 degrez 10 ☊, reſtera pour gain de Lune ſur un jour 12 deg. 11 ☊, peu differant du precedent 12 deg. 12 ☊.

Ayant donc le gain de Lune ſur un jour, de 12 deg. 11 ☊, il appert qu'on en pourroit auſſi faire une table, comme auſſi elle ſe verra en l'onzieſme propoſition.

5 *Membre du mouvement de latitude de la Lune, cours des nœuds, & diſcrepance des plans de l'orbe de la Lune & de l'ecliptique, qui eſt la plus grande latitude de la Lune.*

D'avantage on trouve encor à declarer la qualité du mouvement de latitude de la Lune, car elle arrive plus ſouvent en ſon extreſme latitude, qu'en ſon apogée, & qu'en meſme longitude. Toutesfois nous ne pourrions pas ſi bien faire la recerche de la qualité avec ces Ephemerides, comme il ſemble qu'on a fait au ſiecle ſage par des Ephemerides obſervées. Car veu qu'en contant la pluralité des extremes latitudes de Lune, qui ſe ſont obſervées par longues annees, il ſemble que la meſme latitude ait eſté deſcrite joignant le cours de longitude de la Lune, comme il eſt auſſi fait en ces Ephemerides, touchant celle des cinq autres planetes, mais non pas de la Lune, ſinon que par le moyen d'une regle peculiere à ceſte fin, pour trouver la latitude d'icelle en temps donné par quelque calcul. Quoy que c'en ſoit, ſi elle y eſtoit, (comme il ſe peut ſuppoſer par maniere d'apprendre qu'elle y ſoit deſcrite) il eſt notoire que ce mouvement ſeroit recognu: & par conſequent le mouvement des nœuds, car ayant trouvé qu'en diverſes fois la Lune ſans aucune latitude ſe trouve dans l'ecliptique (c'eſt és nœuds) on remarqueroit que cela arrive en divers lieux de l'ecliptique, contre l'ordre des degrez: ce qui nous aſſeureroit que les nœuds tournent leur mouvement de ce coſté là. Mais cela n'eſtant en ces Ephemerides, je prendray par exemple, qu'en 1089 jours ſe ſont trouvées 40 latitudes extremes ſeptentrionales, & qu'en ce temps le nœud ayt reculé de 57 deg. 38 ☊.

Alors pour trouver le cours de latitude en un jour, je dis en 1089 jours la Lune a fait 40 circuits de latitude, qui ſont 14400 degrez, combien en un jour? vient 13 deg. 13 ☊ 23 ☋, bien peu differant des poſitions de *Copernic* & *Ptolemée*, 13 deg. 13 ☊ 46 ☋: de meſme pour trouver le cours des nœuds ſur un jour, je dis en 1089 jours, l'un des deux nœuds fait 57 deg. 38 ☊; combien fera-il en un jour? vient 3 ☊ 10 ☋, differant de bien peu de la poſition de *Ptolemée*, 3 ☊ 11 ☋, qu'on a là, en oſtant le cours de la Lune en longitude, de ſon cours en latitude; car le teſte eſt le requis: & ſuivant cela, oſtant dudit cours de latitude d'un jour 13 degr. 13 ☊ 46 ☋, le cours de longitude de la Lune en un jour (par le troiſieſme membre) 13 degr. 10 ☊ 35 ☋, il reſteta quaſi comme devant 3 ☊ 11 ☋: donc le cours de latitude en un jour eſtant de 13 deg. 13 ☊ 46 ☋, & des nœuds en un jour de 3 ☊ 10 ☋, il eſt notoire qu'on en pourra faire une table, comme il a eſté fait du cours du Soleil, leſquelles ſeront deſcrites en l'onzieſme propoſition.

Touchant l'inclinaiſon des plans de l'orbe de la Lune & de l'ecliptique, on la pourroit trouver ſi les Ephemerides obſervées y euſſent contribué, & euſt peu eſtre de 5 degrez; aſſavoir que la plus grande latitude de la Lune ſeroit de 5 deg. laquelle eſt telle lors que la Lune eſt 90 degrez diſtante des nœuds.

Concluſion. Nous avons donc declaré, comment par les Ephemerides, &c.

Propoſition X.

Comment on peut trouver le periode de la Lune par les Ephemerides obſervées.

Quelqu'un voyant que c'eſt que periode ſignifie en la 23 definition, pourroit penſer qu'il eſt ſuffiſamment

deſcrit en la precedente 8 propoſition. Toutefois remarquant qu'il eſt là mis par exemple, ſelon la ſubſcription de ladite 8 propoſition, & que du depuis on a trouvé une methode plus certaine à cela, nous mettrons icy plus proprement la deſcription d'icelle, comme s'enſuit.

Ayant remarqué groſſierement les ſuſdits mouvemens divers de la Lune, en partie par oppoſition du Soleil & de la Lune, & qu'avec cela les Ephemerides obſervées s'augmentent avec le temps de plus en plus, par le ſurcroiſt de beaucoup d'années, tellement que par ce prolongement on peut faire ce qu'on ne pouvoit pas anparavant en ſi peu d'années qu'elles contenoyent: car preuant puis apres des oppoſitions, & en temps d'eclipſe de Lune, (leſquelles ſont plus certaines, que les conjonctions avec eclipſes du Soleil, à cauſe des parallaxes) car prenant le poinct oppoſite du Soleil qui eſt notoire, pour le lieu de la Lune, alors quelle parallaxe que la Lune aye, cela ne nuira point, d'autant qu'on ne met pas en œuvre ſon lieu apparaut, auſſi que tels circuits ont d'autant plus de certitude. Mais pource que nos Ephemerides n'ont pas de ſi grands intervalles de temps, pour choiſir de telles eclipſes de lune que la choſe le requiert, je prendray à ceſte fin celles que *Hyparchus* (comme *Ptolemée* raconte) avoit pour y parvenir; aſſavoir deux oppoſitions à tel effect comme celle du troiſieſme membre de la huictieſme propoſition, mais avec eclipſe, ou à chaque fois la Lune eſtoit environ au meſme poinct apparant de l'ecliprique, auſſi au meſme poinct en ſon orbe: telles deux eclipſes de Lune ont eſté trouvées l'une apres l'autre de l'intervalle de 126007 jours 1 heure.

Où ſe ſont tronvé 4573 circuits de Lune en ſon orbe (leſquels doivent eſtre parfaits, pource qu'elle eſtoit derechef dans le meſme poinct de ſnn orbe) aſſavoir 4573.

Et des circuits de l'apogée en longitude apparente 38 encor 352 deg. 30.

Or que le dernier circuit ne ſoit parfait, y deffaillant encor 7 deg. 30 ①, cela n'apporte nul empeſchement, puis que l'apogée va uniformement tant proprement, qu'eu apparauce.

Quant au moyen mouvement de la Lune en apparante longitude, on le peut avoir (ainſi qu'il a eſté dit de meſme à la fin du troiſieſme membre de la huictieſme propoſition) en adjouſtant les 4573 circuits de la Lune en ſon orbe, avec 38 circuits & 352 deg. 30 ① de l'apogée, leſquels font enſemble 4611 circuits 312 deg. 30 ①.

Les lunaiſons eſtoyent au nombre de 4267.

Leſquelles eſtoyent auſſi bien moyennes lunaiſons que naturelles, cõſiſtant ſuffiſamment en circuits entiers & parfaits de rencontre; pource que la Lune, eſtoit en l'une & l'autre eclipſe en un meſme poinct de ſon orbe; pareillement le Soleil auſſi eſtoit quaſi en nn meſme lieu; car combien qu'il y aye encor 7 deg. 30 ① de defaut, toutefois l'eccentricité du deferant du Soleil ne pouvoit faire d'empeſchement ſur un ſi petit arc, & en ſi grande eſpace de temps.

Les revolutions de la latitude de la Lune defailloyent encor à *Hyparchus*, leſquelles il ne pouvoit avoir par les deux eclipſes de lune ſuſdites; car ſans ce qui a eſté dit cy-deſſus, elles devoyent eſtre ſous un meſme nœud, egalement eclipſées, tant en la premiere eclipſe, qu'en la ſeconde, & la partie obſcurcie des deux vers un meſme coſté, comme vers le ſeptentrion ou midy. Il eſt bien vray que ſi ces qualitez ſe fuſſent trouvées en la premiere paire d'oppoſitions, qu'il ne luy euſt eſté beſoing de cercher une autre paire, comme auſſi il a eſté contraint d'en choiſir une autre particuliere pour les circuits de latitude, aſſavoir où l'une & l'autre eclipſe eſtoit en un meſme nœud, & où la Lune eſtoit egalement obſcurcie, & tirant vers nu meſme coſté, laiſſant en arriere la longitude apparante de la Lune, & ſon lieu en ſon orbe, ainſi qu'il en pouvoit arriver; car puis que le cours des nœuds (qui cauſe diverſité entre les cours de longitude & de latitude, cõme a eſté dit au 5 membre de la 8 propoſition) eſt uniforme, c'eſt qu'en temps egaux, ſe font chemins egaux, alors l'eccentricité du deferant du Soleil, ny de la Lune, ne pouvoit empeſcher la choſe. Ce qu'eſtant ainſi, il faut qu'és deux telles eclipſes, la Lune ſoit egalement diſtante d'un meſme nœud, & partant les revolutions de latitude entre icelles, ſoyent entieres & parfaites.

Ayant donc *Hyparchus*, trouvé deux telles eclipſes de Lune, il dit entre icelles y avoir eu 5458 lunaiſons, & que la pluralité des revolutions de latitudes ont eſté de 5923.

Concluſion. Nous avons donc trouvé le periode de la Lune par le moyen des Ephemerides obſervées, ſelon le requis.

Propoſition XI.

Trouver les moyens mouvemens, appartenans à la Lune, ſur un temps donné, & en deſcrire les tables.

Le donné. Soit le temps d'un jour.

Le requis. On veut trouver là deſſus les moyens mouvemens, appartenans à la Lune.

Operation. En 126007 jours 1 heure, la Lune fait 4573 revolutions en ſon orbe par la 9 propoſition, combien en 1 jour? vient 13 deg 3. 53. 56. 34. 21. 41.

En 126007 jours 1 heure, l'apogée de la Lune fait 38 revolutions 352 deg. 30 ① par la 9 propoſitiou, combien ſur 1 jour? vient 6 ①. 40. 54. 22. 11. 55.

Pour avoir le moyen mouvement en longitude apparante, j'adjouſte le ſuſdit cours de la Lune en ſon orbe 13 degr. 3. 53. 56. 34. 21. 41. au cours de l'apogée 6 ①. 40. 54. 22. 11. 55. vient pour le requis 13 degr. 10. 34. 50. 56. 33. 36.

Pour avoir le gain de Lune ſur un jour j'oſte le moyen mouvement du Soleil d'un jour, qui eſt 0 deg. 59. 8. 17. 13. 12. 31. par la 3 propoſition, du moyen mouvement en longitude ſuſdit, faiſant en un jour 13 deg. 10 34. 50. 56. 33. 36. reſte pour le requis gain de Lune ſur un jour 12 deg. 11. 26. 33. 43. 21. 5.

Pour avoir le cours de latitude ſur un jour, il eſt neceſſaire de ſçavoir combien de temps durent les 5458 lunaiſons, trouvées en la deuxieſme paire d'eclipſe par *Hyparchus*, en la 9 propoſition, lequel n'eſcrit pas le temps: à ceſte fin je dis 4267 moyennes lunaiſons durent (par la 9 propoſition) 126007 jours 1 heure, combien dureront les 5458 lunaiſons ſuſdites *d'Hyparchus*? vient $\frac{161591402}{102408}$ jours. Secondement je dis en une telle fraction de jours, la Lune court 5923 revolutions de latitude (en la deuxieſme paire d'eclipſe *d'Hyparchus*) combien en un jour? ce qui viendroit, ſeroit pour le cours de latitude requis en un jour: la raiſon pourquoy ce nombre n'eſt icy poſé, ſera deduite cy-apres.

Pour avoir le cours des nœuds ſur un jour, il faut ſouſtraire le moyen mouvement de la Lune en apparante longitude ſur un jour, du ſuſdit mouvement de la-

de latitude en un jour, le reſte ſera pour le cours des nœuds.

NOTEZ.

D'autant que les ſuſdites ſupputations ſur un jour n'accordent du tout avec les tables que *Ptolemée* en a fait, nous declarerons cela, comme s'enſuit: A ceſte fin ſoit faite une recapitulation d'iceux nombres ſur un jour, & briefvement.

En un jour.

	deg.
Cours de la Lune en ſon orbe	13. 3. 53. 56. 34. 21. 41.
Cours de l'apogée	0. 6. 40. 54. 22. 11. 55.
Moyen mouvement de Lune en longitude apparante	13. 10. 34. 50. 56. 33. 36.
Gain de Lune	12. 11. 26. 33. 43. 21. 5.

Touchant le cours de latitude, & des nœuds, la ſupputation n'a eſté achevée cy deſſus.

Au lieu d'iceux, *Ptolemée* a poſé les mouvemens ſuivans.

En un jour.

	deg.
Cours de la Lune en ſon orbe	13. 3. 53. 56. 17. 51. 59.
Cours de l'apogée	0. 6. 41. 2. 15. 38. 31.
Moyen mouvement de la Lune en longitude apparante	13. 10. 34. 58. 33. 30. 30.
Gain de Lune	12. 11. 26. 41. 20. 17. 59.
Cours de latitude	13. 13. 45. 39. 48. 56. 37.
Cours des nœuds	0. 3. 10. 41. 15. 26. 7.

La raiſon de ceſte difference eſt telle.

1. En premier lieu il faut ſçavoir qu'*Hyparchus* avoit calculé le cours de la Lune en ſon orbe en un jour de 13 deg. 3. 53. 56. 29. 38. 38. mais *Ptolemée* le trouvant trop grand de 11 ♋ 46. 39. par ſes obſervations, comme il le declare au chapitre 7 de ſon 4 livre, il les en a oſtez, reſtant comme deſſus, 13. degr. 3. 53. 56. 17. 51. 59. ce que *Ptolemée* retient pour le cours d'un jour, ainſi recorrigé, & là deſſus fiſt ſes tables, comme elles ſe verront cy-apres: touchant la difference de 4 ♋ 43. 30. entre ooſtre ſupputation & celle *d'Hyparchus*, elle vient de ce que la ſienne n'eſt pas ſi preciſe, que celle-cy.
2. Le moyen mouvement de la Lune en apparante longitude, ſur un jour, eſt chez nous de 7 ♉ 36 ♋ & beaucoup plus grand que celuy de *Ptolemée*, d'où s'enſuit que le cours en 810 ans Egyptiens, (d'autant ſont faites les tables) font 10 degrez d'avantage que non pas ſelon la ſupputation fondée ſur l'hypotheſe, car ſi on euſt adjoinct la fraction reſtante (à ce qui a eſté trouvé cy-deſſus) comme 13 deg. 10. 34. 50. 56. 33. 36 $\frac{14448496}{30241169}$, la concluſion euſt eſté parfaite.
3. Veu que l'on ſouſtrait le cours de la Lune en ſon orbe, de ſon moyen mouvement en apparante longitude, pour avoir le cours de l'apogée, la raiſon eſt notoire de telle difference.
4. Veu que le gain de Lune eſt trouvé, en oſtant le mouvement du Soleil, du moyen mouvement de la Lune en apparante longitude, la raiſon de telle difference eſt ſemblablement ooſtre.
5. Touchant les cours de latitude, & des nœuds, ſi on en faiſoit la ſupputation comme deſſus, on trouveroit de la difference entre telle concluſion, & celle *d'Hyparchus*, dont le jugement en ſeroit comme devant.

Ce qui a eſté dit en ceſte note, eſtant plus choſe de debat, que pour apprendre; on me pourroit objecter, que cela euſt eſté mieux adapté en l'appendice, que non pas icy, ſelon ce qu'en avons fait en ſemblable occaſion: mais cela eſt plus commodement inſeré en ce lieu, pour ne point faire arreſter court, & mettre hors de doute ceux qui en paſſant, euſſent trouvé difference avec *Ptolemée*, ſans ſçavoir pourquoy.

Donc le cours ſur un jour eſtant ſelon *Ptolemée* comme deſſus, il appert comment on en pourra faire des tables, comme celles du Soleil en la troiſieſme propoſition, leſquelles ſeront icy adjointes pour plus grande facilité, & ſont tirées des tables de *Ptolemée*.

TABLE DU COURS DE LA LUNE, EN SON ORBE.

heur.	deg.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	0	32	39	44	50	44	40
2	1	5	19	29	41	29	20
3	1	37	59	14	32	14	0
4	2	10	38	59	22	58	40
5	2	43	18	44	13	43	20
6	3	15	58	29	4	28	0
7	3	48	58	13	55	12	40
8	4	21	17	58	45	57	20
9	4	53	57	43	36	42	0
10	5	26	37	28	27	26	40
11	5	59	17	15	18	11	20
12	6	31	36	58	8	56	0
13	7	4	36	42	59	40	39
14	7	37	16	27	50	25	19
15	8	9	56	12	41	9	59
16	8	42	35	57	31	54	39
17	9	15	15	42	22	39	19
18	9	47	55	27	13	23	59
19	10	20	35	12	4	8	39
20	10	53	14	56	54	53	19
21	11	25	54	41	45	37	59
22	11	58	34	26	36	22	39
23	12	31	14	11	27	7	19
jours							
1	13	3	53	56	17	51	59
2	26	7	47	52	35	45	58
3	39	11	41	48	53	35	57
4	52	15	35	45	11	27	56
5	65	19	29	41	29	19	55
6	78	23	25	37	47	11	54
7	91	27	17	34	5	3	53
8	104	31	11	30	22	55	52
9	117	35	5	27	40	47	51
10	130	38	59	22	58	39	50
11	143	42	53	19	16	31	49
12	156	46	47	15	34	23	48
13	169	50	41	11	52	15	47
14	182	54	35	8	10	7	46
15	195	58	29	4	27	59	45
16	209	2	23	0	45	51	44
17	222	6	16	57	3	43	43
18	235	10	10	53	21	35	42
19	248	14	4	49	39	27	41
20	261	17	58	45	57	19	40
21	274	21	52	42	15	11	39
22	287	25	46	38	33	3	38
23	300	29	40	34	50	55	37
24	313	33	34	31	8	47	36
25	326	37	28	27	26	39	35
26	339	41	22	23	44	31	34
27	332	45	16	20	2	23	33
28	5	49	10	16	20	19	32
29	18	53	4	12	38	7	31
30	31	56	58	8	55	59	30
60	65	55	56	17	51	59	0
90	95	50	54	26	47	58	50
120	127	47	52	35	43	58	0
150	159	44	50	44	39	57	30
180	191	41	48	53	35	57	0
210	223	38	47	2	31	56	30
240	255	35	45	11	27	56	0
270	287	32	43	20	23	55	30
300	319	29	41	29	19	55	0
330	351	26	39	38	15	54	30
360	23	23	37	47	11	54	0

ans.	deg.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	88	43	7	28	41	13	55
2	177	26	14	57	22	27	50
3	166	9	22	26	3	41	45
4	354	52	29	54	44	55	40
5	83	35	37	23	26	9	35
6	172	18	44	52	7	25	50
7	261	1	52	20	48	37	25
8	349	44	59	49	29	51	20
9	78	28	7	18	11	5	15
10	167	11	14	46	52	19	10
11	255	54	22	15	33	35	5
12	344	37	29	44	14	47	0
13	73	20	37	12	56	0	55
14	162	3	44	41	37	14	50
15	250	46	51	10	18	20	45
16	339	29	59	58	59	42	40
17	68	13	7	7	40	56	35
18	156	56	14	56	22	10	30
36	313	52	29	12	44	21	0
54	110	48	43	49	6	31	30
72	267	44	58	25	28	42	0
90	64	41	13	2	50	52	50
108	221	37	27	38	13	3	0
126	18	33	42	14	35	13	30
144	175	29	56	50	57	24	0
162	332	26	11	27	19	54	30
180	129	22	26	3	41	45	0
198	286	18	40	40	3	55	50
216	83	14	55	16	26	6	0
234	240	11	9	52	48	16	30
252	37	7	24	29	10	27	0
270	194	3	39	5	32	37	30
288	350	59	53	41	54	48	0
306	147	56	8	18	16	58	30
324	304	52	22	54	39	9	0
342	101	48	37	31	1	19	30
360	158	44	52	7	25	30	0
378	55	41	6	43	45	40	30
396	212	37	21	20	7	51	0
414	9	33	35	55	30	1	30
432	166	29	50	32	52	12	0
450	323	26	5	9	14	22	30
468	120	22	19	45	36	33	0
486	277	18	34	21	58	43	30
504	74	14	48	58	20	54	0
322	231	11	3	34	43	4	30
540	28	7	18	11	5	15	0
558	185	3	32	47	27	25	30
576	341	59	47	23	49	36	0
594	138	56	2	0	11	46	30
612	295	52	16	36	33	57	0
630	91	48	31	12	56	7	30
648	249	44	45	49	18	18	0
666	46	41	0	25	40	28	30
684	203	37	15	2	2	39	0
702	0	33	29	38	24	49	30
720	157	29	44	14	47	0	0
738	314	25	58	51	9	1	30
756	111	22	13	27	31	21	0
774	268	18	28	3	55	31	30
792	65	14	42	40	15	42	0
810	222	10	57	16	57	52	30

TABLE DU COURS DE L'APOGEE DE L'ORBE DE LA LUNE.

heur.	deg.	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1	0	0	16	42	35	39	0
2	0	0	33	25	11	18	12
3	0	0	50	7	46	57	18
4	0	1	6	50	22	36	24
5	0	1	23	32	58	15	30
6	0	1	40	15	33	54	36
7	0	1	56	58	9	33	43
8	0	2	13	40	45	12	49
9	0	2	30	23	20	51	55
10	0	2	47	5	56	31	2
11	0	3	3	48	32	10	8
12	0	3	20	31	7	49	14
13	0	3	37	13	43	28	21
14	0	3	53	56	19	7	28
15	0	4	10	38	54	46	33
16	0	4	27	21	30	25	40
17	0	4	44	4	6	4	46
18	0	5	0	46	41	43	52
19	0	5	17	29	17	22	59
20	0	5	34	11	53	2	6
21	0	5	50	54	28	41	12
22	0	6	7	37	4	20	18
23	0	6	24	19	39	59	25
jours							
1	0	6	41	2	15	38	31
2	0	13	22	4	31	17	2
3	0	20	3	6	46	55	33
4	0	26	44	9	2	34	4
5	0	33	25	11	18	12	35
6	0	40	6	13	33	51	6
7	0	46	47	15	49	29	37
8	0	53	28	18	5	8	8
9	0	0	9	19	20	46	39
10	1	6	50	22	36	25	10
11	1	13	31	24	52	3	41
12	1	20	12	27	7	42	12
13	1	26	53	29	23	20	43
14	1	33	34	31	38	59	14
15	1	40	15	33	54	37	45
16	1	46	56	36	10	16	16
17	1	53	37	38	25	54	47
18	2	0	18	40	41	33	18
19	2	6	59	42	57	11	49
20	2	13	40	45	12	58	20
21	2	20	21	47	28	28	51
22	2	27	2	49	44	7	22
23	2	33	43	51	59	45	53
24	2	40	24	54	15	24	24
25	2	47	5	56	31	2	55
26	2	53	46	58	46	41	26
27	3	0	28	1	2	19	57
28	3	7	9	3	17	58	28
29	3	13	50	5	33	36	59
30	3	20	31	7	49	15	30
60	6	41	2	15	38	31	0
90	10	1	33	23	27	46	30
120	13	22	4	31	17	2	0
150	16	42	35	39	6	17	30
180	20	3	6	46	55	33	0
210	23	23	37	54	44	48	30
240	26	44	9	2	34	4	0
270	30	4	40	10	23	19	30
300	33	25	11	18	12	35	0
330	36	45	42	25	2	50	30
360	40	6	13	33	51	6	0

ans.	deg.	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1	40	39	38	45	9	18	35
2	81	19	17	30	18	37	10
3	121	58	56	15	27	55	45
4	162	38	35	0	37	14	20
5	203	18	13	45	46	32	55
6	243	57	52	30	55	51	30
7	284	37	31	16	5	10	5
8	325	17	10	1	14	28	40
9	5	56	48	46	23	47	15
10	46	36	27	31	33	5	50
11	87	16	6	16	41	24	25
12	127	55	45	1	51	43	0
13	168	35	23	47	1	1	35
14	209	15	2	32	10	20	10
15	249	54	41	17	19	38	45
16	290	34	20	2	28	57	20
17	331	13	58	47	38	15	55
18	11	53	37	32	47	34	30
36	23	47	15	5	35	9	0
54	35	40	52	38	22	43	30
72	47	34	30	11	10	18	0
90	59	28	7	43	57	52	30
108	71	21	45	16	45	27	0
126	83	15	22	49	33	1	30
144	95	9	0	22	20	36	0
162	107	2	37	55	8	10	30
180	118	56	15	27	55	45	0
198	130	49	53	0	43	19	30
216	142	43	30	33	30	54	0
234	154	37	8	6	18	28	30
252	166	30	45	39	6	3	0
270	178	24	23	11	53	37	30
288	190	18	0	44	41	12	0
306	202	11	38	17	28	46	30
324	214	5	15	50	16	21	0
342	225	58	53	23	3	55	30
360	237	52	30	55	51	30	0
378	249	46	8	28	39	4	30
396	261	39	46	1	26	39	0
414	273	33	23	34	14	13	30
432	285	27	1	7	1	48	0
450	297	20	38	39	49	22	30
468	309	14	16	12	36	56	0
486	321	7	53	45	24	31	30
504	333	1	31	18	12	6	0
522	344	55	8	50	59	40	30
540	356	48	46	23	47	15	0
558	8	42	23	56	34	49	30
576	20	36	1	29	22	24	0
594	32	29	39	2	9	58	30
612	44	23	16	34	57	33	0
630	56	16	54	7	45	7	30
648	68	10	31	40	32	42	0
666	80	4	9	13	20	16	30
684	91	57	46	46	7	51	0
702	103	51	24	18	55	25	30
720	115	45	1	51	43	0	0
738	127	38	39	24	30	34	30
756	139	32	16	57	18	9	0
774	151	25	54	30	5	43	30
792	163	19	32	2	53	18	0
810	175	13	9	35	40	52	30

Digitized by Google

MOYEN MOUVEMENT DE LA LUNE EN LONGITUDE.

heur.	deg.	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1	0	32	36	27	26	23	46
2	1	5	32	54	52	47	32
3	1	38	49	22	19	11	18
4	2	11	43	49	43	35	5
5	2	44	42	17	11	58	51
6	3	17	38	44	38	22	37
7	3	50	35	12	4	46	23
8	4	23	31	39	31	10	10
9	4	56	28	6	57	33	16
10	5	29	24	34	23	57	42
11	6	2	21	1	50	21	28
12	6	35	17	19	16	45	15
13	7	8	13	56	43	9	1
14	7	41	10	24	9	32	47
15	8	14	6	51	35	56	33
16	8	47	3	19	2	20	20
17	9	19	59	46	28	44	6
18	9	52	56	13	55	7	52
19	10	25	52	41	21	31	38
20	10	58	49	8	47	53	25
21	11	31	45	36	14	19	11
22	12	4	42	3	40	42	57
23	12	37	38	31	7	6	43
jours							
1	13	10	34	58	33	30	30
2	26	21	9	57	7	1	0
3	39	31	44	55	40	31	30
4	52	41	19	54	14	2	0
5	65	52	54	52	47	32	30
6	79	3	29	51	21	3	0
7	92	14	4	49	54	33	30
8	105	24	39	48	28	4	0
9	118	35	14	47	1	34	30
10	131	45	49	45	35	5	0
11	144	56	24	44	8	35	30
12	158	6	59	42	42	6	0
13	171	17	34	41	15	36	30
14	184	28	9	39	49	7	0
15	197	38	44	22	22	37	30
16	210	49	19	36	56	8	0
17	223	59	54	35	29	38	30
18	237	10	29	34	3	9	0
19	250	21	4	32	36	39	30
20	263	31	39	31	10	10	0
21	276	42	14	29	43	40	30
22	289	52	49	28	17	11	0
23	303	3	24	26	50	41	30
24	316	13	59	25	24	12	0
25	329	24	34	23	57	42	30
26	342	35	9	22	31	13	0
27	355	45	44	21	4	43	30
28	8	56	19	19	38	14	0
29	22	6	54	18	11	44	30
30	35	17	29	16	45	15	0
60	70	34	58	33	30	30	
90	105	52	27	50	15	45	
120	141	9	57	7	1	0	
150	176	27	26	23	46	15	
180	211	44	53	40	31	30	
210	247	2	24	57	16	45	
240	282	19	54	14	2	0	
270	317	37	23	30	47	15	
300	352	54	52	47	32	30	
330	28	12	22	4	17	45	
360	63	29	51	21	3	0	

ans.	deg.	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1	129	22	46	13	50	32	30
2	258	43	32	27	41	5	0
3	28	5	18	41	31	37	30
4	157	31	4	55	22	10	0
5	286	53	51	9	12	42	30
6	56	16	37	23	3	15	0
7	185	39	23	36	53	47	30
8	315	2	9	50	44	20	0
9	84	24	56	4	34	52	30
10	213	47	42	18	25	25	0
11	343	10	28	32	15	57	0
12	112	32	14	46	6	30	0
13	241	56	0	59	57	2	0
14	11	18	47	13	47	35	0
15	140	41	33	27	38	7	0
16	270	4	19	41	28	40	0
17	39	27	5	55	19	12	0
18	168	49	51	9	9	45	0
36	337	39	44	18	19	30	0
54	146	29	36	27	29	15	0
72	315	19	28	36	39	0	0
90	124	9	20	45	48	45	0
108	292	59	12	54	58	30	0
126	101	49	5	4	8	15	0
144	270	38	57	13	18	0	0
162	79	28	49	22	27	45	0
180	248	18	41	31	37	30	0
198	57	8	33	40	47	15	0
216	225	58	25	49	57	0	0
234	34	48	17	59	6	45	0
252	203	38	10	8	16	30	0
270	12	28	2	17	26	15	0
288	181	17	54	26	36	0	0
306	350	7	46	35	45	45	0
324	158	57	38	44	55	30	0
342	127	47	30	54	3	15	0
360	136	37	23	3	15	0	0
378	305	27	15	12	24	45	0
396	114	17	7	21	34	30	0
414	283	6	59	30	44	15	0
432	91	56	51	39	54	0	0
450	260	46	43	49	3	45	0
468	69	36	35	58	13	30	0
486	238	26	28	7	23	15	0
504	47	16	20	16	33	0	0
522	216	6	12	25	42	45	0
540	24	56	4	34	51	30	0
558	193	45	56	44	2	15	0
576	2	33	48	53	12	0	0
594	171	25	41	2	21	45	0
612	140	15	33	11	31	30	0
630	149	5	25	20	41	15	0
648	317	55	17	29	51	0	0
666	126	45	9	39	0	45	0
684	295	35	1	48	10	30	0
702	104	24	53	57	20	15	0
720	273	14	46	6	30	0	0
738	82	4	38	15	39	45	0
756	250	54	30	24	49	30	0
774	59	44	22	33	59	15	0
792	228	34	14	43	9	0	0
810	37	24	6	52	18	45	0

Digitized by Google

TABLE DU GAIN DE LUNE.

heur.	deg.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	0	30	28	36	43	20	45
2	1	0	57	13	26	41	30
3	1	31	25	50	10	2	15
4	2	1	54	26	53	23	0
5	2	32	23	3	36	43	45
6	3	2	51	40	20	4	30
7	3	33	20	17	3	25	15
8	4	3	48	53	46	46	0
9	4	34	17	30	30	6	45
10	5	4	46	7	13	27	30
11	5	35	14	43	56	48	15
12	6	5	48	20	40	9	0
13	6	36	11	57	23	29	44
14	7	6	40	34	6	50	29
15	7	37	9	10	50	11	14
16	8	7	37	47	33	31	59
17	8	38	6	24	16	52	44
18	9	8	35	1	0	13	39
19	9	39	3	37	43	34	14
20	10	9	31	14	26	54	59
21	10	40	0	51	10	15	44
22	11	10	29	27	53	36	29
23	11	40	58	4	56	57	14
jours							
1	12	11	26	51	20	17	59
2	24	22	53	22	40	33	58
3	36	34	20	4	0	53	57
4	48	45	46	45	21	11	56
5	60	57	13	26	41	29	55
6	73	8	40	8	1	47	54
7	85	20	6	49	21	5	53
8	97	31	36	30	42	23	52
9	109	43	0	12	2	41	51
10	121	54	26	53	22	59	50
11	134	5	53	34	43	17	49
12	146	17	20	16	3	35	48
13	158	28	46	57	23	53	47
14	170	40	13	38	44	11	46
15	184	51	40	20	4	29	45
26	195	3	7	1	24	47	44
17	207	14	33	42	45	5	43
18	219	26	0	24	5	23	42
19	231	37	27	5	25	41	41
20	243	48	53	46	45	59	40
21	256	0	20	28	6	17	39
22	268	11	47	9	26	35	38
23	280	23	13	50	46	53	37
24	292	34	40	32	7	11	36
25	304	46	7	13	27	29	35
26	316	57	33	54	47	47	34
27	329	9	0	36	8	5	35
28	341	20	27	27	28	23	32
29	353	31	53	58	48	41	31
30	5	43	20	40	8	59	30
60	11	26	41	20	17	59	0
90	17	10	2	0	26	58	30
120	22	53	22	40	35	58	0
150	28	36	43	20	44	57	30
180	34	20	4	0	53	57	0
210	40	3	24	41	2	56	30
240	45	46	45	21	11	56	0
270	51	30	6	1	20	55	30
300	57	13	26	41	29	55	0
330	62	56	47	21	38	54	30
360	68	40	8	1	47	54	0

ans.	deg.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	129	37	21	28	29	23	55
2	159	14	42	56	58	47	50
3	28	52	4	25	28	11	45
4	158	39	25	53	57	35	40
5	288	6	47	22	26	59	35
6	57	44	8	50	56	23	30
7	187	21	30	19	25	47	25
8	316	58	51	47	55	11	20
9	86	36	13	16	24	35	15
10	216	13	34	44	53	59	10
11	345	50	56	13	23	23	5
12	115	28	17	41	52	47	0
13	245	5	39	10	22	10	55
14	14	43	0	38	51	34	50
15	144	20	12	7	20	58	45
16	273	57	43	34	50	22	40
17	43	35	5	4	19	46	35
18	173	12	26	32	49	10	30
36	346	24	53	5	38	21	0
54	159	37	19	38	27	31	30
72	332	49	46	11	16	42	0
90	146	2	12	44	5	52	30
108	319	14	39	16	55	3	0
126	132	27	5	49	44	13	30
144	305	39	32	22	33	24	0
162	118	51	58	55	22	34	30
180	292	4	25	28	11	45	0
198	105	16	52	1	0	55	30
216	278	29	18	33	50	6	0
234	91	41	45	6	39	16	30
252	264	54	11	39	28	27	0
270	98	6	38	12	17	37	30
288	251	19	4	45	6	48	0
306	64	31	31	17	55	58	30
324	237	42	57	50	45	9	0
342	50	56	24	23	34	19	30
360	224	8	50	56	23	30	0
378	37	21	17	29	12	40	30
396	210	33	44	1	1	51	0
414	23	46	10	34	51	1	30
432	196	58	37	7	40	12	0
450	10	11	3	40	29	22	30
468	183	23	30	13	18	33	0
486	356	35	56	46	7	43	30
504	369	48	23	18	56	54	0
522	343	0	49	51	46	4	30
540	156	13	16	24	35	15	0
558	329	25	42	57	24	25	30
576	142	38	9	30	13	36	0
594	315	50	36	2	2	46	30
612	129	3	2	35	51	57	0
630	302	15	29	8	41	7	30
648	115	27	55	41	1	18	0
666	288	40	22	14	19	28	30
684	101	52	48	47	8	39	0
702	275	5	15	19	57	49	30
720	88	17	41	52	47	0	0
738	161	30	8	25	36	10	30
756	74	41	34	58	25	21	0
774	247	53	1	31	14	31	30
792	61	7	28	3	3	42	0
810	234	19	54	36	52	52	30

COURS DE LA LATITVDE DE LA LUNE.

heur.	deg.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	0	33	4	24	9	32	22
2	1	6	8	48	19	4	43
3	1	39	13	12	28	37	5
4	2	12	17	36	38	9	26
5	2	45	22	0	47	41	48
6	3	18	26	24	57	14	9
7	3	51	30	49	6	46	31
8	4	24	35	13	16	18	52
9	4	57	39	37	25	51	14
10	5	30	44	1	35	23	3
11	6	3	48	25	44	55	5
12	6	36	52	49	54	28	1
13	7	9	57	14	4	0	40
14	7	43	1	38	13	33	2
15	8	16	6	2	23	5	23
16	8	49	10	26	32	37	45
17	9	22	14	50	42	10	6
18	9	55	19	14	51	42	28
19	10	28	23	39	1	14	49
20	11	1	28	3	10	47	11
21	11	34	32	27	20	19	32
22	12	7	36	51	29	51	54
23	12	40	41	15	39	24	15
jours							
1	13	13	45	39	48	56	37
2	26	27	31	19	37	53	14
3	39	41	16	59	26	49	51
4	52	55	2	39	15	46	28
5	66	8	48	19	4	43	5
6	79	22	33	58	53	39	42
7	92	36	19	38	42	36	19
8	105	50	5	18	31	32	56
9	119	3	50	58	20	29	33
10	132	17	36	38	9	26	10
11	145	31	22	17	58	22	47
12	158	45	7	57	47	19	24
13	171	58	53	37	36	16	1
14	185	12	39	17	25	12	38
15	198	25	24	57	14	9	15
16	211	40	10	37	3	5	52
17	224	53	56	16	52	2	29
18	238	7	41	56	40	59	6
19	251	21	27	36	29	55	43
20	264	35	13	16	18	52	20
21	277	48	58	56	7	48	57
22	294	2	44	35	56	45	34
23	304	16	30	15	45	42	11
24	317	30	15	55	34	38	48
25	330	44	1	35	23	35	25
26	343	57	47	15	12	32	2
27	357	11	32	55	1	28	39
28	10	25	18	34	50	25	16
29	23	39	4	14	39	21	53
30	36	52	49	54	28	18	30
60	73	45	39	48	26	37	0
90	110	38	29	43	24	55	30
120	147	31	19	37	53	14	0
150	184	24	9	31	21	32	30
180	221	16	59	26	49	51	0
210	258	9	49	21	18	9	30
240	295	2	39	15	46	28	0
270	331	55	29	10	14	46	30
300	8	48	19	4	43	5	0
330	45	41	8	59	11	23	30
360	82	33	58	53	39	42	0

ans.	deg.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	148	42	47	12	44	25	5
2	297	25	34	25	28	50	10
3	86	8	21	38	13	15	15
4	234	51	8	50	57	40	20
5	23	33	56	3	42	5	25
6	172	16	43	16	26	30	30
7	320	59	30	29	10	55	35
8	109	43	17	41	55	20	40
9	258	25	4	54	39	45	45
10	47	7	52	7	24	10	50
11	195	50	39	20	8	35	55
12	344	33	26	32	53	1	0
13	133	16	13	45	37	26	5
14	281	59	0	58	21	51	10
15	0	41	48	11	6	16	15
16	219	24	35	23	50	41	20
17	8	7	22	36	35	6	25
18	156	50	9	49	19	31	30
36	313	40	19	38	39	3	0
54	110	30	29	27	58	34	30
72	267	20	39	17	18	6	0
90	64	10	49	6	37	37	30
108	121	0	58	55	57	9	0
126	17	51	8	45	16	40	30
144	174	41	18	34	36	13	0
162	331	31	28	23	55	43	30
180	118	21	38	13	15	15	0
198	185	11	48	2	34	46	30
216	82	1	57	51	54	18	0
234	238	52	7	41	13	49	30
252	35	42	17	30	33	21	0
270	192	32	27	19	52	52	30
288	349	22	37	9	12	24	0
306	140	12	46	58	31	55	30
324	303	2	56	47	51	27	0
342	99	53	6	57	10	59	30
360	256	43	16	26	30	30	0
378	53	33	26	15	59	1	30
396	210	23	36	5	9	33	0
414	7	13	45	54	28	4	30
432	164	3	55	43	48	36	0
450	320	54	5	33	8	7	30
468	117	44	15	22	27	39	0
486	274	34	25	11	47	10	30
504	71	24	35	1	6	42	0
522	228	14	44	50	26	13	30
540	25	4	54	39	45	45	0
558	181	55	4	29	5	16	30
576	338	45	14	18	24	48	0
594	135	35	24	7	44	19	30
612	292	25	33	57	3	51	0
630	59	15	43	46	23	22	30
648	246	5	53	35	42	54	0
666	41	56	3	25	2	25	30
684	199	46	13	14	21	57	0
702	356	36	23	3	41	28	30
720	153	26	32	53	1	0	0
738	310	16	42	42	20	31	30
756	107	6	52	31	40	3	0
774	263	57	2	20	59	34	30
792	60	47	12	10	19	6	0
810	217	37	21	59	38	37	30

Concluſion. Nous avons donc trouvé le moyen mouvement appartenant à la Lune, ſur un temps donné, & en avons deſcrit des tables, ſelon le requis.

Proposition XII.

Declarer comment par le moyen des Ephemerides obſervées, on commence à remarquer les cauſes & circonſtances des eclipſes de Lune.

Quand avec les Ephemerides on recerche la cognoiſſance des cauſes des eclipſes de Soleil & Lune, on remarque que celle dn Soleil artive touſiours en conjonction, & celle de la Lune touſiours en oppoſition: Et conſiderant de là en avant on trouve qu'elles arrivent touſiours environ les nœuds; comme l'eclipſe de Soleil de l'an 1600 le 30 Jnin à 0 beure 55 ☉, eſtoit en conjonction ſous le 108 deg. 11 ☉, alors la queuë du Dragon eſtoit au 111 degr. 23 ☉: tellement que ceſte eclipſe eſtoit fort pres dudit nœnd, aſſavoir de 3 degrez 12 ☉: Semblablement l'eclipſe de Lnne de l'an 1554, le 8 Decembre à 13 heures 3 ☉ ſe fit en oppoſition, le Soleil eſtoit au 266 deg. 29 ☉, & la queuë dn Dragon au 262 deg. 30 ☉, differant ſeulement de 3 deg. 59 ☉. D'avantage on y remarque auſſi que la Lnne eſt d'autant plus eclipſée, qu'elle eſt pres des nœuds; & d'autant moins eclipſée, qu'elle en eſt eſloignée. Item, que les eclipſes egales ne ſont de meſme durée de neceſſité, dont la cauſe eſt la viteſſe ou tardiveté de la Lune. Leſquelles choſes eſtant ainſi ſimplement remarquées és ephemetides, ont donné occaſion d'en recercher de plus pres les qualitez par voye Mathematique, comme on verra au deuxieſme livre.

Concluſion. Nous avons donc declaré comment par le moyen des Ephemetides obſervées, on commence à remarquer les cauſes & circonſtances des eclipſes de Lune, ſelon le requis.

Proposition XIII.

Deſcrire les tables on Ephemerides dn cours de la Lune, & ce pour le temps à venir par le moyen des Ephemerides ſupputées.

Lors qu'on recerche és Ephemerides, en combien de temps c'eſt que la Lune revient touſiours ſous un meſme poinct en l'ecliptique environ le meſme temps de l'année; on trouve que c'eſt à peu pres en 19 ans. Comme par exemple, en l'an 1554 le 1 Jan. la Lune eſtoit au 257 deg. 10 ☉: & dans 19 ans apres, (c'eſt le 1 Janvier 1573) elle eſtoit au 260 degré 2 ☉, ce n'eſt que ſeulement 2 deg. 52 ☉ d'avantage; mais dans 19 ans encor apres, aſſavoir au 1 Janvier 1592, elle eſtoit au 254 deg. 26 ☉, qui eſt 5 deg. 36 ☉ en arriere; & ainſi ſemblablement des autres, aucunefois plus, & aucunefois moins, juſques à differer 8 au 9 degrez; touresfois il y a telles 19 ans qui comptennent 5 années biſſextiles, les autres 4 ſenlement, là où on peut trouver 1 jour de difference, auquel la Lnne fait de 11 à 15 degrez, parquoy il faut avoir egard à ces choſes.

Notez auſſi qu'en prenant le lieu de la Lune eſtant en conjonction ou oppoſition, qu'alors on en eſt plus certain, pouree qu'on evite la deuxieſme anomaliré; qùoy que c'en ſoit on y trouve auſſi de l'imperfection, comme devant: mais ſi quelqu'un ne ſe ſouciott de ſi pen de difference, il pourroit aiſément faire des Ephemerides pour le temps futur, par les obſervées, & ſi on en avoit de beaucoup d'années, on y trouveroit peut eſtre plus de conformité.

Ceſte proprieté dixneufvenaire du conrs de la Lune, contenant 235 lunaiſons quaſi entieres, laquelle on dit avoir eſté trouvée d'un certain *Methon Athenien*, par l'aide, ce ſemble, des Ephemerides, comme deſſus; & fuſt appellée *grand dixneufvenaire de Methon*, lequel eſtant trouvé de belle invention par pluſieurs, fuſt enregiſtré à Athenes à l'hoſtel de ville, & en autres lieux en lettre d'or; & c'eſt ce qu'on appelle encor aujourd'huy le *nombre d'or*.

Concluſion. Nous avons donc deſcrit les Ephemerides du cours de la Lune, &c.

Proposition XIV.

Par les Ephemerides obſervées, trouver l'heure & ſes parties de la conjonction & oppoſition des planetes.

Quelques Ephemerides obſervées n'admettent que les conjonctions & oppoſitions & autres aſpects de la Lune avec les autres planetes, & ce à telle heure, comme celles de *Stadius*, & non pas des autres planetes l'une envers l'autre; ce qui toutesfois ſeroit neceſſaire és choſes ſubſequentes, parquoy j'eſcriray la commune façon & la regle generale de trouver ces aſpects, comme s'enſuit.

Le donné. Soit requis de trouver à quelle heure le Soleil & la Lune ſeront en conjonction en l'an 1576, le 26 Juin.

Conſtruction. On regarde combien la planete plus viſte gaigne en une heure, & ce qu'elle doit gaigner pour l'aſpect requis. Puis on dira, le gain trouvé donne 1 heure, combien ce qui eſt à gaigner? (aſſavoir la difference entre les deux planetes) ce qui viendra ſera le requis. Par exemple,

Le Soleil court ſur un jour, depuis le 25 juſques au 26 Juin, comme il appert és Ephemerides	57 ☉.
La Lune depuis le 25 juſqu'au 26 court	14 deg. 39 ☉.
Duquel ſouſtraits les 57 ☉ ſuſdits, reſteront pour le gain de Lune en un jour	13 deg. 42 ☉.
Diſtance de la Lune au Soleil, le 26 Juin	0 deg. 36 ☉.

Puis 13 degr. 42 ☉ (troiſieſme en l'ordre) donnent 24 heures, combien 36 ☉? (le quatrieſme en l'ordre) viendra pour le temps de la conjonction en heures & minutes apres midy ſelon le requis 1 heure 3 ☉.

Dont la demonſtration eſt manifeſte.

Concluſion. Nous avons donc par le moyen des Ephemerides obſervées, trouvé l'heure & ſes parties de la conjonction & oppoſition des planetes: ce qu'il falloit faire.

Corollaire.

Par l'exemple precedent appert, comme on trouvera les autres aſpects, comme d'oppoſition, trine, quadril & ſextil.

TROISIESME DISTINCTION
DV PREMIER LIVRE,
Traitant la maniere de trouver le cours de Saturne par l'aide des Ephemerides obſervées.

Proposition XV.

Declarer comment par l'aide d'Ephemerides obſervées, on peut recognoiſtre en gros le temps de la revolution de Saturne: avec la qualité de ſa retrogradation & ſtation: & comment il tourne en un epicycle.

A ceſte fin par l'aide des Ephemerides obſervées (ou en leur place les calculées de *Stadius* pour les raiſons deduites en la premiere propoſition) & ayant eſgard à la troiſieſ-

troiſieſme colomne qui eſt celle de Saturne, je prens quelque iour comme il peut advenir, & ſoit le 1 Ianvier 1554, auquel il eſtoit au 342 deg. 27 ♑; & un an apres, aſſavoir le 1 Ianvier 1555, il eſtoit au 353 deg. 53 ♑, tellement qu'en ceſte année-la il auroit avancé de 11 deg. 26 ♑: Et de meſme le trouve avoir advancé le 1 Ianvier 1556, encor 11 degrez 51 ♑. Et touſiours ainſi, juſques à l'an 1584, aſſavoir qu'au 1 Ianvier il ſe retrouve un peu avoit paſſé le poinct qu'il tenoit en l'an 1554, comme au 347 deg. 54 ♑, ayant mis pres de 30 ans à faire une revolution, ce qu'on trouve accorder touſiours, en prenant d'autres exemples.

Puis prenant garde de plus pres ſur la qualité de ſon mouvement en chaque année, on trouve qu'en certain temps il ſemble ſe haſter, autrefois eſtre plus lent, voire quelquefois s'arreſter, & qui plus eſt maintefois reculer. Sur quoy on remarque d'autres accidens, comme quand il eſt au milieu de ſon recul, qu'alors il eſt environ oppoſé au Soleil, & que tant plus il approche du Soleil, d'autant plus il ſe haſte quand il avance. Par exemple, en l'an 1569, au commencement de Iuin, il court 1 ♑ par jour, puis apres 2 ♑, & ainſi augmente, juſques au commencement de Septembre, là où il fait par jour 8 ♑: or eſtant illec au plus veloce, commence peu à peu à la fin du mois de s'allentir, tellement que du 18 juſques au 24 Ianvier 1570, il s'arreſte, & ce au 202 deg. 20 ♑, puis commence à reculer, & ce proprement le 21 Ianvier, & dure juſques à l'onzieſme Iuin, contenant 141 jours, dont la moitié eſt 70 jours, tellement que tel milieu arrive ſur le 1 Avril, & non gueres loing de là, aſſavoir le 30 Mars, qui ſont 2 jours auparavant, eſtoit l'oppoſition du Soleil & Saturne: tellement que (comme il a eſté dit) le milieu de la retrogradation advient environ l'oppoſition d'iceluy au Soleil. Mais tant plus il approche du Soleil, & tant plus il ſe haſte; tellement que ſon cours le plus veloce, advient environ en conjonction, comme le cours plus veloce ſuſdit en Septembre, y avoit conjonction (poſé qu'on l'euſt peu appercevoir en effect) le 25 dudit mois. On remarque auſſi, que de l'une oppoſition à l'autre, de l'une conjonction à l'autre, de principe de retrogradation à l'autre, y a touſiours un an & encor environ un demy mois: comme de l'oppoſition du 17 Mars 1569, juſques à l'oppoſition ſuivante du 30 Mars 1570, y a un an encor environ un demy mois; auquel temps arrive touſiours une retrogradation, durant, comme dit eſt, 140 jours, & ſeulement 2 ou 3 jours plus ou moins.

Ce que deſſus fait cognoiſtre que Saturne ne fait pas ſon cours en telle maniere comme le Soleil, car il ne s'en pourroit enſuivre aucune retrogradation, mais dans un epicycle: tellement qu'eſtant en oppoſition avec le Soleil, il eſt environ le perigée de ſon epicycle: là où parcourant l'epicycle il va plus en arriere, que le centre de l'epicycle dans le defetât ne le fait avancer, de là vient la retrogradation. Mais eſtant environ en conjonction avec le Soleil en l'apogée, il va d'autant plus viſte que le cours du centre de l'epicycle, que peut cauſer ſon mouvement propre en l'epicycle.

Donc Saturne avançant, & reculant alternativement, s'enſuit qu'il doit eſtre coy, & s'arreſter à chaque fois entre deux mouvemens divers: Et au contraire, puis qu'il avance, s'arreſte, & recule, il s'enſuit qu'il court en un epicycle.

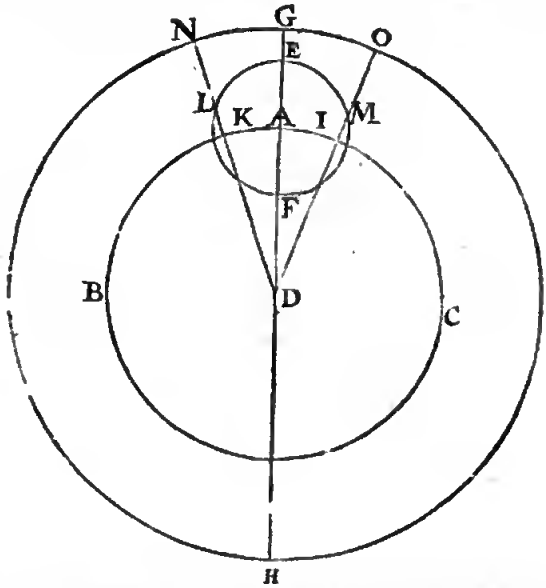
Concluſion Nous avons donc declaré comment par l'aide d'Ephemerides obſervées, on peut, &c. ſelon le requis.

Proposition XVI.

Declarer comment l'on peut remarquer par l'aide des Ephemerides obſervées, que le deferant de Saturne eſt eccentrique.

Si le deferant de Saturne eſtoit concentrique, il s'enſuivroit qu'en temps egaux quelconques, l'un devant l'oppoſition (ou environ) du Soleil, l'autre apres, les arcs apparants ſeroyent egaux, contre l'experience: Soit par exemple A B C le deferant de Saturne, & s'il eſtoit poſſible, concentrique, aſſavoir ſon centre D, & auſſi le centre de la terre: & de A, comme centre ſoit fait un epicycle E F, duquel E apogée, & F perigée, & de D, comme centre de l'ecliptique G H, & G apogée apparant de E; & ſoient marquées I, K, au deferant egalement diſtans de part & d'autre de A, & les deux poincts L, M en l'epicycle equidiſtans de F, & menées D L N, D M O.

Le centre de l'epicycle, ayant eſté premierement



en K, & alors Saturne en L, & en appatence en N; puis ledit centre d'epicycle eſt venu de I en A, & au meſme temps Saturne de L à F au perigée, où il ſera pont les raiſons mentionnées oppoſite au Soleil: puis s'eſtant

s'eſtant paſſé un temps egal au precedent, le centre de l'epicycle viendra de A en K, arc egal à l'arc A I, & Saturne de F à M, arc egal à F L; & O ſera le lieu apparant de Saturne, autant eſloigné de G, que N de G, à cauſe de l'egalité des angles G D O, G D N : comme ſi nous voulions dire, ſi le deferant de Saturne eſtoit concentrique comme icy, il s'enſuivroit qu'il feroit les arcs apparants egaux en temps egaux, l'un devant l'oppoſition du Soleil, l'autre apres, ce qui eſt contre l'experience; parquoy il faut tenir le deferant pour eccentrique : Prenons par exemple quelque oppoſition, comme celle qui ſe fiſt en l'an 1569 le 17 Mars, Saturne eſtant au 186 deg. 29 ☉ : Et quelque temps auparavant, je prens 7 ans, aſſavoir le 17 Mars en l'an 1562, il eſtoit à 88 deg. 14 ♑, entre leſquels y a un arc de 98 deg. 15 ☉: mais 7 ans apres, aſſavoir le 17 Mars 1576, il eſtoit ſous le 271 deg. 44 ☉; dont l'arc eſt 85 deg. 15 ☉. (aſſavoir du 186 deg. 29 ☉) qui differe de 13 degrez du premier arc 98 deg. 15 ☉.

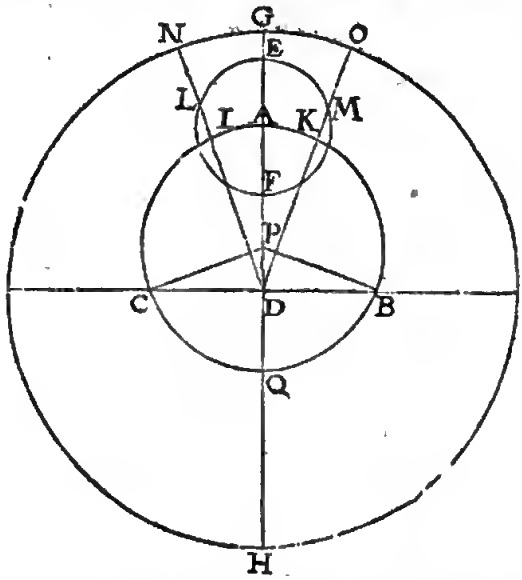
Concluſion. Nous avons donc declaré comment par les Ephemerides obſervées on remarque que le deferant de Saturne eſt eccentrique, ſelon le requis.

PROPOSITION XVII.

TRouver par les Ephemerides obſervées la longitude apparante de l'apogée & perigée du deferant de Saturne.

Par la ſeiziesme propoſition, ayant remarqué que le deferant eſt eccentrique, il reſte de rechercher la longitude apparante de l'apogée : Pour ceſte cauſe on a eſtimé que s'il avenoit une oppoſition de Saturne & le Soleil, lors que le centre de l'epicycle eſt à l'apogée ou perigée du deferant, qu'ainſi en chaque deux temps egaux, l'un devant l'oppoſition, l'autre apres, il devroit avoir parcouru deux arcs apparans egaux : Et au contraire, remarquant és Ephemerides obſervées, une telle oppoſition qu'iceluy en chaque deux temps egaux, l'un devant l'oppoſition, l'autre apres, parcourt deux arcs egaux, qu'alors le centre de l'epicycle en telle oppoſition doit eſtre en l'apogée ou perigée de ſon deferant, qui fait que la longitude apparante d'iceux apogée & perigée eſt cognuë.

Soit pour exemple de ce que dit eſt, la figure ſuivante, comme en la 16 propoſition avec les lettres de meſme ſignification, excepté que ce deferant A B C eſt eccentrique, aſſavoir que le centre de la terre D, ne ſoit le centre du deferant, mais P : & que A le centre de l'epicycle, ſoit en l'apogée de ſon deferant, eſtant Saturne au perigée de l'epicycle F, en oppoſition avec le Soleil. Ce qu'eſtant ainſi, je conſidere que les cours apparans G N, G O, doivent eſtre en temps egaux, auſſi egaux entr'eux, à cauſe de l'egalité des angles G D N, G D O, cauſée par l'egalité de F L & F M. Auſſi que cela doit advenir de meſme, eſtant le centre de l'epicycle en Q, apogée du deferant.



Notez que deſſus a eſté dit, que Saturne eſt tousiours au perigée d'epicycle environ ſon oppoſition avec le Soleil : mais pour en parler plus proprement il n'eſt pas preciſement en ſon perigée d'epicycle, ſinon que lors qu'il eſt en oppoſition, eſtant non ſeulement le centre de l'epicycle au perigée du deferant, mais auſſi encor le Soleil eſtant à ſon apogée ou perigée, car puis qu'il apparoiſt ſe mouvoir inegalement le long de l'ecliptique, & Saturne egalement en ſon epicycle, il ne peut en toutes les oppoſitions du Soleil, eſtre au perigée de ſon epicycle, mais bien en toutes les oppoſitions moyennes, (or le moyen Soleil ſe meut uniformement par la 16 definition :) & partant cy-apres pour parler de cecy proprement, nous le dirons eſtre au perigée ou apogée, en ſon oppoſition ou conjonction moyenne.

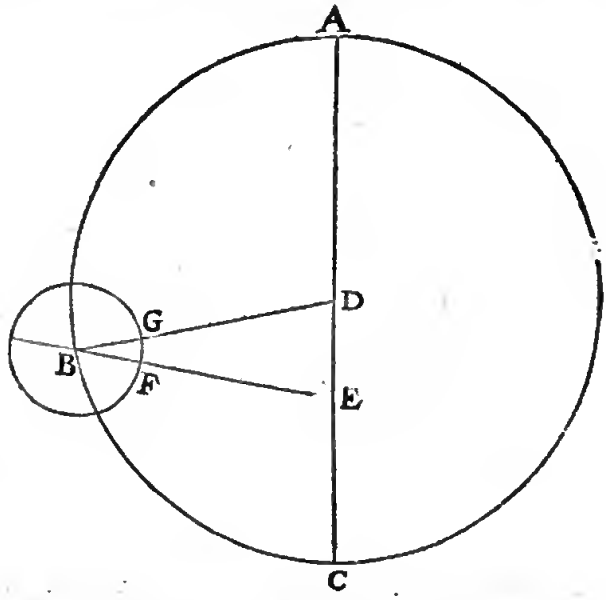
Ce qu'eſtant ainſi, pour venir à la recerche de la longitude apparante de l'apogée, ou perigée du deferant de Saturne, il appert par les raiſons precedentes, qu'il faut trouver és Ephemerides obſervées une de ſes oppoſitions moyennes, telle qu'en chaque deux temps egaux devant & apres il face des arcs apparans egaux : & pour les trouver, je prens tel lieu comme il advient, & ſoit l'an 1569, où ſe trouve ſon oppoſition du Soleil eſtre au 17 Mars, eſtant Saturne au 186 deg. 29 ☉ (il eſt bien vray qu'au lieu du vray Soleil, on devoit prendre le Soleil moyen, ſuivant les raiſons precedentes, mais il ſera aſſez temps de le faire à la fin, lors qu'avec le vray Soleil on recognoiſt eſtre aſſez pres du requis) avec quoy je recerche comment les arcs ſuſdits en temps egaux conviendront, aſſavoir l'un devant l'oppoſition, l'autre apres) leſquels temps je choiſis de 7 ans, pour les raiſons deduites à la note de la 4 propoſition, qui eſt environ

ron le quart d'nn tour, lequel dure 30 ans par la 15 propoſition) & trouve 7 ans auparavant (qui eſt le 17 Mars 1562, au 88 deg. 14 ☉ jnſqu'au 17 Mars 1569 au 186 deg. 29 ☉) avoit fait 98 deg. 15 ☉: mais 7 ans apres (qui eſt le 17 Mars 1569 au 186 degr. 29 ☉ jnſqu'au 17 Mars 1576, au 271 deg. 44 ☉) trouve avoir fait ſeulement 85 deg. 15 ☉, qui differe beaucoup de l'autre arc 98 deg. 15 ☉, aſſavoir 13 degrez; parquoy l'apogée apparant (on perigée) eſt loing du ſuſdit 186 deg. 29 ☉, & de ſon oppoſite 6 deg. 29 ☉. Toutefois l'un des deux n'en peut pas eſtre eſloigné plus que 90 degrez; qui fait que je cerche entre ce terme devant ou apres l'an 1569 de meſme que deſſus, comme en l'an 1572, où l'oppoſition ſe trouve au 23 Avril, Saturne eſtant au 222 deg. 51 ☉, ainſi que le calcul comme deſſus de ſept ans devant & apres, trouve encor les deux arcs differer de 9 deg. 42 ☉: partant je cerche de meſme en nn autre lieu, plus avant (pource que l'arc premier eſtoit trop grand) comme à l'oppoſition de l'an 1576 au 10 Juin ſous le 268 deg. 20 ☉, & le compte fait, comme deſſus à 7 ans devant & aptes, ne trouve differet que 4 ☉, ce qui eſt de nulle eſtime.

Cela eſtant ainſi avec le vray Soleil, je cerche où le Soleil moyen eſtoit en ce temps-là pour faire le compte plus precis, & à ſon oppoſition: A ceſte fin je prens l'apogée du Soleil, ſelon qu'il a eſté dit en la 4 propoſition, eſtre au 94 degr. 24 ☉, où le Soleil apparant & moyen ſe rencontrent par la 16 definition, qui eſtoit le 16 Juin, leſquels apparant & moyen ne different au 10 Juin que ce que 6 jours peuvent emporter; car autant y a-il du 10 Juin au 16, ce different ſe trouve ainſi: le Soleil apparant a fait és 6 jours dans les Ephemerides 5 deg. 44 ☉, mais le moyen 5 deg. 55 ☉, par la 3 propoſition, qui eſt ſeulement 11 ☉ de difference, & de nulle eſtime; pattant je retiens le compte precedent; que ſi on le vouloit avoir plus precis, on ſouſtrairoit 11 ☉ de la longitude apparante du Soleil 88 degrez 20 ☉, laquelle il avoit le 10 Juin, & le reſte 88 deg. 9 ☉ ſera pour le lieu du Soleil moyen, ſur lequel on pourra puis apres calculer l'oppoſition de Saturne, qui eſchoit pluſtoſt qu'avec le vray Soleil, auſſi pour achever la calculation comme deſſus.

On pourra en apres faire la preuve de ceſte longitude apparente de l'apogée ou perigée, en d'autre temps que de 7 ans: Comme par exemple, ſur 10 ans devant & aptes le 10 Juin 1576 je ne trouve de difference, que ſeulement 5 ☉; & ſur 20 ans, ſeulement 3 ☉, qui eſt cauſe que je retiens le ſuſdit 268 degr. 20 ☉ pour le requis.

Juſques icy ayant trouvé que l'apogée ou perigée eſt au 268 deg. 20 ☉; il reſte maintenant à recognoiſtre lequel c'eſt des deux. Soit A B C à ceſte fin le deferant de Saturne, ſon centre D eccentrique, aſſavoir E la terre, A apogée, C perigée, & ſur B, comme centre, ſoit deſcrit l'epicycle G F, ſon perigée F, & moyen perigée G; il appert que A eſtant l'apogée, il faut que le moyen mouvement ADB au premier demicercle ABC ſoit plus grand que l'apparant AEB: & par la converſe, il eſt notoire, que



quand le cours du cẽtre de l'epicycle, ou le moyen mouvement de Saturne, en temps definy, an demicercle premier, eſt trouvé plus grand que l'apparant, il faut que le poinct où l'on commence à compter ſoit l'apogée: le contraire advenant, faut que ce ſoit le perigée. Parquoy je cerche és Ephemerides quelque oppoſition aſſez diſtante de A ou C, c'eſt à dire aſſez diſtante de 268 deg. 20 ☉, ou de ſon oppoſite; & me venant en main l'oppoſition de l'an 1584 le 15 Septembre, Saturne eſtant au 2 deg. 44 ☉, où le mouvement apparant du centre de ſon epicycle à compter du 268 deg. 20 ☉, fait 94 deg. 24 ☉ pour l'angle AEB: mais le propre mouvemẽt dudit centre d'epicycle au meſme temps (aſſavoir du 10 Juin 1576 juſqu'au 15 Septembre 1584, qui ſont huict ans Egyptiens 99 jours) fait par la ſuivante 18 propoſition 101 deg. 6 ☉ pour l'angle A D B, lequel eſtant majeur à A E B 94 deg. 24 ☉, alors pour les raiſons ſuſdites, A qui eſt le 268 deg. 20 ☉, ſera l'apogée, & C, qui eſt le 88 deg. 20 ☉, ſera le perigée.

Touchant ce qu'on pourroit dire que la ligne droite, laquelle au temps de l'oppoſition paſſe de la terre E par Saturne F, ne traverſe le centre B de neceſſité pour des cauſes manifeſtes, aſſavoir des eccẽtricitez des deferans de Saturne & dn Soleil, & partant doutaſt de la conclusion ſuſdite. Là deſſus on peut dire qu'on en peut avoir la certitude en perfection en ceſte maniere: En trouvant le nombre

nombre de l'arc de l'epicycle, entre Saturne & le moyen perigée, egal à l'arc du perigée, qui doit eſtre au temps de l'oppoſition, qu'alors Saturne ſera au perigée neceſſairement.

Pour ce faire je ſouſtrais l'angle deſſuſdit ADB 101 degr. 6 ☉ de 180 teſte l'angle EDB 78 deg 54 ☉.

Et l'angle AEB, qui eſt auſſi DEB, fait comme devant 94 deg. 24 ☉.

Ces deux angles EDB, DEB, du triangle EDB font enſemble 173 deg. 18 ☉, leſquels ſouſtraits de 180 degr. reſte pour l'angle DBE, ce qui eſt auſſi pour l'arc du perigée FG, 6 deg. 41 ☉.

Maintenant je dis, que ſi l'arc de l'epicycle, depuis le perigée moyen G, juſques à Saturne, au temps de ceſte oppoſition, eſtoit trouvé auſſi de 6 deg. 42 ☉, qu'alors Saturne devroit avoir eſté au perigée E, & par conſequent en la ligne droite EB; mais tel arc a eſté trouvé de 5 deg. 27 ☉; car Saturne a és huict ans Egyptiens & 99 jours ſuſmentionez, couru en l'epicycle, par la 19 propoſition ſuivante, 354 degr. 33 ☉, leſquels oſtez de 360 degrez, reſtera comme devant 5 deg. 27 ☉.

Leſquels different ſeulement des 6 degr. 42 ☉ 1 deg. 15 ☉.

Ceux qui deſireront quelque choſe de plus precis, pourront recercher ſemblables computations avec une oppoſition devant ou apres la mentionnée, juſques à ce qu'ils la trouvent. Comme par exemple, computant cecy par une oppoſition de l'an 1583 au 3 Septembre, trouve trop peu de 1 deg. 13 ☉, tellement que A demeure l'apogée requis, comme deſſus, au 268 deg. 20 ☉, convenant aſſez pres des 268 deg. de *Rheinolde és tables Pruteniques.*

Quant à ce que la perfection requiert de faire le calcul par l'oppoſition moyenne (aſſavoir de Saturne & du Soleil moyen) telle maniere ne ſemble eſtre neceſſaire à l'apprentif en ces commencemens, veu qu'en telle recerche exquiſe il ſeroit beſoing de plus grandes Ephemerides que celles-cy.

Concluſion. Nous avons donc trouvé la longitude apparante de l'apogée & perigée du deferant de Saturne, ſelon le requis.

Proposition XVIII.

Trouver le moyen mouvement de Saturne en un temps donné, par les Ephemerides obſervées, & en faire une table.

On trouve le mouvement du centre de l'epicycle par les Ephemerides, ainſi: on cognoiſt qu'en 30 ans environ, Saturne circuit le zodiaque, parquoy on cerchera en quel an & jour environ 30 ans (ou pluſieurs trentaines d'années, autant que les Ephemerides en comprennent) devant ou apres le ſuſdit 10 Juin 1576, où Saturne eſt au 268 deg. 20 ☉ (apogée du deferant par la 17 propoſition) quand c'eſt qu'il ſera en oppoſition avec le Soleil; ainſi le periode ou periodes ſont aſſez pres parfaicts, afin de n'avoir nul erreur de conſequence des excentricitez des deferans, tant de Saturne que du Soleil: D'avantage le temps entre l'une oppoſition & la ſuivante eſtant ainſi cognu, on trouvera le cours ſur un jour, pour en faire des tables, comme a eſté dit de celles du Soleil, leſquelles on corrige par des longs à plus longs termes. De toutes ces choſes pour en donner exemple, je cerche és Ephemerides environ 30 ans (on environ tant de trentaines d'années que durent les Ephemerides) devant ou apres la ſuſdite oppoſition du 10 Juin 1576, une oppoſition où Saturne ſoit fort pres de 268 deg. 20 ☉, & ainſi ſe trouve celle du quatrieſme Juin 1605 au 263 deg. 35 ☉, lequel differe de l'autre de 4 deg. 45 ☉; mais en des arcs ſi petits les excentricitez ne font aucune alteration de conſequence, voire en un exemple comme icy.

Puis j'apperçois que Saturne, & par conſequent le centre de ſon epicycle a couru 355 deg. 15 ☉, depuis le 10 Juin 1576, juſques au 4 Juin 1605, qui ſont 10586 jours, aſſavoir depuis le 268 degr 20 ☉ juſques au 263 deg. 35 ☉: & partant je dis 10586 jours donnent 355 deg. 15 ☉, combien 1 jour? viendra 2 ☉ 0 ☽ 49 ③: Ce qui differe peu des 2 ☉ 3 ☽ 36 ③ de *Copernique* où *Ptolemée* prend pres de 2 ☉ 0 ☽ 34 ③: Que ſi on euſt eu l'oppoſition ſuſdite (qui differe de la vraye oppoſition en 3 deg. 18 ☉) plus près de la vraye oppoſition (on la pourroit trouver plus ptes és Ephemerides d'un plus long temps, comme on avoit au ſiecle ſage) ce mouvement d'un jour auroit approché plus pres de celuy que poſe *Copernique.*

Ayant donc le monvement d'un jour comme deſſus, il appert comment on en pourroit faire des tables, comme on a fait du Soleil à la troiſieſme propoſition, afin de trouver en quel temps que l'on puiſſe donner le mouvement du centre d'epicycle de Saturne, comme il arrive qu'on en a de beſoing en la pratique.

Mais veu que nous avons entrepris de prendre les tables de *Ptolemée*, pour les raiſons declarées devant les tables du Soleil & de la Lune, je les mettray icy comme s'enſuit.

TABLE DU MOYEN MOUVEMENT DE SATVRNE.

heur.	deg.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	0	0	5	1	23	48	42
2	0	0	10	2	46	37	24
3	0	0	15	4	11	26	6
4	0	0	20	5	35	14	48
5	0	0	25	6	59	3	31
6	0	0	30	8	22	52	13
7	0	0	35	9	46	40	55
8	0	0	40	11	10	29	37
9	0	0	45	12	34	18	19
10	0	0	50	13	58	7	1
11	0	0	55	15	21	55	43
12	0	1	0	16	45	44	25
13	0	1	5	18	9	33	8
14	0	1	10	19	33	21	50
15	0	1	15	20	57	10	32
16	0	1	20	22	20	59	14
17	0	1	25	23	44	47	55
18	0	1	30	25	8	36	38
19	0	1	35	26	32	25	20
20	0	1	40	27	56	14	2
21	0	1	45	29	20	2	45
22	0	1	50	30	43	51	27
23	0	1	55	32	7	40	9
jours							
1	0	2	0	33	31	28	51
2	0	4	1	7	2	57	42
3	0	6	1	40	34	26	33
4	0	8	2	14	5	55	24
5	0	10	2	47	37	24	15
6	0	12	3	21	8	53	6
7	0	14	3	54	40	21	57
8	0	16	4	28	11	50	48
9	0	18	5	1	43	19	39
10	0	20	5	35	14	48	30
11	0	22	6	8	46	17	21
12	0	24	6	42	17	46	12
13	0	26	7	15	49	15	3
14	0	28	7	49	20	43	54
15	0	30	8	22	52	12	45
16	0	32	8	56	23	41	36
17	0	34	9	29	55	10	27
18	0	36	10	3	26	39	18
19	0	38	10	36	58	8	9
20	0	40	11	10	29	37	0
21	0	42	11	44	2	5	51
22	0	44	12	17	32	34	42
23	0	46	12	51	4	3	33
24	0	48	13	24	35	32	24
25	0	50	13	58	7	1	15
26	0	52	14	31	38	30	6
27	0	54	15	5	9	58	57
28	0	56	15	38	41	27	48
29	0	58	16	12	12	56	39
30	1	0	16	45	44	25	30
60	2	0	33	31	28	51	0
90	3	0	50	17	13	16	30
120	4	1	7	2	57	42	0
150	5	1	23	48	41	7	30
180	6	1	40	34	26	33	0
210	7	1	57	20	10	58	30
240	8	2	14	5	55	24	0
270	9	2	30	51	39	49	30
300	10	2	47	37	24	15	0
330	11	3	4	23	8	40	30
360	12	3	21	8	53	6	0

ans.	deg.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	12	23	23	56	30	30	15
2	24	26	47	53	1	0	30
3	36	40	11	49	31	30	45
4	48	53	35	46	2	1	0
5	61	6	59	42	32	31	15
6	73	20	23	39	3	1	30
7	85	33	47	35	33	31	45
8	97	47	11	33	4	2	0
9	110	0	35	28	34	32	15
10	122	13	59	25	5	2	30
11	134	27	23	21	35	32	45
12	146	40	47	18	6	3	0
13	158	54	11	14	36	33	15
14	171	7	35	11	7	3	30
15	183	10	59	7	37	33	45
16	195	34	23	4	8	4	0
17	207	47	47	0	38	34	15
18	220	1	10	57	9	4	30
36	80	2	21	54	18	9	0
54	300	3	32	51	27	13	30
72	160	4	43	48	36	18	0
90	20	5	54	45	45	22	30
108	240	7	5	42	54	27	0
126	100	8	16	40	3	31	30
144	320	9	27	37	12	36	0
162	180	10	38	34	21	40	30
180	40	11	49	31	30	45	0
198	260	13	0	28	39	49	30
216	120	14	11	25	48	54	0
234	340	15	22	22	57	58	30
252	200	16	33	20	7	3	0
270	60	17	44	17	16	7	30
288	280	18	55	14	25	12	0
306	140	20	6	11	34	16	30
324	0	21	17	8	43	21	0
342	220	22	28	5	52	25	30
360	80	23	39	3	2	30	0
378	300	24	50	0	10	34	30
396	160	26	0	57	19	39	0
414	20	27	11	54	28	43	30
432	240	28	22	51	37	48	0
450	100	29	33	8	46	52	30
468	320	30	44	45	55	57	0
486	180	31	55	43	5	1	30
504	40	33	6	40	14	6	0
522	260	34	17	37	23	10	30
540	120	35	28	34	32	15	0
558	340	36	39	31	41	19	30
576	200	37	50	28	50	24	0
594	60	39	1	25	59	28	30
612	280	40	12	23	8	33	0
630	40	41	23	20	17	37	30
648	0	42	34	17	26	42	0
666	220	43	45	14	35	46	30
684	80	44	56	11	44	51	0
702	300	46	7	8	53	55	30
720	160	47	18	6	3	0	0
738	20	48	29	3	12	4	30
756	240	49	40	0	21	9	0
774	100	50	50	57	30	13	30
792	320	52	1	54	39	18	0
810	180	53	12	51	48	22	30

Digitized by Google

Concluſion. Nous avons donc par les Ephemerides obſervées trouvé le moyen mouvement de Saturne en un temps donné, & auſſi eſcrit des tables conſequemment, ſelon le requis.

Proposition XIX.

Trouver par les Ephemerides obſervées le cours de Saturne en ſon epicycle en un temps propoſé, & en conſtruire des tables.

Le donné. Soit à trouver le cours de Saturne en ſon epicycle en un jour.

Notez.

Ayant eſcrit l'operation de ceſte propoſition ſelon la maniere ordinaire, oſtant le moyen mouvement de Saturne du moyen mouvement du Soleil, comme il apparoiſtra cy-apres, il eſt arrivé que Son Excellence a voulu y adjoindre encor une operation conſtruite ſur le fondement propre de Saturne, comme s'enſuit, & s'enſuivra és autres planetes ſuivantes.

I. Operation.

Il a cerché à ceſte fin és Ephemerides, deux oppoſitions de Saturne avec le Soleil, le plus loing l'une de l'autre qu'il eſtoit poſſible, & quaſi ſous un meſme poinct de l'ecliptique; car ainſi ſes periodes en l'epicycle, comme auſſi les periodes du Soleil doivent eſtre parfaicts, ſans que les excentricitez puiſſent nuire aucunement, & auſſi ſans que le calcul par le Soleil moyen ſoit neceſſaire, pour cauſes manifeſtes. La premiere de ces deux oppoſitions, ſi eſloignées l'une de l'autre, eſtoit celle qui ſe fit l'an 1576 le 19 Juio, & l'autre en l'an 1605 le 4 Juin, entre leſquelles y a pres de 29 ans qui font 10586 jours, tellement que Saturne a tant de fois circuit ſon epicycle qu'il y a eu d'oppoſitions qui ſont 28, chacune de 360 degrez, qui ſont 10080 degrez. Avec leſquels je dis 10586 jours me donnent 10080 degrez, combien 1 jour? viendra pour le requis 57 ☉ 7. 55. peu differant des concluſions de *Copernic* & *Ptolemée*, comme s'enſuit.

II. Operation.

Du moyen mouvement du Soleil, qui fait en un jour par la troiſieſme propoſition	0 deg. 59. 8. 17. 13. 12. 31.
Soit oſté le moyen mouvement du Soleil ſur un jour, faiſant par la 17 propoſition	0 deg. 2. 0. 33. 31. 28. 51.
Reſtera pour le cours de Saturne requis, aſſavoir en ſon epicycle ſur un jour	0 deg. 57. 7. 43. 41. 43. 40.

Demonstration.

Veu que Saturne eſt en ſon perigée d'epicycle lors qu'il eſt en oppoſition avec le Soleil moyen par les precedentes, il faut donc neceſſairement que ſon cours en l'epicycle ſoit egal au moyen mouvement du Soleil, moins autant qu'emporte le mouvement du centre de ſon epicycle, & pour declarer cecy plus amplement, je dis ainſi: Si par exemple le centre de l'epicycle eſtoit fixe, & que Saturne és conjonctions vienne touſiours en ſon apogée d'epicycle, il appert que le cours de Saturne en ſon epicycle ſeroit egal au moyen mouvement du Soleil: Mais le centre de l'epicycle a fait cependant quelque mouvement, parquoy autant qu'emporte ce mouvement, autant faut-il que le cours de Saturne en ſon epicycle dure moins, aſſavoir ſoit plus toſt fait que le moyen mouvement du Soleil, & par conſequent oſtant le cours du centre d'epicycle de Saturne, du moyen mouvement du Soleil, le reſte ſera le cours de Saturne en ſon epicycle, comme a eſté l'operation cy-deſſus.

Corollaire.

Le cours d'un jour eſtant comme cy-devant, il appert comment on en ſera des tables, comme du cours du Soleil en la 3 propoſition, ainſi que ſont les ſuivantes, pour trouver le cours de Saturne en ſon epicycle avec facilité, à tel temps qu'on puiſſe donner comme il avient ſouvent en la pratique.

Notez auſſi que pour preuve de l'operation precedente, on peut voir ſi ſouvent qu'on le trouvera neceſſaire, ſi le nombre qu'on trouve à la fin eſt egal au nombre qui y convient? Comme par exemple du nombre du mouvement du Soleil en un an, ayant oſté le nombre du mouvement de Saturne en ſon epicycle, en un an, aſſavoir-mon ſi le reſte convient bien avec le nombre qu'on aura trouvé par experience.

TABLE DU MOUVEMENT DE SATURNE EN SON EPICYCLE.

heur.	deg.	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1	0	2	22	49	19	14	19
2	0	4	45	38	28	28	38
3	0	7	8	27	57	42	57
4	0	9	31	17	16	57	17
5	0	11	54	6	36	11	36
6	0	14	16	55	55	25	55
7	0	16	39	45	14	40	14
8	0	19	2	34	33	54	33
9	0	21	25	24	53	8	52
10	0	23	48	13	12	23	12
11	0	26	11	2	31	37	31
12	0	28	33	51	50	51	50
13	0	30	56	41	10	6	9
14	0	33	19	30	29	20	28
15	0	35	42	19	48	34	47
16	0	38	5	9	7	49	7
17	0	40	27	58	27	3	26
18	0	42	50	47	46	17	45
19	0	45	13	37	5	32	4
20	0	47	36	26	24	46	23
21	0	49	59	15	44	0	42
22	0	52	22	5	3	15	2
23	0	54	44	54	22	29	21
jours							
1	0	57	7	43	41	43	40
2	1	54	15	27	23	27	20
3	2	51	23	11	5	11	0
4	3	48	30	54	46	54	40
5	4	45	38	38	28	38	20
6	5	42	46	22	10	22	0
7	6	39	54	5	52	5	40
8	7	37	1	49	33	49	20
9	8	34	9	33	15	33	0
10	9	31	17	16	57	16	40
11	10	28	25	0	39	0	20
12	11	25	32	44	20	44	0
13	12	22	40	28	2	27	40
14	13	19	48	11	44	11	20
15	14	16	55	55	25	55	0
16	15	14	3	39	7	38	40
17	16	11	11	22	49	22	20
18	17	8	19	6	31	6	0
19	18	5	26	50	12	49	40
20	19	2	34	33	54	33	20
21	19	59	42	17	36	17	0
22	20	56	50	1	18	0	40
23	21	53	57	44	59	44	20
24	22	51	5	28	41	28	0
25	23	48	13	12	23	11	40
26	24	45	20	56	4	55	20
27	25	42	28	39	46	39	0
28	26	39	36	23	28	22	40
29	27	36	44	7	10	6	20
30	28	33	51	50	51	50	0
60	57	7	43	41	43	40	0
90	85	41	35	32	35	30	0
120	114	15	27	23	27	20	0
150	142	49	19	14	19	10	0
180	171	23	11	5	11	0	0
210	199	57	2	56	2	50	0
240	228	30	54	46	54	40	0
270	257	4	46	37	46	30	0
300	285	38	38	28	38	20	0
330	314	12	30	19	30	10	0
360	342	46	22	10	22	0	0

ans.	deg.	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
2	347	32	0	48	50	38	20
2	335	4	1	37	41	26	40
3	322	36	2	26	31	55	0
4	310	8	3	15	22	33	20
5	297	40	4	4	13	11	40
6	285	12	4	53	3	50	0
7	272	44	5	41	54	28	20
8	260	16	6	30	45	6	40
9	247	48	7	19	35	45	0
10	235	20	8	8	26	23	20
11	222	52	8	57	17	1	40
12	210	24	9	46	7	40	0
13	197	56	10	34	58	18	20
14	185	28	11	23	48	56	40
15	173	0	12	12	39	35	0
16	160	32	13	1	30	13	20
17	148	4	13	50	20	51	40
18	135	36	14	39	11	30	0
36	271	12	29	18	23	0	0
54	46	48	43	57	34	30	0
72	182	24	58	36	46	0	0
90	318	1	13	15	57	30	0
108	93	37	27	55	9	0	0
126	229	13	42	34	20	30	0
144	4	49	57	13	32	0	0
162	140	26	11	52	43	30	0
180	276	2	26	31	55	0	0
198	51	38	41	11	6	30	0
216	187	14	55	50	18	0	0
234	322	51	10	92	29	30	0
252	98	27	25	8	41	0	0
270	234	3	39	47	52	30	0
288	9	39	54	27	4	0	0
306	145	16	9	6	15	30	0
324	280	52	23	45	27	0	0
342	56	28	38	24	38	30	0
360	192	4	53	3	50	0	0
378	327	41	7	43	1	30	0
396	103	17	22	22	13	0	0
414	238	53	37	1	24	30	0
432	14	29	52	40	36	0	0
450	150	6	6	19	47	30	0
468	285	42	20	58	59	0	0
486	61	18	35	38	10	30	0
504	196	54	50	17	22	0	0
522	332	31	4	56	33	30	0
540	108	7	19	35	45	0	0
558	243	43	34	14	56	30	0
576	19	19	48	54	8	0	0
594	154	56	3	33	19	30	0
612	290	32	18	12	31	0	0
630	66	8	3	52	42	30	0
648	201	44	4	30	54	0	0
666	337	21	2	10	5	30	0
684	112	57	16	49	17	0	0
702	248	33	31	28	28	30	0
720	24	9	46	7	40	0	0
738	159	46	0	46	51	30	0
756	295	22	15	26	3	0	0
774	70	58	30	5	14	30	0
792	206	34	44	44	26	0	0
810	342	20	59	23	37	30	0

Concluſion. Nous avons donc trouvé le cours de Saturne en ſon epicycle ſur un temps donné par l'aide des Ephemerides obſervées; ce qu'il falloit faire.

NOTE 2.

Si les Ephemerides de *Stadius*, dutoient auſſi long temps, & contenoient autant de periodes de Saturne, que l'on y puiſſe trouver deux de ſes oppoſitions avec le Soleil d'une meſme longitude, nous pourrions icy deſcrire une propoſition, comme il a eſté fait au cours du Soleil & de la Lune, aſſavoir des Ephemerides calculées pour l'advenir du cours de Saturne: mais veu qu'elles ne contiennent qu'une revolution d'iceluy, telle choſe ne ſe peut pas bien faire icy: Toutesfois la maniere de computation Mathematique, à la recerche de la longueur que les Ephemerides devroyent eſtre, pour trouver telle ideotité, cela ſe vetra en un autre lieu.

PROPOSITION XX.

TRouver le mouvement de l'apogée du deferant de Saturne par les Ephemerides obſervées.

Veu que les Ephemerides de *Stadius* (que nous ſuppoſons eſtre obſervées pour les raiſons deduites à la premiere propoſition) ſont trop courtes pour trouver le requis comme il faudroit, je prendray à mon aide les obſervations de *Ptolemée*, lequel au 5 chapitre du liv. II. trouve l'apogée du deferant de Saturne au 233 degr. mais nous l'avons trouvé en la 16 propoſition au 268 deg. 20 ☉, qui eſt 35 deg. 20 ☉ plus avant; alors le monvement de l'apogée eſtant tel en 1450 ans environ, aſſavoir depuis l'an 127 juſques à l'an 1576, le cours dudit apogée ſe tronvera ſur un tel temps qu'on voudra: comme pour l'avoir en un an, je dis 1450 ans donnent 35 deg. 20 ☉, combien 1 an? Vient 1 ☉ 28 ☽.

Concluſion. Nous avons donc trouvé le cours de l'apogée du deferant de Saturne, ſelon le requis.

PROPOSITION XXI.

TRouver le cours du centre de l'epicycle de Saturne, par l'aide des Ephemerides obſervées.

Le cours de l'apogée du deferant de Saturne, eſt par la 20 propoſition en un an de 1 ☉ 28 ☽.

Iceluy ſouſtraict du moyen mouvement de Saturne auſſi en un an, aſſavoir un an Egyptien, faiſant par la 18 propoſition 12 deg. 13 ☉.

Reſtera pour le cours requis, du centre de l'epicycle en un an Egyptien 12 deg. 12 ☉.

Par cecy eſt manifeſte qu'ainſi ſe trouvera le cours de tout temps donné: dont la demonſtration eſt manifeſte par l'operation.

Concluſion. Nous avons donc trouvé par les Ephem. obſervées le cours du centre de l'epicycle de Saturne, ſelon le requis.

QVATRIESME DISTINCTION DV PREMIER LIVRE,

Traictant l'invention du cours de Jupiter par les Ephemerides obſervées.

Avant que venir à la choſe meſme, je diray que le cours de Iupiter eſt de meſme qualité que celuy de Saturne, ſe mouvant comme luy dans un epicycle, & icelny en un eccentrique, differens ſeulement en quantité, aſſavoir qu'il eſt plus frequent en ſes periodes, & ayant auſſi d'autre excentricité & choſes ſemblables. Ce qu'eſtant dit icy, chacun pourroit de ſoy-meſme entendre tout le mouvement de Iupiter par celuy de Saturne. Toutesfois pour plus ample declaration je deſcriray icy ce qui m'eſt advenu à la recerche d'iceluy avec un ordre pareil que celuy de Saturne.

PROPOSITION XXII.

DEclarer comment par les Ephemerides obſervées, on remarque le temps periodique de Iupiter en gros: Avec la qualité de ſa retrogradation, & ſtation; auſſi qu'il tourne en un Epicycle.

Le deſſein eſtant de recercher la qualité du cours de Jupiter par les Ephemerides obſervées (au lieu deſquelles nous prenons les Ephemerides calculées de *Stadius* pour les raiſons deduites en la 1 propoſition) ayant donc egard à la quatrieſme colomne qui eſt de Jupiter, je prens ce qu'il avient, comme le 1 Janvier 1554, ſur lequel jour il eſtoit au 184 deg. 53 ☉: & un an aprés, aſſavoir le 1 Janvier 1555, au 212 deg. 44 ☉; tellement qu'il eſt avancé en ceſt an-là 27 deg. 51 ☉: de meſme au 1 Janvier 1556 eſt avancé 26 deg. 4 ☉: & ainſi enſuivant il avance juſques à l'an 1566 au 1 Janvier, eſtant revenu un peu, plus avant que là où il avoit commencé, aſſavoir au 189 deg. ayant mis à faire un tel periode pres de 12 ans: ce que je trouve ainſi accorder en d'autres années.

Puis prenant garde plus avant en ſon cours, & en chaque periode, je remarque qu'il va fort viſte aucunefois, tantoſt lentement, voire meſme qu'il eſt ſtationaire, c'eſt à dire qu'il eſt coy, & ce qui eſt plus eſtrange, c'eſt qu'il recule auſſi: or remarquant tousjours davantage les circonſtances, on trouve le milieu de ſon reculement (qu'on appelle retrogradation) à chaque fois advenit environ l'oppoſition du Soleil; & que tant plus il approche du Soleil, tant plus il eſt viſte en ſon cours. Par exemple, en l'an 1554 le 16 May, il court tous les jours 1 ☉, puis 2 ☉, & ainſi conſecutivement de plus en plus, juſques en Octobre, là où il fait journellement 13 ☉, eſtant là en ſon moûvement plus viſte: il commence en Novembre derechef à s'allentir de plus en plus, juſques à eſtre coy depnis le neufieſme Fevrier 1555 juſques à l'onſieme dudit mois, ſous le 215 deg. 6 ☉, puis de là commence à reculer, ce qui commence proprement le 10 Fevrier, & dure juſqu'au 13 Juin, qui ſont 123 jours, dont la moitié eſt 61 jours; tellement que le milieu advient le 12 Avril, & non loing de là il eſtoit oppoſite au Soleil, aſſavoir le 11 Avril ſeulement 1 jour auparavant, ſelon ce qui a eſté dit cy-deſſus qu'il eſt pres de l'oppoſition du Soleil au milien de ſa retrogradation, & tant plus il approche du Soleil tant plus il va viſte, de ſorte qu'il va le plus viſte eſtant en conjonction. Comme environ le ſuſdit cours plus viſte, il eſtoit en conjonction (poſant le cas qu'on l'euſt ſceu voir alors) le 8 Septembre. La ſuſdite retrogradation donne à cognoiſtre que Jupiter ne fait pas ſon cours en un deferant ſeul, comme le Soleil, mais en un epicycle, pour les raiſons ſemblables deduites au cours de Saturne en la 15 propoſition.

Concluſion. Nous avons donc declaré comment par les Ephemerides obſervées on remarque groſſierement le temps periodique de Jupiter: & qu'il eſt ſtatio-

ſtationaire & retrograde, tournant en un epicycle, ſelon le requis.

PROPOSITION XXIII.

Declarer comment on recognoiſt par les Ephemerides obſervées, que le deferant de Iupiter eſt excentrique.

Si le deferant de Iupiter eſtoit concentrique, il s'enſuivroit qu'en temps egaux, l'un devant l'environ de l'oppoſition du ſoleil, l'autre apres, qu'il feroit les arcs apparans egaux, pour ſemblables raiſons deduites plus amplement au mouvement de Saturne en la 16 propoſition, ce qui contrediroit manifeſtement à l'experience du mouvement de Iupiter: car par exemple, ſoit une oppoſition comme celle qui eſt advenuë en l'an 1593 le 30 Iuin, eſtant Iupiter au 287 deg. 36 ☉: Et quelque temps auparavant, je prens 3 ans, aſſavoir le 30 Iuin 1590, il eſtoit au 189 degr. 50 ☉, l'arc intercepté eſt 97 deg. 46 ☉: mais 3 ans apres, qui eſt le 30 Iuin 1596 il eſtoit au 37 deg. 18 ☉, & l'arc intercepté (aſſavoir des 287 deg. 36 ☉) eſt 109 deg. 42 ☉, lequel differe du premier arc de 11 deg. 56 ☉.

Concluſion. Nous avons donc declaré, &c.

PROPOSITION XXIV.

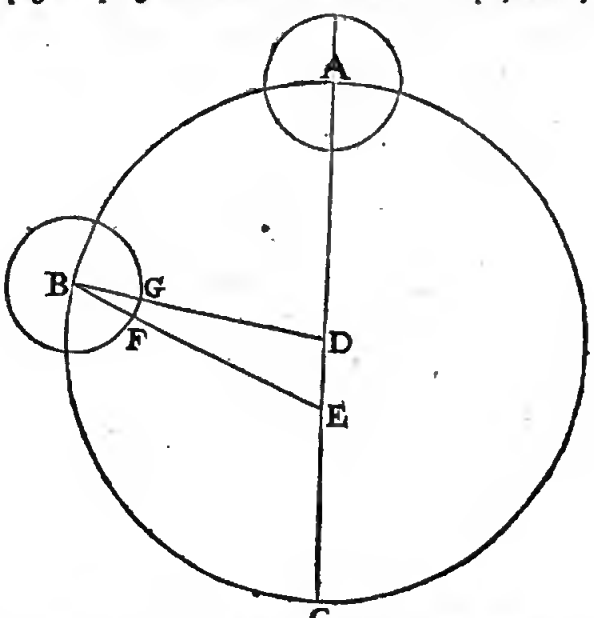
Trouver la longitude apparente de l'apogée & perigée du deferant de Iupiter par les Ephemerides obſervées.

Par la 23 propoſition ayant remarqué que le defetant eſt eccentrique, il reſte à recercher la longitude apparante de l'apogée ou perigée: ce qui eſt aſſez manifeſte par ce qui a eſté declaré du mouvement de Saturne cy-devant en la 17 propoſition, que trouvant és Ephemerides une oppoſition moyenne (c'eſt à dire de Jupiter & le moyen Soleil) qu'en tous deux temps egaux, l'un devant l'oppoſition, l'autre apres, trouvant des arcs egaux, que le centre de l'epicycle en ceſte oppoſition doit eſtre en l'apogée ou perigée du deferant, qui donne à cognoiſtre la longitude apparante de l'un ou l'autre. Pour trouver tels arcs, je prens, comme il advient, l'oppoſition de l'an 1557 du 15 Iuin au 273 deg. 18 ☉: Avec quoy recerchant en deux temps egaux l'un devant, l'autre apres, chacun de 3 ans (je prens 3 ans eſtant à peu prés le quart du periode de 12 ans, pour les raiſons declarées en la 17 propoſition) & trouve la premiere, majeure à la ſeconde de 48 degr. 55 ☉, qui eſt beaucoup de difference; & partant l'apogée ou perigée apparant bien loing du ſuſdit 273 deg. 18 ☉, & auſſi de ſon poinct oppoſite 93 deg. 18 ☉; toutesfois il ne peut eſtre eſloigné de l'un d'iceux de plus de 90 degrez: Parquoy recerchant le meſme en autre lieu, je viens finalement en une oppoſition de l'an 1598 le 19 Mars au 188 deg. 56 ☉, avec laquelle j'eſpreuve s'il y a egalité d'arcs, en deux temps egaux, chacun de 3 ans, & trouve ſeulement une difference inperceptible de 29 ☉.

Ceſte eſpreuve faite, on pourroit maintenant voir le meſme par des oppoſitions moyennes, mais trouvant des differences, les tables d'Ephemerides ne ſont aſſez longues pour faire les eſpreuves comme il faut pour trouver la parfaite oppoſition, tellement que nous prendrons icy le 188 deg. 56 ☉ pour ſervir d'exemple.

Duquel on peut faire encor d'autres eſpreuves, aſſavoir en d'autres temps, que de 3 ans: Comme par exemple, de 15 ans devant & apres le 19 Mars 1578 je trouve ſeulement difference de 16 ☉, d'où s'enſuit que je prens le ſuſdit 188 deg. 56 ☉ pour le requis.

Iuſques icy ayant trouvé que l'apogée ou perigée eſt au 188 deg. 56 ☉, il reſte maintenant à recognoiſtre lequel c'eſt des deux. Soit à ceſte fin A B C le deferant de Iupiter, ſon centre D, & le poinct eccentrique, ou la terre E, A l'apogée, C perigée, & ſur B, comme centre, ſoit deſcrit l'epicycle G F, ſon perigée F, & moyen



perigée G; il eſt manifeſte que puis que A eſt apogée, il faut que le moyen mouvement A D B au premier demicercle A B C, ſoit plus grand que l'apparant A E B: & par la converſe, il eſt notoire, que quand le cours du centre de l'epicycle ou le moyen mouvement de Iupiter en temps defini au demicercle premier, eſt trouvé plus grand que l'apparant, il faut que le poinct où l'on commence à compter, ſoit l'apogée; le contraire avenant, faut que ce ſoit le perigée: Parquoy je cerche és Ephemerides quelque oppoſition aſſez diſtante de A ou C, c'eſt à dire aſſez diſtante de 188 deg. 56 ☉, ou de ſon oppoſite, & me venant en main l'oppoſition de l'an 1581 le 25 Iuin, eſtant Iupiter au 282 deg. 33 ☉, où le mouvement apparant du centre de ſon epicycle à compter du 188 deg. 56 ☉ fait 93 deg. 37 ☉ pour l'angle AEB; mais le propre mouvement dudit centre d'epicycle au meſme temps (aſſavoir du 19 Mars 1578 juſqu'au 25 Iuin 1581, qui ſont 3 ans Egyptiens 99 jours) fait

fait par la ſuivante 25 propoſition 99 deg. 15 ☉ pour l'angle A D B, lequel eſtant majeur à A E B 93 deg. 37 ☉, alors pour les raiſons ſuſdites. A qui eſt au 188 deg. 56 ☉, ſera l'apogée, & C, qui eſt 8 deg. 56 ☉, ſera le perigée.

Touchant ce qu'on pourroit dire que la ligne droite, laquelle au temps de l'oppoſition paſſe de la terre E par Iupiter F, ne traverſe le centre B de neceſſité pour cauſes manifeſtes, aſſavoir des eccentricitez des deferans de Iupiter & du Soleil, & partant qu'on douteſt de la concluſion ſuſdite; là deſſus ſe peut dire qu'on en peut avoir la certitude en perfection, aſſavoir ſi les trois angles du triangle D E B font enſemble 180 degrez, qu'alors Iupiter ſera au perigée neceſſairement.

Pour ce faire, je ſouſtrais l'angle deſſuſdit A D B 99 deg. 15 ☉ de 180 deg. reſte l'angle E D B 80 deg. 45 ☉.

Et l'angle A E B, qui eſt auſſi D E B, fait comme devant 93 deg. 37 ☉.

Mais l'angle E B D 2 deg. 24 ☉, car ſur les trois ans Egyptiens & 99 jours, Iupiter a couru par la 26 propoſition ſuivante de l'apogée moyen G juſques au perigée F, 357 degr. 36 ☉, leſquels oſtez du total 360 degr. reſtera pour l'arc de perigée F G, qui eſt pour l'angle E B D, comme devant, 2 deg. 24 ☉.

Leſquels trois, aſſavoir E D B 80 deg. 45 ☉, premier en l'ordre, D E B 93 deg. 37 ☉, deuxieſme en l'ordre, & E B D, troiſieſme en l'ordre, font enſemble 176 deg. 16 ☉.

Qui defaut du demicercle ſeulement 3 deg. 44 ☉.

Ceux qui voudront avoir quelque choſe de plus precis, pourront faire ſemblable operation, avec une oppoſition devant ou apres la ſuſdite juſques à ce qu'ils la trouvent: Comme par exemple, faiſant le meſme avec l'oppoſition en l'an 1580 le 21 May, je trouve trop peu ſeulement de 2 deg. 26 ☉. Mais par oppoſition, en l'an 1579 le 20 Avril, D E B eſtoit 30 deg. 57 ☉, B D E 147 deg & E B D 2 deg. 36 ☉, leſquels trois font enſemble 180 deg. 33 ☉, qui ſont ſeulement 33 ☉ de trop, qui ſe peut pteudre pour une aſſez bonne convenance. Tellement que A demeure l'apogée requis, comme devant au 188 deg 56 ☉, convenant aſſez ptes avec les 186 deg. de *Rheinolde és tables Pruteniques.*

Quant à ce qui eſt de la perfection, laquelle tequiert qu'on face les recerches avec le Soleil moyen, il ſemble que ce n'eſt choſe fort neceſſaire en ces rudimens, leſquels ne ſont que propoſez pour exemple; joint que les Ephemerides que nous avons ſont trop courtes.

Concluſion. Nous avons donc trouvé la longitude apparante de l'apogée de Iupiter, ſelon le requis.

PROPOSITION XXV.

TRouver le moyen mouvement de Iupiter au temps donné, par les Ephemerides obſervées; & en faire une table.

La maniere eſt telle: on voit que Iupiter environ en 12 ans fait un periode, parquoy on cerche en quel an & jour environ les 12 ans (ou quelques douzaines d'années, autant que les Ephemerides s'eſtendent) devant & apres le ſuſdit 19 Mars 1578, en ſorte qu'environ le 19 Mars, Iupiter ſoit au 188 deg. 56 ☉ (eſtant l'apogée du deferant par la 21 propoſition) en oppoſition du Soleil, & que le periode, ou periodes ſoyent alors parfaicts aſſez ptes, afin que les eccentricitez des deferants de Iupiter & du Soleil, n'apportent aucun erreur perceptible. D'avantage le temps depuis l'une oppoſition juſques à l'autre eſt cognu, par lequel on trouve auſſi le cours d'un jour, & conſtruit-on des tables, & comme a eſté dit au cours du Soleil, ſont tameliorées puis apres par la longueur des temps.

Comme par exemple, je cetche és Ephemerides (environ 12 ans devant l'oppoſition ſuſdite du 19 Mars 1578;) une oppoſition où Iupiter ſoit fort pres du 188 deg. 56 ☉, ce qui ſe trouve au 12 Mars 1566, ſous le 185 deg. 8 ☉, qui differe peu de l'autre de 3 deg. 48 ☉, car en tels petis arcs, l'eccentricité n'eſt perceptible, auſſi n'importe-il pas beaucoup pour un exemple comme icy. Puis je vois que Iupiter, & par conſeqnent le centre de ſon epicycle, en 4390 jours (qui eſt depuis le 12 Mars 1566 juſqu'au 19 Mars 1578) à fait 363 deg. 48 ☉, combien en 1 jour? vient 4 ☉, 58, 20: ce qui differe peu de la poſition de *Ptolemée* 4 ☉. 59. 14.

SON EXCELLENCE, fit une calculation plus preciſe, par un plus long temps, aſſavoir en deux oppoſitions (n'eſtimant tien de s'aſtreindre aux conjonctions qui adviennent és apogées ou perigées du deferant) qui ſe trouvent bien plus eſloignées l'une de l'autre, qu'elles ne ſe peuvent trouver és Ephemerides, dont la premiere eſcheut le 11 Mars 1554, l'autre le 25 Mars 1602, ſur quel temps de 48 ans, qui ſont 17546 jours, ſe ſont faits 4 periodes & encor 15 degrez 35 ☉, par lequel je trouve le conrs ſur un jour de 4 ☉. 58. 39. Il eſt vray que les eccentricitez cauſent plus d'erreur, que ſur l'autre 3 deg. 48 ☉ ſuſdit, mais auſſi on a tant plus de certitude en un plus long temps.

Notez encor qu'il n'eſt pas neceſſaire de faire cy-deſſus ſon compte ſur le Soleil moyen, pour ſemblables raiſons deduites à la fin de la 17 propoſition au cours de Saturne.

Le cours d'un jour eſtant donc comme deſſus, il apperr comment on pourroit faire des tables, comme on a faict du Soleil en la troiſieſme propoſition, afin qu'avec facilité on puiſſe trouver le cours du centre de l'epicycle, ou pour dire autrement, le moyen mouvement de Iupiter en tout temps donné, comme il advient d'en avoir beſoing en la pratique. Mais veu que nous mettrons en œuvre les tables de *Ptolomée* par exemple, nous les poſerons auſſi cy-deſſous pour ſemblabes raiſons declarées és couts du Soleil & Lune cy-devant.

TABLE DU MOYEN MOUVEMENT DE JUPITER.

heur.	deg.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	0	0	12	28	6	6	56
2	0	0	24	56	12	13	52
3	0	0	37	24	18	20	48
4	0	0	49	52	24	27	45
5	0	1	2	20	30	34	41
6	0	1	14	48	36	41	37
7	0	1	27	16	42	48	34
8	0	1	39	44	48	55	30
9	0	1	51	12	55	2	26
10	0	2	4	41	1	9	22
11	0	2	17	9	7	16	19
12	0	2	29	37	13	23	15
13	0	2	42	5	19	30	11
14	0	2	54	33	25	37	8
15	0	3	7	1	31	44	4
16	0	3	19	29	37	51	0
17	0	3	31	57	43	57	56
18	0	3	44	25	50	4	53
19	0	3	56	53	56	11	49
20	0	4	9	22	2	18	45
21	0	4	21	50	8	25	42
22	0	4	34	18	14	32	38
23	0	4	46	46	20	39	34
jours							
1	0	4	59	14	26	46	31
2	0	9	58	28	53	33	2
3	0	14	57	43	20	19	33
4	0	19	56	57	47	6	4
5	0	24	56	12	13	52	35
6	0	29	55	26	40	39	6
7	0	34	54	41	7	25	37
8	0	39	53	55	34	12	8
9	0	44	53	10	0	58	39
10	0	49	52	24	27	45	10
11	0	54	51	38	54	31	41
12	0	59	50	53	21	18	12
13	1	4	50	7	48	4	43
14	1	9	49	22	14	51	14
15	1	14	48	36	41	37	45
16	1	19	47	51	8	24	16
17	1	24	47	5	35	10	47
18	1	29	46	20	1	57	18
19	1	34	45	34	28	43	49
20	1	39	44	48	55	30	20
21	1	44	44	3	22	16	51
22	1	49	43	17	49	3	22
23	1	54	42	32	15	49	53
24	1	59	41	46	42	36	24
25	2	4	41	1	9	22	55
26	2	9	40	15	6	9	26
27	2	14	39	30	2	55	57
28	2	19	38	44	29	42	28
29	2	24	37	58	56	28	59
30	2	29	37	13	23	15	30
60	4	59	14	26	46	31	0
90	7	28	51	40	9	46	30
120	9	58	28	53	33	2	0
150	12	28	6	6	56	17	30
180	14	57	43	20	19	33	0
210	17	27	20	33	42	48	30
240	19	56	57	47	6	4	0
270	22	26	35	0	29	19	30
300	24	56	12	13	52	35	0
330	27	25	49	17	15	50	30
360	29	55	26	40	39	6	0

ans.	deg.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	30	20	22	52	52	58	35
2	60	40	45	45	45	57	10
3	91	1	8	38	38	55	45
4	121	21	31	31	31	54	20
5	151	41	54	24	24	52	55
6	182	2	17	17	17	51	30
7	212	22	40	10	10	50	5
8	242	43	3	3	3	48	40
9	273	3	25	55	56	47	15
10	303	23	48	48	49	45	50
11	333	44	11	41	42	44	25
12	4	4	34	34	35	43	0
13	34	24	57	27	28	41	35
14	64	45	20	20	21	40	10
15	95	5	43	13	14	38	45
16	125	26	6	6	7	37	20
17	155	46	28	59	0	35	55
18	186	6	51	51	53	34	30
36	12	13	43	43	47	9	0
54	198	20	35	35	40	43	30
72	24	27	27	27	34	18	0
90	210	34	19	19	27	72	30
108	36	41	11	11	21	27	0
126	222	48	3	3	15	1	30
144	48	54	54	55	8	36	0
162	235	1	46	47	2	10	30
180	61	8	38	38	55	45	0
198	147	15	30	30	49	19	30
216	73	22	22	22	42	54	0
234	259	29	14	14	36	28	30
252	85	36	6	6	30	3	0
270	271	42	57	58	23	37	30
288	97	49	49	50	17	12	0
306	283	56	41	42	10	46	30
324	110	3	33	34	4	21	0
341	296	10	25	25	57	55	30
360	122	17	17	17	51	30	0
378	308	24	9	9	45	4	30
396	314	31	1	1	38	39	0
414	320	37	52	33	32	13	30
432	146	44	44	45	25	48	0
450	331	51	36	37	19	22	30
468	158	58	28	29	12	57	0
486	345	5	20	21	6	31	30
504	171	12	12	13	0	6	0
522	357	19	4	4	53	40	30
540	183	25	55	56	47	15	0
558	9	31	47	48	40	49	30
576	195	39	39	40	34	24	0
594	21	46	31	32	27	58	30
612	207	53	23	24	21	33	0
630	34	0	15	16	15	7	30
648	220	7	7	8	8	42	0
666	46	13	59	0	2	16	30
684	232	20	50	51	55	51	0
702	58	27	42	43	49	25	30
720	244	34	34	35	43	0	0
738	70	41	26	27	36	34	30
756	256	48	18	19	30	9	0
774	82	55	10	11	23	43	30
792	269	2	2	3	17	18	0
810	95	8	53	55	10	52	30

Conclusion. Nous avons donc trouvé le moyen mouvement de Jupiter au temps donné, par les Ephemerides observées, & en avons fait des tables, selon le requis.

PROPOSITION XXVI.

TRouver le mouvement de Iupiter en son epicycle au temps donné par les Ephemerides observées, & en faire des tables.

Le donné. On demande le cours de Jupiter en son epicycle sur un jour.

OPERATION I.

Ceste premiere operation est mise devant la deuxiesme suivante, pour les raisons descrites en la 28 proposition.

Je cerche és Ephemerides deux oppositions de Iupiter & du Soleil, fort distantes l'une de l'autre, & quasi sous un mesme lieu de l'ecliptique, assavoir de mesme longitude; car alors les periodes tant en son epicycle, que ceux du Soleil doivent estre parfaits, sans que les eccentricitez puissent empescher, & n'est aussi necessaire de faire son calcul par le Soleil moyen pour causes manifestes: je prens la premiere de telles deux oppositions, celle qui eschoit l'onziesme Mars 1554, l'autre le 25 Mars 1602, entre lesquelles il y a 48 ans, qui sont 17546 jours, esquels Iupiter a fait autant de periodes en son epicycle, qu'il y a d'oppositions, qui sont 44 en nombre, chacune de 360 degrez, font 15846 degrez: ainsi je dis 17546 jours donnent 15846 degrez, combien 1 jour? vient pour le requis 54 ① 11 ②, peu differant de ce que concluent *Ptolemie & Copernic*, ensuivans.

OPERATION II.

Du moyen mouvement du Soleil sur un jour par la trentiesme proposition 0 deg. 59. 8. 17. 13. 12. 31.
Ostez le moyen mouvement de Iupiter sur un jour par la 25 proposition 0 deg. 4. 59. 14. 26. 46. 31.
Reste pour le mouvement requis de Iupiter en son epicycle sur un jour 0 deg. 54. 9. 2. 46. 26. 0.
Dont la demonstration est manifeste par telle operation faite du cours de Saturne en la dixneufiesme proposition.

COROLLAIRE.

Ayant trouvé le cours d'un jour, il appert comment on en pourra faire des tables, comme a esté fait du Soleil en la 3 proposition, afin que par une facilité on trouve le cours de Iupiter en son epicycle en tout temps donné, comme il advient en la pratique.

TABLE DU MOUVEMENT

heur.	deg.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	0	2	15	22	36	56	5
2	0	4	30	45	13	52	10
3	0	6	46	7	50	48	15
4	0	9	1	30	27	44	20
5	0	11	16	53	4	40	25
6	0	13	32	15	41	36	30
7	0	15	47	38	18	32	35
8	0	18	3	0	55	28	40
9	0	20	18	23	32	24	45
10	0	22	33	46	9	20	50
11	0	24	49	8	46	16	55
12	0	27	4	31	23	13	0
13	0	29	19	54	0	9	5
14	0	31	35	16	37	5	10
15	0	33	50	39	14	1	15
16	0	36	6	1	50	57	20
17	0	38	21	24	27	53	25
18	0	40	36	47	4	49	30
19	0	42	52	9	41	45	35
20	0	45	7	32	18	41	40
21	0	47	22	54	55	37	45
22	0	49	38	17	32	33	50
23	0	51	53	40	9	29	55
jours							
1	0	54	9	2	46	26	0
2	1	48	18	5	32	52	0
3	2	42	27	8	19	18	0
4	3	36	36	11	5	44	0
5	4	30	45	13	52	10	0
6	5	24	54	16	38	36	0
7	6	19	3	19	25	2	0
8	7	13	12	22	11	28	0
9	8	7	21	24	57	54	0
10	9	1	30	27	44	20	0
11	9	55	39	30	30	46	0
12	10	49	48	33	17	12	0
13	11	43	57	36	3	38	0
14	12	38	6	38	50	4	0
15	13	32	15	41	36	30	0
16	14	26	24	44	22	56	0
17	15	20	33	47	9	22	0
18	16	14	42	49	55	48	0
19	17	8	51	52	42	14	0
20	18	3	0	55	28	40	0
21	18	57	9	58	15	6	0
22	19	51	19	2	1	32	0
23	20	45	28	3	47	58	0
24	21	39	37	6	34	24	0
25	22	33	46	9	20	50	0
26	23	27	55	12	7	16	0
27	24	22	4	14	53	42	0
28	25	16	13	17	40	8	0
29	26	10	22	20	26	34	0
30	27	4	31	23	13	0	0
60	54	9	2	46	26	0	0
90	81	13	33	9	39	0	0
120	108	18	5	32	52	0	0
150	135	22	36	56	5	0	0
180	162	27	8	19	18	0	0
210	189	31	39	42	31	0	0
240	216	36	11	5	44	0	0
270	243	40	42	28	57	0	0
300	270	45	13	51	10	0	0
330	297	49	45	15	23	0	0
360	324	54	16	38	36	0	0

DE IUPITER EN SON EPICYCLE.

ans.	deg.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	329	25	1	52	28	10	0
2	298	50	3	44	56	20	0
3	268	15	5	37	24	30	0
4	237	40	7	29	52	40	0
5	207	5	9	22	20	50	0
6	176	30	11	14	49	0	0
7	145	55	13	7	17	10	0
8	115	20	14	59	45	20	0
9	84	45	16	52	13	30	0
10	54	10	18	44	41	40	0
11	23	35	20	37	9	50	0
12	353	0	22	29	38	0	0
13	322	25	24	22	6	10	0
14	291	50	26	14	34	20	0
15	261	15	28	7	2	30	0
16	230	40	29	59	30	40	0
17	200	5	31	51	58	50	0
18	169	30	33	44	27	0	0
36	339	1	7	28	54	0	0
54	148	31	41	13	21	0	0
72	318	2	14	57	48	0	0
90	127	32	48	42	15	0	0
108	297	3	22	26	42	0	0
126	106	33	56	11	9	0	0
144	276	4	29	55	36	0	0
162	85	35	3	40	3	0	0
180	255	5	37	24	30	0	0
198	64	36	11	8	56	0	0
216	234	6	44	53	24	0	0
234	43	37	18	37	51	0	0
252	213	7	51	22	18	0	0
270	22	38	26	6	45	0	0
288	191	8	59	51	12	0	0
306	1	39	33	35	39	0	0
324	171	10	7	20	6	0	0
342	340	40	41	4	33	0	0
360	150	11	14	49	0	0	0
378	319	41	48	33	27	0	0
396	129	12	22	17	54	0	0
414	298	42	56	2	21	0	0
432	108	13	29	46	48	0	0
450	277	44	3	31	15	0	0
468	87	14	37	15	42	0	0
486	256	45	11	0	9	0	0
504	66	15	44	44	36	0	0
522	235	46	18	29	3	0	0
540	45	16	52	13	30	0	0
558	214	47	25	57	57	0	0
576	24	17	59	42	24	0	0
594	193	48	33	26	51	0	0
612	3	19	7	11	18	0	0
630	173	49	40	55	45	0	0
648	342	20	14	40	12	0	0
666	151	50	48	24	39	0	0
684	321	21	22	9	6	0	0
702	130	51	55	53	33	0	0
720	30	22	29	38	0	0	0
738	109	53	3	22	27	0	0
756	279	23	37	6	54	0	0
774	88	54	10	51	21	0	0
792	358	24	44	35	48	0	0
810	67	55	18	20	15	0	0

Concluſion. Nous avons donc trouvé le cours de Iupiter en ſon epicycle au temps donné par les Ephemerides obſervées, & en avons fait une table, ſelon le requis.

PROPOSITION XXVII.

TRouver le cours de l'apogée du deferant de Iupiter par les Ephemerides obſervées.

D'autant que les Ephemerides de *Stadius* ſont trop courtes pour ſatisfaire au requis, (leſquelles nous poſons eſtre obſervées par ce qui a eſté dit en la 1 propoſition) nous prendrons en aide les obſervations de *Ptolemée*, lequel au 1 chapitre de ſon livre 11. a trouvé l'apogée du deferant de Iupiter au 161 deg. mais en la 24 propoſition, il a eſté trouvé au 188 deg. 56 ①, qui ſont 27 deg. 56 ①, & autant s'eſt avancé l'apogée du depuis, aſſavoir en 1450 ans environ: Par lequel on calculera ſon cours en tout temps donné. Soit par exemple ſur 1 an: diſant 1450 ans donnent 27 deg. 56 ①, combien 1 an? vient 1 ①, 9 ②.

Concluſion. Nous avons donc trouvé le cours de l'apogée du deferant de Jupiter par les Ephemerides obſervées, ſelon le requis.

PROPOSITION XXVIII.

TRouver le cours du centre de l'epicycle de Iupiter le long du deferant, par les Ephemerides obſervées.

Le cours de l'apogée du deferant de Iupiter en 1 an, par la 27 propoſition eſt de — 1 ①, 9 ②.

Lequel oſté du moyen mouvement de Iupiter auſſi en 1 an Egyptien, faiſant par la 25 propoſition — 30 deg. 20 ①.

Reſte pour le cours du centre d'epicycle requis en un an Egyptien — 30 deg. 19 ①.

Et ainſi de quelque temps qu'on pourroit propoſer.

Concluſion. Nous avons donc trouvé le cours de l'apogée, &c.

CINQUIESME DISTINCTION DV PREMIER LIVRE,

De l'invention du cours de Mars par les Ephemerides obſervées.

Devant que venir à la choſe meſme, je diray que le cours de Mars eſt de meſme qualité, que celuy de Saturne & Iupiter, ſe mouvant comme luy dans un epicycle, & iceluy en un eccentrique, differant ſeulement en quantité, aſſavoir qu'il eſt plus frequent en ſes periodes, & ayant auſſi d'autre eccentricité, & choſes ſemblables. Ce qu'eſtant dit icy, chacun pourroit de ſoy-meſme entendre tout le mouvement de Mars par celuy de Iupiter. Toutefois pour plus ample declaration je deſcriray icy ce qui m'eſt advenu à la recerche d'iceluy avec un ordre pareil à celuy de Iupiter.

PROPOSITION XXIX.

DEclarer comment par les Ephemerides obſervées, on remarque le temps periodique de Mars en gros: avec la qualité de ſa retrogradation, & ſtation: auſſi qu'il tourne en ſon epicycle.

Le deſſein eſtant de recercher la qualité du cours de Iupiter par les Ephemerides obſervées (au lieu deſquelles nous

les nous prenons les calculées de *Stadius* pour les raiſons deſcrites en la 1 propoſition) ayant donc eſgard à la cinquieſme colomne qui eſt de Mars : Je prens ce qui avient le premier, comme le 1 Ianvier 1554, ſur lequel jour il eſtoit au 299 deg. 55 ☉ : Et un an apres, aſſavoir le 1 Ianvier 1555, au 176 deg. 12 ☉ : Et au 1 Ianvier 1556, au 315 deg. 39 ☉, ainſi qu'en ces deux années là il fait environ un circuit : ce qui s'accorde avec ſemblable recerche en d'autres années.

Puis prenant garde de plus pres en ſon cours & en chacun periode, je remarque qu'il va fort viſte aucunefois, tantoſt lentement, voire meſme qu'il eſt ſtatiouaire, c'eſt à dire qu'il eſt coy, & ce qui eſt de plus eſtrange, eſt qu'il recule auſſi : Or remarquant touſiours d'avantage les circonſtances, on trouve le milieu de ſon reculement (qu'on appelle retrogradation) à chacune fois advenir environ l'oppoſition du Soleil, & que tant plus il approche du Soleil, tant plus il va viſte. Par exemple, en l'an 1555 le 12 Avril, il court de plus viſte en plus viſte tous les jours, comme le premier jour de 1 ☉, l'autre de 2 ☉, & ainſi de plus en plus; & ayant eſté au plus viſte, il commence derechef à s'allentir journellement, diminuant ſon cours, ainſi que finalement du 1 juſques au 3 Mars 1557 il eſt immobile au 213 deg. 52 ☉ : puis commence à reculer, le 4 Mars, juſques au 18 May, qui ſont 73 jours, dont la moitié eſt 37 jours, ainſi que le milieu eſchoit le 10 Avril : Tellement que comme il a eſté dit, le milieu de la retrogradation advient touſjours lors que Mars eſt environ oppoſite au Soleil: Mais tant plus il vient pres du Soleil, tant plus ſe haſte-il, car le mouvement plus viſte adviẽt à chacune fois environ la conjonction : comme au mouvement le plus viſte ſuſdit, il eſtoit en conjonction (poſant qu'on l'euſt ſçeu appercevoir) le 21 Avril ; la retrogradation mentionnée donne à cognoiſtre que Mars ne tourne ſimplement en un deferant, comme le Soleil, mais en un epicycle, pour les raiſons ſemblables declarées au mouvement de Saturne, propoſition 15.

Concluſion. Nous avons donc declaré comment par les Ephemerides obſervées, on remarque le temps periodique de Mars en gros : avec la qualité de ſa retrogradation, & ſtation : auſſi qu'il tourne en un epicycle, ſelon le requis.

Proposition XXX.

Declarer comment on remarque és Ephemerides obſervées, que l'eccentrique de Mars eſt eccentrique.

Si le deferant de Mars eſtoit coucentrique, il s'enſuivroit qu'en temps egaux, l'un devant l'environ de l'oppoſitiou du Soleil, l'autre apres, qu'il feroit les arcs apparants egaux, pour ſemblables raiſons deduites plus amplement au mouvement de Saturne en la 16 propoſition, ce qui contreditoit manifeſtement à l'experience du monvement de Mars : car par exemple ſoit une oppoſition, comme celle qui advient l'an 1574 le 4 May, eſtant Mars au 233 deg. 18 ☉, & quelque remps auparavaut, je prens 6 mois, aſſavoir le 4 Novembre 1573, il eſtoit au 177 deg. 50 ☉, l'arc intercepté eſt 55 deg. 28 ☉ : mais 6 mois apres, comprenant comme la premiere 181 jours, qui eſchoit ſur le 1 Novembre 1574, il eſtoit au 297 deg 40 ☉, ſur quoy l'arc depuis les 233 deg. 18 ☉ fait 64 deg. 22 ☉, qui differe de 8 deg. 54 ☉ de l'arc premier 55 deg. 28 ☉.

Concluſion. Nous avons donc declaré comment on remarque és Ephemerides obſervées. que l'eccentrique de Mars eſt eccentrique, ſelon le requis.

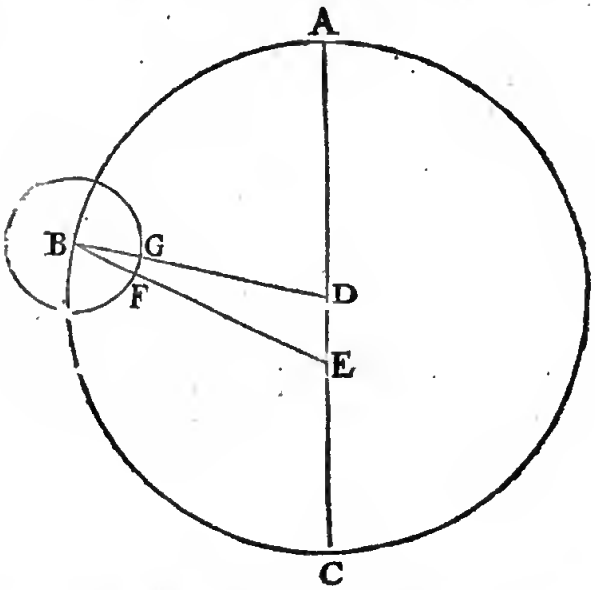
Proposition XXXI.

Trouver par les Ephemerides obſervées, la longitude apparante de l'apogée & perigée du deferant de Mars.

Par la 25 ptopoſition ayant remarqué que le deferant eſt eccentrique, il reſte de recercher plus avant la longitude apparante de l'apogée : A ceſte fin je dis qu'il appert par ce qui a eſté demonſtré en choſe ſemblable de Saturne en la 16 propoſition, que trouvant és Ephemerides obſervées une oppoſition de Mars, & du Soleil moyen, telle qu'en chaque deux temps egaux l'un devant l'autre apres, il face deux arcs egaux, qu'alors le centre de l'epicycle en telle oppoſition doit eſtre en l'apogée ou perigée du deferant, qui fait que la longitude de l'un ou de l'autre eſt cognuë. Et pour trouver tels deux arcs, je preus d'abord ce qui advient, comme l'oppoſitiou de l'an 1565 au 5 Decembre ſous le 83 deg. 55 ☉, recerchant par là en deux temps egaux l'un devant, l'autre apres, chacun de 6 mois qui compreunent 183 jours (je prens 6 mois, qui eſt environ le quart de ſon periode de 2 ans, pour les raiſons declarées en la note de la 4 propoſition) & trouve le premier arc plus grand que le deuxieſme de 11 deg. 14 ☉, qui eſt une grande difference, tellement que l'apogée apparant ou le perigée eſt loing du ſuſdit 83 deg. 55 ♑, auſſi de ſon poinct oppoſite 263 deg 55 ☉, toutesfois l'un des deux n'en peut eſtre eſloigné plus de 90 degrez : Parquoy faiſant meſme recerche en d'autres lieux, je viens finalement en l'oppoſition faite en l'an 1561 le 4 Aouſt, an 321 deg. 42 ☉, avec lequel je cetche deux temps egaux, l'un devant, l'autre apres, chacun d'environ 6 mois, qui compreuneut 181 jours, trouve aſſez pres de l'egalité, differant ſeulement en a deg. 21 ☉, & ne ſe trouve és Ephemerides de difference moindre. Cela ainſi achevé on pourroit voir apres l'oppoſition de Mars, & du Soleil moyen, mais meſme l'ayant trouvé, les Ephemerides ne ſont pas aſſez grandes pour y trouver beaucoup d'oppoſitions plus parfaites, tellement que nous nous contenterons avec ce 321 deg. 42 ☉.

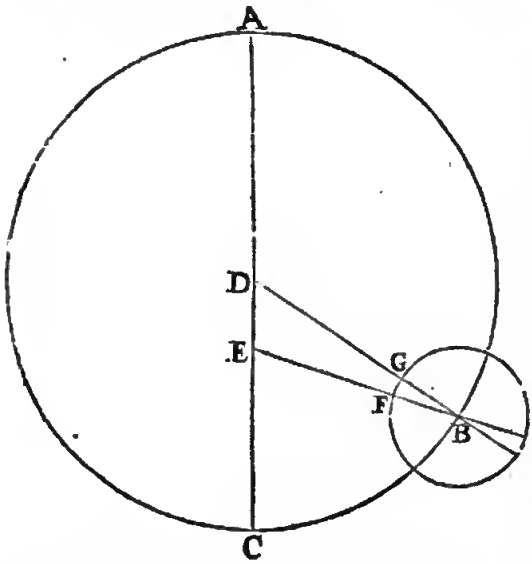
Ou peut auſſi faire des eſpreuves en d'autres deux temps egaux, que de 6 mois: Comme par exemple, en 7 ans devant le 4 Aouſt 1561, je trouve ſeulement difference de 2 deg. 56 ☉, quaſi comme devant, tellement que je retiens le 321 deg. 42 ☉ pour le requis.

Juſques icy a eſté dit comment l'apogée ou perigée eſt au 321 deg. 42 ☉, il reſte maintenant de recognoiſtre lequel c'eſt des deux : pour à quoy parvenir, ſoit pour plus ample declaration A B C deferant de Mars, D ſon centre, & E la terre, le perigée C, & ſur B comme ceutre ſoit deſcrit un epicycle F G, ſon perigée F, & perigée moyeu G : ce qu'eſtant ainſi, il appert que A eſtant l'apogée, alors le moyen mouvemeut A D B, du premier ſemicercle A B C, doit eſtre de tout coſté plus grand que le mouvement apparant A E B ; & par la converſe eſt manifeſte, que quand ce mouvement de centre d'epicycle, ou bien ce moyen mouvement de Mars, en un temps propoſé, eſt trouvé au premier ſemicercle plus grand que l'apparant, il faut que le poinct où on commence à compter ſoit l'apogée, & le contraire advenant, le perigée. Ce qu'eſtant ainſi, je cerche és Ephemerides une oppoſitiou, qui ſoit aſſez eſloignée de A & C, c'eſt à dire de 321 deg. 42 ☉, ou de ſon poinct oppoſite ; & vient d'abord, je prens, l'oppoſition qui ſe fit en l'an 1563 le 16 Octobre, eſtant Mars au 33 deg. 7 ☉, juſqu'auquel ſon mouvement apparant eſt 71 deg. 25 ☉ (à compter depuis le 321 degr. 42 ☉) mais ſon



mouvement moyen en meſme temps ; aſſavoir du 4 Aouſt 1561 juſques à ce 16 Octobre 1563, qui ſont 2 ans Egyptiens & 73 jours, fait par la 32 propoſition ſuivante 60 deg. 49 ☉, lequel eſtant moindre au mouvement apparant 71 deg. 25 ☉, alors pour les raiſons ſuſdites, 321 deg. 42 ☉ ſera le perigée.

Mais d'autant que cecy ſembleroit eſtre obſcur, à cauſe que la figure n'eſt pas propre, parquoy j'en deſcris une autre, comme cy-deſſous, ſelon que la figure le requiert : ſoit donc A B C D E F G de meſme ſignification que devant, hotſmis que le centre d'epicycle B vient à l'autre ſemicercle maintenant, ainſi que l'arc depuis le perigée C, juſques au poinct B, veu de la



terre E, c'eſt l'angle C E B faiſant 71 deg. 25 ☉, & l'angle G D B 60 degr. 49 ☉, lequel eſtant moindre à C E B 71 deg. 25 ☉, on juge par là, que C (lequel eſt au 321 deg. 42 ☉) eſt le perigée, & A (au 141 deg. 42 ☉) l'apogée.

Quant à ce qu'on pourroit objecter, que la ligne droite, au temps de la conjonction, laquelle paſſe de E la terre, par Mars F, ne paſſe pas de neceſſité par le centre de l'epicycle B, pour des cauſes manifeſtes, & partant qu'on pourroit douter ſi la concluſion ſuſdite eſt certaine, ou non ; ſur quoy on reſpond, que ſi les trois angles du triangle B D E font enſemble 180 degrez, qu'alors Mars ſera au poinct F, qui eſt le perigée de l'epicycle. Pour quoy eſprouver je dis ainſi,

L'angle C D B, ou E D B, eſt comme deſſus 60 deg. 49 ☉.
Et l'angle C E B 71 deg. 25 ☉ ſon adjoinct pour l'angle D E B 108 deg. 35 ☉.
Mais l'angle E B D eſt 10 deg. 39 ☉ ; car és 2 ans Egyptiens & 73 jours ſuſdits, Mars a autant couru en ſon epicycle par la ſuivante 33 propoſition 10 deg. 39 ☉.
Leſquels trois, aſſavoir E D B 60 deg. 49 ☉, premier en l'ordre, & D E B, 108 deg. 35 ☉ ſecond, & puis E B D, tiers en l'ordre, 10 deg. 39 ☉, font enſemble 180 deg. 3 ☉.
Qui eſt ſeulement au deſſus du demicercle 3 ☉.

Ce qui eſtant aſſez pres, on peut dire que Mars a eſté au perigée de ſon epicycle : Que ſi la difference euſt eſté trop grande, on euſt peu faire comme a eſté fait de Saturne & Jupiter és propoſitions 17 & 24. tellement que nous tiendrons les ſuſdits 141 deg. 42 ☉ pour le lieu requis où ſe trouve l'apogée de Mars, convenant aſſez pres (meſme en ceſt exemple, qui n'eſt mis que pour apprendre, & avec des Ephemerides ſi brieves) avec les 147 degrez de *Rheinolde és tables Pruteniques.*

Quant à ce que la perfection requiert qu'on face les choſes ſuſdites par des oppoſitions au Soleil moyen, il ſemble que cela ſoit inutile en ces rudimens, joinct que nous aurions beſoing d'Ephemerides plus longues, que celles-cy.

Concluſion. Nous avons donc trouvé la longitude apparante de l'apogée du deferant de Mars, ſelon le requis.

Proposition XXXII.

Trouver le moyen mouvement de Mars au temps donné, par les Ephemerides obſervées ; & en faire une table.

La ma-

La maniere de trouver le cours du centre de l'epicycle par les Ephemerides, eſt telle : On voit que Mars environ en 2 ans fait un periode apparant, parquoy on cerche en quel an & jour environ 2 ans (ou environ pluſieurs fois 2 ans) devant & apres le ſuſdit 4 Aouſt 1561 ; car environ le 4 Aouſt, Mars eſt au 321 deg. 42 ☊ (eſtant le perigée de ſon deferant par la 26 propoſition) aſſavoir donc en quel an & jour Mars eſt en oppoſition avec le Soleil, car alors le periode ou les periodes ſont parfaicts aſſez pres, & ce afin d'eviter les erreurs que pourroyent cauſer les eccentricitez tant de Mars, que du Soleil : D'avantage le temps eſt cognu depuis une oppoſition juſqu'à l'autre, par lequel on trouve auſſi le cours ſur un jour, & ainſi ſe peuvent faire des tables, leſquelles par la longueur du temps ſe rameliorent, comme a eſté dit au mouvement du Soleil ; notez auſſi qu'avec autant de certitude on ſe peut ſervir des oppoſitions qui adviennent lors que Mars eſt au poinct oppoſite des 321 deg. 42 ☊.

Mais pour en donner exemple, je reviſite les Ephemerides an pour an, là où Mars ſe peut trouver au 321 deg. 42 ☊, ou tres pres de là, ſur un 4 d'Aouſt, ou tout joignant un tel jour, autre que le 4 Aouſt 1561 ſuſdit : Toutefois nne telle choſe ne ſe peut trouver en tout le livre des Ephemerides : Parquoy je cerche une oppoſition eſtant Mars au poinct oppoſite de 321 deg. 42 ☊, comme eſt 141 deg. 42 ☊, ce qui advient lors que le Soleil eſt au 321 deg. 42 ☊, ce qui arrive annuellement environ le 1 Fevrier, je cerche donc d'an en an au 1 Fevrier où c'eſt que Mars eſt au plus pres du ſuſdit 141 deg. 42 ☊, & trouve que c'eſt au 1 Fevrier 1585, eſtant Mars au 143 deg. 25 ☊, differant du 141 deg. 42 ☊ ſeulement 1 deg. 43 ☊ des periodes parfaits, & puis que ſur tel petit arc les eccentricitez des deferans de Mars & du Soleil ne peuvent cauſer grand erreur, voire en un exemple comme icy : je voy que Mars du 4 Aouſt 1561 juſques an 1 Fevrier 1585, qui ſont 8582 jours, a couru 12 periodes, qui ſont 4320 degrez & encor quaſi un demy periode, aſſavoir 181 degr. 43 ☊ (aſſavoir du 321 degr. 42 ☊ juſques au 143 degr. 25 ☊) qui ſont enſemble 4501 degr. 43 ☊ : Parquoy je dis 8582 jours donnent 4501 degr. 43 ☊, combien 1 jour ? vient 31 ☊ 28 ☋, peu differant de la poſition de *Ptolemée* 31 ☊ 27 ☋.

Ayant maintenant le cours ſur un jour, il appert comment on pourra faire des tables, comme on a fait du Soleil en la troiſieſme propoſition, pour avec facilité trouver le cours du centre d'epicycle de Mars, ou autrement dit le moyen mouvement de Mars en tout temps donné, comme il en eſt de beſoing en la pratique. Mais d'autant que nous prenons les tables de *Ptolomée* par exemple, comme il a eſté declaré aux cours du Soleil & de la Lune, nous les mettrons icy comme s'enſuit.

TABLE DU MOYEN

heur.	deg.	☊	☋	☌	☍	☽	☿
1	0	1	18	36	32	14	39
2	0	2	37	13	4	29	18
3	0	3	55	49	36	43	56
4	0	5	14	26	8	58	35
5	0	6	33	2	41	13	14
6	0	7	51	39	13	27	53
7	0	9	10	15	45	42	32
8	0	10	28	52	17	57	11
9	0	11	47	28	50	11	49
10	0	13	6	5	22	26	28
11	0	14	24	41	54	41	7
12	0	15	43	18	26	55	46
13	0	17	1	54	59	10	25
14	0	18	20	31	31	25	4
15	0	19	39	8	3	39	43
16	0	20	57	44	35	54	21
17	0	22	16	21	8	9	0
18	0	23	34	57	40	23	39
19	0	24	53	34	12	38	18
20	0	26	12	10	44	52	57
21	0	27	30	47	17	7	36
22	0	28	49	23	49	22	15
23	0	30	8	0	21	36	54
jours							
1	0	31	26	36	53	51	33
2	1	2	53	13	47	43	6
3	1	34	19	50	41	34	39
4	2	5	46	27	35	26	12
5	2	37	13	4	29	17	45
6	3	8	39	41	23	9	18
7	3	40	6	18	17	0	51
8	4	11	32	55	10	52	24
9	4	42	59	32	4	43	57
10	5	14	26	8	58	35	30
11	5	45	52	45	52	27	3
12	6	17	19	22	46	18	36
13	6	48	45	59	40	10	9
14	7	20	12	36	34	1	42
15	7	51	39	13	27	53	15
16	8	23	5	50	21	44	48
17	8	54	32	27	15	36	21
18	9	25	59	4	9	27	54
19	9	57	25	41	3	19	27
20	10	28	52	17	57	11	0
21	11	0	18	54	51	2	33
22	11	31	45	31	44	54	6
23	12	3	12	8	38	45	39
24	12	34	38	45	31	37	12
25	13	6	5	22	26	28	45
26	13	37	32	59	20	20	18
27	14	8	58	36	14	11	51
28	14	40	15	13	8	3	24
29	15	11	51	50	1	54	57
30	15	43	18	26	55	46	30
60	31	26	36	53	51	33	0
90	47	9	55	20	47	19	30
120	62	53	13	47	43	6	0
150	78	36	32	14	38	52	30
180	94	19	50	41	34	39	0
210	110	3	9	8	30	25	30
240	125	46	27	35	28	12	0
270	141	29	46	2	21	58	30
300	157	13	4	29	17	45	0
330	172	56	22	56	13	31	30
360	188	39	41	23	9	18	0

MOUVEMENT DE MARS.

ans.	deg	☊	☌	☽	☍	☋	♑
1	191	16	34	27	38	35	45
2	22	33	48	55	17	11	30
3	213	50	43	22	55	47	15
4	43	7	37	50	34	23	0
5	136	24	31	18	12	58	45
6	67	41	26	45	51	34	30
7	258	58	21	13	30	10	15
8	90	15	15	41	8	46	0
9	281	32	10	8	47	21	45
10	112	49	4	36	25	57	30
11	304	5	59	4	4	33	15
12	135	22	53	31	43	9	0
13	326	39	47	59	21	44	45
14	157	56	42	27	0	20	30
15	349	13	36	54	38	56	15
16	180	30	31	22	17	32	0
17	11	47	25	49	56	7	45
18	202	4	20	17	34	43	30
36	46	8	40	35	9	27	0
54	241	13	0	52	44	10	30
72	92	17	21	10	18	54	0
90	293	21	41	27	53	37	30
108	138	26	1	45	28	21	0
126	341	30	21	3	3	4	30
144	184	34	41	20	37	48	0
162	27	39	2	38	12	31	30
180	230	43	22	55	47	15	0
198	73	47	43	13	21	58	30
216	276	52	3	30	56	42	0
234	119	56	23	48	31	25	30
252	323	0	44	6	6	9	0
270	166	5	4	23	40	51	30
288	9	9	24	41	15	36	0
306	212	13	44	58	50	9	30
324	55	18	5	16	25	3	0
342	258	22	25	33	59	46	30
360	101	26	45	51	34	30	0
378	304	31	6	9	9	13	30
396	147	35	26	26	43	57	0
414	330	39	46	44	18	40	30
432	193	44	7	1	53	24	0
450	36	48	27	19	28	7	30
468	239	52	47	37	2	51	0
486	82	57	7	54	37	34	30
504	286	2	28	12	12	18	0
522	129	5	48	29	47	1	30
540	332	10	8	47	21	45	0
558	175	14	29	4	56	28	30
576	18	18	49	22	32	12	0
594	221	23	9	40	5	55	30
612	64	27	29	57	40	39	0
630	267	31	50	15	15	22	30
648	110	36	10	32	50	6	0
666	313	40	30	50	24	49	30
684	156	44	51	7	59	33	0
702	359	49	11	25	34	16	30
720	202	53	31	43	9	0	0
738	45	57	52	0	43	43	30
756	249	2	12	18	18	27	0
774	92	6	32	35	53	10	30
792	295	10	52	53	27	54	0
810	138	15	13	11	2	37	30

Concluſion. Nous avons donc trouvé le moyen mouvement de Mars au temps donné, par les Ephemerides obſervées: & en avons fait une table, ſelon le requis.

PROPOSITION XXXIII.

TRouver le mouvement de Mars en ſon epicycle au temps donné, & en faire une table.

Le donné. Soit qu'on requerre de cognoiſtre le cours de Mars en ſon epicycle en un jour.

I. OPERATION.

Ceſte premiere operation eſt poſée devant la deuxieſme ſuivante, pour cauſes manifeſtes en la note de la 18 propoſition.

Je cerche és Ephemerides deux oppoſitions de Mars au Soleil fort diſtantes l'une de l'autre, & quaſi ſous un meſme lieu au zodiaque; car alors il faut que tant ſes periodes en l'epicycle, que ceux du Soleil, ſoient parfaicts, afin de n'encourir aucun erreur par les eccentricitez, & n'avoir beſoing de faire ſon compte avec le Soleil moyen: La premiere de telles oppoſitions, ſont (je prens) celle qui eſchoit le 12 Janvier 1568, l'autre le 15 Janvier 1600, entre leſquelles y a environ 32 ans, qui font 11691 jours, eſquels Mars a autant fait de periodes qu'il y a eu d'oppoſitions, qui ſont 13 en nombre, chacune de 360 degrez, qui font 5400 degrez: Parquoy je dis 11691 jours me donnent 5400 degrez, combien 1 jour? vient pour le requis 27 ☉ 42. 49. peu differant de ce que trouvent *Copernic* & *Ptolemée*, en la ſuivante.

II. OPERATION.

Du moyen mouvement du Soleil, ſur un jour faiſant par la troiſieſme propoſition 0 deg. 59. 8. 17. 13. 12. 31.
Souſtrait le moyen mouvement de Mars ſur un jour, faiſant auſſi par la 32 propoſition, 0 deg. 31. 26. 36. 53. 51. 33.
Reſte pour le cours requis de Mars en ſon epicycle ſur un jour 0 deg. 27. 41. 40. 19. 20. 58.

Dont la demonſtration ſe tirera, par operation faite ſemblablement en Saturne à la 19 propoſition.

COROLLAIRE.

Le cours d'un jour eſtant comme deſſus, il appert comment par iceluy on pourra faire des tables, comme ont eſté faites celles du Soleil en la 3 propoſition, ainſi que cy-deſſous, afin que comme il arrive ſouvent à la pratique, on puiſſe trouver le cours de Mars en tout temps donné.

TABLE

TABLE DU COURS DE MARS EN SON EPICYCLE.

heur.	deg.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	0	1	9	14	10	48	22
2	0	2	18	28	21	38	44
3	0	3	27	42	32	25	7
4	0	4	36	56	43	13	29
5	0	5	46	10	54	1	52
6	0	6	55	25	4	50	14
7	0	8	4	39	15	38	36
8	0	9	13	53	26	26	59
9	0	10	23	7	37	15	21
10	0	11	32	21	48	3	44
11	0	12	41	35	58	52	6
12	0	13	50	50	9	40	29
13	0	15	0	4	20	28	51
14	0	16	9	18	31	17	13
15	0	17	18	32	42	5	36
16	0	18	27	46	52	53	58
17	0	19	37	1	3	42	22
18	0	20	46	15	14	30	43
19	0	21	55	29	25	19	5
20	0	23	4	43	36	7	28
21	0	24	13	57	46	55	50
22	0	25	23	11	57	44	13
23	0	26	32	26	8	32	35
jours							
1	0	27	41	40	19	20	58
2	0	55	23	20	38	41	56
3	1	23	5	0	58	2	54
4	1	50	46	41	27	23	52
5	2	18	28	21	36	44	50
6	2	46	10	1	56	5	48
7	3	13	51	42	15	26	46
8	3	41	33	22	34	47	44
9	4	9	15	2	54	8	42
10	4	36	56	43	13	29	40
11	5	4	38	23	32	50	38
12	5	32	20	3	52	11	36
13	6	0	1	44	11	32	34
14	6	27	43	24	30	53	32
15	6	55	25	4	50	14	30
16	7	23	6	45	9	35	28
27	7	50	48	25	28	56	26
18	8	18	30	5	48	17	24
19	8	46	11	46	7	38	22
20	9	13	53	26	26	59	20
21	9	41	35	6	46	20	18
22	20	9	16	47	5	41	26
23	10	46	58	27	25	2	14
24	11	4	40	7	44	23	12
25	11	32	21	48	3	44	10
26	12	0	3	28	23	5	8
27	12	27	45	8	42	26	6
28	12	55	26	49	1	47	4
29	13	23	8	29	21	8	2
30	23	50	50	9	40	29	0
60	27	41	40	19	20	58	0
90	41	32	30	29	1	27	0
120	55	23	20	38	41	56	0
150	69	14	10	48	22	25	0
280	83	5	0	58	2	54	0
210	96	55	51	7	43	23	0
240	110	46	41	27	23	52	0
270	224	37	31	27	4	21	0
300	138	28	21	36	44	50	0
330	152	19	11	46	25	19	0
360	166	10	1	56	5	48	0

ans.	deg.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	168	28	30	27	42	32	50
2	336	57	0	55	25	5	40
3	145	25	30	53	7	38	30
4	313	54	1	10	50	11	20
5	122	22	31	28	32	44	10
6	290	51	1	46	15	17	0
7	99	19	32	3	57	49	50
8	267	48	2	21	40	22	40
9	76	16	32	39	22	55	30
10	244	45	2	57	5	28	20
11	53	13	33	14	48	1	10
12	221	42	3	32	30	34	0
13	30	10	33	50	13	6	50
14	198	39	4	7	55	39	40
15	7	7	34	25	38	12	30
16	175	36	4	43	20	45	20
17	344	4	35	1	3	18	10
18	152	33	5	18	45	51	0
36	305	6	10	37	31	42	0
54	97	39	15	56	17	33	0
72	250	12	21	15	3	24	0
90	42	45	26	33	49	15	0
108	195	18	31	52	35	6	0
126	347	51	37	11	20	57	0
144	140	24	42	30	6	48	0
162	292	57	47	48	52	39	0
180	85	30	53	7	38	30	0
198	238	3	58	26	24	21	0
216	30	37	3	45	10	12	0
234	183	10	9	3	56	3	0
252	335	43	14	21	41	54	0
270	128	16	29	41	27	45	0
288	280	49	25	0	13	36	0
306	73	22	30	18	59	27	0
324	225	55	35	37	45	18	0
342	18	28	40	56	31	9	0
360	171	1	46	15	17	0	0
378	323	34	51	34	2	51	0
396	116	7	56	52	48	42	0
414	268	41	2	11	34	33	0
432	61	14	7	30	20	24	0
450	213	47	12	49	6	15	0
468	6	20	18	7	52	6	0
486	158	53	23	26	37	57	0
504	311	26	28	45	23	48	0
522	103	59	34	4	9	39	0
540	356	32	39	22	55	30	0
558	49	5	44	41	41	21	0
576	201	38	50	0	27	12	0
594	354	11	55	19	13	3	0
612	146	45	0	37	58	54	0
630	299	18	5	56	44	45	0
648	91	51	11	15	30	36	0
666	244	24	16	34	16	27	0
684	36	57	21	53	2	18	0
702	189	30	27	11	48	9	0
720	342	3	32	30	34	0	0
738	134	36	37	49	19	51	0
756	287	9	43	8	5	42	0
774	79	42	48	26	51	33	0
792	232	15	53	45	37	24	0
810	24	48	59	4	23	25	0

Concluſion. Nous avons donc trouvé le cours de Mars en ſon epicycle ſur un temps donné, par les Ephemerides obſervees, ſelon le requis.

Proposition XXXIV.

Trouver le mouvement de l'apogée du deferant de Mars par les Ephemerides obſervées.

Veu que les Ephemerides de *Stadius* (leſquelles nous poſons eſtre obſervées, comme a eſté dit en la 1 propoſition) ſont trop courtes pour trouver comme il faut le requis, je prendray en ayde les obſervations de *Ptolemée*, lequel au 7 chapitre de ſon 10 livre a trouvé l'apogée du deferant de Mars au 115 deg. 30 ♉: Mais il eſt trouvé icy en la 31 propoſition au 141 deg. 42 ♉, qui avance ſur l'autre poinct de 26 deg. 12 ♉, & ce en 1450 ans environ: Par lequel on pourra avoir le cours de l'apogée en temps propoſé: Comme ſi l'on propoſoit tel temps eſtre 1 an, je dirois 1450 ans donnent 26 deg. 12 ♉, combien 1 an? vient 1 ♉ 5 ♋.

Concluſion. Nous avons donc trouvé le cours de l'apogée de Mars par les Ephemerides obſervées, ſelon le requis.

Proposition XXXV.

Trouver le cours du centre de l'epicycle de Mars par les Ephemerides obſervées.

Le cours de l'apogée du deferant de Mars eſt trouvé eſtre en un an par la 34 propoſition 1 ♉, 5 ♋.

Lequel oſté du moyen mouvement de Mars, auſſi ſur un an Egyptien, faiſant par la 32 propoſition 191 deg. 17 ♉.

Reſte pour le requis, qui eſt le cours du centre de l'epicycle d'iceluy en un an Egyptien, 191 deg. 16 ♉.

Et eſt manifeſte qu'ainſi ſe trouvera le cours en tout temps propoſé.

Concluſion. Nous avons donc trouvé le cours du centre de l'epicycle de Mars par les Ephemerides obſervées, ſelon le deſſein.

SIXIESME DISTINCTION DV PREMIER LIVRE,

De l'invention du cours de Venus par les Ephemerides obſervées.

Definition.

Venus, & Mercure ſont dits matutins, lors qu'ils ſont levez devant le Soleil: & veſpertins, lors qu'ils ſe vont coucher apres le Soleil.

Car Venus & Mercure demeurent touſiours à l'entour du Soleil: tellement qu'on ne les voit qu'aucuneſfois au matin, & aucunesfois au ſoir, comme il ſera dit en la ſuivante 36 propoſition, d'où vient que les noms de matutins & veſpertins leur ont eſté impoſez: Et pour plus ample declaration, eſt à ſçavoir qu'eſtant plus avancez au zodiaque que le Soleil, ils ſont veſpertins, & au contraire matutins pour raiſons manifeſtes.

Proposition XXXVI.

Declarer comment on remarque en gros le temps periodique de Venus avec ſes retrogradations, & ſtations: auſſi qu'elle circuit un epicycle.

Le deſſein eſtant de rechercher la qualité du cours de Venus par les Ephemerides obſervées (au lieu deſquelles nous prenons les Ephemerides calculées de *Stadius* pour les raiſons deduites en la 1 propoſition) j'ay eſgard à la 6 colomne, qui eſt celle de Venus, & remarque que jamais elle ne vient en oppoſition du Soleil, comme les 4 precedentes planetes font, mais demeure touſiours és environs du Soleil, tantoſt devant, tantoſt derriere. Comme par exemple, en l'an 1554 le 21 Decembre, je trouve ſa majeure elongation veſpertine de 47 degt. 29 ♑, apres quoy elle commence à approcher le Soleil de plus en plus, juſques à ce qu'on la perde de veuë: Puis ayant eſté en conjonction, ſa longitude apparante devient moindre que celle du Soleil, tellement qu'elle commence à luire le matin, s'eſloignant du Soleil juſqu'au 19 May 1555, & eſtant venuë en ſon eſloignement extreme, aſſavoir 45 deg. 46 ♑, de là en avant s'approche du Soleil. Or de la ſuſdite elongation extreme veſpertine, juſques à la matutine y a 5 mois, & ceſte matutine à la premiere ſuivante eſlongation veſpertine, qui advient au 28 Juillet 1556, y a un an & un peu plus que 2 mois: & ainſi ſe trouvent les meſmes intervalles de temps en temps, puis apres.

Venus donc eſtant touſiours és environs du Soleil, tantoſt devant, tantoſt derriere, auſſi retrogradant, & eſtant quant & quant ſtationaire, ſemble à bon droit qu'elle circuiſe un epicycle, dont le centre eſt environ le Soleil, d'où l'on peut conclurre que le cours du centre de l'epicycle, eſt le meſme que celuy du Soleil: qui eſt journellement 59 ♑. 8. 17. 13. 12. 31, comme en la troiſieſme propoſition, & partant la table du cours du Soleil ſervira auſſi pour Venus, toutesfois elle eſt encor eſcrite particulierement joignant la deſcription d'icelle par aucuns, afin que tout ſoit par ordre, comme nous ferons auſſi icy.

TABLE DU MOYEN MOUVEMENT DE VENUS.

heur.	deg.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	0	2	27	50	43	3	1
2	0	4	55	41	26	6	2
3	0	7	23	32	9	9	3
4	0	9	51	22	51	12	5
5	0	12	19	13	35	15	6
6	0	14	47	4	18	18	7
7	0	17	14	55	1	21	9
8	0	19	42	45	44	24	10
9	0	22	10	36	27	27	12
10	0	24	38	27	10	30	12
11	0	27	6	17	53	33	14
12	0	29	34	8	36	36	15
13	0	32	1	59	19	39	16
14	0	34	29	50	2	42	18
15	0	36	57	40	45	45	19
16	0	39	25	31	28	48	20
17	0	41	53	22	11	51	21
18	0	44	21	13	54	54	23
19	0	46	49	3	37	57	24
20	0	49	16	54	21	0	25
21	0	51	44	45	4	3	27
22	0	54	12	35	47	6	28
23	0	56	40	26	30	9	29
jours							
1	0	59	8	17	13	12	31
2	1	58	16	34	26	25	2
3	2	57	24	51	39	37	33
4	3	56	33	8	52	50	4
5	4	55	41	26	6	2	35
6	5	54	49	43	19	15	6
7	6	53	58	0	32	27	37
8	7	53	6	17	45	40	8
9	8	52	14	34	58	52	39
10	9	51	22	52	12	5	10
11	10	50	31	9	25	17	41
12	11	49	39	26	38	30	12
13	12	48	47	43	51	42	43
14	13	47	56	1	4	55	14
15	14	47	4	18	18	7	45
16	15	46	12	35	31	20	16
17	16	45	20	52	44	32	47
18	17	44	29	9	57	45	18
19	18	43	37	27	10	57	49
20	19	42	45	44	24	10	20
21	20	41	54	1	37	22	51
22	21	41	2	18	50	35	22
23	22	40	10	36	3	47	53
24	23	39	18	53	17	0	24
25	24	38	27	10	30	12	55
26	25	37	35	27	43	25	26
27	26	36	43	44	56	37	57
28	27	35	52	2	9	50	28
29	28	35	0	19	23	2	59
30	29	34	8	36	36	15	30
60	58	8	17	13	12	31	0
90	88	42	25	49	48	46	30
120	118	16	34	26	25	2	0
150	147	50	43	3	2	17	30
180	177	24	51	39	37	33	0
210	206	59	0	16	13	48	30
240	236	33	8	52	50	4	0
270	266	7	17	29	26	19	30
300	295	41	26	6	2	35	0
330	325	15	34	42	38	50	30
360	354	49	43	19	15	6	0

ans.	deg.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	359	45	24	45	21	8	25
2	359	30	49	30	42	17	10
3	359	16	14	16	3	25	45
4	359	1	39	1	24	34	0
5	358	47	3	46	45	42	35
6	358	32	28	32	6	51	30
7	358	17	53	17	28	0	5
8	358	3	18	2	49	8	40
9	357	48	42	48	10	17	15
10	357	34	7	33	31	25	50
11	357	19	32	18	52	34	25
12	357	4	57	4	13	43	0
13	356	50	21	49	34	51	35
14	356	35	46	34	56	0	10
15	356	21	11	20	17	8	45
16	356	6	36	5	38	17	20
17	355	52	0	50	59	25	55
18	355	37	25	36	20	34	30
36	351	24	51	11	41	9	0
54	346	52	16	49	1	43	30
72	342	29	42	25	22	18	0
90	338	7	8	1	41	52	30
108	333	44	33	38	3	27	0
126	329	21	59	14	24	1	30
144	324	59	24	50	44	36	0
162	320	36	50	27	5	10	30
180	316	14	16	3	25	45	0
198	311	51	41	39	46	19	30
216	307	29	7	16	6	54	0
234	303	6	32	52	27	28	30
252	298	43	58	28	48	3	0
270	294	21	24	5	8	37	30
288	189	58	49	41	29	12	0
306	285	36	15	17	49	46	30
324	281	13	40	45	10	21	0
342	276	51	6	30	30	55	30
360	272	28	32	6	51	30	0
378	268	5	57	43	12	4	30
396	263	43	23	19	32	39	0
414	259	20	48	55	53	13	30
432	254	58	14	32	13	48	0
450	250	35	40	8	34	22	30
468	246	13	5	44	54	57	0
486	241	50	31	21	15	31	30
504	237	27	56	57	36	6	0
522	233	5	22	33	56	40	30
540	228	42	48	10	17	15	0
558	224	20	13	46	37	49	30
576	219	57	39	22	58	24	0
594	215	35	4	59	18	58	30
612	211	12	30	35	39	33	0
630	206	49	56	12	0	7	30
648	202	27	21	48	20	42	0
666	198	4	47	24	41	16	30
684	193	42	13	1	1	51	0
702	189	19	38	37	22	25	30
720	184	57	4	13	42	50	0
738	180	34	29	50	3	34	30
756	176	11	55	26	24	9	0
774	171	49	21	2	44	43	30
792	167	26	46	59	5	18	0
810	163	4	12	15	25	52	30

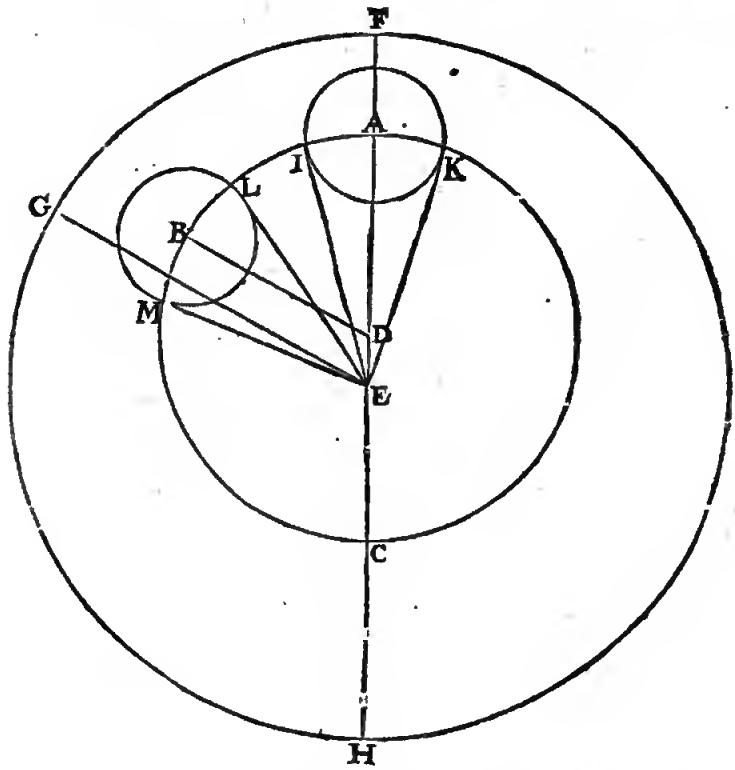
Notez auſſi que Venus fait deux conjonctions avec le Soleil à chacun circuit, (differant en cela d'avec les autres planetes) l'une au milieu de ſon cours plus viſte, l'autre environ le milieu de ſa retrogradation, & ainſi conſequemment : Comme par exemple, en la conjonction (poſant qu'on l'euſt peu voir alors) du 18 May 1554 elle faiſoit ce jour-là 1 deg. 14 ☉ ; mais en la ſuivante conjonction du 7 Mars 1555, elle eſtoit environ le milieu de ſa retrogradation, qui dura depuis le 14 Fevrier juſques au 29 Mars, dont le milieu advient au ſuſdit 7 Mars.

Concluſion. Nous avons donc declaré comment on peut remarquer en gros le temps periodique de Venus, & qu'elle eſt ſtationaire & retrograde : auſſi qu'elle circuit un epicycle, ſelon le requis.

Proposition XXXVII.

Declarer la qualité de l'extreme elongation de Venus, du Soleil moyen.

Ven que Venus n'eſt jamais en oppoſition avec le Soleil, par la 36 propoſition, on ne pourra pas ſe ſervir d'oppoſitions d'icelle, comme on a fait avec les autres planetes precedentes. Secondement, combien que ſes conjonctions ſoyent en ces Ephemerides, neantmoins il faut confeſſer que les Ephemerides obſervées ne les peuvent avoir, d'autant qu'on ne voit pas Venus : tellement qu'en ces rudimens il faudra poſer que telles conjonctions ne ſont pas eſcrites és Ephemerides. Et pour ſubvenir à tel defaut, on s'aidera icy des elongations extremes de Venus au Soleil moyen, dont la qualité ayant beſoing de declaration, j'ay mis ceſte propoſition icy pour ce ſubject. Soit donc A B C deferant, D ſon centre, la terre E ſur laquelle, comme centre, eſt deſcrit l'ecliptique FGH, puis A apogée, & F apogée apparant, C perigée, H perigée apparant, & ſur A, comme centre, ſoit fait l'epicycle I K, & auſſi ſur B l'epicycle L M, & menée D B, à laquelle ſoit parallele E G, puis les 4 touchantes d'epicycles E I, E K, E L, E M és poincts I, K, L, M, comme les eſlongations extremes de Venus, du Soleil moyen. Ce qu'eſtant ainſi, & l'epicycle ayant premierement eſté en A, & le Soleil moyen en F ; on voit que l'extreme eſlongation veſpertine de Venus



en I, du Soleil moyen en F, aſſavoir l'angle F E I egal à l'angle F E K ; & ce d'autant que le centre d'epicycle A eſt à l'apogée du deferant : on voit que le meſme doit advenir au perigée C, aſſavoir angles egaux. Mais le centre d'epicycle eſtant en autre lieu qu'en A ou C, comme en B, alors la matutine eſlongation extreme G E L ſera majeure à la veſpertine G E M : D'avantage, comme la matutine eſt la majeure au premier demicercle A B C, ainſi les veſpertines ſeront majeures aux matutines au deuxieſme demicercle A C.

Concluſion. Nous avons donc declaré les qualitez des eſlongations extremes de Venus au Soleil moyen, ſelon le requis.

Proposition XXXVIII.

Trouver la diſtance de Venus au Soleil moyen, en ſes eſlongations extremes, par les Ephemerides obſervées.

Soit qu'on commence à cercher le requis au 1 Fevrier 1554, trouvant Venus ſous le 295 deg. 33 ♑, & le vray Soleil ſous le 312 degr. 2 ♒, dont la difference eſt de 26 deg. 29 ♑ pour l'eſlongation matutine de Venus audit jour, mais d'autant qu'elle n'eſt pas la plus grande, je cerche plus avant dans Mars ou Avril, où elle diminue journellement juſques en May, puis elle augmente juſques au 20 Decembre, où elle eſt eſloignée de 47 deg. 29 ♑, comme auſſi ſur le 21 & 22, deſquels trois jours

le 21

le 21 eſtant au milieu, je dis que le 21 Decemb. 1554 Venus eſtoit en ſon extreme eſlongation du vray Soleil, & veſpertine, d'autant que ſa longitude apparante eſtoit alors d'avantage que celle du Soleil.

Alb. Girard.

Pour rechercher és Ephemerides obſervées les eſlongations extremes de Venus, ou de Mercure, il ne faut que chercher où eſt-ce que leur mouvement apparant eſt egal à l'apparant du Soleil; ce qui advient aſſez pres des ſtations, aſſavoir apres le commencement de la direction, ou devant le commencement de la retrogradation. Tellement que les eſlongations extremes ne ſont pas és ſtations, aſſavoir aux commencemens des directions ou retrogradations; car au mouvement de Venus il y a environ 52 jours plus ou moins, qui eſt la ſeptieme partie d'un an.

Cela eſtant calculé avec le vray Soleil, il en faut faire maintenant de meſme avec le Soleil moyen, je dis donc à ceſte fin;

L'apogée du deferant du Soleil eſt, par la 4 propoſition, au 94 deg. 24 ☉

Là meſme eſtoit le Soleil en ceſte année 1554 le 17 Juin, dnquel juſqu'au 21 Decembre y a 187 jours, cependant le moyen Soleil a couru 185 deg. 18 ☉

Leſquels adjouſtez à 94 deg. 24 ☉ vient 279 deg. 42 ☉.

Pour cognoiſtre maintenant, quand c'eſt que Venus eſtoit la plus eſloignée du Soleil moyen, je fais une table, & à ceſte fin j'adjouſte le cours du moyen Soleil eu un jour, qui eſt de 59 ☉, 8 ☽, vient 280 deg. 41 ☉ pour le lieu du Soleil moyen, le 22 Decembre: & ainſi pourſuivant 5 on 6 jours en avant, ou autant qu'on trouvera eſtre neceſſaire: les diſpoſant par ordre, y joignant les lieux de Venus, comme s'enſuit,

Decembre	*Soleil moyen*	*Venus*
21.	279 deg. 42	326 deg. 37
22.	280 deg. 41	327 deg. 38
23.	281 deg. 40	328 deg. 38
24.	282 deg. 39	329 deg. 39
25.	283 deg. 39	330 deg. 39
26.	284 deg. 38	331 deg. 39
27.	285 deg. 37	332 deg. 39
28.	286 deg. 36	333 deg. 40
29.	287 deg. 35	334 deg. 40
30.	288 deg. 34	335 deg. 40
31.	289 deg. 33	336 deg. 40
Janvier		
1.	290 deg. 32	337 deg. 40
2.	291 deg. 31	338 deg. 36
3.	292 deg. 31	339 deg. 32

Ce que deſſus ſert comme d'une Ephemeride, & cerchant la plus grande eſlongation, je la trouve eſtre au 1 Janvier 1555, pour la requiſe, de 47 deg. 8 ☉, Venus veſpertine eſtant au 337 deg. 40 ☉.

Concluſion. Nous avons donc trouvé la diſtance de Venus au Soleil moyen en ſes eſlongations extremes par les Ephem. obſervées, ſelon le requis.

Corollaire.

Il eſt evident comment par le precedent ſe dreſſera une table des eſlongations extremes de Venus, tant matutines, que veſpetrines du moyen Soleil, autant qu'il s'en trouvera és Ephem. afin de s'en ſervir és operations qui ſe rencontrent, comme on voit en partie cy deſſous, & premierement du vray Soleil.

Ans	Extremes eſlongations matut. de Venus & du vray Soleil.
1555. 19 May.	45 deg. 46
1556. 18 Decemb.	45 deg. 59
1558. 23 Juillet.	46 deg. 18
1560. 26 Feb.	46 deg. 4
1561. 2 Octob.	46 deg. 38
1563. 15 May.	45 deg. 38
1564. 15 Decemb.	46 deg. 3
1566. 21 Juillet.	42 deg. 2
1568. 1 Mars.	45 deg. 43
1569. 30 Sept.	46 deg. 19
1571. 9 May.	45 deg. 46
1572. 13 Decemb.	46 deg. 7
1574. 21 Juillet.	46 deg. 8
1576. 27 Feb.	45 deg. 40
1577. 27 Feb.	46 deg. 15

Ans	Extremes eſlongations veſpertin. de Venus & du vray Soleil.
1554. 21 Decemb.	47 deg. 29
1556. 28 Juillet.	45 deg. 1
1558. 1 Mars.	45 deg. 59
1559. 4 Octob.	47 deg. 6
1561. 13 May.	44 deg. 53
1562. 20 Decemb.	47 deg. 32
1564. 26 Juillet.	44 deg. 42
1566. 1 Mars.	46 deg. 5
1594. 14 Decemb.	46 deg. 51
1602. 3 Decemb.	47 deg. 4

Ces eſlongations extremes de Venus & du vray Soleil eſtant ainſi poſées, je cerche (ſelon la doctrine de ceſte propoſition) par chacune d'icelles les extremes eſlongations du moyen Soleil, leſquelles puis apres je reduis en ordre comme cy-deſſous.

TABLE DES EXTREMES ESLONGATIONS de Venus & du Soleil moyen.

Ans	Extremes eſlongations de Venus matut. & du Soleil moyen.
1555. 24 May.	44 deg. 33
1556. 15 Decemb.	46 deg. 20
1558. 25 Juillet.	46 deg. 56
1560. 28 Feb.	44 deg. 8
1561. 2 Octob.	48 deg. 28
1563. 20 May.	44 deg. 21
1564. 7 Decemb.	46 deg. 30
1566. 23 Juill.	46 deg. 39
1568. 1 Mars.	43 deg. 48
1569. 30 Septemb.	48 deg. 26
1571. 15 May.	43 deg. 48
1572. 12 Decemb.	45 deg. 27
1574. 24 Jnill.	46 deg. 36
1576. 25 Feb.	43 deg. 47
1577. 27 Sept.	48 deg. 24

Ans	Extremes eſlongations de Venus veſpertine & du Soleil moyen.
1555. 1 Janv.	47 deg. 8
1556. 27 Juill.	43 deg. 49
1558. 2 Mars.	47 deg. 26
1559. 4 Octob.	45 deg. 24
1561. 12 May.	45 deg. 47
1562. 22 Decemb.	46 deg. 58
1564. 23 Juill.	43 deg. 37
1566. 1 Mars.	47 deg. 28
1594. 17 Decemb.	46 deg. 53
1602. 12 Decemb.	47 deg. 17

Pro-

Proposition XXXIX.

Declarer comment on remarque que le deferant de Venus eſt eccentrique, par les Ephemerides obſervées.

Si les eſlongations extremes de Venus & du Soleil moyen, eſtoyent trouvées egales par tout, ce ſeroit un ſigne, que le deferant ſetoit concentrique, & par conſequent nul apogée ou perigée: mais le contraire venant, comme il appert par le coroll. de la 38 prop. où les eſlongations extrémes aſſemblées, & tirées des Ephem. ſont fort diverſes.

Concluſion. Nous avons donc declaté comment, &c.

Proposition XL.

Trouver la longitude apparante de l'apogée & perigée du deferant de Venus, par les Ephem. obſervées.

On vetta au cotollaire de la 38 prop. les extremes eſlongations, où il y en a 2 egales, l'une matutine, l'autre veſpertine; & que le Soleil moyen ayt eſté en un meſme poinct de l'Ecliptique: Alors le lieu du Soleil moyen ſera l'apogée ou le perigée appatant. Puis cerchant encor deux autres egales eſlongations, l'une matutioe, l'autte veſpettine, où le Soleil moyen ayt eſté en un meſme poioct, oppoſite au precedent; & l'ayant trouvé, le lieu du Soleil moyen ſera l'apogée ou perigée appatant, aſſavoir l'apogée, ſi les deux detniers angles d'eſtongations ſont moindres, que la premiete pait; mais le perigée, s'ils ſoot plus grands.

Je donnerois exemple de ce qui a eſté dit juſqu'icy, cetchant eo la table du cotollaire de la 38 propoſition, deux eſlongations egales & diverſes, ayant eſte le Soleil moyen en un meſme poinct: Mais o'y eo ayant pas aſſez pour en dõner exemple, & n'ayant pas le loiſir d'en eſcrite davantage, je le laiſſeray, puis qu'il ſuffit que la choſe eſt aſſez bien donnée à cognoiſtre, & que la fin principale de cecy n'eſt pas de trouver les lieux des Planetes avec grande exactitude, comme a eſté dit autre part, mais ſeulement pour declatet la regle generale comment on feroit, ſi ayant aſſez d'Ephemerides obſervées, au lieu des anciennes perdues, pout remettre la ſcience ſut pied. Mais d'aotant qu'on pourtoit avoir le requis encor auttement, ſi l'on pouvoit voir Venus en conjonction avec le Soleil, comme *Averrois* dit avoir veo Mercure (par laquelle on en pourroit avoir plus de cettitude, ſi les hommes pouvoyent parvenir en un tel pouvoir de regatdet les aſtres, comme il ſemble avoit eſté autrefois chez ceux, deſqnels eſt venu ce mot de *ſterooging*, qui ſignifie une graode acuité de veuë en l'obſetvation des aſtres) & par telles obſervations ayant redigé par eſcrit les conjonctions de Veous & du Soleil moyen, on pourroit pat autre voye que la precedente, trouver l'apogée & petigée de Veous, aſſavoit, comme a eſté fait, avec les autres Planetes: Comme pat exemple, prenant que les conjonctions de Venus & du Soleil és Ephemerides de *Stadius* ayent eſté obſervées; & cerchant une telle conjonction qu'en chaque deux temps egaux l'un devant, l'autre apres, il y ait deux eſlongations du Soleil egales & diverſes, aſſavoir l'une matutine, l'autre veſpertine (car ce ſeroit un argument que telle coojonction ſeroit environ l'apogée ou perigée du deferant, comme il a eſte dit ſemblablement & plus clairement en la 17 propoſ. touchant Saturne) je la trouve aſſez pres du 4 Decembre 1603 ao 262 deg. eat un an auparavant, aſſavoit au 4 Decembre 1602, ſon eſlongation veſpettine eſtoit 48 deg 2 ①; Et un an apres, aſſavoit le 3 Decembre 1604, la matutine eſtoit de 46 deg 53 ①, qui ne different que de 1 deg. 9 ① ſeulement. Et faiſant de meſme à deox ans devant & apres, on ttouve la matutine ſur le 4 Decemb. 1601 de 36 deg. 9 ①, & la veſpettine ſur le 3 Decembte de 36 deg. 12 ①, differant ſeulement de 3 ①: faiſant auſſi de meſme à 3 ans devant & apres, on trouve ſeulement difference de 1 deg. 3 ①: veu donc que le perigée a eſté ttouvé comme devaot au 262 deg. ſon poinct oppoſite ſetoit au 82 deg. Mais cecy eſt fait avec le vtay Soleil pat exemple, ce qoi devtoit eſtte fait avec le Soleil moyen: Ce que faiſant l'apogée devtoit eſtre trouvé au 76 deg. 20 ①, car *Stadius* les a calculées là deſſus: dooc ce 76 deg. 20 ① nous le tiendtons pour le requis.

Concluſion. Nous avons donc ttouvé la longitude apparante de l'apogée & petigée du déferant de Venus pat les Ephem. obſetvées, ſelon le deſſein.

Proposition XLI.

Trouver le cours de Venus en ſon epicycle en temps donné, & en faire des tables.

Je cerche au corollaire de la 38 prop. en la table des eſlongations exttemes, deux egales eſlongations, ſemblables; aſſavoir toutes deux matutioes, ou toutes deux veſpertines, & icelles de meſme longitude, car par tel moyen les petiodes de Venus en l'epicycle ſont patfaits en un temps cognu, ſans que les eccentricitez de Venus & du Soleil y apporteot aucuo erreur: Ces deux eſlongations eſtant plus eſloignées cauſeront tant plus parfaite concluſion, poot les raiſons deduites cy-devant. L'une deſquelles je ttouve au plus pres en l'an 1558 le 2 Mars, de 47 deg. 46 ①: l'autre en l'an 1566 le 1 Mats de 47 deg. 28 ①, par ainſi il n'y a que 2 ① ſeulement pat deſſus les petiodes parfaits en l'epicycle: Il y a 8 ans Egyptiens d'une obſetvation à l'autre & 1 jout, auquel temps on remarque és Ephemerides que Venus a fait 5 revolutions en ſoo epicycle, & encor le ſuſdit teſtant de 2 ①: pattant je dis, 8 ans Egyptiens & 1 jout, qui font 2921 jonts, donnent 5 tevolutioos 2 ①, combien 1 jout 2 viendra 36 ①, 58 ②: Ce qui differe peu des poſitions de *Ptolemée* & *Copernic*, aſſavoir de 36 ①, 59 ②.

Ayant donc le cours en un jour il eſt manifeſte comment on fera des tables là deſſus (comme on a fait du Soleil en la 3 prop.) du couts de Venus en ſon epicycle eo temps donné, comme il ſe rencontre le plus ſouvent en la pratiqoe: Mais toutesfois oous preodrons celles de *Ptolemée* comme autrefois.

TABLE DU COURS DE VENUS EN SON EPICYCLE.

heur.	deg.	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1	0	1	32	28	34	42	58
2	0	3	4	57	9	25	57
3	0	4	37	25	44	8	56
4	0	6	9	54	18	51	54
5	0	7	42	22	53	34	53
6	0	9	14	51	28	17	52
7	0	10	47	20	3	0	50
8	0	12	19	48	37	43	49
9	0	13	52	17	12	26	48
10	0	15	24	45	47	9	46
11	0	16	57	14	21	52	45
12	0	18	29	42	56	35	44
13	0	20	2	11	31	18	42
14	0	21	34	40	6	1	41
15	0	23	7	8	40	44	40
16	0	24	39	37	15	27	38
17	0	26	12	5	50	10	37
18	0	27	44	34	24	53	36
19	0	29	17	2	59	36	34
20	0	30	49	31	34	19	33
21	0	32	22	0	9	2	32
22	0	33	54	28	43	45	30
23	0	35	26	57	18	28	29
jours							
1	0	36	59	25	53	11	28
2	1	13	58	51	46	22	56
3	1	50	58	17	39	34	24
4	2	27	57	43	32	45	52
5	3	4	57	9	25	57	20
6	3	41	56	35	19	8	48
7	4	18	56	1	12	20	16
8	4	55	55	27	5	31	44
9	5	32	54	52	58	43	12
10	6	9	54	18	51	54	40
11	6	46	53	44	45	6	8
12	7	23	53	10	38	17	36
13	8	0	52	36	31	29	4
14	8	37	52	2	24	40	32
15	9	14	51	28	17	52	0
16	9	51	50	54	11	3	28
17	10	28	50	20	4	14	56
18	11	5	49	45	57	26	24
19	11	41	49	11	50	37	52
20	12	19	48	37	43	49	20
21	12	56	48	3	37	0	48
22	13	33	47	29	30	12	16
23	14	10	46	55	23	23	44
24	14	47	46	21	16	35	12
25	15	24	45	47	9	46	40
26	16	1	45	13	2	58	8
27	16	38	44	38	56	9	36
28	17	15	44	4	49	21	4
29	17	52	43	30	42	32	32
30	18	29	42	56	35	44	0
60	36	59	25	53	11	28	0
90	55	29	8	49	47	12	0
120	73	58	51	46	22	56	0
150	92	28	34	42	58	40	0
180	110	58	17	39	34	24	0
210	129	28	0	36	10	8	0
240	147	57	43	32	45	52	0
270	166	27	26	29	21	36	0
300	184	57	9	25	57	20	0
330	203	26	52	22	33	4	0
360	221	56	35	19	8	48	0

ans.	deg.	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1	225	1	32	28	34	39	15
2	90	3	4	57	9	18	30
3	315	4	37	25	43	57	45
4	180	6	9	54	18	37	0
5	45	7	42	22	53	16	15
6	270	9	14	51	27	55	30
7	135	10	47	20	2	34	45
8	0	12	19	48	37	14	0
9	225	13	52	17	11	53	15
10	90	15	24	45	46	32	30
11	315	16	57	14	21	11	45
12	180	18	29	42	55	51	0
13	45	20	2	11	30	30	15
14	270	21	34	40	5	9	30
15	135	23	7	8	39	48	45
16	0	24	39	37	14	28	0
17	225	26	12	5	49	7	15
18	90	27	44	34	23	46	30
36	180	55	29	8	47	33	0
54	271	23	13	43	11	19	30
72	1	50	58	17	35	6	0
90	92	18	42	51	58	52	30
108	182	46	27	26	22	39	0
126	273	14	12	0	46	25	30
144	3	41	56	35	10	12	0
162	94	9	41	9	33	58	30
180	184	37	25	43	57	45	0
198	275	5	10	18	21	31	30
216	5	32	54	52	45	18	0
234	96	0	39	27	9	4	30
252	186	28	24	1	32	51	0
270	276	56	8	35	56	37	30
288	7	23	53	10	20	24	0
306	97	51	37	44	44	10	30
324	188	19	22	19	7	57	0
342	278	47	6	53	31	43	30
360	9	14	51	27	55	30	0
378	99	42	36	2	19	16	30
396	190	10	20	36	43	3	0
414	280	38	5	11	6	49	30
432	11	5	49	45	30	36	0
450	101	33	34	19	54	22	30
468	192	1	18	54	18	9	0
486	282	29	3	28	41	55	30
504	12	56	48	3	5	42	0
522	103	24	32	37	29	28	30
540	193	51	17	11	53	15	0
558	284	20	1	46	17	1	30
576	14	47	46	20	40	48	0
594	105	15	30	55	4	34	30
612	195	43	15	29	28	21	0
630	286	11	0	3	52	7	30
648	16	38	44	38	15	54	0
666	107	6	29	12	39	40	30
684	19	34	13	47	3	27	0
702	288	1	58	21	27	13	30
720	18	29	42	55	51	0	0
738	108	57	27	30	14	46	30
756	199	25	12	4	38	33	0
774	289	52	56	39	2	19	30
792	20	20	41	13	26	6	0
810	110	48	25	47	49	52	30

Concluſion. Noos avons donc trouvé le cours de Venus en ſon epicycle ſur un temps donné, par les Ephemetides obſervees,& fait des tables, ſelon le requis.

Proposition XLII.

TRouver le cours de l'apogée du deferant de Venus, par les Ephemerides obſervées.

D'autant que les tables de *Stadius* (que nous prenons pour obſervées, ſelon ce qui a eſté dit en la 1 propoſition) ſont trop courtes pour par ce moyen trouver le requis, je prendray en ayde les obſervatioos de *Ptolemee*, au 2 chapitre de ſon 10 livre, trouvant l'apogée du deferant de Venus au 55 degr. Mais nous l'avons trouvé en la 40 propoſition au 76 degr. 20 ♑, qui ſont 21 degr. 20 ♑ d'avantage en 1450 ans : Par ceſte raiſon on trouvera le cours de l'apogée en temps donné quelconque : comme ſoit en un an, on dira 1450 ans donnent 21 deg 20 ♑, combien 1 an? vient 53 ♒.

Concluſion Nous avons done trouvé le cours de l'apogée du deferant de Venus, par les Ephemerides obſervées, ſelon le requis.

Proposition XLIII.

TRouver le cours du centre de l'epicycle de Venus par les Ephemerides obſervées.

Le cours de l'apogée du deferant de Venus eſt, par la 42 propoſition, en un an	0 deg. 0 ♑, 53 ♒.
Le meſme oſté du moyen mouvement de Venus, ou du Soleil en on an, aſſavoir un an Egyptien, faiſant par la 3 propoſition	359 deg. 45 ♑.
Reſte pour le mouvement requis du centre de l'epicycle eo oo an Egyptien,	359 deg. 44 ♑.

Tellement qu'ainſi eſt maoifeſte commeot on trouvera le cours en tout temps propoſé.

Concluſion. Nous avons donc trouvé le cours du centre de l'epicycle de Veous pat les Ephemerides obſervées, ſeloo le requis.

SEPTIESME DISTINCTION DV PREMIER LIVRE,

De l'invention du cours de Mercure par les Ephemerides obſervées.

Devant que de venir à la choſe meſme, je diray que le cours de Mercure eſt de meſme qualité que celuy de Venus, ſe mouvant comme luy dans un epicycle, & iceluy en un eccentrique, differents ſeulement en quantité, aſſavoir qu'il eſt plus frequent en ſes periodes, & ayant auſſi d'autre eccentricité, & choſes ſemblables. Ce qu'eſtant dit icy, chacun pourroit de ſoy meſme entendre tout le mouvement de Mercure par celuy de Venus. Toutefois pour plus ample declaration, je deſcriray icy ce qui m'eſt advenu à la recerche d'iceluy avec un ordre pareil à celuy de Venus.

Proposition XLIV.

DEclarer comment par les Ephemerides obſervées, on remarque le temps periodique de Mercure en gros : avec la qualité de ſa retrogradation, & ſtation : auſſi qu'il tourne en un epicycle.

Le deſſein eſtant de recercher la qualité du coors de Mercure par les Ephemerides obſervées (au lieu deſquelles nous prenons les calculées de *Stadius*, pour les raiſons deduites en la 1 propoſition) j'ay donc eſgard à la 7 colomne, qui eſt celle de Mercure, & remarque que jamais il ne vient en oppoſition avec le Soleil, comme les 4 precedentes planetes font, mais demeure touſiours és environs du Soleil, tantoſt devant, tantoſt derriere. Comme par exemple, en l'an 1554 le 7 Jauvier, je trouve ſa majeure eſlongation veſpertine de 18 degr. 2 ♑, apres quoy il commence d'approcher le Soleil de plus en plus, juſques à ce qu'on le perde de veuë : Puis ayant eſté en conjonction, ſa longitude apparante devient moindre que celle du Soleil, tellement qu'il commence à luire le matin, s'eſloignant du Soleil juſqu'au 20 Fevrier 1554, & eſtant veou eo ſon extreme eſlongation, aſſavoir de 28 deg 13 ♓, de là en avant s'approche du Soleil. Or de la ſuſdite eſlongation extreme veſpertine, juſques à la matutine y a environ 7 ſepmaines. & de ceſte matutine à la premiere ſuivante eſlongation veſpertine, qui advient le 4 May 1554, y a environ 10 ſepmaines, & ainſt ſe troovent les meſmes intervalles de temps en temps, puis aptes.

Donc Mercure eſtant touſiours és environs du Soleil, tantoſt devant, tantoſt derriere, retrogradant, & eſtant auſſi ſtationaire, on recognoiſt qu'il circuit un epicycle, dont le centre eſt environ le Soleil : qui eſt journellement 59 ♑. 8. 17. 13. 12. 31, comme en la troiſieſme propoſition, & partant la table du coors du Soleil ſervira auſſi pour Mercure, toutesfois elle eſt encor eſcrite particulierement joignant la deſcriptioo par aucuns, afio que tout ſoit en tant meilleur ordre, comme nous ferons icy.

TABLE

TABLE DU MOYEN MOUVEMENT DE MERCURE.

heur.	deg.	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1	0	2	27	50	43	3	1
2	0	4	55	41	26	6	2
3	0	7	23	32	9	9	3
4	0	9	51	22	52	12	5
5	0	12	19	13	35	15	6
6	0	14	47	4	18	18	7
7	0	17	14	55	1	21	9
8	0	19	42	45	44	24	10
9	0	21	10	36	27	27	11
10	0	24	38	27	10	30	12
11	0	27	6	17	53	33	14
12	0	29	34	8	36	36	15
13	0	32	1	59	19	39	16
14	0	34	19	50	2	42	18
15	0	36	57	40	45	45	19
16	0	39	25	31	28	48	20
17	0	41	53	22	11	51	21
18	0	44	21	12	54	54	23
19	0	46	49	3	37	57	24
20	0	49	16	54	21	0	25
21	0	51	44	45	4	3	27
22	0	54	12	35	47	6	28
23	0	56	40	26	30	9	29
jours							
1	0	59	8	17	13	12	31
2	1	58	16	34	26	25	2
3	2	57	24	51	39	37	33
4	3	56	33	8	52	50	4
5	4	55	41	26	6	2	35
6	5	54	49	43	19	15	6
7	6	53	58	0	32	27	37
8	7	53	6	17	45	40	8
9	8	52	14	34	58	52	39
10	9	51	22	52	12	5	10
11	10	50	31	9	25	17	41
12	11	49	39	26	38	30	12
13	12	48	47	43	51	42	43
14	13	47	56	1	4	55	14
15	14	47	4	18	18	7	45
16	15	46	12	35	31	20	16
17	16	45	20	52	44	32	47
18	17	44	29	9	57	45	18
19	18	43	37	27	10	57	49
20	19	42	45	44	24	10	20
21	20	41	54	1	37	22	51
22	21	41	2	18	50	35	22
23	22	40	10	36	3	47	53
24	23	39	18	53	17	0	24
25	24	38	27	10	30	12	55
26	25	37	35	27	43	25	26
27	26	36	43	44	56	37	57
28	27	35	52	2	9	50	28
29	28	35	0	19	23	2	59
30	29	34	8	36	36	15	30
60	59	8	17	13	12	31	0
90	88	42	25	49	48	46	30
120	118	16	34	26	25	2	0
150	147	50	43	3	1	17	30
180	177	24	51	39	37	33	0
210	206	59	0	16	13	48	30
240	236	33	8	52	50	4	0
270	266	7	17	29	26	19	30
300	295	41	26	6	2	35	0
330	325	15	34	42	38	50	30
360	354	49	43	19	15	6	0

ans.	deg.	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1	359	45	24	45	21	8	33
2	359	30	49	30	42	17	10
3	359	16	14	16	3	25	45
4	359	1	39	1	24	34	0
5	358	47	3	46	45	42	35
6	358	32	28	32	6	51	30
7	358	17	53	17	28	0	5
8	358	3	18	2	49	8	40
9	357	48	42	48	10	17	15
10	357	34	7	33	31	25	50
11	357	19	32	18	52	34	25
12	357	4	57	4	13	43	0
13	356	50	21	49	34	51	35
14	356	35	46	34	56	0	10
15	356	21	11	20	17	8	45
16	356	6	36	5	38	17	20
17	355	52	0	50	59	25	55
18	355	37	25	36	20	34	30
36	351	14	51	12	41	9	0
54	346	52	16	49	1	43	30
72	342	29	42	25	22	18	0
90	338	7	8	1	42	52	30
108	333	44	33	38	3	27	0
126	329	21	59	14	24	1	30
144	324	59	24	50	44	36	0
162	320	36	50	27	5	10	30
180	316	14	16	3	25	45	0
198	311	51	41	39	46	19	30
216	307	29	7	16	6	54	0
234	303	6	32	52	27	28	30
252	298	43	58	28	48	3	0
270	294	21	24	5	8	37	30
288	289	58	49	41	29	12	0
306	285	36	15	17	49	46	30
324	281	13	40	45	10	21	0
342	276	51	6	30	30	55	30
360	272	28	32	6	51	30	0
378	268	5	57	43	12	4	30
396	263	43	23	19	32	39	0
414	259	20	48	55	53	13	30
432	254	58	14	32	13	48	0
450	250	35	40	8	34	22	30
468	246	13	5	44	54	57	0
486	241	50	31	21	15	31	30
504	237	27	56	57	36	6	0
522	233	5	22	33	56	40	30
540	228	42	48	10	17	15	0
558	224	20	13	46	37	49	30
576	219	57	39	22	58	24	0
594	215	35	4	59	18	58	30
612	211	12	30	35	39	33	0
630	206	49	56	11	0	7	30
648	202	27	21	48	20	42	0
666	198	4	47	24	41	16	30
684	193	42	13	1	1	51	0
702	189	19	38	37	22	25	30
720	184	57	4	13	42	50	0
738	180	34	29	50	3	34	30
756	176	11	55	26	24	9	0
774	171	49	21	2	44	43	30
792	167	26	46	59	5	18	0
810	163	4	12	15	25	52	30

Notez encore que Mercure en chacun circuit qu'il fait en l'epicycle, fait deux conjonctions avec le Soleil (comme auſſi fait Venus, leſquels en cela different des autres planetes) l'une en ſa direction plus viſte, l'autre au milieu de ſa retrogradation, puis apres une autre en ſa direction plus viſte, & ainſi conſecutivement. Comme par exemple, en la conjonction du 1 Avril 1554 (poſant qu'on l'euſt ſceu voir) il courut ce jour-là 1 deg. 54 ① qui eſt le mouvement le plus viſte qu'il fiſt en ceſte revolution-là: Mais en la conjonction ſuivante le 26 May 1554, il eſtoit au milieu de ſa retrogradation, laquelle duta du 16 May, juſqu'au 7 Juin, & le milieu eſchoit environ le ſuſdit 26 May.

Concluſion. Nous avons donc declaré comment on remarque par les Ephemerides obſervées en gros le temps periodique de Mercure, avec la qualité de ſa retrogradation & ſtation: Auſſi qu'il circuit un epicycle, ſelon le requis.

NOTEZ.

Veu que la qualité du cours de Mercure eſt ſemblable à celle de Venus, il ne ſera pas neceſſaire d'eſcrire icy les meſmes propoſitions, comme les 38 & 39 propoſitions de Venus: Mais la maniere de trouver les eſlongations extremes de Mercure par celles de Venus en la 38 propoſition eſtant cognuë; je les colligeray en forme de table, comme au cotollaire de ladite 38 propoſition.

TABLE DES ESLONGATIONS EXTREMES de Mercure & du Soleil moyen.

Ans	Eſlongations extremes de Mercure matut. & du Soleil moyen.
1554. 20 Fevr.	25 deg. 57
1554. 18 Juin.	21 deg. 55
1554. 14 Octob.	18 deg. 1
1555. 3 Fevr.	25 deg. 30
1555. 29 May.	22 deg. 12
1555. 25 Sept.	18 deg. 52
1556. 18 Janv.	24 deg. 22
1556. 12 May.	23 deg. 9

Ans	Eſlongations extremes de Mercure veſpertin & du Soleil moyen.
1554. 8 Janv.	19 deg. 17
1554. 4 May.	23 deg. 28
1554. 31 Aouſt.	24 deg. 59
1554. 23 Decemb.	18 deg. 55
1555. 17 Avril.	22 deg. 31
1557. 21 Octob.	18 deg. 19
1587. 20 Decemb.	18 deg 58

PROPOSITION XLV.

DEclarer comment par les Ephem. obſervées, on remarque que le deferant de Mercure eſt excentrique.

Si les extremes eſlongations de Mercure & du Soleil moyen eſtoient de tous coſtez egales, ce ſeroit un argument certain que le deferant ſeroit concentrique, ce qui eſt contraire à la note de la 44 prop. où les extremes eſlongations colligées ſont fort differentes.

Concluſion. Nous avons donc declaré comment par les Ephemerides obſervées, &c.

PROPOSITION XLVI.

TRouver la longitude apparante de l'apogée & perigée de Mercure par les Ephemerides obſervées.

On verra en la note de la 44 propoſition, recerchant deux eſlongations egales, & diverſes, aſſavoir l'une matutine, l'autre veſpertine, eſquelles le Soleil moyen ayt eſté ſous un meſme poinct en l'ecliptique, alors le lieu du Soleil moyen ſera l'apogée ou perigée apparant: aſſavoir l'apogée, ſi les deux dernieres eſlongations ſont moindres que de la premiere paire; mais le perigée, ſi elles ſont plus grandes.

Je donnerois exemple de cecy en cerchant en la table de la note de la 44 propoſition deux eſlongations egales, où le Soleil moyen ſe trouvaſt à chaque fois en un meſme poinct de l'ecliptique, l'une maturine, l'autre veſpertine: Mais d'autant qu'il n'y en a pas aſſez pour nous ſervir en ceſt exemple, & que le ptolongement de telles tables requierent plus de temps que je n'en ay pour employer à cela, auſſi que la principale fin n'eſt pas de trouver les vrais lieux des Planetes ſi preciſement, comme il a eſté d'ailleurs; mais ſeulement pour declarer la regle generale, comment on ſera alors qu'on aura des Ephemerides obſervées à ſuffiſance, au lieu des anciennes qui ſont perduës. Or pouree que le requis ſe pourroit encor reſoudre autrement, ſi on pouvoit recognoiſtre Mercure en ſa conjonction au devant du Soleil, comme *Averroes* dit l'y avoir veu, & par telles obſervations redigées en eſcrit, remettre les conjonctions de Mercure avec le Soleil moyen; par tel moyen ſe trouveroit l'apogée & perigée du deferant de Mercure, comme a eſté fait és autres planetes. Par exemple, poſant que les conjonctions de Mercure & du Soleil qui ſont és Ephemerides de *Stadius* ſoyent ainſi obſervées, j'en cercherois une qui en chaque deux temps egaux, l'un devant, l'autre apres, ainſi que les eſlongations du Soleil ſoient egales tant marutines, que veſpertines (car telle place ſe tronveroit eſtre environ l'apogée & perigée du deferant, ce qui ſe peut entendre par la ſimilitude & convenance qu'il y a entre ceſte ptopoſition & la 17 touchant Saturne) & en tronverois une telle environ le 10 May 1568, ſous le 59 deg. car un an devant, aſſavoir le 10 May 1567, ſon eſlongation veſpertine eſtoit 22 degr. 4 ①; & un an apres, aſſavoir le 11 May 1569, la matutine eſtoit 23 deg. 58 ①, ſeulement differente de l'autre de 1 deg. 54 ①: faiſant le ſemblable de 6 mois devant & apres, on trouve la matutine eſtre au 10 Novembre 1567 de 5 deg. 26 ①; la veſpertine an 8 Novembre 1568 de 3 deg. 58 ①, differente ſeulement de l'autre de 1 deg. 28 ①. Or donc veu que l'apogée eſt trouvé comme devant au 59 deg. le poinct oppoſite, qui eſt le petigée, ſera au 239 deg. Toutefois cecy eſt fait par exemple avec le vray Soleil, ce qui ſe doit faire pour les raiſons desja dites avec le Soleil moyen: Alors on trouveroit que l'apogée ſeroit au 59 deg. 51 ①, & auſſi les Ephemerides de *Stadius* ſont faites là deſſus: parquoy nous tiendrons 59 deg. 51 ① pour le lieu de l'apogée requis.

Concluſion. Nous avons donc trouvé la longitude apparante de l'apogée & perigée du deferant de Mercure par les Ephem. obſervées, ſelon le requis.

PRO-

PROPOSITION XLVII.

TRouver le cours de Mercure en ſon epicycle au temps donné, par les Ephemerides obſervées, & puis en conſtruire une table.

Je cerche à la nore de la 44 propoſit. en la table des eſlongations extremes, deux egales & toutes deux veſpertines, ou bien matutines, en meſme latitude, car ainſi en temps cognu les periodes de Mercure en ſon epicycle ſont parfaits, ſans eſtre envellopez de l'eccentricité des deferants ny de Mercure ny du Soleil; & tant plus elles ſont diſtantes l'une de l'autre, & tant plus preciſement on aura le requis, comme il a eſté dit plus amplement cy-devant. L'une de telles ſe trouve aſſez pres en l'an 1554 au 23 Decembre de 18 deg. 55 ☉: l'autre en l'an 1587 le 20 Decembre, de 18 deg. 58 ☉; tellement qu'il y a 3 ☉ au deſſus de ſes revolutions parfaites en l'epicycle: Or entre ces deux obſervations y a 33 ans Egyptiens & 5 jours, auquel temps Mercure ſe trouve avoir fait, comme on voit aux Ephemerides, 204 revolutions & les ſuſdits 3 ☉: Partant je dis 33 ans Egyptiens & 5 jours, ou 12050 jours donnent 204 revolutions & 3 ☉, combien 1 jour? vient 3 deg. 6 ☉, 25 ☽, peu differant des poſitions de *Ptolemée* & *Copernic*, 3 deg. 6 ☉ 24 ☽.

Donc ayant le cours d'un jour, comme deſſus, il eſt manifeſte comment on fera des tables, comme ont eſté faites celles du Soleil en la 3 propoſition; afin que par une facilité on puiſſe calculer le cours de Mercure en ſon epicycle au temps donné, ce qui advient ſouventesfois en la pratique: Mais veu que nous avons entrepris de prendre les tables de *Ptolemée* pour cauſes cy-devant notoires, elles ſeront deſcrites comme s'enſuit.

TABLE DU COURS DE MERCURE

heur.	deg.	☉	☽	3	4	5	6
1	0	7	46	0	17	28	59
2	0	15	31	0	34	57	59
3	0	23	18	0	52	26	58
4	0	31	4	1	9	55	58
5	0	38	58	1	27	24	57
6	0	46	36	1	44	53	57
7	0	54	22	2	2	22	57
8	1	2	8	2	19	51	56
9	1	9	54	2	37	20	56
10	1	17	40	2	54	49	55
11	1	25	26	3	12	18	55
12	1	33	12	3	29	47	55
13	1	40	58	3	47	16	54
14	1	48	44	4	4	45	54
15	1	56	30	4	22	14	53
16	2	4	16	4	39	43	53
17	2	12	2	4	57	11	52
18	2	19	48	5	14	41	52
19	2	27	34	5	31	10	52
20	2	35	20	5	49	39	51
21	2	43	6	6	7	8	51
22	2	50	52	6	24	37	50
23	2	58	38	6	41	6	50
jours							
1	3	6	24	6	59	35	50
2	6	12	48	13	59	11	40
3	9	19	12	20	58	47	30
4	12	25	36	27	58	23	20
5	15	32	0	34	57	59	10
6	18	38	24	41	57	35	0
7	21	44	48	48	57	10	50
8	24	51	12	55	56	46	40
9	27	57	37	2	56	22	30
10	31	4	1	9	55	58	20
11	34	10	25	16	55	34	10
12	37	16	49	23	55	10	0
13	40	23	13	30	54	45	50
14	43	29	37	37	54	21	40
15	46	36	1	44	53	57	30
16	49	42	25	51	53	33	20
17	52	48	49	58	53	9	10
18	55	55	14	5	52	45	0
19	59	1	38	12	52	20	50
20	62	8	2	19	51	56	40
21	65	14	26	26	51	32	30
22	68	20	50	33	51	8	20
23	71	27	14	40	50	44	10
24	74	33	38	47	50	20	0
25	77	40	2	54	49	55	50
26	80	46	27	1	49	31	40
27	83	52	51	8	49	7	30
28	86	59	15	15	48	43	20
29	90	5	39	22	48	19	10
30	93	12	3	29	47	55	0
60	186	24	6	59	35	50	0
90	279	36	10	29	23	45	0
120	12	48	13	59	11	40	0
150	106	0	17	28	59	35	0
180	199	12	20	58	47	30	0
210	292	24	24	28	35	25	0
240	25	36	27	58	23	20	0
270	118	48	31	28	11	15	0
300	212	0	34	57	59	10	0
330	305	12	38	27	47	5	0
360	38	24	41	57	35	0	0

EN SON EPICYCLE.

ans.	deg.	①	②	③	④	⑤	⑥
1	53	56	42	32	31	59	10
2	107	53	25	5	5	58	20
3	161	50	7	37	38	57	30
4	215	46	50	10	11	56	40
5	269	43	32	42	44	55	50
6	323	40	15	15	17	55	0
7	17	36	57	47	50	54	10
8	71	33	40	20	23	53	20
9	125	30	21	52	56	52	30
10	179	27	5	25	29	51	40
11	233	23	47	58	2	50	50
12	287	20	30	30	35	50	0
13	341	17	13	3	8	49	10
14	35	13	55	35	41	48	20
15	89	10	38	8	14	47	30
16	143	7	20	40	47	46	40
17	197	4	3	13	20	45	50
18	251	0	45	45	53	45	0
36	142	1	31	31	47	30	0
54	33	2	17	17	41	15	0
72	284	3	3	3	35	0	0
90	171	3	48	49	28	45	0
108	66	4	34	35	22	30	0
126	317	5	10	21	16	15	0
144	208	6	6	7	10	0	0
162	99	6	51	53	3	45	0
180	350	7	37	38	57	30	0
198	241	8	23	24	51	15	0
216	131	9	9	10	45	0	0
234	23	9	54	56	38	45	0
252	274	10	40	41	32	30	0
270	165	11	26	28	26	15	0
288	56	12	12	14	20	0	0
306	307	12	58	0	13	45	0
324	198	13	43	46	7	30	0
342	89	14	29	32	1	15	0
360	340	15	15	17	55	0	0
378	231	16	1	3	48	45	0
396	122	16	46	49	41	30	0
414	13	17	32	35	36	15	0
432	264	18	18	21	30	0	0
450	155	19	4	7	23	45	0
468	46	19	49	53	17	30	0
486	197	20	35	39	11	15	0
504	188	21	21	25	5	0	0
522	79	22	7	10	58	45	0
540	330	22	52	56	51	30	0
558	221	23	38	42	46	15	0
576	112	24	24	28	40	0	0
594	3	25	10	14	33	45	0
612	254	25	56	0	27	30	0
630	145	26	41	46	21	15	0
648	36	27	27	32	15	0	0
666	287	28	13	18	8	45	0
684	178	28	59	4	2	30	0
702	69	29	44	49	56	15	0
720	320	30	30	35	50	0	0
738	211	31	16	21	46	45	0
756	102	32	2	7	37	30	0
774	353	32	47	53	31	15	0
792	244	33	33	39	25	0	0
810	135	34	19	25	18	45	0

Concluſion. Nous avons donc trouvé le cours de Mercure en ſon epicycle au temps donné, par les Ephem. obſervées : & en avons fait une table, ſelon le requis.

PROPOSITION XLVIII.

TRouver par les Ephemerides obſervées le cours de l'apogée du deferant de Mercure.

Veu que les Ephemerides de *Stadius* (leſquelles nous ſuppoſons eſtre obſervées par ce qui a eſté dit en la 1 propoſition) ſont trop courtes pour reſoudre comme il appartient le requis, je prendray les obſervations de *Ptolemée*, comme il eſcrit au ſeptieſme chap. de ſon livre neufieſme, trouvant l'apogée du deferant de Mercure au 10 deg. de l'ecliptique : or nous l'avons trouvé en la 46 propoſition au 59 deg. 51 ①, qui ſont 49 deg. 51 ① d'avance : donc l'apogée eſt ſelon ce compte avancé d'autant en 1450 ans environ : Par tel moyen ſe trouvera le cours dudit apogée en tout temps propoſé. Soit qu'on le vueille trouver en un an, je dis 1450 ans donnent 59 degr. 51 ①, combien un an ? viennent 2 degrez 28 ① 36 ②.

Concluſion. Nous avons donc trouvé le cours de l'apogée du deferant de Mercure par les Ephemerides obſervées, ſelon le requis.

PROPOSITION XLIX.

TRouver le cours du centre de l'epicycle de Mercure par les Ephemerides obſervées.

Le cours de l'apogée du deferant de Mercure eſt par la 48 propoſition en un an — 2 deg. 28. 36.

Iceluy ſouſtrait du moyen mouvement de Mercure, ou du Soleil, par la 3 propoſition en 1 an — 359 deg. 45 ①.

Reſte pour le cours requis du centre d'epicycle en un an Egyptien — 357 deg. 16 ①.

Et de meſme ſe trouvera-il en quel temps on voudra.

Concluſion. Nous avons donc trouvé le cours du centre de l'epicycle de Mercure par les Ephemerides obſervées, ſelon le requis.

HUICTIESME DISTINCTION DV PREMIER LIVRE,

De l'invention du cours des Eſtoiles fixes.

PROPOSITION L.

DEclarer comment par les Ephemerides obſervées, on remarque que les Eſtoiles fixes ſont fixes en leur ciel, & qu'iceluy ciel tourne ſur l'axe de l'ecliptique.

D'autant que ce mouvement eſt ſi lent, qu'on n'y en peut gueres remarquer au temps des Ephemerides de *Stadius*, qui ne durent que 52 ans, nous prendrons icy, & en la ſuivante 51 propoſition, les eſcrits de *Ptolemée* touchant les lieux des Eſtoiles fixes, prenant par exemple que ſes eſcrits & ceux de *Stadius* ſoyent des Ephemerides obſervées.

Ce qu'eſtant ainſi, & que les Eſtoiles fixes ſont auſſi diſtantes l'une de l'autre és Ephem. de *Stadius*, que du temps de *Ptolemée*, comme on peut voir en ſon 7 livre, chap. 5. & que celles qui eſtoyent en ligne droite alors y ſont encore preſentement, combien qu'il y ayt plus de 1400 ans paſſez, d'où l'on conclud qu'elles ſont fixes.

Mais combien que leurs latitudes ſoyent les meſmes, toutesfois leurs longitudes & declinaiſons changent, d'où

d'où ſe conclud que leur ciel entier, tourne ſur l'axe de l'ecliptique: Car par exemple, l'Eſpic de la vierge avoit ſelon *Ptolemée* 2 deg. 10 ① de latitude meridionale, ce qui eſt auſſi de meſme és Ephemerides de *Stadius*: mais ſa longitude eſt en *Ptolemée* de 176 deg. 40 ①, & en *Stadius* 197 deg. 38 ①: Et auſſi ſa declinaiſon eſt chez *Ptolemée* (au 3 chap. du 7 livre) de 30 ① meridionale, & chez *Stadius* 8 deg. 56 ① meridionale; laquelle combien qu'elle ne ſoit en ſes Ephemerides, toutesfois elle reſulte telle par la longitude & latitude, comme choſe calculée par le 9 probleme des *Problemes Aſtronomiques* de ce livre; & ce mouvement ſe fait ſelon l'ordre des ſignes, qui eſt d'occident vers orient.

Concluſion. Nous avons donc declaré comment par les Ephemerides obſervées, on remarque que les eſtoiles fixes, ſont fixes en leur ciel, & qu'iceluy ciel tourne ſur l'axe de l'ecliptique, ſelon le requis.

Proposition LI.

Trouver le propre mouvement des Eſtoiles fixes, par les Ephemerides obſervées.

D'autant que l'Eſpic de la vierge au temps de *Ptolemée* en l'an 139, eſtoit au 176 degr. 40 ① de l'ecliptique, mais au temps de *Stadius* en l'an 1554, au 197 deg. 38 ①, qui eſt 20 deg. 58 ① plus avant, elle a fait donc un tel arc, au temps compris entre les obſervations, qui eſt en 1415 ans; parquoy je dis 1415 ans donnent 20 deg. 58 ①, combien 100 ans? vient 1 deg. 29 ①: par lequel on peut trouver le cours en tout autre temps propoſé; dont la demonſtration eſt manifeſte.

Concluſion Nous avons donc trouvé le propre mouvement des eſtoiles fixes, par les Ephemerides obſervées, ſelon le requis.

Fin du premier livre de l'Aſtronamie.

DEUXIESME LIVRE
DE L'ASTRONOMIE,

De l'invention du cours des Planetes, par operation Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe impropre, qui eſt poſant la terre immobile.

AV premier livre de l'Aſtronomie ayant remarqué groſſierement que les planetes ſe meuvent en eccentriques, & epicycles, avec d'autres circonſtances qui leur touchent, par leſquelles nous avons un fondement pour pouvoir rechercher par moyens Mathematiques, ſi ce ſont auſſi des cercles parfaits, & s'ils y courent uniformement: d'avantage quelle raiſon il y a de leurs rayons à leurs eccentricitez, en quels lieux elles ſerant au temps advenir; & ouſtre ce, pour parvenir à la cognoiſſance des jours inegaux, des ſtations, & retrogradations, la grandeur des partes obſcurcies qu'on voit au Soleil & la Lune en leurs eclipſet, des diſtances d'iceux à la terre, de la comparaiſon de leurs grandeurs avec la terre, avec pluſieurs autres choſes qui leur ſont adjoinctes; ainſi donc nous viendrons maintenant au deuxieſme livre, qui contient les operations Mathematiques d'iceux, & ce ſur l'hypaſheſe erronée de terre immobile, comme elles ſont venuës és mains de Ptolemée, *aſſavoir ſans entremeſler ſa pretendue invention des mouvemens incognus (comme la deuxieſme inegalité de la Lune, & la troiſieſme inegalité de Saturne, Iupiter, Mars, Venus, & Mercure, auſſi les mauvemens incognus des cinq derniers, leſquels on nomme ordinairement le mouvement incagnu des planetes) leſquels n'y entreviendront, ſinon en apres, mais particulierement, afin que chacun puiſſe voir clairement qu'eſt-ce qu'il y a de defaut en l'hypotheſe de terre immobile, & ainſi taſcher de parvenir à d'autre inventian meilleure. Deſquelles choſes je feray ſept diſtinctions; aſſavoir,*

La 1, de l'eccentricité en general par voye Mathematique.
La 2, du cours du Soleil.
La 3, du cours de la Lune.
La 4, des cours de Saturne, Jupiter, Mars, Venus & Mercure.
La 5, des conjonctions, oppoſitions & eclipſes des Planetes.
La 6, de la pretendue deuxieſme inegalité de la Lune, & troiſieſme inegalité de Saturne, Jupiter, Mars, Venus & Mercure au cours en latitude.
La 7, du mouvement de latitude pretendue de *Ptolemée* touchant les 5 planetes, Saturne, Jupiter, Mars, Venus & Mercure.

Notez.

J'appelle ceſte operation, Mathematique, pour la diſtinguer de l'operation titée des obſervations comme au premier livre; & combien que ce ſoit le plus ſouvent par des tables dont les nombres ne ſont parfaits, comme la perfection Mathematique le requiert, toutesfois d'autant que la voye qui s'y remarque tend en un infini approchement, qui a beaucoup d'affinité avec la maniere Mathematique, & auſſi que les demonſtrations ſont Mathematiques; pour ces raiſons l'avons-nous diſtingué par ce nom, comme il eſt expedient.

PREMIERE DISTINCTION DV SECOND LIVRE,

Traictant en general de l'eccentricité Mathematique.

SOMMAIRE DE CESTE PREMIERE DISTINCTION.

Il eſt certain que l'on peut trouver par nombres l'eccentricité, & autres circonſtances qui y ſont neceſſaires, par le moyen de la cognoiſſance de trois lieux au deferant où la planete a eſté; & d'autant que la regle eſt generale, nous en deſcrirons deux propoſitions ſervant pour toutes les planetes, afin qu'il ne ſoit pas beſoing de les repeter tout du long pour chacune, comme on fait ordinairement, voire meſme Prolemée: *ce qui ſera bien plus commode, & plus propre pour les apprentifs. Or à ces deux propoſitions ſeront encor adjouſtés deux Theoremes de meſme matiere, qui en reſultent, l'un pour la majeure Proſtaphereſe, l'autre de la proportion qu'il y a entre les Diametres viſuels, & les diſtances des planetes.*

Definition I.

Nous appellons hypotheſe de terre immobile, quand le Soleil & la Lune ſe meuvent en des eccentriques chacun; comme auſſi les autres cinq planetes pareillement, mais ont encor un epicycle d'avantage.

Cecy ſervira afin qu'on ſçache qu'à chaque fois qu'on parlera en ce deuxieſme livre, de l'operation Mathematique fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile, qu'alors on ne doit entendre aucun mouvement imaginaire, autre que ce que la ſimple hypotheſe de terre immobile amene quant & ſoy: & ce pour les raiſons deduites au ſommaire precedent.

Definition II.

L'Angle compris des deux rayons viſuels, leſquels touchent un Aſtre ès extremitez de part & d'autre, s'appelle Diametre viſuel.

Definition III.

Racine des ans, Ere, ou Epoche, eſt un temps, ſur lequel comme fondement on compte les cours des planetes.

Lors qu'on veut ſçavoir où ſera, ou bien où a eſté une planete en certain temps donné, il faut neceſſairement avoir un memoire où elle a eſté en quelque certain temps pour cognoiſtre tant devant qu'apres ſon lieu, lequel temps à ceſte fin eſt nommé Racine des ans, Ere ou Epoche, lequel eſt ordinairement un temps remarquable mis en uſage par pluſieurs nations, comme *Ptolemée*, lequel choiſit les ans de *Nabonaſſar*; les Chreſtiens le commencement des ans de *Chriſt*, ou le fin de quelques centaines des meſmes, ainſi nous prendrons par exemple le commencemeot de l'an 1600.

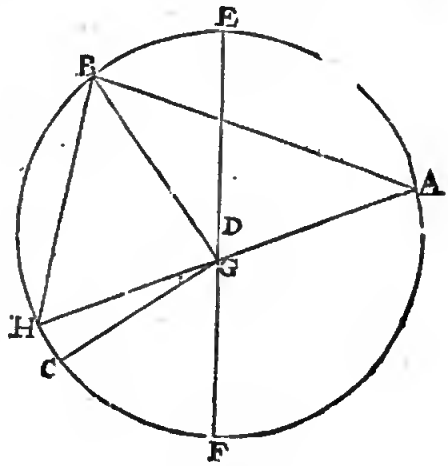
Proposition I.

Estant donné un eccentrique, & trois poincts en iceluy, avec la grandeur des arcs qui ſont compris entre iceux, comme auſſi les angles que leſdits arcs ſouſtendent ayans leurs ſommets à l'eccentre, puis ayant prolongé l'un des trois juſques à la circonference: trouver la raiſon des deux autres lignes non prolongées.

Le donné. Soit A B C un eccentrique, D ſon eentre, & eo iceluy trois poincts A, B, C: par ainſi que l'are A B ſoit de 120 deg. 15.
B C de 90 deg. 41.
Er C A reſtant, ſera 149 deg. 4.
D'avantage, ſoit E en l'are A B, l'apogée, F le perigée, & G l'eccentre dans E F, duquel ſoot menées les lignes G A, G B, G C: & la grandeur des angles qu'elles font en G, ſoot, aſſavoir A G B 117 deg. 15.
B G C 90 deg. 37.
Donc C G A ſera de neceſſité 152 deg. 12.

Puis ſoit l'une des 3 lignes prolongée juſques à la circonference, je prens A G en H, aioſi que G H ſoit proloogement, & A G la prolongée.

Le requis. Il faut trouver la raiſoo des deux lignes non ptolongées B G, G C.



Construction.

A ceſte fin il faut premierement trouver les deux raiſons du prolongement G H à une chacune des lignes B G, G C; ſoit premierement la raiſon de ladite G H à B G; & ainſi, je prens, la moitié de l'are A B 120 deg. 15 ① entre la prolongée A G, & la non prolongée B G, de laquelle la raiſon eſt maintenant cerchée, fait 60 deg. 7.
Son ſinus pour B G la non prolongée 8670.
Souſtrait 60 deg. 7 ①, ptemier eo l'ordre, de l'angle A G B 117 deg. 11 ① entre la prolongée A G & B G, reſte 57 deg. 4.
Son ſinus pour le prolongement G H 8393.
Tellement que la premiere raiſon eerehée, qui eſt de B G à G H, eſt eomme les 8670 à 8393, ſecood & quatrieſme en l'ordre: & par raiſon renverſée, comme G H à B G, ainſi 8393 à 8670. Or eomme la premiere raiſon a eſté trouvée, ainſi ſe trouveta la ſeeonde de G H à G C, comme s'enſuit: La moitié de 149 deg. 4 ① de l'are C A, entre la ptolongée A G & la non prolongée C G, (de laquelle C G la raiſon eſt eerehée) fait 74 deg. 32.
Son ſinus pour la non ptolongée C G 9638.
Souſtrayant 74 deg. 32 ①, einquieſme en l'ordre, de l'angle A G C 152 deg. 12 ① (entre la prolongée A G & la noo prolongée C G) reſte 77 deg. 40.

Son

Son ſinus pour le prolongement G H 9769.
Tellement que la raiſon cerchée eſt de 9769 (huictieſme en l'ordre) à 9638 (ſixieſme en l'ordre) pont G H à G C: Or eſtant la raiſon ſuſdite de G H à B G remiſe en d'autres nombres, prenant pour G H prolongement, 9769 comme icy à la derniere raiſon, on trouvera B G eſtre de 10091.
Et icelle de telles parties que G C en contient 9638 (ſixieſme en l'ordre) parquoy la raiſon des deux lignes non prodnites eſt de 10091 à 9638, aſſavoir pour B G à G C.

Preparation. Soyent menées les lignes droites AB, BH.

Demonſtration. L'angle B H A egal à la moitié de l'angle, qui eſt meſuré de l'arc A B 120 deg. 15, par la 20 propoſition du troiſieſme livre d'*Euclides*; & auſſi oſtant l'angle B H A de B G A angle exterieur, reſtera l'angle G B H 57 deg. 4 ①, par la 32 propoſition du premier livre, tellement que le triangle B G H ayant les angles cognus, on trouvera par iceux la raiſon des coſtez: le reſte eſt facile.

Concluſion. Eſtant donc, &c.

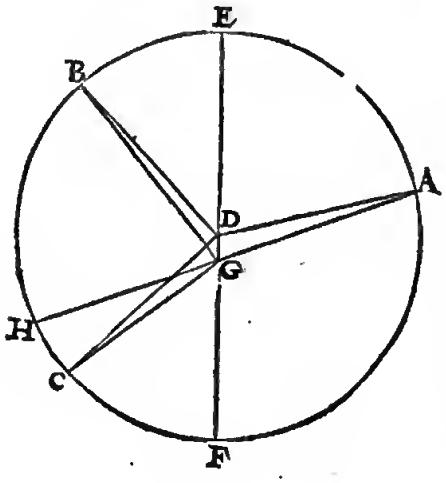
Propoſition II.

Si on mene trois lignes de l'eccentre vers trois poincts en l'eccentrique, & que les arcs interceptés ſoyent donnez, comme auſſi les angles, avec declaration de l'apogée, aſſavoir en quel arc il advient: Trouver premierement l'eccentricité en telles parties que le raid en comprenne 10000: ſecondement, la diſtance apparante qu'il y a depuis l'apogée juſques à l'un des trois poincts donnez, veuë de l'eccentre: finalement, l'arc de l'apogée juſques à un des trois poincts donnez.

Pource qu'entre les trois arcs donnez quelques uns pourroyent eſtre de 180 deg. auſſi de 90 degrez ou non, ce qui fait qu'il y a pluſieurs operations les unes plus faciles que les autres; & combien qu'un angle de 180 degrez n'eſt plus angle, toutesfois on le pourra nommer angle, pour entendre qu'on parle de tous en general.

1 *Exemple, avec des arcs & des angles, qui ne ſont de* 90 *degrez, ny de* 180.

Le donné. Soit A B C un eccentrique, & D ſon centre, en iceluy ſont trois poincts A, B, C, ainſi que l'arc A B eſt de 120 deg. 15.
B C de 90 deg. 41.
Et C A le reſte, de 149 deg. 4.



D'avantage ſoit E l'apogée en l'arc A B, F perigée, & G l'eccentre dans E F, duquel ſoyent menées les lignes G A, G B, G C, faiſant les angles, aſſavoir A G B, de 117 deg. 11.
B G C 90 deg. 37.
Et C G A le reſte ſera de neceſſité 152 deg. 12.

Le requis. Il faut trouver premierement l'eccentricité D G, en telles parties que le raid B D eſt 10000. Secondement, la diſtance apparante de l'un des trois poincts, comme B, à l'apogée E, veuë de l'eccentre G, c'eſt l'angle E G B. Tiercement, l'arc de l'apogée E juſques audit poinct B, qui eſt E B.

Preparation. Je prolonge l'une des trois lignes A G, B G, C G, comme A G, juſques en H, ainſi que A G eſt la prolongée, & G H le prolongement, & B G, G C les deux non prolongées, & menée B C, entre les extremitez des non prolongées.

Conſtruction.

Je cerche la raiſon des deux non prolongées B G, G C, & la trouve par la 1 propoſition; B G de 10091.
Et C G de 9638.
Le triangle B G C a trois termes cognus; aſſavoir l'angle B G C 90 deg. 37 ①, par le donné; B G 10091, premier en l'ordre, & C G 9638, deuxieſme en l'ordre: par leſquels on trouvera B C 14027.
L'angle C B G 43 deg. 23.
Oſtant B D C (90 deg. 41 ① par le donné) de 180 degrez, reſtera pour les deux angles B, C du triangle B D C 89 deg. 19 ①: dont la moitié pour l'angle C B D eſt 44 deg. 39.
Iceluy C B D differe de C B G (quatrieſme en l'ordre) de l'angle D B G 1 deg. 16.
La ligne B C 14027, troiſieſme en l'ordre, donne B G 10091 premier, combien la meſme B C (la poſant eſtre le nombre de la corde de l'arc B C 90 deg. 41 ①, faiſant par la 13 propoſit. de la conſtruction des ſinus) 14224? viendra pour B G 10233.
Alors le raid B D fait 10000.
Donc le triangle D B G a trois termes cognus, aſſavoir l'angle D B G 1 deg. 16 ①, ſixieſme en l'ordre, B G 10233, le ſeptieſme, & B D 10000, le huictieſme: par leſquels cerchez les trois incognus, qui ſe tronveront eſtre par la 6 propoſition des triangles plans, aſſavoir D G l'eccentricité requiſe, de 323.
L'angle D G B, qui eſt auſſi E G B pour la diſtance apparante de B, à l'apogée E 43 deg. 14.
Et l'angle B D G 135 deg. 30.
Lequel oſté de 180 reſte l'angle E D B, ou bien pour l'arc requis de E en B 44 deg. 30.

Notez I.

D'autant qu'il eſt licite de mettre la lettre A auſſi bien és figures ſuivantes, comme en la precedente, pour un des trois poincts que l'on voudra, j'eſtime que pour faciliter les exemples on pourra mettre A & B où l'apogée E doit venir entre deux: auſſi que l'arc requis, de l'apogée E juſqu'à l'un des trois poincts, ſoit touſiours marqué de meſmes lettres qu'en la figure precedente: & qu'apres A, ſelon l'ordre & conſequence des ſignes, ſuive immediatement B, puis C; afin d'avoir és exemples

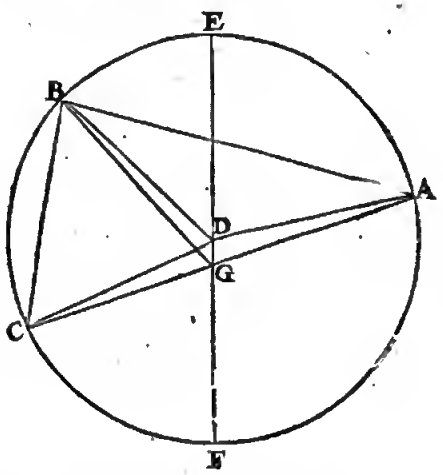
ples des lettres qui ſignifiaſſent la meſme choſe, afin qu'on ne face d'addition lors que l'exemple qu'on imite fait la ſouſtraction ; & qu'on ne face la ſouſtraction lors que l'exemple à imirer fait l'addition.

Note II.

Quelqu'un bien entendu en ceſte matiere pourroit demander pourquoy il a eſté dit qu'ao donoé on requiert de cognoiſtre en quel afe l'apogée advient, veu que chez les aurres autheurs on le trouve par les cours plus viſtes & plus lents des planetes, qu'on remarque és trois lieux donnez. A quoy je reſpons, que puis que cela ſe doit ſçavoir par les precedentes obſervations, qu'on acquiert par les Ephemerides obſervées, deſquelles choſes a eſté parlé à la 4 propoſition du 1 livre, que nous reoons auſſi cela pour cognu par meſme moyen.

2. *Exemple, avec trois arcs ſans qu'il y en ayt un de* 180 *degrez, mais bien un angle d'autant, aſſavoir de* 180 *degrez: & pas un des autres deux de* 90 *deg.*

La briefveté de ce 2 exemple eſt, qu'il n'eſt pas beſoing de cerchet la raiſon des deux lignes non prolongées, comme au 1 exemple.



Le donné. Soit A B C un eccentrique, D ſon centre, & en iceluy trois poincts A, B, C, ainſi que les arcs entre iceux ſoyeot, aſſavoir A B de 120 deg. 15.
B C 63 deg. 22.
Et C A reſtant de 176 deg. 23.
Davantage ſoit E apogée en l'arc A B, F perigée, & G l'eocentre dans la ligne E F, duquel derive ot 3 lignes vers les 3 poincts cauſans les angles, aſſavoir A G B 117 deg. 11.
B G C 62 deg. 49.
Et C G A reſtant de 180 deg.

Le requis. Il faut tronver ptemierement l'eccentricité D G, en telles parties que le raid en ſait 10000. Secondement, la diſtance apparante de l'nn des 3 poincts A, B, C, comme de C, à l'apogée E, veuë de l'eccentre G, c'eſt l'angle E G C. Tiercement, l'arc depuis l'apogée E juſques à l'un des 3 poincts A, B, C, & ſoit de C.

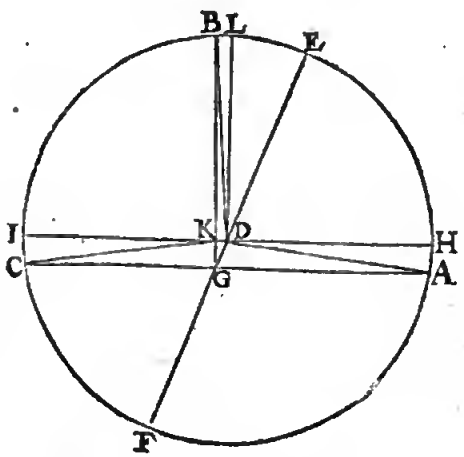
Preparation. Soyent menées les 3 lignes droites A B, B C, C A, deſquelles C A doit paſſer par G, pource que l'angle C G A eſt de 180 deg. par l'hypotheſe.

Construction.

Veu que l'arc A B, ou l'angle A D B, eſt donoé de 120 deg. 15 ①, ſa moitié pour l'angle A C B, qui eſt auſſi pour G C B, 60 deg. 7.
Le triangle G C B a trois termes cognus, aſſavoir l'angle G C B 60 degr. 7. B C G 62 deg. 49 ①, ſelon le donné, & le coſté B C 10504, comme corde de l'arc B C, faiſant ſelon l'hypotheſe 63 deg. 22 ①. par leſquels cerchez C G, & trouverez 9911.
L'arc C A, ou l'angle C D A faiſant par le donné 176 deg. 23 ①, ſouſtrait de 180 degr. reſtera pour les angles D C A & D A C, 3 deg 37 ①; ſa moitié pour D C A ou D C G, 1 deg. 48.
Le triangle D C G a trois termes cognus, comme le coſté C G 9911, 2 eo l'ordre, & C D 10000, & l'angle D C G 1 deg. 48 ①, troiſieſme en l'ordre : par leſquels les 3 termes incognus ſe trouveront eſtre, aſſavoir D G ecceotricité requiſe, de 325.
Et l'angle D G C, qui eſt auſſi l'angle requis E G C, 104 deg. 59.
Et l'angle C D G 73 deg. 13 ①, duquel l'adjoinct eſt pour E D C, ou l'arc requis E C 106 deg. 47.

3. *Exemple, ſans aucun arc de* 180 *deg. & 3 angles, dont l'un eſt de* 180 *deg. & les deux autres chacun de* 90 *deg.*

Ce 3 exemple ſe peut reſoudre par le moyen du precedent : Mais pour le faire ſelon la maniere de *Ptolemée*, laquelle eſt plus briefve, & non pas ſi certaine, comme nous monſtrerons ailleurs, je la deſcriray comme s'enſuit.



Le donné. Soit A B C un eccentrique, D ſon centre, & A, B, C, 3 poincts en iceluy, ainſi que l'arc A B fait 92 deg. 18.
B C 91 deg. 17.
Et C A reſtera, ſera donc de 176 deg. 25.
Davantage ſoit E apogée en l'arc A B, F perigée, & G l'eccentre dans la ligne E F, duquel derivent 3 lignes vers les 3 poincts cauſans les angles, aſſavoir A G B 90 deg.
B G C 90 deg.
Et C G A reſtant de 180 deg.

Le requis.

Le requis. Il faut premierement trouvet l'eeceutricité DG, en telles parties que le raid BD en fait 10000. Seeondement, la diſtance apparante de l'un des 3 poincts A, B, C, & ſoit de C, à l'apogée E, veuë de l'eceentre G, qui eſt l'angle EGB. Tiereement, l'are depuis l'apogée E juſqu'à l'un des 3 poincts A, B, C, ſoit de B.

Preparation. Soyent menées les ligues AC, BG & HI par D, parallele à AC, coupant BG en K, puis apres LD patallele à BG.

CONSTRVCTION.

Souſtrayant l'ate CA donné de 176 deg. 25 ①, du demicerele IFH 180 deg. reſtera pour les deux arcs HA, IC, 3 deg. 35 ①, ſa moitié pour IC	1 deg. 48.
Sou ſinus auſſi pour KG	314.
Oſtant AH 1 deg. 48 ①, encot HL 90 deg. de AB donné de 92 deg. 18 ①, reſtera LB	0 deg. 30.
Son ſinus pour KD	87.
Le triangle KDG a 3 termes eognus, comme KG 314, 2 en l'ordre, le coſté KD 87, 4 en l'ordre, & l'angle GKD droict. Par leſquels cerchez le coſté DG, & l'angle DGK, par la 6 propoſ. des triangles plats, aſſavoir DG l'eeceentricité requiſe (en telle partie que le raid DB fait 10000, d'autant que KG fait 314 & KD 87 des meſmes parties)	326.
Et l'angle DGK, ou l'angle EGB, eomme la diſtance apparanre requiſe de E juſqu'à B	15 deg. 29.
L'angle EDL eſtant egal à DGK, iceluy EDL, ou bien EL, ſera autant que DGK auſſi 15 deg. 29 ①: Auquel adjouſté LB 30 ①, troiſieſme eu l'ordre, viendra pour l'ate EB requis	15 deg. 59 ①.

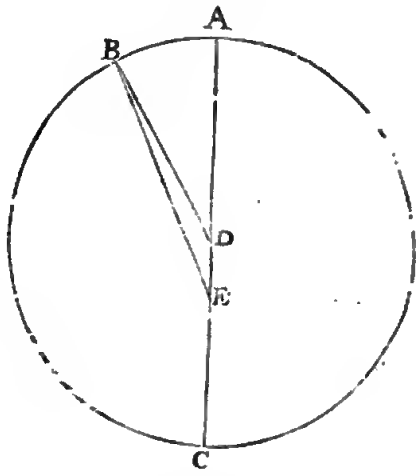
NOTE 2.

Ot qu'il y ayt plus de certitude par la voye du 2 exemple, que par ee 3, eſt manifeſte en ce que l'eccentricité DG eſt trouvée iey par des moindres nombres que là, veu que les deux eoſtez KG 314. & KD 87 du triangle KDG ſont plus courts que les 2 eoſtez CD 10000, & CG 9911 du triangle CDG.

4. *Exemple, avec 3 arcs, deſquels l'un eſt de* 180 *deg. & trois angles, deſquels l'un eſt auſſi de* 180 *deg.*

Le donné. Soit ABC un eecentrique, & D ſon centre: auquel y a 3 poincts A, B, C, ainſi que l'are A ſoit de	43 deg. 49.
BC de	136 deg. 11.
Et CA teſtant, de neceſſité	180 deg.
Davantage voyant que l'angle depuis le premier lieu juſqu'au troiſieſme eſt de 180 degrés, je remarque que A eſt l'apogée, & D perigée, entre la ligne AC, hors du eentre D, je poſe E eccentre, & menée EB, les angles eſtans comme s'enſuit, aſſavoir AEB.	42 deg. 35.
BEC de	137 deg. 25.
Et CEA reſtant, eſt de neceſſité	180 deg.

Le requis. Veu que la diſtance apparante, qui eſt l'angle AEB 42 deg. 35 ①, le 4 en l'ordre, & l'arc de l'apogée juſques à l'un des trois poincts, comme B, eſt de 43 deg. 49 ①, premier en l'ordre, ſont eognus par le donné, il ne ſera beſoing de les cerchet, aius ſeulemeut l'eccentricité DE.



CONSTRVCTION.

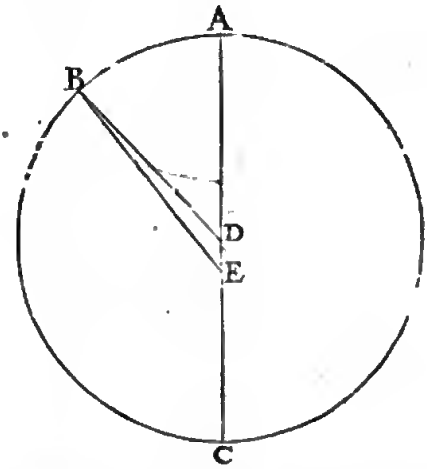
Le ttiangle BDE, a trois termes cognus, eomme l'angle BDE 136 deg. 11 ①, le 2 en l'ordre, DEB 42 deg. 35 ①, quatrieſme en l'ordre, & le coſté DB 10000. Par leſquels cerchant le coſté DE, ſera trouvé eſtre, par la 4 ptop. des ttiangles plats, pour l'eecentricité requiſe de	318

Concluſion. Eſtant done donnez un eccentrique & en ſa citconferenee 3 poincts, &c.

PROPOSITION III.

Eſtant donné l'argument ou magnitude du cours d'une planete, ou d'un poinct au deferant; avec la raiſon de l'eccentricité au raid du deferant: Trouver la ligne entre la planets, ou poinct, & le centre de la terre en telles parties que le raid du deferant en fait 10000: *auſſi la proſtaphereſe de la planete, ou poinct, par voye Mathematique fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.*

En eeſte propoſition eſt parlé d'argument ou de la magnitude du eours d'une planete, (ce qui ſe eommence touſiours de l'apogée,) la raiſon eſt pour parler generalement tant des planetes qui ſe meuvent en des deferants, eomme le Soleil & la Lune, que des eentres d'epicycles des autres plauetes, qui ſe meuvent auſſi en des defetans.



Le donné. Soit ABC un deferant, D ſon centre, & E l'eccentre, ou la terre, A l'apogée, & C perig. e, B la planete,

planete, ou poinct; tellement que l'argument A B ſait 30 deg. & la raiſon de l'eccentricité D E au raid D B ſoit, comme 323 à 10000, auſſi l'angle D B E eſt la proſtaphereſe, laquelle eſtant icy au premier demicercle doit eſtre aphereſe.

Le requis. Il faut trouver la ligne E B, auſſi D B E l'aphereſe.

Construction.

Le triangle D B E a trois termes cognus, aſſavoir D E 323, D B 10000 par l'hypotheſe, & l'angle B D E 150 deg. (car oſtant l'angle donné A D B 30 deg. de 180 deg. reſtera comme devant pour B D E, 150 deg.) par leſquels on trouvera le coſté E B & l'angle D B E, aſſavoir la ligne E B requiſe de 10281.

Et l'angle D B E pour l'aphereſe cerchée de 54①.

Dont la demonſtration eſt manifeſte par l'operation.

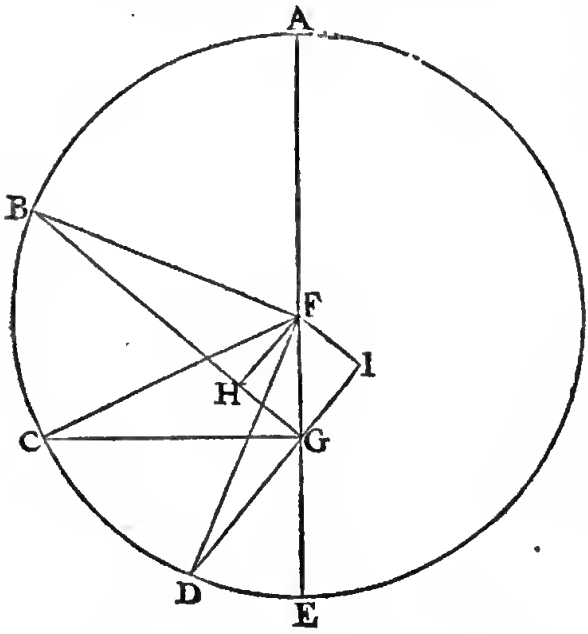
Concluſion. Eſtant donc donné l'argument, &c.

Theoreme. Proposition IV.

La plus grande proſtaphereſe au deferant eſt à l'extremité de la perpendiculaire ſur l'eccentricité, paſſant par l'eccentre.

Le donné. Soit A B C D E un deferant, F ſon centre, G eccentre, duquel eſt menée G C perpendiculaire à l'eccentricité.

Le requis. Il faut demonſtrer que la plus grande proſtaphereſe eſt en C extremité de la ligne C G, qui eſt perpendiculaire à l'eccentricité F G, & paſſant par G.



Preparation. Soyent menées d'autres lignes quelconques de G, comme G B & G D, ſur leſquelles ſoyent abbaiſſées les perpendiculaires du poinct F, comme F H, F I, puis menées F B, F C, F D: & pour declarer encor le requis, je dis que l'angle F C G eſt plus grand que ny B, ny D.

Demonſtration. Si on fait un cercle ſur F G comme diametre, il paſſera par H, I, & patrant F G ſera majeure à F H ou à F I, par la 15 propoſition du troiſieſme livre *d'Euclides*: D'avantage, ſi on fait des demicercles, ayans pour diametres F B, F C, F D egales, ils ſeront egaux, & paſſeront, l'un par H, l'autre par G, & finalement l'autre par I; mais à celuy qui eſt fait ſur F C, paſſant par G, advient la plus grande corde des trois, F H, F G, F I, qui eſt F G, comme dit eſt, & par conſequent F G ſouſtendra un plus grand arc, qui pour ceſte cauſe ſera oppoſite au plus grand angle C.

Concluſion. La plus grande proſtaphereſe donc, au deferant eſt à l'extremité de la perpendiculaire ſur l'eccentricité, paſſant par l'eccentre. Ce qu'il falloit demonſtrer.

Corollaire.

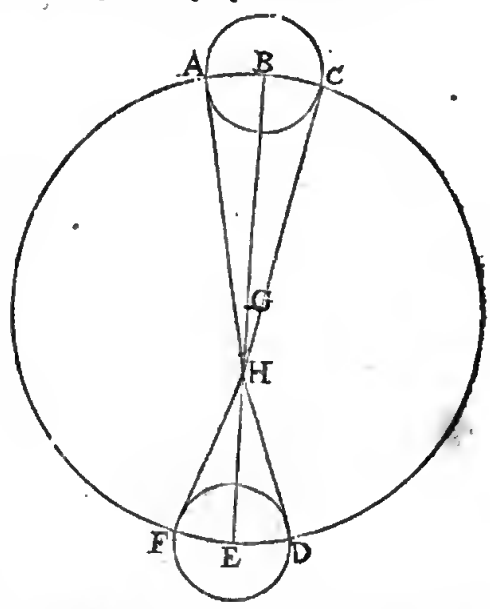
D'autant que le triangle F G C a trois termes cognus, G droit, F C 10000, & F G 323, par le deuxieſme exemple de la deuxieſme propoſition, il appert qu'on cognoiſtra l'angle F C G de 2 deg. 23① pour la plus grande proſtaphereſe.

Theoreme. Proposition V.

Eſtant veuë une planete de la terre, en diverſes eſlongations: comme ſon moindre diametre viſuel (lequel eſt veu tel, eſtant la planete en ſa plus grande eſlongation de la terre) au majeur diametre viſuel (lequel eſt veu tel, eſtant icelle en ſa moindre eſlongation:) ainſi à peu pres la moindre eſlongation à la majeure.

Le donné. Soit A B C D E F un deferant, G ſon centre, H la terre, & menée B E diametre, par icelle, alors B ſera l'apogée, & E perigée; ſur leſquels, comme centre, ſoyent deſcrits des cercles egaux ſignifians une meſme planete en iceux, comme ſeroit la Lune, & menées H A, H C, H F, H D; & ſoit l'angle A H C (qui eſt le diametre viſuel) trouvé par experience, je prens de 30①, & F H D de 32①; & H B eſt ſa plus grande eſlongation de la terre, & H E la moindre.

Le requis. Il faut demonſtrer que comme A H C 30① à F H D 32①, ainſi à peu pres E H à H B.



Demonſtration. Si on prend A B C eſtre ligne droite, l'erreur ſera imperceptible, eſtant environ de 30①; & ainſi que A B H ſoit un triangle rectiligne, rectangle en B; alors l'angle aigu (s'il faut ainſi dire) de B A C ſera de 89 deg. 45①, ainſi que A B à B H ſeront comme les ſious des angles oppoſites, c'eſt à dire comme A B 43632 à B H

à BH, 9999905.
Et faiſant le ſemblable au triangle HEF, on trouvera que FE ſera à EH, comme aſſavoir FE, 46541.
à EH, 9999892.
Que ſi on poſe AB eſtre 43632, comme devant, alors BH ſera 9999905, deuxieſme en l'ordre; que ſera BH eſtant poſée AB autrement, aſſavoir 46541, le troiſieſme en l'ordre? viendra pour BH 10666611.

Et ce en telles parties que EH en contient 9999892, le quatrieſme en l'ordre: Ce qu'eſtant ainſi, je dis, que cõme 30 ☉ à 32 ☉, ainſi aſſez pres 9999892 à 10666611, cinquieſme en l'ordre; car diſant 30 ☉ donne 32 ☉, combien 9999892? viendra 10666558, ce qui eſt fort pres de l'autre, voire ſi on delaiſſe les deux lettres dernieres, alors 30 ☉ à 32 ☉ ſera comme 99999 à 106666 en entiers, qui different ainſi en moins que de l'unité: Et cecy eſtant fait par exemple de la Lune, on pourra entendre le meſme des autres planetes.

Concluſion. Eſtant donc veuë une planete de la terre, &c.

Proposition VI.

Eſtant donné le diametre viſuel d'une planete, lors qu'elle eſt la plus eſloignée de la terre, avec la raiſon de ſa plus grande eſlongation de la terre à une moindre: trouver ſon diametre viſuel eſtant la planete en ladite moindre eſlongation.

Le donné. Soit le diametre viſuel d'une planete en ſa plus grande eſlongation de la terre, 30 ☉ eſtant en A apogée, comme en la figure de la troiſieſme propoſition, poſant que cela fuſt ainſi trouvé par experience: Et la plus grande ligne EA 10323 (aſſavoir AD 10000 avec ED 323) la moins longue EB 10287 (comme elle a eſté trouvée à la ſuſdite 3 propoſition.)

Le requis. Il faut trouver le diametre viſuel de la planete eſtant en B, lors que BA eſt 30 degrez.

Construction.

Je dis la courte ligne EB 10287 donne la plus longue EA 10323, combien le diametre viſuel donné 30 ☉? vient pour le diametre viſuel requis 30 ☉, 7 ☋.

Et ainſi appert comment on le trouvera eſtant la planete en autre lieu, dont la demonſtration eſt manifeſte par la conſtruction.

Notez.

Il a eſté dit à la propoſition: (Eſtant donné le diametre viſuel d'une planete, lors qu'elle eſt la plus eſloignée de la terre) cela a eſté fait pour eſtre ainſi plus propre à conſtruire des tables, aſſavoir en l'apogée ou bien au perigée, combien que la regle ſoit generale pour les diametres viſuels des autres lieux: Auſſi que ceſte regle eſt generale pour les planetes qui ſe meuvent en des epicycles, veu que le requis eſt trouvé par leurs diſtances & eſlongations de la terre.

Concluſion. Eſtant donc donné, &c.

DEUXIESME DISTINCTION DU DEUXIESME LIVRE,

De l'invention du cours du Soleil, par voye Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.

SOMMAIRE DE CESTE DEUXIESME DISTINCTION.

Ayant premierement deſiny que c'eſt de Soleil equidiel, ſuivront 22 propoſitions, deſquelles la premiere, qui eſt la 7 en l'ordre, ſera de trouver l'excentricité du deferant du Soleil, avec ſes dependances: la ſeconde (qui eſt la 8 en l'ordre) de l'invention de la proſtaphereſe, & diametre viſuel du ſoleil: les 4 ſuivantes, qui ſont les 9, 10, 11, & 12, ſerviront à trouver en tous temps la longitude apparante du Soleil: Et les 10 propoſitions conſequentes, aſſavoir les 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21 & 22, ſeront pour l'equation des jours: Et finalement les 6 dernieres, comme les 23, 24, 25, 26, 27, & 28, de la diſtance, & grandeur du Soleil, ſes parallaxes, & longueur du cone de la nuict.

Definition.

Soleil equidiel, eſt un poinct imaginaire, lequel ſe meut uniformement par l'equinoctial, ainſi qu'il ſe trouve touſiours avec le vray Soleil en la ſection vernale.

Par les 15 & 16 definitions du premier livre touchant les planetes en general, on entend que c'eſt de Soleil apparant, & Soleil moyen: Mais joignant ces deux-la, j'ay deſiny que c'eſt de l'equidiel, ſervant à l'intelligence de l'equation des jours, deſquels ſera parlé en ceſte deuxieſme diſtinction.

Proposition VII.

Par trois lieux où le Soleil a eſté, cognoiſtre premierement l'excentricité, en telles parties que le raid du deferant en contient 10000. Secondement, la longitude apparante de l'apogée. Tiercement, l'argument d'un des 3 poincts. Quartement, la longitude du Soleil moyen; & ce par voye Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.

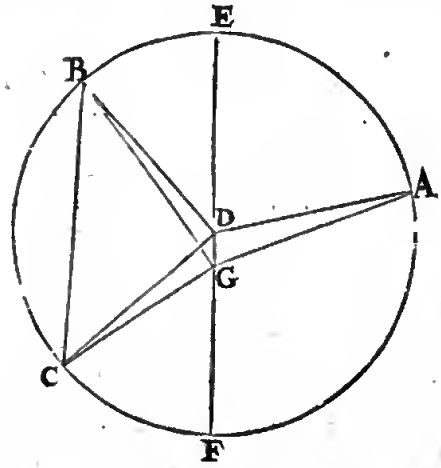
1. *Exemple avec 3 lieux où le Soleil a eſté, où ſe trouvent 3 arcs, & 3 angles, ſans qu'aucun d'iceux ſoit 180 deg.*

Le donné. Ayant en main quelques Ephemerides obſervées, au lieu deſquelles nous nous ſervirons des calculées pour les raiſons deduites en la 1 propoſition du premier livre, j'y choiſis 3 lieux du Soleil, dont le premier eſt, par exemple, le premier d'Avril 1554, eſtant le Soleil en l'ecliptique au 10 deg. 38 ☉.
Le 2 lieu, le 1 Aouſt 1554, eſtant le Soleil au 137 deg. 49.
Le 3 lieu, le 1 Novembre 1554, eſtant le Soleil au 228 deg. 26.
Or du 1 Avril, 1 en l'ordre, juſqu'au 1 Aouſt, 2 en l'ordre, y a 122 jours: & le mouvement du Soleil en tel temps ſera par la 3 prop. du 1 livre, de 120 deg. 15.
Du 1 Aouſt, 2 en l'ordre, juſqu'au 1 Novembre, 3 en l'ordre, y a 92 jours, auquel temps le cours du Soleil eſt de 90 deg. 41.
Leſquels deux derniers en l'ordre font 210 deg. 56 ☉, ſon reſidu du cercle eſt 149 deg. 4.
Oſtant 10 deg. 38 ☉, premier en l'ordre, de 137 deg. 49 ☉, ſecond en l'ordre, reſtera pour le mouvement du Soleil apparant du 1 au 2 lieu 117 deg. 11.
Oſtant 137 deg. 49 ☉, 2 en l'ordre, de 228 deg. 26 ☉, 3 en l'ordre, reſtera pour le

mouvement apparant du Soleil, depuis le 2 lieu jusqu'au 3 — 90 deg. 37.
Puis adjoustant 117 deg. 11 ☉, penultrieme en l'ordre, à 90 deg. 37 ☉, dernier en l'ordre, vient 207 deg. 48 ☉, son residu circulaire est — 152 deg. 12.

Le requis. Les trois lieux du Soleil estant cognus avec leurs circonstances comme devant, il faut trouver par iceux premierement l'excentricité en telles parties que le raid du deferant en contienet 10000. Secondement, la longitude apparente de l'apogée. Tiercement, l'argument de l'un des trois lieux, je prens du deuxiesme. Quartement, la longitude du Soleil moyen.

Preparation. Je designe un cercle A B C, comme deferant du Soleil, D son centre, & en iceluy 3 poincts A, B, C, ainsi que l'arc A B fait le nombre 4 en l'ordre, qui est — 120 deg. 15.
Mais B C donné, 5 en l'ordre, fait — 90 deg. 41.
Donc C A residu circulaire fait de neccessité — 149 deg. 4.
Davantage par la 4 propos. du 1 livre, je voy que l'apogée doit venir en l'arc AB, comme je prens, en E; duquel je mene une ligne par D, jusques à la circonference en F comme perigée, marquaor puis apres l'excentre G, ou la terre dans DF, menant les 3 lignes de G vers A, B, C, ainsi que suivant le douné, l'angle A G B, 7 en l'ordre, fait — 117 deg. 11.
Et l'angle B G C douné, comme 8 en l'ordre, — 90 deg. 37.
Et aussi l'angle C G A donné, le 9 en l'ordre, 152 deg. 12.



Par lesquels (pour declarer autrefois le requis de ceste propositioo) il faut trouver premierement D G l'excentricité en telles parties, que B D raid en fait 10000. Secondement, la longitude apparante de l'apogée E; Tiercement, l'argument de B. Quartement, la longitude du Soleil moyen.

Construction.

D'autant que j'ay icy une figure de la qualité, comme en la 1 prop. du present, parquoy par son moyen je cerche la raison des deux prolongées, lesquelles je choisis estre B G, G C, trouvant que si G B est — 10091.
Alors C G sera — 9638.
Laquelle raison estant cognuë, suit que par le 1 exemple de la 2 propos. je trouvasse premierement D G excentricité prenant D E 10000, & vient — 323.
Secondement, la distance apparante de B à E, par le 1 exemple de la 2 propos. veu de l'excentre G, qui est l'angle E G B de 43 deg. 14 ☉, mais B est sous le 137 deg. 49 ☉ par le 2 donné, & est ainsi E ces 43 deg 14 ☉ plus eu arriere que B, & l'ostaor de 137 deg. 49 ☉ restera pour la longitude apparente de l'apogée E (trouvée assez pres de 94 deg 35 ☉ eu la 4 prop. du 1 livre, par operation avec des Ephemerides observées) — 94 deg. 35.
Tiercement, par le susdit 1 exemple de la 2 prop l'arc E B se trouve pour argumeot requis — 44 deg. 30.
Quartement, j'y adjouste 94 deg. 35 ☉, 4 en l'ordre, vient pour la longitude du Soleil moyen sur le 1 d'Aoust 1554, — 139 deg. 5.

Demonstration. Puis que l'argument du vray Soleil estoit au 1 d'Aoust 1554 de 44 deg. 30 ☉, 3 en l'ordre, auquel est egal l'arc de l'apogée apparant jusqo'au Soleil moyen, par la 16 definition, il faut donc que le mesme face 44 deg. 30 ☉; que si l'on y adjouste la longitude apparante de l'apogée 94 deg. 35 ☉, 4 en l'ordre, la somme devra estre la requise: le reste est iotelligible de soy-mesme par la constructioo.

Notez.

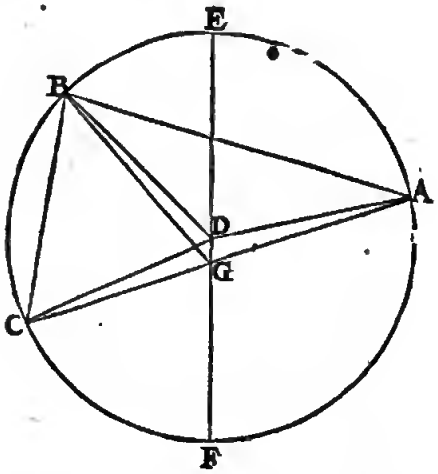
On sçaura que ceste note, advertit touchant la retention des lettres qui signifient le mesme és figures, comme a esté dit en la uote du 1 exemple de la 2 prop. à la fin: assavoir qu'on se servira des mesmes lettres en l'exemple suivant, comme en la 2 prop.

2. *Exemple où il y a 3 lieux du Soleil, sans nul arc de 180 deg. & un angle de 90 deg. & pas un de 180.*

Le donné. Je choisis 3 lieux du Soleil és Ephemer. de *Stadius*; le premier, par exemple, sur le 1 Avril 1554, le Soleil estant au — 20 deg. 38.
Le deuxiesme, le 1 Aouſt 1554, le Soleil au — 137 deg. 49.
Le troisiesme, le 4 Octobre 7 heures 12 ☉, en l'an 1554, estant le Soleil au — 200 deg. 40.
Or du premier Avril jusques au 1 Aouſt sont 122 jours; auquel temps le cours du Soleil en son deferant est, par la 3 prop. du 1 livre, de — 120 deg. 15.
Du premier Aouſt, 2 en l'ordre, jusqu'au 4 Octobre 7 heures 12 ☉, 3 en l'ordre, y a 64 jours 7 heures 12 ☉; Auquel temps le Soleil a couru, par la 3 propos. du 1 livre, — 63 deg. 22.
La somme de 120 deg. 15 ☉, 4 en l'ordre, & de 63 deg. 22 ☉, 5 en l'ordre, est 183 deg. 37 ☉, duquel le residu circulaire est — 176 deg. 23.
Ostant 20 deg. 38 ☉, 1 en l'ordre, de 137 deg. 49 ☉, 2 en l'ordre, reste pour le cours apparant du Soleil, du 1 lieu jusques au 2, — 117 deg. 11.
Ostaor 137 deg. 49 ☉, 2 en l'ordre, de 200 deg. 40 ☉, 3 en l'ordre, reste pour le cours apparant du Soleil du 2 lieu jusqu'au 3, — 62 deg. 51.
Adjoustant 117 deg. 11 ☉, 7 en l'ordre, à 62 deg. 51 ☉, 8 en l'ordre, vient 180 deg. 2 ☉; mais posons par exemple que ce ne soit que 180 deg. residu circulaire est — 180 deg.

Le requis.

Le requis. Les trois lieux du Soleil avec leurs circonſtances eſtant cognus, comme devant, il faut par iceux cognoiſtre le contenu de ceſte propoſition: Aſſavoir premierement, l'excentricité en telles parties que le raid du deferant en contient 10000. Secondement, la longitude apparante de l'apogée. Tiercement, l'argument du Soleil en l'un des trois lieux, je prens au deuxieſme. Quartement, la longitude du Soleil moyen.



Preparation. Soit A B C un cercle denotant le deferant du Soleil, D ſon centre, & en iceluy trois poincts A, B, C, ainſi que l'arc A B face le nombre du quatrieſme en l'ordre donné 120 deg. 15.

Mais B C, cinquieſme en l'ordre donné, qui eſt 63 deg. 22.

Et C A par conſequent doit faire neceſſairement le reſidu circulaire du ſixieſme donné en l'ordre, 176 deg. 23.

D'avantage je voy que par la 4 propoſition du 1 livre, que l'apogée doit venir entre A B, comme en E, duquel menant la ligne par D juſques à la circonferenee en F, comme perigée, je marque puis apres G eccentre ou la terre duquel detivent les trois lignes G A, G B, G C, & ſuivant l'hypotheſe, l'angle A G B ſera le ſeptieſme en l'ordre 117 deg. 11.

Et l'angle B G C, le huictieſme en l'ordre 62 deg. 51.

Et finalement l'angle C G A, le neufieſme en l'ordre 180 deg.

Par leſquels pour declarer autrement le contenu du requis, il faut trouver D G eccentricité, poſant B D 10000 : & la longitude apparante de l'apogée E; tiercement, l'argument du Soleil eſtant au deuxieſme poinct B.

Construction.

D'autant que ceſte figure eſt de meſme qualité que celle de la deuxieſme propoſition au deuxieſme exemple, je trouve par le meſme, premierement l'eccentricité D G (poſant B D 10000) de 325.

Secondement, par le meſme exemple C E, veu de l'eccentre G, aſſavoir l'angle E G C 104 deg. 59 ①; mais C eſt au 200 deg. 40 ①, par le troiſieſme en l'ordre donné, & partant E eſt de 104 deg. 59 ① plus en arriere, que C, par lequel je l'oſte de 200 deg. 40 ① ſuſdit, reſte pour la longitude apparante de l'apogée E 95 deg. 41.

Tiercement, je trouve par le ſuſdit exemple l'arc E C, pour l'argument du Soleil E C 106 deg. 47.

Quartement, j'adjouſte avec iceluy 95 deg. 45 ①, deuxieſme en l'ordre, vient pour la longitude requiſe du moyen Soleil au 4 Octobre 7 heures 12 ① en l'an 1554, 202 deg. 28.

3 Exemple avec trois lieux du Soleil, ſans aucun arc de 180 degrez, mais bien un angle de 180 degrez, & deux autres chacun de 90 degrez.

Ce troiſieſme exemple peut eſtre reſoud par la maniere du deuxieſme, toutefois nous le conſtruirons comme s'enſuit, pour les raiſons deduites au commencement du troiſieſme exemple de la 2 propoſition.

Le donné Je choiſis dans les Ephemerides de *Stadius*, trois lieux du Soleil, le premier ſoit au 1 Avril 1554, au 10 deg. 38.

Le ſecond au troiſieſme Juillet 15 heures 35 ①, 1554, le Soleil eſtant au 110 deg. 38.

Le troiſieſme le 4 Octobre 6 heures 24 ①, au 200 deg. 38.

Entre les deux premiers en l'ordre y a 93 jours, 15 heures 35 ①, auquel temps par la troiſieſme propoſition du 1 livre le cours du Soleil eſt 92 deg. 18.

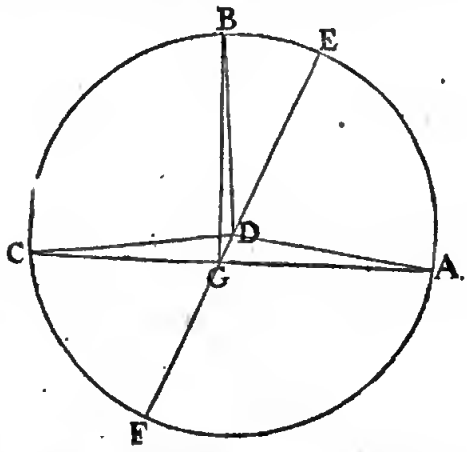
Du 3 Juillet 15 heures 35 ① juſques au 4 Oct. les deuxieſme & troiſieſme en l'ordre, y a 92 jours 15 heures 49 ①: auquel temps le cours du Soleil eſt par ladite troiſieſme propoſition du 1 livre, 91 deg 17.

Somme des quatrieſme & cinquieſme en l'ordre, eſt 183 deg. 35 ①, ſon reſidu circulaire eſt 176 deg. 25.

Oſtant 10 deg. 38 ①, premier en l'ordre de 110 deg. 38 ①, deuxieſme en l'ordre, reſte pour le cours apparant du premier lieu au deuxieſme, 90 deg.

De meſme oſtant le deuxieſme en l'ordre du troiſieſme, reſtera pour le cours apparant du deuxieſme lieu juſques au troiſieſme 90 deg.

Somme des deux derniers en l'ordre, 180 deg. ſon reſidu circulaire eſt 180 deg.



Le requis. Les trois lieux du Soleil avec leurs circonſtances eſtant cognus, il faut trouver l'eccentricité D G, poſant B D 10000; ſecondement, la longitude apparante

rante de l'apogée E ; tiercement, l'argument d'un des trois poincts, comme de B : finalement, la longitude du Soleil moyen.

Preparation. Je designe le cercle A B C comme deferant du Soleil, son centre D, & en iceluy trois poincts A, B, C, ainsi que l'arc A B fait le nombre donné quatrieſme en l'ordre, assavoir 92 deg. 18.
Mais B C, cinquieſme en l'ordre, eſt 91 deg. 27.
Et C A ſera de neceſſité le reſidu circulaire du donné ſixieſme en l'ordre, qui ſera de 176 deg. 23.
D'avantage je vois que par la 4 propoſition du 1 livre, que l'apogée doit venir dans l'arc A B, je prens en E, duquel par D je mene un diametre, trouvant le perigée en F, & marque l'eccentre G entre D, F, comme la terre, de laquelle ſoyent menées trois lignes vers A, B, C, ainſi que ſuivant le donné ſeptieſme en l'ordre, l'angle A G B ſera 90 deg.
Et l'angle B G C, huictieſme en l'ordre, 90 deg.
Et partant C G A, neufieſme en l'ordre, 180 deg.

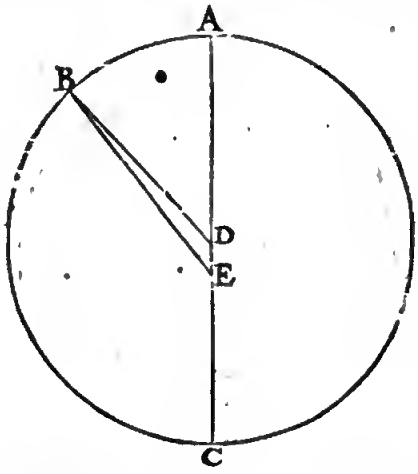
CONSTRVCTION.

Ayant ainſi une figure de la qualité du deuxieſme exemple de la 3 propoſition, je trouve l'eccentricité D G (poſant B D de 10000) de 326.
Et par le meſme exemple, la diſtance apparante de B E, veuë du poinct G, assavoir l'angle E G B 15 deg. 29 ①, mais B eſt au 110 deg. 38 ① de longitude, ſelon le donné deuxieſme en l'ordre ; parquoy E ſera de 15 deg. 29 ① plus en arriere que B, leſquels pour ceſte cauſe oſtez des 110 deg. 38 ①, reſte pour la longitude apparante de l'apogée E 95 deg. 9.
Tiercement, par le ſuſdit deuxieſme exemple du troiſieſme livre, je trouve l'arc E B pour l'argument dudit poinct B 15 deg. 59.
Quartement, j'adjouſte à iceluy 95 deg. 9 ①, deuxieſme en l'ordre, vient alors pour la longitude du Soleil moyen 111 deg. 8.

4 *Exemple, où les trois lieux du Soleil, où il y a un arc & un angle chacun de* 180 *deg.*

Le donné. Je chaſis ès Ephemerides de *Stadius*, trois lieux du Soleil, comme pourroyent eſtre le premier au 17 Juin 1554, à 13 heures ſous l'ecliptique au 95 deg. 14.
Le deuxieſme, le 1 Aouſt 1554, au 137 deg. 49.
Le troiſieſme, le 17 Decembre, trois heures 56 ① 275 deg. 14.
Entre les deux premiers y a, 44 jours 11 heures : auquel temps court le Soleil par la 3 propoſition du 1 livre, 45 deg. 49.
Entre les deux derniers y a 138 jours 3 heures 56 ① : auquel temps le Soleil fait par la 3 propoſition du 1 livre 136 deg. 11.
Somme des deux derniers en l'ordre eſt 180 deg. ſon reſidu circulaire eſt 180 deg.
Difference des deux premiers en l'ordre, eſt pour le cours apparant du Soleil entre iceux 42 deg. 35.
Difference des deuxieſme & troiſieſme en l'ordre, eſt pour le cours apparant du Soleil entre iceux lieux 137 deg. 25.
Somme des deux derniers en l'ordre, eſt 180 ſon reſidu circulaire eſt 180 deg.

Le requis. Les trois lieux du Soleil eſtant cognus comme deſſus, il faut trouver par iceux le contenu de ceſte propoſition : Premierement, l'eccentricité D E, poſant B D le raid 10000 ; Secondement, la longitude apparante de l'apogée A : Tiercement, l'argument du Soleil (en l'un des trois lieux, comme je prens le deuxieſme) qui eſt B, assavoir A B : Quartement, la longitude du Soleil moyen.



Preparation. Ayant marqué le cercle deferant A B C, & en iceluy trois poincts A, B, C, ainſi que l'arc A B fait le quatrieſme en l'ordre cy-deſſus, assavoir 43 deg. 49.
Et B C cinquieſme en l'ordre du donné 136 deg. 11.
Donc C A ſera de neceſſité le reſidu circulaire du ſixieſme en l'ordre donné, c'eſt 180 deg.
D'avantage par la 4 propoſition du 1 livre, je vois que A doit eſtre l'apogée, & C le perigée ; & partant entre C, & le centre D, je marque l'eccentre, ou la terre E, duquel je mene la ligne E B, & ainſi ſuivant l'hypotheſe l'angle A E B ſera le ſixieſme en l'ordre du donné 42 deg. 35.
Et l'angle B E C, huictieſme en l'ordre ſuſdit, 137 deg. 25.
Finalement l'angle C E A, neufieſme en l'ordre, 180 deg.

CONSTRVCTION.

Ayant une figure icy de meſme qualité que celle du quatrieſme exemple de la 2 propoſition : je trouve par icelle premierement l'eccentricité D E, en telles parties que B D fait 10000, vient 318.
Secondement, par le meſme exemple je trouve la diſtance apparante de B en A, veuë de l'eccentre E, qui eſt l'angle A E B : 42 deg. 35 ①. Mais B eſtant au 137 deg. 49 ①, deuxieſme en l'ordre du donné, alors A ſera les 42 deg. 35 ① plus en arriere que B, & partant le ſouſtrait du ſuſdit 137 deg. 49 ①, reſte pour la longitude apparante de l'apogée A 95 deg. 14.
Tiercement, par le meſme exemple je trouve l'arc A B, pour l'argument requis 43 deg. 49.
Quartement, j'adjouſte à iceluy 95 degr. 14 ①, deuxieſme en l'ordre icy meſme, vient pour la longitude du moyen Soleil ſur le 1 Aouſt 1554 de 139 deg. 3.

Donc

Dont la demonſtration eſt manifeſte par la conſtruction.

Concluſ. Nous avons donc trouvé premierement, &c.

Proposition VIII.

Estant donné l'argument du Soleil : trouver la ligne entre la terre & le Soleil en telles parties que le raid du deferant en contient 10000, davantage ſa proſtapheresе, & Diametre viſuel, le tout par operation Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe, que la terre eſt immobile.

Le donné. Soit l'argument du Soleil de 30 deg. & le raid du deferant 10000 ; donc l'eccentricité ſera de 323, par le 1 exemple de la 2 propoſition.

Le requis. Il faut trouver la ligne de diſtance entre le centre de la terre & du Soleil, en telles parties que le raid du deferant en fait 10000, & encor ſa proſtapheresе & diametre viſuel.

Construction.

Par les donnez, on pourra trouver la diſtance de la terre au Soleil en telles parties que le raid du deferant en contient 10000, & ce par l'aide de la 3 propoſ. de ce 2 livre ; & ſera trouvée de 10281.

Et ſa proſtapheresе, laquelle eſt icy apheresе, d'autant qu'il eſt, aſſavoir le Soleil au premier demicercle 54 ①.

Mais le diametre viſuel du Soleil (qu'on prend eſtre en l'apogée de 30 ①) fait par la 6 prop. 30 ① 7 ②: car diſant, moindre diſtance 10281, premiere en l'ordre, donne majeure diſtance extreme 10323, combien 30 ① ? viendra comme devant 30 ① 7 ②.

Dont la demonſtration eſt manifeſte par l'operation.

Concluſion. Eſtant donc donné l'argument du Soleil, nous avons trouvé ſa diſtance à la terre, &c.

Corollaire.

Il eſt evident comment on pourroit faire une table des lignes entre la terre & le Soleil, avec ſes proſtapheresеs, & Diametres viſuels, de degrez en degrez ; afin de trouver le requis avec facilité, comme elle eſt commencée cy-deſſous par maniere d'exemple, par 4 nombres, de 10 en 10 degrez.

TABLE.

Degrez du deferant du Soleil.	*Lignes entre la terre & le Soleil.*	*Proſtapheresеs.* apheresе.	*Diametres viſuels du Soleil.*
deg.	parties.	deg. ①	① ②
0.	10323.	0. 0.	30. 0.
10.	10321.	0. 19.	30. 0.
20.	10305.	0. 37.	30. 3.
30.	10281.	0. 54.	30. 7.
180.	9677.	0. 0.	32. 0.

Proposition IX.

Trouver en une racine d'années donnée, la longitude du Soleil moyen, la longitude apparante de l'apogée du deferant ſolaire, & l'argument du Soleil, par operation Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.

Le donné. Soit l'Epoche ou racine d'années le commencement de l'an 1600.

Le requis. Il faut trouver la longitude du Soleil moyen, la longitude apparante de l'apogée d'iceluy, & ſon argument.

Construction.

Premierement, pour trouver la longitude du moyen Soleil, il eſtoit au 1 Aouſt 1554, par le 1 exemple de la 7 propoſition de ce 2 livre, de 139 deg. 5.

Mais d'iceluy 1 Aouſt 1554 juſques au commencement de l'an 1600, y a 45 ans Egyptiens 163 jours, cependant tel temps le Soleil moyen fait par la troiſieſme prop. du 1 livre. 149 deg. 43.

Somme de ces deux en l'ordre, ſera pour la longitude requiſe du Soleil moyen au commencement de l'an 1600 comme Epoche 288 deg. 48.

Secondement, pour trouver la longitude apparante de l'apogée, elle eſtoit en l'année ſuſdite 1554 au 1 Aouſt, par le 1 exemple de la 7 prop. de ce 2 livre, de 94 deg. 35.

Le cours de l'apogée du deferant du Soleil aux 45 ans Egyptiens 163 jours, par la 5 prop. du 1 livre, 1 deg 1 ① : car diſant 1 an donne 1 ① 20 ②, combien les 45 ans & demy environ ? vient comme devant 1 deg. 1 ①.

Somme des deux derniers en l'ordre, eſt pour la longitude apparante de l'apogée au commencement de l'an 1600 comme Epoche 95 deg 36.

Tiercement, pour trouver l'argument du Soleil, celuy du 1 Aouſt 1554. eſtoit par la 7 prop. de ce 2 livre, au 1 exemple, de 44 deg. 30.

Le cours du Soleil en ſon deferant eſt és ſuſdits 45 ans Egyptiens & 163 jours, par la 6 prop. du 1 livre, 148 deg. 42 ①, qu'on trouve encor plus aiſément, oſtant 1 deg. 1 ①, 5 en l'ordre, de 149 deg. 43 ①, 2 en l'ordre, car alors il reſte auſſi 148 deg. 42.

Somme des deux derniers en l'ordre, viendra l'argument du Soleil, requis à l'Epoche donnée 193 deg. 12.

Dont la demonſtration eſt manifeſte par la conſtruction.

Concluſion. Nous avons donc trouvé en une racine d'années ou Epoche, la longitude, &c.

Notez.

D'autant que ces choſes trouvées ſeront ſouvent citées cy-apres, nous les mettrons icy à part, comme s'enſuit.

Lieux du mouvement du Soleil en la racine des années ou Epoche de 1600.

Longitude du Soleil moyen	288 deg. 48.
Longitude apparante de l'apogée du Soleil	95 deg. 36.
L'argument du Soleil	193 deg. 12.

Proposition X.

Trouver en un temps donné, la longitude du Soleil moyen : la longitude apparante de l'apogée du deferant du Soleil : & l'argument du Soleil, par voye Mathematique fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.

Notez.

D'autant qu'on pourroit penſer que le contenu de ceſte propoſition en tout temps donné, ſe pourroit reſoudre par la precedente 9, où il eſt requis en une racine d'années, & partant la preſente inutile, on ſçaura

qu'il eſt plus aiſé de faire ſes calculations fondées ſur une Epoche, que non pas ſur divers temps d'années, jours, heures & ☉; & que le lieu du Soleil moyen, de l'apogée, & du Soleil, eſtant cognu en un certain temps commun à pluſieurs nations, facilite le tout de beaucoup, ce qui ſervira icy d'exemple. Et tel advertiſſement s'entendra auſſi au cours des autres planetes ſuivantes, où le meſme ſe fera.

Le donné. Soit le temps donné le 30 Decembre 1600.

Le requis. Il faut trouver le contenu de la propoſition audit temps.

Construction.

Premierement pour trouver la longitude moyenne du Soleil, elle eſtoit en l'Epoche, aſſavoir au commencement de l'an 1600 par la precedente de 288 deg. 48.
Mais de là au 30 Decembre 1600, y a un an Egyptien, auquel temps, par la 3 propoſition du 1 livre, le cours moyen du Soleil eſt 359 deg. 45.
Somme des deux en l'ordre eſt pour la longitude du moyen Soleil 288 deg. 33.
Secondement, pour trouver la longitude apparante de l'apogée, elle eſtoit en l'Epoche de l'an 1600 ſuſdit de 95 deg. 36.
Le cours de l'apogée du Soleil, eſt en un an Egyptien ſuſdit, par la 5 propoſition du 1 livre, de 1☉, 20☌ ſoit de 0 deg. 1☉.
Somme des deux derniers en l'ordre, ſera pour la longitude apparante requiſe de l'apogée 95 deg. 37.
Tiercement, pour l'argument du Soleil il eſtoit en l'Epoche ſuſdit de l'an 1600, de 193 deg. 12.
Le cours du Soleil en ſon deferant en un an Egyptien eſt, par la 6 propoſition du 1 livre, 359 deg. 44☉, qu'on trouve plus facilement oſtant 1☉, cinquieſme en l'ordre, de 359 deg. 45☉, deuxieſme en l'ordre, car il demeure auſſi 359 deg. 44.
Somme des deux derniers en l'ordre, eſt pour l'argument requis du Soleil 192 deg. 56.
Dont la demonſtration eſt manifeſte par la conſtruction.

Concluſion. Nous avons donc trouvé, &c.

Proposition XI.

Trouver au temps donné la longitude apparante du Soleil, par operation Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.

Le donné. Soit iceluy temps le 30 Decembre 1600.

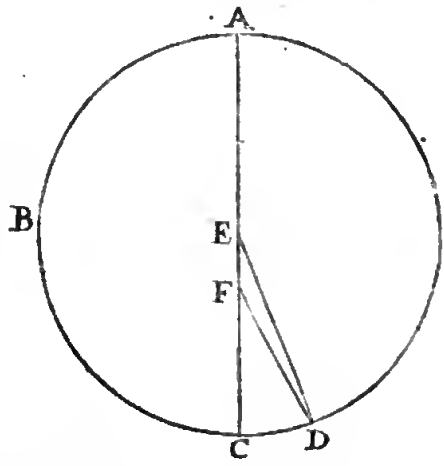
Le requis. Il faut trouver la longitude apparante du Soleil.

Construction.

Par la precedente 10 propoſition elle eſtoit au temps donné du 30 Decembre 1600 de 95 deg 37.
Par la meſme, l'argument au meſme temps eſt de 192 deg. 56.
Sa proſtaphereſe fait, par la 8 propoſition de ce 2 livre, 0 deg. 25.
Laquelle eſtant proſtetique, comme advenant au deuxieſme demicercle, je l'adjouſte à ſon precedent en l'ordre, vient 193 deg. 21.
Icelle avec le premier en l'ordre fait pour la longitude apparante du Soleil requiſe 288 deg. 58.

Demonstration.

Soit A B C D le deferant du Soleil, E ſon centre, F la terre, A apogée, eſtant comme au premier en l'ordre, au 95 deg. 37.



Le Soleil ſoit D, ainſi que ſon argument A B D, ou l'angle renverſé A E D, ſoit trouvé comme au deuxieſme en l'ordre de 192 deg. 56.
Là deſſus l'angle de la proſtapheteſe E D F, troiſieſme en l'ordre, fait 0 deg. 25.
Lequel eſt proſtetique, advenant icy au 2 demicercle, je l'adjouſte à A E D 192 deg. 56☉, deuxieſme en l'ordre, viendra pour l'angle tenverſé A F D, quatrieſme en l'ordre, 193 deg. 21.
Mais eſtant A veu de F, au 95 deg. 37☉, premier en l'ordre, D ſera tant plus avancé, que l'angle renverſé A F D emporte, qui eſt 193 deg. 21☉, & partant la ſomme de ces deux ſera pour la longitude apparante du Soleil, comme le cinquieſme en l'ordre, 288 deg. 58.
Ce qu'il falloit demonſtrer.

Concluſion. Nous avons donc, &c.

Notez.

On pourroit demander pourquoy és 9 & 10 propoſitions ont eſté cerchées & trouvées les longitudes du Soleil moyen, veu qu'en ceſte 11 nous ne l'avons mis en œuvre : Je reſpons que ce ſera pour les ſuivantes, és conjonctions & oppoſitions du Soleil & autres planetes, & faut encor ſe reſſouvenir que ce ſera à meſme fin qu'on cerchera cy-apres les cours moyens des autres planetes.

Proposition XII.

Conſtruire des Ephemerides calculées du Soleil, commençant au temps donné, par operation Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.

Veu qu'en l'onzieſme propoſition a eſté declarée la maniere de trouver le lieu du Soleil ſur un jour donné, par laquelle on le pourroit trouver en tout autre jour, d'où s'enſuit qu'on eſtimeroit ceſte propoſition inutile: Mais pource qu'en certaine methode y a de la faciliré & brieveté, la preſente ſervira à ceſte fin.

Le don-

Le donné. Suit le temps proposé le commencement de l'an 1600, c'eſt le commencement du 1 Janvier, ou ce qui eſt un meſme poinct, le dernier Decembre 1599.

Le requis. Il faut là deſſus construire des Ephemerides calculées du Soleil.

CONSTRVCTION.

Je mets en ordre trois colomnes, à la premiere le commencement de Janvier 1600: à la ſeconde l'argument du Soleil: à la troiſieſme la longitude apparante du Soleil, toutes deux au meſme temps par la 9 propoſition, comme cy-deſſous,

Ianvier 1600.	*Argument du Soleil.*	*Longitude apparante du Soleil.*
	deg. ☌.	deg. ①.
0.	193. 12.	289. 15.

Maintenant pour avoir la longitude apparante d'un jour plus avant, aſſavoir le 1 Janvier, je dis ainſi:

Au ſuſdit 193 deg. 12.
Adjouſté le cours du Soleil en ſon deferant ſur un jour, faiſant par la 6 propoſition du 1 livre 0 deg. 59. 8.
Viendra l'argument du Soleil 194 deg. 11. 8.
Sa proſtapbereſe fait par la 3 propoſition de ce 2 livre 0 deg. 29.
Laquelle eſtant proſtetique, venant au 2 demicercle, je l'adjouſte au nombre precedent 194 deg. 11. 8. vient 194 deg. 40. 8.
Auquel adjouſtée la longitude apparante de l'apogee au temps donné (& pour quelque nombre de jours ſans changer) par la 9 propoſition de ce 2 livre, 95 deg. 36.
Viendra pour la longitude apparante du Soleil au 1 Janvier 290 deg. 16.

Ce qu'eſtant ainſi, je poſe ſous la premiere colomne 1, ſignifiant le 1 Janvier; ſous la ſeconde 194 deg. 11. 8 ☌, troiſieſme en l'ordre, & ſous la troiſieſme colomne 290 deg. 16 ①, ſeptieſme en l'ordre, comme cy-deſſous:

Ianvier 1600.	*Argument du Soleil.*	*Longitude apparante du Soleil.*
	deg. ① ☌.	deg. ①.
0.	193. 12. 0.	289. 15.
1.	194. 11. 8.	290. 16.

Pour trouver maintenant la longitude apparante d'un jour plus outre, aſſavoir le 2 Janvier, le progrés ſera comme deſſus, toutefois nous le mettrons icy encor pour plus ample declaration.

Au ſuſdit 194 deg. 11. 8.
Adjouſté le cours du Soleil en ſon deferant par la 6 propoſition du 1 livre, qui eſt 0 deg. 59. 8.
Vient pour argument du Soleil 195 deg. 10. 16.
Sa proſtapheteſe, par la 3 propoſition de ce 2 livre, 0 deg. 31.
Laquelle eſt proſtetique, d'autant qu'elle advient au 2 demicercle, & partant je l'adjouſte au 195 deg. 10 ① 16 ☌, troiſieſme en l'ordre, vient 195 deg. 41. 16.
Auquel adjouſtée la longitude appatante de l'apogée, faiſant au temps donné (ce qui ne change en rien quelque nombre de jours durant) 95 deg. 36.
Vient pour la longitude apparante du Soleil au 2 Janvier 291 deg. 17.

Ce qu'eſtant ainſi, je poſe ſous la premiere colomne 2 pour le 2 Janvier: ſous la ſeconde 195 deg. 10. 16, le troiſieſme en l'ordre; & ſous la 3 colomne 291 deg. 17 ①, ſeptieſme en l'ordre, comme cy-deſſous:

Ianvier 1600.	*Argument du Soleil.*	*Longitude apparante du Soleil.*
	deg. ① ☌.	deg. ①.
0.	193. 12. 0.	289. 15.
1.	194. 11. 8.	290. 16.
2.	195. 10. 16.	291. 17.

Et de meſme ſe trouvera le reſte: & quant à la colomne moyenne elle ne s'eſcrit és Ephemerides, mais ſeulement on la met en eſcrit pour memoire en la calculation.

1 Note, quant à la certitude de l'operation.

D'autant que l'addition continuelle de 59 ① 8 ☌ à chaque jour n'eſt pas parfaite, cela feroit pluſieurs petites fautes de nulle apparance en peu de temps; mais bien en beaucoup. Or pour eviter tel inconvenient, on cerchera premierement la longitude apparante du Soleil pour le dernier Janvier, & ainſi des autres de mois en mois, afin de recognoiſtre ſi on a bien fait en la progreſſion des jours; que s'il y a de l'erreur, on le recognoiſtra à cela, & ainſi on partira l'excés ou le defaut proportionellement, tenant le calcul de mois en mois pour certain.

2 Note, quant à la brieveté de la conſtruction.

Ayant trouvé & calculé une table de 10 jours en 10 jours, on pourra facilement departir le cours és jours delaiſſez: cõme par exemple, ſi le cours aux deuxieſmes 10 jours eſt de meſme comme aux premiers 10 jours, on pourroit donoer à chacun jour la dixieſme partie du cours, ſans autre calculation; autrement eſtant inegal, on departira ceſte inegalité à l'equipollent. Il faut auſſi ſçavoir, que ſi on veut avoir lés ☌ nettement, qu'il faut venir juſques aux ☌, comme ſont pluſieurs Eſcrivains.

Concluſion. Nous avons donc conſtruit des Ephemerides calculées, &c.

Maintenant de l'equateur des jours.

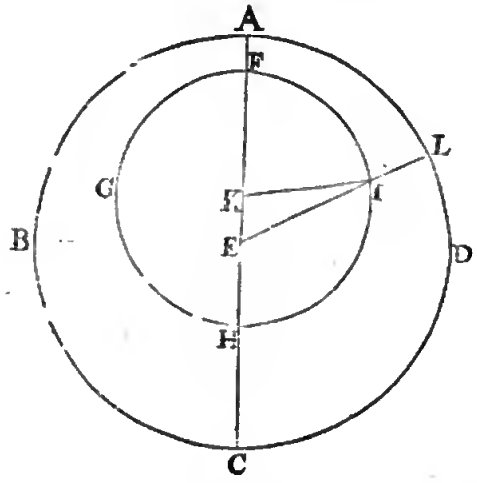
Ayant deſcrit juſques icy le cours du Soleil, il reſte maintenant de parler de l'equation des jours inegaux ou naturels, dont la qualité a eſté declarée au commencement de la deuxieſme diſtinction de ce 2 livre, & combien que cela ne ſeroit grandement perceptible au cours du Soleil, à cauſe de ſon cours tardif & lent, neantmoins au cours de la Lune, qui eſt plus viſte, il y a quelque remarque ſenſible: car d'autant pourroit-on faillir en la calculation du commencement des eclipſes, ce qui eſtoit ſelon la computation de *Eraſme Reinolde* en ſon temps, au cours viſte de 7 deg. 36 ①, faiſant en temps 0 deg. 30 ①, 24 ☌: mais il pourroit avenir en un autre temps, par l'aide de l'apogée du Soleil que ce ſeroit 10 deg. qui ſont $\frac{2}{3}$ d'heure.

PROPOSITION XIII.

Eſtant donnée la longitude apparante du Soleil; trouver ſon argument par operation Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.

Le donné. Soit A B C l'ecliptique, ſon centre E la terre, & F G H I le deferant du Soleil, ſon centre K,

ſon apogée F ſous A apogée apparant ſous le 94 deg. 35 ☉ par le 1 exemple de la 7 propoſition, puis H le



perigée ; mais C, le perigée apparant ſous le 274 deg. 35 ☉. D'avantage eſtant le vray Soleil en I, il eſt en apparence en L dans l'ecliptique 30 deg.

Le requis. Il faut trouver ſon argument, qui eſt l'arc F G H I.

Construction.

D'autant que A eſt l'apogée apparant, en l'ecliptique 94 deg. 35 ☉, & L, au 30 deg. pour L A, ou l'angle L E A, & l'angle I E K ſera de 64 deg. 35 ☉ : ce qu'eſtant ainſi, le triangle K E I aura trois termes cognus, aſſavoir K E I 64 deg. 35 ☉, K I, 10000, E K 323 par le 1 exemple de la 7 propoſition : par leſquels cerché l'angle E K I, qui eſt auſſi pour l'arc H I, ſera trouvé par la 5 propoſition des triangles plats, de 113 deg. 45 ☉ : Auquel adjouſté le demicercle E G H 180 deg. viendra pour l'argument requis du Soleil, qui eſt l'arc F G H I 293 degr. 45 ☉. Dont la demonſtration eſt manifeſte par l'operation.

Concluſion. Eſtant donnée la longitude apparante du Soleil, nous avons donc trouvé ſon argument, &c.

Notez.

Lors qu'on cerche l'argument du Soleil, eſtant iceluy en apparance au commencement de l'ecliptique, ou ſection vernale, il ſe trouvera eſtre de 263 deg. 34 ☉ ; tellement qu'en ce temps la ſection vernale eſchoit en tel poinct du deferant.

Proposition XIV.

Estant donné l'argument du Soleil, trouver ſa longitude apparante, par voye Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.

Le donné. Soit la figure de la 13 propoſition precedente le donné comme devant, le Soleil eſtant en I, ainſi que ſon argument F G H I ſoit de 293 deg 45 ☉, & L ſon lieu apparant.

Construction.

D'autant que l'arc F G H I fait 293 deg. 45 ☉, j'en ſouſtrais le demicercle F G H 180 deg. reſte pour l'arc H I, qui eſt auſſi pour l'angle E K I 113 deg. 45 ☉ : & ainſi le triangle, E K I aura trois termes cognus, comme ſont E K I, 113 deg. 45 ☉ ; K I, 10000, & E K 323, par le 1 exemple de la 7 propoſition : Par leſquels on cerchera l'angle K E I, pour l'arc L A, lequel ſe trouvera par la 6 propoſition des triangles plats de 64 deg. 35 ☉, & iceluy oſté de la longitude du perigée apparant, A 94 degr. 35 ☉, reſtera pour la longitude requiſe du poinct L 30 deg. Dont la demonſtration eſt manifeſte.

Concluſion. Eſtant donné l'argument du Soleil, nous avons donc trouvé ſa longitude, &c.

Proposition XV.

Estant donnez des jours naturels inegaux : trouver combien ils ſont en jours egaux, par operation Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.

1 Exemple, des jours naturels inegaux commençans en la ſection vernale.

Le donné. Soyent donnez 30 jours naturels inegaux, commençans de la ſection vernale.

Le requis. Il faut trouver combien ils ſont en jours egaux.

Operation.

Je cerche en autant de jours egaux, ou jours moyens, aſſavoir en 30, le cours du Soleil en ſon deferant commençant de la ſection vernale apparante, & trouve par la 3 propoſition du 1 livre, de 29 deg. 34.

Pour trouver celieu en longirude apparante, je dis ainſi : La ſection vernale apparante par la note de la 13 propoſition, eſt au 263 deg. 34 ☉ du deferant, parquoy au meſme eſtant adjouſté 29 deg. 34 ☉, premier en l'ordre, viendra 293 deg. 8 ☉ du deferant ou argument, duquel ſon lieu apparant en l'ecliptique eſt par la 14 propoſition de ce 2 livre 29 deg. 24.

L'aſcenſion droite d'iceluy eſt par le 2 ptobleme du 4 livre de la Coſmographie (pourveu que la declinaiſon de l'equinoctial ſoit 23 deg. 30 ☉) 27 deg. 20.

Difference des premier & troiſieſme en l'ordre eſt 2 deg. 14.

Leſquels (prenant que les 15 vallent 1 heure) feront 0 heure 9 ☉.

Notez maintenant que ſi le premier en l'ordre eſtoit egal au troiſieſme en l'ordre, alors les jours inegaux naturels ſetoyent autant de jours egaux.

Mais quand le premier eſt majeur, alors on ſouſtrait le 5 des jours donnez.

Et eſtant le premier moindre, alors on adjonſte le cinquieſme aux jours donnez.

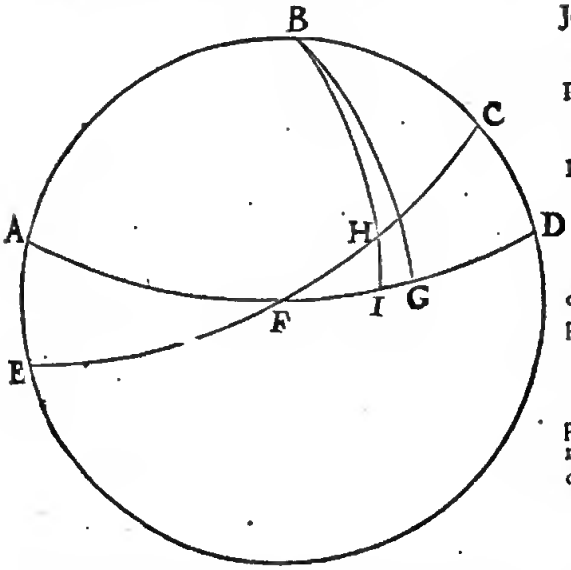
Donc veu que le premier eſt plus que le troiſieſme, il faudra, ſuivant ce que dit eſt, oſter le cinquieſme en l'ordre, qui eſt 0 heure 7 ☉, des 30 jours, reſte pour le requis 29 jours egaux 23 heures 51 ☉.

Preparation. Soit A B C D E le meridien d'un Globe, A D l'equateur, E C l'ecliptique, F la ſection vernale, B zenith, & G l'equidiel (dont la definition a eſté miſe au commencement de la deuxieſme diſtinction de ce 2 livre) faiſant F G 29 deg 34 ☉, premier en l'ordre ; & H ſoit le Soleil apparant, faiſant 29 deg. 24 ☉, deuxieſme en l'ordre, par lequel H ſoit menée B H I, ainſi que F I ſoit l'aſcenſion droite de H faiſant 27 deg. 20 ☉, troiſieſme en l'ordre ; & I G (difference entre F G, F I) doit faire les 2 degr. 14 ☉, quatrieſme en l'ordre.

Demonſtration. Eſtant le vray Soleil au temps de ſon introduction en la ſection vernale ſous le poinct F en ſon deferant, auſſi le Soleil apparant, & l'equidiel en F,

ces

ces trois Soleils ſeront en l'eſpace des 30 jours venus chacun en ſon chemin, comme s'enſuit: Le vray Soleil en ſon deferant de F fera 29 deg. 34 ☉, premier en



l'ordre: Et cependant l'equidiel en l'equateur de F en G, aura autant fait, aſſavoir 29 deg. 34 ☉; auſſi en meſme temps le Soleil apparant viendra de F en H, ainſi que l'are FH ſera de 29 deg. 24 ☉, deuxieſme en l'ordre: Et menant, comme dit eſt, le meridien par H, aſſavoir BI, alors FI ſera 27 deg. 20 ♍, troiſieſme en l'ordre. Or ſi le Soleil apparant H, & l'equidiel G eſtoyent parvenus ſous un meſme meridien, les jours naturels & egaux ne differeroyent alors en rien: mais il y a icy difference entre les meridiens de 2 deg. 14 ☉, quatrieſme en l'ordre, pour IG; & par conſequent ils different d'autant, comme emporte le mouvement rapide du Soleil d'Orient vers Occident, qui eſt 0 henre 9 ☉, cinquieſme en l'ordre. La raiſon pourquoy il faut ſouſtraire ce temps des 30 jours donnez, & non pas l'adjouſter, eſt telle, aſſavoir que puis que l'equidiel (duquel nous cerchons la grandeur des jours) eſt venu par ſa rapidité de l'orient en D, vers l'occident en G, & le Soleil apparant H, d'orient vers l'occident en H, 2 deg. 14 ☉ plus avant, il faut donc ſouſtraire les meſmes pour avoir la grandeur des jours de l'equidiel: or telle a eſté l'operation, qui pour ceſte cauſe eſt bonne.

Notez.

Tout ainſi qu'on a trouvé cy-deſſus ce qu'il faut adjouſter aux 30 jours, apres l'introduction du Soleil en la ſection vernale, de meſme eſt manifeſte qu'on pourra trouver ce qu'il faut adjouſter ou oſter ſur chacun jour de l'an, d'où appert la facilité qui peut advenir en la conſtruction d'une table de jour en jour ſervant pour un long temps, aſſavoir juſques à ce que l'apogée du Soleil ſe ſeroit tant avancé, qu'il s'en enſuive un empeſchement remarquable.

2 *Exemple, des jours naturels inegaux donnez, commençans apres l'entrée du Soleil en la ſection vernale.*

Le donné. Soyent donnez 20 jours naturels inegaux, aſſavoir depuis le 30 apres la ſection vernale juſques au 50.

Le requis. Il faut trouver combien ces jours naturels inegaux ſont en jours egaux.

Construction.

Je cerche premierement combien font les 30 jours naturels, par le 1 exemple, les trouve eſtre de 29 jours egaux 23 heures 51 ☉.
Puis ſemblablement les 50 jours naturels commençans à la ſection vernale 49 jours egaux 23 heures 52 ☉.
Duquel ſouſtrait le premier en l'ordre, reſtera pour le requis 20 jours egaux 0 henre 1 ☉.

Corollaire I.

Ceux qui voudront, pourront delaiſſer les heures qui ſont adjointes aux jours entiers, d'autant qu'en la pratique, elles n'amenent nul inconvenient perceptible.

Corollaire II.

Si on vouloit trouver les jours egaux d'un an ou de pluſieurs années entieres, il appert que telle ſolution n'auroit beſoing d'aucune calcularion preallable, veu que les egaux s'accordent avec les naturels, en tel cas.

Corollaire III.

Si on vouloit trouver les jours egaux d'un an ou de pluſieurs années, avec quelque nombre de jours naturels; il faut ſçavoir qu'il ne ſeroit beſoing que de prendre les jours qui ſont au deſſus des années, & laiſſer les années.

Corollaire IV.

Si on donnoit des jours naturels devant l'entrée d'une ſection vernale, il appert qu'on pourroit prendre une autre ſection qui precede les jours, & pourſuivre ſelon la regle precedente: deſquelles choſes la demonſtration eſt evidente de ſoy.

Concluſion. Eſtant donc donnez des jours naturels inegaux, nous les avons reduits en jours egaux, &c.

Propoſition XVI.

Eſtant donnez des jours egaux, trouver combien ils ſont de jours naturels inegaux par voye Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.

Notez.

On euſt peu faire une annotation ſimplement comme s'enſuit, au lieu de faire une propoſition du contenu de la preſente: aſſavoir qu'il falloit faire de meſme avec les jours egaux, comme en la 15 prop. avec les inegaux, excepté qu'eſtant parvenu au cinquieſme en l'ordre, il faudroit changer de ſimple en jugaiſon, aſſavoir au lieu qu'on adjouſte là, il faudroit ſouſtraire icy, & au contraire.

Mais afin que la demonſtration de ceſte matiere profonde ſoit plus claire, & que l'imitation en la pratique en ſoit d'autant plus facile, nous en deſcrivons pour telle occaſion une propoſition parfaite, uſant de mots les plus accordans avec la 15 prop. qu'il ſera poſſible; & de cela la raiſon en a eſté donnée autre part cy-devant.

1. *Exemple, des jours egaux commençans lors que le Soleil entre en la ſection vernale.*

Le donné. Soyent 30 jours egaux, à commencer de l'introduction du Soleil en la ſection vernale.

Le requis. Il faut trouver combien ils ſont en jours inegaux.

Con-

CONSTRVCTION.

Je cerche premierement le cours moyen du Soleil és 30 jours egaux donnez, vient par la troiſieſme propoſit. du 1 livre, 29 deg. 34.

Pour trouver mainrenant la longitude apparante du Soleil, je dis ainſi: la ſection vernale apparante eſt, par la note de la 13 prop. au 263 deg. 34 ☉, anquel adjouſté 29 deg. 34 ☉, premier en l'ordre (car autant a fait le Solcil ao remps donné en ſon deferant) vienr 293 deg. 8 ☉ du deferant, dont ſon lieu apparant en l'ecliptique eſt, par la 14 prop. de ce 2 livre, 29 deg. 24.

L'aſcenſion droite d'iceluy eſt, par le 2 probleme du 4 livre de la Coſmographie, 27 deg. 20.

Difference entre le 1 & 3 en l'ordre eſt 2 deg. 14.

Leſquels (prenant 15 degr. pour 1 heure) ſont 0 heure 9 ☉.

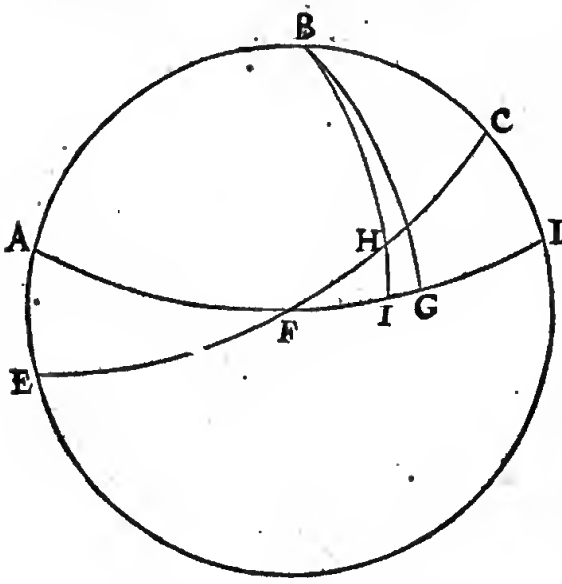
Notez mainrenant que ſi le premier en l'ordre eſtoit egal au 3, alors les jours egaux donnez ſeroyent autant de jours naturels inegaux.

Mais quand le 1 eſt majeur, alors on adjouſte le 5 aux jours donnez.

Et le 1 eſtanr moindre, on ſouſtrait le 5 des jours donnez.

Parquoy, veu que preſentement le 1, eſt majeur au 3, dooc ſuivant la regle ſuſdite il faut adjouſter le 5 en l'ordre, comme 0 deg. 9 ☉, aux 30 jouts egaux donnez, viendrá pour le requis 30 jours ineg 0 heure 9 ☉.

Demonſtration. Soit repetée la figure de la preecdeote 15 propoſition, ſignifiant comme il eſt dit là en la preparation: par laquelle je dis autrefois qu'eſtant le vray Soleil, l'equidiel, & l'apparant en F, ces 3 Soleils ſe ſont dcpartis de là, & parvenus és 30 jours egaux, aſſavoir l'equidiel en G 29 deg. 34 ☉, 1 en l'ordre: & autant le



vray Soleil en ſon deferant; auſſi le Soleil apparant au meſme temps en H, faiſant FH 29 deg. 24 ☉, 2 en l'ordre: par lequel H ſoit mené le meridien BI, alors FI ſera 27 deg. 20 ☉, 3 en l'otdre. Si maintenant le Soleil apparant H, & l'equidiel G, eſtoyent en meſme meridien, leurs jours, aſſavoir les naturels & egaux, ne differeroyent en rien: Mais il y a d'un meridien en l'autre 2 deg. 14 ☉, 4 en l'ordre; car autant fait IG, lequel eſt le cours rapide du Soleil d'orient vers l'occident, qui eſt 0 heure 9 ☉, 5 en l'ordre: Or qu'il faille adjouſter & non pas ſouſtraire, appert en ce que nous cerchons les jours naturels, qui ſont faits du Soleil apparant, lequel par ſon cours tapide eſt venu d'orieoe vers l'occident juſques à H, & le Soleil equidial G, d'orient D, vers l'occident juſqu'à G, 2 deg. 14 ☉ moins, done il faut adjouſter les meſmes, pour trouver la longueut des jours naturels ineganx, requis: Et tel eſt la conſtruction, laquelle eſt bonne par conſequent.

2 Exemple, où les jours egaux donnez commencent apres l'entrée du Soleil en la ſection vernale.

Le donné. Soyent les jours egaux donnez 20: aſſavoir, du 30 apres l'introduction du Soleil juſqu'au 50.

Le requis. Il faut trouvet combien leſdits 20 jours egaux foot d'inegaux naturels.

CONSTRVCTION.

Je cerche premierement combien ſont les 30 jours egaux commençans de l'entrée en l'equinoxe, & font par le 1 exemple, 30 jours ineg. 0 heure 9 ☉.

Puis combien en font 50, comme oçans de meſme de l'equinoxe, & trouve-on par le ſuſdit exemple, 50 jours ineg. 0 heure 12 ☉.

Duquel oſtanr le 1 en l'ordre, reſtera le requis 20 jours ineg. 0 heure 3 ☉.

NOTE I.

Il eſt manifeſte que la table, de laquelle a eſté parlé en la 15 propoſition ſerviroit auſſi icy, aſſavoir pour temettre les jours egaux en inegaux, comme il eſtoit requis au rebours alors: tellement qu'il n'eſt beſoing icy d'autre table particuliere.

Il eſt auſſi evident que les 4 corollaires de la meſme 15 propoſition, ſe peuvent ſemblablement entendre ſur cecy.

NOTE II.

Il y a encor equation de jours en ce qui touche la diverſité des meridiens, où habitent diverſes narioos: car par exemple, combien que le commencement d'une eclipſe de Lune, eſt veuë en meſme temps de ceux qui la peuvent voir, neantmoins les uns adaptent ce temps à une autre heure que les autres: parquoy lors que nous venons à avoir des obſervations qui ſont faites en quelque lieu differant du noſtre en longitude, il eſt neceſſaire de reſtituer & egaler le temps ſelon noſtre horizon; Mais d'autant que chaque 15 deg. de difference en longitude ſe prend pour 1 heure, la choſe eſt ſi manifeſte qu'il n'eſt beſoing de faire aucune propoſition particuliere de ceſte matiere.

Concluſion. Eſtant dooc donoez des jours eganx nous les avons reduits en jours naturels inegaux, &c.

THEOREME. PROPOSITION XVII.

ESTant mené un arc du pole de l'equateur juſques en l'ecliptique, ainſi que ſon ſinus ſoit moyen proportionel, entre le raid de la Sphere, & le ſinus de complement de la majeure declinaiſon de l'ecliptique: iceluy arc marquera l'ecliptique au poinct, dont l'aſcenſion droite differe au plus de l'arc de l'ecliptique.

La

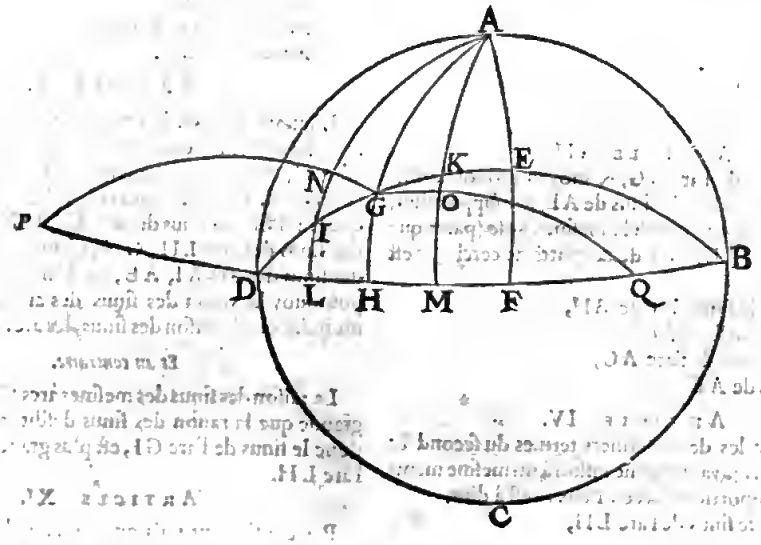
La difference entre les jours naturels, & les egaux, eſt trouvée par les 15 & 16 propoſitions en nombre; mais joignant cela, la Theorie eſt parvenue plus avant, où c'eſt que telle difference eſt la majeure; premierement à cauſe de l'obliquité de l'ecliptique, puis apres à cauſe de l'excentricité du deferant du Soleil, deſquelles choſes la preſente dixſeptieſme propoſition & la ſuivante traitent.

Notez que combien que ceſte matiere ſoit profonde, qu'elle n'eſt pas en *Ptolemée*, mais és eſcrits de *Regiomontanus* à la 25 propoſit. du troiſieſme livre de *l'Epitome de l'Almageſte*, ce qu'il dit avoir extrait de *Geber Arabe*: toutesfois elle ne ſemble eſtre des Arabes, mais pluſtoſt une relique du ſiecle ſage, comme auſſi les eſcrits de *Hyparchus* & *Ptolemée*, leur ſont venus entre les mains. Il faut auſſi ſçavoir que *Regiomonte* en traitant de ceſte matiere cite des eſcrits de *Geber*, leſquels je ne ſçay s'ils ſont divulguez: mais afin que cecy touchant ceſte matiere puiſſe ſubſiſter de ſoy-meſme j'ay temply le deffaut, au mieux qu'il m'a eſté poſſible; combien qu'il pourroit eſtre que *Geber* l'a fait plus courte, ou que quelqu'un regardant de plus pres trouveroit un chemin plus bref.

Pour venir donc à la choſe, je dis que faiſant une table d'aſcenſion droite des degrez de l'ecliptique par le deuxieſme probleme des problemes Aſtronomiques, laquelle je deſcriray cy-deſſous pour plus ample declaration, tirée des tables *Prutenicques*, ſous le titre de *Canon aſcenſionum rectarum*, où l'on voit que les arcs de l'equateur dés le commencement ſont moindres, que ceux de l'ecliptique à l'endroit d'iceux, ce qui dure juſques au 46 deg. de l'ecliptique, où ils different le plus d'environ 1 degr. 28 ①, 24 ②, alors ceſte difference ramoindrit encor par apres juſques à ce qu'ils s'egaliſent au 90 degré.

TABLE DES ASCENSIONS DROITES,
DES DEGREZ ENTIERS DE L'ECLIPTIQVE.

Eclipti- que.	Equateur.			Eclipti- que.	Equateur.			Eclipti- que.	Equateur.		
deg.	*deg.*	①	②	*deg.*	*deg.*	①	②	*deg.*	*deg.*	①	②
1	0	55	2	31	28	51	43	61	58	51	21
2	1	50	5	32	29	49	15	62	59	54	4
3	2	45	8	33	30	46	56	63	60	56	57
4	3	40	13	34	31	44	45	64	62	0	0
5	4	35	18	35	32	42	45	65	63	3	12
6	5	30	25	36	33	40	54	66	64	6	34
7	6	25	34	37	34	39	12	67	65	10	4
8	7	20	45	38	35	37	41	68	66	13	43
9	8	15	59	39	36	36	19	69	67	17	31
10	9	11	15	40	37	35	7	70	68	21	27
11	10	6	35	41	38	34	7	71	69	25	31
12	11	1	58	42	39	33	16	72	70	29	42
13	11	57	26	43	40	32	36	73	71	34	1
14	12	52	57	44	41	32	6	74	72	38	27
15	13	48	32	45	42	31	48	75	73	42	59
16	14	44	12	46	43	31	40	76	74	47	38
17	15	39	57	47	44	33	43	77	75	52	23
18	16	35	47	48	45	31	56	78	76	57	13
19	17	31	43	49	46	32	21	79	78	2	8
20	18	27	45	50	47	32	57	80	79	7	8
21	19	23	53	51	48	33	43	81	80	12	13
22	20	20	7	52	49	34	40	82	81	17	21
23	21	16	27	53	50	35	49	83	82	22	33
24	22	12	55	54	51	37	8	84	83	27	49
25	23	9	30	55	52	38	38	85	84	33	6
26	24	6	12	56	53	40	19	86	85	38	26
27	25	3	2	57	54	42	11	87	86	43	48
28	26	0	0	58	55	44	13	88	87	49	11
29	26	57	6	59	56	46	25	89	88	54	35
30	27	54	20	60	57	48	48	90	90	0	0



Mais au lieu de ceſte maniere imparfaite par nombres, nous demonſtrerons ce theoreme Geometrique, lequel trouve parfaitement où ce poinct doit eſcheoir.

Le donné. Soit A B C D une ſphere, A le pole, D E B l'ecliptique, & D F B l'equateur, D la ſection vernale; E F la declinaiſon majeure, A E ſon complement, puis de A ſoit mené l'arc A G, ainſi que ſon ſinus ſoit moyen proportionel, entre le raid de la ſphere, (qui eſt le raid des tables) & le ſinus de A E (complement de E F declinaiſon majeure) lequel A G ſoit produit juſques en H, tellement que D H eſt aſcenſion droite de D G.

Le requis. Il faut demonſtrer que l'arc A G rencontre l'ecliptique au poinct G en telle ſorte, que l'aſcenſion droite D H differe le plus de ſon arc D G.

Preparation. Si au quart de l'ecliptique ſe pouvoit trouver quelqu'autre poinct que G, ce ſeroit ou entre D G, ou

D G, ou entre G E, que ces poincts soyent I, K, & qu'on meue par iceux les arcs jusques à l'equinoctial, comme A IL, AKM, doncques D L sera l'ascension droite de D I, & D M de D K; & il nous faut demonstrer que la differeoce entre D L & D I, comme aussi entre D M & D K, soit moindre, que celle qui est eotre DH & DG, à quelle fin je meneray encores l'arc G N perpendiculaire sur A I, & G O perpendiculaire sur KM; & je conrinneray le mesme G N jusques à ce qu'il rencoottre l'equinoctial au poinct P; assavoir qu'on s'imagioe ce poinct P venir par derriere de la sphere: du mesme je produiray par devant l'arc G O, jusques à ce qu'il rencoottre l'equinoctial au poinct Q. *Demonstration.*

Article I.

Puis que par la construction, N P, L P sont perpendiculaires sur N L; par la quatriesme consequeoce de la premiere proposition des triangles spheriques, ce seront quarts de cercle: partant le triangle G H P, sera rectangle; & L H, N G, seroot arcs de differenee au quatt de cercle des costez P H, P G, aussi l'angle GHP, sera droit duquel les proprietez sont telles, par la 25 proposition des triangles spheriques.

Comme le sinus d'un droit, c'est à dire le raid,
Au sinus de l'arc de difference P H, costé de l'angle droit; c'est à dire le sinus de L H,
Ainsi le sinus de l'arc de difference de H G, de l'autre costé de l'angle droit; c'est à dire le sinus de A G,
Au sinus de l'arc de difference de P G; c'est à dire au sinus de G N.

Mais sinus de AH est le sinus d'un droit, assavoir le raid: done

Comme le sinus de l'arc A H,
Au sinus de l'arc L H;
Ainsi le sinus de l'arc A G,
Au sinus de l'arc G N.

Article II.

Et alternativement,

Comme le sinus de l'arc AH,
Au sinus de l'arc A G;
Ainsi le sinus de l'arc L H,
Au sinus de l'arc G N.

Article III.

Mais le sinus de l'arc A G, & moyen proportionnel entre le sinus de A F, & le sious de A E, par supposition, ou entre A H, & A E, qui est la mesme chose (parce que les arcs A H, & A E, sont deux quarts de cercle) c'est pourquoy,

Comme le sinus de l'arc AH,
Au sious de l'arc A G;
Ainsi le sinus de l'arc A G,
Au sinus de A E.

Article IV.

Maintenant les deux derniers termes du second & troisiesme article ayant mesme raison à un mesme membre, seront proportionnaux entr'eux, c'est à dire,

Comme le sinus de l'arc L H,
Au sinus de G N;
Ainsi le sinus de l'arc A G,
Au sious de A E.

Article V.

Apres, d'autant que A G, est plus petit que A I, aussi

La raison du sinus de l'arc A G,
Au sinus de l'arc A E,
Sera moindre que la raisoo du sinus de l'arc A I,
Au sinus de A E.

Article VI.

Mais comme le sinus de l'arc A G, au sinus de A E; ainsi le sinus de l'arc L H, au sinus de G N, par le quatriesme article, partant,

La raison du sinus de l'arc L H,
Au sinus de l'arc G N,
Est moindre que la raisoo du sinus de l'arc A I,
Au sinus de l'arc A E.

Article VII.

Si on preod donc le costé E I pour base au triangle A I E, ce sera par la 24 propositioo des triangles spheriques, comme,

Le sinus de l'angle dextre A E I,
Au sinus de l'angle seneстre A I E;
Ainsi le sinus du costé seoestre A I,
Au sinus du costé dextre A E.

Article VIII.

Au rebours.

Si le costé I N, au triangle G N I, est pris pour la base, ce sera par la 24 proposition des triaogles spheriques,

Comme le sinus de l'angle seneстre G N I,
Au sinus de l'angle dextre G I N;
Ainsi le sinus du costé dextre G I,
Au sinus du costé seneстre G N.

Article IX.

Mais l'angle A E I, du septiesme article est egal à l'angle G N I, du huictiesme article, car ils sont tous deux droits: d'avantage, l'angle A I E, du septiesme article, est egal à l'angle G I N, du huictiesme article, car c'est le mesme angle: parquoy les deux derniers termes du septiesme & huictiesme article, estant proportionnaux à deux termes egaux seront aussi proportionnaux entre eux: c'est à dire,

Comme le sinus de l'arc A I,
Au sinus de A E;
Ainsi le sinus de l'arc G I,
Au sious de G N.

Article X.

D'autant que par le neufiesme article les sinus des arcs A I, & A E, ont mesme raison que les sinus des arcs G I, & G N. Par consequent la raison moindre que la raison des sinus des arcs A I, A E, sera aussi moindre que la raison des sinus des arcs G I, G N: Mais la raison des sinus des arcs L H, G N, est moindre que la raison des sinus des arcs A I, A E, par le sixiesme article; c'est pourquoy la raison des sinus des arcs L H, G N, est moindre que la raison des sinus des arcs G I, G N.

Et au contraire.

La raison des sinus des mesmes arcs G I, G N, est plus grande que la raison des sinus desdits arcs L H, G N; donc le sinus de l'arc G I, est plus grand que le sinus de l'arc L H.

Article XI.

Par consequent puis que les arcs de ces sinus sont moindres que le quart de cercle; aussi l'arc G I sera plus grand que l'arc L H.

Article XII.

D'avantage, puis qu'au triangle G H D, l'angle droit G H D est plus grand que l'angle aigu D G H: aussi par la proposition 15 des triangles spheriques, le costé G D, soustenant l'angle G H D, sera plus grand que le costé D H, qui soustient l'angle D G H.

Arti-

ARTICLE XIII.

De meſme au triangle I L D, l'angle droit I L D, eſtant plus grand que l'angle aigu D I L, auſſi par la 15 propoſition des triangles ſpheriques, le coſté D I, ſouſtenant l'angle I L D, ſera plus grand que le coſté D L, qui ſouſtient l'angle D I L.

ARTICLE XIV.

C'eſt pourquoy le coſté D I, eſtant plus grand que le coſté D L, par le treizieſme article; ſi I G eſtoit egal à L H, la difference de D G à D H, ſeroit egale à la difference de D I à D L: mais I G eſt plus grand que L H, par l'onzieſme article. Donc la difference par laquelle D G ſurpaſſe D H, ſera plus grande que l'excés de D I, par deſſus D L: ainſi nous avons demonſtré la premiere partie que nous avions propoſé à la conſtruction.

Reſte la ſeconde partie, aſſavoir que l'arc D G, eſt plus grand que l'arc D H, & l'arc D K plus que D M. Partant je dis,

ARTICLE XV.

Puis que par la preparation O Q, M Q ſont perpendiculaires ſur O M, l'un & l'autre ſera quart de cercle, par la 4 conſequence de la 1 propoſ des triangles ſpheriques. Et pour cette cauſe au triangle G H Q, les arcs M H, O G, ſeront arcs de difference des coſtez Q H, Q G: afin que le triangle ſpherique G H Q, ait l'angle H droit. Duquel les proprietés ſont telles, par la 2 propoſition des triangles ſpheriques,

Comme le ſinus d'un droit, aſſavoir le total,
Au ſinus de l'arc de difference Q H, coſté de l'angle droit, c'eſt à dire au ſinus de l'arc M H;
Ainſi le ſinus de l'arc de difference G H, autre coſté de l'angle droit, c'eſt à dire le ſinus de A G,
Au ſinus de l'arc de difference de la baſe G Q, ſouſtenant l'angle droit, c'eſt à dire de G O:
Mais le ſinus de l'arc A H, eſt ſinus de l'angle droit; partant,
Comme le ſinus de l'angle droit, aſſavoir A H,
Au ſinus de l'arc M H;
Ainſi le ſinus de l'arc A G,
Au ſinus de l'arc G O.

ARTICLE XVI.

Et alternativement,
Comme le ſinus de l'arc A H,
Au ſinus de l'arc A G;
Ainſi le ſinus de l'arc M H,
Au ſinus de l'arc G O.

ARTICLE XVII.

Mais le ſinus de l'arc A G eſt moyen proportioonel entre le ſinus de A F & A E, par la ſuppoſition, ou bien entre A H & A E, qui eſt la meſme choſe (parce que A H & A F, ſont deux quarts de cercle) parquoy ce ſera,
Comme le ſinus de l'arc A H,
Au ſinus de l'arc A G;
Ainſi le ſinus de l'arc A G,
Au ſinus de l'arc A E.

ARTICLE XVIII.

D'autant que les derniers termes du ſeizieſme & dixſeptieſme article ont meſme raiſon à une meſme choſe, ils ſeront proportionnaux entr'eux: c'eſt à dire,
Comme le ſinus de l'arc M H,
Au ſinus de l'arc G O;
Ainſi le ſinus de l'arc A G,
Au ſinus de l'arc A E.

ARTICLE XIX.

D'avantage, puis que A G eſt plus grand que A K, je dis,
Que la raiſon du ſinus de l'arc A G,
Au ſinus de l'arc A E,
Eſt plus grande que la raiſon du ſinus de l'arc A K,
Au ſinus de l'arc A E.

ARTICLE XX.

Mais comme le ſinus de l'arc A G, au ſinus de l'arc A E: ainſi (par le dixhuictieſme article) le ſinus de l'arc M H, au ſinus de l'arc G O, partant
La raiſon du ſinus de l'arc M H,
Au ſinus de l'arc G O,
Eſt plus grande que la raiſon du ſinus de l'arc A K,
Au ſinus de l'arc A E.

ARTICLE XXI.

Or ſi le coſté E K eſt pris pour baſe au triangle A K E, ce ſera par la 24 propoſition des triangles ſpheriques,
Comme le ſinus de l'angle dextre A E K,
Au ſinus de l'angle ſeneſtre A K E;
Ainſi le ſinus du coſté ſeneſtre A K,
Au ſinus du coſté dextre A E.

ARTICLE XXII.

Si le coſté K O eſt pris pour baſe au triangle G O K, ce ſera par la ſuſdite 24 propoſition des triangles ſpheriques:
Comme le ſinus de l'angle ſeneſtre G O K,
Au ſinus de l'angle dextre G K O;
Ainſi le ſinus du coſté dextre G K,
Au ſinus du coſté ſeneſtre G O.

ARTICLE XXIII.

Mais l'angle A E K du vingt-unieſme article, eſt egal à l'angle G O K du vingtdeuxieſme article; car l'un & l'autre eſt droit: & l'angle A K E du vingt-unieſme article, eſt egal à l'angle G K O du vingtdeuxieſme article, par la ſixieſme conſequence de la premiere propoſition des triangles ſpheriques, c'eſt pourquoy les deux derniers termes du 21 & 22 article, leur ſont proportionnaux; & par conſequent entr'eux, aſſavoir,
Comme le ſinus de l'arc A K,
Au ſinus de l'arc A E;
Ainſi le ſinus de l'arc G K,
Au ſinus de l'arc G O.

ARTICLE XXIV.

Puis que par le 23 article les ſinus des ares A K, A E ont meſme raiſon, que les ſinus des arcs G K, G O, par conſequent toute raiſon plus grande, que la raiſon des ſinus des arcs A K, A E, ſera auſſi plus grande, que la raiſon des ſinus des arcs G K, G O: mais la raiſon des ſinus des arcs M H, G O, eſt plus grande que la raiſon des ſinus des arcs A K, A E, par le 20 article: partant auſſi la raiſon des ſinus des arcs M H, G O, ſera plus grande, que la raiſon des ſinus des arcs G K, G O.

C'eſt pourquoy le ſinus de l'arc M H eſt plus grand que le ſinus de l'arc G K.

ARTICLE XXV.

Veu que les arcs de ces ſinus ſont chacun à part plus petits qu'un quart de cercle; de là ſuit, que l'arc M H eſt auſſi plus petit, que l'arc G K.

ARTICLE XXVI.

De plus, d'autant qu'au triangle K M D, l'angle droit K M D eſt plus grand que l'angle aigu D K M; auſſi par

la 15 propoſition des triangles ſpheriques, le coſté K D, ſouſtenant l'angle K M D, ſera plus grand que le coſté D M, qui ſouſtient l'angle D K M.

Article XXVII.

Or puis que l'arc D K (par le vingtſixieſme article) eſt plus grand que D M, ſi G K eſtoit egal à M H, auſſi la difference qui eſt entre D G & D H, ſeroit egale à la difference qui eſt entre D K & D M : mais G K (par le vingtcinquieſme article) eſt moindre que M H : c'eſt pourquoy l'excez par lequel D G ſurpaſſe D H, eſt plus grand que l'excez de D K, par deſſus D M. Et ainſi auſſi nous avons demonſtré la ſeconde partie que nous avions propoſée en la preparation.

Concluſion. Donc l'arc duquel le ſinus eſt moyen proportionnel entre le ſinus d'un quart de cercle, & l'arc de difference de la plus grande obliquité de l'ecliptique, aſſavoir par laquelle il atteint ladite ecliptique, differe le plus de la longitude competente en l'equinoctial : ce qu'il falloit demonſtrer.

Proposition XVIII.

Trouver l'arc de l'ecliptique qui differe le plus de ſa competente longitude en l'equinoctial.

Le donné. En la figure de la 17 propoſition qui a eſté expoſée, ſoit D G l'arc demandé, & les autres lignes demeurent telles qu'elles y ſont propoſées.

Le requis. Il faut trover l'arc D G.

Construction.

Puis que par la ſuppoſition de la dixſeptieſme propoſition, le ſinus de l'arc A G eſt moyen proportionnel entre le ſinus de l'angle droit, ou demy-diametre 10000000, & le ſinus de l'arc A E 9145680, qui eſt l'arc de difference de la plus grande declinaiſon E F, (il ſera dit és annotations des propoſitions ſuivantes, pourquoy nons nous ſervons des nombres entiers de noſtre canon, & des minutes tierces.)

Ce moyen proportionnel entre 10000000, & 9145680.	
Se trouvera eſtre	9563304.
Qui eſt ſinus de l'arc A G	73 deg. 0 ①, 18 ②, 43 ③.
Lequel oſté de l'arc A H	90 deg.
Reſte l'arc G H	16 deg. 59 ①, 41 ②, 56 ③.

Ainſi le triangle G H D a trois termes cognus, le coſté G H eſt de 16 degr. 59 ①, 41 ②, 56 ③, l'angle G H D eſt droit, & l'angle G D H eſt de 23 deg. 51 ①, 20 ②. Donc le coſté demandé G D, par la 35 propoſition des triangles ſpheriques, ſera de 46 deg. 16 ①, 43 ②, 43 ③.

Aptes ſi on veut cognoiſtre la longitude de l'ecliptique, aſſavoir l'arc D H, il ſera trouvé par la meſme propoſition eſtre de 45 deg. 45 ①, 16 ②, 44 ③.

La demonſtration en eſt evidente, dependant de la 17 propoſition.

Concluſion. Nous avons donc trouvé l'arc de l'ecliptique qui differe le plus de ſa competente longitude en l'equinoctial. Ce qu'on avoit demandé.

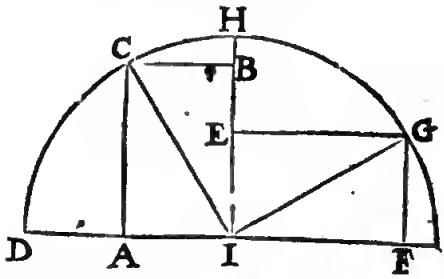
Theoreme. Proposition XIX.

Les rectangles egaux compris du ſinus de cercles egaux, & du ſinus de l'arc de difference, ſont equilateraux.

Notez.

Nous mettons ceſte note devant la propoſition ſuivante : car d'autant qu'il nous y faudra demonſtrer, que l'arc de l'ecliptique, qui differe le plus de ſa competente longitude en l'equinoctial, fait avec icelle longitude un quart de cercle : car auſſi *Regiomontanus* en la 26 propoſition de ſon abbregé traicte de la meſme choſe, & ſe ſert de la demonſtration qui en a eſté faite par *Menelaus*. D'avantage nous demonſtrons ceſte note icy, afin qu'on ne l'aille pas rechercher d'ailleurs.

Le donné. Soit le rectangle A B, compris de A C, ſinus de l'arc C D, & de C B, ſinus de l'arc de difference : auſſi l'autre rectangle E F, egal au premier rectangle A B, compris du ſinus E G, & du ſinus de l'arc de difference G F.



Le requis. Il faut demonſtrer que le grand coſté A C eſt egal au grand coſté E G, & le petit coſté C B egal au petit coſté G F.

Preparation. Soyent menées les lignes droites I C, I G.

Demonstration.

Les deux rectangles egaux A B, E F ſont diviſez par leurs diagonales en deux triangles egaux C B I, I E G, deſquels les deux angles droits E, & B, & les demy-diametres I C, I G, qui les ſouſtiennent ſont egaux. Partant les deux triangles egaux I E G, I C B (moitiez des parallelogrammes) eſtans conſtituez ſur baſes egales ſeront de meſme hauteur, c'eſt à dire que la perpendiculaire menée de B ſur I C, ſera egale à la perpendiculaire de E ſur I G, leſquelles eſtant moyennes proportionnelles entre les ſegments des demy-diametres I C, I G, qui ſont egaux : par conſequent les ſegments ſeront auſſi egaux, & le coſté I B, eſt pareillement moyen proportionnel entre la route I G, & ſon plus grand ſegment : par meſme raiſon, & ſemblable demonſtration, le petit coſté C B, ſera egal au petit coſté E I.

Concluſion. Parquoy deux rectangles compris d'un ſinus, & du ſinus de l'arc de difference de cercles egaux, ſont equilateraux. Ce qu'il falloit demonſtrer.

Theoreme. Proposition XX.

L'Arc de l'ecliptique qui differe le plus de ſa competente longitude en l'equinoctial, fait avec icelle un quart de cercle.

Le donné. Soit pris en la figure de la 17 propoſition l'arc de l'ecliptique D G, qui differe le plus de ſa competente longitude de l'arc D H en l'equareur ; & que le reſte qui a eſté poſé en ceſte figure, demeure de meſme.

Le requis. Il faut demonſtrer que D G & D H, pris enſemble, ſont un quart de cercle.

Demonstration.

Article I.

Le coſté H G eſtant pris pour baſe au triangle D G H, ce ſera par la vingtquattieſme propoſition des triangles ſpheriques,

Comme

Comme le ſinus de l'angle ſeneſtre D H G,
Au ſinus de l'angle droit D G H;
Ainſi le ſinus du coſté dextre D G,
Au ſinus du coſté ſeneſtre D H.

ARTICLE II.

Apres l'arc G E eſtant pris pour coſté du triangle A E G, ce ſera par la 24 propoſition des triangles ſpheriques,

Comme le ſinus de l'angle droit A E G,
Au ſinus de l'angle ſeneſtre A G E;
Ainſi le ſinus du coſté ſeneſtre A G,
Au ſinus du coſté dextre A E.

ARTICLE III.

Mais les deux angles A E G, & D H G, du premier & ſecond article ſont droits : d'avantage A G E & D G H au ſommet ſont egaux par la ſixieſme conſequence de la premiere propoſition des triangles ſpheriques: c'eſt pourquoy les deux derniers termes du premier & ſecond article leur eſtans proportionnaux, ſeront auſſi proportionnaux entre eux; c'eſt à dire,

Comme le ſinus de l'arc D G,
Au ſinus de D H;
Ainſi le ſinus de l'arc A G,
Au ſinus de A E.

ARTICLE IV.

De plus, puis que le ſinus de l'arc A G, eſt moyen proportionnel entre les ſinus des arcs A F, & A E, par la 17 propoſition, ce ſera

Comme le ſinus de l'arc A F,
Au ſinus de l'arc A G;
Ainſi le ſinus de l'arc A G,
Au ſinus de l'arc A E.

ARTICLE V.

Mais l'arc A H, eſt egal à l'arc A F; partant ce ſera

Comme le ſinus de l'arc A H,
Au ſinus de l'arc A G;
Ainſi le ſinus de l'arc A G,
Au ſinus de l'arc A E.

ARTICLE VI.

D'autant que les deux premiers termes du troiſieſme & cinquieſme article leur ſont proportionnaux, ils ſerout auſſi entre eux; c'eſt à dire,

Comme le ſinus de l'arc D G,
Au ſinus de l'arc D H;
Ainſi le ſinus de l'arc A H,
Au ſinus de l'arc A G.

ARTICLE VII.

Puis apres poſant l'arc A E, pour baſe du triangle G H E, ce ſera par la 24 propoſition,

Comme le ſinus de l'angle dextre G A E,
Au ſinus de l'angle ſeneſtre G E A;
Ainſi le ſinus du coſté ſeneſtre G E,
Au ſinus dn coſté dextre A G.

ARTICLE VIII.

Mais le ſinus de l'arc H F, eſt ſinus de l'angle G A E, par la deuxieſme definition des triangles ſpheriques: & le ſinus de l'arc A H, eſt egal au ſinus de l'angle droit G E A. Ce ſera donc

Comme le ſinus de l'arc H F,
Au ſinus de l'arc A H;
Ainſi le ſinus de l'arc G E,
Au ſinus de l'arc A G.

ARTICLE IX.

Et alternativement,

Comme le ſinus de l'arc H F,
Au ſinus de l'arc G E;
Ainſi le ſinus de l'arc A H,
Au ſinus de l'arc A G.

ARTICLE X.

Par ce que les deux premiers termes du ſixieſme & neufieſme article leur ſont proportionnaux, ils ſeront auſſi entr'eux; c'eſt à dire,

Comme le ſinus de l'arc D G,
Au ſinus de l'arc D H;
Ainſi le ſinus de l'arc H F,
Au ſinus de l'arc G E.

ARTICLE XI.

Partant le rectangle compris du premier & dernier terme du dixieſme article, aſſavoir du ſinus de D G & G E, ſera egal au rectangle fait des ſinus des deux termes du milieu, aſſavoir de D H & H F : mais ces deux rectangles ſont compris du ſinus. & du ſinus de l'arc de difference de cercles egaux: c'eſt pourquoy par la dixneufieſme propoſition, ils ſeront equilateraux, & les ſinus des arcs G E & D H ſeront egaux entr'eux; comme auſſi les arcs G E & D H.

ARTICLE XII.

Mais les deux arcs D G & G E, ſont eganx à un quart de cercle, par conſequenr auſſi D G & D H (qui eſt egal à G E, par l'onzieſme article) ſeront egaux à un quart de cercle.

Concluſion. Parquoy l'arc de l'ecliptique, qui differe le plus de ſa competente longitude en l'equinoctial, fait avec icelle un quart de cercle; ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTEZ.

Puis que ceſt arc de l'ecliptique, qui differe le plus de ſa competente longitude en l'equinoctial, eſt icy plus exactement recerché qu'on n'a accouſtumé de le trouver par les canons, eſquels on trouve ce meſme arc differant en divers lieux de 1①, ou 2①: Où auſſi on ne peut trouver certe exactitude, que l'arc de l'ecliptique, qui differe le plus de ſa competente longitude, ſoit egale avec icelle à un quart de cercle. Il a pleu à SON EXCELLENCE, que la concluſion de la 18 propoſition parvinſt juſques aux③, ſuivant quoy on peut exactement recercher les arcs, & leurs ſinus. Ainſi l'arc de l'ecliptique D G, a eſté trouvé de 46 deg 16. 43. 43.③.
Et l'arc de l'equateur D H 43 deg. 43. 16. 44.③.
La ſomme deſquels eſt 90 deg. 0. 0. 27③.

En ſorte que le calcul Arithmerique eſt ſeulement differant de la vraye demonſtration Geometrique de 27③.

ALB. GIRARD.

La demonſtration dont ſe ſert icy l'Autheur eſt beaucoup trop prolixe, car il la diſtribue en vingtſept articles; avec beaucoup d'araiſonnemens qui prouvent voirement, mais obſcurciſſent extremement: Ce qu'ayant conſideré, je demonſtreray le meſme par une autre voye plus courte & plus intelligible. Ie deſcriray auſſi quant & quant ſelon mon ſtile deux propoſitions, à l'exemple des 18 & 20 precedentes de l'Autheur, dont l'une eſt demonſtrée en

12 articles: (Le Lecteur ſera adverty que j'ay fait imprimer quelques tables des Sinus avec la Trigonometrie totale, où eſt parlé de ceſte propoſition, qui eſt là deduite devant les 6 cas des triangles rectangles ſpheriques, devant le theoreme general) Car auſſi bien les ſuſdites 18 & 20 ne tendent qu'à la perfection de la 17: ſemblablement la ſuivante ſervira de lemme à la conſequente, qui ſont theoremes determinez.

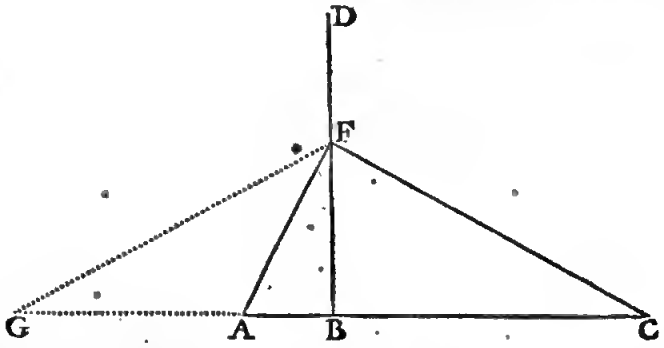
THEOREME. PROPOSITION XVIII. A. GIR.

ON peut troover deux aogles en infinies ſortes, tels que leurs taogentes ſoyent en meſme raiſon: mais de ceux-là il n'y eo a que d'une ſorte qui differenr le plus; car ce ſont ceux qui font enſemble un angle droict.

NOTEZ.

La regularité de ce theoreme eſt, la contrainte des deux angles, leſquels ont leurs tangentes en meſme raiſon; entre leſquels deux angles y a une addition & ſouſtraction; aſſavoir que s'ils different au plus qu'il eſt poſſible, leur ſomme ſera 90 degrez.

Le donoé. *Sur une ligne droite ſoyent trois poincts A, B, C, & ſur icelle une perpendiculaire par le pomct B, comme B D indeterminée en D; & ſoit pris un poinct à la volonté dans icelle B D, comme F, duquel ſoyent menées F A, F C; alors ſi du centre F on fait un cercle paſſant par B, les lignes A B, B C ſeront tangentes des angles oppoſites A F B, & B F C; de tels pomcts que F, on en peut prendre une infinité, & ayant fait, comme devant a eſté fait au poinct F, le donné ſera manifeſte, car la raiſon des tangentes A B à B C eſt touſiours la meſme.*



Le requis. *Il faut demonſtrer que de tous tels deux angles, dans B D, il n'y en a que d'une ſorte qui different le plus, & c'eſt lors qu'enſemble ils ſont un angle droit, comme ſeroit A F C.*

DEMONSTRATION.

Apres avoir menée F G, (ayant preallablement poſée B G egale à B C) puis que B F eſt perpendiculaire à A C, & G B egale à B C, alors la difference des angles A F B & B F C ſera G F A, d'autant que l'angle G F B eſt egal à l'angle B F C.

Or des deux poincts G, A, on peut fleſchir un angle G F A vers la ligne B D, qui ſoit le plus grand que faire ſe pent: car ſi d'une infinité de ſections qu'on pourroit faire paſſer par les deux poincts G, A, les moindres ſeront celles qui ne parviennent à B D, & partant les angles qui y ſeront, ayant B A pour baſe, ne parviendront en B D, & ne ſeront de noſtre intention; mais celles qui y parviennent, des ſections la moindre ſera celle qui touchera B D, & par conſequent elle ſera capable de plus grand angle, que celles qui couperont B D. Soit donc imaginée une ſection ſur G A, qui touche B D en F, menant puis apres F G, F A: donc G F A ſera alors le plus grand angle qu'on peut fleſchir des poincts G, A; Et alors, par la 35 propoſition du troiſieſme livre d'Euclides, le rectangle de G B, B A ſera egal au quarré de B F; mais le rectangle de G B, B A eſt auſſi celuy de C B, B A, (car C B & B G ſont egales) donc celuy de C B, B A ſera egal au quarré de B F, & partant A F C ſera un angle droit.

Coocluſion. *De deux angles entre pluſieurs qui ont leurs tangentes en meſme raiſon, ceux-la different le plus, leſquels font enſemble un angle droit. Ce qu'il falloit demonſtrer.*

THEOREME. PROPOSITION XIX. A. GIR.

1 *Proprieté du triangle* D G H.

EN tout triangle rectangle ſpherique ayant un meſme angle aigu, les coſtez qui le comprennent differeront au plus lors qu'iceux font enſemble un quadran.

Le doooé. *Soyent pluſieurs triangles rectangles ſpheriques, comme en la 17 propoſition precedente, E D F, K D M, G D H, I D L, tant qu'on voudra, ayans un meſme angle aigu en D, & que G D, D H facent un quadran enſemble.*

Le requis. *Il faut demonſtrer que les coſtez qui comprennent l'angle aigu D, differeront au plus, s'ils ſont enſemble un quadran.*

DEMONSTRATION.

Tous tels triangles ont deux angles donnez, aſſavoir un droit, comme en F, M, H, L, & un angle aigu commun D; dequoy il s'enſuit une proprieté commune, aſſavoir que

Comme le raid, au ſinus de complement de l'angle D:
Ainſi les tangentes des hypotenuſes, à celle des coſtez adjaçans le long de l'angle D.

Et pour plus ample declaration de cecy, qui eſt une propoſition ordinaire, (comme auſſi dans mes tables des Sinus, à la premiere ligne des ſix cas des rectangles) je diray ceſte proportion ſur un des triangles donnez, ſoit ſur G D H,

Comme le raid au ſinus complement de l'angle D;
Ainſi la tangente de l'hypotennſe D G, à la tangente de D H.

Et ainſi des autres; mais la raiſon du raid au ſinus complement de l'angle D, eſt commune à tous les triangles mentionnez: parquoy l'autre raiſon qui vaut la premiere, aſſavoir les tangentes des coſtez, qui comprennent l'angle D, leur ſera auſſi commune, & ſera une meſme raiſon: aſſavoir,

$$\text{Tangentes des arcs} \begin{cases} \text{K D à D M,} \\ \text{G D à D H,} \\ \text{I D à D L,} \end{cases}$$

Et par la 18 propoſition precedente, dite des angles, ſe pourra dire icy des arcs mentionnez; aſſavoir que pluſieurs deux arcs ayant leurs tangentes en meſme raiſon, ceux-là different le plus, leſquels ſont enſemble 90 degrez; mais G D, D H ſont enſemble 90 degrez, par l'hypotheſe, donc G D, D H differont le plus. Ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTEZ.

NOTEZ.

Voila quant à la propoſition, main avec une autre propriété, par laquelle on recognoiſt, où l'arc de l'ecliptique excede au plus ſon aſcenſion; ce qu'on verra mieux en la propoſition ſuivante. Or le Sieur Snellius, *lequel a auſſi traduit ceſt œuvre en Latin, reſout la doute de l'Autheur preſent, lequel cy-deſſus dit ne ſçavoir ſi ce que* Regiomonte *cite de* Geber, *eſt en lumiere ou non; car en la marge de l'exemplaire Latin il y a*, voyez toutefois la 18 propoſition du 1 livre de Geber : *ce* Snellius *a eu une tres-belle bibliotheque & tres ample; qnoy que c'en ſoit, je n'ay jamais veu aucune œuvre Mathematique de ce* Geber: *neantmoins je demonſtreray pluſieurs proprietez autres que la precedente premiere, comme enſuit.*

2. *Proprieté du triangle* DGH.

Au triangle rectangle ſpherique, lors que les deux coſtez au long d'un aigu ſont enſemble un quadran; alors le ſinus de l'autre angle aigu ſera egal à la tangente du coſté oppoſite.

DEMONSTRATION.

Premierement ſoit priſe la figure de la 1 definition de la doctrine des triangles, qui eſt la 1 ſignre Geometrique de ce livre, où je dis qne de deux arcs de complement, comme là CE, CB, *leurs ſinus* AF *à* FC *ſont comme le raid* AB, *à la tangente* BI *(du denxieſme arc* CB.)

De meſme en la figure precedente de la 17 propoſit. DG, DH *ſont arcs de complement; donc leurs ſinus ſeront comme le raid à la tangente de* DH.

Mais leurs ſinus (aſſavoir des arcs DG, DH) *ſont comme le ſinus des angles oppoſites, par la 24 propoſit. du 3 livre de la doctrine des triangles, qui eſt comme le raid (pour ſinus de l'angle droit* H) *au ſinus de l'angle* G; *parquoy il s'enſuivra que comme le raid à la tangente de* DH, *auſſi le raid an ſinus de l'angle* G; *& partant la tangente de l'arc* DH *ſera egale au ſinus de l'angle* G. *Ce qu'il falloit demonſtrer.*

3. *Proprieté.*

En tout triangle rectangle ſpherique, lors que deux coſtez comprenans un angle aigu ſont enſemble 90 degrez; auſſi le coſté qui le ſouſtend, avec l'autre angle aigu, ſont enſemble 90 degrez ſemblablement.

Soit en la figure de la 17 prop. le triangle DGH; *il faut demonſtrer qne ſi* DG *&* DH *ſont enſemble* 90 *deg. qn'auſſi* GH, *& l'angle* DGH *ſeront ſemblablement* 90 *degrez.*

Comme le ſinus de l'angle droit H, *au ſinus de l'angle* G, *ainſi le ſinus de* DG, *à celuy de* DH: *mais auſſi de meſme ſera (au triangle* GAE *ayant l'angle* G *commun & un angle droit* E) *les ſinus de* GA *&* AE; *parquoy,*

ſinus ſinus ſinus ſinus
Comme DG *à* DH, *ainſi* GA *à* AE.
GE

Or GE, *&* DH, *ſont egaux, car ils ſont chacun complement de* DG: *c'eſt pourquoy j'ay ſubſtitué* EG *au lieu de* DH.

Et comme on peut tirer du 12 chap. du 1 de l'Almageſte *en la figure* EDFAH, *on bien de nos Poriſmes.*

ſin. ſin. ſin. ſin. ſin. ſin.
Comme DG *à* GE, *ainſi* DH *à* HF, *& encor* FA *à* AE,
DG
ſin. ſin.
on bien G *à* H.

Et pource que les moyennes ſont de meſme, on les peut oſter, aſſavoir ſinus de H *& ſinus de* FA, *qni ſont chacun le raid: parquoy,*

ſin. ſin. ſin. ſin.
Comme DG *à* GE, *ainſi* GA *à* AE,
ſin. ſin.
Ou, comme cy-deſſus, GA *à* AE.

D'où s'enſuit par raiſon alterne, que GA *& l'angle aign* G *contiennent autant de degrez l'un que l'autre: Et puis que* GH *&* GA *ſont enſemble* 90 *deg. auſſi pareillement* GH *& l'angle aigu* G *ſeront enſemble* 90 *degrez. Ce qu'il falloit demonſtrer.*

4. *Proprieté, du triangle* DGH.

S'enſuit la proprieté deſcrite en la 17 propoſition, aſſavoir que les ſinus de AD, AG, AE ſont proportionaux.

DEMONSTRATION.

Par la 19 prop. du 3 livre de la doctrine des triangles, les tangentes d'arcs de complement ont pour moyen proportionel le raid: mais DG *&* DH *ſont complemens l'un de l'antre: donc,*

Comme tangente de DG, *à tangente de* DH;
Ainſi qnarré du raid, à qnarré de la tangente de DH.

Mais comme les tangentes de DG *&* DH; *ainſi (comme il a eſté dit en la 19 prop. cy-deſſus) le raid an ſinus de complement de l'angle* D, *qu'ils comprennent : & par conſeqnent les choſes ſuivantes ſeront proportionnelles.*

Aſſavoir le raid,	*Tangente de* DH.	*Sinus de compl. de* D.
On ſinus de AD.	*Ou ſinus de* G, *par la 2 proprieté.*	*Qni eſt ſinus de* AE.
	Ou ſinus de complem. de GH, *par la 3 proprieté,*	
	Qni eſt ſinus de AG.	

Leſquelles choſes monſtrent que les ſnivantes ſont proportionelles; aſſavoir,

Sinus de AD. *Sinus de* AG. *Sinus de* AE.

Concluſion. *Donc ſi les deux coſtez qui comprennent un angle aigu (d'un triangle rectangle ſpherique) ſont enſemble nn quadran, alors le raid, le ſinus de complement du coſté ſouſtendant l'angle aign ſuſdit, & le ſinus de complement de l'angle aign, ſeront proportionnaux. Ce qu'il falloit demonſtrer.*

PROBLEME. PROPOSITION XX. A. GIR.

TRouver l'arc de l'ecliptique, qui differe le plus de ſon aſcenſion droite; & aucunes de ſes circonſtances.

Le donné. *Soit en la figure de la 17 propoſition,* DG *arc de l'ecliptique, qni differe le plus de ſon aſcenſion droite* DH.

Le requis. *Il faut trouver la grandeur de* DG, *& par conſequent, tout ce qui depend du triangle* DGH.

CONSTRUCTION.

Veu qne par la 17 propoſition, on pour mieux dire par la 4 proprieté du triangle DGH, *deſcrite en la 19 prop. precedente: le ſinus de* AG *eſt moyen proportionel entre le ſinus de* DA *& de* AE, *aſſavoir entre* 10000000, *& ſinus de* AE 9145680 *(comme complement de la declinaiſon majeure) eſt* 9563304.

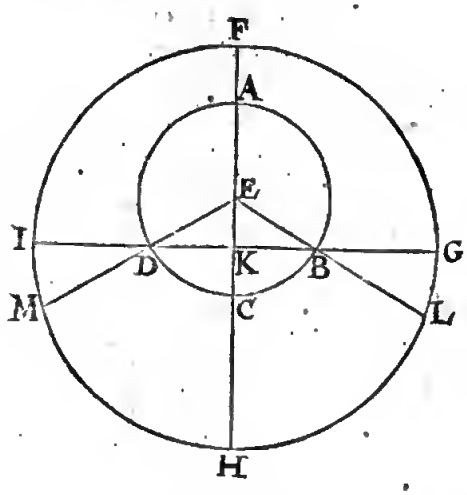
Son arc AG *eſt*	73 deg. 0. 18. 4.
Son complement eſt pour GH	16 deg. 59. 41. 56.
Mais ſinus de AG *oſt auſſi ponr celuy de l'angle* DGH, *par la 3 proprieté cy-devant: & par la 2 proprieté le ſinus ſuſdit de* DGH *ſera pour la tangente de* DH; *donc* DH *ſera*	43 deg. 43. 16. 29.
Son complement (par la 19 propoſition, qni eſt la premiere proprieté) pour DG	46 deg. 16. 43. 31.
Difference de DH *&* DG *eſt*	2 deg. 33. 27. 2.

Pour la plus grande difference entre l'arc de l'ecliptique & ſon aſcenſion droite, etonvée plus facilement & plus certainement que par la calculation des triangles ſpheriques, comme a fait Stevin : *ce qni ſoit dit ſans jactance. Juſques icy nous avons declaré ſes propoſitions ſelon noſtre ſtile fort amplement.*

PROPOSITION XXI.

TRouver la plus grande difference, qu'il peut advenir aux jours naturels, pour l'occaſion de l'excentricité du deferant, par voye Mathematique fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.

Le donné. Soit A B C D deferant du Soleil, E ſon centre, A apogée, C perigée, l'ecliptique F G H I, K ſon centre, F apogée apparant, & H le perigée apparant,



puis I G perpendicle à F H paſſant par K, coupant le deferant en D, & B, par leſquels ſont menées les lignes E D M, E B L.

CONSTRVCTION.

De ceſte propoſition on entend que ſi on adjouſte tous les jours naturels de l'an naturel, leſquels ſont plus grands (à cauſe de l'excentricité ſeulement) que les jours moyens, comparez aux jours naturels de l'an naturel, leſquels ſont moindres que les jours moyens, qu'il faut trouver quelle difference ils ont plus que s'il n'y avoit point d'excentricité, ny de declinaiſon: A ceſte fin je dis, ſi le Soleil eſtoit en A, il ſeroit auſſi bien veu de E que de K, au poinct F; (car de E ſe voyent les jours moyens, & de K les naturels) mais eſtant le Soleil parvenu en D, alors E le verroit en M, & K en I, (en apparance) que ſi donc I eſtoit en quelque meridien, M ſeroit (pource que le mouvement rapide va de M par I vers F) autant devant que l'arc M I emporte, lequel eſt 2 degrez 23 ①, eſtant arc de l'angle I D M, egal à E D K, lequel eſt la plus grande proſtaphereſe, par la 4 propoſition, laquelle eſt par le corollaire d'icelle, comme deſſus, 2 deg. 23.

Tellement qu'autant de temps que le Soleil met à faire ces 2 deg. 23 ① par le mouvement rapide, autant ſeront les jours naturels du cours du Soleil A D, moindres aux jours moyens. Et pour la meſme raiſon, les naturels du cours B A ſeront auſſi plus courts que les moyens de 2 deg. 23.

Et enſemble, les naturels du cours du Soleil B A D, ſeront plus courts que les moyens de 4 deg. 46.

Parquoy autant ſeront les naturels, du cours reſtant D C B, plus longs que les moyens (veu qu'autant y en a-il de moyens que de naturels dans l'an) aſſavoir de 4 deg. 46.

Mais eſtant les naturels plus courts en l'arc B A D de 4 deg. 46 ①, & en D C B autant plus longs, donc la difference de ces deux arcs ſera le double du ſuſdit, qui eſt de 9 deg. 32.

Et puis que 15 deg. ſe font en une heure, ils ſeront pour le requis 0 heure 38 ①.

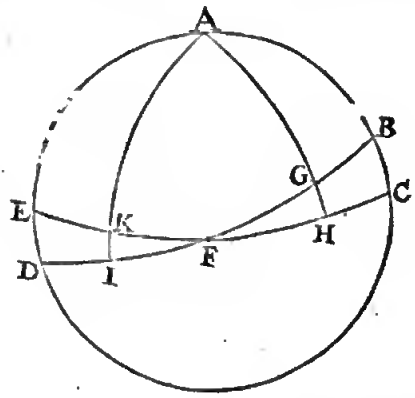
Autant donc ſeront les jours naturels de l'arc M F L, comparez aux jours naturels de l'arc M H L moindres, qu'ils ne ſeroyent s'il n'y avoit aucune eccentricité, ny declinaiſon. Dont la demonſtration eſt manifeſte.

Concluſion. Nous avons donc trouvé la plus grande, &c.

PROPOSITION XXII.

TRouver la plus grande difference, cauſée aux jours naturels, par la declinaiſon de l'ecliptique ſeulement, par voye Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.

Le donné. Soyent E C l'equinoctial, & D B l'ecliptique au Globe A B C D E, ſon pole A, & F ſection vernale, F G arc de l'ecliptique 46 deg. 17 ①, laquelle differe au plus de ſon aſcenſion droite F H, 43 deg. 43 ①, aſſavoir de 2 deg 34 ①; & ce d'un coſté de la ſection F, de l'autre coſté F I arc de l'ecliptique, & F K de l'equinoctial, leſquels, comme deſſus, different le plus, par la 20 propoſition.



CONSTRVCTION.

Les arcs, où les jours naturels ſont trouvez plus courts que les jours moyens ſont I G, qui ſont 2 fois 46 deg. 17 ①, c'eſt aſſavoir 92 deg. 34 ①, & autant de l'autre coſté du globe, de part & d'autre la ſection automnale, font enſemble 185 deg. 8.

Les arcs où les naturels ſont trouvez plus longs que les moyens, ſont G B, I D, chacun de 43 deg. 43 ①, par la 20 prop. c'eſt enſemble 87 deg. 26 ①, leſquels avec 2 autres pareils, de l'autre coſté du globe, font enſemble 174 deg. 52.

Leſquels ſouſtraits de 185 deg. 8 ①, reſte 10 deg. 16.

Et puis que 15 deg. font 1 heure, les meſmes ſeront pour le requis 0 heure 41 ①.

Donc autant ſont les jours naturels de l'arc I G & de ſon pareil de l'autre coſté du globe, comparez aux jours naturels des deux arcs G B, I D, avec leurs pareils de l'autre coſté, moindres que s'il n'y avoit nulle declinaiſon: dont la demonſtration eſt manifeſte.

Conclu-

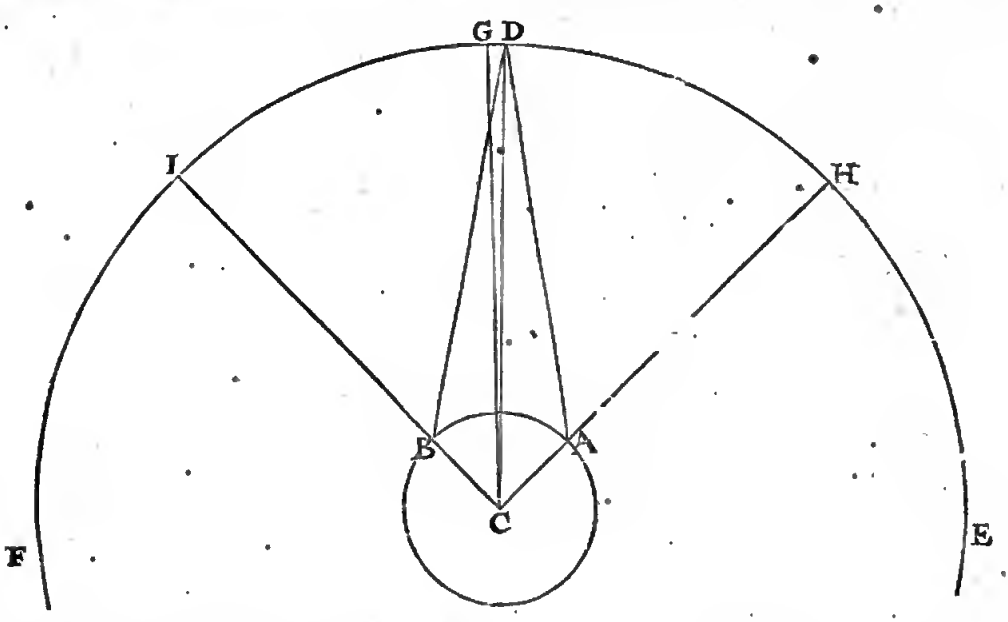
Concluſion. Nous avons donc trouvé la plus grande difference, cauſee aux jours naturels par l'obliquité de l'ecliptique, &c.

Maintenant de la diſtance du Soleil, de ſa grandeur, parallaxe, & longueur du cone nocturne.

Proposition XXIII.

Trouver la diſtance de la terre au Soleil, en meſures du raid de la terre eſtant poſee 1, par voye Mathematique, fondée ſur l'effect de l'experience.

Le donné. Deux obſervateurs eſtant aſſez diſtans l'un de l'autre & ſur un meſme meridien, prenans la hauteur du Soleil ſur l'horizon tous les jours, ou ſouvent, à midy; ou au lieu de la hauteur ſur l'horizon, la diſtance du Soleil au zeoith: ce qui ſe peut faire par les grands voyages que ceux d'Hollande font par mer; puis rapporteroor leurs experiences, pour venir au requis: comme par exemple, ſoit AB la terre, C ſon centre, & D le Soleil, par lequel eſt mené le meridien E D F, C G eſt l'equinoctial veu de coſté: les deux lieux des obſervateurs ſous un meſme meridien ſoyent A, B; le zenith de A eſt H, ainſi que G H eſt egale à la latitude de A, & ſoit 46 deg. 36 ①: Et G I egale à la latitude de B 44 deg. puis je choiſis deux obſervations faites; comme dit eſt, en un meſme midy, & ſoit que les deux obſervateurs ayent une meſme depreſſion du zenith au Soleil, je prens chacune de 45 deg. 20 ①, pour chacun des angles H A D, I B D: puis ſoit menée C D.



Le requis. Il faut trouver la ligne C D en telles meſures que B C raid terreſtre ſoit 1.

Construction.

A l'are G I faiſant 44 degr. adjouſté l'are G H 46 deg 36 ①, viendra pour l'arc H I, auſſi pour l'arc A B, & angle A C B, 90 deg 36.

D'avantage, veu que les angles I B D & H A D ſont egaux, & partant auſſi les arcs H D, & D I; alors C D diviſera l'angle I C H, c'eſt auſſi A C B, par le milieu; tellement que l'une moitié B C D fait la moitié de 90 deg. 36 ①, premier en l'ordre, c'eſt 45 deg. 18.

Oſtant l'angle I B D faiſant 45 deg 20 ① de 180 deg. reſte pour l'angle D B C 134 deg. 40.

Le triangle B C D, a trois termes cognus, aſſavoir l'angle B 134 deg. 40 ①, troiſieſme en l'ordre, C, 45 deg. 18 ①, deuxieſme en l'ordre, & BC, premier par l'hypotheſe. Avec leſquels cerchant D C. par la 4 propoſition des triangles plats, ſera trouvé de 1185.

Dont la demonſtration eſt manifeſte.

Notez I.

Nous pourrions bien mettre icy un autre exemple, où les deux angles I B D, H A D ſeroyent inegaux, mais d'autant que cela ſe verra au cours de la Lune, on pourra prendre ce lieu-la pour declaration de ceſtuy-cy.

Notez II.

D'autant que le Soleil doit eſtre en un lieu cognu de ſon deferant, je preos par exemple, qu'en ceſte propoſition le Soleil ayt eſté en ſon apogee au temps de l'obſervation.

Corollaire.

D'autant que les angles D B C, B C D ſont cognus, faiſant enſemble 179 deg. 58 ①, & partant oſtez de 180 reſtera 2 ① pour l'angle B D C parallaxe du Soleil en un tel lieu.

Concluſion. Nous avons donc trouvé la diſtance de la terre au Soleil, faiſant le raid du Globe terreſtre 1; par voye Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.

Proposition XXIV.

Eſtant donné l'argument du Soleil: trouver la ligne de la terre au Soleil, poſant le raid de la terre t, par voye Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.

Le donné. Soit l'argumeot du Soleil 30 degrez.

Le requis. Il faut trouver la ligne de la terre au Soleil en telles parties que le raid de la terre fait t.

Construction.

Entre plusieurs manieres par lesquelles ceste proposition se peut resoudre, celle qui me semble la plus propre, est telle: veu qu'en la 23 proposition la distance de la terre au Soleil, a telle raison au raid de la terre, cumme 1185 à 1, estant le Soleil en son apogée, par la deuxiesme note qui suit apres ladite 23 proposition, & aussi que la distance de la terre au Soleil de centre à centre a esté prise en la 8 proposition de 10323, je dis 1185 donne 1, combien 10323? vient en nombre entier assez pres de 9: tellement que la raison du raid terrestre à la distance du Soleil, est comme 9 à 10323: & aussi en telle raison à chacune distance de la terre au Soleil, comme 9 à un chacun des nombres descrits en la table de ladite 8 proposition: Mais la distance jusques au 30 deg. du deferant du Soleil est là de 10281, & parrant le raid de la terre à icelle, de 9 à 10281. Mais pour l'avoir en telles parties que le raid terrestre fait 1, je dis 9 donne 10281, combien 1? viendra pour le requis 1142. Dont la demoostration est manifeste.

Conclusion. Estant donc donné l'argument du Soleil, nous avons trouvé la distance de la terre au Soleil, en telles parties que le raid de la terre fait 1. par voye Mathemat. fondée sur l'hypothese de terre immobile.

Corollaire.

Il apperr que 9 servira comme d'un nombre commun pour trouver facilement les aotres distances: comme par exemple, pour trouver la distance qui appartient au 10 deg. laquelle est en la 8 prop. de 10321, je dis 9 donoe 10321, combien 1? vient pour le requis 1147. Et ainsi des autres, tellement qu'on en peut coostruire des tables de degré en degré, comme cy-dessous de 10 en 10, où est aussi celuy de 180 deg. pour s'en servir d'exemple, en temps opportun.

TABLES DES LIGNES ENTRE LA terre & le Soleil de centre à centre, en telles parties que le raid de la terre fait 1.

Degrez du deferant du Soleil.	*Lignes entre la terre & le Soleil.*
0	1147
10	1147
20	1145
30	1142
180	1075

Proposition XXV.

Trouver le raid du Soleil en telles parties que celuy de la terre fait 1. par operation Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

Le donné. Soit AB le Soleil estant en son apogée, duquel le centre est C, & D le centre de la terre, duquel soit menée DC, & DB touchante iceluy en B, & finalement menée BC raid solaire, ainsi que BDC le $\frac{1}{2}$ diametre visuel du Soleil.

Le requis. Il faut trouver BC en telles parties que le raid de la terre fait 1.

Construction.

Le triangle BCD a trois termes cognus, assavoir BDC demy-diametre visuel du Soleil, lequel, pource qu'il est en l'apogée, fait comme en la huictiesme proposition, où il a esté pris de 15 ①, & CD 1147, par la 24 proposition, aussi l'angle CBD droit, par lesquels on trouvera BC estre de 5 pour le raid du Soleil, de telles parties que le raid de la terre en fait 1: d'autant que 1147 sont des mesmes parties. Dont la demonstratioo est manifeste.

Conclusion. Nous avons donc trouvé le raid du Soleil, &c.

Corollaire.

Si on vouloit adjoindre icy sa solidité, on pourroit dire que d'autant que les corps semblables soot en raison triplée de leurs lignes homologues, d'où s'ensuit que le corps du Soleil à celuy de la terre seroit comme 125 à 1: cubes de 5 & de 1.

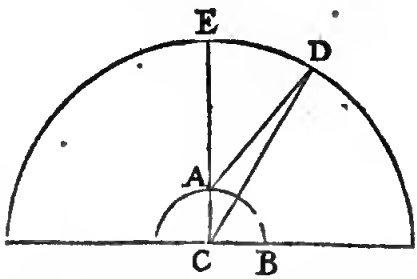
Proposition XXVI.

Estant donné l'argument du Soleil, & depression d'iceluy du zenith, veuë du centre de la terre: Trouver la parallaxe d'iceluy en l'arc vertical, par voye Mathematique, fondée sur l'hypotheſe de terre immobile.

Notez.

Au corollaire de la 23 propos. a esté dit comment la parallaxe se trouve par operation fondée sur l'effect de l'experience mesme; ce qui servira pour fondemeot de ceste proposition, afin de trouver la parallaxe par supputatioo, car il ne seroit à propos de la trouver à chaque fois par l'experience.

Le donné. Soit AB la terre, & C son centre, A le lieu de l'observateur, D le Soleil, duquel l'argument soit de



30 deg. & distant aussi du zenith de 30 deg. pour l'arc ED, ou l'angle ECD, ou ACD; ainsi que l'angle ADC est la parallaxe au cercle vertical.

Le requis. Il faut trouver l'angle ADC.

Construction.

Le triangle ADC, a trois termes cognus, l'angle ACD 30 deg. CA 1, & CD distance de la terre au Soleil lequel a 30 deg. d'argument, laquelle par la 24 propos. est 1142. Par lesquels cerchant l'angle ADC se trouvera estre, par la 6 propos. des triangles plats, de 1 ① 30 ② pour la parallaxe requise (usant de toutes les lettres

lettres des tables) dont la demonſtration eſt manifeſte par la conſtruction.

Concluſion. Eſtant donc donné l'argument du Soleil, & ſa depreſſion du zenith, veuë du centre de la terre: nous avons trouvé ſa parallaxe.

Corollaire.

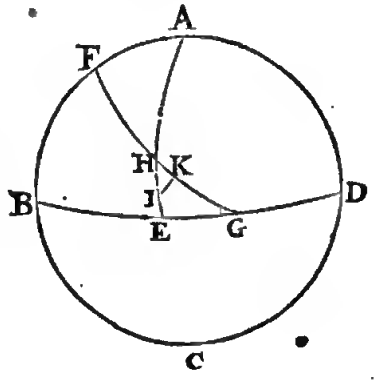
Il eſt evident comment on en pourra faire des tables, afin de trouver le requis avec facilité, de degré en degré, comme a fait *Eraſme* és *Prutenicques*, lequel au lieu de 1 ① 30 ② a trouvé (ſuivant ſon hypotheſe) 1 ①, 29 ②, & la parallaxe majeure du Soleil (aſſavoir eſtaot ſur l'horizon) de 2 ① 58 ②: Auſſi ceſte table ſe peut faire facilement ſur le fondement poſé à la 5 propoſition: d'où l'on conclud, que comme le ſinus de l'arc vertical entier, au ſinus de ſa partie donnée; ainſi la plus grande parallaxe, à la parallaxe requiſe: & par exemple, ſi on vouloit trouver la parallaxe du Soleil lors qu'il eſt 10 deg. deprimé ſous le zenith, je dis ainſi: Sinus de 90 deg. qui eſt 10000, donne 1736 ſinus de 10 deg. combien la parallaxe majeure 2 ① 58 ②, qui eſt 178 ②? vient cõmme là 31 ②: De meſme pour avoir la parallaxe de 30 deg. je dis 10000 doone 5000, combien 178 ②? vient comme là 1 ① 29 ②: & ainſi des autres.

Notez auſſi que le meſme *Eraſme* n'a fait qu'une colomne des parallaxes du Soleil, & ce pour bonne raiſon, n'eſtimant rien la difference des eſlongations du Soleil. Et pource que quelqu'un deſireroit eſtre rendu certain de ceſte plus graode difference, & ce ſur le fondement poſe en la 5 propoſition: je dis, majeure diſtance du Soleil, faiſant par la 8 propoſition 10325, donne la moindre (qui eſt auſſi là de 9677) combien la majeure parallaxe a ① 58 ②? vient ſeulement 2 ① 47 ②, laquelle eſtant priſe ſur 2 ① 58 ②, ce ſeroit 11 ② trop; ce qui n'eſt d'importance.

Proposition XXVII.

Trouver la parallaxe du Soleil, en longitude apparante, & en latitude, par voye Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.

Le donné. Soit ABCD meridien d'un Globe, BD l'horizon, AE quadran vertical, FG ecliptique coupant ledit quadran au lieu où eſt le Soleil H, ainſi que l'angle EHG (lequel ſe trouve par le 8 probleme des



problemes Aſtronomiques) fait 50 deg. & AH depreſſion du Soleil, veuë du centre de la terre, ſoit 30 deg. D'avantage je prens que la parallaxe du Soleil ſoit trouvée par la 26 propoſition, au quadran vertical AE de 1 ① 30 ②. Pour HI & menée IK perpendiculaire ſur l'ecliptique FG, comme latitude apparante du Soleil, veuë de l'obſervateur, & HK ſera la longitude apparante de la parallaxe du Soleil.

Le requis. Il faut trouver l'arc HK longitude de la parallaxe, & IK latitude de ladite parallaxe.

Construction.

Le triangle HIK a trois termes cognus, aſſavoir HI 1 ① 30 ②, l'angle K droit, & l'angle H 50 degrez, par l'hypotheſe, par leſquels cerchez les deux coſtez HK, KI, uſaot de toutes les lettres des tables des ſinus, ſeront trouvez par la 4 propoſition des triangles ſpheriques, aſſavoir IK pour la latitude de la parallaxe requiſe (laquelle s'eotendra eſtre meridionale ou ſeptentrionale, par la regle generale du troiſieſme eorollaire ſuivant) de 1 ① 9 ②.

Et KH longitude de la parallaxe (laquelle s'entendra majeure ou mineure à la longitude donnée, par le 4 cotollaire ſuivant) 58 ②.

Alb. Girard.

L'autheur cite cy deſſus la 4 propoſition des triangles ſpheriques pour reſoudre le triangle ſpherique HIK, ce qui eſt trop difficile, & long, joinct qu'il parle de prendre toutes les lettres des tables en ceſte compatation; au contraire il ne faut prendre que trois ou quatre lettres pour le tout au lieu des huict lettres qu'il entend, & reſoudre cecy par les triangles plats, à cauſe que le triangle ſpherique HIK eſt fort petit, & par conſequent ſans tumeur perceptible, veu que HI (le majeur coſté) n'eſt que 1 ①, 30 ②, qu'on pourra dire 90 ② en la calculation; & ſi on trouvera la ſolution auſſi preciſe qu'avec les triangles ſpheriques; & ſoit ceſt advertiſſement adapté à pareil accident.

Corollaire I.

Quand l'eeliptique coupe l'arc vertical à angles droits, il eſt notoire que I & K n'auront aucune difference de longitude, mais que la parallaxe ſera toute en latitude.

Corollaire II.

Si l'arc vertical & l'eeliptique venoyent à convenir eo un; alors il eſt evident que I & K n'auroyent aucune difference de latitude, mais que la parallaxe ſeroit toute en longitude.

Corollaire III.

Veu que le lieu du Soleil eſt touſiours plus haut que ne le voit l'obſervateur, s'eoſuit que lors que l'arc vertical entre le zenith juſques à la commune ſection eſtant meridionale, qu'alors la latitude du Soleil veuë de l'obſervateur ſera plus ſeptentrionale qoe l'autre; mais eſtant l'arc vertical ſuſdit du coſté ſeptentrional, elle ſera plus meridionale, & ce de tous coſtez de la terre.

Corollaire IV.

Si l'angle compris des arcs AE & FG eſtoit obtus du coſté de la conſequence & ordre des ſignes, à cnmpter du poinct H, alors l'apparaote longitude du Soleil veuë de l'obſervateur ſera majeure à l'autre: mais eſtant aigu, elle ſera moindre, & ce pat toute la terre.

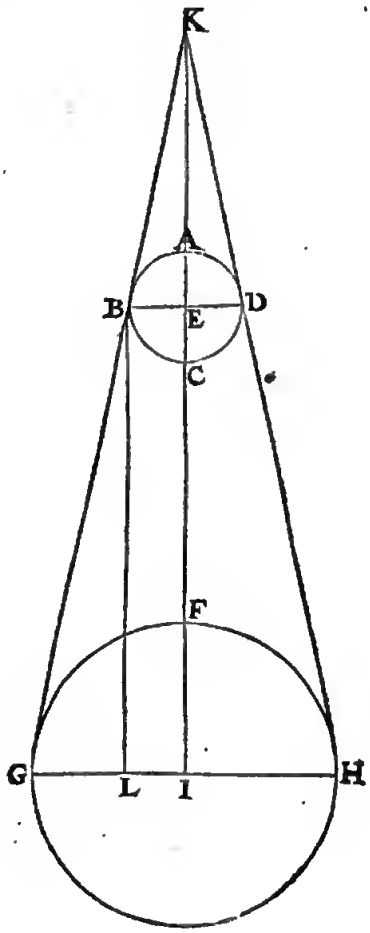
Concluſion. Nous avons donc trouvé la parallaxe du Soleil en longitude apparante, & latitude, par voye Mathematique, &c.

Propo-

Proposition XXVIII.

Estant donné l'argument du Soleil : trouver l'axe du Cone nocturne, en telles parties que le raid de la terre est 1 : par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

Le donné. Soit A B C D la terre, E son centre, & F G H le Soleil estant en son apogée, duquel I est le centre : D'avantage les deux lignes G B, H D soyent menées, touchant le Soleil és poincts G, H, & la terre



en B, D; lesquelles se rencontrent en K, & menés les diametres B D, G H. Ce qu'estant ainsi, K B D signifie le cone nocturne, dont le diametre de la base est B D, & axe K E.

Le requis. Il faut trouver K E en telles parties que le raid de la terre B E fait 1.

Preparation. Soit menée B L egale & parallele à E I.

Construction.

La ligne L I estant 1, comme egale à B E, ostée de G I, 5 par la 25 proposition, reste pour G L 4; & d'autant que le Soleil est posé en son apogée, alors E I, ou bien B L, par la 24 proposition sera 1147; tellement que le triangle K E B estant semblable au triangle B L G, & partant les costez homologues proportionnaux, je dis, G L 4 donne L B 1147, combien B E 1? viendra pour le requis K E en nombres entiers assez pres de 287: Dont la demonstration est manifeste.

Conclusion. Estant donc donné l'argument du Soleil, nous avons trouvé l'axe du cone nocturne, en telles parties que le raid de la terre est 1. &c.

Corollaire.

Tout ainsi qu'on a trouvé l'axe du cone nocturne estant le Soleil en son apogée, ainsi se pourra-il trouver estant en autre lieu de degré en degré, & en descrire une table pour trouver le requis avec facilité.

TROISIESME DISTINCTION DV SECOND LIVRE,

De l'invention du cours de la Lune, par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

SOMMAIRE DE CESTE TROISIESME DISTINCTION.

Il y aura icy 16 propositions, dont la premiere, qui est la vingtneufiesme en l'ordre, sera de l'invention de l'eccentricité du deferant de la Lune, avec ses circonstances : La deuxiesme (c'est la 30 en l'ordre) de l'invention de la proſtaphereſe & diametre visuel de la Lune : Les trois suivantes, qui sont les 31, 32, & 33, serviront pour trouver en tout temps la longitude apparante de la Lune : Les cinq propositions suivantes 34, 35, 36, 37, & 38, pour trouver sa latitude apparante : Et les six dernieres, 39, 40, 41, 42, 43, & 44, de la distance de la Lune, de sa grandeur, parallaxe, & diametre visuel du cone nocturne là où la Lune passe.

Proposition XXIX.

Par trois lieux où a esté la Lune : trouver premierement l'eccentricité, en telles parties que le raid du deferant lunaire fait 10000. Secondement, La longitude apparante de son apogée au temps de l'un des trois lieux donnez. Tiercement, l'argument de la Lune en l'un desdits lieux. Quatriesmement, La longitude moyenne de la Lune, par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

Devant que venir à la chose, je dis premierement qu'és propositions 15, 16, & 17, de ce deuxiesme livre, a esté certifié que deux arcs l'un de l'ecliptique, l'autre de l'equinoctial, comprins entre la section vernale & un mesme meridien, ne sont pas egaux, d'ou s'ensuit que la longitude apparante du Soleil n'est pas egale à l'ascension droite, à cause de la declinaison de l'ecliptique : & ainsi se doit-il entendre de la voye de la Lune & de l'ecliptique, assavoir que commençant à compter de la teste du Dragon, les longitudes ne sont egales, tant sur l'ecliptique, que sur la voye lunaire, terminées par un cercle qui passe par les poles de l'ecliptique & la Lune. Mais pource que la difference n'est pas grande, d'autant que la latitude de la voye lunaire n'est que 5 deg. laquelle difference se trouvera selon la maniere de la 20 proposition du deuxiesme livre, estre seulement de 8 ①, *Ptolemée* ne la estimé au calcul du cours de la Lune, non plus que nous cy-apres; toutefois si quelqu'un desiroit de suivre ceste maniere plus precise, il y pourroit prendre garde, il nous suffit de l'avoir monstré au doigt; lequel advertissement peut servir aussi aux autres planetes.

Exem-

EXEMPLE I.

Le donné. Ayant en main quelques Ephemerides observées, au lieo desquelles nous prenons les supputées de *Stadius*, j'y cerche trois lieux de la Lune advenus en temps d'eclipſe, pource qu'ils ſont plus certains. Le premier en l'an 1570 le 20 Fevrier à 5 heures 31 ☉ apres midy, eſtant la Lune au 161 deg. 25.

Notez maintenant devant que paſſer plus oultre, que ſi ce lieu de la Lune euſt eſté obſervé & redigé par eſcrit avec des joors naturels, qu'il euſt eſté beſoing de les reduire en jours egaux, ſelon la maniere deſcrite à la 15 propoſition du deuxieſme livre, pour operer par temps egalé. D'avantage faot prendre garde auſſi à la difference du temps, & à la diverſité des meridiens entre le lieu où a eſté faite l'obſervation & le noſtre: mais d'autant que les lieux de la Lune ſont extraits des tables calculées ſur temps egalé, il n'en ſera pas icy de beſoing. Or la raiſon pourquoy il n'a eſté fait ſemblable adverſiſſement en meſme endroit de la deſcription du cours du Soleil en la ſeptieſme propoſition, eſt d'autant qu'il n'en eſt de beſoing, comme ne pouvant eſtre de grande importance, à cauſe de ſon mouvement tardif.

Or le deuxieſme lieu de la Lone à choiſir, ſoit en l'an 1572 le 25 Juin à 8 heures 58 ☉ apres midy, eſtant la Lune eclipſée an 283 deg. 25 ☉: Il faut auſſi remarquer preſentement, que comme il faut oſter de l'imagination le cours journalier de la Lune, tout de meſme que s'il n'y en avoit point, ainſi eſt-il auſſi neceſſaire d'en faire de meſme du cours de ſon apogée, lequel eſtant meſlé avec le ſuſdit 283 deg. 25 ☉, il l'en faudra oſter (ce qui n'a pas eſté fait au meſme lieu do Soleil cy-deſſus dit, à cauſe de la tardiveté dn mouvement de ſon apogée, lequel ne pouvoit apportet de l'erreut perceptible.) Donc pour venir à la choſe; je dis du 20 Fevrier, 5 heures 31 ☉ de l'an 1570, premier en l'ordre, juſques au 25 Juin preſent, 8 heures 58 ☉ en l'an 1572, y a deux ans Egyptiens 126 jours 3 heures 27 ☉, auquel temps ſon apogée a fait, par l'onzieſme propoſition du premier livre, 95 deg. 22 ☉, leſquels oſtez du ſuſdit 283 deg. 25 ☉, reſte 188 deg. 3.

Le troiſieſme lieu choiſi eſt le 7 Octobre 1576, à 20 heures 37 ☉ apres midy, eſtant la Lune eclipſée au 24 deg. 21 ☉: mais du 20 Fevrier 5 heures 31 ☉ de l'an 1570, premier en l'ordre, juſques au 7 Octobre 1576, &c. y a ſix ans Egyptiens 231 jours 5 heures 6 ☉, auquel temps ſon apogée a couru, par l'onzieſme propoſition du premier livre, 269 deg. 43 ☉, leſquels oſtez dudit 24 deg. 21 ☉, reſte 114 deg. 38.

De la premiere eclipſe juſques à la deuxieſme, y a, comme a eſté dit ao deuxieſme en l'ordre, deux ans Egyptiens 126 jours trois heures 27 ☉: là deſſus le cours de la Lune en ſa voye eſt, par l'onzieſme propoſition du premier livre, 25 deg. 30.

De la deuxieſme eclipſe à la troiſieſme y a quatre ans Egyptiens 105 jours 1 heure 39 ☉: là deſſus le cours de la Lune en ſa voye eſt, par l'onzieſme propoſition do premier livre, de 287 deg 36.

Adjouſtant les quatrieſme & cinquieſme en l'ordre, qui ſont les deux derniers, vient 313 deg. 6 ☉ ſon reſidu circulaire 46 deg. 54.

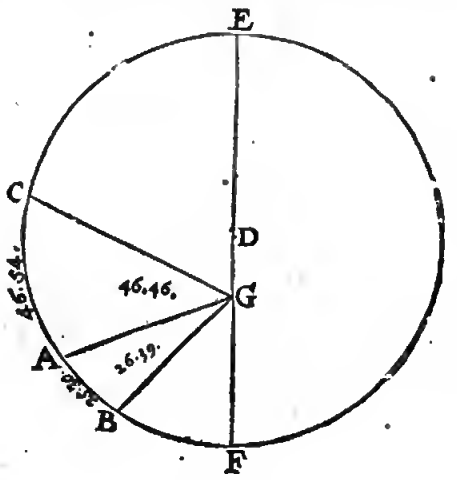
Oſtant le 1 du deuxieſme en l'ordre, reſtera pour le cours apparant lunaire du premier lieu au deuxieſme, 26 deg. 39.

Oſtant le deuxieſme du troiſieſme en l'ordre, reſtera pour le cours apparant de la Lune du deuxieſme lieo juſques au troiſieſme 286 deg. 35.

Adjouſtant 26 deg. 39 ☉ avec 286 deg. 35, les derniers en l'ordre, vient 313 deg. 14 ☉ ſon reſidu circulaire 46 deg. 46.

Le requis. Les trois lieux de la Lune eſtant cognus avec leurs circonſtances, il faut par iceux trouver le contenu de ceſte propoſition.

Preparation. Je marque le cercle ABC, comme voye lunaire, D ſon centre, & en iceluy trois poincts, A, B, C, ainſi que l'arc AB eſt le quatrieſme en l'ordre 25 deg. 30. Et BC, le cinquieſme, 287 deg. 36.



Donc CA de neceſſité reſidu circulaire, ſixieſme en l'ordre, 46 deg. 54.

D'avantage je remarque par le deuxieſme article de la 9 propoſition do 1 livre, que l'apogée doit eſchoir en l'arc BC, ſoit en E, duquel je mene la ligne par D, juſques en F pour petigée, & la terre G dans icelle EF, de laquelle ſont menées les trois lignes GA, GB, GC, ainſi que ſuivant l'hypotheſe, l'angle AGB fait le ſeptieſme en l'ordre 26 deg. 39.

Mais l'angle BGC le huictieſme 286 deg. 35.

Et l'angle AGC de neceſſité le neufieſme 46 deg. 46.

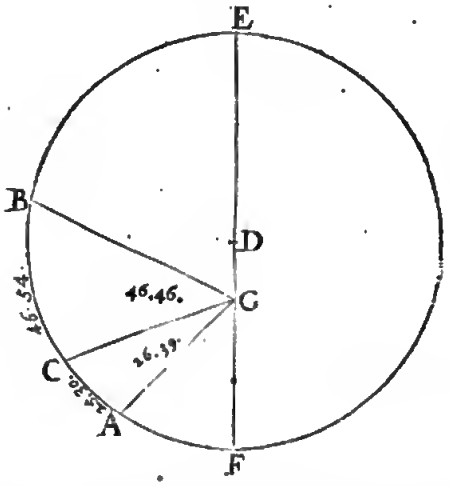
NOTEZ.

Au quatrieſme en l'ordre du requis y a qu'on peut voir au deuxieſme article de la 9 propoſition du premier livre, en quel arc eſt l'apogée: toutefois ceux qui ſont deſia avancez en l'Aſtronomie pourroyent dire que *Ptolemée* & autres le trouvent par la viſteſſe ou tardiveté de la Lune de l'une en l'autre eclipſe donnée, ſans qu'on ayt beſoing d'aucunes Ephemerides, comme ſelon noſtre maniere; là deſſus je dis, que d'aurant qu'on doit ſçavoir par les precedentes obſervations telle velocité & tardiveté, & que nous prenons les Ephemerides ſuſdites par exemple, comme ſi elles eſtoyent obſervées, pour les raiſons deduites en leurs lieux; & partant que nous tirons proprement ceſte cognoiſſance d'icelles.

Reforma-

Reformation de la figure.

Notez que nous avons mis les lettres de la figure jusqu'icy pour suivre l'ordre du premier exemple de la premiere proposition, mais afin que nous puissions user des mesmes lettres & de mesme signification, nous les changerons, tellement pour les raisons declarées en la premiere note du susdit premier exemple de la deuxiesme proposition, que l'apogée E vienne en l'arc A B,



aussi qu'apres A vienne B, puis C, selon l'ordre des signes ; assavoir posant A au lieu de B susdit. & B au lieu de C, puis C au lieu de A, comme ceste figure le monstre.

Ce qu'estant ainsi l'arc A B, ou en son lieu son residu circulaire B A, sera maintenant 72 deg. 24.

B C	46 deg 54.
C A	25 deg. 30.
Puis l'angle A G B,	73 deg. 25.
L'angle B G C	46 deg. 46.
Et l'angle A G C	26 deg. 39.

Par lesquels (pour declarer autrefois le requis en ceste figure) il faut trouver l'eccentricité D G, posant D E le raid de 10000 ; puis la longitude apparante de l'apogée E, au temps de la deuxiesme eclipse; tiercement, l'argument de la Lune en l'une des trois places, cy-devant dite en la deuxiesme, qui est icy B: & finalement, la longitude de la Lune moyenne.

CONSTRUCTION.

Ayant icy une figure de la qualité du premier exemple de la deuxiesme proposition, je cerche par la mesme la raison des deux lignes non prolongées, les choisissant icy B G & G C, & trouve que B G faisant 2346.

Alors C G sera 2207.

La raison des deux lignes B G, G C estant cognuë, je trouve par la mesme deuxiesme proposition ce qui s'ensuit : Premierement, l'eccentricité D G, en telles parties que D E en comprend 10000, assavoir D G 768.

Secondement, je trouve par le premier exemple de la deuxiesme proposition, la distance apparante de B en E, veuë de l'eccentre G pour l'angle EGB de 64 deg. 22 ☊ en ceste figure reformée ; mais en la premiere B estoit pour la deuxiesme eclipse, au lieu de ceest A cy, tellemẽt qu'icy A est pour la deuxiesme eclipse : Pour trouver donc où eschoira le poinct apparant de E, il faut adjouster à l'angle B G A susdit 64 deg. 22 ☊, l'angle B G A 73 deg. 25 ☊, viendra pour la distance apparante de la Lune en la deuxiesme eclipse jusques à l'apogée E 137 deg. 47 ☊. Mais ceest A, comme deuxiesme eclipse, est sous le 283 deg. 25 ☊ de l'ecliptique par le deuxiesme en l'ordre, du donné, patquoy E sera de ces 137 deg. 47 ☊ plus reculé que B, & ainsi je les soustraits de 283 deg. 25 ☊, reste pour la longitude apparante requise de l'apogée E 145 deg. 38.

Tiercement, je trouve par le susdit premier exemple de la deuxiesme proposition l'arc E B de 68 deg. 20 ☊, & iceluy en ceste figure reformée, où A signifie la deuxiesme eclipse, pour les raisons deduites au quatriesme en l'ordre : Et pour trouver maintenant combien il est distant de E, il faut à l'arc susdit E B 68 deg. 20 ☊, adjouster l'arc BA 72 deg. 24 ☊; & viendra pour l'argument requis de la Lune en la deuxiesme eclipse 140 deg. 44.

Quartement, j'adjouste les deux derniers en l'ordre, vient pour la longitude requise de la Lune moyenne au 25 Juin à 8 heures 58 ☊ en l'an 1572, 286 deg. 22.

NOTEZ.

On pourroit encore donner des exemples, avec trois lieux de la Lune de telle qualité que des deuxiesme, troisiesme & quatriesme exemples de la deuxiesme proposition, comme a esté fait au cours du Soleil; ce que nous obmettons pour briefveté, à cause que le semblable est assez manifeste par iceux ; toutefois pour plus ample declaration & preuve, que la construction par un eccentrique & aussi par un epicycle, revient de mesme, (ce dont *Hyparthus* estoit en doute, comme escrit *Ptolemée*) & aussi pour voir les diversitez que les accidens amenent quant & eux en ces deux manieres, nous mettrons icy encor un exemple avec trois eclipses de Lune, que *Ptolemée* recite en son quatriesme livre, chap. 6. lesquelles sont, selon qu'il dit, les trois plus anciennes observations des Babyloniens, & ce comme s'ensuit en forme de proposition.

EXEMPLE II.

Le donné. Apres l'equation des temps, les trois eclipses estoyent comme s'ensuit : La premiere, la Lune estant au 174 deg. 30 ☊ : La seconde, au 163 deg. 45 ☊, entre lesquelles eclipses y avoit 354 jours 2 heures 34 ☋, auquel temps son apogée avoit couru par l'onziesme proposition du premier livre 39 deg 27 ☊ : lesquels ostez de 163 deg. 45 ☊, restera 124 deg. 18.

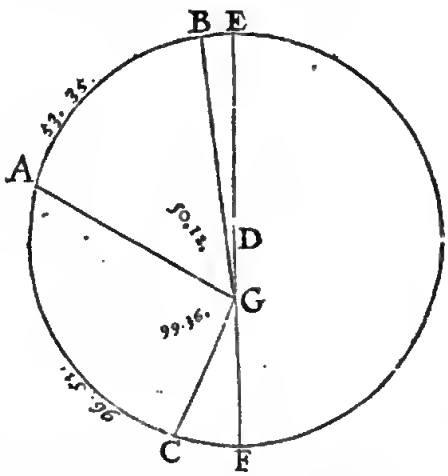
A la troisiesme eclipse, la Lune estoit au 333 deg. 15 ☋, entre la deuxiesme & troisieme eclipse 176 jours 22 heures 46 ☊, donc de la premiere à la troisiesme y aura 550 jours 22 heures 46 ☊, auquel temps son apogée court (par l'onziesme proposition du premier livre) 59 deg. 9 ☊ : lesquels ostez des 333 deg 15 ☋, reste 274 deg. 6.

Es 354 jours 2 heures 34 ☉, entre la premiere & deuxieſme eclipſe, le cours de la Lune en ſon deferant (par l'onzieſme propoſition du premier livre) de 306 deg. 25.
Et és 176 jours 20 heures 12 ☉ ſuſdites de la deuxieſme à la troiſieſme, le cours d'icelle en ſon deferant (par l'onzieſme propoſition du premier livre) de 150 deg. 26.
Somme des deux derniers en l'ordre 96 deg. 51.
Oſtant les 174 deg 30 ☉ ſuſdits des 124 deg. 18 ☉, reſtera le cours apparant de la Lune de la premiere à la deuxieſme eclipſe 309 deg. 48.
Et oſtant 124 deg. 18 ☉, premier en l'ordre, de 274 deg. 6 ☉ deuxieſme, reſtera le cours apparant de la Lune, du deuxieſme lieu au troiſieſme 149 deg 48.
Somme des deux derniers en l'ordre viendra 459 deg. 36 ☉; ſon reſidu circulaire 99 deg. 36.

Le requis. Les trois lieux de la Lune cognus comme dit eſt, avec leurs circonſtances, il faut par les meſmes trouver le contenu de la propoſition: Premierement, l'eccentricité D G en la figure ſuivante, en telles parties que le raid du deferant D E en fait 10000: Secondement, la longitude apparante de l'apogée, au temps (je prens) de la deuxieſme eclipſe: Tiercement, l'argument de la Lune, au temps (je prens) de ladite deuxieſme eclipſe: Et finalement, la longitude de la Lune moyenne.

Preparation.

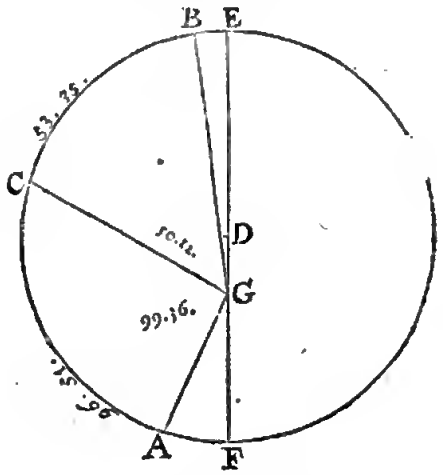
Je marque au deferant A B C, (ſon centre eſt D) trois poincts A, B, C, ainſi que l'arc A B fait le troiſieſme en l'ordre, 306 deg. 25.
Mais B C le nombre du 4 donné en l'ordre, 150 deg. 26.
Et A C doit faire neceſſairement le ſuivant 96 deg. 51.
D'avantage l'apogée advient, comme eſcrit *Ptolemée*, en l'arc C B; ſoit en E, duquel par D je mene une ligne juſques à la circonference en F, comme perigée: & marque l'eccentre ou la terre G entre D, F, de laquelle ſoyent menées G A, G B, G C,



ainſi que l'angle renverſé, ou convexe, A G B ſera ſuivant le poſé 309 deg. 48 ☉, le ſixieſme en l'ordre, ſon reſidu circulaire pour A G B angle concave 50 deg. 12.
Mais B G C eſt le ſeptieſme en l'ordre 149 deg. 48.
Alors l'angle A G C doit faire de neceſſité le huictieſme, aſſavoir 99 deg. 36.

Reformation de la figure.

Notez que nous avons mis les lettres de la figure juſques icy pour ſuivre l'ordre du premier exemple de la premiere propoſition: mais afin que nous puiſſions uſer des meſmes lettres, & de meſme ſignification nous les changerons, tellement pour les raiſons declarées en la premiere note du ſuſdit 1 exemple de la deuxieſme propoſition, que l'apogée E vienne en l'arc A B, auſſi qu'apres A vienne B, puis C, ſelon l'ordre des ſignes, aſſavoir poſant A au lieu de C, puis C au lieu de A, comme ceſte figure le monſtre.



Ce qu'eſtant ainſi, l'arc A B, ou en ſon lieu ſon reſidu circulaire, fera maintenant 150 deg. 26.
B C 53 deg. 35.
C A 96 deg. 51.
D'avantage l'angle A G B 149 deg. 48.
Et l'angle B G C 50 deg. 12.
Et l'angle A G C 99 deg. 36.

Par leſquels (pour declarer autrefois le requis) il faut trouver premierement l'eccentricité D G, en telles parties que le raid D E en fait 10000. Secondement, la longitude apparante de l'apogée E au temps de la deuxieſme eclipſe. Tiercement, l'argument de la Lune en l'une des trois eclipſes, je prens, comme devant en la deuxieſme. Finalement, la longitude de la Lune moyeone.

Construction.

Ayant icy une figure de la qualité de celle de la 1 propoſition au premier exemple, parquoy je cerche par la meſme, la raiſon des deux non prolongées, cholſiſſant icy pour telles B G, G C, & trouve que B G faiſant 7815.
Alors C G ſera 7480.
Cognoiſſant la raiſon de B G, G C, je trouve par la meſme propoſition. Premierement, l'eccentricité D G en telles parties que D E en fait 10000, aſſavoir 860.
Secondement, je trouve par la meſme propoſition la diſtance apparante de B en E, veuë de l'eccentre G, c'eſt l'angle E G B, (lequel, d'autant que B de la deuxieſme eclipſe, ne change de lieu) de 11 deg. 30 ☉: Or B eſtoit au temps de la deuxieſme eclipſe an 163 deg. 45 ☉ de l'ecliptique, par le donné; parquoy eſt E de ces

11 deg. 30 ☉, plus reculé que B, ce qui fait que je les ſouſtrais de 163 deg. 45 ☉, reſtera pour la longitude apparante requiſe du poinct E, apogée 152 deg. 15.

Et par la meſme 2 propoſition 20 premier exemple, je trouve l'arc E B pour l'argument requis de la Lune 12 deg. 29.

Finalement, la ſomme des deux derniers en l'ordre ſera pour la longitude de la Lune moyenne 164 deg. 44.

Convenances des computations de Ptolemée *fondées ſur un epicycle, & des preſentes fondees ſur un eccentrique.*

Ptolemée au ſixieſme chapitre de ſon quatrieſme livre; monſtre la convenance qu'il y a entre les poſitions d'un epicycle, & d'un eccentrique: ce qui donne à cognoiſtre que les anciens ſe ſont ſervy de la naturelle poſition de l'eccentrique ſeulement comme cy-deſſus, les livres deſquels luy eſtant venus entre les mains, il a peu remarquer ceſte convenance, combien qu'à mon advis il ne declare pas ſuffiſamment comment par diverſité d'operation, on rencontre meſme ſolution; parquoy je diray icy quelque choſe de la convenance de ceſte operation, & de celle de *Ptolemée*.

Premierement, lors qu'en la ſignre precedenre on imagine eſtre menée D B, comme cy-devant, on a trouvé, comme auſſi *Ptolemée*, l'angle D B G aphereſe, de 59 ☉.

Secondement, *Ptolemée* eſcrit la raiſon du raid du deferant, au raid de l'epicycle, comme 60 deg. à 5 deg. 13 ☉, & nous cy-devant 10000 à 860 (troiſieſme en l'ordre) aſſavoir 860 pour l'eccentricité, laquelle s'accorde aſſez pres avec la ſienne, veu que diſant 10000 donnent 860, combien 60 degrez? viendra 5 degr. 10 ☉, qui ſont ſeulement 3 ☉ de difference.

Tiercement, il faut ſçavoir que le cours de la Lune eſt poſé de meſme en l'epicycle, qu'à l'eccentrique, tellement qu'ils doivent accorder. Mais le cours de la Lune en l epicycle eſt en *Ptolemée* de 12 deg 24 ☉, & icy à l'eccentrique de 12 deg. 29 ☉, ſixieſme en l'ordre, qui ſont 5 ☉ de difference ſeulement.

Concluſion. Par trois lieux donc où la Lune a eſté; nous avons trouvé premierement l'eccentricité, &c.

Proposition XXX.

Estant donné l'argument de la Lune: trouver la diſtance de la terre à icelle, en telles parties que le raid de ſon deferant en fait 10000; auſſi ſa proſtaphereſe, & diametre viſuel, par operation Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre ferme.

Le donné. Soit l'argument de la Lune 30 deg. & eſtant le raid de ſon deferant 10000 parties, alors ſon eccentricité ſera, par le premier exemple de la 29 propoſition, 768 parties.

Le requis. Il faut trouver la diſtance de la terre à la Lune, auſſi ſa proſtaphereſe, & diametre viſuel.

Construction.

Avec ce donné, operant ſelon la huictieſme propoſition, alors on trouvera la diſtance requiſe de la terre à la Lune, en telles parties que le raid de ſon deferant en fait 10000; de 10621.

Et ſa proſtaphereſe, (laquelle eſt icy apheresé eſtant au premier demicercle) de 1 deg. 55.

Auſſi le diametre viſuel de la Lune ſera (lors qu'on prend icelluy eſtre 30 ☉ en l'apogée) de 30 ☉ 25.

Dont la demonſtration eſt manifeſte.

Concluſion. Eſtant donc donné l'argument de la Lune, nous avons trouvé la diſtance de la terre à icelle, &c.

Corollaire.

Il eſt evident comment on pourra faire une table des diſtances de la terre à la Lune, avec ſes proſtaphereſes, & diametres viſuels, de degré en degré, afin de trouver le requis avec facilité, comme cy-deſſous elle eſt commencee de 10 en 10 degrez, y ayant auſſi adjoint les 180 deg. pour s'en ſervir cy-apres.

TABLE.

Degrez du deferant.	*Diſtances de la terre à la Lune.*	*Proſtaphereſe.* Apheresé.	*Diametres viſuels de la Lune.*
deg.		deg. ☉.	☉, ☉.
0.	10768.	0. 0.	30. 0
10.	10757.	0. 43.	30. 2
20.	10725.	1. 24.	30. 7
30.	10621.	1. 55.	30. 25
180.	9232.	0. 0.	34. 59

Proposition XXXI.

Trouver ſur une Racine d'ans ou Epoche, la longitude de la Lune moyenne, la longitude apparante de l'apogée du deferant de la Lune, & ſon argument, par operation Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.

Le donné. Soit l'Epoche donnée le commencement de l'an 1600.

Le requis. Il faut trouver le contenu de la propoſition.

Operation.

Premietement pour trouver la longitude de la Lune moyenne, elle eſtoit en l'an 1572 au 25 Juin à 8 heures 58 ☉, par le premier exemple de la 29 propoſition du deuxieſme livre, de 286 deg. 22.

Mais de ce temps-la juſqu'au commencement de l'an 1600, y a 27 ans Egyptiens & 194 jours, 15 heures 2 ☉, aoquel temps le cours moyen de la Lune fait par l'onzieſme propoſition du premier livre, 297 deg. 43.

Somme des deux en l'ordre font pour la longitude de la moyenne Lune au commencement de l'an 1600 224 deg. 5.

Secondement pour trouver la longitude apparante de l'apogée du deferant de la Lune, elle eſtoit en l'an ſuſdit 1572, au 25 Juin 8 heures 58 ☉, par le premier exemple de la 29 propoſition de ce deuxieſme livre, de 145 deg. 38.

Le cours dudit apogée és 27 ans Egyptiens 194 jours 15 heures 2 ☉ eſt par l'onzieſme propoſition du premier livre, de 39 deg. 31.

Somme des deux derniers en l'ordre font pour la longitude apparante requiſe de l'apogée, au commencement de l'an 1600 comme epoche 185 deg. 9.

Tierce-

Tiercement pour trouver l'argument de la Lune, elle eſtoit au 25 Juin 8 heures 58 ☉ en l'an 1572 par le 1 exemple de la 29 propoſition de ce deuxieſme livre, de 140 deg. 44.

Le cours de la Lune en ſon deferant és ſuſdits 27 ans Egyptiens 194 jours 15 heures 2 ☉, eſt par l'onzieſme propoſition du premier livre de 258 deg. 12 ☉, qu'on trouve plus aiſément oſtant le cinquieſme en l'ordre du deuxieſme; car alors il reſte auſſi 258 deg. 12.

Somme des deux derniers en l'ordre ſera pour l'argument requis de la Lune au commencement de l'an 1600, comme Epoche 38 deg. 56.

Dont la demonſtration eſt manifeſte par la conſtruction.

Concluſion. Nous avons donc trouvé ſur une racine d'ans ou Epoche donnée, la longitude de la Lune moyenne, &c.

Notez.

D'autant que les lieux ſuſdits, aſſavoir la longitude de la moyenne-Lune, & l'apparante de l'apogée, comme auſſi l'argument, trouvez ſur une Epoche viennent à propos pour les ſupputations du cours de la Lune, je les mettray icy à part pour les trouver plus facilement.

Lieux de la Lune ſur une Epoche, au commencement de l'an 1600.

Longitude de la Lune moyenne 224 deg. 5.
Longitude apparante de l'apogée du deferant 185 deg. 9.
L'argument de la Lune 28 deg. 56.

Propoſition XXXII.

Trouver ſur un temps donné la longitude de la moyenne Lune, la longitude apparante de l'apogée du deferant, & l'argument de la Lune, par operation Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.

Le donné. Soit le temps donné le 30 Decembre 1600.

Le requis. Il faut trouver par iceluy le contenu de la propoſition.

Construction.

I. Pour trouver la longitude de la moyenne Lune, elle eſtoit en l'epoche, aſſavoir au commencement de l'an 1600, par la precedente propoſition, au 224 deg. 5.

Or de là juſques au 30 Decembre audit an y a un an Egyptien, auquel temps le cours moyen eſt par l'onzieſme propoſition du premier livre, de 129 deg. 23.

Somme des deuxieſmes en l'ordre eſt pour la longitude de la moyenne Lune 353 deg. 28.

II. Pour trouver la longitude apparante de l'apogée, elle eſtoit en l'epoche ſuſdite par la precedente propoſition, au 185 deg. 9.

Et le cours de l'apogée en un an Egyptien eſt par l'onzieſme propoſition du premier livre 40 deg. 40.

Somme des deux derniers en l'ordre, eſt pour la longitude apparante de l'apogée 225 deg. 49.

III. Pour trouver l'argument de la Lune, elle eſtoit en l'epoche ſuſdite au 38 deg. 56.

Le cours de la Lune en ſon deferant, en un an Egyptien, par l'onzieſme propoſition du premier livre, de 88 deg. 43 ☉, qu'on trouve plus facilement oſtant le cinquieſme en l'ordre du deuxieſme, car il reſte auſſi 88 deg. 43.

Somme des deux derniers en l'ordre, eſt pour l'argument de la Lune 127 deg. 39.

Dont la demonſtration eſt manifeſte par la conſtruction.

Concluſion. Nous avons donc trouvé ſur un temps donné la longitude de la moyenne-Lune, &c.

Propoſition XXXIII.

Trouver ſur un temps donné la longitude apparante de la Lune, veuë du centre de la terre, par operation Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.

Le donné. Le temps ſoit le trentieſme Decembre en l'an 1600.

Le requis. Il faut trouver la longitude apparante de la Lune.

Construction.

Par la precedente la longitude appatante de l'apogée au 30 Decembre 1600 ſera au 225 deg. 49.

Par la meſme au meſme temps, l'argument 127 deg. 39.

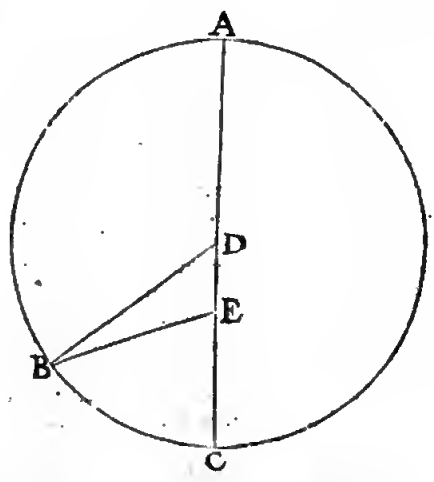
Sa proſtaphereſe, par la 30 propoſition du deuxieſme livre, 3 deg. 39.

Laquelle eſtant aphereſe, d'autant qu'elle eſchoit au premier demicercle, je la ſouſtrais de 127 deg. 39 ☉, reſtera 124 deg. 0.

Somme d'iceluy & premier en l'ordre, ſera pour la requiſe longitude apparante de la Lune 349 deg. 49.

Demonstration.

Soit E la terre, & D centre du deferant de la Lune A B C; eſtant A l'apogée, ſelon le premier en l'ordre, au 225 deg. 49.



La Lune eſt en B, ainſi que ſon argument A B, ou l'angle A D B, eſt trouvé comme au deuxieſme en l'ordre de 127 deg. 39.

Là deſſus eſt l'angle de la proſtaphereſe D B E, au troiſieſme en l'ordre, & eſt aphereſe, comme eſtant au premier demi-cercle, de 3 deg. 39.

Et eſtant donc aphereſe, je le ſouſtrais de l'angle A D E, reſte pour l'angle A E B, quatrieſme en l'ordre, 124 deg.

Mais eſtant A veu de E au 225 deg. 49 ♉ de l'ecliptique, premier en l'ordre, B doit eſtre autant plus avancé en l'ecliptique, qu'eſt l'angle A E B, & viendra 124 deg. comme cy-deſſus, lequel on adjouſte à 225 degr. 49 ♉ ſuſdit, tellement que la ſomme doit eſtre pour la longitude apparante requiſe de la Lune, comme au cinquieſme en l'ordre, 349 deg. 49.

Ce qu'il falluit demonſtrer.

Concluſion. Nous avons donc ſur un temps donné, &c.

Note I.

Par la conſtruction des Ephemerides ſupputées du cours du Soleil, comme en la 12 propoſition de ce deuxieſme livre, eſt manifeſte comment on en fera pour le cours de la Lune, veu que ces mouvemens ſont de meſme qualité.

Note II.

Il eſt evident comment lors qu'il en ſera de beſoing cy-apres, on trouvera le gaing lunaire ſur le Soleil en une heure, d'un temps donné (lequel differe communement du gaing moyen de la Lune, de l'onzieſme propoſition du premier livre.) Soit par exemple qu'on le requiere en une heure apres le 30 Decembre 1600. On trouvera premierement ſa longitude apparante ſur le 30 Decembre 1600, comme en la 33 propoſition, puis ſemblablement le meſme en une heure plus tard: puis do dernier troové oſtant le premier, le reſte ſera pour le cours de la Lune veu du centre de la terre, pour ce temps-la, d'où oſtant le cours du Soleil en une heure, reſtera le requis.

Note III.

Le lien de la Lune ainſi deſcrit & trouvé avec poſition de terre immobile, n'accorde pas du tout avec l'obſervation reelle, mais ſera tantoſt plus toſt, tantoſt plus tard, dont la difference eſt bien ſouvent d'environ 2 degrez, combien que le moyen mouvement ſoit parfait pour quelques centaines d'années: tellement que par deſſus l'inegalité cauſée par l'eccentricité, y en a encore donc une autre deuxieſme. *Ptolemée* a taſché de la troover, & en a fait un pretendu mouvément, lequel il meſle avec la precedente poſition nue de terre immobile: mais d'autant que la choſe n'a pas reüſſi, & que des concluſions en ſont tirées autant abſurdes & defectueuſes qu'auparavant, donnant plus loing, que pres, c'eſt poor ceſte raiſon que je les ay ſeparez, (comme a eſté dit auſſi autre part) ſelon qu'il appert cy-deſſus, & la deſcriray particulierement en la ſixieſme diſtinction.

Notez que telle inegalité incognuë qui eſt icy trouvée en la Lune, ſe trouve ſemblablement és cinq planetes ſuivantes de Saturne, Jupiter, Mars, Venus, & Mercure, non obſtant qoe les moyens mouvemens ſoyent bien trouvez.

S'enſuit la latitude apparante de la Lune.

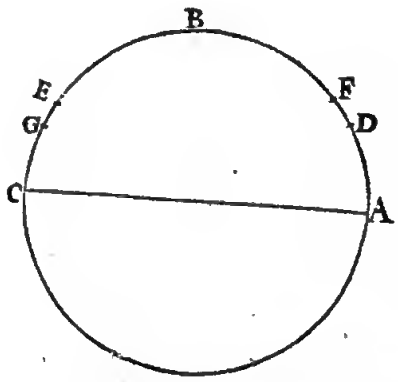
Proposition XXXIV.

Trouver en quelque eclipſe lunaire, la diſtance de la Lune d'un nœud, & la longitude d'iceluy nœud, par operation Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.

Le donné. Je cerche és Ephemerides obſervées (au lieu deſquelles nous prenons les ſupputées de *Stadius*) deux eclipſes de Lune egales, aſſavoir où la Lune eſtoit egalement obſcurcie. La premiere deſquelles je prens eſtre advenuë en l'an 1603 le 14 May, à 10 heures 58 ♑, avant eſté obſcurcie 8 poulces 55 ♉, la Lune eſtant (ſuivant la poſition) au 242 deg. 36 ♉ (je dis ſuivant la poſition, que le milieu de l'eclipſe ſuirà 10 heures 58 ♉, ce qui ſeroit plus tard ſelon leſdites Ephemerides eſtant mal ſupputées, mais cecy ſervira ſeulement d'exemple.) La deuxieſme eclipſe, en l'an 1605 le 16 Septembre à 15 heures 59 ♉, eſtant icelle eclipſée 8 poulces 53 ♉, qui ſont 2 ♉ moins que devant, je poſe par maniere d'exemple qo'elles ſoyent egales, & ſoit auſſi 8 poulces 55 ♑: & eſtoit ſuivant la poſition au 3 deg. 37 ♉ de l'ecliptique.

Preparation.

Soit A B C deferant lunaire, A, C les nœuds, D la Lune en la premiere eclipſe, & E en la deuxieſme; ainſi que les arcs C E, A D ſoyent egaux, d'autant que la Lune devoit eſtre egalement diſtante des nœuds, pource qu'elle eſtoit egalement eclipſée,



je voy puis apres quelle proſtaphereſe il y avoit au temps des deux eclipſes, & trouve qu'à la premiere y avoit proſtarique de 5 deg. 33 ♉: car d'autant eſtoit la vraye Lune ſous l'ecliptique donné 242 degr. 36 ♉, plus avancée qoe la Lune moyenne, laquelle par la 32 propoſition eſtoit alors en l'ecliptique au 237 deg. 3 ♉: & en la deuxieſme eclipſe eſtoit auſſi proſtarique de 4 deg. 55 ♉, laquelle eſt denotée par l'are E G, ainſi que les poincts F, G, denotent les lieux de la Lune moyenne aux temps des deux eclipſes.

Con-

CONSTRVCTION.

La Lune apparante eſtant en la premiere eclipſe en F, en la deuxieſme en G, a pendant tel temps de deux ans Egyptiens 126 jours 5 heures 1 ☉ (qui, s'il eſtoit naturel, devroit eſtre egalé, ſelon la 15 propoſition : mais eſtant en ees Ephemerides ſupputees en temps moyen, & auſſi que cecy eſt ſeulement pris pour un exemple, nous prenons que ce ſoit temps egalé) couru en latitude l'arc apparant de FG, faiſant par la 11 propoſition du 1 livre, 167 deg. 5.

Auquel adjouſté D F faiſant par la ptepatation 5 deg. 33.

Vient pont D G 172 deg. 38.

Duquel ſouſtrait E G faiſant 4 deg. 55.

Reſte pour D E 167 deg. 43.

Son adjoinct (aſſavoir de là à 180) ſera pour les deux ares A D, E C de 12 deg. 17.

Leſquels arcs eſtant egaux, la moitié ſera pour la diſtance requiſe de la Lune à l'un des nœuds A, faiſant 6 deg. 9.

Mais la Lune D, eſt par le donné apparemment en l'ecliptique au 242 deg. 36 ☉ : d'où comptant à rebours les 6 deg. 9 ☉ preecedens, viendra pour la longitude de A, au temps de la 1 eclipſe 236 deg. 27.

Et pource que la Lune vient de là en avant au coſté ſeptentrional de l'ecliprique, comme monſtrent les Ephemerides (leſquelles nous prenons au lieu d'obſervées) alors tel nœud doit eſtre, par la 4 definition devant la 9 propoſition du deuxieſme livre, la teſte du Dragon.

NOTE I.

Es Ephemetides, la teſte du Dragon a eſté poſée an jour ſuſdit, au 235 deg. 55 ☉, & icy trouvée au 236 deg. 29 ☉, differans en 54 ☉. Touchant la diſtance de la Lune à la teſte du Dragon, trouvée au ſeptieſme en l'ordre, de 6 deg. 9 ☉, elle ſeroit ſelon les Ephemerides de 6 deg. 7 ☉, (car autant y a-il du 242 deg. 36 ☉, où la Lune eſtoit au ſuſdit 236 deg. 29 ☉) qui ſont 2 ☉ de differenee.

NOTE II.

Si le cinquieſme en l'ordre venoit à eſtre le commencement ou la fin du eercle, aſſavoir 0 deg. ou bien 360 deg. ee ſeroit un ſigne que la Lune en la deuxieſme eclipſe auroit eſté non en E, mais au premier D, ainſi qu'on n'euſt ſceu tirer de là aucune eonclufion dn requis, eomme on le pourroit remarquer ſi on le vouloit voir en effect. Mais ſi ledit cinquieſme en l'ordre euſt eſcheu d'eſtre le 180 deg. c'euſt eſté un ſigne que la Lune en la deuxieſme eclipſe anroit eſté non en E entre D & C, mais de l'antre coſté de C, ainſi qu'on n'euſt pareillement ſeeu tirer de là aucune eonclufion ; car il n'eſchoit qu'en deux manietes, l'une eomme la figure le monſtre, l'autre lors que la Lune en la deuxieſme eclipſe, vient auſſi pres devant un meſme nœud, que la Lune en la premiere eclipſe vient derriere le meſme nœud : & alors le cinquieſme en l'ordre doit eſtre ſouſtrait du cercle entier 360 deg. & le reſte comme devant.

NOTE III.

Au deuxieſme, quarrieſme & huictieſme en l'ordre, a eſté parlé de ſouſtraite & adjouſter ; mais il fant ſe ſouvenir, pour ſçavoir lequel des deux il faut faire, qu'il faut avoir eſgard à la qualité de la figure : car par exemple, ſi au lieu de proſtatique D E, euſt advenn aphereſe, il apperr que pour trouver D G, il n'euſt fallu adjonſter le deuxieſme en l'ordre avee le premier, mais bien ſouſtraire, & ainſi de l'autre.

Concluſion. Nous avons done trouvé, &c.

PROPOSITION XXXV.

TRouver ſur un epoche donné, la longitude de la teſte du Dragon, par operation Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.

Le donné. Soit l'epoche donné, le commencement de l'an 1600.

Le requis. Il faut trouvet là deſſus la longitude de la teſte du Dragon.

CONSTRVCTION.

La teſte du Dragon eſtoit en l'an 1603 au 14 May à 10 heures 58 ☉ par la 34 propoſition de 236 deg. 29.

Mais de l'epoche de l'an 1600 juſques audit 14 May, &c. 1603, y a trois ans Egyptiens 135 jours 10 heures 58 ☉, auquel temps la teſte du Dragon eourt par l'onzieſme propoſition du premier livre, 65 deg. 10.

Somme des deux en l'ordte, viendra pour la longitude de la teſte du Dragon au commeneement de l'an 1600 eomme epoche 301 deg. 39.

Dont la demonſtration eſt manifeſte.

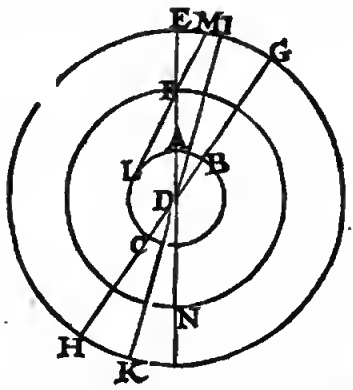
Concluſion. Nous avons done trouvé ſur un epoche donné la longitude de la teſte du Dragon, &c.

PROPOSITION XXXVI.

TRouver la latitude du deferant de la Lune, par operation Mathematique, fondée ſur l'obſervation meſme.

Pour trouver la plus grande latitude de la Lune, par laquelle la latitude de ſon deferant eſt eognuë, & ce au coſté ſeptentrional de la terre, il eſt neceſſaire premierement d'attendre qu'elle ſoit en ſa latitude majeure ſeptentrionale ; ce qui advient eſtant la teſte du Dragon en l'equinoxe, & la Lune diſtante de là de 90 degrez. Secondement que l'obſervateur ſoit en tel lieu de la terre, que la Lune ſoit à ſon zenith, afin d'eviter la parallaxe ; ce qu'eſtant ainſi, il eſt evident que la diſtanee du zenith & du 90 deg. de l'ecliptique, ſera pour la latitude majeure de la Lune, & par conſequent la deviation de ſon deferant de l'ecliptique.

Pour le mieux declarer, ſoit A B C la terre, D ſon



centre, B D C ſon equateur, A le lieu de l'obſervateur, ſa latitude B A 28 deg. 51 ☉ 20 ☉ : Puis ſoit menée

D E par A & D, où la Lune ſoit, comme en F, aſſavoir au zenith de l'obſervateur; & par D B ſoit menée H G, comme equinoctial, & auſſi I D K, ecliptique, G I ſa declinaiſon majeure, faiſant ſelon *Ptolemée* 23 deg. 51 ① 20 ②, & G E ſera ſemblable à B A, auſſi 28 deg. 51 ① 20 ②: Duquel oſte G I 23 deg. 51 ① 20 ②; reſtera pour l'arc I E, ou l'angle I D E 5 deg. pour la latitude majeure de la Lune, veuë du centre de la terre D, & par conſequent la deviation requiſe de la voye lunaire (qui eſt icy denotée par F D N) de la ligne ecliptique.

Mais la raiſon eſt manifeſte pourquoy l'obſervateur doit avoir la Lune au zenith; car autrement ſoit iceluy, non en A, mais en L, la Lune F luy apparoiſtra eſtre, non en E, mais en M; & appert que la faute vient de la parallaxe. Touchant *Ptolemée* qui fit une obſervation en Alexandrie, où la latitude eſt comme il eſcrit 30 deg. 58 ①, où il n'avoit la Lune droit au zenith, mais $2\frac{1}{6}$ deg. de là, lequel arc pour ſa petiteſſe ne cauſe pas de parallaxe ſenſible.

Mais ſi quelqu'un vouloit faire telle obſervation, où il y a une grande parallaxe & ſenſible, laquelle ſe pent cognoiſtre par le corollaire de la 23 propoſition, il eſt certain qu'en adjouſtant ou ſouſtrayant icelle à l'angle trouvé, ſelon l'exigence de l'accident, qu'on auroit le requis.

Note I.

Il a eſté dit qu'il falloit en ceſte obſervation que la Lune ſoit au 90 deg. de longitude, tant en l'ecliptique, qu'en ſa voye, aſſavoir 90 deg. eſloignée de la teſte du Dragon; ce qui ne peut advenir que peu ſouvent, car la teſte du Dragon requiert plus de 18 ans pour faire ſon circuit, par la 9 propoſition du premier livre, ce qui ſe tronveroit difficile & rare, en ce qu'elle doit eſtre en la ſection vernale; & quand elle y ſeroit, il pourroit advenir que la Lune n'en ſeroit eſloignée 90 deg. mais au pire aller au 180 deg. ainſi qu'arreſtant juſques à ce qu'elle y vienne, qui eſt environ 15 jouts, auquel temps la teſte du Dragon auroit fait 44 ①: mais d'antant que la latitude de la Lune eſtant au 90 deg. 44 ①, au lieu de 90 deg. ne cauſera aucun erreur perceptible.

D'avantage il pourroit advenir que la Lune eſtant au 90 deg. de la teſte du Dragon, ſeroit trop pres du Soleil, & partant qu'on ne la pourroit voir; ou qu'elle ne ſera pas ſi pres du Soleil, mais ne ſera pas au metidien ſur l'horizon; mais au pire aller au 180 degré de là au deſſous, ainſi qu'il la faudroit arreſter 12 heures apres, auquel temps elle s'eſloigneroit 7 degrez du lieu requis; ce qu'advenant, on pourra faire l'obſervation un ou deux mois devant ou apres, aſſavoir en telle lunaiſon qu'on luy puiſſe voir: ou au plus pres du 90 deg. de l'ecliptique qu'il eſt poſſible, car ce qu'elle eſt alors plus ou moins que 90 deg. de la teſte du Dragon, c'eſt peu de choſe.

Note II.

La deviation cy-deſſus de la voye de la Lune ſe pourra auſſi tronver par la ſuivante 39 propoſition, ce qui ſera auſſi declaré là comme corollaire.

Proposition XXXVII.

TRouver en un temps donné la longitude de la teſte du Dragon, par voye Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.

Le donné. Soit le temps, au 30 Decembre 1600.
Le requis. Il faut trouver en ce temps la longitude de la teſte du Dragon.

Construction.

La teſte du Dragon avoit de longitude du temps de l'Epoche 1600, par la 35 propoſition, 301 deg. 39.
Or il y a un an Egyptien entre le commencement de l'an 1600 juſques au 30 Decembre, auquel temps les nœuds font en retrogradant 19 deg. 20 ①, par la 9 propoſition du premier livre; aſſavoir oſtant le moyen mouvement de la Lune d'un an en longitude apparante, de ſon cours en latitude, c'eſt par l'onzieſme propoſition du premier livre, 129 deg. 23 ① de 148 deg. 43 ①, & demenre comme devant, 19 deg. 20.
Lequel oſté du premier en l'ordre, reſtera pour la longitude requiſe de la teſte du Dragon 282 deg. 19.
Dont la demonſtration eſt manifeſte.

Concluſion. Nous avons donc tronvé en un temps donné la longitude de la teſte du Dragon, &c.

Corollaire.

Il appert que ſçachant la longitude de la teſte du Dragon, qu'on pent auſſi ſçavoir celle de la queuë: car des 282 deg. 19 ① oſtant ou adjouſtant 180 deg. ce qui viendra, ſera le requis, aſſavoir 102 deg. 19 ①.

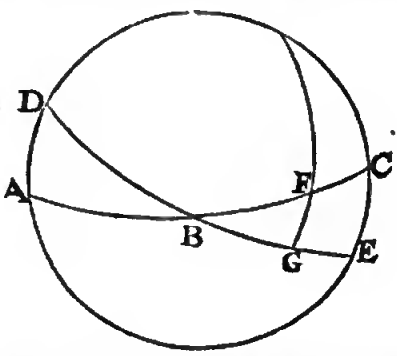
Proposition XXXVIII.

TRouver en un temps propoſé, la latitude apparante de la Lune, veuë du centre de la terre, par operation Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.

Le donné. Soit le temps propoſé, le 30 Decembre 1600.
Le requis. Il faut trouver la latitude apparante de la Lune au temps propoſé.

Construction.

Par la 33 propoſition on trouve la longitude apparãte de la Lune au temps propoſé de 349 deg. 49.
Et par la 37 propoſition, la longitude de la teſte du Dragon de 282 deg. 19.
Leur difference ſera pour l'arc apparant de la teſte juſqu'à la Lune de 67 deg. 30.
Je marque puis apres la voye de la Lune A B C, coupant l'ecliptique D B E en B, comme teſte du Dragon,



& poſe en A C le poinct F pour la Lune, ainſi que B F fait 67 deg. 30 ①, troiſieſme en l'ordre, & mene F G perpendicle à B E. Ce qu'eſtant ainſi le triangle B F G aura trois termes cognus,

aſſavoir { B F, 67 deg. 30 ①,
F B G, 5 deg. par la 36 propoſition,
& G, droit:

Par

Par leſquels on trouvera F G, pour la latitude requiſe, de 4 deg. 37.

Dont la demonſtration eſt evidente.

Concluſion. Nous avons donc trouvé ſur un temps propoſé la latitude apparante de la Lune, &c.

Maintenant de la diſtance de la Lune, de ſa grandeur, & diametre apparant du cone nocturne, au lieu où la Lune doit paſſer.

Proposition XXXIX.

Trouver la diſtance de la terre à la Lune, en telles parties, que le raid de la terre en fait 10000, par voye Mathematique, fondée ſur l'obſervation effectuelle.

[*Il ſera parlé à l'appendice de la difference de ceſte maniere à celle de* Ptolemée.]

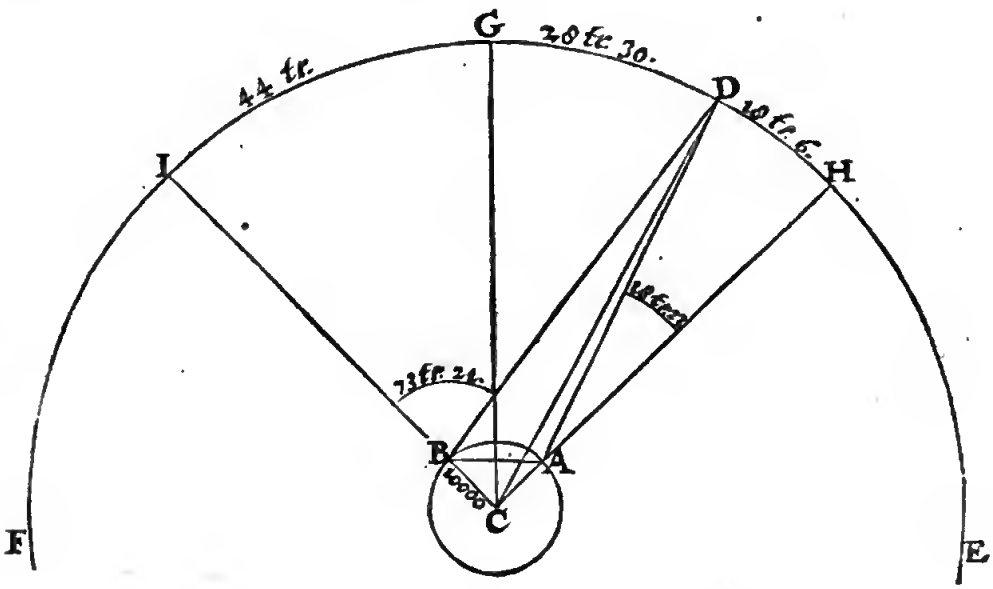
Le donné. Deux obſervateurs ſeront en meſme longitude, mais en diverſes latitudes, diſcrepantes à ſuffiſance, prenans journellement la hauteur de la Lune ſur l'horizon, ou ſa depreſſion du zenith, au meridien. Puis rapportans ces obſervations, on en choiſira deux qui ſeront faites ſous un meſme meridien, & en meſme temps. Soit par exemple, A B la terre, C ſon centre, D la Lune, par laquelle eſt mené E D F meridien, C G l'equateur veu à coſté : les lieux des obſervateurs en meſme meridien ſoyent A, B : leurs zeniths H, I, ainſi que G A latitude (on ſon egale) de A, de 46 deg. 36 ①; & G I egale à la latitude de B, ſoit 44 deg. D'avantage A a trouvé la Lune deprimée de ſon zenith de 18 deg. 23 ①, pour l'angle H A D; mais B de 73 deg. 21 ①, pour l'angle I B D, puis ſoyent menées les lignes A B, & C D.

Le requis. Il fant tronver C D, en telles parties que A C raid terreſtre en face 10000.

Construction.

A l'are G I, 44 deg. adjouſté G H, 46 deg. 36 ① vient pour H I, ou A B, ou bien pour l'angle A C B, 90 deg. 36.

Le meſme oſté de 180 deg. reſtera pour les angles C B A, & C A B 89 deg. 24.



Sa moitié pour C B A 44 deg. 42.

Son adjoint pour I B A 135 deg. 18.

Duquel oſté I B D 73 degr. 21 ①, reſteta pour l'angle D B A 61 deg. 57.

De l'angle H A B egal à I B A 135 deg. 18 ①, quatrieſme en l'ordre, oſté H A D 18 deg. 23 ①, reſtera pour D A B 116 deg. 55.

Or puis que l'are A B fait 90 deg. 36 ①, premier en l'ordre; alors par la 13 propoſition de la conſtruction des tables des ſinus, ſa corde A B fera en parties, dont A C en contient 10000, 14216.

Le triangle D A B a trois termes cognus, aſſavoir D B A 61 deg. 57 ①, cinquieſme en l'ordre, D A B 116 deg. 55 ①, ſixieſme en l'ordre, & le coſté B A 14216, le ſeptieſme en l'ordre, par leſquels cetchez D B par les triangles plans de 640223.

Or à l'angle D B A 61 deg. 57 ①, le cinquieſme en l'ordre, adjouſté l'angle C B A 44 degr. 42 ①, le troiſieſme en l'ordre, viendra pour l'angle D B C 106 deg. 39.

Le triangle D B C a trois termes cognus, comme D B C 106 deg. 39 ①, le neufieſme en l'ordre, & D B 640223 le huictieſme, & B C 10000 par le donné: par leſquels on tronvera le coſté C D, & l'angle B C D, aſſavoir C D pour la diſtance requiſe de la terre à la Lune 643020.

Et l'angle B C D (non requis icy, mais neceſſaire cy-apres au corollaire) de 72 deg. 30.

Dont la demonſtration eſt manifeſte.

Notez I.

On peut prouver l'operation preecedente auſſi comme s'enſuit : Les obſervateurs prendront l'angle de diſtance de la Lune & d'une eſtoile fixe, le tout au meridien; & la difference qu'ils trouveront, ſera la parallaxe pour ce lieu-la, lequel, s'il eſtoit tronvé comme il faut, ſeroit de 1 deg. 8 ①; à cauſe qu'au triangle D A B,

l'angle D B A fait 61 deg. 57 ☉, cinquieſme en l'ordre, & D A B de 116 deg. 55 ☉, ſixieſme en l'ordre, leſquels enſemble oſtez de 180 degrez teſtera comme deſſus 1 deg. 8 ☉.

Notez II.

Si la Lune enſt eſté egalement deprimée des zeniths des obſervateurs, telles obſervations cauſeroyent plus facile operation, comme on peut voir en la 23 propoſition avec le Soleil.

Notez III.

D'autant que la Lune au temps des obſervations doit eſtre en un lieu cognu de ſon deferant, je poſe que cy-deſſus elle ayt eſté en ſon apogée, c'eſt à dire au commencement de ſon deferant.

Corollaire.

Pource que les angles D B C & B C D ſont cognus, faiſans enſemble 179 deg. 9 ☉: de là s'enſuit que oſtez de 180 deg. le reſte 51 ☉ eſt pour l'angle B D C parallaxe de la Lune en ce lieu-la.

Concluſion. Nous avons donc trouvé la diſtance de la terre à la Lune, &c.

Corollaire.

A la deuxieſme note de la 36 propoſition, a eſté dit que la deviation de la voye lunaire de l'ecliptique, peut auſſi eſtre trouvée par ceſte 39 propoſition, ce que je promis là de rediger en eſcrit icy. Et partant je dis ainſi;

L'angle B C D a eſté trouvé en ceſte propoſition de 72 deg. 30.
Duquel oſté l'angle I C G, faiſant par le donné 44 deg. reſtera G C D, ou G D, l'arc apparant de l'equateur à la Lune 28 deg. 30.
Duquel oſté la declinaiſon de l'ecliptique 23 deg. 30.
Reſtera l'arc apparant de l'ecliptique à la Lune, c'eſt la latitude, & partant la deviation de ſon deferant, comme en la 36 propoſition, 5 deg.

Proposition XL.

Eſtant donné l'argument de la Lune, trouver la diſtance de la terre à la Lune en telles parties que le raid terreſtre en contient 10000, *par operation Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.*

Le donné. Soit l'argument de la Lune 30 deg.

Le requis. Il faut trouver la diſtanee de la terre à la Lune, poſant le raid terreſtre de 10000 parties.

Conſtruction.

Entre pluſieurs manieres par leſquelles on peut reſoudre ceſte propoſition, il me ſemble que ceſte-cy eſt la plus propre; veu que par la 39 propoſition la diſtance du centre de la Terre & de la Lune, laquelle eſtoit au commencement de ſon deferant, ou ſon apogée, par la troiſieſme note de la meſme 39 propoſition, a telle raiſon au raid terreſtre, comme 643020 à 10000, & que la meſme diſtance a eſté trouvée à la 30 propoſition de 10768; je diray ainſi 643020 donne 10000, combien 10768? viendra 167: tellement que le raid terreſtre, à la diſtance entre la terre & la Lune, eſt comme 167 à 10768; & auſſi en telle raiſon à une chacune ligne du centre de la terre à la voye de la Lune, comme 167 au nombre poſé à la table de la 30 propoſition: mais la ligne du centre de la terre au 30 degré du deferant de la Lune, fait là 10621: donc le raid terreſtre à la meſme, ſera comme 167 à 10621. Et pour l'avoir maintenant en telles parties que le raid de la terre en fait 10000, je dis, 167 donne 10621, combien 10000? viendra pour le requis 635988.

Dont la demonſtration eſt manifeſte.

Concluſion. Eſtant donné l'argument de la Lune, &c.

Corollaire.

Il eſt evident que ce 167 nous ſervira pour nombre commun, afin de trouver facilement les autres lignes; car ſi on vouloit trouver la ligne du centre de la terre à la Lune eſtant au 10 deg. de ſon deferant, laquelle eſt à la 30 propoſition de 10757, je diray 167 donne 10757, combien 10000? viendra pour le requis 644132, & ainſi des autres: par ainſi on en pourra conſtruire des tables de degré en degré, comme cy-deſſous de 10 en 10, où eſt auſſi le 180 pour ſervir cy-aptes.

TABLE DES LIGNES DU CENTRE de la terre à la Lune, poſant le diametre de la terre 10000 parties.

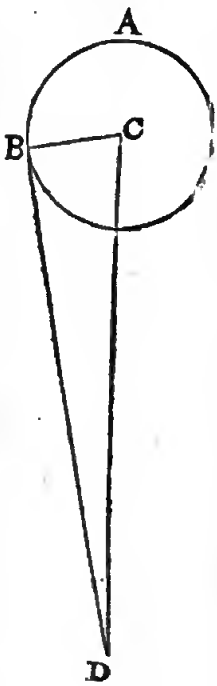
Degrez du deferant	*Diſtances du centre de la terre à la Lune.*
0	644790
10	644132
20	642216
30	635988
180	552814

Notez.

Si on dit 10000 donne le premier nombre des tables 64790, combien 1? vient aſſez pres de 65, qui ſont telles parties que le raid de la terre fait 1, pour la diſtance de la terre à la Lune.

Proposition XLI.

Trouver le raid de la Lune, en telles parties que celuy de la terre en fait 10000: *par voye Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.*



Le donné. Soit A B la Lune eſtant en ſon apogée, C ſon centre, & D celuy de la terre, duquel ſoit la touchante D B en B, & menées B C, C D; l'angle B D C ſera le demy-diametre viſuel de la Lune.

Le requis. Il faut trouver le raid B C, celuy de la terre faiſant 10000.

Conſtruction.

Le triangle B C D a trois termes cognus, aſſavoir B D C demy-diametre viſuel de la Lune, lequel ſera ſelon le poſé de la 30 propoſition 15 ☉, eſtant en ſon apogée, C D 644790, par la 40 propoſition, & l'angle B droit: par leſquels cerché le coſté B C ſera trouvé de 2837 pour le raid de la Lune, eſtant celuy de la terre poſé 10000, pource que 644790 pour C D ſont des meſmes parties.

Dont

Dont la demonſtration eſt manifeſte.

Concluſion. Nous avons donc trouvé le raid de la Lune en telles parties que celuy de la terre en fait 10000, &c.

NOTEZ.

Si on dit, le raid de la Lune 2837 donne raid de la terre 10000, combien le raid de la Lune, poſés de 1? viendra aſſez pres $3\frac{1}{2}$. Et voulant comparer la Lune au Soleil on dita: raid de la terre 10000 donne celuy de la Lune 2837, combien celuy de la terre eſtant poſé 1? viendra aſſez pres $\frac{3}{7}$: or des meſmes parties le raid du Soleil en fait 5, par la 25 propoſition: parquoy comme $\frac{3}{7}$ à 5, ou ce qui eſt le meſme, 1 à $17\frac{2}{3}$; ainſi les raids de la Lune & du Soleil.

COROLLAIRE.

On pourroit encor adjoindre la grandeur des corps d'iceux, veu que les corps ſemblables ſont en raiſon triplée de leurs lignes homologues; & partant le corps de la terre à celuy de la Lune ſera comme le cube de $\frac{7}{2}$ au cube de 1; c'eſt comme $42\frac{7}{8}$ à 1. Et le corps ſolaire au lunaire, comme le cube de $17\frac{2}{3}$ au cube de 1; c'eſt comme $5359\frac{1}{8}$ à 1.

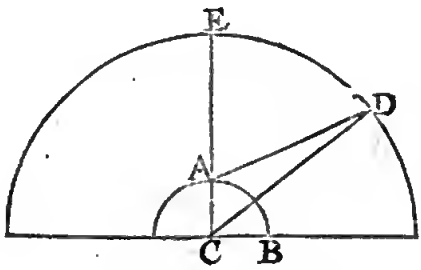
PROPOSITION XLII.

Eſtant donné l'argument de la Lune, & ſa depreſſion du zenith, veuë du centre de la terre, trouver ſa parallaxe en l'arc vertical, par operation Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.

NOTEZ.

Il a eſté dit au corollaire de la 39 propoſition, comment la parallaxe ſe trouve par obſervation avec deux certains angles cognus: mais l'invention de la parallaxe, ſervant aux computations qu'on veut faire par obſervations, eſt poſée ſur un autre fondement; car il ſeroit difficile de faire à chaque fois telles obſervations.

Le donné. Soit A B la terre, C ſon centre, & A le lieu de l'obſervateur, D la Lune, ſon argument 30 deg. de-



primée du zenith E 50 deg. pour l'arc E D, ou angle E C D, ou A C D: ainſi que A D C ſignifie la parallaxe à l'arc vertical.

Le requis. Il faut trouver l'angle A D C.

CONSTRUCTION.

Le triangle A D C a trois termes cognus, comme A C D 50 deg. C A 10000, & C D 635988 du centre de la terre à la Luoe eſtant au 30 deg. de ſon deferant, par la 40 propoſition, par leſquels cerchè l'angle A D C, ſera trouvé de 0 deg. 42 ① pour la parallaxe requiſe.

Concluſion. Eſtant donné l'argument de la Lune, & ſa depreſſion du zenith, nous avons trouvé ſa parallaxe, &c.

COROLLAIRE.

Il s'enſuit comment on pourroit faire des tables des parallaxes, de degrez en degrez en l'arc vertical, pour trouver le tout avec facilité, comme cy-deſſous de 10 en 10 degrez, eſtant l'argument lunaire de 30 deg.

TABLE DES PARALLAXES.

Degrez en l'arc vertical.	*Parallaxes de la Lune, en l'argument 30 deg.*
deg.	deg. ① ②
0.	0. 0.
10.	0. 9.
20.	0. 19.
30.	0. 27.

Et ainſi ayant calculé la parallaxe majeure de la Lune eſtant en ſon perigée, qui eſt l'argument 180 deg. & en l'arc vertical 90 deg. on le trouve de 1 deg. 2 ①.

NOTEZ.

De ce commencement de table, appert comment on pourra faire des tables comme *Eraſme* és *Prutenicques*, avec 7 colomnes; aſſavoir de 30 à 30 deg. d'argumens, pour l'une colomne; où ayant admis les ②, il a mis au lieu des trois nombres de ceſte table, (comme 9 ①, 19 ①, 27 ①) ceux-cy 9 ① 27 ②; 18 ① 35 ②; & 27 ① 9 ②; & auſſi pour la majeure parallaxe 1 deg 2 ① 54 ②.

Notez auſſi que ſi on ſe vouloit ſervir de la maniere declarée au corollaire de la 26 propoſition en ſemblable matiere au cours du Soleil pour calculer ces tables, diſant, le ſinus de l'arc vertical entier, donne le ſinus de l'arc vertical propoſé, combien la plus graode parallaxe? on n'atteindroit pas au but ſi droitement que fait *Eraſme*, par un moyen plus difficile; & voulant voir combien il y auroit de differeoce en quelque lieu donné, je poſe à ceſte fin que la Lune ſoit en ſon perigée, deprimée du zenith de 30 deg. je dis donc, ſinus de 90 deg. 10000, donne 5000 (ſinus de 30 deg.) combien la majeure parallaxe 1 deg. 2 ① 54 ②? vient 31 ① 27 ②: mais en la table y a 31 ① 58 ②, tellement qu'il n'y a que 31 ② de difference.

PROPOSITION XLIII.

Trouver la parallaxe de la Lune és longitude & latitude apparantes, par voye Mathematique, fondée ſur la poſition de terre immobile.

NOTEZ.

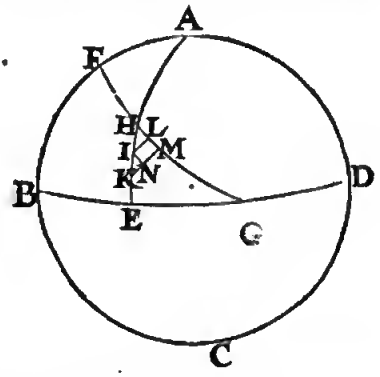
Le lieu apparant donné de la Lune, ven du centre de la terre, advient dedans, deſſus, ou deſſous la commune ſection de l'arc vertical & l'ecliptique, deſquelles choſes nous donnerons divers exemples, à cauſe qu'és operations il y a de la diverſité. Notez auſſi que les quatre corollaires des parallaxes du Soleil eo la 27 propoſition, peuvent auſſi ſervir à meſme fio aux preſentes parallaxes de la Lune.

1. *Exemple où le lieu apparant de la Lune propoſé, veu du centre de la terre, advient au deſſous la ſection de l'arc vertical & l'ecliptique; veu auſſi de l'obſervateur neceſſairement là deſſous.*

Le donné. Soit au Globe, le meridien A B C D, & B D l'horizon, A E l'arc vertical, F G l'ecliptique, coupant le vertical en H; ainſi que l'angle E H G (trouvé par la 8 propoſition des problemes Aſtronomiques) fait 50 deg. & A H, par la meſme propoſition, 50 deg. D'avantage ſoit la depreſſion de la Lune du zenith,

veuë

veuë du centre de la terre de 55 degr. 12 ①, laquelle eſtant plus que la ſuſdite A H 50 deg. alors la Lune ſera plus bas que H, comme en I; donc A I fait les meſmes 55 deg. 12 ①. Davantage la parallaxe de la Lune, en l'arc vertical A E, par la 42 prop. eſt trouvée, je prens, de 1 deg. pour I K; ainſi que K eſt le lieu apparant de la Lune veuë de l'obſervateur, & menée I L à angles droits ſur l'ecliptique, laquelle I L ſera 4 deg. comme la lati-



tude meridionale apparante de la Lune veuë du centre de la terre: ſemblablement ſur F G ſoit à angles droits menée K M, comme latitude apparante de la Lune, veuë de l'obſervateur, ainſi que L M eſt parallaxe en longitude apparante; Puis je marque en K M le poinct N, ainſi que N M ſoit egale à I L, & K N ſera alors parallaxe de la latitude de K M au deſſus la grandeur de I L, car autant apparoiſt eſtre la Lune plus long de l'ecliptique à l'obſervateur, que veuë du centre de la terre.

Le requis. Il faut trouver l'arc L M, parallaxe de la longitude apparante, & K N de la latitude.

Construction.

A H fait par l'hypotheſe	50 deg.
Iceluy oſté de A I auſſi par l'hypotheſe	55 deg. 12.
Reſtera pour H I	5 deg. 12.
Auquel adjouſté I K, faiſant ſelon le donné	1 deg.
Viendra pour H K	6 deg. 12.
Le triangle H M K a trois termes cognus, comme H K 6 deg. 12 ①, cinquieſme en l'ordre, & l'angle H M K droit, & K H M 50 deg. par leſquels cerchez les 2 coſtez H M, M K, par la 36 prop. des triangles ſpheriques, aſſavoir H M de	4 deg.
Et K M de	4 deg. 45.
Duquel oſté N M, egal à I L 4 deg. par le donné, reſtera pour K N parallaxe requiſe de la latitude	0 deg. 45.
Pour trouver la parallaxe de longitude au triangle H L I a trois termes donnez, comme L droit, H 50 deg. & le coſté I L 4 degrez par le donné; avec leſquels ſoit trouvé le coſté H L, par la 35 prop. des triangles ſpheriques, de	3 deg. 22.
Lequel oſté de H M 4 deg. ſixieſme en l'ordre, reſtera pour la requiſe L M parallaxe en longitude (laquelle ſera entendue eſtre plus ou moins que la longitude donnée, par la regle generale du 4 corollaire de la 27 prop.) de	38 ①.

Autre Conſtruction plus facile par Alb. Girard.

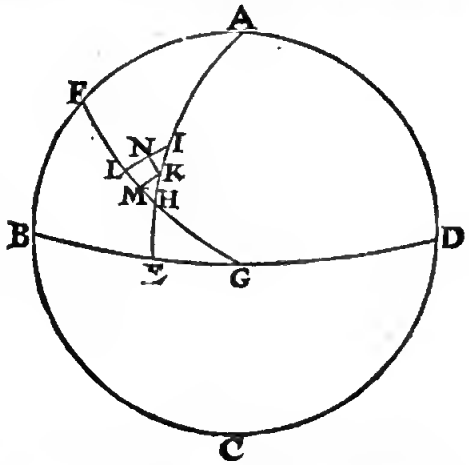
Puis qu'on veut cognoiſtre K N & L M, & que la ſuperfice ſpherique eſt preſque plane, c'eſt choſe inutile de vouloir en ce ſuivre Stevin, ny Eraſme, ny autres; car prenant tous pour ſuperfice plane, on dira comme s'enſuit, & ainſi des autres.

H I, 5 deg. 12 donne I L 4 deg. combien donnera I K, 1 deg.? viendra pour K N 0 deg. 46.

Et pour trouver L M; oſtant le quarré de K N, qui eſt 2116, du quarré de I K 60 ①, qui eſt 3600, reſtera 1484, dont la racine eſt pour I N ou L M 38 ①.

2. Exemple, où le lieu de la Lune apparant, veu du centre de la terre advient au deſſus la commune ſection de l'arc vertical, & l'ecliptique, veu auſſi là deſſus par l'obſervateur.

Le donné. Soit au Globe le meridien A B C D, B D l'horizon; A E quadran vertical; F G l'ecliptique, ſe coupant en H; ainſi que l'angle E H G fait 50 deg. (trouvé par le 8 probleme des problemes Aſtronomiques) & A H par le meſme 50 deg. D'avantage ſoit la Lune deprimée du zenith au jugement fait au centre de la terre 45 deg. & partant moins que A H 50 deg. donc la Lune ſera au deſſus de H, comme ſoit en I, donc A I ſera 45 deg. Soit auſſi trouvée la parallaxe en l'arc A E, par la 42 prop. de 20 ①, laquelle adjouſtée à A I feront enſemble 45 deg. 20 ①, encor moindre à A H 50 degr. ſoit A K, tellement que la Lune eſt veuë de l'obſervateur par deſſus H en K, donc I K ſera ces 20 ①: puis ſoit I L perpendiculaire à l'ecliptique F G; donc le meſme I L comme la latitude ſeptentrionale de la



Lune, veuë du centre de la terre, 4 deg. ſemblablement ſoit ſur F G menée à angles droits K M comme latitude apparante veuë de l'obſervateur, ainſi que L M eſt la parallaxe de la Lune en longitude apparante, auſſi je marque en apres le poinct N en K M, tellement que L N ſoit egale à M K, & N I ſera parallaxe de la latitude L I au deſſus de M L, car autant eſt la Lune apparante plus pres de l'ecliptique à l'obſervateur, que non pas veuë du centre de la terre.

Le requis. Il faut trouver l'arc L M, parallaxe de la Lune, en longitude apparante & l'arc N I en latitude.

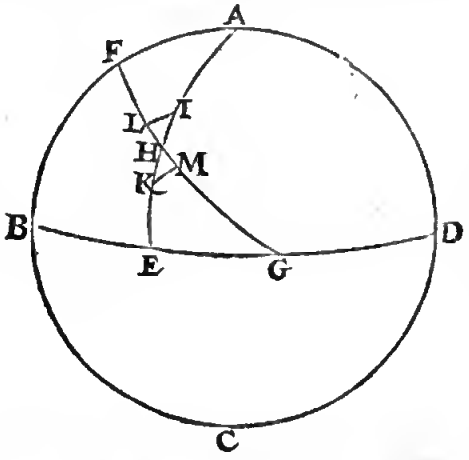
Construction.

Icelle reſſemblant aſſez à la precedente, nous dirons ſeulement que L M ſe trouve eſtre de 0 degr. 2 ①, & N I

& N I 0 deg. 26 ①: voyez davantage le quatrieſme corollaire de la 27 prop.

3. Exemple, où le lieu apparant de la Lune veu du centre de la terre advient plus haut que la commune ſection du cercle vertical & l'ecliptique, & veu de l'obſervateur au deſſeus.

Le donné. Soit le meridien A B C D, & B D l'horizon, A E vertical, F G l'ecliptique, coupant A E en H; ainſi que l'angle E H G (trouvé par la huictieſme prop. des problemes Aſtronomiques) ſoit 50 deg. ſoit auſſi la Lune diſtante du zenith, veuë du centre de la terre, 49 deg. 40 ①, lequel eſtant moins que A H 50 deg. alors la Lune apparoiſtra au deſſus de H, ſoit en I, ainſi que l'are A I face 49 deg. 40 ①: Plus ſoit la parallaxe de la Lune en l'arc vertical A E trouvée de 52 ①, par la 42 ptop. adjouſtée à A I, feta 50 deg. 32 ①: lequel eſtant majeur à A H 50 deg. la Lune ſera veuë de l'obſervateur deſſus H, comme en K; tellement que I K, fait les ſuſdits 52 ①, & menant I L perpend. à l'ecliptique F G, alors I L ſera 4 deg. comme apparante latitude ſeptentrionale donnée de la Lune, veuë du centre de la terre. De meſme K M perpend. ſur F G, com-



me apparante latitude de la Lune, veuë de l'obſervateur; ainſi que L M eſt la parallaxe en longitude apparante; mais L I avec K M enſemble font la parallaxe de latitude.

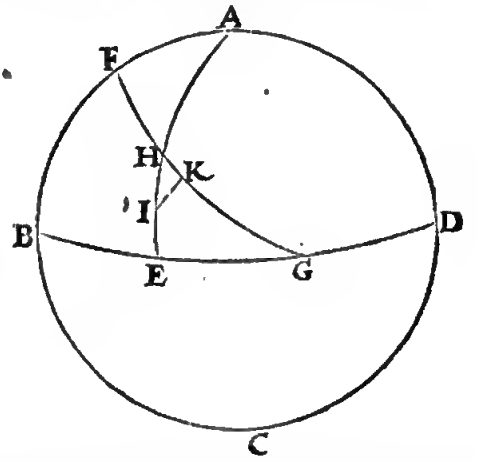
Le requis. Il faut trouver l'arc L M parallaxe de longitude, & les deux arcs L I & M K, faiſans enſemble la parallaxe de la latitude.

CONSTRVCTION. A. GIRARD.

La conſtruction eſtant facile par les precedentes, & principalement ſelon la deuxieſme conſtruction du premier exemple, nous n'en ferons icy autre mention, ſinon que le triangle H M K ayant trois termes cognus; aſſavoir H K 32 ①.
M droit, & H 50 deg.
Puis auſſi le triangle H L I a trois termes cognus, comme I L 4 deg.
L'angle L droit, & H de 50 deg.
Avec leſquels on trouvera L M, de 3 deg. 43.
Laquelle on trouvera, par la regle generale au 4 corollaire de la 27 propoſition, ſi elle eſt plus grande ou moindre que la longitude donnée.
Et les arcs L I, M K enſemble 4 deg. 25.
Sur quoy on conſultera le ſuſdit corollaire.

4. Exemple, où le lieu apparant donné de la Lune veu du centre de la terre, advient en la commune ſection du vertical & de l'ecliptique, & neceſſairement veu de l'obſervateur au deſſous.

Le donné. Soit le meridien d'un globe A B C D, B D l'horizon, F G l'ecliptique, A E arc vertical, ſe coupant en H, faiſant un angle E H G de 50 degrez, comme on le peut ſçavoir par la 8 prop. des problemes Aſtronomiques. auſſi A H 40 deg. la Lune ſoit deprimée du zenith 40 deg. veuë du centre de la terre, ainſi qu'elle



advienne en H, où elle n'a aucune latitude. Davantage la parallaxe de la Lune au vertical A E trouvée par la 42 prop. de 46 ①, pour H I; puis menée I K perpendiculaire à F G, comme latitude apparante de la Lune veuë de l'obſervateur, & alors H K ſera parallaxe de la longitude apparante.

Le requis. Il faut trouver l'arc H K parallaxe de la longitude, & I K parallaxe de la latitude.

CONSTRVCTION.

Le triangle H I K a trois termes cognus, aſſavoir H I 46 ①, K droit, & H 50 deg. par leſquels on trouvera I K & K H, aſſavoir I K pour parallaxe de latitude (qui ſera cognuë ſeptentrionale ou meridionale par la commune regle, au troiſieſme corollaire de la 27 prop.) de 30 ①.
Et K H la parallaxe requiſe de longitude, (qu'on cognoiſtra eſtre majeure, ou moindre à la longitude donnée par la regle miſe au quatrieſme cotollaire de la 27 propoſ.) de 0 deg. 25.

COROLLAIRE.

Ayant declaré és propoſitions 33 & 38 l'invention de l'apparante longitude & latitude de la Lune, veuë du centre de la terre, il appert comment elles ſe trouveront, veuës deſſus la terre: car adjouſtant ou ſouſtrayant la parallaxe à ce qui aura eſté trouvé par les 33 & 38 prop. ſelon que la conſtruction le requiert, on aura ce qu'on cerche.

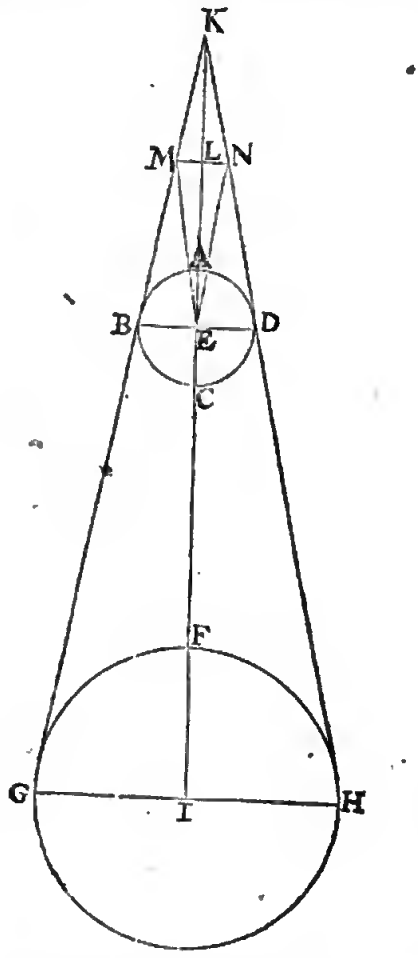
Concluſion. Nous avons donc trouvé la parallaxe de la Lune, és longitude & latitude apparantes, par voye Mathem. fondée ſur la poſition de terre immobile, ſelon le requis.

PRO-

Proposition XLIV.

Estans donnez les argumens du Soleil & de la Lune, en temps d'eclipse; Trouver l'angle visuel de la base du cone nocturne, où la Lune doit passer, par voye Mathem. fondée sur l'hypothese de terre immobile.

Le donné. Soit ABCD la terre, FGH le Soleil estant en son apogée, puis menées GB, HD touchantes le Soleil & la terre, se rencontrans en K, & menés les diametres BD, GH; ainsi que BKD signifie le coue nocturne, & sa base BD, axe KE, L le lieu du



passage de la Lune, estant (je prens) en son perigée; par L soit menée MN perpendiculaire à KE, ainsi que MN signifie la grandeur ou espesseur du cone nocturne au passage de la Lune, & ayant meoée EM, & EN, alors MEN sera l'angle, ou diametre visuel du cone nocturne.

Le requis. Il faut trouver l'angle MEN.

Construction.

Je cerche l'axe KE, & puis que le Soleil est à son apogée, je trouve par la 28 proposition iceluy estre de 287, de mesmes parties que le raid terrestre en fait 1: mais pour obvier fractions au lieu de 1, prenons 10000; donc KE se trouveta estre de 2870000.

Duquel osté LE, faisant par la 40 proposition, d'autant que la Lune est posée estre en son perigée, 522814.

Reste pour KL 2317186.

Le triangle KLM estant semblable au triangle KEB; par aor les costez homologues seront proportionaux, je dis donc KE 2870000, le premier en l'ordre, donne EB 10000, combien KL 2317186? viendra LM 8074.

En fin le triangle ELM a trois termes cognus, assavoir LE 552814, le deuxiesme en l'ordre, LM 8074, & l'angle L droit, par lesquels on trouvera l'angle MEL de 0 deg 50.

Son double pour l'angle requis de MEN 1 deg. 40.

Donr la demonstration est manifeste.

Conclusion. Estans donnez les argumens du Soleil & de la Lune, nous avons trouvé l'angle visuel de la base du coue nocturne au lieu du passage de la Lune, &c.

Corollaire.

Il est manifeste comment on pourra faire des tables de tels angles visuels, comme *Erasme* és *Prutenicques*, pour trouver le requis avec facilité.

Notez I.

Ceux qui voudront voir quelque convenance de l'operation precedente avec l'experience, pourront faire comme s'ensuit.

En temps d'eclipse parfaire, qui est lors que son milieu advient en un des nœuds, où la Lune pour lors passe par le milieu du cone oocturoe, on a esgard au temps escoulé entte ces deux termes, dont l'un est quand la Lune commence à estre totalement eclipsée; l'autre terme, lors qu'elle finit route l'eclipse; car le gaio de Lune de ee temps-la, sera pour la grandeur de l'angle ou diametre visuel du cone nocturne, au lieu où la Lune passe.

Notez qu'on pourroit faire encor le mesme autrement, temarquant le temps entre le commencement de l'eclipse, & le commencemeot de l'issue de la Lune du cone nocturne; mais en cecy y a plus d'incertitude, à cause qu'on ne peut pas si bien temarquer le commencement de l'eclipse que les autres termes, & ainsi le gain Lunaire sera egal au precedeot.

Notez II.

Nous avons dit que les cours du Soleil & de la Lune en la premiere ioegalité sont semblables, toutesfois quelqu'un y pourroit trouver de la diversité, en ce que la Lone a une latitude, & non pas le Soleil: Or je dis que c'est tout un, d'autant que si on nommoit la voye de la Lune, l'ecliptique, au lieu de la voye du Soleil, la Lune n'auroit aucune latitude, mais bien le Soleil: Et pource que l'intersection de la voye de la Lune & de l'equinoctial seroit dite alors le ptincipe de l'ecliptique, elle demeureroit touiours principe (comme il advient maintenant à l'equinoxe) & l'equinoxe changeroit de longitude selon l'ordre des signes, au lieu que maintenant c'est la teste du Dragoo qui change, cootre l'ordre des signes. Tellement qu'il n'y a aucune diversité en la qualité essentielle, mais à cause de l'hypothese seulement.

QVA-

QVATRIESME DISTINCTION DV SECOND LIVRE,

De l'invention du cours de Saturne, Jupiter, Mars, Veous, & Mercure, par operatioo Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.

SOMMAIRE DE CESTE QVATRISSME DISTINCTION.

Il y aura icy 10 propoſitions, dont la premiere, qui eſt la 45 en l'ordre, ſera de l'invention de l'excentricité du deferant de Saturne, avec ſes circonſtances. La deuxieſme de l'invention du diametre de l'epicycle de Saturne. Les 3 conſequentes, qui ſont les 47, 48 & 49, ſont pour trouver en tout temps la longitude apparante de Saturne. Les 4 ſuivantes, aſſavoir les 50, 51, 52 & 53, de ſes ſtations & retrogradations. Puis ſera traicté de Iupiter & Mars. La derniere prop. aſſavoir la 54, ſera du cours de Venus; à la fin de laquelle ſera parlé du cours de Mercure.

PREMIEREMENT DV COVRS DE SATVRNE.

PROPOSITION XLV.

PAr 3 lieux du centre d'epicycle de Saturne: trouver, premierement l'excentricité, en telles parties que le diametre du deferant en fait 10000: Secondement, la longitude apparante de l'apogée du deferant, au temps de l'un des 3 lieux donnez du centre de l'epicycle: Tiercement, l'argument du centre d'epicycle en l'un des 3 lieux ſuſdits: Quartement, la longitude de my-Saturne, par voye Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.

D'autant que le requis de ceſte propoſition ne ſe peut pas bien avoir ſans preallables obſervations à ſuffiſance, comme ils ont eu au *ſiecle ſage*, & qu'au defaut d'icelles *Ptolemée* & *Copernique* ſe ſont ſervy de manieres difficiles & à taſton: (*Ptolemée* au 7 chap. du livre 10. comme au 1 & 5 chap. du livre 11. *Copernique* és 5, 10, & 15 chap. de ſon 5 livre) Or au lieu de tout cela je prendray les Ephemerides de *Stadius*, ſelon qu'il a eſté dit au 1 chap. du 1 livre, le tout par exemple, comme ſi elles eſtoient aioſi obſervées. Parquoy on prendra 3 longitudes apparantes do centre d epicycle de Saturne, comme a eſté dit eo la 17 propoſition du premier livre, aſſavoir eſtant iceluy oppoſé au Soleil moyen, lors qu'il eſt au petigée de ſon epicycle, s'en ſervant comme a eſté fait, és 7 & 29 propoſitions de ce deuxieſme livre, du Soleil & de la Lune: & ainſi pour briefveté je prendray qu'ainſi ſoyent trouvées, & là deſſus le requis comme cy-deſſous.

Premierement, l'excentricité en telles parties, que le raid du deferant fait 10000; aſſavoir de 1170.

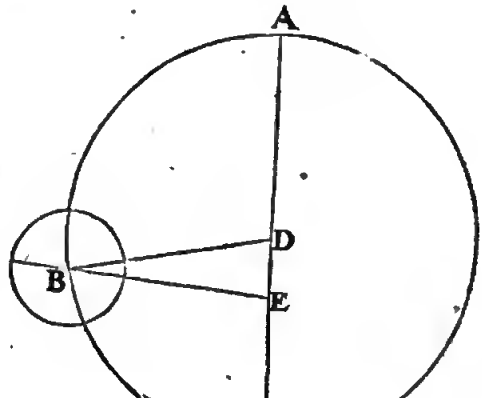
Secondement, l'apogée du deferant aora ſa longitude apparante au 15 Septembre 1584 de 268 deg. 32.

Tiercement, l'argument du centre d'epicycle an 15 Septembre 1584 ſuſdit de 101 deg. 6.

Quartement, la longitude de my-Saturne au ſuſdit 15 Septembre 1584 de 9 deg. 38.

Raiſon de l'aſſomption des nombres ſuſdits.

Premierement j'ay pris l'oppoſition de Saturne & du Soleil advenuë au 15 Septembre 1584 où (comme a eſté declaré par exemple à la 17 propoſition du premier livre) l'argument du centre d'epicycle s'eſt trouvé de 101 degr. 6 ☉, & la diſtance apparaote dudit centre à l'apogée de 94 deg. 24 ☉, avec leſquels l'eccentricité autoit eſté trouvée comme deſſus de 1170. Exemple, ſoit A B C deferant, ſon centre D, la terre E, apogée A, perigée C, centre d'epicycle B; ainſi que l'arc A B, ou l'angle A D B, face les mentionnez 101 deg. 6 ☉: A E B les 94 deg. 24 ☉, & le raid D B 10000. Ce qu'eſtant aioſi, le rtiangle D B E a trois termes coguus, comme l'angle D 78 deg. 54 ☉, adjoinct des donnez 101 deg. 6 ☉ A D B, l'angle E les 94 deg. 24 ☉ ſuſdits, & le coſté D B 10000 1 par leſquels on aura le coſté E D, comme devant pour l'ecceotricité requiſe, de 1170.



Secoodement, j'ay poſé qo'au temps de la ſoſdite oppoſition advenuë au 15 Septembre 1584, la longitude apparante de l'apogee ſoit de 268 deg. 32 ☉, d'autant que 8 ans 99 jours auparavant, je l'avois trouvé de 268 deg. 20 ☉, par la 17 propoſition du premier livre, & que le meſme apogée par la 20 propoſition du premier livre, a parcouru 12 ☉, leſquels adjouſtés aux 268 deg. 20 ☉, vient comme au deuxieſme en l'ordre, 268 deg. 32.

Tiercement, A D B eſt l'argument du centre d'epicycle, comme au troiſieſme en l'ordre, 101 deg. 6.

Quartement, j'adjouſte A D B 101 deg. 6 ☉ à la longitude apparante de l'apogée A 268 deg. 32 ☉, vient 9 deg. 38 ☉, & en tel lieu de l'ecliptique eſt le poinct B, veu de D: mais le my-Saturoe eſt en la ligne qui paſſe par E, & parallele à D B, par la 6 def. du premier livre, & D E n'a aucune raiſon palpable au raid de l'ecliptique, parquoy le my-Saturne eſt ſelon la poſition, comme au quatrieſme en l'ordre en l'ecliptique, 9 deg. 38.

Dont la demonſtration eſt manifeſte.

Concluſion. Nous avons donc trouvé par trois lieux donnés, &c.

Propositton XLVI.

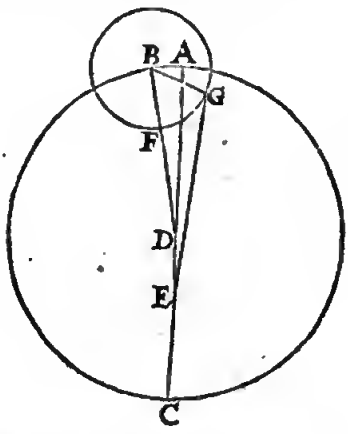
Trouver la raiſon du raid du deferant de Saturne, au raid de l'epicycle, en telles parties que le raid du deferant en fait 10000: par voye Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.

Le donné. Je choiſis quelque jour où Saturne eſt aſſez eſloigné de l'apogée, ou perigée d'epicycle, comme pourroit eſtre entre autre le 90 apres le 10 Juin 1576: car il s'eſt eſloigné de ſon perigée en 90 jours (par la 19 propoſition du premier livre) de 85 deg 42 ☉, où il eſtoit pour lors audit 10 Juin 1576.

Declaration plus ample, Soit A B C deferant de Saturne, D ſon centre, E la terre, A apogée, où le centre de l'epicycle eſtoit au ſuſdit 10 Juin 1576 : mais en 90 jours apres eſt venu de A en B, faiſant par la 21 propoſition du premier livre, 3 deg. 1.

Je deſcris ſur B comme centre, l'epicycle F G, & mene D B coupant iceluy en F, comme my-perigée, & d'autant que Saturne en l'epicycle a coutu és 90 jours ſuſdits 85 deg. 42 ☉ : je marque auſſi en l'epicycle le poinct G, lieu de Saturne, & mene B G, ainſi que l'arc F G, ou l'angle F B G, ſignifie le meſme 85 deg 42.

Puis ayant mené G E, je cerche où Saturne a eſté trouvé par experience au 90 jour apres le 10 Juin 1576, qui eſtoit le 8 Septembre 1576, & le trouve és Ephemerides de *Stadius* au 265 deg. 8 ♍ : parquoy G eſt en l'ecliptique 265 deg 8 ♍, mais A l'apogée eſt au 268 deg. 20. ♌, par la 45 propoſition de ce deuxieſme livre (car en ladite propoſition il a eſté trouvé au 15 Septembre 1584 au 268 deg. 32 ♌, & en ces 8 ans 9 jours auparavant il falloit qu'il fuſt, par la 20 propoſition du premier livre, de 12 ♌ plus en arriere) parquoy des ſuſdits 268 deg. 20 ♎, oſté 265 deg 8 ♍, ce qui reſtera ſera pour l'angle G E A ¾ deg. 12.



Lerequis. Il faut trouver le raid de l'epicycle en telles parties que le raid du deferant D B en fait 10000.

Construction.

Le quadrangle B G E D a cinq têrmes cognus, aſſavoir

BD, 10000:

DE, 1170, par la 45 propoſition precedente:

DBG, 85 deg. 42 ☉, deuxieſme en l'ordre:

GED, 3 deg. 12 ♎, troiſieſme en l'ordre:

BDE, 183 deg. 1 ♍ angle renverſé, eſt B D A 3 deg. 1 ☉.

Par leſquels on trouvera le coſté B G, raid de l'epicycle par la doctrine des triangles de 1150 : Dont la demonſtration eſt evidente.

Notez.

Au lieu de ces 1150, *Ptolemée* trouve 1083 au chap 6. livre 11. car diſant 60 parties donnent 6 parties 30 (♍) (telle eſt la raiſon à ſa maniere) combien 10000? vient comme devant 1083.

Concluſion. Nous avons donc trouvé la raiſon du raid du deferant au raid de l'epicycle de Saturne, &c.

Propositton XLVII.

Trouver en une epoche donnée, la longitude de my-Saturne, la longitude apparante de l'apogée du deferant, l'argument du centre d'epicycle, & la moyenne longitude de Saturne en l'epicycle, par operation Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.

Le donné. Soit l'epoche, le cõmencement de l'an 1600.

Lerequis. Il faut trouver le contenu de la propoſit.

Construction.

Premietement pour trouver la longitude du my Saturne, je dis que le centre d'epicycle eſtoit en l'apogee de ſon deferant par la 45 propoſition du deuxieſme livre, en l'an 1584 le 15 Septembre en l'ecliptique au 268 deg. 32.

Mais le my-Saturne eſtoit pour lors en ce lieu par la 16 def du premier livre; parquoy comptant du 15 Septembre 1584 juſques au commencement de l'an 1600, on trouve y avoir 15 ans Egyptiens 110 jours, ſur leſquels le cours du my-Saturne, par la 18 propoſition du premier livre, eſt de 187 deg. 2.

Somme des deuxieſmes en l'ordre, ſera pour la longitude requiſe du my-Saturne au commencement de l'an 1600 95 deg. 34.

Secondement, pour trouver la longitude apparante de l'apogée du deferant, elle eſtoit, par la 45 propoſition du deuxieſme livre, au 15 Septembre 1584, au 268 deg 32.

Le cours de l'apogee du deferant fait és ſuſdits 15 ans Egyptiens 110 jours, par la 20 propoſition du premier livre. 0 deg 22.

La ſomme des deux derniers en l'ordre ſera pour la longitude apparante de l'apogée, au commencement de l'an 1600, comme Epoche de 268 deg. 54.

Tiercement, pour trouver l'argument du centre d'epicycle, il eſtoit au 15 Septembre 1584, par la 45 propoſition du deuxieſme livre, de 101 deg. 6.

Le cours du centre d'epicycle és ſuſdits 15 ans Egyptiens 110 jours, par la 21 propoſition du premier livre, eſt de 186 deg. 40 ☉, qu'on trouve plus facilement oſtant 22 ☉, cinquieſme en l'ordre, de 187 deg 2 ♌, deuxieſme en l'ordre; car alors il reſte auſſi, 186 deg. 40.

La ſomme des deux derniers en l'ordre ſera pour l'argument requis du centre d'epicycle

cycle au commencement de l'an 1600 comme Epoche, de 287 deg. 46.
Quartement pour trouver la my-longitude de Saturne en l'epicycle; Saturne eſtoit au 10 Juin 1576, par la 17 propoſition du premier livre, au my-perigée de l'epicycle, c'eſt 180 deg.
Et du 10 Juin 1576 juſqu'au commencement de l'an 1600, y a 23 ans Egypriens 209 jours, auquel temps ſon cours en l'epicycle eſt de (par la 19 propoſition du premier livre) 172 deg. 16.
Leſquels adjouſtez au precedent, viendra pour la my-longitude requiſe de Saturne au commencement de l'an 1600, comme Epoche 92 deg. 16.
Dont la demonſtration eſt manifeſte.

Concluſion. Nous avons donc trouvé en l'Epoche donnee, &c.

NOTEZ.

A cauſe de la citation de ces computations en l'Epoche, je les mettray cy-deſſous particulierement, comme s'enſuit.

Lieux du cours de Saturne ſur l'Epoche du commencement de l'an 1600.

Longitude de my-Saturne 95 deg. 34.
Longitude apparante de l'apogée du deferant 268 deg 54.
Argument du centre d'epicycle 287 deg 46.
My-longitude de Saturne en l'epicycle 92 deg. 16.

PROPOSITION XLVIII.

TRouver au temps donné, la longitude du my-Saturne; la longitude apparante du deferant; l'argument du centre d'epicycle, & la my-longitude de Saturne en l'epicycle, par voye Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.

Le donné. Soit le temps donné, au 30 Decembre 1600.
Le requis. Il faut ſur iceluy trouver le contenu de la propoſition.

CONSTRUCTION.

Par la 47 propoſition precedente, on a trouvé le requis en l'Epoche du commencement de l'an 1600, ce qui a eſté mis à part à la fin d'icelle, duquel temps juſques au 30 Decembre y a un an Egyptien:
Premierement, pour avoir la longitude du my-Saturne, elle eſtoit en l'Epoche an 95 deg 34.
Son cours en un an Egyptien eſt, par la 18 propoſition du premier livre, de 12 deg. 13.
Somme d'iceux, ſera pour la longitude de my-Saturne au 30 Decembre 1600 107 deg. 47.
Secondement, pour trouver la longitude apparante de l'apogée du deferant, à celle de l'Epoche ſuſdite qui eſtoit de 268 deg. 54.
Adjouſté ſon cours en un an Egyptien, qui eſt, par la 20 propoſition du premier livre, d'environ 0 deg. 1.
Viendra pour la requiſe longitude apparante de l'apogée du deferant au 30 Decembre 1600 268 deg 55.
Tiercement, pour trouver l'argument du centre d'epicycle, elle eſtoit en l'epoche de 287 deg. 46.
A iceluy adjouſté le cours du centre d'epicycle en un an Egyptien, qui fait par la 21 propoſition du premier livre, 12 deg 12.
Viendra pour le requis 299 deg. 58.
Quartement, pour trouver la my-longitude de Saturne en l'epicycle, à celle de l'Epoche ſuſdite 92 deg. 16.
Adjouſté le cours de Saturne en ſon epicycle en un an Egyptien, faiſant par la 19 propoſition du premier livre, 347 deg. 32.
Viendra pour le requis 79 deg. 48.
Dont la demonſtration eſt manifeſte.

Concluſion. Nous avons donc trouvé le cours de Saturne mentionné à la propoſition au temps donné, ſelon le requis, &c.

PROPOSITION XLIX.

TRouver ſur un temps donné la longitude apparante de Saturne, par voye Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.

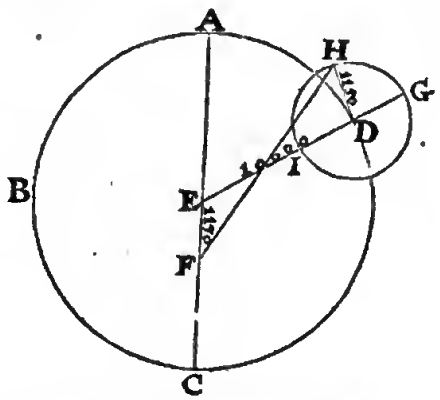
Le donné. Soit le 30 Decembre 1600.
Le requis. Il faut trouver la longitude apparante de Saturne.

CONSTRUCTION.

Premierement je cerche la longitude apparante de l'apogée du deferant ſur le 30 Decembre 1600, laquelle ſera par la 48 propoſition du deuxieſme livre, de 268 deg 55.
Secondement je cerche l'argument du centre d'epicycle ſur ledit 30 Decemb. 1600, & ſera trouvé par ladite 48 propoſition de ce deuxieſme livre, de 299 deg 58.
Tiercement, la my-longitude de Saturne en l'epicycle audit 30 Decembre 1600; par la meſme 48 propoſition, ſera trouvée de 79 deg. 48.

CONFIGURATION.

Ce qu'eſtant ainſi je conſtruis une figure ſelon les nombres ſuſdits, comme s'enſuit: Soit A B C D le deferant, ſon centre E, & la terre F, l'apogée A, laquelle ſoit comme au premier en l'ordre dans l'ecliptique, au 268 deg. 55.
Soit l'argumẽt du centre d'epicycle ABCD, faiſant comme le deuxieſme en l'ordre, 299 deg. 58.
Puis ſur D comme centre je deſcris l'epicycle G H I, menant auſſi la ligne E D G; ainſi que G denote le my-apogée, & marque le poinct H tellement, que l'arc G H, ou l'angle G D H ſignifie la my-longitude en l'epicycle (c'eſt à dire l'argument d'epicycle) faiſant le troiſieſme en l'ordre 79 deg. 48.



Je mene auſſi D H, H F: ayant un quadrilatere croiſé H D E F, de cinq termes cognus

comme l'angle F E D 119 deg 58 ①, (car de l'arc A B C D oſtant 180 deg. reſteront 119 deg 58 ① pour l'angle C E D) puis l'angle H D E 100 deg. 12 ①, veu que l'angle G D H eſt notifié cy-deſſus, ou l'arc G H; puis E D faiſant 10000 par l'hypotheſe: & E F eccentricité 1170, par la 45 propoſition du deuxieſme livre; puis finalement le raid D H, faiſant par la 46 propoſition de ce deuxieſme livre, 11501 par leſquels ſe trouvera l'angle E F H, de 49 deg. 36.

Mais l'angle E F H, eſt l'angle A F H, & puis que A eſt au 268 deg. 55 ① de l'ecliptique, par le premier en l'ordre de la configuration, duquel oſté 49 deg. 36 (ſ), l'angle precedent reſtera pour le poinct H, aſſavoir pour la longitude de Saturne 219 deg. 19.

Dont la demonſtration eſt manifeſte.

Concluſion. Nous avons donc trouvé la longitude apparante de Saturne au temps donné, &c.

Notez I.

Es tables de *Stadius*, on trouve le lieu de Saturne ſur le 30 Decembre 1600, au 219 deg. 48 ①, qui differe de ceſte concluſion de 29 ①.

Notez II.

On enſt peu ſuivre icy la diſtance de la terre à Saturne, avec telles ſemblables propoſitions comme a eſté fait tant au Soleil és 23 & 24 propoſitions, qu'à la Lune és 39 & 40 propoſitions: mais d'autant que cela deſpend de l'hypotheſe de terre mobile, laquelle ſuivra cy-apres au troiſieſme livre, je delaiſſeray ceſte matiere juſques à ce que nous ſoyons parvenus là meſme. Il ſeroit auſſi requis de traiter de la latitude de Saturne, comme de la Lune; mais d'autant que *Ptolemée* n'en a rien eu de ſes devanciers, & que ce qu'il a fait de ſoy-meſme eſt exorbitant, nous ne la meſlerons avec les precedentes pour les raiſons qui en ſont deduites en leur lieu, mais ſeulement en la ſeptieſme diſtinction particulierement.

Maintenant des ſtations & retrogradations de Saturne.

S'enſuivent premierement trois Theoremes pour ceſte matiere, non ſeulement pour Saturne, mais en general des autres planetes, qui ont ſtation & retrogradation, comme Jupiter, Mars, Venus & Mercure.

Theoreme. Propoſition L.

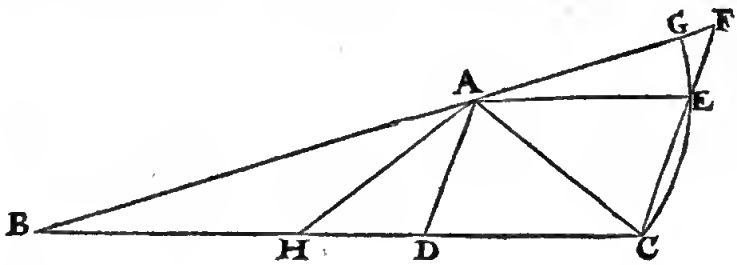
[*Ptolem. lib. 12. cap. 1. Regiom. lib. 12. propoſ. 3. Copernic. lib. 5. cap. 35.*]

Le coſté du triangle rectiligne coupé en deux, ainſi que l'une partie ne ſoit moindre à ſon coſté adjaçant: la raiſon de l'angle adjaçant à l'autre partie, à l'angle adjaçant à la premiere partie, eſt moindre que la raiſon de la premiere partie à l'autre.

Le donné. Soit A B C un triangle rectiligne, dont le coſté B C ſoit coupé en D, tellement que la partie C D ne ſoit moindre au coſté A C qui luy eſt adjaçant: & poſez premierement que C D ſoit egale à A C.

Le requis. Il faut demonſtrer que la raiſon de l'angle B à l'angle B C A eſt moindre, que la raiſon de C D à D B.

Preparation. Soit menée D A, puis A E egale & parallele à D C, puis C E, rencontrant B A en F: D'avantage du centre A. comme centre, ſoit fait l'arc C G, par le poinct C, lequel paſſera de neceſſité par E, d'autant que A C & A E ſont egales.



Demonstration.

Le triangle F A E au triangle E A C a plus grande raiſon, que le ſecteur G A E au ſecteur E A C; or comme les triangles entr'eux, ainſi les lignes F E à E C: & comme les ſecteurs, ainſi les angles au ſommet. Donc F E à E C aura plus grande raiſun, que l'angle G A E à l'angle E A C.

Et d'autant que A E eſt parallele à B C; comme F E à E C, ainſi F A à A B, ou bien C D à D B.

Auſſi les angles mentiunnez au poinct A ſont egaux aux angles B, & A C B, chacun au ſien; parquoy C D à D B aura plus grande raiſon, que l'angle B à l'angle A C B; ou bien l'angle à l'angle aura moindre raiſon, que la ligne à la ligne, c'eſt à dire que l'angle B à l'angle A C B aura moindre raiſon que C D à D B.

Que ſi C D eſtoit majeure à C A, alors C D à D B ſeroit encor plus grande raiſon que devant, & par conſequent l'angle à l'angle beaucoup moindre raiſon, que C D à D B.

Concluſion. Le coſté d'un triangle rectiligne coupé, &c.

Theoreme. Propoſition LI.

[*Ptolem. lib. 12 cap. 1. Regiom. lib. 12. propoſ. 4.*]

Si la raiſon du cours du centre de l'epicycle, au cours de la planete en l'epicycle, eſtoit majeure que celle du raid d'epicycle, à la ligne du centre de la terre, & le perigée de l'epicycle: la planete ne pourra eſtre retrograde.

Le donné. Soit A B C un epicycle, D ſon centre, & E le centre de la terre, A l'apogée, C perigée, par leſquels eſt menée A D C E; & que la raiſon du cours du centre D, au cours de la planete en l'epicycle, ſoit majeure que la raiſon de D C à C E.

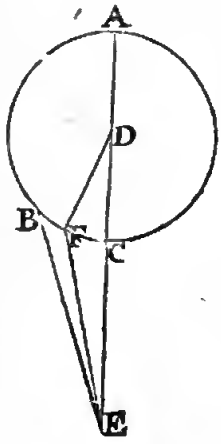
Le requis. Il faut demonſtrer que la planete ne pourra eſtre retrograde, c'eſt à dire qu'elle ne reculera pas.

Demonstration.

S'il eſt poſſible qu'elle recule, cela ſe remarquera au plus fort, pres du perigée C; ſoit donc F C un arc pres d'iceluy, & menées D F, F E; alors par la precedente propoſition D C n'eſtant moindre à D F, l'angle F E C à l'angle F D C ſera une raiſon moindre à celle

de

de DC à CE, mais nous prenons que les mouvemens soyent l'un à l'autre en plus grãde raiſon, encor que DC à CE; à plus forte raiſon la raiſon des mouvemens ſera majeure que l'angle FEC à l'angle FDC; ſoit donc eõme l'angle BEC à FDC: la planete en l'epicycle faiſant l'arc CF, qui eſt l'angle FDC; le centre de l'epicycle ſera en meſme temps l'angle DEB, & parant que l'angle viſuel DEB eſt majeur à CEF, le cours du centre de l'epicycle excedera celuy de la planete à la veuë de E, ce qui eſt contre la retrogradation: done la planete ne pourroit reculer: & de meſme eſtant F de l'autre coſté de C.



Concluſion. Si donc la raiſon du cours du centre de l'epicycle, au cours de la planete en l'epicycle eſtoit majeure que celle du raid d'epicycle, à la ligne du centre de la terre & le perigée d'iceluy epicycle: la planete ne pourra reculer.

Corollaire I.

Par la converſe de ceſte propoſition s'enſuit, que lors que la raiſon eſt moindre, qu'alors la plaoete reculera, mais que la raiſon ſoit moindre au cours de Saturne appert comme s'eoſuit: Le cours du centre d'epicycle par la 18 propoſition du premier livre, ſur un jour eſt de 2 ☉, 0, 3.

Son cours en l'epicycle ſur un jour eſt par la 19 propoſition du premier livre, de 57 ☉, 7, 44.

Le raid d'epicycle eſt par la 47 propoſition de ce deuxieſme livre, de 1165.

La ligne entre le centre de la terre & le perigée de l'epicycle (lors qu'il eſt le plus eſloigné de la terre) fait par la 46 propoſition de ce deuxieſme livre, 10064.

Parquoy diſant 2 ☉, 0, 3, donne 57 ☉, 7, 44. combien 1165? vient 33264.

Donc la raiſon de 2 ☉, 0, 3. à 57 ☉, 7, 44. eſtant comme 1165 à 33264, laquelle eſt moindre à la raiſon de 1165 à 10064, qui eſt raiſon du raid à la ligne du centre de la terre au perigée d'epicycle; alors la planete de Saturne reculera, & à plus forte raiſon reculera-elle, n'eſtant au plus loing de la terre, veu que la diſtance ſera moindre que 10064.

Corollaire II.

Pour faciliter quelques computations ſuivantes on pourra remettre la raiſon deſdits cours en entiers; diſant 57 ☉, 7, 44 donnent 2 ☉, 0, 3. çombien 10000? viendra 350, tellemeot que la raiſon du cours co l'epicycle au cours du centre d'epicycle, ſera comme 1000 à 35.

Theoreme. Proposition LII.

[*Ptolem. lib. 12. cap. 2. Regiom. lib. 12. propoſ. 5.*]

Estant menée une ligne du centre de la terre par l'epicycle, ainſi que la moitié de l'intercepté dans l'epicycle, aye telle raiſon à la partie hors d'iceluy, comme le cours du centre d'epicycle, au cours de la planete en l'epicycle: le poinct d'interſection en l'epicycle ſera le poinct de ſtation de la planete.

Le donné. Soit ABCD un epicycle, E ſon ceotre, F centre de la terre, & menée FDEA, auſſi que le cours du centre d'epicycle, au cours de la planete en iceluy epicycle ſoit moindre que ED à DF (autrement la planete ne pourroit reculer par la 51 propoſition precedente) mais bien egale à la raiſoo (apres avoir mené FB tellement) de HG (moitié de BG) à GF.

Le requis. Il faut demonſtrer que le poinct G ſera le poinct de ſtation de la planete.

Notez.

Nous diviſerons la demonſtration en deux, aſſavoir que la planete de C en G, eſt touſiours directe, mais de G vers D eſt touſiours retrograde: coocluant de cela que G ſera le poinct de ſtatioo.

Preparation de la premiere partie de la demonſtration.

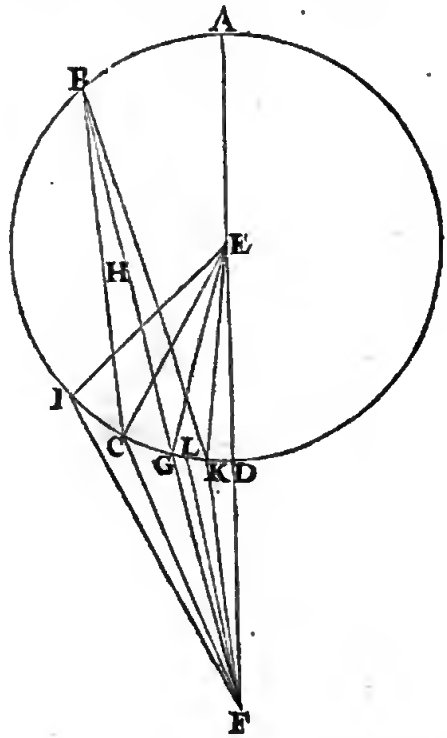
Soit prins nn arc de C en G, comme mouvement de la planete en l'epicycle vers le perigée, & menees les lignes FC, FG, EG, EC; ainſi que CEG eſt l'angle du cours de CG; où nous voulons demonſtrer que la planete eſt touſiours directe.

I *Partie de la demonſtration.*

Le triangle BCF a ſon coſté BF coupé en G, aioſi que BG n'eſt moindre, mais majeure à BC: parquoy par la 51 propoſitioo,

La raiſon de l'angle BFC à FBC eſt moindre à celle de BG à GF.

Prenons le double des deuxieſme & quatrieſme termes, alors,



La raiſon de l'angle BFC à CEG eſt moindre que BG au double de GF.

Prenons la moitié des troiſieſme & quatrieſme termes,

Alors la raiſon de l'angle BFC à CEG ſera encor moindre à celle de HG à GF.

Or HG à GF eſt meſme raiſon par l'hypotheſe, que celle du cours du centre d'epicycle, au cours de la planete en icelui epicycle; & puis l'angle CEG eſt un cours de la planete en l'epicycle.

Parquoy la raiſon de l'aogle BFC au cours dans l'epicycle ſera encor moindre à celle du couts du centre d'epicycle, au cours de la planete en l'epicycle; & d'autant que les deuxieſme & quatrieſme termes conviennent, alors le premier BFC ſera moindre au troiſieſme terme, qui eſt le cours du centre d'epicycle: ſoit donc un plus grand que BFC egal au cours du centre d'epicycle, comme BFI.

Done cependant que la planete va de C en G, faiſant vers F un angle GFC, contre l'ordre des ſignes en meſme temps le centre de l'epicycle fait un angle egal à BFJ, on GFI, ſelon l'ordre des ſignes; & partant la planete ſera directe de C vers G, pource que la planete s'eſt meuë plus avant par le moyen du cours du centre de l'epicycle, qu'elle ne pourroit reculer par le moyen de ſon cours en l'epicycle de l'angle CFI.

Maintenant pour prouver qu'elle recule en ſe mouvant de G vers D, nous fetons ceſte

Preparation de la 2 partie de la Demonſtration.

Soit prins un arc de G en K, comme mouvement de la planete en l'epicycle vers le perigée D, & menées les ligues FK, EK.

Demonſtration de la 2 partie.

Le triangle BKF a ſon coſté BF coupé en G, ainſi que GF n'eſt moindre, mais majeure à FK: parquoy par la 51 propoſition,

La raiſon de l'angle FBK à BFK eſt moindre à celle de GF à BG.

Prenons la converſe:

La raiſon de l'angle BFK à FBK eſt majeure à celle de BG à GF.

Prenons le double du deuxieſme terme & la moitié du troiſieſme.

La raiſon de l'angle BFK à GEK eſt encor majeure à celle de HG à GF.

Or HG à GF eſt meſme raiſon par l'hypotheſe, que celle du conts du centre d'epicycle, au cours de la planete en iceluy epicycle; & puis l'angle GEK eſt un couts de la planete en l'epicycle.

Parquoy la raiſon de l'angle BFK, au cours dans l'epicycle, ſera encor majeure, à celle du couts du centre de l'epicycle, au cours de la planete dans l'epicycle; & d'autant que les 2 & 4 termes conviennent, on ſont de meſme, alors le premier BFK ſera majeur au 3 terme, (qui eſt le cours du centre d'epicycle,) ſoit donc un angle moindre à BFK egal au cours du centre d'epicycle, comme LFG.

Done cependant que la planete va de G en K, faiſant vers F un angle GFK, contre l'ordre des ſignes au regard de F, au meſme temps le centre de l'epicycle fait un angle egal à LFG, ſelon l'ordre des ſignes au regard du meſme F, & partant la planete ſera rerrograde en GK, d'autant que la planete a plus reculé par le moyen de ſon cours en l'epicycle, qu'elle n'a avancé par le moyen du cours du centre de l'epicycle, de l'angle LFK.

Concluſion. Eſtant donc menée une ligne, &c.

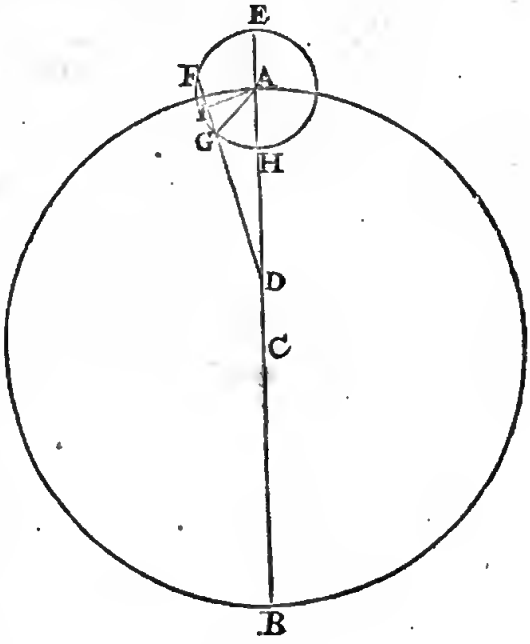
Proposition LIII.

Estant donné l'argument du centre d'epicycle de Saturne; Trouver la ligne du centre de la terre au poinct de ſtation en telles parties que le raid de ſon deferant en fait 10000; davantage l'arc apparant du poinct de ſtation au centre de l'epicycle, & l'argument d'iceluy poinct de ſtation, par voye Mathem. fondé ſur l'immobilité de la terre.

Le donné. Soit AB deferant de Saturne, C ſon centre, D celuy de la terre, B apogée & A perigée, & l'epicycle ſoit BFGH, ayant ſon centre (je prens) au perigée A; & H perigée d'epicycle, & G poinct de ſtation, duquel ſoit menée GD, puis AG.

Le requis. Il faut trouver la ligne DG, en telles parties que AC en fait 10000: Puis l'arc apparant dudit poinct de ſtation G juſqu'au centre A (c'eſt l'angle GDA) finalement, l'argument de G, qui eſt l'arc EFG.

Preparation. Soit prolongée DG juſques en F, & puis I au milieu de FG.



Construction.

La ligne DH fait par la 46 prop.	7606.
Multipliée par ED 9936 (aſſavoir DH 7606 & HE double de AH 1165, par la 47 prop.) vient pour le rectangle EDH ou FDG,	75573216.
Mais FD à DG eſt en raiſon comme 1070 à 1000. (pource que par le 2 corollaire de la 52 propoſ. IG à GD eſt comme 35 à 1000) & FD à DG eſt comme le rectangle de FDG au quarré de DG; je dis donc 1070 donne 1000, combien donneta 75573216? viendra pour le quarré de DG	70629174.
Sa racine pour DG la requiſe	8404.
En telles parties que AC en fait	10000.

Pour le reſte, le triangle AGD a 3 termes cognus, qui ſont les 3 coſtez, aſſavoir DA 8771, par la 46 prop. AG raid de l'epicycle 1165, par la 47 prop. & DG 8404, 4 en l'ordre: Par leſquels cerchés l'angle

GDA

GDA pour l'arc apparant requis du poinct G au centre A de 7 deg. 23.
Et l'angle DAG de 67 deg 58 ☉, dont l'adjoinct est pour EAG, ou l'arc EG, argumeot d'epicycle requis du poinct de station G 112 deg. 2.
Dont la demonstration est manifeste.

Conclusion. Estant donc donoé l'argument du centre de l'epicycle de Saturne, nous avons trouvé, &c.

Corollaire I.

D'autant que par ceste prop. est cognu l'arc apparant du poinct de station de Saturne au ceotre de l'epicycle, & que ledit centre a sa longitude appatante cognue par la 49 prop. il s'ensuit que la longirude apparante du poinct de station de Saturne sera cognue.

Corollaire II.

Il est aussi evideot qu'on pourra faire des tables des arcs apparans, du poioct de station au centre de l'epicycle de Saturne, & aussi l'argument d'epicycle dudit poinct de statioo, de degté en degré.

Notez I.

La choſe a esté posée cy-dessus comme si le cours apparant du centre de l'epicycle estoit tousiours de mesme & uniforme, le long de la retrogradation, & si le perigée de l'epicycle demeuroit tousiours en mesme lieu: Ce qui seroit hieo ainsi, si le deferant estoit conentrique; mais estant eccentrique, & par consequent le cours apparant du centre de l'epicycle inegal, aussi le perigée de l'epicycle changeant contiouellement de lieu en lieu, causeront de la differenee en la computatioo de l'arc de retrogradation: Toutesfois és escrits des anciens qui sont venus és mains de *Ptolemée* semble qu'ils ayent voulu dire que la difference susdite est imperceptible: Mais *Regiomonte* au 12 liv. ptop. 9. deduict la qualité de telle difference theoriquement. Si quelqu'un veut sçavoir, & recercher de quelle grandeur elle est, & si elle est si notable qu'on y doive prendre garde, pourra avoir esgard à l'operation.

Notez II.

Jusqu'icy a esté descrit Mathematiquement la cause & qualité de la rettogradation des planetes qui ont des epicycles: touchant ceux qui se meuvent en des eccentriques seulement, comme le Soleil & la Lune, il est manifeste qu'il est impossible qu'ils patissent de retrogradatioo, quelle raison qu'on puisse poser entre le cours d'iceux en l'epicycle, & le cours de l'apogée, ou bien entre l'eccentricité, au raid du deferant; car si ptes que ceſoit qu'on pose la terre de la circonference, c'est tousiours direction, voire quand elle seroit en la circonference mesme, encot n'y autoit-il qu'un poinct de station, qui setoit à l'instant lors que le centre de la planete passeroit daos l'œil du spectateur, sans nulle tettogradation.

Notez III.

Eocor faut-il sçavoir que les aneiens, comme escrit *Ptolemée*, ont ohservé deux extremes apparitions des astres, comme coomencement & fin; assavoir commencement, lors qu'on les voit premietement apres avoir esté long-temps cachés: mais fin, lors que les ayant veu quelque temps, ils dispatoissent ou n'apparoissent par apres pour quelque temps, lesquelles extremes apparitions se font environ l'horizon; ce qui fust ohservé d'eux, afin qu'on puisse sçavoir auparavant quand c'est qu'on les pourroit voir premierement; & à ceste fin on observe jour pour jour lequel est le dernier qu'on les peut voir, recerchant de combien le Soleil est alors depriné sous l'hotizon, (les plus grandes apparoissent pluſtoſt au soir, & plus tard au matin, que les moindres) alors en telle deptession se cognoistra leur exttemes apparitions. Par exemple, *Ptolemée* dit avoir observé qoe le Soleil estant 11 deg. sous l'horizon qo'alors Saturne estoit en son extreme apparition: tellement que cognoissant cela, on pourra calculer (sçachant la latitude du lieu & la longitude apparante du Soleil au temps & lieu où se fait l'observation) quel arc de l'ecliptique seta celuy de l'extreme apparition, ce qui reçoit beaucoup de diversité veu l'obliquité de l'ecliptique.

Il faut aussi rematquer, que pour avoir plus de certitude és extremes apparitions des planetes, seroit neceſſaire de prendre garde à leurs distances de la terre, en l'uoe & l'autre extteme apparitioo, lesquelles nommément sont fort diverses en Mars, & font changer de beaucoup les diametres visuels, & partant en l'une apparition doivent estre plus estoignées du Soleil qu'en l'autre, nonobstant que les angles de l'ecliptique & l'horizon soyent egaux.

MAINTENANT DES COURS DE Jupiter et de Mars.

Les cours de Jupiter & de Mars sont de mesme qualité que celuy de Saturne, soit en rettogradation, en statioo, aussi és apparitions extremes, y ayant seulement difference en quantité, ainsi que chacun pourra de soy-mesme remarquer leurs cours par le precedent de Saturoe commençant à la 45 ptop. tellement que je delaisse leur particuliere description, joinct que mon dessein n'est pas tel, comme il a esté dit autre part, mais seulement la maniere, selon mon opinion qu'on eust peu faire ayant les escrits des anciens qui sont perdus, ou d'autres nouveaux certains, neceſſaires à ceste science.

MAINTENANT DU COURS de Venus.

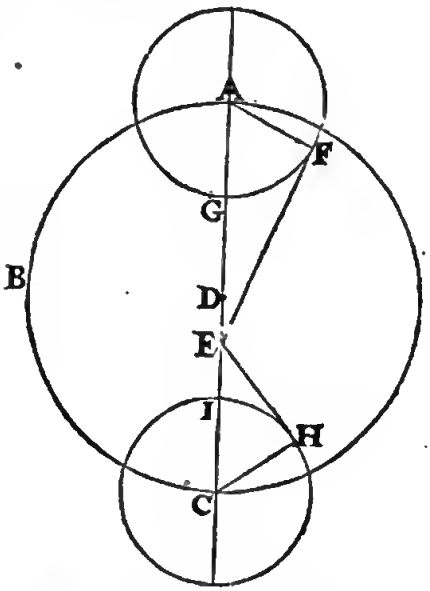
Proposition LIV.

Trouver la raiſon du raid du deferant de Venus, à l'eccentricité, & au raid de ſon epicycle, en telles parties que le raid dudu deferant en fait 10000, par voye Mathem. fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.

Je cerche en la table du corollaire de la 38 prop. du 1 liv. deux extremes eſlongations du Soleil moyen, toutes deux matutines, ou veſpertines, ou bien l'une matutine, l'autre veſpertine comme il eſchet; l'une lors qoe le Soleil moyen est à l'apogée ou ptes de là, c'est par la 40 prop. du 1 liv. à 76 deg. 20 ☉ de l'ecliptique avenant annuellement environ le 18 May, & troure une telle au plus pres le 20 May 1563, estant icelle eſlongation matutine de 44 deg. 21 ☉. L'autre eſtongation je la cerche estant le my-Soleil au perigée du deferant ou assez ptes, qui est par la 40 prop. du 1 liv. en l'ecliptique au 256 deg. 20 ☉, advenant annuellement environ le 18 Novembre, en trouvant donc une telle en la table susdite; au 12 Decembre 1602 au plus ptes (il est bien vray que cecy differe plus que la choſe ne le requiert, mais pourra passer, veu qu'és Ephemerides de *Stadius* on n'en trouve de plus preciſe, à cause de leur petiteſſe, & que cecy ne sert que d'exemple) estant une

eſlongation veſpertine de 47 deg. 17 ☉. Cela eſtant ainſi nous pourſuivrons en ceſte maniere.

Le donné. Soit A B C deferant, D ſon centre, E la terre, A l'apogée, ſur lequel comme centre ſoit deſcrit l'epicycle F G, & menant la ligne E F, touchant l'epicycle en F, puis menée A F; Davantage ſoit C le petigée, & ſemblablement l'epicycle H I ſur iceluy comme centre, E H touchante en H, & menée C H; je prens auſſi que Venus en ladite eſlongation matutine ayt eſté en F, ainſi que l'angle de l'eſlongation A E F, face comme deſſus 44 deg. 21 ☉: Et qu'en la veſpertine elle ayt eſté en H, ainſi que l'angle de l'eſlongation C E H face les ſuſdits 47 deg. 17 ☉.



Le requis. Il faut trouver la raiſon ternaire de D C, D E & A F, en telles parties que D A en face 10000.

Construction.

Le triangle E A F a trois termes cognus, comme A F, le prenant premierement 10000, l'angle A F E droict, & A E F 44 degr. 21 ☉ par le donné; ainſi donc on trouvera A E de 14306.

Pareillement le triangle E C H a trois termes cognus, aſſavoir C H 10000, l'angle C H E droit, & l'angle C E H 47 degr. 17 ☉, par leſquels on trouvera le coſté C E, de 13611.

Auquel adjouſté A E 14306, premier en l'ordre, viendra pour le diametre A C 27917.

Sa moitié pour le raid D C 13958.

Tellement que nous avons la raiſon des 3 lignes D C, D E, A F, aſſavoir comme 13958, 347, 10000. Mais il eſt requis que D C face 10000; on l'y remettra donc & ſera D E 249.

Le raid de l'epicycle A F 7164.

En telles parties que D C fait 10000.

Dont la demonſtration eſt manifeſte par l'operation.

Concluſion. Nous avons donc trouvé la raiſon, &c.

Notez I.

Au lieu des D C 10000, D E 249, A F 7164; *Ptolemie* trouve 10000, 208, 7194; mais en partie ſexagenaire, 60 parties; 1 partie 15 ☉, & 43 parties 10 ☉.

Notez II.

Ayant trouvé en ceſte propoſition la raiſon des 3 lignes ſuſdites, on pourroit par icelles deſcrire telles prop. comme a eſté fait de Saturne, aptes l'invention de telles lignes és 45 & 46 prop. mais d'autant qu'on procede de là en avant comme alors, nous delaiſſerons la deſcription ultetieure, comme a auſſi eſté entendu de Jupiter & de Mars.

MAINTENANT DU COURS DE MERCURE.

Pource que le cours de Mercure eſt de meſme qualité que celuy de Venus, en la ſimple hypotheſe de terre immobile, nous le tiendrons par iceluy comme cognu, delaiſſant comme a eſté dit de Jupiter & Mars, ſa particuliere deſcription.

CINQVIESME DISTINCTION DU SECOND LIVRE,

De l'invention de la conjonction, oppoſition, & eclipſe des planetes, par voye Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.

SOMMAIRE DE CESTE CINQUIESME DISTINCTION.

Es precedentes 2, 3 & 4 diſtinctions a eſté parlé des Planetes, chacune en particulier, maintenant ſuivront des choſes qui leurs ſont communes, compriſes en 9 propoſitions, dont les deux premieres ſont des conjonctions & oppoſitions des planetes, & voila touchant les 55 & 56 propoſitions: quant aux 57, 58, 59, 60, 61, 62 & 63, elles appartiennent & traitent des eclipſes des planetes.

Il faut auſſi eſtre adverty que combien qu'on parle icy generalement des conjonctions, oppoſitions & eclipſes des planetes, que neantmoins nous ne donnerons que des exemples du Soleil & de la Lune: & finalement ſera conclud que la generalité comprend les autres auſſi.

Definition I.

Arc d'incidence d'eclipſe, eſt l'arc du commencemente de l'eclipſe juſques à ce que les centres des planetes ſoyent en conjonction ou oppoſition: & le temps qu'il faut en cela, eſt dit temps d'incidence.

Definition II.

Arc excident d'eclipſe, eſt l'arc depuis la conjonction, ou oppoſition des centres des planetes, juſques à la fin de l'eclipſe: & le temps qu'il faut en cela, s'appelle temps excidene.

Proposition LV.

Trouver à quel temps adviennent les conjonctions moyennes du Soleil & de la Lune, & quelle longitude elles ont alors, puis en faire des tables.

Le donné. Soit le temps donné à l'epoche du commencement de l'an 1600.

Le

Le requis. Il faut trouver combien de temps apres ladite epoche adviendra la premiere conjonction moyenne du Soleil & de la Lune.

CONSTRVCTION.

Le my-Soleil eſtoit en ladite epoche, par la 9 ptopoſition du deuxieſme livre, en l'ecliptique au 288 deg. 48.
Et la my-Lune, par la 31 ptopoſition du deuxieſme livre, au 224 deg. 5.
Leqnel ſouſtrait du precedent, reſtera ce que la my-Lune a à gaigner devant la conjonction du my-Soleil 64 deg. 43.
Pour trouver maintenant combien de temps elle mettra pour parcourir autant, je dis, la my-Lune pour gaigner ſur le my-Soleil 12 deg. 11. 27. court par la 11 propoſition du premier livre, nn jour, combien courra-elle pour gaigner 64 deg. 43 ①, troiſieſme en l'ordre? vient 5 jours 7 heures 24 ①, leſquels enumerés depuis l'epoche, vient pour le requis en l'an 1600, 5 Jan. 7 heures 24 ①.
Anqnel temps ſera trouvé la my-Lune avoir en longitude par la 32 ptopoſition du deuxieſme livre, de 294 deg. 2.

La preuve de cecy eſt que le my-Soleil, au meſme temps ſera par la 10 propoſition du deuxieſme livre, au meſme lieu, tellement qu'alors ils eſtoyent conjoincts.

Mais pour en deſcrire une table, je dis: le gain de Lune de 12 deg. 11. 26. 33. 43. 21. 5. donne un jour par l'onzieſme propoſition du premier livre, combien le gain de Lune de 360 deg.? vient pour le temps d'une my-Lunaiſon 29 jours 12 heures 44 ① 11 ②: leſqnels adjoincts au 5 Janvier 7 heures 24 ①, quatrieſme en l'ordre, viendra en l'an 1600 ſur le 3 Fevr. 20 heures 8 ① 11 ② pour le temps de la ſeconde my-Lunaiſon. Et de là autrefois en 29 jours 12 heures 44 ① 11 ② viendra eſchoir en l'an 1600 ſur le 3 Mars 8 heures 52 ①, 22 ②: Et ainſi tant qu'on voudra. Exemple:

COMMENCEMENT D'UNE TABLE
des my-conjonctions de Soleil & de Lune.

Ans.		*heures.*	①.	②.
1600.	5. Janvier.	7.	24.	0.
1600.	3. Fevrier.	20.	8.	11.
1600.	3. Mars.	8.	52.	22.

COROLLAIRE.

Il eſt evident que les my-oppoſitions; my-quadrils, & autres my-aſpects, ſont cognus par les precedens. Par exemple, pour avoir le temps de my-oppoſition, apres la my-conjonction du 5 Janvier 7 heures 24 ①, j'y adjouſte la moitié des ſuſdits 29 jours 12 heures 44 ①, qui ſont 14 jours 18 heures 22 ①, vient pour le requis, le 20 Janvier 1 heure 46 ① en l'an 1600: & ainſi des autres. Et appert comment on pourra adjoindre à iceux la longitude en l'ecliptique où icelles ſont advenuës, comme cy-deſſus. Auſſi que ceſte regle eſt generale pour les autres planetes.

Concluſion. Nous avons donc trouvé à quel temps, &c.

PROPOSITION LVI.

TRouver à quel temps adviennent les conjonctions du Soleil & de la Lune, & en quelle longitude apparante, veuë du centre de la terre.

Le donné. Soit à commencer au principe (ou epoche) de l'an 1600.

Le requis. Il faut trouver en combien de temps apres, adviendra la premiere conjonction du Soleil & de la Lune, veuë du centre de la terre.

CONSTRVCTION.

La ptemiere my-conjonction adviendra par la 55 propoſition en l'an 1600, 5 Janv. 7 heures 44.
Et ce en l'ecliptique 294 deg. 2.
Si maintenant au ſuſdit 5 Janvier 7 heures 44 ① le vray Soleil & Lune n'avoyent aucune proſtaphereſe, ou qu'ils ayent egale aphereſe, ou egale proſtheſe, il appert qu'au meſme temps ſeroit leur vraye conjonction: Mais le Soleil a alors par la 8 prop. proſtheſe de 36 ①, & la Lune aphereſe par la 30 prop. de 4 deg. 16 ①, leſquels adjouſtez (je dis adjouſtez, eſtant de ptoſtaphereſe diſſemblable, autrement eſtant de ſemblable, il les faudroit ſouſtraire l'un de l'autre) viendra la diſtanee de la Lune au Soleil, eſtant la Lune derriere le Soleil 4 deg. 52.
Il faut puis apres tronver combien la vraye Lune doit courir pour gaigner ces 4 deg. 52 ① du Soleil: A ceſte fin j'oſte ladite aphereſe de la Lune 4 deg. 16 ① des 294 deg. 2 ①, deuxieſme en l'ordre, reſte pour l'apparante longitude de la vraye Lune audit 5 Janvier 7 heures 44 ①, 289 deg. 46.
Voyant puis apres en la table de l'onſieſme prop. du 1 liv. qu'elle gaigne en ſon moyen monvement en une heure environ demy degré, ou pour dire autrement qu'elle mer 2 heures à faire 1 degré, qui eſt 8 heures pour 4 degrez (des 4 deg. troiſieſme en l'ordre) touchant les 52 ①, je les delaiſſe pour les raiſons ſuivantes: Les ſuſdites 8 heures eſtant donc adjouſtées au temps cy-deſſus viendra l'an 1600 le 5 Janv. 15 heur. 44 ①.
Auquel temps je cerche la longitude apparante de la vraye Lune, & la trouve par la 33 prop. de ce 2 livre, au 294 deg. 24.
Duquel oſté 289 deg. 46 ①, quatrieſme en l'ordre, reſtera pour le cours de la vraye Lune à 8 heures en ce lieu, de 4 deg. 38.
Duqnel oſté le moyen mouvement du Soleil ſur 8 heures (il eſt bien vray qu'il faudroit avoir le cours apparant en ce lieu pour eſtre comme il faut, mais en ſi peu de temps il n'y a pas de diffetence notable, tellement qne pour abbreger, il faut ptendre le moyen mouvement) qui fait par la 3 ptop. du 1 liv. 20 ①.
Reſte pour le vray gain Lunaire en ce lieu, en 8 heures de 4 deg. 18.
Diſant pnis aptes 4 deg. 18 ① donnent leſdites 8 heures, combien 4 deg. 52 ① cy-deſſus? vient 9 heures 3 ①.
Leſquels adjouſtez au 5 Janv. 7 heur. 44 ① vient pour le temps requis de la conjonction l'an 1600 le 5 Janv. 16 heures 47 ①.
Sur le meſme temps eſt trouvé par la 33 propoſ. du 2 liv. que la vraye Lune avoit en longitude apparante pour le requis 295 deg.
La pteuve de cela eſt qu'au meſme temps la longitude apparante du Soleil eſt par l'onſieſme ptopoſ. auſſi de meſme.

Conclu-

Concluſion. Nous avons donc trouvé à quel temps adviennent les conjonctions, &c.

Corollaire I.

Il appert que par la precedente on trouvera auſſi le temps, & l'apparante longitude des oppoſitions, quadruls aſpects, & autres aſpects du Soleil & de la Lune, & que ceſte regle eſt commune aux autres planetes.

Corollaire II.

Ayant remarqué que la ſupputation cy-devant a eſté faite ſelon le requis de la propoſition, aſſavoir touchant la conjonction veuë du centre de la terre, ce qui n'arrive pas touſiours ainſi eſtant veuë du deſſus de la terre, à cauſe que la Lune a des parallaxes plus grandes que le Soleil; ce qui differe notablement aux conjonctions: Il eſt evident que pour venir à la conjonction veuë ſur la terre, il faudra adjouſter ou ſouſtraire à celle de la propoſition autant qu'emporte la parallaxe en longitude, des deux planetes, laquelle parallaxe eſt cognue par les 27 & 43 prop. & la ſomme & reſte eſt la longitude apparante requiſe. Puis on verra quel temps il faut à la Lune pour gaigner tel arc, egal à la ſuſdite parallaxe (ce qui eſt cognu par ceſte prop. 56 au 9 en l'ordre, ou appert que 4 deg 18 ① donnent là 8 heures) & ce qui en vient adjouſté ou ſouſtraict de l'onzieſme en l'ordre de ceſte 56 prop. ſelon que la choſe le requiert, la ſomme, ou reſte ſera le temps cerché.

Corollaire III.

Veu que par ceſte 56 prop. eſt cognue la longitude apparante des conjonctions & oppoſitions des vrais Soleil & Lune, & par la 37 propoſ. la longitude des nœuds, de là s'enſuit qu'on pourra cognoiſtre l'arc entre la Lune & le nœud, veu du centre de la terre, au temps de conjonction ou oppoſition.

Maintenant de l'eclipſation ou obſcurciſſement de la lumiere des planetes.

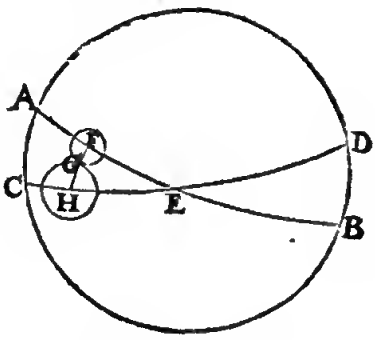
Proposition LVII.

Trouver l'arc du deferant de la Lune entre le nœud & l'extremité où peut advenir eclipſe de Lune, au plus grand qu'il eſt poſſible.

Veu que les eclipſes adviennent aſſez pres des nœuds, tant en conjonctions qu'en oppoſitions, & non pas quand icelles conjonctions & oppoſitions ſe font trop loing deſdits nœuds, tellement qu'il eſt bon de ſçavoir le plus loing des nœuds qu'il eſt poſſible que les eclipſes adviennent, dequoy traiteront ces 57 & 58 propoſitions.

Le donné. Soit A B le deferant de la Lune, C D l'ecliptique, E le nœud, F G la Lune; ſon raid comme arc de la grandeur de la moitié de ſon diametre viſuel majeur (& partant F E la plus grande diſtance) ſoit F G, faiſant par la 30 propoſ. 17 ① 30 ②: & G H ſoit l'arc de la grandeur du demy-diametre viſuel de la baſe du cone nocturne, le plus grand qu'il eſt poſſible, trouvé par la 44 prop. de 50 ①, ainſi donc que F ſera l'extremité de l'arc majeur F E où les eclipſes de la Lune peuvent advenir; car plus grand que F E elles ſeront ſeparées, aſſavoir la Lune & l'obſcurité G H.

Le requis. Il faut trouver l'arc E F.



Construction.

F G fait	17 ① 30 ②.
G H adjouſté à iceluy, qui fait	50 ①
Viendra pour F H	1 deg. 7 ① 30 ②.

Le triangle F H E a trois termes cognus, aſſavoir H F E droit, F E H 5 deg. par la 36 prop. & le coſté F H 1 deg. 7 ① 30 ②, par leſquels on trouvera F E, pour l'arc requis par la 35 prop. des triangles ſpheriques, de 12 deg. 50 ①.

Dont la demonſtration eſt evidente.

Concluſion. Nous avons donc trouvé l'arc du deferant, &c.

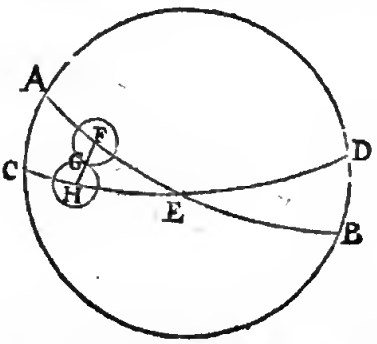
Alb. Girard.

Notez que ſi on euſt poſé H angle droit (ce qui eſtoit licite, voire tous deux aigus, egaux ou inegaux) que F E euſt eſté plus grande comme hypotenuſe, & euſt eſté egale à H E, qui ſe trouvera eſtre de 13 deg. 1 ①, 8 ②, & combien qu'il y a.. peu de difference, toutesfois pour s'en ſervir à la Geographie, c'eſt environ 0 heures 22 ① de temps à la Lune, qui eſt beaucoup: & eſtoit plus facile tellement qu'il y a de la difference, faute de regarder un peu plus attentivement, ce qui ſervira non contre la diligence & renommée de l'autheur, mais pour exemple de meſconte, d'autant que ſouvent on penſe avoir reſoud une queſtion, ce que neantmoins on n'a pas fait: voyez pareillement la fin de la ſuivante.

Proposition LVIII.

Trouver l'arc au deferant de la Lune depuis le nœud juſques à l'extremité du lieu où l'eclipſe du Soleil peut advenir.

Le donné. Soit A B deferant, ou voye lunaire, C D ecliptique, E l'un des nœuds, F G la Lune, F G demi-diametre viſuel d'icelle au plus grand que faire ſe peut, par la 30 prop. ſera de 17 ① 30 ②, & G H ſoit le raid viſuel du Soleil au plus grand, fait par la 8 prop. 16 ①,



d'ou s'enſuit que F ſera le poinct plus eſloigné de E que faire ſe peut, où l'eclipſe du Soleil peut advenir, veuë du centre de la terre.

Le re-

Le requis. Il faut trouver l'arc E F, & y adjoindre encor (pour les raiſons qui ſeront deduites au quatrieſme en l'ordre) la difference entre la majeure parallaxe en latitude qui peut advenir au Soleil & à la Lune en l'eclipſe du Soleil, faiſant 59 Ⓔ; car par le corollaire de la 26 prop. la plus grande parallaxe du Soleil eſt de 3 ①, lequel oſté de la majeure parallaxe de la Lune, qui fait par le corollaire de la 42 prop. 1 deg. 2 ①, reſte comme devant 59 Ⓔ.

CONSTRVCTION.

F G fait par le donné	17 ① 30 ②.
Auquel adjouſtè G H faiſant	16 ①
Vient pour F H	33 ① 30 ②.

Or d'autant que cela eſt ainſi, eſtant veu du centre de la terre, mais de deſſus la terre, la Lune couvrira le Soleil de 59 ① par le douné; parquoy les adjouſtant au troiſieſme en l'ordre, viendra alors pour la ligne, comme F H, 1 deg. 32 ① 30 ②.

Le triangle F H E a 3 termes cognus, aſſavoir l'angle H F E droit, l'angle F E H 5 deg. par la 36 prop. & le coſté F H de 1 deg. 32 ① 30 ②, quatrieſme en l'ordre, par leſquels cerchant le coſté F E, par la 35 propoſ. des triangles ſpheriques, pour le requis de 17 deg. 55 ①.

Dont la demonſtration eſt manifeſte.

Concluſion. Nous avons donc trouvé l'arc du deferant, &c.

ALB. GIRARD.

Nous avons dit en la fin de la 57 propoſ. precedente que l'autheur ſe meſprennoit, autant en faut-il icy, poſant H F E angle droit; car puis qu'il eſt queſtion de l'arc en la ligne A E, il falloit poſer H droit, pour faire que F E ſoit l'hypothenuſe, alors F E euſt eſté comme maintenant eſt H E, aſſavoir de 17 deg. 58 ①, 36 ②: que ſi on faiſt touſiours comme luy, on a touſiours failly: & en telle maniere on ſçaura que le Soleil alors n'aura de longitude apparante que ce qu'il dit de la Lune, aſſavoir 17 deg. 55 ①: & ſi on vent voir où le Soleil eſt, lors qu'il eſt au plus eſloigné d'un des nœuds, pouvant neantmoins recevoir commencement d'eclipſe veue de deſſus la terre, alors on trouvera comme j'ay dit 17 deg. 58 ①, 36 ②: & ainſi en faut-il dire (non de meſme nombre, comme icy) en la 57 propoſ. precedente. Notez auſſi que les conjonctions & oppoſitions ſe prennent dans les cercles majeurs qui paſſent par les poles de l'ecliptique, & partant à angles droits ſur l'ecliptique.

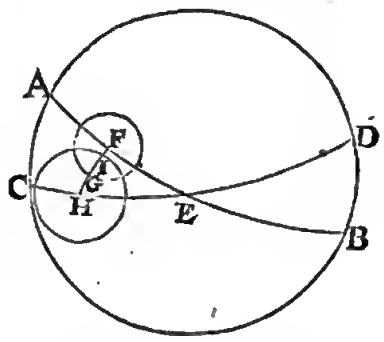
PROPOSITION LIX.

ESTant douné le raid viſuel de la Lune, en une eclipſe lunaire, ſon argument, & le raid viſuel de l'ombre: Trouver la quantité des doigts eclipſez, poſant que le diametre viſuel de la Lune en aye 12.

1. *Exemple, où la Lune eſt moins que la moitié eclipſée.*

Le donné. Soit A B voye de la Lune, C D ecliptique, E teſte du Dragon, F G raid viſuel de la Lune, trouvé par la 30 propoſ. je prens de 16 ①, & E F arc trouvé de 9 deg. comme on poſe l'avoit trouvé, par le 3 coroll. de la 37 prop. davantage H I raid viſuel de l'ombre trouvée, par la 44 prop. je prens de 40 ①, & G I ſoit la partie eclipſée du diametre viſuel de la Lune.

Le requis. Il faut trouver combien de doigts ecliptiques la Lune eſt eclipſée G I.



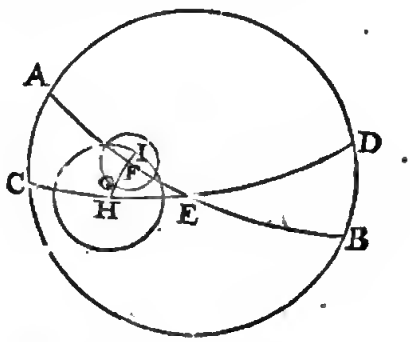
CONSTRVCTION.

Le ttiangle F E H ayant trois termes cognus, comme F droit, E 5 deg. & F E 9 deg. on trouvera l'arc F H, par la 36 prop. des triangles ſpheriques, de	47 ①.
Duquel oſté H I (que ſi on ne peut, on ſuivra le 2 exemple ſuivant) faiſant par le donné	40 ①.
Reſte pont I F,	7 ①.
Le meſme autrefois ſouſtrait de F G	16 ①.
Reſtera pour G I partie de la Lune eclipſée	9 ①.
Davantage, d'autant que F G fait 16 ①, le diametre viſuel ſera 32 ①; partant diſant 32 ① donnent G I 9 ①, combien 12? viendra pour G I en doigts ecliptiques pour la partie eclipſée de la lune requiſe	3 doigts 22 ①.

Dont la demonſtration eſt manifeſte.

2. *Exemple, où la Lune eſt plus qu'à demy eclipſée.*

Le donné. Soit A B voye lunaire, C D ecliptique, E teſte du Dragon, F G raid viſuel de la Lune trouvé par la 30 prop. (je prens) de 16 ①, & E F arc trouvé par le 3 corollaire de la 56 prop. je prens, de 3 deg davantage H I ſoit l'arc de la grandeur du raid viſuel de l'ombre, trouvé par la 44 prop. je prens, de 40 ①, & G I la partie eclipſée du diametre viſuel de la Lune.



Le requis. Il faut trouver combien contient G I partie eclipſée en doigts ecliptiques.

CONSTRVCTION.

Le triangle F E H a trois termes cognus, aſſavoir F droit, E 5 deg. F E 3 deg. par leſquels on trouvera F H, par la 36 propoſ. des triangles ſpheriques, de 31 ①.

Leſquels

Leſquels oſtez de H I (que ſi on ne peut, on ſuivra le premier exemple) faiſant 40 ①.
Reſte pour I F 9 ①.
Auquel adjouſté F G faiſant 16 ①.
Viendra pour la partie eclipſée G I 25 ①.
D avantage puis que le raid lunaire fait par le donné 16 ①, ſon double eſt 32 ①, lequel donne G I 25 ①, combien 12 ? viendra pour G I la partie eclipſée requiſe du diametre viſuel de la Lune 9 doigts 22 ①.
Dont la demonſtration eſt manifeſte.

Corollaire.

Il reſulte que ſi F H, cy-deſſus premier en l'ordre, euſt eſté trouvé egal à H I, que c'euſt eſté 6 doigts ecliptiques ſans autre recerche, pour le raid viſuel de la Lune obſcureie.

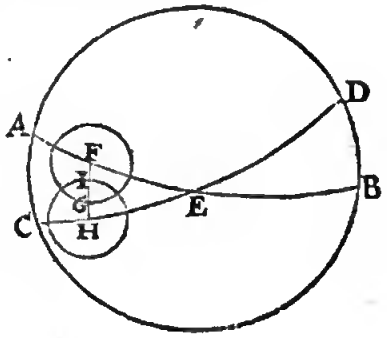
Auſſi ſi le cinquieſme en l'ordre G I euſt eſté trouvé egal au diameire viſuel de la Lune, qu'elle euſt eſté entierement obſcutcie & eclipſée, qui ſont 12 doigts ecliptiques.

Concluſion. Eſtant done donné le raid viſuel de la Lune, &c.

Proposition LX.

Eſtant donné le raid viſuel de la Lune en une eclipſe ſolaire veuë du centre de la terre, ſon argument, & raid viſuel du Soleil; trouver la quantité de la partie eclipſée en doigts ecliptiques.

Le donné. Soit A B voye lunaire, C D l'ecliptique, E teſte du Dragon, F G raid viſuel de la Lune, trouvé par la 30 propoſition, je prens, de 16 ①, & E F, trouvée



par le 3 corollaire de la 56 propoſition, je prens, de 4 deg. D'avantage H I raid viſuel ſolaire, trouvé par la 8 propoſition de (comme je prens) 15 ① 50 ②, & G I ſoit la partie d'iceluy eclipſée.

Le requis. Il faut trouver combien de doigts ecliptiques contient G I, partie eclipſée dn diametre viſuel ſolaire.

Construction.

Le triangle F E H a trois termes cognus, comme ſont F angle droit, E 5 deg. & F E 4 deg. par leſquels & la 36 propoſition des triangles ſpheriques, ſera trouvé F H eſtre de 21 ①.
Duquel oſté H I faiſant 15 ①, 50 ②.
Reſte pour I F 5 ①, 10 ②.
Iceluy oſté de F G, qui eſt 16 ①.
Reſte pour G I partie du Soleil eclipſé 10 ①, 50 ②.
Or puis que le raid viſuel du Soleil eſt 15 ① 50 ②, le diametre ſera ſon double, qui eſt 31 ① 40 ②, lequel donne G I 10 ① 50 ②, combien donnera 12 ? viendra pour le requis G I partie eclipſée du Soleil 4 doigts 6 ①.
Dont la demonſtration eſt manifeſte.

Notez.

On pourroit donner encor un exemple, où plus de la moitié du Soleil eſt eclipſée, comme en la 59 propoſition, mais dés là telle choſe eſt aſſez evidente.

Concluſion. Eſtant donné le raid viſuel, &c.

Alb. Girard.

Touchant les annotations faites ſur les 57 & 58 propoſitions precedentes, en ce cas la 59 n'en a pas affaire; mais bien celle-cy où on devoit prendre l'angle F H E droit, & non pas F; d'autant que c'eſt une eclipſe de Soleil, & partant le requis eſt du Soleil; en la 59. il eſtoit requis de la Lune, comme eclipſe de Lune.

Corollaire.

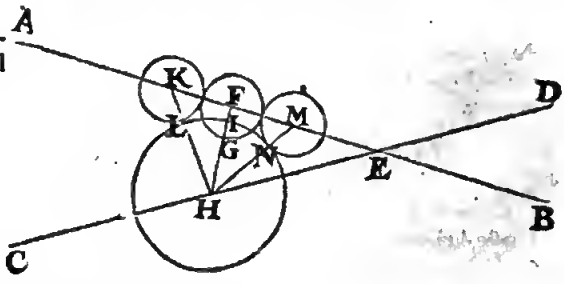
D'autant que la ſupputation faite cy-deſſus ſelon le requis de la propoſition, aſſavoir és conjonctions veuës du centre de la terre, ce qui n'eſt pas de meſme comme ſur la terre; d'autant que la parallaxe de la Lune eſt majeure à celle du Soleil, ce qui differe beaucoup és conjonctions: tellement qu'il eſt manifeſte que pour cognoiſtre les doigts ecliptiques de la partie eclipſée du Soleil, veuë du deſſus de la terre, qu'il faut adjouſter, ou ſouſtraire, à l'angle viſuel, cinquieſme en l'ordre, ce qui eſt cauſé par la parallaxe en latitude de ces deux aſtres, au temps de conjonction; ce qui eſt cognu par les 27 & 43 propoſitions; & la ſomme ou difference, eſt l'arc viſuel de la partie eclipſée du Soleil, duquel cerchant la quantité des doigts ecliptiques, comme au ſixieſme en l'ordre de ceſte 60 propoſition, ce qui vient ſera pour le nombre d'iceux veus du deſſus de la terre.

Mais d'autant qu'on me pourroit demander pourquoy il n'y a eu ſemblablement advertiſſement en la 59 propoſition touchant l'eclipſe de la Lune, il faut ſçavoir que la Lune & l'ombre ſont en meſme lieu, & partant n'ont diverſité de parallaxe comme le Soleil & la Lune, leſquels ſont en divers lieux.

Proposition LXI.

Eſtant propoſée une eclipſe de Lune, trouver les temps d'incidence & excidence.

Le donné. Soit A B voye lunaire, C D l'ecliptique, E reſte du Dragon, F G la Lune, de laquelle le raid viſuel F G ſoit trouvé par la 30 propoſition, je prens,



de 16 ①, & E F arc de (comme je prens, iceluy eſtre trouvé par le 3 corollaire de la 56 propoſition) 9 deg. D'avantage ſoit H I grandeur du raid viſuel de l'ombre trouvée par la 44 propoſition, & je prens de 40 ①.

Le re-

Le requis. Il faut trouver les temps d'incidence & excidence.

Preparation. Soit d'un poinct en la voye lunaire, comme K, descrit le cercle K L egal à F G, touchant l'nmbre en L exterieurement, comme la Lune au commencement de l'eclipse ; & pareillement le cercle M N, comme fin de l'eclipse, puis menés les arcs H L K & H N M.

CONSTRVCTION.

Le triangle F E H a trois termes donnez, comme l'angle E F H droit, E 5 deg. & le costé F E 9 deg. par lesquels on trouvera F H de 47 ①.

Le triangle H F K a ses termes suffisans cognus, comme F droit, F H 47 ①, premier en l'ordre, & H K 56 ① (car H L estant egal à H I fait 40 ①, & K L egal à F G fait 16 ①, faisant donc ensemble H K 56 ①) pour cognoistre F K, qui sera trouvé de 31 ①.

Je cerche en apres le gain de la vraye Lune en une heure, au lieu donné, & sera trouvé par la 33 proposition au corollaire, je prens, de 28 ①.

Disant donc 28 ① donnent une heure, combien 31 ①, deuxiesme en l'ordre ? viendra pour le temps que le centre de la Lune a gaigné sur le Soleil, l'arc K F, pour la moitié du temps de toute l'eclipse, pour le temps d'incidence requis, 1 heure 6 ①.

Et autant sera l'excidence de F en M.

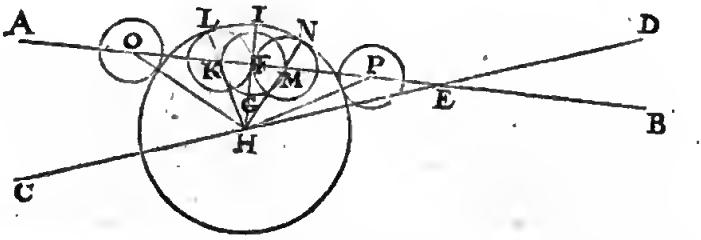
Dont la demonstration est manifeste par l'operation.

Conclusion. Estant donc proposée une eclipse lunaire, nous avons trouvé les temps, &c.

PROBLEME. PROPOSITION LXII.

Estant proposée une entiere eclipse lunaire ; trouver combien l'eclipse entiere durera en l'ombre.

Le donné. Soit A B voye lunaire, C D ecliptique. E teste du Dragon, F G raid visuel de la Lune, trouvé,



je prens (par la 30 proposition) de 16 ①, & E F trouvé par le 3 corollaire de la 56 proposition, je prens, de 11 ①. D'avantage soit H I l'arc denotant le raid visuel de l'ombre au milieu de l'eclipse, trouvé par la 44 proposition, je prens de 40 ①.

Le requis. Il faut trouver combien de temps la Lune demeurera dans l'nmbre.

Preparation. Pource que nous presuppoſons que l'nn trouvera en l'operation la Lune estre entierement obscurcie, soit dessus K poinct dans la voye, fait un cercle dans l'ombre, comme K L, egal au cercle F G, touchant interieurement l'nmbre en L, comme la Lune au commencement de sa totale submersion en l'ombre : & semblablement le cercle M de l'autre costé touchant l'ombre en N, comme fin de la submersion, puis menez les deux arcs H K L & H M N.

CONSTRVCTION.

Le triangle F E H a trois termes cognus, comme l'angle E F H drnit, F E H 5 deg. & F E 10 ①, par lesquels on trouvera le costé F H, par la 36 proposition des triangles spheriques, de 1 ①.

Le triangle H F K a trois termes cognus, comme l'angle F droit, F H 1 ①, premier en l'ordre, & H K 24 ① (car H L estant egal à H I fait 40 ①, duquel osté K L egal à F G 16 ①, restera, comme dit est, pour H K 24 ①) par lesquels on trouvera F K de 22 ①.

Je cerche en aptes le gain de la vraye Lune en nne heure au lieu donné, qni sera (je prens) par le corollaire de la 33 proposition, de 28 ①.

Disant alors 28 ① donnent une heure, combien 22 ①, deuxiesme en l'ordre ? viendra pour le temps que le centre de la Lune, aura gaigné l'arc K F, qui est pour la moitié du temps de la submersion totale de la Lune 0 heure 47 ①.

Son double pour le requis 1 heure 34 ①.

Dont la demonstration est manifeste.

Conclusion. Estant proposée une eclipse lunaire entiere, nous avons trouvé combien l'eclipse entiere durera en l'ombre, selon le requis.

COROLLAIRE.

Si d'icy on requeroit, les temps d'incidence, & d'excidence, il est evident qu'on les trouvera, ayant le gain lunaire sur les arcs F O, F P, comme elles ont esté trouvées en la 61 proposition sur les arcs F K, F M.

PROPOSITION LXIII.

Estant proposée une eclipse solaire, veuë du dessus de la terre ; trouver les temps d'incidence, & d'excidence.

Pour declarer premierement en general la construction de ceste propnsition, c'est qu'au remps d'incidence de l'eclipse Solaire, veuë dn centre de la terre, trouvé selon la maniere de la lunaire en la 61 propnsition, il faut adjouster ou soustraire, autant de temps que cause la parallaxe : ce qui n'est pas ainsi en celle de la Lune, d'autant que la Lune & l'ombre sont au mesme lieu, n'nnt partant qu'une mesme parallaxe sans difference, an contraire icy le Soleil & la Lune sont en divers lieux bien esloignez : ce qu'estant bien entendu nous viendrons à l'exemple.

Construction.

Soit le temps d'incidence veu du centre de la terre, & trouué comme en l'eclipſe lunaire de la 61 propoſition de 1 heure.

Puis on trouuera la difference de la parallaxe en longitude du Soleil & de la Lune, au lieu où la Lune eſtoit ſur l'horizon, laquelle trouvée par la 43 propoſition emporte, je prens, 20 ①.

Je cerche puis apres le gain de Lune en une heure audit lieu, trouué par le cotollaire la 33 propoſition je prens, de 30 ①.

Je dis en apres 30 ① donne 1 heure, combien 20 ? vient 0 heure 40 ①.

Lequel adjouſté à 1 heure, premier en l'ordre, ou oſté d'icelle, ſeloo que la choſe le requiert, & prenant que ce ſoit additioo, viendra pour le temps requis 1 heure 40 ①.

Mais pource qoe l'arc d'excidence n'eſt pas neceſſairement egal à l'arc d'incidence, comme il advient touſiours es eclipſes de Lune pour les cauſes cy-deſſus mentionnees, il fandra à ceſte fin faire ſemblable operation pour trouvet le temps d'excidence, qu'on a fait pour trouver le temps d'incidence, lequel eſtant trouvé, on aura le requis.

Dont la demonſtration eſt manifeſte.

Concluſion. Eſtant donc propoſée une eclipſe de Soleil, veuë du deſſus de la terre, nous avons trouvé combien elle durera, ſelon le deſſein.

Corollaire I.

Si on vouloit faire le compte du temps, on de la durée de l'entiere eclipſe ſolaire, comme en la 62 ptopoſitioo a eſté fait de celle de la Lune; il eſt notoire qu'alors on aura le temps de l'entiere eclipſe ſolaire, veuë du centre de la rerre, oſtant ou y adjouſtant puis apres ee qui eſt cauſé de la parallaxe, qu'on auroit le requis: toutefois ce temps ne pourroit pas durer long temps, à cauſe du peu de difference du majeur diametre viſuel de la Lune, au deſſus le moindre du Soleil, dont les moitiés ſont poſees *d'Eraſme* és *tables Pruteniques* de 17 ① 49 ②, & 15 ① 40 ②, deſquels la difference eſt 2 ①, 9 ②, & le double pour l'excés de celuy de la Lune, ſur celuy du Soleil ſera 4 ① 18 ②: Si maintenant l'on prend le gain lunaire apparant de ce jout-là. de 10 deg. diſant 10 deg. donneot 24 heutes, combieo 4 ① 18 ② ? ce qui eo viendra, aſſavoir 0 heute 10 ①, ſeroit pour la longueur du remps.

Corollaire II.

Il eſt evident que l'eclipſe du Soleil peut durer plus long temps, que le gain lunaire apparant ſur les diametres viſuels du Soleil & de la Lune; aurant que le temps du gain lunaire emporte pour parcourir la parallaxe.

Notez I.

J'avois mis au Sommaire de ceſte cinquieſme diſtinctioo qu'il ſeruit traicté des eclipſes des planetes en general: Neantmoins n'ont eſté deſcrites autres propoſitions que pour le Soleil & la Lune: Quant aux auttes donc, ſi leurs cours en longitude & latitude eſtoyent aſſez eognus, dequoy on doute fort, il eſt notoire que ce qui a eſté dit cy-deſſus des eclipſes du Soleil & de la Lune, ſerviroit pour regle commune des autres; pource qu'avec le gain cognu d'une planete au deſſus de l'autre, on opereroit comme devant: tellement qu'il ne manque rien ſinon plus grande certitude dn cours des auttes planetes, en longitude & latitude.

Notez II.

Mon deſſein eſtoit en la deſcription du Sommaire de ce deuxieſme livre, comme il appert auſſi, d'y adjouſter encor une ſixieſme diſtinction de la pretendue deuxieſme inegalité de la Lune de *Ptolemée*, & troiſieſme inegalité de Saturne, Jupiter, Mars, Venus & Mercure, au cours en longitude: joinct une ſeptieſme diſtinction de la ptetendue deſcription dudit *Ptolemée*, du cours en latitude des ſuſdites cinq planetes, Saturne, Jupiter, Mars, Venus, & Mercure: mais d'autant que ſuivant mon deſſein j'euſſe deſcrit l'Aſtronomie au premier & deuxieſme livre, ſur l'hypotheſe de rerre immobile, ſans y meſler les inventions de *Ptolemée* touchant les ſuſdits mouvemens incognus, leſquels j'avois mis ſeparement: Comme auſſi ſemblablement la deſcription de *Copernique* de la terre mobile, lequel y avoit auſſi meſlé ſes proptes inventions, & leſquelles je ſeparay de meſme; la rapportant ſeule, afin que la recerche des traitez incognus ſuſdits ſoit plus claire & intelligible à un chacuo, afin de pouvoir parvenir en une meilleure theorie: Il eſt advenu que ce que j'avois ainſi preparé pour autruy, m'a ſervy d'inttoduction pour parvenir en nne theorie, qui me ſembloit meilleure; car lors que je vins à revoir mon troiſieſme livre, eſcrit ſelon la maniere de *Copernique* (lequel avoir demeuté long temps ſans y toucher) pour le faire imprimer, je parvins en une cognoiſſance du cours en laritude deſdites cinq planeres, Saturne, Jupiter, Mars, Venus, & Mercure: tellement qu'il me ſembloit, ne devoir plus eſtre appellés doteſnavant mouvemens incognus, & par conſequent la deſcription de ladite ſeptieſme diſtinction inutile, (car il ſemble qu'on peut mieux appliquer ſon temps à apprendre choſes certaines, qne d'eſcrire les opinions des hommes eo la recetche du cours des planetes) eſtans iceux deſcrits au troiſieſme livre. Et touchant la ſixieſme diſtinction, elle ſe verra en l'appendice de l'Aſtronomie, pour les raiſons y deduites.

Encot faut-il ſçavoir que ſi quelqu'un entendoit (*oy* devant, on apres en ces memoires Mathematiques) parler deſdits mouvements incognus, de la latitude, que c'eſtoit pour lors ainſi, veu que le troiſieſme livre ſuivant a eſté fait le dernier, y ayant parvenu, comme dit eſt, en la revenë d'iceluy.

Fin du deuxieſme livre de l'Aſtronomie.

TROISIES-

TROISIESME LIVRE DE L'ASTRONOMIE,

De l'invention du cours des Planetes, par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese essentielle de terre mobile.

SOMMAIRE DE CE TROISIESME LIVRE.

POur declarer en somme le contenu du present livre, il faut sçavoir que les planetes ont deux sortes de cours, l'un en longitude, l'autre en latitude: touchant le cours en longitude, il sera demonstré icy que par l'hypothese de terre mobile, la mesme conclusion s'entire, que par l'hypothese de terre immobile; seulement y ayant de difference, en ce qu'on trouve estrange par l'hypothese d'immobile les choses qui ne le sont par l'autre hypothese mobile, cõme fondée sur l'essentielle ordonnance des astres; ceste demonstration, assavoir que l'une & l'autre hypothese amene mesme conclusion, fera que ceste description sera briefve, car je ne feray aucun nouveau probleme en ceste hypothese mobile, pour trouver les cours, mais je prendray pour regle generale, que tout ce qui escheet en la supputation du cours en longitude, sera resout par les problemes fondez sur l'hypothese de terre immobile, descrits és deux livres precedens: je declareray aussi mon opinion en une particuliere proposition, pourquoy je tiens les computations plus commodes, faites sur l'hypothese impropre, que sur la propre. Apres le cours en longitude, suivra celuy de latitude, monstrant aussi que les diverses hypotheses font mesme conclusion.

Ce contenu estant tel en general, aura cinq distinctions. La premiere de la qualité des lieux des planetes, autant qu'il semble estre neccessaire à la declaration de leurs cours, par la position de terre mobile. Puis suivront trois distinctions du cours en longitude des planetes, avec position de terre mobile, assavoir la deuxiesme de la terre: la troisiesme de la Lune; la quatriesme de Saturne, Iupiter, Mars, Venus & Mercure; & la derniere distinction, du cours en latitude avec mesme position de terre mobile.

PREMIERE DISTINCTION DV TROISIEME LIVRE,

De la qualité des Cieux des planetes, autant qu'il est neccessaire à la declaration de leurs cours, suivant l'hypothese de terre mobile.

SOMMAIRE DE CESTE PREMIERE DISTINCTION.

Veu que le dessein est d'escrire icy le cours des planetes, suivant l'hypothese de terre mobile, il semble estre neccessaire de traicter de la qualité du monde, comme fondement sur lequel est fondé le precedent, autant que nous sçavons, & tellement que nous opinons, selon qu'il peut servir à la cognoissance du cours proposé: à ceste fin ceste premiere distinction comprendra six propositions.

La premiere, de l'ordre des Cieux des planetes, suivant la position de terre mobile.

La deuxiesme, du mouvement local de la terre; & de sa direction Magnetique.

La troisiesme, de la direction Magnetique des deferans & Cieux des planetes.

La quatriesme, du lieu où la qualité de la direction Magnetique est située, laquelle tient ainsi la terre & les deferans des planetes.

La cinquiesme, qu'il n'appert pas neccessairement, le Soleil estre au centre du Ciel des estoilles fixes.

La sixiesme, de l'admiration sans merveille de ceux qui posent la terre immobile.

PROPOSITION I.

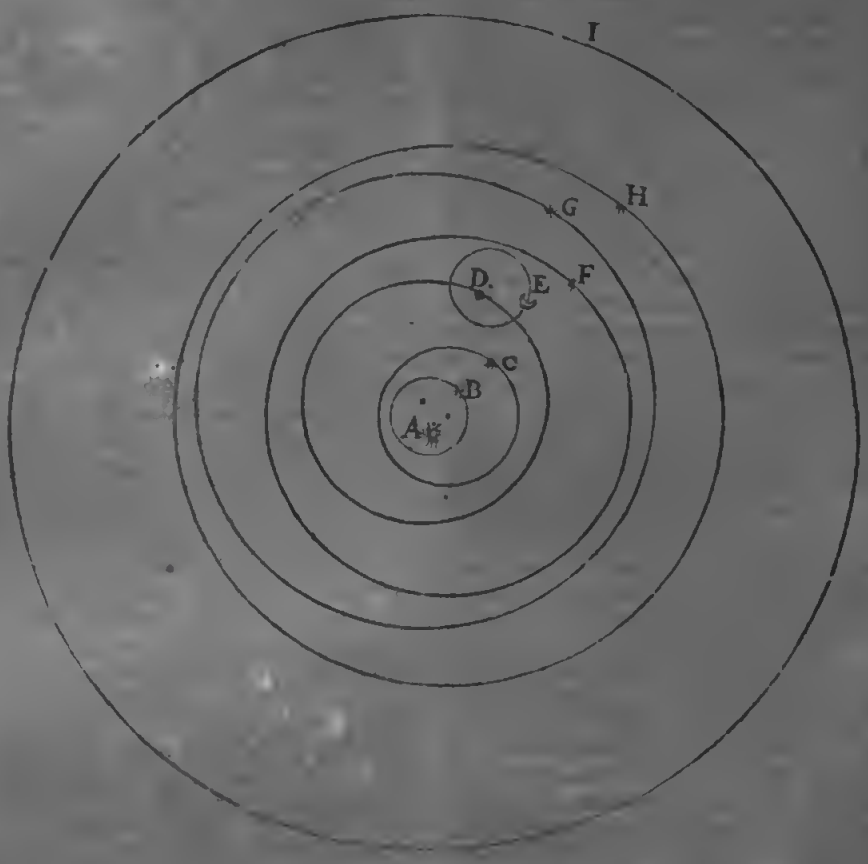
DEscrire l'ordre des Cieux des planetes, par position de terre mobile.

Les anciens suivans l'hypothese de terre immobile ayant supposé quelques epicyeles, où les planetes se mouvoyent en un temps qui convenoit avec le residu, de l'excés du cours du Soleil sur le cours des centres des epicycles en leurs deferans, comme Saturne, Jupiter & Mars: & d'autres epicycles le cours des centres desquels, convenoit avec le cours du Soleil, comme a esté dit au premier livre; ce qui ne pouvoit pas estre vraysemblable an jugement d'autres, lesquels commençoyent à aprofondir ceste science de plus pres; ont recerché si l'on ne pouvoit pas oster ces epicycles, en posant que la terre se mouve en un cercle, & ont trouvé l'affirmative, comme tesmoignent plusieurs, que l'opinion a esté cy-devant que la terre se mouvoit, sans que leur description soit parvenuë jusques à nous depuis l'aneantissement du siecle-sage, ny és mains de *Ptolemée*, ou d'autres qu'on sçache, mais a esté perdue, comme aussi plusieurs autres choses semblables. Toutefois *Nicolas Copernique* est venu à faire quelque description de mesme, ou qui a grande convenance à la mesme hypothese, laquelle je mettray icy comme s'ensuit.

Dedans le Ciel des estoilles fixes, que *Copernique* pose fixe & immobile, sont disposez par ordre les Cieux de Saturne, Jupiter & Mars, puis de la terre faisant son circuit en un an naturel, & encor deux mouvemens locaux, comme sera declaré au deuxiesme chapitre suivant, duquel le diametre de son Ciel, n'a aucune raison per-

ceptible au diametre de celuy des eſtoilles fixes : à l'entour de la terre tourne la Lune en un eccentrique ; puis ſuivent les Cieux de Venus & Mercure (à l'entour du Soleil, qui comme centre du monde demeure fixe) auſſi eccentriques, & les cours deſdites planetes, & de la terre ſe font d'occident vers l'orient.

Pour plus ample declaration, Soit le point A le Soleil fixe, à l'entour duquel ſont ſix cercles eccentriques, au premier deſquels eſt Mercure B, au deuxieſme eſt Venus C, au troiſieſme la terre D, à l'entour de laquelle ſe meut la Lune E ; & au quatrieſme, cinquieſme & ſixieſme ſont Mars, Jupiter & Saturne F, G, H, tous ſans eſpi-



cycles, puis en dehors eſt I le Ciel des eſtoilles fixes ſur le centre A, qui eſt le Soleil, comme a eſté dit.

Eſtant ainſi declaré ſimplement l'ordre ſuſdit ſans demonſtration, nous le declarerons maintenant plus amplement. La raiſon pourquoy Venus & Mercure ſont dans la voye terreſtre, eſt qu'on ne les voit jamais en oppoſition du Soleil, comme les autres. & que Mercure ſe meut au dedans de la voye de Venus, eſt que ſon eſlongation du Soleil eſt moindre à celle de Venus, comme a eſté dit au premier livre : & ſont ainſi au dedans de la voye de la terre, pource que leur diſtance majeure de la terre eſt plus grande que le raid de la voye terreſtre, comme ſera monſtré és calculations ſuivantes: & au contraire ſeroit impoſſible que les voyes de Saturne, Jupiter & Mars y ſoyent veu qu'ils ſe trouvent bien en oppoſition avec le Soleil : La raiſon pourquoy on remarque celle de Saturne eſtre le plus loing, puis Jupiter, puis Mars, eſtre doubles, eſt premierement parce qu'en conjonction de chaque deux, l'un eclipſe l'autre, aſſavoir que le plus pres couvre le plus loing, toutefois cela arrive tarement, & n'y a pas aſſez d'obſervateurs pour le remarquer. Secondement que cela ſe peut meſurer poſant la terre mobile (mieux que la poſant immobile où telle choſe demeure incognue) comme on meſure ſur terre quelle tour eſt la plus eſloignée de nous, veu que les deux lieux differens, que la terre a en ſa voye, ſont comme deux ſtations, pour la baſe d'un triangle, lequel a à ſes deux coſtez une raiſon fort perceptible, comme on verra en ſon lieu cy-apres. Touchant la raiſon du cours de la Lune, ſelon la figure, c'eſt qu'autrement elle ſeroit dehors la voye de la terre, comme Mars, Jupiter, ou Saturne ; ou dedans, comme Venus & Mercure : or elle ne peut pas eſtre dehors, car alors il n'y auroit aucune eclipſe de Soleil dedans non plus pour deux raiſons; premierement, elle ne viendroit jamais en oppoſition du Soleil, comme ne font auſſi Venus ny Mercure. Secondement, elle pourroit venir derriere le Soleil, tellement que les centre & œil du ſpectateur pourroyent eſtre en une ligne droite en eclipſe de Soleil, ce qui contredit à l'expetience.

Les raiſons pourquoy on croit que l'hypotheſe de terre mobile, eſt reele, & non pas de terre immobile, eſt telle ; Premierement, qu'on conclud, comme apparoiſtra cy-apres, que les planetes tournent ſimplement en des cercles, ſans ſuppoſition d'epicycle, & partant delaiſſez.

Secondement, que les aſtres qui font leur tour plus lentement ayent leur chemin plus grand & elles qui font plus long ſoient plus tard vues, ſi vray-ſemblable mieux convient que dire que le Ciel des eſtoilles fixes, qui eſt plus eſloigné ſe tourne le plus lentement, aſſavoir journellement un tour, & ſoient plus [illegible] la terre

la terre tourne pluſtoſt en un petit cercle, aſſavoir en ſon lieu, que oon pas toutes ces eſtoiles enſemble, un ſi grand circuit.

Tiercement, puis qoe les planetes vont d'Occident vers l'Orieot, ce ſeroit contre ceſt ordre que les eſtoiles fixes ſe mooveot d'Orieot vers Occideot, tellement qu'il eſt plus vray-ſemblable & plus ſimple, qu'il o'y ait qu'une façon & maniere de tourner.

Touchaot ce qu'on eſtime la terre eſtre immobile pour ſa peſanteor; il n'y a oulle apparence; car puis que la terre eſt noroiremeot une lumiere celeſte, recevant ſa clarté du Soleil, comme fait la Lune, ce o'eſt pas contre raiſon que la matiere de ces deux luminaires & auſſi des autres eſtoiles retieone leurs matieres en un, chacuoe la ſienne par une ſemblable proprieté, aſſavoit comme la mariere terreſtre reod vers le centre de la terre, (autrement elle s'eſpardroit comme feroit uo monceau de cendres en l'air) & encline à titer vers iceluy, juſqoes à ce qo'elle en ſoit empeſchée d'autre plus pres; & ainſi en faut-il dire des autres, & puis que cela ne les empeſche pas de ſe mouvoir en leur cercle, de meſme en peut-il eſtre de la terre, comme il ſemble auſſi que telle eſt l'opinion de *Copernique* au 9 chap. de ſon premier livre: Et ſi par exemple que lqu'un eſtant loing de la terre, voyant reluire la terre auſſi bien que les autres, antoit-il raiſon de dire, qu'icelle eſt peſante pluſtoſt qu'une autre, & eſtre eſmerveillé de ce qu'elle tourne, auſſi bien que les autres eſtoilles? j'ay opinioo que oon.

Quant à l'objection de *Ptolemée* contre le moovement de la terre, aſſavoir que les edifices & les tours renverſeroyent, à cauſe de la tencoorte de l'air; auſſi que ce qui eſtant jetté en haur ne pourroit retombet au meſme lieu, ou pres de là, mais bien auſſi loing que ce que la terre pourroit cauſer en outrepaſſant; cela ne peut pas ſubſiſter, d'autant que ſi on preooit la meſme ſuppoſition, aſſavoir qne l'air ne s'accommode avec la terre, le meſme ioconvenient adviendroit en l'hypotheſe de terre immobile; en ce qoe l'air agité par le monvement du premier mobile & de tout ce qui le ſuit, pouſſera auſſi fort contre la terre immobile; qne feroit la terre mobile contre l'air immobile: ce qui ſe peut entendre d'un baſton à plomb, qu'on pouſſe de violence dans une eau dormante, & un autre auſſi à plomb fiché dans le food d'une riviere, dont la rapidité ſoit egale au pouſſement du precedent baſton; où l'on jugera, comme de taiſon, que les deux baſtons tencontreot l'eau egalement violente & rapide: dont s'enſuivroit ſemblablement, qoe ce qui ſeroit jetté en l'air, ſeroit emporté d'iceluy, auſſi loing que le moovement de l'air importe: ce qui n'advient pas; & partant l'air qui circuit la terre fait un Globe avec icelle lequel ſe meut avec la terre.

Concluſion. Nous avons donc deſcrit l'otdre des Cieux des planetes ſuivant l'hypotheſe de terre mobile, ſelon le deſſein.

Proposition II.

Declarer le mouvement que la terre fait en ſon lieu; & ſa direction magnetique.

Joignant le cours de la terre de lieu en lieu, d'Occident vers l'Orient, fait un circuit par an, comme a eſté dit en la premiere propoſition, elle en a encot deux en lien: l'un eſt le cours journel ſur ſon axe d'Occident vers l'Orient; lequel eſt comme on diroit, d'une pierre à eſguiſer le fer tournant dans un navire vogant: aſſavoir que la pierre a mouvement de lieu en lieu par le navire, & un mouvement local ſur ſon axe: l'autre cours (ſelon *Copernique* au chap. 11. de ſon premier livre) eſt, que cependant que la terre fait ſoo cours annuel d'Occident vers l'Orient, elle en fait un autre en lieu au meſme temps au contraire, aſſavoit d'Orient vers l'Occident; tellement que par là l'axe demeute touſiours parallele, (ou ce qui eſt tout un) tire vers meſme lieu; comme ſi quelqu'un attachoit un feſtu au centre du carton d'une bouſſole, parallele à l'axe de la terre; & icelle bouſſole ſoit dans un navire, lequel circuiſele foſſé d'une ville ronde, il eſt noroite que la bouſſole eſtant emporrée du navire aura circuit auſſi le foſſé de lieu en lieu, mais cependant ladite bouſſole fera un tour de l'autre coſté, contre le cours du navite; tellement que telle partie que le oavire aura fait de ſon circuit, telle partie la bouſſole aura-elle fait de ſon circuit de l'autre coſté, demeurant par ce moyen ledit feſtu touſiours parallele à l'axe de la tetre; & le meſme s'entendra du cours de la tetre en ſa voye, laquelle tourne cependant un tout de l'autre coſté en lieu, tenant ainſi l'axe vers un meſme lieu: Et je penſe que c'eſt le vray ſens de ce que dit *Copernique*, joinct une figure audit 11 chap. de ſon premier livre: mais d autant que ce mouvement ainſi dit de luy ſimplement ſans aucune raiſon oarurelle, ny demonſttarion, a eſté cauſe que je ne pouvois de long temps digeter ces deux cours eo meſme remps, comme on fait des roüages d horloges, d'autant que c'eſt une choſe par trop racommode; tootefois il devoit eſtre tel pout coovenir ao reſte: finalement eſt venu en lumiere un livre de *Guillaume Gilbert*, [*De magno magneté Tellure*] du grand Aymant terteſtre, où il me ſemble que ce mouvement eſt à deſcouverr, & eſt bien declaré: dont la ſomme eſt telle. On trouve ſur la terre tant de pierres d'Aymant, en ſi grande quantité, & d'autre matiere de force Aymantine, (comme ſoot les montagnes de mines de fer qui ſont en grande quantité de tous coſtez, & ont meſme nature d'arttactioo) qu'elle eſt comme une ſeule pierre d'Aymant ſemblable en proptieté, comme les pierres d'Aymant tournées en Globe, leſquelles enfermées dans du liege auſſi en forme de Globe, & les mettant dans l'eau, figurent la terre ſoſpendue en l'air, car alors elles diſpoſent leur axe parallele à celuy de la terre, les poles chacun vers le ſien: D'avantage ſi ſur icelles on met des perites bouſſoles comme ſont les quadrans ſolaires portatifs, on trouve que l'Aymant a telle proptieté comme la terre, touchant les declinaiſons de l'aiguille, eſlevations & mouvemens d'icelle; ce qui a monſtré la cauſe auſſi de ladite declinaiſun de l'aiguille du Nord, qui a tant eſté recerchée; car ſi on fait des foſſes en l'Aymant & qu'on ne mette pas la bouſſole droit au milieu, (où elle pourroit monſtrer le vray Nort) mais ptes l'un des bords, comme vers l'Occident, alors elle declinera vers l'Occident; & vers le bord Otiental, elle declinera vers l'Orient; & veu que la terre eſt auſſi une telle ſphere Aymantine, ayaor des profondeurs en la mer, ou au milieu arriere de la terre, oe decline du Nort comme entre l'Amerique & l'Europe, mais de là vers l'otient du coſté de l'Europe elle decline vers l'Orieot; & de l'autre coſté, vers l'Occident: La meſme taiſon ſe trouve vers les grands Promooroirs, comme le Cap de bonne Eſperance & pluſieurs antres, deſquelles choſes l'Autheut deſcrit pluſieurs exemples au detnier chap. de ſon quatrieſme livre.

La terre ayant donc ceſte vertu Magnetique, il faut que ſon mouvement ſuſmentionné ſe face de neceſſité par telle vertu, (aſſavoir le monvement d'Orient vers l'Occideut, en un an un rour.)

Jusqu'icy ceste vertu Magnetique a esté nommée un mouvement, mais pour en dire mon opinion, je trouve estre plus expedieut de l'appeller direction ou tetension Magnetique, pour ces raisons : J'ay dit cy-dessus que les mouvemens celestes qu'on suppose egaux, & qui conviennent ensemble, ne me venoyeut à gré, comme n'estans ainsi vray-semblables, accordans à la nature: toutefois quelqu'un pourroit objecter ces deux mouvemens terrestres egaux dessusdits; ce qui m'a esté dit que pour faire plus ample declaration de tout, mais à mon advis c'est mieux dit de l'appeller direction, ou tetension Magnetique, comme a esté dit de la bousole qu'on fait tournet à l'entouc d'une ville tonde; cat ainsi le faut-il entendre du mouvement de la tette eu sa voye: tellement que ce que j'ay nommé jusques à present le deuxiesme mouvement en lieu, je le dis estre mainrenant (selou le coutenu de la propositiou) sa direction Magnetique, comme signifiant assez qu'icelle terre dirige ainsi par la vertu Magnetique son axe tousiours pacallele en l un & l'autre lieu de sa voye, ce qui se doit tetenir pour les choses suiuantes: Notez aussi que si on le nommoit mouvement, que ce setoit contre l'otdre des signes, ce que je ne temarque estre fait, en pas un autre Ciel.

Conclusion. Nous avons donc declaré le mouvement de la terre en lieu, & sa direction Magnetique, selou le tequis.

Proposition III.

Declarer La direction Magnetique des deferans des planetes, & de leurs Cieux ou orbes.

Ceste proprieté de direction Magnetique n'est pas seulement eu la tette, comme dit est, mais aussi (ce qui servira d'approbation de l'autte) en son deferant, comme il appett par l'apogée dn mesme, lequel à cause du cours dn Ciel de Mats (où est enfermee la tette & son deferant) devtoit faire aussi un tour par an, eę qui toutesfois n'advient, comme l'experieuce le monstre: cat on trouve que plusieurs années se passent devant que parfaire un degré, quasi comme s'il estoit fixe. d'où se conclud que la terre n'est pas seulement dirigee Magnetiquement, mais aussi sa voye entietement: voire que pour semblables raisons, le mesme advient és deferans des autres planetes, desquels les apogées ne reçoivent aucun mouvement des Cieux qui les envitonnent, ainsi qu'il appert manifestement au deferant de Metcure, duquel l'apogée devroit se mouvoir (à cause du mouvement du deferant de Venus) fort vistement, à chaques 225 jours un tour, & tant plus vistemeut que pourroyent causec les autres deferans d'alentouc, ce qni n'avient pas veu que l'apogée de Metcure se meut aussi lentement que les autres tous.

Faut aussi sçavoir que telle directiou Magnetique n'est pas seulement aux deferans plats des planetes, comme a esté dit, mais aussi aux Globes celestes entiers, (qu'on appelle orbes) où ils sont portez, tellement que leurs axes (comme a esté mentiouué en la deuxiesme propositiou de l'axe de la terre) sont dirigez tousiours vers un mesme lieu: car si ceste ditectiou n'estoit pas, les deux poles de l'orbe qui potte la terre, ne demeureroyent pas en mesme lieu, mais descriroyeut un cercle tel que la declinaison du deferant de la Lune le pourroit causec: Ou pour dire autrement, la terre ne demeuteroit pas touiours sans latitude, dans le plan qu'on nomme l'ecliptique, mais quelquefois telle grande latitude que celuy de Mars a; & de mesme le faut-il entendre des otbes des autres planetes, comme de celuy de la terre, eutre lesquels celuy de la Lune a une ditection Magnetique fott temarquable, d'autant que son apogée ne reçoit aucune altetation dn cours annuel de l'otbe qui conduit ou porte la terre: Aussi qu'au cours en latitude des planetes de dessous, s'ensuivtoit uu deteglement, causé par le mesIange des diverses latitudes des deferans des planetes qui sont au dessus: Ce qui n'advient pas (comme il apparoistra mieux par la description suivante, de l'ordre simple qu'ils tiennent au mouvemeut en latitude) & partant faut couclurre que telle directiou est non seulement aux deferans des planetes, mais aussi à leurs otbes.

Notez encot cecy, que si ou vouloit suivte l'otdre de la description des Cieux des planetes, que *Copernique* eu son ptemiet livre chap. 11. fait en la description de la terte, icy mentionnée en la deuxiesme propositiun, on devtoit dite cecy: que puis que le Ciel de Jupiter fait son citcuit trente-annéeu, d'Occideut vers l'Orient, qu'il reçoit du Ciel de Saturne, il fera aussi cependant, & au mesme temps, contre le susdit cours, un touc en lieu d'Orient vers l'Occident; tellement que par ce moyen son axe se tient & est dirigé vers uu mesme lieu. Mais il me semble que pour les raisons susdites, qu'il est plus intelligible & naturel de nommet cela une ditection Magnetique, que mouvement; qui plus est, il faudroit dire du mouvement des plauetes de dessous, comme je ptens de Meccure, d'avantage que du mouvement de Venus, veu que ce seroit la somme des mouvemens des autres planetes qui sont au dessus.

Finalement, je diray encote, que du passé j'estois en suspens sur ceste matiere; tenant d'un costé pour cegle generale, que tout comprins doit suivre la voye du comprenant, d'où s'eusuivroit que le cours de chacune planete viendtoit du mesIange des eours des autres planetes qui sont au dessus: & d'autte costé, je voyois advenir le contraire: cecy me faisoit douter, assavoir-mou si les Orbes n'estoyent contigus les uns aux antres, mais ercans par l'ait, comme les oyseaux à l'entour d'uue touc, sans que son mouvement attietnne à celuy de l'autre; contre quoy d'auttes raisons me teprenoyent: mais estant venu à la cognoissance de la proprieté susdite, que je nomme directiou Magnetique, ces doutes prindtent fin.

Conclusion. Nous avons donc declaré la direction Magnetique des defetans des planetes, & de leurs Otbes, selou le tequis.

Proposition IV.

Dire touchant le lieu des attractions, qui dirigent la terre, les deferans & les Orbes des planetes, en leurs dispositions.

Les vertus qui riennent & dirigeut la terre, les deferans. & les Otbes des planetes, (lesquelles vertus se pourcoyent uommet Aymans pac comparaison) semblent estre hors des Cieux des planetes, excepté du deferant de la Luue: car par exemple, si on mettoit une pietre d'Aymant dans la quaisse de la bousole, & faisant tourner la quaisse, l'aiguille ne monstrera pas tousiours un mesme costé, mais bieu tousiours vers l'Aymant, poutce qu'elle tourne avec: De mesme aussi si la vertu attrayante, laquelle tient la terre & son Orbe entier en telle disposition, estoit dans sa quaisse (qui est l'Orbe de Mars) & tournée dans icelle, alors l'apogée du deferant de la terre tecevtoit le eours de Mars, assavoir en deux ans une revolution: Mais poutce qu'il n'en est pas ainsi, on pourra couclurre que la vertu attrayante la terre n'est dans l'Orbe de Mars, ny pour les mesmes raisons en pas une des autres planetes: Mais d'autant que leurs apogées

gées tirent touſiours vers un meſme coſté entre les eſtoiles fixes, comme l'on obſerve, ſuivant le cours tres-lent d'icelles, on tiendra pour choſe certaine, que telles vertus ſont en la quaiſſe, ou Ciel des eſtoiles fixes : & ce non ſeulement de la terre & de ſon Ciel, mais auſſi de tous les autres Cieux des planetes, excepté la Lune, comme dit eſt ; l'apogée du deferant de laquelle fait un tour en neuf ans, par la 9 propoſition du premier livre, & partant ſa vertu attrayante, eſt en un lieu plus bas, comme dans la quaiſſe ou Ciel environ, entre Mars & Jupiter. Et puis que je ſuis en ceſte matiere, je diray encore cecy : c'eſt qu'ayant trouvé le cours propre de l'apogée du deferant de la Lune, eſtre non pas 6 ☉ 41 ☿ par jour, ſelon l'ordre des ſignes, comme on conclud eſtre ainſi en l'hypotheſe de terre immobile, mais bien 52 ☉ 27 ☿ par jour, contre l'ordre des ſignes en l'hypotheſe de terre mobile, comme on verra en ſon lieu, je trouvay eſtrange que ceſte hypotheſe propre amenoit ainſi quelque cours contre l'ordre des ſignes : Mais conſiderant puis apres que ſa vertu attractive eſtoit en un autre Ciel, faiſant ſa revolution environ en neuf ans, comme dit eſt, ſelon l'ordre des ſignes, j'apperceus que cecy n'eſtoit pas contre la regle, mais que tout tournoit d'Occident vers l'Orient, & que telle apparence avoit ſa raiſon.

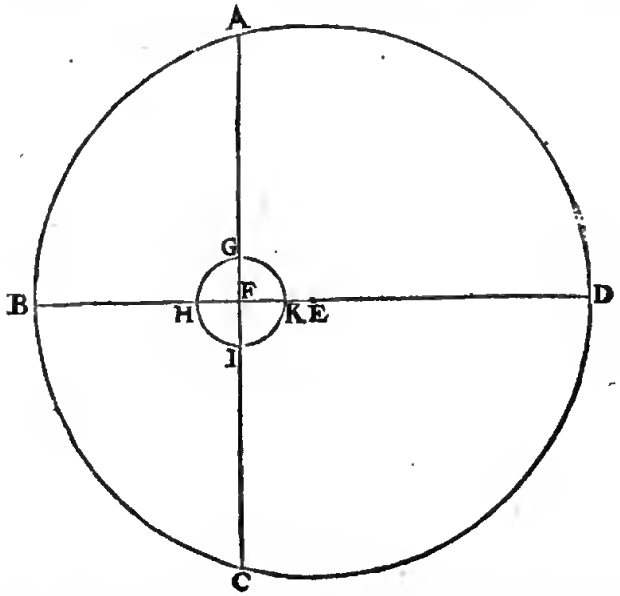
Concluſion. Nous avons donc parlé du lieu des vertus attractives, leſquelles tiennent la terre, les deferans, & Orbes des planetes en leurs directions Magnetiques, ſelon le requis.

PROPOSITION V.

DEclarer comment il n'appert de neceſſité que le Soleil ſoit le centre du Ciel des eſtoiles fixes, mais que pour bonne raiſon on l'y ſuppoſe eſtre.

Tout ainſi qu'il eſt beſoing de choiſir ſur le Globe de la terre un demy-meridien, afin que tous ceux qui traictent de la Geographie prennent en commun entr'eux un tel commencement de longitude, dequoy a eſté parlé en la 4 definition du premier livre de la Geographie ; de meſme eſt-il de beſoing en l'Aſtronomie, de prendre & choiſir un certain poinct pour eſtre appellé le centre, entre ceux qui en traictent ; comme en la ſuppoſition de terre immobile, on prend bien à propos la terre pour eſtre au centre du Ciel des eſtoiles fixes, car lors qu'on conclud que ledit Ciel tourne alentour de ſon centre, il faut que la terre ſoit ſur iceluy, autrement on n'auroit pas la moitié du Globe des eſtoiles ſur l'horizon, ce qui repugne à l'expetience, comme declare *Ptolemée* au 5 chap. de ſon premier livre.

Touchant le centre du monde en l'hypotheſe de terre mobile, il vient à propos de prendre que le Soleil y ſoit, pource qu'il eſt aſſez bien le centre des cercles deſcrits par les apogées des deferans des planetes, mais de dire qu'iceluy ſoit le centre du Ciel des eſtoiles fixes, je penſe que cela eſt indemonſtrable. Soit à ceſte fin A B C D le Ciel des eſtoiles fixes, ſon centre E, par où eſt mené le diametre B E D, & A C perpendiculaire ſur iceluy, le coupant en F, hors le centre E, & du poinct F,



comme centre, ſoit deſcrit un cercle G H I K ; ce qu'eſtant ainſi, il appert que combien que l'arc A B C ſoit moindre à C D A, toutefois pource que le cercle G H I K demeure touſiours en meſme lieu, & qu'auſſi le cercle A B C D eſt fixe, il ſemble que ces arcs ſoyent demicercles, eſtans veus du centre F du deferant de la terre, comme auſſi A B, ou l'angle A F B 90 degrez ; & de meſme eſtant veu de la terre en chacun lieu de la circonference G H I K, pource qu'il n'y a aucune raiſon perceptible du diametre H K au raid B E, ou à B H ; on pourroit dire que puis que l'Orbe entier de la terre G H I K n'eſt qu'un poinct en comparaiſon du Ciel des eſtoilles fixes, qu'on ne peut demonſtrer que le Soleil en ſoit le centre, pluſtoſt que l'apogée du deferant de la terre, ou qu'ancun autre poinct en iceluy deferant : voire on peut eſtimer que le Ciel de Saturne n'eſt qu'un poinct en comparaiſon du Ciel des eſtoiles fixes, pour ces raiſons : ſon diametre eſt environ neuf-fois le diametre du deferant de la terre, comme on verra en la propoſition de ce troiſieſme livre : d'où s'enſuit que les eſtoiles fixes, veuës du deferant de Saturne auront une parallaxe, ou proſtaphereſe, neuf-fois plus grande que celle qui eſt veuë du deferant de la terre, qui eſt neuf-fois une grandeur imperceptible, laquelle eſt auſſi imperceptible, ou bien de nulle conſequence : & partant puis que le Ciel de Saturne n'eſt qu'un poinct au pris du Ciel des eſtoiles fixes, chacun poinct en iceluy pourra eſtre pris pour centre du Ciel des eſtoiles fixes, ſans

pouvoit remarquer aucune eccentricité ; & par conſequent ne ſemble pas demonſtrable le Soleil eſtre le centre, pluſtoſt qu'aucun poinct au deferant de Saturne.

Touchant ce que *Copernique* dit en ſon premier livre chapitre 10, que l'on ne pourroit mieux poſer ceſte lampe en ſi beau temple qu'au centre d'iceluy, afin d'illuminer le tout enſemble ; ce ſont bien des raiſons naturellement pregnantes, mais non pas demonſtrations Mathematiques ; & ainſi on pourroit dire de tout autre poinct, comme je prens le centre du deferant de la terre pour le centre du Ciel des eſtoiles fixes, poſant que le Soleil face un circuit à l'entour, dont le raid ſoit egal à l'eccentricité du deferant de la terre, & là deſſus fonder le cours du reſte ; ce qui ſe pourroit faire ſans erreur ; mais il eſt plus facile & commode d'y poſer le Soleil, comme centre du firmament, tant pour declarer la convenance des hypotheſes de terre mobile & immobile, comme on verra cy-apres, que pour autres ſubjects qui ſe rencontrent, leſquels en ſont d'autant plus faciles & intelligibles.

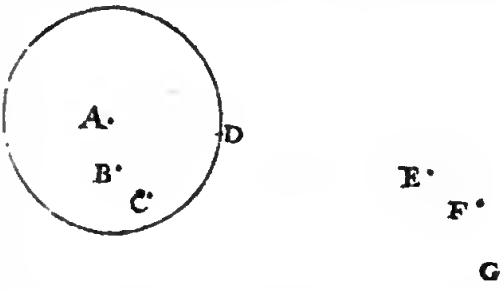
Concluſion. Nous avons donc declaré, qu'il n'appert pas que le Soleil ſoit de neceſſité le centre du firmament, mais que pour bonnes raiſons il eſt choiſi eſtre tel, ſelon la propoſition.

Proposition VI.

Dire des admirations ſans merveille de ceux qui ſuppoſent la terre immobile.

La pluſpart de ceux qui entendent & tiennent pour certain la deſcription du cours des planetes de *Ptolemée*, s'eſmerveillent de pluſieurs proprietez qu'ils y remarquent : Premierement, que Saturne, Jupiter & Mars en l'oppoſition du Soleil ſont touſiours au plus ptes de la terre, & en conjonction au plus loing. Secondement, que leur cours en l'epicycle convient touſiours avec l'excés du cours du Soleil, ſur le cours du centre de l'epicycle. Tiercement, que le contraire advient à Venus & Mercure ; car leur cours en l'epicycle n'a pas telle convenance avec le Soleil, mais que le cours de leurs centres d'epicycle y convient : Ce qu'ils tiennent pour une marque ſingulicre que le Soleil eſt le principal des planetes, & comme leur Roy, ils ſemblent vouloir accommoder leurs cours au ſien : leſquelles choſes adviennent eſtans fondées ſur une theorie erronnée, en l'hypotheſe de terre immobile. Et d'autant que ceſte matiere a grand rapport avec ceux qui n'eſtans accouſtumez de naviguer, attribuent le mouvement de leur navire aux autres, comme lors qu'ils en rencontrent un, eſtans en bas dans le navire ſans voir eau ny terre, s'eſmerveillent comment un tel navire va beaucoup plus viſte que le leur : Ou bien leur navire faiſant un tour, diſent que l'autre (lequel poſſible eſt coy,) fait un circuit à l'entour d'eux ; je prendray cecy par exemple pour declarer ceſte matiere.

Soyent ſept poincts A, B, C, D, E, F, G, ſept navires en mer, A l'Admiral à l'anchre, & D circuiſant continuellement un cercle, qui comprent au dedans de ſoy les trois navires A, B, C, & non pas E, F, G ; ſoit auſſi quelqu'un en D, comme ſpectateur ; lequel, ſelon qu'il a eſté dit cy-deſſus, s'imagineta qu'il eſt coy, & que les autres tournent irregulierement à l'entour de luy ; ainſi que s'eſmerveillant comme les mentionnez, dira qu'à chacune fois que l'un des trois navires E, F, G, vient en droite ligne par luy, vers l'Admiral, alors



qu'iceluy navire eſt au plus ptes de luy : & au plus loing, eſtant en droite ligne de l'autre coſté de l'Admiral A, combien que leurs cours ſoit deſreiglé : Concluant de là que chacun des trois navires tourne encor en un plus petit cercle, par le moyen duquel ils s'approchent & s'eſloignent de luy, s'eſmerveillant d'abondant comment leur cours s'accorde & convient en quelque façon avec celuy de l'Admiral : Semblablement que les deux navires C, B, tiennent auſſi une regle avec l'Admiral, toutefois contraire aux autres precedens, aſſavoir que le circuit du plus grand cercle qu'ils font à l'entour de D, eſt egal en temps au circuit de l'Admiral, dit en outre que c'eſt un ſigne qu'ils ſouſmettent leurs cours à celuy de l'Admiral comme leur principal.

Ce qu'eſtant ainſi, & qu'un Matelot experimenté le reprenant, & luy reſponde qu'il s'eſmerveille ſans cauſe, veu que ſon navire, lequel il eſtime & s'imagine eſtre coy, eſt celuy qui circuit continuellement les trois A, B, C, d'où s'enſuit qu'il eſt autant de fois entre l'Admiral A, & l'un des trois E, F, G, que ceſtuy-là eſt plus pres de luy ; & au plus loing, lors que A eſt entre deux : auſſi que ces navires ne tournent pas en petits cercles, & autres cours ſemblablement fingez, qui les fait approcher & eſloigner, non plus que B, C, en tels cercles convenans au cours de A, comme il eſtime : mais qu'on pourroit prendre pour choſe contre nature, que ce qui apparoit eſtre tel à un non experimenté, ne ſoit en effect autrement.

De meſme en pourroit dire un Aſtronome experimenté à un apprentif ; changeant ſeulement les noms, au lieu de A l'Admiral ſoit le Soleil, & B, C, Mercure & Venus, D, la terre, E, F, G, Mars, Jupirer & Saturne, ſelon qu'il a eſté dit cy-devant, le reprenant de ce qu'il s'eſmerveille pour rien ; & ce qui s'enſuit.

Finalement on trouve pluſieurs difficultez en l'hypotheſe de terre immobile, en matiere de mouvement de latitude des cinq planetes de mineure apparence, ce que la pluſpart admire ; ce qui eſt trouvé ſimple par l'hypotheſe de terre mobile, veu que les deferans ſont obliques à l'ecliptique, comme celuy de la Lune : d'où l'on peut facilement trouver la maniere de calculer les latitudes, comme on verra cy-apres. Voila touchant les choſes eſmerveillables ſans merveilles de ceux qui poſent la terre immobile.

Juſques icy a eſté traicté de la qualité des Orbes des planetes : s'enſuit de leurs mouvemens, & premierement en longitude.

LE II. MOUVEMENT DE LONGITVDE.

DEUXIESME DISTINCTION DU TROISIESME LIVRE,

Du mouvement propre de la terre, & apparat du Soleil.

SOMMAIRE DE CESTE DEUXIESME DISTINCTION.

Apres 4 definitions, suivront 4 propositions; dont la premiere, qui est la septiesme en l'ordre, sera du mouvement de la terre en son deferant, qu'on appelle ecliptique.

La seconde, qui est la huictiesme en l'ordre, sera que le Soleil a mesme apparence en longitude, en l'ecliptique, mesme distance de la terre, & mesme prostaphereses, en l'hypothese de terre mobile, qu'à l'autre de terre immobile.

La troisiesme, qui est la neufiesme en l'ordre, que le perigée du deferant de la terre a mesme longitude en l'ecliptique, que l'apogée du Soleil en l'hypothese de terre immobile.

La quatriesme, ou la dixiesme en l'ordre, que la terre met autant de temps à parcourir le premier demicercle de son deferant, que le Soleil en la position de terre immobile: & que la terre se meut en longitude de mesme, & avec les mesmes prostaphereses que le Soleil, en l'autre position de terre immobile.

DEFINITION I.

Hypothese de terre mobile, est lors que l'on presuppose la terre estre tourner à l'entour du Soleil, comme centre du Mondé, de mesme mouvement & au mesme Orbe, que le Soleil est supposé en l'hypothese de terre immobile.

ALB GIRARD.

Pour briefveté nous nommerons doresnavant hypothese propre, celle de terre mobile.

DEFINITION II.

Mouvement de la Lune, selon l'hypothese de terre mobile, est lors qu'on la pose se tourner a l'entour de la terre mobile, de mesme que en l'autre hypothese, à l'entour de la terre immobile.

DEFINITION III.

Si on pose que le deferant de la terre soit egal à l'epicycle de Saturne, Iupiter, & Mars, & que ces planetes soient posées, non pas se mouvoir en epicycles, mais en deferans, ausquels se mouvoyent les epicycles; cels mouvements d'iceux, sont dits estre en l'hypothese de terre mobile.

DEFINITION IV.

Si le deferant de la terre est posé egal aux deferans de Venus & Mercure, & qu'icelles planetes se mouvent en epicycles dans le grand Orbe de la terre: cels mouvements d'iceux sont dits estre selon l'hypothese de terre mobile.

PROPOSITION VII.

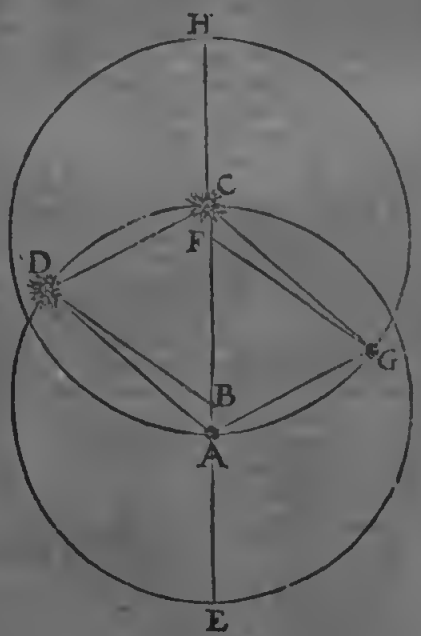
Trouver le cours de la terre en son deferant, sur le temps donné.

Les reliques des Anciens qui sont parvenuës jusques au temps de *Ptolemée*, tesmoignent qu'ils ont eu entr'eux ceste coustume, de descrire l'observation des mouvemens des astres par le mouvement journalier, ou (ce qui revient à un) par le mouvement d'iceux à l'interval de temps donné, qu'ils ont trouvé par leurs observations: & pource que telle coustume est fort raisonnable, je commenceray de mesme ce troisiesme livre selon l'hypothese de terre mobile, comme a esté fait aussi au premier livre, en l'autre hypothese. Or il faut sur tout noter icy, qu'on attribue bien un autre mouvement aux planetes, qu'à l'hypothese impropre: mais à la terre on luy donne le mesme, qu'on donnoit au Soleil, comme (en la troisiesme proposition du premier livre) de 59 (ᵈ) 8, 17, 13, 12, 31, chacun jour, laquelle fait une revolution entiere par an. Voila donc touchant le cours de la terre en son deferant.

THEOREME. PROPOSITION VIII.

Le Soleil a en apparence la mesme longitude ecliptique, la mesme distance & prostaphereses, qu'en l'hypothese impropre.

Le donné. Soit A la terre fixe selon l'hypothese impropre, A B excentricité du Soleil, qui est selon *Ptolemée* 417, de telles parties que le raid B C en contient 10000: or du centre B & B C interval soit fait un cercle pour le deferant du Soleil C D E, & prolongée C A, au perigée E & apogée C, & le Soleil soit venu de C en D.



Mais selon l'autre hypothese, la terre soit esmeuë de A, & le Soleil soit ferme en C, & soit C F egale à l'excentricité A B, & du centre F, interval F A, (egal à B C) soit descrit le cercle A G H, deferant de la terre; dont H est l'apogée, & A perigée. d'où la terre se mouvant soit parvenuë en G, ainsi que les arcs A G, C D soyent egaux; puis soyent menées les six lignes A D, G C, C D, G A, B D, G F.

Le re-

Le requis. Il faut demonſtrer que le Soleil fixe en C, veu de la terre meuë G, a la meſme longitude en l'ecliptique, que le Soleil meu en D, de la terre fixe A.

DEMONSTRATION.

Premierement je prendray ce qui eſt hors de controverſe, A la terre, & C le Soleil, au temps qu'ils ſont en leur apogée (tant en l'une qu'en l'autre hypotheſe) alors le Soleil eſt veu au meſme, & à la meſme diſtance: ce que je demonſtreray advenir auſſi aux autres lieux. Car puis que les ares C D & A G ſont eganx, les triangles B C D & F A G ſeront iſoſceles pareils, & partant C D A G ſera parallelogramme, qui fait que le Soleil fixe ſera veu de la terre meuë G, au meſme lieu, & de la meſme diſtance, que le Soleil meu D de la terre fixe A: pouree que la grandeur de A G eſt de raiſon imperceptible, (voire tout le diametre du grand Orbe,) au diametre de celuy des eſtoiles fixes: Quant à la proſtapheteſe, elle eſt egale, puis que l'arc C D eſt autant plus en degrez, que l'angle C A D; que l'arc A G, de l'angle G C A; pource que les angles B D A & C G F ſont eganx; donc les proſtaphereſes (qui ſont icy aphereſes) ſeront egales.

Concluſion. Le Soleil donc a en appatence la meſme longitude, & meſme diſtance & proſtapheteſe qu'en l'hypotheſe impropre. Ce qu'il fallait demonſtrer.

PROPOSITION IX.

LE perigée du deferant terreſtre obtient la meſme longitude en l'ecliptique, que l'apogée du Soleil en l'hypotheſe impropre.

Le donné. En la figure precedente, on voit que H perigée du deferant terreſtre, obtient la meſme longitude en l'ecliptique, que l'apogée C du Soleil en l'hypotheſe impropre.

Concluſion. Le perigée donc du deferant, &c.

THEOREME. PROPOSITION X.

LOrs que le Soleil en l'hypotheſe impropre converſe en l'apogée, ou au premier demicercle de ſon deferant; la terre en l'hypotheſe propre ſera en ſon apogée, ou converſera au premier demicercle auſſi, & aura la meſme longitude, & proſtaphereſe en ſon deferant que le Soleil.

Soit à la figure de la 8 propoſition, où l'on voit que la terre en l'hypotheſe propre eſt en l'apogée de ſon deferant A, au meſme temps que le Soleil en l'apogée C de ſon deferant C D E.

Auſſi eſt manifeſte que la terre converſe au premier demicercle de ſon deferant A G H, en meſme temps que le Soleil au ſien C D E.

D'avantage, la meſme longitude que le Soleil D obtient en ſon deferant C D E; dont la meſure eſt C D, la meſme obtient auſſi la terre G en ſon deferant A G H, dont la meſure eſt A G; car par le donné il eſt egal à C D.

Finalement, autant que contient la proſtaphereſe A D B (qui eſt aphereſe) du Soleil D en ſon deferant C D E, autant contient auſſi la proſtaphereſe C G F (qui eſt auſſi aphereſe) de la terre G en ſon deferant A G H.

Concluſion. Lors donc que le Soleil en l'hypotheſe impropre converſe en l'apogée, &c.

COROLLAIRE.

Veo que la terre en l'hypotheſe propre, obtient touſjours en ſon deferant uo lieu ſemblable, que le Soleil en l'hypotheſe impropre, en ſon deferant; il s'enſuit que comme par les trois lieux du Soleil, qu'on prend en ſon deferant pour trouver ſoo eccentricité, ainſi par trois tels lieux ſemblables, on trouvera l'eccentricité du deferant terreſtre, laquelle pour ceſte cauſe ſera egale à celle du deferant du Soleil, l equation des jours, & les choſes en ſomme de meſme genre, egales, leſquelles ſont deſcrites & ſupputées au deuxieſme livre ſelon l'hypotheſe impropre; & ſera dit cy-apres comment l'eſt plus commode de prendre ceſte hypotheſe impropre, pour les calculations qu'autrement.

TROISIESME DISTINCTION DV TROISIEME LIVRE,

Du mouvement de la Lune en longitude, ſelon l'hypotheſe de terre mobile.

SOMMAIRE DE CESTE TROISIESME DISTINCTION.

Elle contiendra deux propoſitions: dont la premiere, qui eſt l'onzieſme en l'ordre, ſera, comment au temps donné on pourra trouver l'apogée du deferent de la Lune & des nœuds, par voye Mathematique, ſur l'hypotheſe propre.

La ſeconde, qui eſt la douzieſme en l'ordre, comment la Lune a la meſme longitude en l'ecliptique, & le meſme diſtance de la terre, qu'en l'hypotheſe impropre.

PROPOSITION XI.

SVr un temps donné trouver le cours de l'apogée du deferant de la Lune, & des nœuds, ſelon l'hypotheſe propre.

1 Exemple, de l'invention du moyen mouvement de l'apogée du deferant lunaire.

Le donné. Soit le temps d'oo jour.

Le requis. On requiert de combien ſera le moyen mouvement de l'apogée, ſelon la longitude apparante de l'ecliptique en l'hypotheſe de terre mobile.

CONSTRVCTION.

Le moyen mouvement de la terre, par la troiſieſme propoſition du premier livre (car pour les raiſons jà deduites cy-devant on prendra celuy du Soleil) eſt de	o deg. 59. 8. 17. 13. 22. 31.
D'iceluy oſté le moyen mouvement de l'apogée du deferant, (lequel eſt en l'hypotheſe impropre ſelon l'ordre des ſignes le long de l'ecliptique apparemment) qui eſt par jour par l'onzieſme propoſitioo du premier livre, de	o deg. 6. 41. 2. 15. 38. 31.
Reſtera pour le moyen mouvement de l'apogée du deferant lunaire contre l'ordre des ſignes,	o deg 52. 27. 14. 57. 14.

Ceſt exemple a eſté du mouvement journalier, d'où appert la difference de ce mouvement naïf, d'avec l'imaginaire de l'hypotheſe impropre, plus clairement qu'avec un temps plus long où il eſchoit pluſieurs revolutions, leſquelles ſe doivent ſouſtraire: mais d'autant que l'are du moovemeot diurne eſt trop petit pour la commodité de la demonſtration, je prendray un temps plus long, comme de 90 jours.

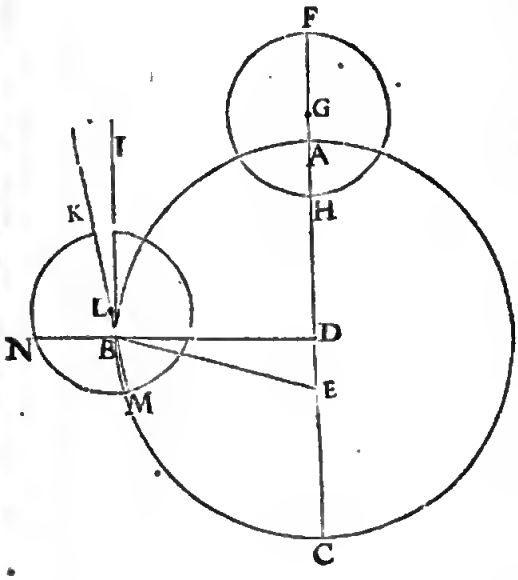
Auquel

Auquel temps par la troiſieſme propoſition dn premier livre, le mnyen mouvement de la terre ſera de 88 deg. 42.

Duquel nſté le moyen mouvement de l'apogée du deferant (ſelon l'ntdte des ſignes en l'hypntheſe impropre) lequel eſt par l'onzieſme propoſitinn du premier livre, de 1n deg. 2.

Reſtera le moyen mouvement de l'apogée du deferant lunaire contre la ſucceſſion des ſignes an temps donné de 90 jours 78 deg. 40.

Preparation de la demonſtration. Avant que venir à la demonſtration ſpeciale du mouvement, faut noter pour regle generale, que le mnuvement de l'apogée du deferant lunaire, (comme iceluy a eſté obſervé par nous en l'ecliptique,) eſt compoſé du ſien & du mouvement du centre terreſtre, leſquels il faudra diſtinguer, afin de declarer plus amplement par la theorie les lnix des mouvemens. Si nous donnons au mouvement diurne de l'apogée lunaire 6 ☉ 42 ☽ en antecedence, voire en l'hypotheſe propre; alors ny la figure, ny le calcul n'accorderont avec la verité. Ce qu'eſtant cognu, ſoit A B C le cercle deferant le centre de la terre, ſon centre D, le Soleil E, & la ligne D E prodnite, monſtrera l'apogée A, & le perigée C: puis pnſant premierement la ierre en A, prolongeant D A en F, & marquant le poinct G en A F, ſoit deſcrit ſur iceluy, comme centre, & F H diamette, le cercle deferant la Lune, duquel F eſt apogée. Puis en 9 jours le centre de la terre ſoit parvenu de A en B, auquel temps par la conſtruction ſon moyen mouvement eſt de 88 deg. 42 ☉ pont l'angle A D B: & puis B I parallele à D A, ſoit B K inelinée, ainſi que l'angle I B K ſoit egal au mouvement moyen de l'apogée du deferant lunaire, és 90 jours ſuſdits en antecedence, autant qu'il s'eſt men ſelon la longitude apparante de l'ecliptique, qui eſt 10 degr. 2 ☉ par la conſtruction: & ptenant L en B K, ainſi que B L ſnit l'eccentricité, duquel L, comme centre, ſnit deſcrit le deferant K M, tellement que K eſt apogée & M perigée, & ſoit continuée D B en N.



DEMONSTRATION.

Si l'apogée F n'avoit aucun mouvement, il ſe trouveroit eſtre en la ligne D B N de neceſſité, mais il s'eſt meu en arriere, en K, car nous luy avnns attribué ce lieu en la conſtruction; & pattant faut demonſtrer que l'angle N B K vaut les ſuſdits 78 deg. 40 ☉, dont voicy la raiſon. Veu que B I eſt parallele à D A, afin que de B, par I, on voye le meſme poinct en l'ecliptique, que de D par A (car la raiſon du grand Orbe à la ſphere des eſtoilles fixes eſt impetceptible) alors l'angle I B N ſera egal à A D B, c'eſt 88 deg. 42 ☙, duquel oſté l'angle K B I de 1n deg. 2 ☉, par la conſtruction, reſtera N B K 78 deg. 40 ☉. Parquoy en l'eſpace de 9n jours, eſquels la terre s'eſt meuë de A en B en conſequence des ſignes; cependant l'apogée de ſon propre mouvement a fait l'amplitude de l'angle N B K en antecedence, c'eſt 78 deg. 40 ☉, comme il falloit demonſtrer.

2. *Exemple, du mouvement des nœuds ecliptiques.*

On donne le temps d'un jour.

On requiert le mnyen mouvement des nœuds ecliptiques, ſelon la longitude apparante de l'ecliptique, en l'hypotheſe propre.

CONSTRVCTION.

Le moyen cours de la terre par la troiſieſme ptopoſition du premier livre, eſt en un jnur de 0 deg. 59. 8. 17. 13. 12. 31.

Anquel adjouſtéle moyen mouvement des nœuds de l'ecliptique, lequel eſt à l'hypotheſe imprnpre, en antecedenee des ſignes faiſant jonrnellement par l'onzieſme propoſitinn du premiet livte, 0 deg. 3. 10. 41. 15. 26. 7.

La ſomme ſera le monvement moyen reqnis des nœuds contre l'ordte des ſignes 0 deg. 2. 18. 58. 28. 38. 38.

Dnnt la demonſttation eſt manifeſte pat celle du premier exemple.

Concluſion. Nous avons donc trouvé ſur un temps donné le mouvement de l'apogée du deferant lunaire, & des nœuds, &c.

COROLLAIRE.

Veu que par l'onzieſme propoſinion du deuxieſme livre, on trouve la longitude ecliptique apparante de l'apogée du deferant, en l'epoche donnée: il ſera facile de trouver la meſme ſur un temps donné; car ſi à l'epoche on adjouſte le mouvement au temps donné, ſelon les preceptes de ceſte propoſition, & de ſurplus audit temps le mouvement de la terre, ce qui viendra ſera le requis. Et de meſme maniere des nœuds ecliptiques.

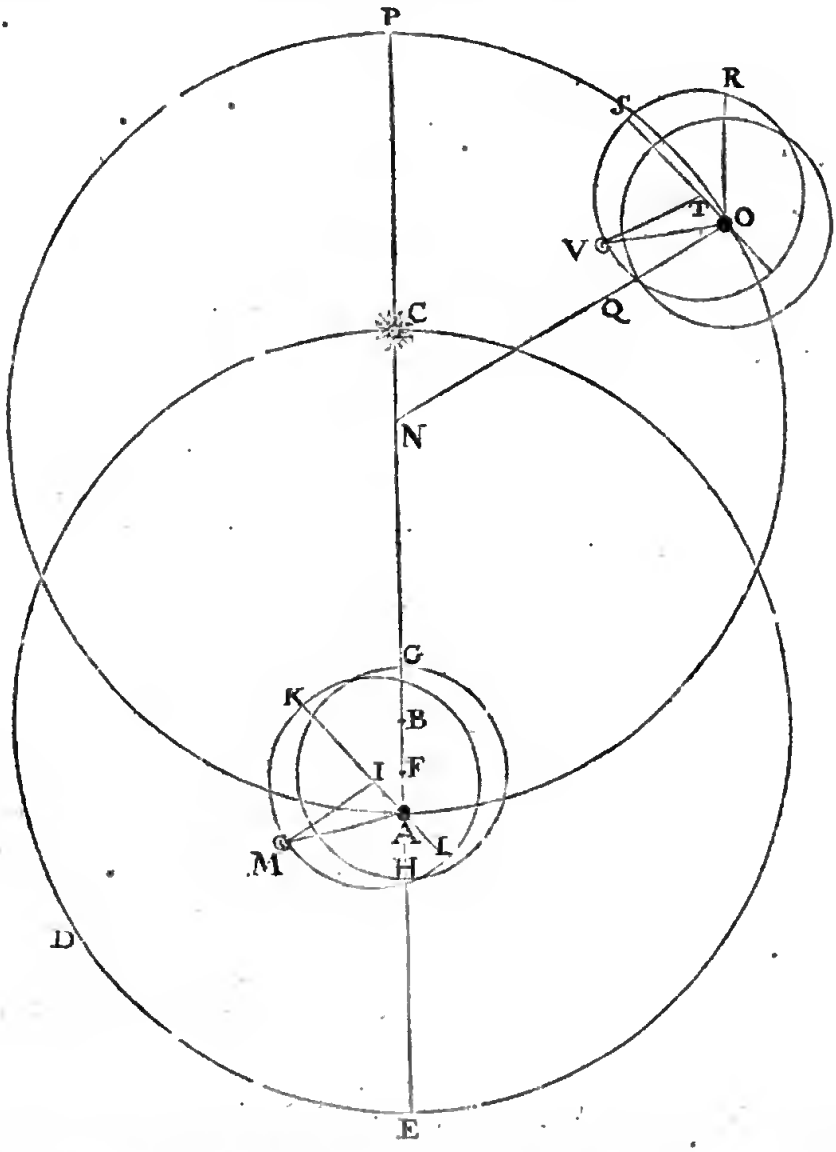
THEOREME. PROPOSITION XII.

LA Lune ſelon l'hypotheſe propre a telle longitude en l'ecliptique, & la meſme diſtance à la terre, que ſelon l'hypotheſe impropre.

Le donné. Soit premierement la terre fixe A, & A B l'eccentricité du deferant du Soleil, puis du centre B & B C intervalle ſoit deſcrit le deferant ſolaire C D E, & continuée C A en E, iceluy E ſera petigée, C apogée; puis entre A la terre fixe, & B, ſoit F centre du deferant lunaire, duquel & de l'intervalle F G, ſoit deſcrit le deferant G H, coupant A E en H perigée & G

apogée

apogée, & poſerons premierement la Lune en ce lieu; & F ſe ſoit meu puis apres en I, duquel & I K intervalle ſoit deſcrit le deferant K L egal à G H, duquel ſoit K apogée; ainſi qu'au meſme temps l'apogée G ſe ſoit meu juſques à K, & la Lune cependant de l'apogée, & ce de l'intervalle K M, (ſi paraventure la Lune a fait quelques periodes, ils ne viennent en compte) puis menée A M, alors la Lune, ſelon le ſpectateur en A, ſera diſtante de C (qui eſt ſur le 65 deg. 30 ☊ de l'ecliptique) de l'amplitude C A M.



Voila touchant la configuration du mouvement de la Lune en l'hypotheſe impropre, s'enſuit en la propre: Soit en C A le poinct N, que C N ſoit l'eccentricité de la terre egale à A B: & du centre N ſoit deſigné le deferant terreſtre egal à C E, P perigée, A apogée. Et que la terre ſe ſoit meue de l'arc A O menant quant & ſoy le deferant de la Lune, que ſi cependant l'apogée d'iceluy deferant lunaire n'avoit aucun mouvement, il ſeroit en Q; ainſi que Q O & A G ſetoyent egales: mais par l'onzieſme propoſition du troiſieſme livre preſent, il ſe meut de ſon propre mouvement contre l'ordre des ſignes, lequel eſt egal au mouvement terreſtre A N O moins ceſt arc, auquel il ſe meut ſelon l'ecliptique, qui eſt l'angle G A K; & menant O R egale & parallele à A G, alors l'apogée R autoſt parcouru l'angle Q O R, contre l'ordre des ſignes, ſi nous n'en oſtions l'angle egal au mouvement appatant de l'apogée G A K: je fais donc S O R, egal à iceluy, & prens un poinct T en O S, ainſi que O T & A F ſoyent egales, puis du centre T, & intervalle T S, ſoit figuré le deferant lunaire S V R, dont S eſt apogée. Or ainſi qu'au meſme temps, que nous avons pris & definy cy-deſſus, en l'hypotheſe impropre, la Lune s'auroit meuë de l'apogée à M, je deſigne S V arc, ou l'angle S T V (au deferant S V R) egal à K I M, & la Lune au poinct V; tellement qu'il faut demonſtrer que la Lune V, de la terre meuë O, ſera veuë avoir meſme longitude apparante en l'ecliptique, que la Lune M de la terre fixe A, & que la diſtance de la Lune A M eſt egale à la diſtance O V.

DEMON-

DEMONSTRATION.

Car puis que OR eſt parallele à AG, & les angles ROS, GAK egaux, alors OS ſera parallele à AK: & puis que STV & KIM ſont angles egaux, alors auſſi TV & IM ſeront paralleles : Davantage le triangle TOV a deux coſtez TO, TV, egaux & paralleles aux coſtez IA, AM du triangle IAM; & partant le coſté reſtant OV au reſtant AM ſera auſſi parallele. Qui fait que la Lune en la terre meuë O, ſera veuë avoir meſme longitude en l'ecliptique, que la Lune M de la terre fixe A, & és deux accidens les diſtances OV & AM ſeront egales.

Concluſion. La Lune donc és deux hypotheſes aura meſme longitude en l'ecliptique & diſtance de la terre. Ce qu'il falloit demonſtrer.

COROLLAIRE.

Il eſt donc manifeſte qu'on pourra trouver la longitude apparante de la Lune en l'ecliptique en l'hypotheſe propre, en cerchant la longitude apparante de l'apogée du deferant, ſelon le cotollaire de l'onzieſme propoſition, & puis oſter le calculé reſtant, comme en l'hyporheſe impropre. Mais il euſt eſté plus facile & commode de faire la ſuppnration ſur l'hypotheſe impropre, donr la cauſe ſera dite cy-aptes en ſon lieu.

QUATRIESME DISTINCTION DV TROISIEME LIVRE,

Du mouvement en longitude de Saturne, Jupiter, Mars, Venus, & Mercure, ſelon l'hypotheſe propre de terre mobile.

SOMMAIRE DE CESTE QUATRIESME DISTINCTION.

Ceſte diſtinction aura ſept propoſitions : La premiere, qui eſt la treiſieſme en l'ordre, ſera de l'invention des raids ou ſemidiametres des deferans, les eccentricitez, la majeure & mineure diſtance des planetes, en telles parties que le raid du deferant terreſtre en contient 10000, *par voye Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe propre.*

La ſeconde, qui eſt la quatorſieſme en l'ordre, ſera du mouvement des 3 planetes ſuperieures Saturne, Jupiter, & Mars, en leurs deferans au temps donné, ſelon l'hypotheſe propre.

La troiſieſme, qui eſt la quinſieſme en l'ordre, que les trois planetes ſuperieures Saturne, Jupiter & Mars, ont telle longitude apparante en l'ecliptique, & meſme diſtance à la terre, en l'hypotheſe propre qu'à l'impropre.

La quatrieſme, qui eſt la ſeizieſme en l'ordre, du mouvement des deux planetes inferieures Venus & Mercure, & ce en leurs deferants au temps donné, ſelon l'hypotheſe propre.

La cinquieſme, qui eſt la dix-ſeptieſme en l'ordre, que les deux planetes inferieures Venus & Mercure ont meſme longitude apparante en l'ecliptique, & la meſme diſtance à la terre, qu'avec l'hypotheſe impropre.

La ſixieſme, qui eſt la dix-huictieſme en l'ordre, pourquoy il a eſté demonſtré és propoſitions 8, 12, 15, & 17, *que les planetes ſelon l'hypotheſe propre ſont trouvées avoir les meſmes lieux apparans, & diſtances l'une de l'autre, qu'en l'autre hypotheſe de terre immobile, avec leurs circonſtances.*

La ſeptieſme, qui eſt la dix-neufieſme en l'ordre, contient une declaration, aſſavoir quelle hypotheſe des deux eſt plus commode à la computation du cours en longitude des planetes.

PROPOSITION XIII.

TRouver les raids des deferans, les eccentricitez, avec les majeures & moindres diſtances des planetes, en telles parties que le deferant terreſtre en contient 10000, *par voye Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe propre de terre mobile.*

Mon deſſein eſt icy de faire ſervir les nombres de *Ptolemée*; & combien que les apogées ayent fort changé de lieu du depuis, & que les exemples du temps preſent ſeroyent plus neceſſaires pour voir la convenance de ces concluſions avec les obſervarions, neantmoins je les ay choiſi, pource qu'en la deſcription de *Ptolemée* ſe trouvent beaucoup d'exemples fort propres, tant du cours en latitude qu'en longitude des planetes, pour ptouver les propoſit. fondées ſur l'hypotheſe propre.

Pour venir donc à la choſe, faut notet que les ſuppoſiteurs de terre immobile, ne ſçachant que les epicycles apparans des trois planetes ſuperieures, ſont conſtituez au lieu du deferant de la terre, & qu'ils doivent eſtre chacun egaux à iceluy, ils n'ont donné à leurs ſemidiametres ou raids le meſme nombre, comme ils auroyent peu faire l'ayant ſceu. Mais d'autant que d'icy s'enſuit, que les nombres des raids des deferans & eccentricitez de diverſes planetes, ne ſont pas proportionaux avec les longueurs eſſentielles, comme il ſeroit requis pour ſupputet commodement avec l'hypotheſe de terre mobile, & pour conſtruire des inſtrumens Aſtronomiques, deſquels les parties ſoyent proportionnelles à leurs homologues au prorotype; à ceſte fin je poſeray en tous une commune meſure, aſſavoir ainſi que le raid du deferant terreſtre contienne 10000, lequel eſt choiſi, pource qu'il vient en compte és ſupputarions de chacune planete, auſſi que 10000 eſt un nombre facile.

1. *Collection ou recapitulation des raids & eccentricitez trouvées par* Ptolemée, *& deſcrite ſur l'hypotheſe impropre.*

Raid du deferant ſolaire	60 parties.
Eccentricité dudit deferant ſolaire	2 part. 30 ①.
Raid du deferant lunaire	60 part.
Eccentricité dudit deferant lunaire (que *Ptolemée* nommoit raid de l'epicycle)	5 part. 14 ①.
Autrement *Ptolemée* a mis à la 13 propoſition de ſon cinquieſme livre, 59 part. & 5 part. 10 ① proportionnaux à 60 part. & 5 part. 14 ① pour le raid de la terre, en telles parties que le raid du deferant ſolaire en contient 1210.	
Le raid du deferant de Saturne	60 part.
Raid de l'epicycle de Saturne	6 part. 30 ①.
Eccentricité de Saturne	3 part. 25 ①.
Raid du deferant de Jupiter	60 part.
Raid d'epicycle de Jupiter	11 part. 30 ①.
Eccentricité de Jupiter	2 part. 45 ①.

Raid du deferant de Mars	60 part.
Raid d'epicycle de Mars	39 part. 30 ①.
Eccentricité de Mars	6 part.
Raid du deferant de Venus	60 part.
Raid d'epicycle de Venus	43 part. 10 ①.
Eccentricité de Venus	1 part. 15 ①.
Raid du deferant de Mercure	60 part.
Raid d'epicycle de Mercure	21 part. 26 ①.
Eccentricité de Mercure	5 part. 41 ①.

Et pour changer ces nombres qui ſont ſur l'hyporheſe de terre immobile, en autres nombres, d'aurte hyporheſe de terre mobile, de laquelle le raid du deferanr ſoit 10000, comme a eſté dit, je commenceray à la terre, dont le deferant eſt celuy qu'on donnoit au Soleil, duquel le raid (par la collection precedente) a telle raiſon à ſon eccentricité, comme 60 parties, à deux parties 30 ①, & partanr eſtanr le raid du deferant de la terre 10000.

L'eccentricité ſera 417.

Et pource que *Ptolemée* en ſon troiſieſme livre chap. 4. poſe l'apogée du Soleil an 65 deg. 30 ① de l'ecliptique, auquel lieu eſt le perigée dn deferant terreſtre, par la 9 propoſition du troiſieſme livre, ſon apogée donc ſera en l'eeliprique au 245 deg. 30.

Et touchanr le raid du deferanr lunaire, iceluy eſt par la *collection* precedente, an raid du deferanr rerreſtre, comme 1210 à 59 : donc je dis, 1210 donne 59, eõbien 10000? viendra pour le raid du deferant lunaire 488.

Er pour avoir l'eccentricité du deferant lunaire, je dis, raid du deferant lunaire 59 parties, donne eccentricité 5 part. 10 ①, combien le raid dndit deferant lunaire 488 au dernier en l'ordre? vient pour l'eceentricité du deferanr lunaire 43.

Lequel adjouſté avec le raid 488, viendra pour la majeute diſtance de la terre à la Lune 531.

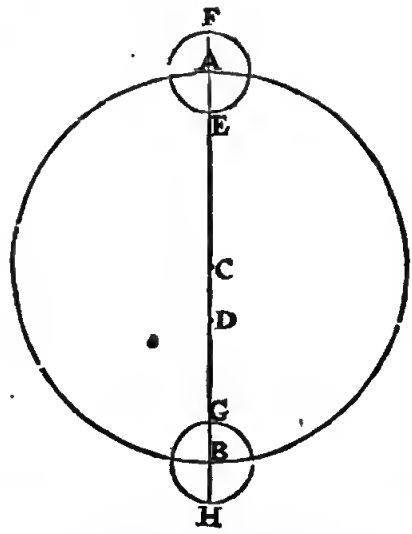
Et oſté dudit 488 reſtera pour la moindre diſtance 445.

L'apogée du deferant lunaire en longitude apparanre ſe changeant fort en peu de temps, n'a beſoing d'eſtre mis icy.

Ponr le raid du deferant de Saturne, je dis, le raid d'epicycle de Saturne 6 part. 30 ①, donne le raid du deferant 60 part. par la precedente *collection*, combien 10000? viendra pour le raid du deferant de Saturne 92308.

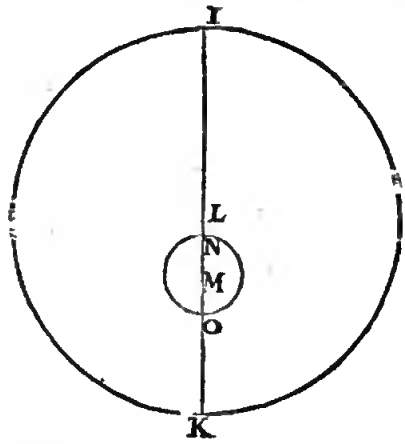
Pour l'eccentricité de Saturne, je dis, ſon raid d'epicycle 6 part. 30 ①, donne ſon eccentricité 3 part. 25 ①, combien 10000? viendra pour l'eccentricité de Saturne 5256.

Pour avoir la majeure & moindre diſtance de Saturne, je conſtruiray deux figures pour rendre le tout plus intelligible, ſelon les deux hypotheſes, dont la premiere eſt l'impropre. Soit AB defetant de Saturne, C ſon centre, & CA ſon raid faiſant 92308, huictieſme en l'ordre : D eſt la terre immobile, CD l'eccentricité 5256, neufieſme en l'ordre, A apogée, B perigée: puis de A, comme centre, ſoit deſcrit l'epicycle EF, dont le raid AE fait 10000, par l'hyporheſe, duquel F eſt l'apogée, & E le perigée, & ſoit deſcrit ſur B auſſi un



epicycle egal à EF, dont G ſoit le perigée; & mainteranr pour avoir la majeure diſtance DF, j'adjouſte à CA 92308, DC 5256 avec le raid AF 10000, vient en tout 107564, pour la majeure diſtance DF; & de meſme on aura DG la moindre diſtance 77052.

Or pour voit la convenance de cecy avec l'hypotheſe de terre mobile, ſoit le cercle IK le deferant de Saturne, L ſon centre, & raid, IL, egale à CA faiſant auſſi 92308, & le centre du deferant terreſtre ſoit M, & LM l'eccentricité, faiſant 5256, comme CD; l'apogée du deferant de Saturne I, & K perigée; & de M,



comme centre, ſoit deſcrit le deferant de la terre NO, ſon raid MN, egal à AE 10000. Ce qu'eſtant ainſi, la majeure diſtance OI ſera egale à DF, & la moindre OK egale à DG; car on trouvera qu'adjouſtant à IL 92308, LM 5256 & MO 10000, on aura OI, comme DF, pour la diſtance majeure 107564.

Auſſi OK la moindre diſtance, comme DG cy-deſſus 77052.

Or l'apogée du deferant de Saturne eſtoit au temps de *Ptolemée*, comme il dit au 5 chap. de l'onzieſme livre, ſous l'ecliptique au 233 deg.

Tellement que faiſant telle ſupputation avec Jupiter & Mars, on trouvera comme s'enſuit.

Raid

Raid du deferant	de Jupiter	52174.
Eccentricité		2391.
Majeure diſtance		64565.
Mineure diſtance		39783.

L'apogée du deferant de Jupiter eſtoit au temps de *Ptolemée*, comme il eſcrit au premier chapitre de l'onzieſme livre, ſous l'ecliptique au 161 deg.

Raid du deferant	de Mars	25190.
Eccentricité		1519.
Majeure diſtance		26709.
Mineure diſtance		3671.

L'apogée du deferant de Mars eſtoit au temps de *Ptolemée*, comme il eſt au 7 chap. du dixieſme livre en l'ecliptique au 115 deg. 30.

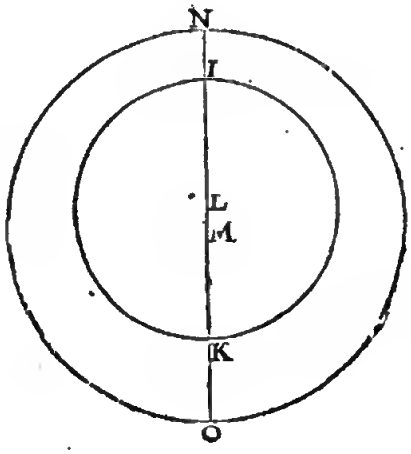
Pour avoir le raid du deferant de Venus en l'hypotheſe propte ; il faut premierement ſçavoir qu'en l'improtpre hypotheſe ſon deferant eſt egal à celuy de la terre, c'eſt à dire le raid 10000 : donc ſon raid d'epicycle fait 7194, car diſant 60 parties pour le raid de ſon deferant donnent 43 part. 10 ① raid d'epicycle, par la precedente *collection*, c6bien 10000? viendra ledit 7194 : & puis qu'en l'hypotheſe propte, ceſt epicycle devient ſon deferant, donc le raid du deferant de Venus ſera 7194.

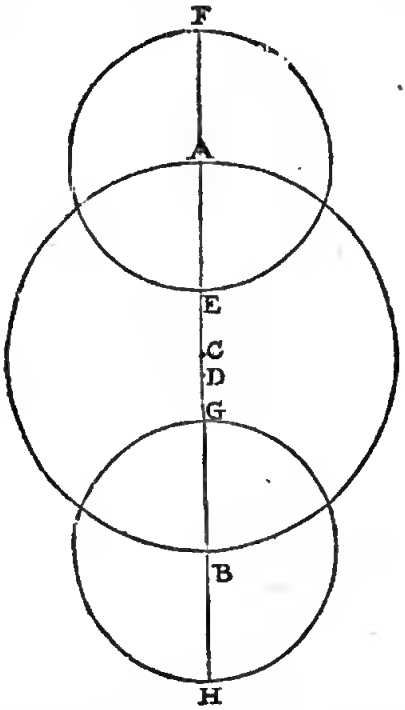
Pour avoir l'eccentricité de Venus, je dis, 60 parties (raid du deferant d'epicycle) donnent ſon eccentricité 1 part. 15 ①, combien 10000? vient 208.

Pour les diſtances de Venus, majeure & mineure, je deſigneray deux figures, l'une pour l'hypotheſe improptre, la derniere pour la propte. Soit AB le deferant d'epicycle de Venus, C centre, CA raid 10000, D la terre immobile, CD l'eccentricité faiſant 208, dernier en l'ordre, A apogée du deferant, B petigée & ſur A ſoit deſcrit un epicycle EF, dont AE le raid fait 7194 antepreceden trouvé, ſon apogée F, & E perigée, puis ſur B auſſi un epicycle egal à l'autre GH, & G ſon perigée ; donc pour avoir DF majeure diſtance, j'adjouſte CA 10000, DC eccentricité 208, & AF 7194, vient pour DF la diſtance majeure 17402.

Et diſtance mineure DG 2598.

Mais pour voir la convenance de cecy avec l'hypotheſe ptopre, ſoit IK deferant de Venus, L centre, & IL raid egal à AF 7194, & M centre du deferant de la terre NO, dont MN eſt le raid 10000, egal à CA ; puis LM eccentricité egale à CD 208, l'apogée du deferant de Venus de M ſoit I, & perigée K, d'avantage. Ce qu'eſtant ainſi, la majeure diſtance OI ſera egale à DF cy-deſſus, & la moindre diſtance NI à DG ; car à IL 7194, adjouſté LM 208 & MO 10000, viendra pour OI un nombre, comme à DF, laquelle oſtée du diametre entier NO 20000, teſtera la moindre diſtance 2598, comme devant.





Puis l'apogée de Venus eſtoit du temps de *Ptolemée*, comme il eſcrit au 2 chap. du dixieſme livre, en l'ecliptique au 55 deg.

Faiſant auſſi ſemblable computation de Mercure, on trouve ta comme s'enſuit.

Raid du deferant	de Mercure	3572.
Eccentricité		947.
Majeute diſtance		14519.
Moindre diſtance		5481.

L'apogée de Mercure eſtoit du temps de *Ptolemée* (7 chap. du neufieſme livre) en l'ecliptique au 190 deg.

NOTEZ.

Pour mieux trouver au doigt leſdites computations, nous les mettrons cy-deſſous par ordre, comme une table.

2 Collection ou recapitulation des distances susdites, en telles parties que le raid du deferant terrestre en contient 10000, avec la longitude apparante des apogées des planetes, du temps de Ptolemée.

	Mercure.	Venus.	Terre.	Lune.	Mars.	Jupiter.	Saturne.
Raid du deferant,	3572	7194	10000	488	15190	52174	92308.
Eccentricité,	947	208	417	43	1519	2391	5256.
Majeure distance,	14519	17402	10417	531	26709	64565	107364.
Moindre distance,	5481	2598	9583	445	3671	39783	77052.
Longitude apparante de l'apogée de	190 deg.	55 deg.	245 deg. 30.	...	115 deg. 30.	161 deg.	233 deg.

Conclusion. Nous avons donc trouvé les raids des deferans, & eccentricitez, avec les majeures & moindres distances des planetes, en telles parties que le deferant terrestre en contient 10000, par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese propre de terre mobile, selon le requis.

Corollaire.

Ayant ainsi computé lesdites lignes, & cognoissant les raisons des raids des deferans aux epicycles, en telles parties que le raid de la terre fait 10000, & que le raid du deferant terrestre contient 1210 raids de la terre, il appert comment on pourra descrire telles propositions, comme il a esté mentionné en la deuxiesme note de la 49 proposition du deuxiesme livre en l'hypothese impropre, assavoir comme les 23 & 24 propositions du Soleil, & 39 & 40 de la Luoe, & d'avantage comment on trouvera les lignes qui y adviennent en telles parties que le raid du deferant de la terre en contient 10000.

Proposition XIV.

Descrire le cours des trois planetes superieures, Saturne, Iupiter, & Mars, en leurs deferans, sur un temps donné, en l'hypothese propre.

Le donné. Pour commencer par Saturne, soit le temps donné d'un jour.

Le requis. On veut trouver le cours de Saturne en son deferant audit temps, sur l'hypothese propre.

Construction.

Il faot sçavoir que Saturne estant proprement en son deferant au lieu où l'on presuppose estre le centre de son epicycle, en l'hypothese impropre, & ainsi n'a autre mouvement, lequel est par la 18 proposition du premier livre, de 0 deg. 2, 0, 33, 31, 28, 51; & quant à la prostapheteſe, laquelle oo remarque en iceluy, elle ne vient pas de l'epicycle en l'hypotheſe impropre, mais en la propre par le mouvement de la terre; tellement que par un tel mouvement simple il fait son cours en son deferant: & autant en faut-il entendre des deux autres, Jupiter, & Mars.

Conclusion. Nous avons donc descrit le cours des trois planetes superieures, Saturne, Jupiter, & Mars, en leurs deferans, sur un temps donné, en l'hypothese propre, selon le requis.

Theoreme. Proposition XV.

Les trois planetes superieures, Saturne, Iupiter & Mars, reçoivent en l'hypothese propre, les mesmes longitudes apparantes, & distances de la terre, qu'en l'impropre.

Je deduiray ceste proposition en six articles, pour plus ample declaration: dont le premier sera de la cooſiguration de l'une des trois planetes superieores, comme le cours de Mars en l'hypothese de terre immobile.

Le deuxiesme, la configuration du cours de Mars, en l'hypothese de terre mobile.

Le troisiesme, sera la demonstration que Mars en l'une & l'autre hypothese, a la mesme longitude apparante, & mesme distance de la terre, estant Mars en l'apogée de son epicycle, & le centre de l'epicycle, en l'apogée du deferant.

Alb. Girard.

I'ay corrigé ce qui s'ensuit, comme aussi au quatriesme article suivant, lequel estoit negligemment barboüillé tant au Flamend, qu'au Latin.

Puis pour demonstrer que le mesme advient aussi en autre lieu quelconque, sera fait un preparatif au quatriesme article, & declaré comment le raid du deferaot à Mars en l'hypothese propre, est touſiours parallele au raid du deferant de l'epicycle, vers le centre de l'epicycle: Et aussi que le raid du deferant terrestre entre son centre & la terre, est touſiours parallele au raid de l'epicycle, qui est entre le centre d'iceluy epicycle & Mars.

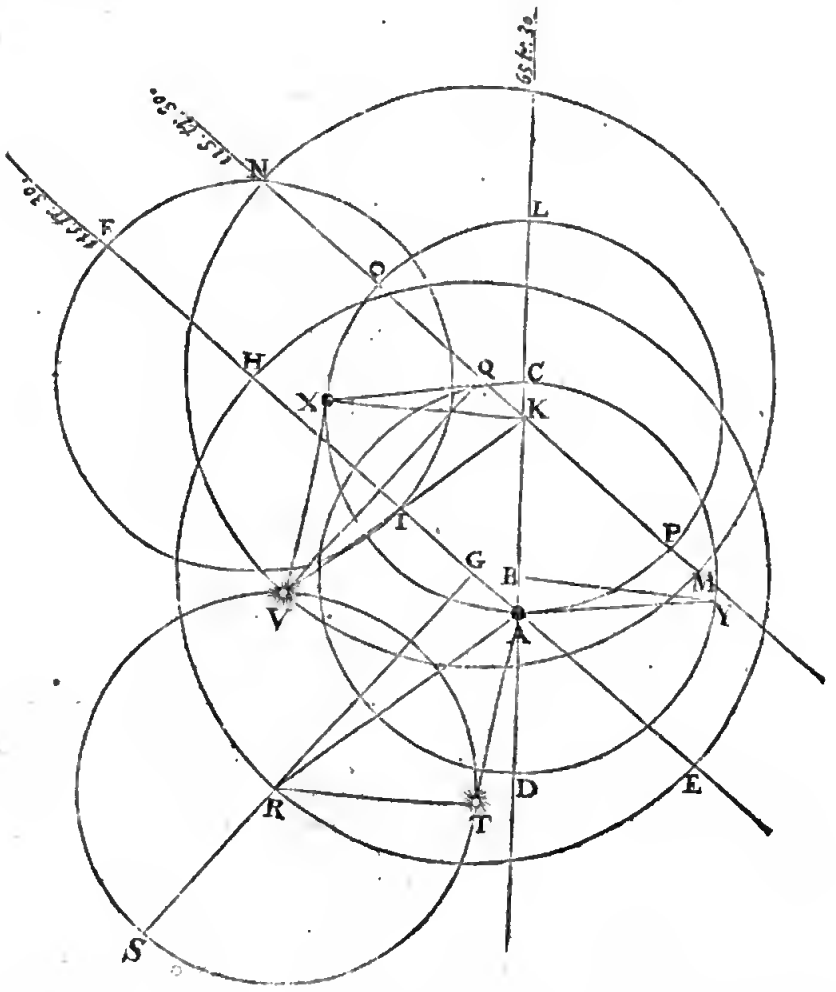
Le cinquiesme, sera la demonstration que Mars en l'une & l'autre hypotheſe, a la mesme longitude apparante, & mesme distance de la terre, en tout lieu où Mars se trouve.

Le sixiesme sera, de la difference qui advient entre les operations des deux hypotheſes, en la computation de la longitude apparante des planetes.

1 Article, contenant la configuration du cours de Mars en l'hypothese impropre.

Soit premierement posé A estre la terre immobile, & A B eccentricité du deferant solaire C D de 417, selon *Ptolemée*, lors que le raid B C fait 10000, par la 13 propoſitioo du troisiesme livre, & D perigée, C apogée au 65 deg. 30 ♌ du temps de *Ptolemée*. Et pour figurer le cours d'une des trois planetes ſuperieures, comme de Mars, duquel l'apogée du deferant de l'epicycle au temps de *Ptolemée* estoit au 115 deg. 30 ♋, par la 13 propoſition de ce troiſieſme livre; je mene E F par A, faiſant l'angle C A F de 50 deg assavoir de A L au 65 deg. 30 ♌ de l'ecliptique, & A F vers le 115 deg. 30 ♋ dudit ecliptique; & soit G en A F, ainsi que A G soit l'eccentricité de Mars, faisant 1519 par la 13 proposition, lors que le raid du deferant solaire fait 10000: puis H en E F, ainsi que G H face 15190 poor le raid du deferant d'epicycle de Mars en mesmes parties que dessus, par la 13 proposition, & sur G, comme centre, & G H intervalle soit descrit le deferant d'epicycle H E, coupant A F en H, comme apogée, & en E perigée: Puis en quelque lieu soit l'epicycle de Mars, & premierement en l'apogée H, comme centre d'iceluy, ayant un raid

H F egal



HF egal à BC (car BC, ou HI 10000, à GH, ainſi 39 part. 30 ① à 60 part. raiſon trouvée par *Ptolemée* par l'onzieſme propoſition) lequel epicycle ſoit FI, F apogée, & I perigée, tellement que la configuration de Mars eſt achevée en l'hypotheſe de terre immobile.

2 *Article, contenant la configuration du cours de Mars, ſelon l'hypotheſe de terre mobile.*

A ceſte fin ſoit A terre mobile, & C le Soleil fixe, puis ſoit K en CA, tellement que l'excentricité CK ſoit egale à AB, & puis deſcrit le deferant terreſtre AL du centre K, & raid KA egal à BC, ſon apogée A, & perigée L: & quant à la figuration du cours de Mars, ſoit menée MN par K, parallele à EF; parquoy KN ſera auſſi dirigée vers le 115 deg. 30 ① de l'ecliptique, auſſi bien que AH; & en apres poſe KQ en la ligne KN, depuis K, egale à l'excentricité AG, denotant auſſi le poinct N, faiſant QN égale au raid du deferant de l'epicycle de Mars GH, deſcrivant avec icelle le deferant de Mars NM, coupant KN en N, comme apogée, & M perigée.

3 *Article, contenant la demonſtration que Mars a en l'une & l'autre hypotheſe, la meſme longitude apparante en l'ecliptique, & la meſme diſtáce de la terre, eſtant en l'apogée de ſon epicycle, & le cẽtre de l'epicycle en l'apogée du deferant.*

Prenant que H centre d'epicycle de Mars ſoit en l'apogée H, & Mars en l'apogée de ſon epicycle F, alors AF ſera la plus grande diſtance que Mars pourra eſtre eſloigné de la terre immobile; & par conſequent eo l'hypotheſe propre Mars ſera en N apogée de ſon deferant, & la terre mobile en P, & ainſi PN ſera egale à AF; d'autant que le raid du deferant de Mars QN avec l'excentricité QK, ſont enſemble egales à GH raid du deferant d'epicycle avec l'excentricité GA, & puis KP raid du deferant terreſtre egal à HF raid de l'epicycle. D'avantage pource que PN, AF ſont paralleles, alors il ſera veu tant en l'une qu'en l'autre hypotheſe, en un meſme poinct de l'ecliptique: Et eſt manifeſte pour raiſons ſemblables que les moindres diſtances és deux hypotheſes ſeront auſſi egales; ce qui ſe pourroit voir plus clairement, ſi l'epicycle eſtoit marqué au perigée.

4 *Article, que le raid du deferant, en l'hypotheſe propre juſques à Mars eſt touſiours parallele au raid du deferant de l'epicycle, vers le centre de l'epicycle, en l'hypotheſe impropre; & que le raid du deferant terreſtre, vers la terre, eſt touſiours parallele au raid d'epicycle, entre le centre & Mars.*

ALB. GIRARD.

I'ay corrigé la propoſition du preſent article, qui eſt mal tant en Flamend qu'en Latin.

Soit le centre d'epicycle de Mars parvenu de H à R, par lequel R ſoit menée G R S, ainſi S ſera le my-apogée, duquel Mars eſt parvenu juſques à T en l'hypotheſe impropre : Et pource, par la propre, Mars ſera parvenu en meſme temps de N à V, ainſi que l'arc N V eſt egal à l'arc H R, puis menée Q V, elle ſera parallele & egale à G R.

Auſſi la terre mobile, qui eſtoit alors en P, ayant fait le cours P L X egal aux ſuſdits deux, comme P L (egale, je prens, à S T) & L X ſemblable à N V, ou l'angle L K X egal à l'angle N Q V, ce qui doit eſtre ainſi par la 33 propoſition du premier livre, où eſt demonſtré que le cours de l'apogée de Mars avec le cours de ſon epicycle, ſont enſemble egaux au cours du Soleil, ce qui eſt auſſi le cours de la terre.

Parquoy ayant la terre mobile veuë de K, fait tel cours en longitude apparante, comme l'arc P L X emporte : & auſſi pource que Mars en l'hypotheſe impropre a fait pareil cours en longitude apparante : alors la terre mobile, veuë du centre de ſon deferant K, aura fait un tel cours en longitude apparante, que Mars en l'hypotheſe impropre, veu du centre de ſon epicycle ; & partant ſeront leurs raids K X, R T paralleles, comme ils eſtoyent au commencement du cours, aſſavoir H F avec K P : Et ainſi que K vers P eſtoit d'un ſens oppoſite à H vers Mars F, ainſi maintenant auſſi K vers la terre X, eſt d'un ſens oppoſite à R vers Mars T.

5 *Article, que Mars en l'une & l'autre hypotheſe, a en tout lieu la meſme longitude apparante, & la meſme diſtance à la terre.*

Pour venir à la demonſtration, je mene les 4 lignes A R, A T, K V, V X ; & puis que le coſté K Q du triangle K V Q, eſt egal & parallele à A G du triangle A R G, auſſi Q V egal & parallele à G R, par le quatrieſme article, il faut donc que les coſtez teſtans K V & A R ſoyent egaux & paralleles : D'avantage veu que les deux coſtez K V, K X ſont egaux & paralleles aux deux A R & R T, chacun au ſien, par le quatrieſme article, il s'enſuit qu'auſſi ſeront les coſtez reſtans X V, A T, & partant l'on voit Mars en V de la terre mobile X, apparemment en un meſme poinct en l'ecliptique, qu'eſtant en T veu de la terre immobile A, auſſi V X & T A ſont diſtances egales.

6 *Article, de la difference qu'il advient entre les operations des deux hypotheſes en la computation de la longitude apparante des Planetes.*

En l'hypotheſe impropre on rencontre en la computation de la recerche de la longitude apparante de Mars de ceſt exemple, le quadrangle commun A G R T, avec cinq termes cognus ; aſſavoir les trois coſtez A G, G R, R T touſiours de meſme longueur cognue : D'avantage l'angle A G R, comme adjoinct de l'angle cognu H G R, mouvement moyen du centre de l'epicycle, & l'angle G R T adjoinct de S R T auſſi cognu, eſtant le mouvement moyen de Mars en l'epicycle, par leſquels on trouvera l'angle incognu G A T, lequel adjouſté à la longitude cognue où A G tend, c'eſt vers le 115 deg. 30 ♉, on a le requis.

Mais en l'hypotheſe propre, on rencontre le quadrilatere croiſé K Q V X, avec cinq termes donnez, aſſavoir les coſtez K Q, Q V, K X, touſiours de meſme longueur cognue, & l'angle K Q V, comme adjoinct de l'angle donné N Q V, moyen mouvement de Mars en ſon deferant ; & l'angle Q K X, eſtant L K X longitude moyenne de la terre, moins L K O 50 deg. par leſquels on trouvera l'angle incognu K X V, lequel oſté de la longitude cognue où tend X K, qui eſt la longitude apparante du Soleil moyen K, on a le requis, de neceſſité, de meſme que cy-deſſus.

Or telle ſera la demonſtration de Saturne & Jupiter, que de Mars icy.

Concluſion. Les trois planetes ſuperieures Saturne, Jupiter & Mars reçoivent és deux hypotheſes, les meſmes longitudes apparantes, & diſtances de la terre, qu'en l'impropre, ſelon le requis.

Notez I.

D'icy ſe peut voir la cauſe comment il advient en l'hypotheſe impropre de terre immobile, que le cours du centre de l'epicycle en ſa voye, & le cours de la planete en ſon epicycle, ſont enſemble autant que le cours du Soleil ; & non pas qu'eſſentiellement les planetes ayent regard au Soleil, comme à leur Roy, comme a eſté dit à la 6 propoſition du troiſieſme livre, que pluſieurs s'eſmerveillent là deſſus ; car en effect il n'y a que la planete & la terre, chacun ayant ſon cours particulier en ſa voye, d'où advient que l'hypotheſe de terre immobile fingée, trouve telle convenance.

Alb. Girard.

C'eſt à dire qu'il ſuffit aux planetes de tourner en leurs cercles deferants, chacune ſelon ſon mouvement particulier, ſans qu'il y ayt aucune contrainte en cela, ny relation d'icelles au Soleil quant à leurs cours ; mais on pourroit dire qu'encor qu'elles ayent tel regard envers le Soleil, que de tourner toutes à l'entour de luy ; que toutefois l'hypotheſe propre eſt beaucoup plus ſimple & facile.

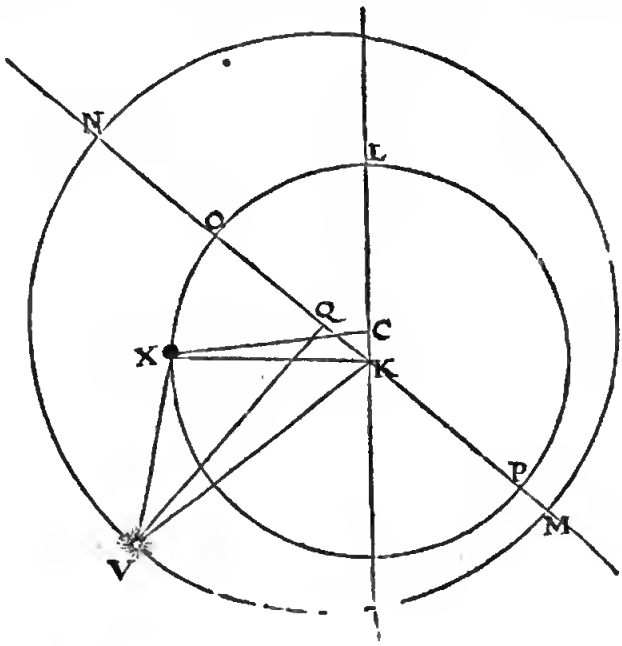
Notez II.

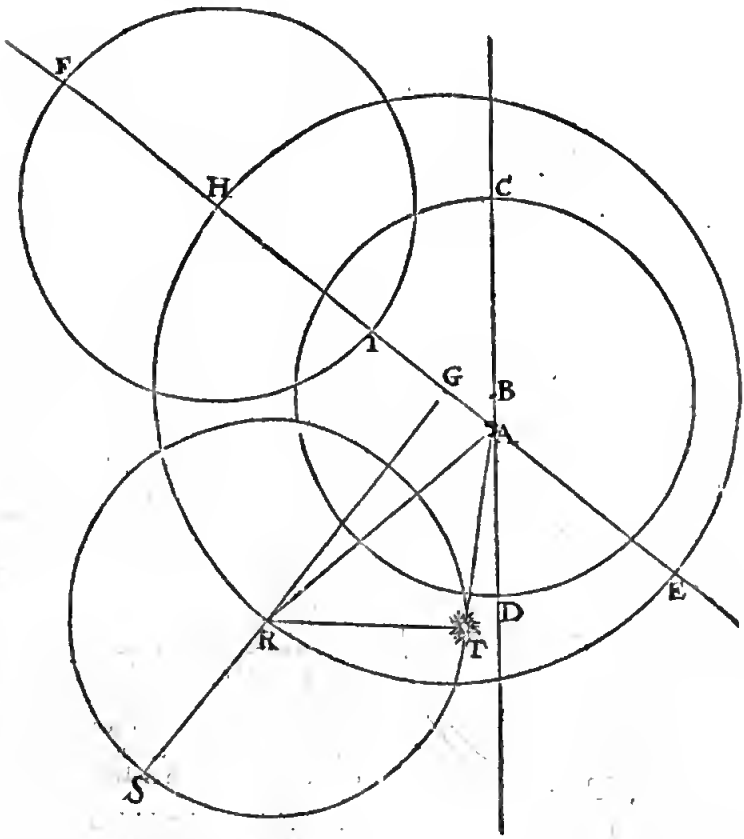
Pour voir cecy plus clairement par exemple, touchant la convenance du Soleil avec la Terre & Mars, en l'une & l'autre hypotheſe, je mene X C de la terre mobile X au Soleil fixe C ; mais en ceſte hypotheſe, la terre mobile eſt parvenue de A par P, L, à X ; & en meſme temps en l'autre hypotheſe, le Soleil mobile ſera parvenu de C par D à Y, ainſi que les arcs C D Y, & A P L X ſont egaux ; & partant A Y ſera egale & parallele à X C, qui fait que le Soleil fixe C, eſt veu de la terre mobile X, en la meſme longitude, que le Soleil mouvant en Y, de la terre immobile A. D'avantage d'autant que X C eſt parallele à A Y, & X V à A T ; alors l'angle V X C ſera egal à l'angle T A Y ; d'où advient auſſi que la diſtance apparante de Mars V, au Soleil fixe C, veuë de la terre mobile X, eſt egale à la diſtance apparante de Mars T, au Soleil mobile Y veu de la terre A.

Notez III.

Veu que les deux hypotheſes du premier & deuxieſme article, ſont enſemble en une figure, pource que la demonſtration le requiert ainſi ; & auſſi que pour plus ample declaration il ſeroit bien beſoing de les voir ſeparées, je les ay ſeparées pour ceſte cauſe comme s'enſuit.

Propo-





PROPOSITION XVI.

DEscrire le cours des deux planetes inferieures Venus & Mercure en leurs deferans, sur un temps donné, avec hypotheſe de terre mobile.

Le donné. Pour commencer avec Venus, ſoit le temps d'un jour.

Le requis. On veut là deſſus trouver le cours d'icelle en ſon deferant, avec hypotheſe propre.

CONSTRVCTION.

Au cours du centre de ſon epicycle en l'hypotheſe impropre faiſant par la 36 propoſition du premier livre, ſur un jour 0 deg. 59. 8. 17. 13. 12. 31.

Soit adjouſté ſon cours en l'epicycle en un jour, faiſant par la 41 propoſition du premier livre 0 deg. 56. 59. 25. 53. 11. 28.

Vient enſemble pour le cours requis de
Venus ſur un jour en l'hypotheſe
propre . 1 deg. 36. 7. 43. 6. 23. 59.

Remarquant que le theoreme ſuivant, qui eſt la 17 propoſition ſert de demonſtrarinu à ce probleme, nous n'en parletons pas icy : Et de meſme le faut-il entendre de Mercure.

Concluſion. Nous avons donc deſcrit le cours des deux planetes inferieures, &c.

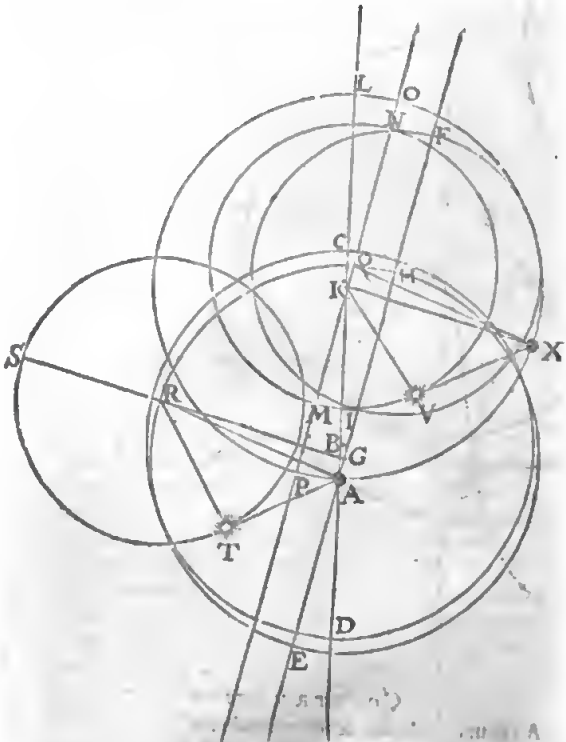
Theoreme. Propoſition XVII.

Les deux planetes inferieures Venus & Mercure reçoivent en l'une & l'autre hypotheſe la meſme longitude apparante, & diſtance de la terre.

Pour declarer ceſte propoſition par ordre, je la deduiray en ſix articles, comme en la 15 propoſition és trois ſuperieures, prenant Venus pour exemple.

1 *Article, contenant la configuration du cours de Venus en l'hypotheſe impropre.*

Soit premierement A la terre fixe, A B, l'eccentricité du deferant ſolaire faiſant ſelon *Ptolemée* 417 lors que B C en fait 10000 par la 13 propoſition du troiſieſme livre, & ſur B centre, & B C raid ſoit deſcrit le deferant ſolaire C D, & prolongeant C A, alors D ſera petigée & C apogée, lequel eſtoit du temps de *Ptolemée* au 65 deg. 30 (1). Et pour deſcrire là deſſus la figure du cours des deux planetes inferieures, je prens celuy de Venus par exemple comme dit eſt, de laquelle l'apogee du deferant d'epicycle eſtoit au temps de *Ptolemée* au 55 deg. par la 13 propoſition du troiſieſme livre, je mene



par la terre fixe A, la ligne E F de A en F vers les 55 deg. ſuſdits de l'ecliptique, aſſavoir que l'angle C A F ſoit 10 deg. 30 (1), difference entre 55 deg. où eſt F, & 65 deg. 30 (1), où eſt C, je poſe en apres en A F, le poinct G, ainſi que A G ſoit l'eccentricité du deferant d'epicycle de Venus, faiſant 208 des meſmes parties que deſſus par la 13 propoſition : mais d'autant que le deferant d'epicycle de Venus eſt egal au deferant de la terre, comme a eſté dit en la 13 propoſition, & le meſme deferant terreſtre à celuy du Soleil, je deſcris ſur G comme centre & G A intervalle egal au raid B C le deferant d'epicycle H E coupant H F en H, comme ſon apogée, & E eſt le perigée : Je deſcris puis apres en quelque lieu, le deferant d'epicycle de Venus, ſoit premierement à l'apogée H, lequel comme centre, & H F raid, faiſant 7194 par la 13 propoſition, ſoit deſcrit l'epicycle F I : or voila la configuration de Venus en l'hypotheſe impropte.

2 *Article, contenant la configuration du cours de Venus en l'hypotheſe propre.*

A ceſte fin, ſoit A la terre mobile, & C le Soleil fixe, marquant en C A le poinct K, ainſi que C K ſoit eccentricité egale à A B ; puis ſur K, comme centre, & K A raid egal à B C, je deſcris le cercle A L deferant de la terre, ſon perigée L, apogée A : Et pour deſcrire là deſſus le cours de Venus en l'hypotheſe de terre mobile, je mene par K la ligne M N parallele à E F, coupant le deferant de la terre en O, P ; & partant K N ſera dirigée auſſi vers le 55 deg. de l'ecliptique, comme A H ; je poſe en apres le poinct Q en K N, ainſi que K Q ſoit egale à l'eccentricité A G, & marque N, ainſi que Q N ſoit egale au raid de l'epicycle H F, deſcrivant par ce moyen le deferant de Venus N M coupant la ligne K N en N comme apogée, & en M comme perigée.

3 *Article, contenant la demonſtration que Venus és deux hypotheſes a la meſme longitude apparante, & la meſme diſtance de la terre, eſtant en l'apogée de ſon epicycle, & le centre de ſon epicycle, en l'apogée de ſon deferant.*

Poſant que le centre d'epicycle de Venus, ſoit en l'apogée du deferant H, en l'hypotheſe de terre immobile A, & Venus en l'apogée de l'epicycle P ; & partant A F ſera la majeure diſtance de Venus à la terre immobile, qui fait que Venus ſera (en l'hypotheſe propte) en l'apogée de ſon deferant N, & la terre mobile en P ; car ainſi il y a autant de diſtance de la terre mobile P à Venus N, que de la terre immobile A à Venus en l'epicycle en F ; d'autant que le raid du deferant terreſtre K P, avec l'eccentricité Q K ſont egales au raid du deferant d'epicycle G H avec l'eccentricité G A ; & d'avantage Q N raid du deferant de Venus egal à H F raid de l'epicycle : Qui plus eſt d'autant que P N & A F ſont paralleles, alors Venus ſera veuë en apparence és deux hypotheſes en un meſme poinct de l'ecliptique : Et pour ſemblables raiſons eſt manifeſte que la moindre diſtance N O en l'hypotheſe propre, doit eſtre egale à l'autre moindre diſtance en l'hypotheſe impropte : ce qui ſeroit la ligne de A juſques au perigée de l'epicycle, s'il eſtoit deſcrit ſur E comme centre, mais a eſté delaiſſé pour eviter confuſion en la figure.

4 *Article, que le raid depuis le centre du deferant terreſtre juſques à la terre, eſt touſiours parallele au raid, depuis le centre du deferant d'epicycle, juſques au centre de l'epicycle : & que le raid du deferant de Venus, depuis le centre juſques à Venus, eſt touſiours parallele au raid de l'epicycle, depuis le centre juſques à Venus.*

Soit le centre d'epicycle de Venus parvenu de H juſqu'à R, par lequel R ſoit menée G R S, alors S ſera le my-apogée, duquel cependant Venus eſt parvenue

en T

en T en l'hypotheſe impropre : Et pource que le cours de Venus en ſon deferant eſt egal aux deux cours, dont l'un eſt du centre de l'epicycle icy l'angle S R T, il faut que Venus en ſon deferant aye fait cependant un cours de N, egal aux deux angles ſuſdits, qui eſt l'angle reuerſé N Q V, & menant Q V, elle ſera egale & parallele à R T, pour les meſmes raiſons deduites cy-deſſus en Mars au quatrieſme article de la 13 propoſition de ce troiſieſme livre : Auſſi la terre mobile, qui eſtoit lors en P, ayant fait le cours P X, egal au cours du centre de l'epicycle H R, par lequel auſſi les deux raids K X, G R, de ces deux cercles egaux, ſeront egaux & paralleles.

5 Article, que Venus a ès deux hypotheſes en tout lieu la meſme longitude apparante, & la meſme diſtance de la terre.

Pour venir à la demonſtration, je mene les quatre lignes A R, A T, Q V, V X, & dis ainſi : veu que le triangle R X Q a ſon coſté K Q egal & parallele à A G, du triangle A R G ; & de meſme Q X egal & parallele à G R, il faut que le troiſieſme coſté K X ſoit egal & parallele au troiſieſme A R : D'avantage je dis, que d'autant que le coſté Q X du triangle Q V X eſt egal & parallele à A R, & Q V auſſi egal & parallele à R T, par le quatrieſme article, il faut que le troiſieſme coſté X V, ſoit egal & parallele au troiſieſme A T ; & partant on voit Venus en V, de la terre mobile X, en apparence au meſme lieu de l'ecliptique, qu'on la voit de la terre immobile A, & y a telle diſtance de V à X que de T à A.

6 Article, de la difference qu'il y a en la computation des deux hypotheſes, touchant la longitude apparante des planetes.

En l'hypotheſe impropre ou a le quadrangle ordinaire A G R T avec cinq termes cognus, aſſavoir A G, G R, R T, touſiours d'une longueur egale cognue, & l'angle A G R, comme adjoinct du cognu H G R, moyen mouvement du centre de l'epicycle, & auſſi l'angle G R T, adjoinct du cognu S R T, moyen mouvement de Venus en l'epicycle, par leſquels on trouveta l'angle incognu G A T, lequel adjouſté à la longitude cognue où A G eſt dirigée (c'eſt au 55 deg.) on a le requis.

Mais en l'hypotheſe propre, on a le quadrangle croiſé K Q V X ayant cinq termes cognus, aſſavoir les trois coſtez K Q, Q V, K X, touſiours de longueur egale cognue, & l'angle K Q V adjoinct de l'angle cognu N Q V apotome de cercle, du moyen mouvement de Venus en ſon deferant, & l'angle Q K X eſtant apotome de cercle de la longitude moyenne de la terre, par leſquels on trouvera l'angle incognu K X V, lequel adjouſté à la longitude cognue où X K eſt dirigée, qui eſt la longitude apparante du Soleil moyen K, on aura le requis, & ſera de neceſſité de meſme que deſſus.

Et de meſme comme a eſté dit de Venus, ſera auſſi entendu de Mercure.

Concluſion. Les deux planetes inferieures Venus & Mercure, reçoivent donc ès deux hypotheſes la meſme longitude & diſtance de la terre, &c.

NOTEZ.

Il appert que l'on pourroit ſeparer les deux hypotheſes qui ſont meſlées en une meſme figure, comme on a fait de Mars en la troiſieſme note de la 15 propoſition.

PROPOSITION XVIII.

DEclarer la raiſon pourquoy j'ay demonſtré ès propoſitions 8, 12, 15, & 17, que les planetes ont les meſmes longitudes apparantes en l'hypotheſe propre, & meſmes diſtances l'une de l'autre qu'en l'hypotheſe impropre, avec les circonſtances d'icelles.

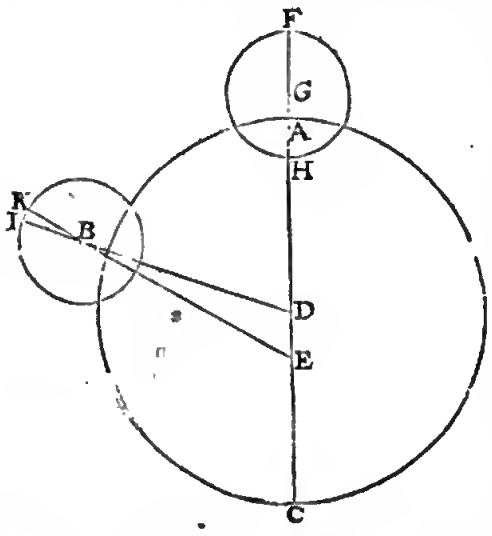
Copernique entend bien comme il ſemble, que les deux hypotheſes donnent meſme concluſion quant aux lieux des planetes & de leurs diſtances l'une de l'autre, mais il n'en fait aucune demonſtration (deſquelles hypotheſes oſtant de l'une les adjonctions de *Ptolemee* ès mouvemens incognus, & de l'autre les ſiennes) & ſemble entendre qu'il n'en eſt pas de beſoing ; ce que je trouve toutefois eſtre neceſſaire pour plus grande certitude du fondement, & pour pluſieurs choſes dont je me ſuis ſouvenu ; Premierement je fus quelque temps d'opinion (comme ſont pluſieurs autres qui ſe tiennent en l'hypotheſe de terre mobile) qu'on devoit poſer fixe le Soleil mobile par imagination, au lieu de la terre fixe, & au contraire la terre mobile au cercle du Soleil, & qu'ainſi on auroit le commencement de la theorie de la terre mobile : mais pource que les propoſitions fondées là deſſus eſtoyent defectueuſes, je trouvay qu'il ne falloit pas poſer la terre au cercle du Soleil, mais qu'il falloit deſcrire un cercle pour eſtre deferant terreſtre à l'entour du Soleil fixe, leſquelles choſes ne me ſemblerent pas ſi aiſees, que je ne trouvaſſe expedient d'en faire deſcription, comme on peut voir en la 8 propoſition de ce troiſieſme livre : Et trouvay auſſi que Saturne avec les autres planetes veuës du Soleil fixe, n'avoyent les meſmes longitudes, qu'ont les centres d'epicycles veus de la terre fixe : Comme par exemple en la 15 propoſition de ce troiſieſme livre, la ligne A R n'eſt pas parallele & egale à C V, ſi elle eſtoit menée, mais bien à K V. D'avantage je voyois que par l'hypotheſe de terre mobile, l'apogee de ſon deferant eſcheoit à l'autre coſté de l'apogée du deferant du Soleil, de l'autre hypotheſe, ce que je ne trouvay ſi facile, qu'il ne ſoit beſoing d'aucune declaration, comme on la verra à la 9 propoſition de ce troiſieſme livre.

Auſſi combien que la longitude apparante du Soleil veu de la terre, eſt le poinct oppoſite de la longitude apparante de la terre veuë du Soleil, d'où l'on preſumeroit facilement que lors que le Soleil en l'une hypotheſe ſeroit au premier demicercle de ſon deferant ayant apheteſe, qu'au meſme temps la terre en l'autre hypotheſe ſeroit en ſon deferant au deuxieſme demicercle ayant proſtheſe, non egale avec l'aphereſe du Soleil : toutefois le Soleil & la terre en leur hypotheſe mobile ſont en meſme temps, chacun au premier demicercle de leurs deferants avec aphereſe, ou au deuxieſme demycercle avec proſtheſe egale, ce qui a eſté mis en la dixieſme ptopoſition, comme de neceſſaire declaration.

Secondement, il s'eſt rencontré qu'eſtant au traicté du cours de la Lune, que comme ainſi ſoit que la terre tourne en un ecceutrique, elle acquiert les meſmes inegalitez ou proſtaphereſes qu'on attribue au Soleil en l'hypotheſe imptopre ; & puis que le Ciel de la Lune comprenant en ſoy le Globe terreſtre, alors ce majeur Globe acquiert la meſme inegalité ſuſdite, que fait le moindre, aſſavoir la terre, d'où l'on peut couclurre ptoprement que ſon apogée tient auſſi ceſte inegalité, ce qui m'a fait premieremeut douter, ſi cela n'eſtoit pas la cauſe de la deuxieſme inegalité incognue, que *Ptolemée* a remarqué. Mais pour eſtre plus ferme en cecy, j'ay penſé plus avant à la choſe, matquant une figure comme s'enſuit :

Soit

Soit A B C l'eccentrique de la terre, D ſon centre, E le Soleil, par leſquels eſt mené le diametre A D E C, ainſi que C eſt perigée, A apogée, & la terre ſoit en A. Puis prolongeant D A juſques en F, & entre A & F ayant poſé le poinct G, je deſcris ſur iceluy, comme centre, le deferant lunaire F H, duquel F eſt apogée:



Mais d'autant que le mouvement du meſme apogée, ne cauſe aucune alteration à ce que nous voulons dire, pource qu'il eſt ſans inegalité, je prens que le deferant lunaire n'aye aucun mouvement, mais que le moyen apogee comme F, demeure touſiours en la ligne menée du centre D par la terre. Ce qu'eſtant ainſi, ſoit la terre avec le deferant lunaire parvenuë de A en B, alors ſon moyen apogée (ſuivant le poſé) ſera en la ligne prolongée D B, comme ſoit en I, puis menée de E par B, juſques au deferant lunaire la ligne E B K, tellement que K ſignifie l'apogée, & l'angle E B D, ou I B K l'aphereſe de la terre B, & partant auſſi de l'entier deferant lunaire, & par conſequent du my-apogée I, lequel eſt veu en un autre lieu de E, que par D; maintenant on demande ſi le meſme apogée I, avec la venuë de la terre de A en B, n'a reçeu aucune inegalité par l'eccentrique de la terre? Or tout bien poſé, on voit qu'il y a difference, & divertité touchant le lieu du ſpectateur, que ſi c'eſt au Soleil E, comme centre de l'ecliptique, alors l'apogée I ſera veu avoir eu de là une inegalité; & d'autant qu'il n'eſt pas queſtion du lieu du ſpectateur en E, mais de la terre B; alors le poinct K monſtre la longitude apparante de la terre, comme ainſi ſoit que la ligne E B K vienne de E centre de l'ecliptique, tellemẽt que ſi le my-apogée eſtoit veu là, il auroit reçeu une inegalité en la venuë de la terre de A en B, aſſavoir l'angle I B K: mais il eſt veu en I, autant plus avancé qu'emporte l'angle K B I, & partant par la venue de la terre de A en B, il aura autant coutu en apparence en l'ecliptique, que peut emporter l'arc A B, ou l'angle A D B, qui eſt preciſement autant que le cours propre de la terre ſans aucune inegalité: joinct que je vis pour lors, que combien que la terre & auſſi le deferant de la Lune ayent la meſme inegalité qu'on attribue au Soleil en l'hypotheſe impropre, que nonobſtant cela, l'apogée du deferant lunaire veu de la terre n'a pas ceſte inegalité là, ce qui me miſt lors hors de doute. Je trouvay auſſi qu'il ne ſe trouvoit aucune difference en la poſition du mouvement propre de l'apogée de 52 ① 27 ② par jour, contre l'ordre des ſignes, comme en l'onzieſme propoſition de ce troiſieſme livre, qui eſt en l'hypotheſe impropre 6 ①, 41 ② ſelon l'ordre des ſignes, par l'onzieſme propoſition du premier livre: Semblablement qu'il ne ſe trouvoit aucune difference en poſant le cours propre des nœuds par jour de 1 deg. 2, 19, contre l'ordre des ſignes, comme en l'onzieſme propoſition de ce troiſieſme livre, qui eſt en l'hypotheſe impropre de 3 ① 11 ② contre l'ordre des ſignes auſſi, par l'onzieſme propoſition du premier livre.

Mais combien que les choſes ſuſdites m'eſtoyent ainſi cognues, il n'apparoiſſoit pas clairement, que je penſſe titer de là, la convenance du cours de la Lune és deux hypotheſes, ſans autre declaration; tellement qu'à ceſte fin, je fis la 12 propoſition.

Tiercement, cecy m'eſt advenu en l'ordonnance des cours des autres cinq planetes, aſſavoir de Saturne, Jupiter, Mars, Venus & Mercure; qu'il eſtoit manifeſte qu'en la computation des lieux des planetes en l'impropre hypotheſe, que l'on mene diverſes lignes de l'eccentre du Soleil, c'eſt à dire de la terre, aux autres poincts neceſſaires, comme en la figure de la 15 propoſition les lignes A R, A T, de la terre fixe A; & par conſequent on pourroit penſer qu'en la ſupputation des lieux des planetes en la propre hypotheſe, que telles lignes, comme K X & K V, ne devroyent pas eſtre menées de K, mais de C eccentre du deferant terreſtre, qui eſt le Soleil fixe, puis que tel lieu tient tel rang en la propte hypotheſe, comme la terre fixe en l'impropre; joinct qu'il me ſembloit auſſi que cela requetoit demonſtration.

Quatrieſmement, on peut encor bien joindre à cecy le grand changement qu'il advient, en ce qu'en l'hypotheſe propre on oſte l'epicycle, diſant que c'eſt le cours de la terre qui cauſe ceſte apparence, & qu'on place la planete où eſtoit le centre de l'epicycle.

De toutes ces choſes, il ne m'a pas ſemblé eſtre à propos de tirer concluſion de convenance ſans en faire demonſtration, ce qui a eſté la certitude de ceux qui l'ont fait par cy-devant. Mais touchant que *Copernique* n'en a rien eſcrit, combien que ce qu'il en dit, eſt certain; comme de ſupputer le cours de la Lune en l'hypotheſe propre, cumme en l'impropre, ſans recevoir alteration quelconque du couts de la terte; d'avantage és autres planetes, de ne pas mener les lignes ſuſdites, du Soleil comme centre du monde, mais du centre du deferant de la terre: de tout cela on peut juger de deux choſes l'une; la premiere, ou qu'il n'a pas trouvé la choſe ſi eſtrange que moy, mais ſi aiſée qu'il n'eſtoit pas grand beſoing à ſon advis d'en faire aucune mention; ou bien qu'il a trouvé des livres des anciens, touchant la terre mobile, là où les raiſons n'eſtoyent pas deduites de ce que deſſus, & qu'il les a auſſi delaiſſées, en mettant ſon livre en lumiere.

Or que ce ſoit l'une ou l'autre, touſiours ſi c'eſt la premiere, aucuns ſeront eſmeus de prendre garde, à cercher un chemin plus court; afin de ne pas declarer par un long chemin ce qu'on pourroit faire par un plus court; & ſi c'eſt la ſeconde qu'il ayt trouvé des livres des anciens, cela ſera un argument, que ſi on cerchoit és bibliotheques, qu'on en pourroit peut eſtre encor trouver d'autres, & par ce moyen avoir occaſion de recercher les livres des anciens avec plus de diligence qu'on n'a fait.

Concluſion. Nous avons donc declaré pourquoy a eſté demonſtré és 8, 12, 15 & 17 propoſitions, que les planetes ſont veues avoir meſmes longitudes apparantes

tes & meſmes diſtances de la terre en l'une & l'autre hypotheſe, avec leurs circonſtances, ſelon le requis.

Proposition XIX.

Declarer en quelle hypotheſe, aſſavoir en l'impropre, qui eſt de la terre immobile, ou en la propre, qui eſt de la terre mobile; il ſemble eſtre le plus commode de faire les computations de la longitude des planetes.

Au livre precedent ayant deſcrit le cours des planetes par les Ephemerides obſervées, & au deuxieſme, par operation Mathematique, tous deux fondez ſur l'impropre hypotheſe, & puis ſuivant mon deſſein deſcrivant ce troiſieſme fondé ſur la propre; tellement qu'on pourroit objecter, que puis qu'on ſçavoit que l'autre eſtoit impropre hypotheſe, pourquoy elle n'eſtoit obmiſe ſans y perdre temps, mais pluſtoſt dés le commencement deſcrire la propre: là deſſus je reſpons generalement, que j'eſtime la cognoiſſance de l'une & de l'autre fort neceſſaire: car par exemple, puis qu'il a eſté demonſtré qu'elles conviennent, il ne ſera de beſoing de deſcrire des propoſitions nouvelles en la propre, touchant l'invention de la longitude des planetes, equations des jours, conjonctions, oppoſitions, eclipſes, &c. leſquelles ſont jà deſcrites en l'impropre; voire que mon opinion eſt de faire toutes les ſupputations en general par l'hypotheſe impropre, comme plus commodement.

Car par exemple, ſi quelqu'un commandant de remettre un fardeau, lequel eſtoit dans un batteau vogant, dix pieds plus en arriere; & qu'on le vienne mettre voirement dix pieds plus derriere, ne plus ne moins que ſi le batteau eſtoit ferme; eat autrement il le faudroit mettre plus loing, autant que le cours du batteau empotte entre le temps du commandement, & l'execution qui pourroit eſtre, je prens 1000 pieds d'avantage, & partant au lieu de 10 pieds en arriere le faudroit reculer de 1010 pieds, qui ſeroit peut eſtre hors le batteau dans l'eau, ce qui n'eſtant pas ſelon l'intention du commandeur, s'enſuit qu'il eſt plus commode en tel accident de parler & faire ſelon l'apparant, qu'autrement; aſſavoir ſelon l'immobilité appatante de la matiere interieure du navire. Mais s'il eſtoit queſtion, non pas de tranſporter un fardeau dedans le navire, mais de tranſpoſer un pau dedans l'eau, fiché au fond, aſſavoir de 10 pieds plus en arriere d'un certain lieu du navire, duquel il eſt à l'endroit, alors on entend la choſe proprement, ſoit que le navire ayt changé de lieu ou non. Tellement qu'entre les hommes il y a deux manieres de faire & parler, l'une fondée ſur l'apparence, l'autre ſur le propre, ou la choſe meſme; deſquelles on doit choiſir celle qui eſt la plus facile: ce qu'eſtant concedé, il ſemble qu'il ſoit beſoing icy en l'Aſtronomie de donner à la penſée un fondement des deux hypotheſes, aſſavoir de l'apparante & de la vraye, comme la plus grande commodité & facilité le requiert: l'apparante quant aux rudimens, & à la calculation, car les noms (en ceſte matiere de la terre mobile) ſont auſſi bien uſurpez comme ſi elle eſtoit fixe; veu que les elevations des eſtoiles, leur lever, & couchet, &c. ſembleroyent eſtre trop difficiles de les prendre proprement; meſme *Copernique* ne s'en eſt ſervi, combien que ſon intention totale ſoit fondée en l'hypotheſe de terre mobile; tout de meſme qu'au navire ſuſdit il eſtoit plus expedient de parler & entendre ſelon l'apparence, que non pas ſelon le propre; & icy ſemblablement eſt plus convenable à nous qui ſommes ſur la terre, de la prendre pour fixe, pluſtoſt qu'autrement. Au contraire eſtant queſtion du cours en latitude de Saturne, Jupiter, Mars, Venus & Mercure, comme on verra cy-aptes, la choſe exige (de meſme que le pau fiché hors le navire cy-deſſus) de faire la calculation ſelon l'hypotheſe propre, veu que par là, on a le requis avec plus de cognoiſſance & facilité: joinct que la calculation ſur l'impropre eſt tirée d'icelle ſelon la maniere que je demonſtreray cy-aptes.

Voila donc mon opinion, laquelle j'ay ſuivi en ceſte matiere, que ſi on en trouve de plus pregnantes, par leſquelles l'autre voye ſoit plus expediente, il ſera bon de les ſuivre.

Juſques icy du mouvement en longitude des planetes: s'enſuit de leurs cours en latitude.

DU COURS EN LATITUDE.

CINQUIESME DISTINCTION DU TROISIESME LIVRE,

Du mouvement en latitude des cinq planetes, Saturne, Jupiter, Mars, Venus, & Meteute, ſelon l'hypotheſe de terre mobile.

SOMMAIRE DE CESTE CINQUIESME DISTINCTION.

D'autant que la terre mobile, & le Soleil fixe, ſont poſez eſtre dans l'ecliptique ſans latitude, & que le cours en latitude de la Lune, deſcrit au deuxieſme livre commençant à la 34 propoſition en l'hypotheſe impropre, n'a aucune difference qui aye beſoing de declaration, avec celle de l'hypotheſe propre, ainſi que preſentement n'en ſera parlé; mais ſeulement des cinq autres planetes, comme s'enſuit.

Tout ainſi que les anciens ont commencé leurs deſcriptions du cours en longitude, par les obſervations de chacune planete en un temps cognu, afin de tirer des regles generales de là, à la cognoiſſance de leurs cours pour le temps à venir; de meſme auſſi l'ordre naturel requiert le ſemblable, à la deſcription du cours en latitude, joinct que je commenceray par là, la deſcription particuliere de chacune planete, ſeulement je deſcriray des regles formées ſur le cours de Saturne dés le commencement, pource qu'elles ſervent auſſi aux autres, comme ſera mentionné où il en ſera de beſoing, deſquelles regles y en aura ſix.

La premiere, qui eſt la vingtieſme en l'ordre, eſt la deſcription des obſervations de Ptolemée, *de la latitude apparante de Saturne, ſervant aux regles generales de la proprieté de ſon cours en latitude.*

La deuxieſme, la 21 en l'ordre, pour trouver l'argument des deux poincts des deux latitudes majeures du deferant de Saturne, avec les moindres diſtances du deferant de la terre aux deux poincts ſuſdits: Auſſi la longueur de la ligne totale d'un poinct deſdites latitudes majeu-

majeures jusqu'à l'autre, en telles parties que le raid du deferant terreſtre en contient 10000, *par voye Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe propre.*

La troiſieſme, qui eſt la vingt-deuxieſme en l'ordre, eſt pour trouver la latitude du deferant de Saturne: & combien auſſi c'eſt que les nœuds ſont diſtans du centre du deferant terreſtre en meſmes parties & par meſme voye que deſſus eſt dit.

La quatrieſme, eſtant la vingt-troiſieſme en l'ordre, pour trouver l'argument des deux poincts extremes des nœuds, & des deux poincts extremes de latitude en la voye de Saturne: Auſſi la ligne du centre du deferant de Saturne, perpendiculaire ſur la ligne des nœuds en telles parties, & par telle voye, comme a eſté dit cy-deſſus.

La cinquieſme, qui eſt la vingt-quatrieſme en l'ordre, pour trouver la longueur de la ligne perpendiculaire ſur le plan de l'ecliptique, d'un poinct donné au deferant de Saturne, en telles parties que le raid du deferant terreſtre en contient 10000, *par voye Mathematique, en l'hypotheſe propre.*

La ſixieſme, qui eſt la vingt-cinquieſme en l'ordre, pour trouver la latitude apparante de Saturne, en un temps donné, par voye Mathematique, en l'hypotheſe propre.

Puis ſuivra l'advertiſſement ſuſdit des autres planetes, ſans en former aucune propoſition.

PREMIEREMENT DU COURS EN LATITVDE DE SATVRNE.

Proposition XX.

Deſcrire les obſervations de Ptolemée *de la latitude apparante de Saturne, ſervant aux regles generales de la proprieté de ſon cours en latitude.*

Article I.

Pource que mon opinion eſt que jadis chez les anciens y a eu une plus grande cognoiſſance du cours en longitude des planetes avec l'hypotheſe de terre mobile; parquoy j'eſtime auſſi que cela eſtant, que leurs cours en latitude ne leur a pas eſté moins cognu, veu que ſi on y veut prendre garde un peu de pres, la choſe ſe monſtre aſſez d'elle-meſme, tellement que je ne penſe pas que *Ptolemée* en ayt eſté le premier obſervateur, mais que devant luy on y a fait des grandes recerches, & reduit le tout en bonne forme; toutefois les meſmes eſtans tombées entre ſes mains, & non en d'autres qu'on ſçache, nous recevrons de luy en gré ſon diligent labeur, ſans lequel on ne pourroit maintenant qu'avec beaucoup de travail, parvenir à la deſcription de ce traicté, veu le peu d'obſervateurs d'aujourd'huy. Or pour venir à la choſe, je dis ainſi: comme lors qu'on cerche la qualité de la declinaiſon apparante du Soleil, & l'apparante latitude de la Lune, on taſche d'avoir du commencement ſa plus grande declinaiſon ſoit boreale ou auſtrale; afin de parvenir par là, à la cognoiſſance des lieux des equinoxes, & choſes ſemblables; de meſme *Ptolemée*, en l'obſervation des qualitez du mouvement de Saturne en latitude apparante, a taſché premierement de cognoiſtre les plus grandes latitudes, comme la boreale de 3 deg. 2 ☊ (ainſi eſt-elle eu ſa table) advenant touſiours lors que le centre de ſon epicycle apparoiſt eſtre 50 deg. devant l'apogée de ſon deferant, aſſavoir en l'ecliptique 183 deg. & Saturne au perigée de l'epicycle: Mais eſtant hors ledit perigée la latitude ou inclination boreale eſtoit pour lors moindre, & au moins lors qu'il eſtoit en l'apogée; car combien qu'il n'ayt peu par effect voir cela, veu qu'alors Saturne eſtoit pres du Soleil, il la remarqué pourtant par conjecture de l'amoindriſſement journalier, qu'il obſervoit advenir en ſes apparitions extremes.

Article II.

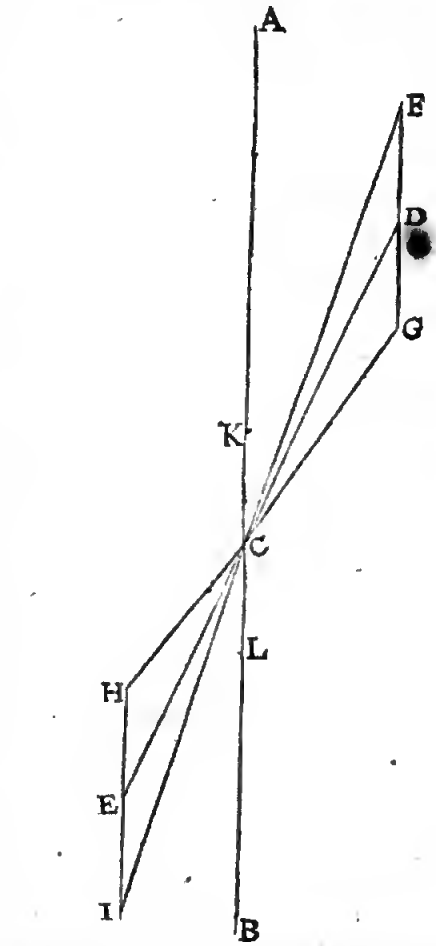
Du coſté auſtral, la majeure inclinaiſon eſtoit de 3 deg. 5 ☊, qui ſe faiſoit lors que le centre de ſon epicycle eſtoit à l'oppoſite du ſuſdit 183 deg. aſſavoir au 3 deg. de l'ecliptique, & Saturne au perigée de ſon epicycle: Mais eſtant eſloigné dudit perigée, alors ſon inclination auſtrale eſtoit moindre ceſte fois là, & au moins eſtant à l'apogée.

Article III.

Juſqu'icy a eſté dit des qualitez de Saturne, eſtant le centre de ſon epicycle à la majeure inclinaiſon de ſon deferant, mais eſtant en l'un des nœuds, il trouvoit que Saturne eſtoit touſiours dans le plan de l'ecliptique ſans latitude, en quel lieu de l'epicycle il puiſſe eſtre.

Article IV.

La cauſe plus appatante que *Ptolemée* ayt peu trouver



touchant ce mouvement lent, pour en faire une theorie fondamentale, à calculer la latitude de Saturne au temps

, eſt telle que s'enſuit, comme on peut ... ſon treizieſme livre 3 chapitre.

Soit A B le plan de l'ecliptique veu de coſté, & C la terre au centre, par lequel eſt menée la voye D E, tirant ☾ D vers le coſté ſeptentrional de l'ecliptique au 183 deg. comme au premier article; tellement que les deux angles A C D, B C E ſignifient la deviation de la voye, & en ſon extremité D vers le ſeptentrion, comme centre, eſt deſcrit un epicycle F G, quaſi parallele à l'ecliptique A B; F apogée & G perigée, deſquels ſoyent menées deux lignes G C, E C. Je dis quaſi parallele, à cauſe que la differenee eſt fort petite, aſſavoir 1 deg. 4 ①; car il trouve l'angle A C D de 2 deg. 26 ①, & C D G de 4 degr. 30 ①, leſquels devroyent eſtre egaux ſi leſdites lignes eſtoyent paralleles. D'avantage Saturne eſtant au perigée G de ſon epicycle, alors ſa deviation de l'ecliptique ſera l'angle A C G, trouvé au plus de 3 deg. 2 ①, comme a eſté dit au premier article. Mais hors le perigée, comme en D ou en F, ſa deviation ſeptentrionale eſtoit pour lors moindre, & ... moins eſtant en F; car A C F eſt moindre à A C D, & ſemblablement au coſté meridional H I, epicycle veu de coſté quaſi parallele à A B; & ſa majeure deviation eſtoit, eſtant en ſon perigée H, c'eſt l'angle B C H, 3 deg. 5 ①, comme a eſté dit au deuxieſme article, & en autre lieu, comme en E ou en I, elle eſtoit moindre, aſſavoir à la moindre eſtant en ſon apogée I.

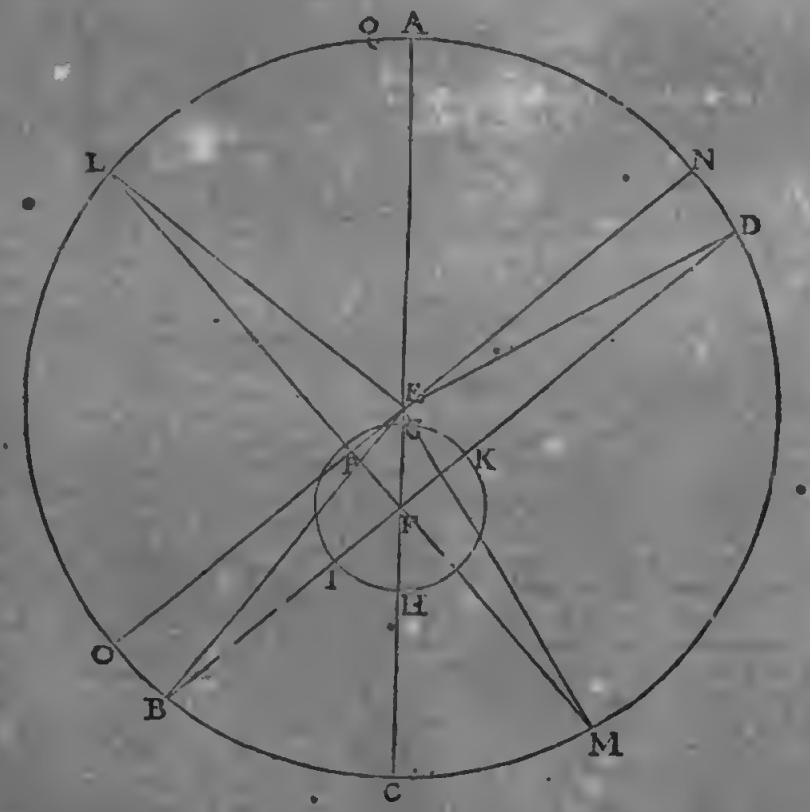
Ces deux proprietez de la deviation, lors que l'epicycle eſt aux extremitez D ou E, eſtant eſclarcies; l'autre deſcrite au troiſieſme article eſt aſſez manifeſte, lors que l'epicycle eſt en C, *Ptolemée* dit que venant là, il eſt entierement au plan de A B, comme eſt K L; & là deſſus a-il fondé ſes propoſitions, tables, & ſupputations: ce que j'euſſe mis icy, n'euſt eſté que je trouvay puis apres la raiſon de cecy, comme on verra cy-deſſous, me contentant maintenant d'avoir declaré ce que *Ptolemée* en dit, apres avoir fait ſes deligentes obſervations.

Concluſion. Nous avons donc deſcrit les obſervations de *Ptolemée*, &c.

Proposition XXI.

Trouver les argumens des deux poincts de majeure deviation apparante du deferant de Saturne, avec les moindres diſtances d'iceux poincts, au deferant terreſtre. Auſſi la longueur de la ligne entiere, depuis l'un des poincts de la majeure deviation juſques à l'autre en telles parties que le raid du deferant terreſtre en contient 10000, *par voye Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe propre.*

Le donné. Soit A B C D la voye de Saturne, & E ſon centre, F le centre du deferant terreſtre G H, puis mené le diametre du deferant de Saturne A C par iceux poincts F, E, alors A ſera l'apogée ſous le 233. de l'ecliptique, par la 13 propoſition de ce troiſieſme livre; &



d'autant que par le premier article de la 20 propoſition la majeure deviation ſeptentrionale de Saturne advient lors qu'il apparoiſt eſtre 50 deg devant le 233 deg. de l'ecliptique; ſoit menée donc par F la ligne B F D, coupant le deferant terreſtre en I & K, tellement que l'angle A F D ſoit les meſmes 50 deg. ainſi D, B, ſeront les deux poincts du deferant de Saturne, où il peut eſtre veu en ſes majentes deviations de l'ecliptique, & ce des deux poincts K & I.

Le requis. Il faut trouver l'argument des deux poincts B, D, qui ſont les arcs A B & A B D, auſſi les deux moindres diſtances K D, I B d'iceux poincts au deferant terreſtre, & la longueur de la ligne entiere, d'un poinct de la majeure deviation juſques à l'autre, en

relles parties que le raid du deferant terreſtre en contient 10000.

Preparation. Soyent menées E B, E D.

CONSTRVCTION.

Le triangle E F D a trois termes cognus, comme l'eccentricité E F 5256, le raid E D 92308, par la recapitulation de la 13 propoſition, & l'angle E F D 50 degrez par l'hypotheſe: par leſquels ſera trouvé l'angle E D F de 2 deg. 30.

Lequel adjouſté à l'angle A F D 50 deg viendra pour l'angle A E D, ou l'arc A D, 52 deg. 30.

Mais l'apogée A eſt le commencement du deferant; parquoy A D, 52 degr. 30 ①, oſté du tout 360 deg. reſtera pour l'argument requis, du poinct D (de la majeure deviation ſeptentrionale) c'eſt l'angle A B D 307 deg. 30.

Et le coſté F D ſera trouvé de 95610, duquel oſté le raid F K 10000, teſtera la moindre diſtance requiſe K D depuis le poinct apparant de la majeure deviation ſeptentrionale D juſques au deferant terreſtre 85610.

De meſme au triangle E F B on trouvera l'angle E B F de 2 deg. 30.

Lequel oſté de B F C 50 deg. (egal à A F D) reſtera pour l'angle C E B 47 deg. 30.

Le meſme oſté du demicercle A B C reſtera pour l'argument requis du poinct de la majeure deviation auſtrale apparante B, qui eſt l'arc A B, 132 deg. 30.

Et le coſté F B ſera trouvé de 88849, duquel oſté F I, 10000, reſtera pour la moindre diſtance requiſe I B, du deferant terreſtre juſques au poinct de la majeure deviation auſtrale apparante B 78849.

Pour avoir la longueur de B D, il appert qu'icelle ſe trouvera eſtre la ſomme de B I 78849, I K 20000, & K D 85610, qui eſt 184459.

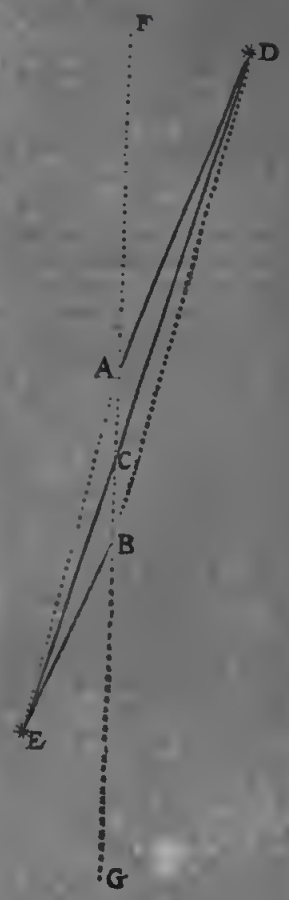
Dont la demonſtration eſt manifeſte.

Concluſion. Nous avons donc trouvé les arguments des deux poincts, &c.

PROPOSITION XXII.

TRouver la deviation du deferant de Saturne à l'ecliptique. Avec la diſtance de la ſection de l'ecliptique, au centre du deferant terreſtre, en telles parties que le raid dudit deferant terreſtre en contient 10000, par voye Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe propre.

Le donné. Soit A B, le profil du deferant terreſtre, icy egal au diametre de celuy de la precedente propoſition I K, C centre, puis ſoit menée D E, egale à D B en la precedente, faiſant 1844959, & ceſte C D egale à la precedente F D, ceſte C E à la precedente F B, leſquelles ſe coupent l'une l'autre en C ou environ, ainſi que l'angle de deviation des deux plans eſt A C D, & A D; ſoit la ligne de la terre en A juſques au poinct de la deviation extreme ſeptentrionale du deferant de Saturne, faiſant par la 21 propoſition 85610, qui eſt la ligne K D: Pareillement ſoit B E la ligne de la terre en B, juſques au poinct de la deviation extreme meridionale du deferant de Saturne E, faiſant par la ſuſdite 21 propoſition, 78849 qui eſt là F B; & prolongée



A B de part & d'autre en F, G, alors A F & B G ſeront au plan de l'ecliptique, & l'angle F A D ſera la majeure latitude boreale de Saturne, faiſant par le cinquieſme article de la 20 propoſit. 3 deg. 2 ①, mais ſa majeure latitude auſtrale G B E fait par le deuxieſme article de ladite 20 propoſition 3 deg. ①

Le requis. Il faut trouver la deviation du deferant de Saturne de l'ecliptique A C D, auſſi la diſtance de la ſection de l'ecliptique, au centre C du deferant terreſtre A B.

CONSTRVCTION.

Le quadrangle A B D E croiſé a cinq termes cognus, aſſavoir le coſté A B diametre du deferant terreſtre 20000: A D 85610, B E 78849, l'angle D A B 176 deg. 58 ①: car autant reſte-il oſtant F A D 3 deg. 2 ① du demicercle, & l'angle E B A 176 deg. 55 ① (adjoinct de G B E 3 deg. 5 ①) notez auſſi que pour plus grande facilité ſont encor cognus trois autres termes, comme D E, ligne entre les deux poincts des extremes latitudes de Saturne, faiſant par la 21 propoſit. de ce troiſieſme livre, 1844959, la ligne A E 98849, comme egale à A B 20000, & B E 78849 enſemble: D'avantage la ligne B D 105610, eſt egale à A B 20000 & A D 85610 enſemble: avecleſquels on trouveta l'angle A C D, pour la deviation requiſe du deferant de Saturne de 2 deg. 43 ① au lieu duquel *Ptolemée* trouve à taſton 2 deg. 26 ①, en ſon troiſieſme chap. du treizieſme livre.

Touchant la diſtance de la ſection de l'ecliptique du centre du deferant terreſtre C, elle eſt trouvée ſuffiſamment eſtre en iceluy, eat entre diverſes aſſomptions des termes, par leſquels l'operation peut eſtre faite, il m'advint par ceux que je pris, l'angle A D C de 19 ① avecquoy le triangle D A C, a ſes trois termes, comme les angles A D C, D C A, & le coſté A D, & je trouvay la ligne A C de 10294, qui eſt trop de 294, devant eſtre 10000, pour parfaite; mais il differe ſi peu, que ptenant l'angle A D C de 18 ①, au lieu des 19 ①, il venoit pour A C 9732, ce qui eſt 268 trop peu; ainſi que l'on peu tenir la ſection de l'ecliptique paſſer par le centre C, accordant avec la ſuppuration que *Ptolemée* a fait ſur ſa theorie, où elle paſſe par la terre immobile, veu que c'eſt de meſme que le centre du deferant terreſtre, comme je l'ay amplement declaré en la 18 propoſition de ce troiſieſme livre.

Notez encore, qu'on peut opeter autrement que cy-deſſus en trouvant ptemierement la ligne C D qui eſt du centre du deferant terreſtre juſques à Saturne en un lieu

lieu donné en ſon deferant) par le ſixieſme article de la 15 propoſition de ce troiſieſme livre; car eſtant cognue; le triangle A D C aura trois termes cognus, comme C D, A D, & l'angle A C D, par leſquels les incognus ſeront notifiez.

Concluſion. Nous avons donc trouvé la deviation du deferant de Saturne, &c.

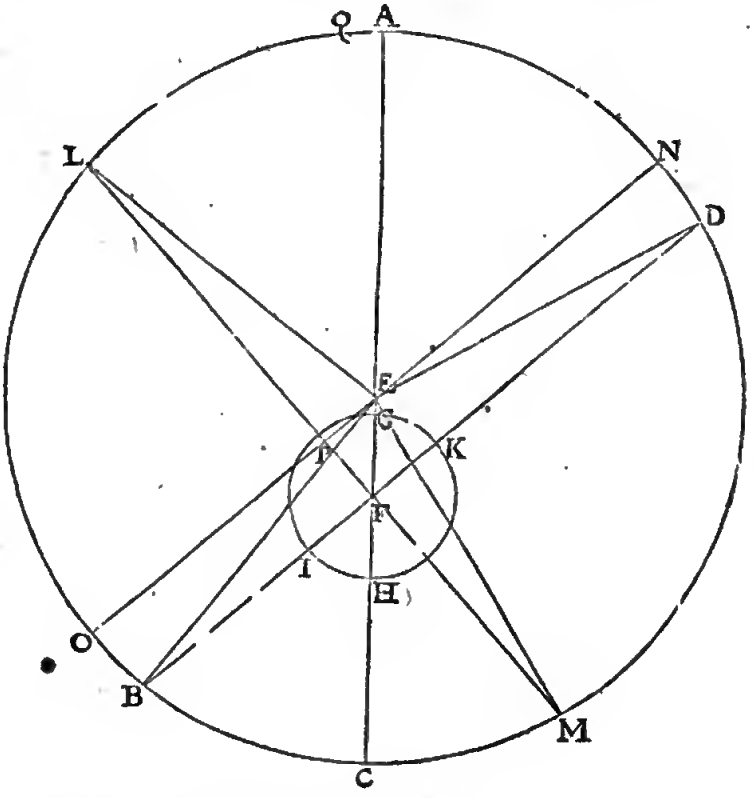
Note, contenant la declaration que le cours en latitude de Saturne, donne certain teſmoignage du mouvement de la terre.

Lors qu'en l'hypotheſe de terre immobile on dit que le centre de l'epicycle de Saturne eſt en la ſection de l'ecliptique, on le trouve touſiours par expérience au plan de l'ecliptique ſans latitude, en quel lieu il puiſſe eſtre dans ſon epicycle, par le troiſieſme article de la 20 propoſition: ce qu'eſtant trouvé digne d'admiration, *Ptolemée* y a projetté une telle theorie comme a eſté dit en la meſme 20 propoſition: mais par l'hypotheſe de terre mobile, on voit que cela doit eſtre neceſſairement par le ſimple tournoyement du ciel de Saturne ſur ſon axe, ſans y finger rien de nouveau; voire qu'on devroit pluſtoſt trouver eſtrange & admirer le contraire, s'il advenoit autrement; car par exemple, ſi Saturne venoit de E, juſques à ce qu'il ſoit en la ſection de l'ecliptique devant C, alors il ſera au plan de l'ecliptique, & puis que la terre y eſt touſiours auſſi, aſſavoir en l'ecliptique; de là s'enſuit qu'en quelque lieu que la terre ſoit en ſon deferant, qu'alors Saturne eſt veu eſtre en l'ecliptique, & non dehors: Et ainſi le mouvement de la terre eſt ſi apparant que l'on peut tenir pour peu experimentez ceux qui le nient.

Proposition XXIII.

Trouver l'argument des deux poincts extremes de la ſection de l'ecliptique, & des deux poincts extremes de la deviation du deferant de Saturne; auſſi la ligne du centre du deferant de Saturne, tombant à angles droicts ſur la ſection de l'ecliptique en telles parties que le raid du deferant terreſtre en contient 10000, par voye Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe propre.

Le donné. Veu que pour declarer mon deſſeing, il faudroit marquer icy encore une fois la figure de la 21 propoſition, pour y joindre quant & quant ce qui eſt de beſoing à ceſte propoſition, parquoy j'uſeray de la ſuſdite figure, comme s'enſuit, veu que la ſection de l'ecliptique paſſe par le centre du deferant terreſtre, ſuivant le contenu de la 21 propoſition: je mene donc par F, centre ſuſdit, la ligne L M ſection de l'ecliptique perpendiculaire ſur D B, & de ſes poincts extremes L, M, je mene les deux lignes L E & M E: & par le poinct E le diametre N O parallele à D B, coupant L M en P.



Le requis. Il faut trouver les arguments de L, M, poincts extremes de la ſection de l'ecliptique L M; pareillement l'argument des N, O, qui ſont poincts extremes de la deviation du deferant de Saturne, & E P longueur de la ligne du centre du deferant de Saturne perpendiculaire ſur L M ſection de l'ecliptique.

Construction.

De l'angle droit L F D, oſtant A F D 50 deg. par le premier article de la 20 propoſition, reſteta pour l'angle L F E 40 deg.

Le triangle L F E a trois termes cognus, aſſavoir L E comme raid du deferant 92308, l'eccentricité E F 5256, par la recapitulation de la 13 propoſition de ce troiſieſme livre, & l'angle L F E 40 deg. premier en l'ordre: on trouvera l'angle F L E de 2 deg. 6.

Lequel adjousté aux susdits 40 deg. de L F E viendra pour l'angle A E L, ou l'arc A L, argument requis d'un des poincts de la section de l'ecliptique L 42 deg. 6.

Mais pour trouver l'argument de l'autre poinct M, on voit que l'angle F M E est egal à F L E, qui sera donc de 2 deg. 6 lequel osté de C F M, 40 deg. comme oppositе de L F E, premier en l'ordre, restera pour F E M, ou C E M, ou l'arc C M 37 deg. 54. auquel adjousté le demicercle A B C 180 deg. viendra pour l'argument requis du poioct M 217 deg. 54.

Et pour trouver l'argument des deux poincts extremes de la deviation du deferant de Saturne C (qui ne sont pas les poincts B, D, pour cause notoire, combien que Saturne est veu de la terre en la plus grande latitude apparante, mais N, O) je dis ainsi : veu que l'angle E D F fait 2 degr. 30 ①, par la 21 propositiou, & que N E D est egal à iceluy, pource que E D est entre les deux paralleles E N, F D, alors l'angle E N D, ou l'arc D N fera 2 deg. 30 ①, lequel adjousté à l'argument du poinct D, faisant par la 21 propositiou 307 deg. 30 ①, viendra pour l'argument requis du poinct N 310 deg.

Et O poinct oppositе d'iceluy sera au 130 deg.

Pour trouver maintenant la ligne E P, le triangle E L P a trois termes cognus, comme le raid E L 91308 (par la recapitulatiбn de la 13 propositiou de ce troisiesme livre) l'angle E L P 2 deg. 6 ①, deuxiesme en l'ordre, & l'angle P, droict; par lesquels on trouvera E P de 3378.

Dont la demonstration est manifeste.

Conclusion. Nous auons donc trouvé les argumens des deux poincts extremes, &c.

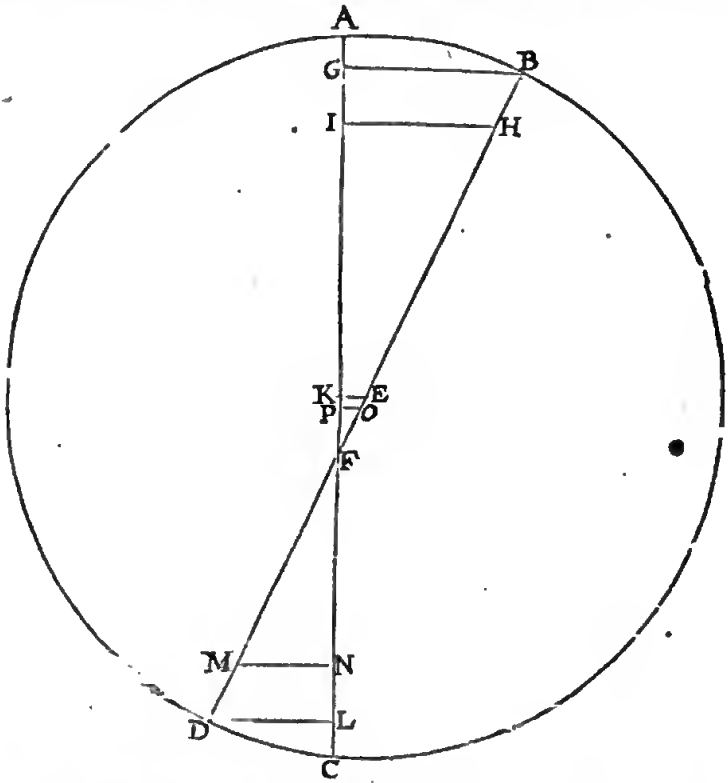
Corollaire.

Il appert que Saturne en son deferant doit tousiours estre meridional du 42 deg. 6 ①, troisiesme en l'ordre (qui est de L par B à M en la 21 propos.) mais du 217 deg 54 ①, quatriesme en l'ordre, jusques au 42 deg. 6 ①, qui est de M par A à L, doit tousiours estre septentrional: Car il faut remarquer que l'arc susdit de L par B à M, faisant 217 deg. 54 ①, est marqué en la figure de la 22 propos. par la ligne C F, veu de costé: ce qu'estant ainsi, Saturne ne pourra pas (en C E de la 22 prop.) estre en tel lieu, qu'estant veu de la terre, il puisse apparoistre autrement qu'au costé meridional de l'ecliptique F G, en quel lieu qu'il puisse estre en son deferant A B; & semblablement il ne peut estre en tel lieu (en C D de la 22 prop. signifiant l'arc M A L de la 21 prop.) qu'estant veu de la terre, il puisse apparoistre autrement qu'au costé septentrional de l'ecliptique F G, en quel lieu qu'il puisse estre en son deferant A B.

Proposition XXIV.

Trouver la longueur de la ligne perpendiculaire, d'un poinct donné au deferant de Saturne, sur le plan de l'ecliptique, en telles parties que le raid du deferant terrestre en fait 10000, par voye Mathematique fondée, sur l'hypothese de terre mobile.

Le donné. Soit A B C D le ciel de Saturne, E son centre, par lequel est menée B E D (de la qualité de



N E O en la figure de la 21 prop.) denotant le deferant de Saturne veu de costé, où soit le point F denotant la section de l'ecliptique veu de costé, ainsi que E F (egal à E P de la 22 prop.) est la ligne qui tombe perpendiculairement du centre du deferant de Saturne sur la section de l'ecliptique, faisant 3378 par la 23 prop. puis menée

menée par F la ligne droite AFC, denotant le plan de l'ecliptique veu auſſi de coſté, & l'angle BFA, eſtant la deviation des plaos du deferant & de l'ecliptique, fait par la 22 prop. du 3 liv. 2 deg. 43 ①.

Construction.

Exemple I.

Premierement ſuppoſant qu'il faille trouver icy la longueur de la ligne BG, laquelle tombe perpendiculairement ſur le plan de l'ecliptique AC du poinct B de majeure deviation. Pour y parvenir je dis que le raid du deferant EB eſt 92308 (par la recapitulation de la 23 prop. du 3 liv.) & FE 3378, leur ſomme pour FB eſt 95686, ainſi que le triangle BFG a trois termes cognus, aſſavoir le coſté FB 95686, l'angle F 2 deg. 43 ①, & l'angle G droit par le donné, par leſquels on trouvera BG eſtre de 4535.

Exemple II.

Soit qu'il faille trouver HI, venant du 30 deg. du defetant à compter depuis le poinct de la majeure deviation B; mais veu que telle ligne eſt egale à celle qui tombe du raid du deferant EB, du poinct H, extremité du verſet BH de 30 degr. ſoit donc priſe EB pour raid du deferant, ou EH ſera ſinus de 60 deg. complement du ſuſdit 30 deg. faiſant 8660; parquoy je dis, EB eſtant 10000, alors EH ſera 8660, combien donnera EB eſtant poſé de 92308 ? viendta pour EH 79939, auquel adjouſté EF faiſant par l'hypotheſe 3378, viendra pour FH 83317, ainſi que le triangle HFI a 3 termes cognus, comme FH 83317, F 2 deg. 43 ① & I droict: par leſquels on trouvera HI eſtre de 3949, & appert que HI vient du 340 deg. du defetant de Saturne; veu que ce B, eſt marqué N en la 21 prop. eſtant au deferant au 310 deg. par la 23 prop. auquel adjouſté 30 deg. viendra comme devant 340 deg.

Notez maintenant que comme on a trouvé HI entre E & B, ou au demicercle EB, ainſi en fera-on au meſme demicercle où ce puiſſe eſtre.

Exemple III.

Soit qu'on vueille trouver EK venant du 90 deg. du deſerant à compter du poinct de l'extreme deviation D: ce qui eſt facile, eſtant EF 3378, par l'hypotheſe, & ainſi le triangle EFK a 3 termes cognus, comme EF 3378, F 2 deg. 43 ①, & K droit: parquoy EK ſe trouvera eſtre 160; ayant donc fait tel progrés au demicercle EB, nous eo ferons autant au demicercle ED.

Exemple IV.

Soit qu'il faille trouver DL perpendicle ſur l'ecliptique AC, du poinct D de majeure deviation auſtrale, on oſtera FE 3378 de ED 92308, reſtera 88930 pour FD, auſſi que le triangle DFL a 3 termes cognus, comme FD 88930, F 2 deg. 43 ①, & L droict: tellement qu'on trouveta DL de 4215, pour le requis.

Exemple V.

Soit qu'il faille trouver MN, venant du 30 deg. du deferant, à compter du poinct D extreme deviation, & veu que telle ligne eſt egale à celle qui vient du raid du deferant, de M extremité du verſet de 30 deg. DM, ſoit poſée ED comme raid du deferant, donc EM ſera ſinus de 60 deg. (complement des 30 deg.) 8660: donc ED faiſant 10000, EM ſera 8660, combien EM, lors que ED eſt poſé de 92308 ? fait EM 79939, duquel oſté EF 3378, reſtera FM 76561; ainſi que le triangle MFN a 3 termes cognus, comme FM 76561, l'angle F, 2 deg. 43 ①; & N droict: par leſquels on trouvera NM pour la ligne requiſe 3629.

Notez maintenant que de meſme qu'on a trouvé MN entre F, D; ainſi ſerunt trouvées en tout autre lieu entre les meſmes F, D.

Exemple VI.

Que ſi on veut trouver la ligne OP, venant du 89 deg. du deferant à compter du poinct de l'extreme deviation D; laquelle ligne eſt egale à celle qui vient du poinct O au raid du deferant ED, comme extremité du verſet DO de 89 deg. ſoit donc priſe ED pour le raid du deferant, où EO ſera ſinus de 1 degré (complement de 89 degr. qui eſt 175: Parquoy je dis, ED eſtaot 10000, EO ſera 175, que fera-elle eſtant ED poſée de 92308? vieodra pour EO 1615, laquelle oſtée de EF 3378 par l'hypotheſe, reſteta OF 1763; tellement qne le triangle OPF a 3 tetmes cognus, comme FO 1763, l'angle F 2 deg. 43 ①, & P droict: par leſquels on aura OP 84 pour la reqniſe.

Et de meſme qu'oo a trouvé OP entre E, F, ainſi tronvera-on tout autre entre les meſmes.

Concluſion. Nous avons donc trouvé la longueur, &c.

Corollaire.

Il appert comment on pourra faire une table pour trouver facilement la ligne tequiſe dn deferaur de Saturne, perpendiculaire ſur le plan de l'ecliptique, & ce de degré en degré, commençant à l'apogée: comme par exemple, pour trouver la ligne qui vieot du deferant de Saturne au 1 degré, prenant la figure de la 21 prop. où ſoit marqué le poinct Q, ainſi que de l'apogée A à Q ſoit 1 degré, d'où s'enſuit que NQ ſera 51 degr. (car l'argument de N fait 310 deg par la 23 prop. dont l'apotome circulaire eſt 50 deg. pour NA, auquel adjouſté AQ 1 deg. viendra, comme deſſus, 51 deg.) donc par la 24 prop. on trouvera la perpendicle du 51 deg. à compter de B, (comme a eſté fait devant de la perpend. HI de 30 deg.) on aura donc ainſi le requis, pource que ceſte ligne tombera du 1 degr. du deferant de Saturne, & ainſi des autres.

Notez encor que lors que ces choſes ne ſeroient pas faites par exemple, mais pour ſervir à avoir la latitude pour l'advenir, qu'alors il ſera beſoing d'avoir par experience la longitude appatante de l'apogée, où il eſt pour le preſent: Auſſi comment la ſection de l'ecliptique s'eſt meuë depnis le temps de *Ptolemée* (duquel j'ay ptis les obſervarions par exemple, pour les cauſes declarées en leur lieu) car les eſcrivains des Ephemerides, prennent que le conrs de la ſection de l'ecliptique de Saturne ſoit egal avec celuy de l'apogée du deferant, touſiours 50 deg. l'un de l'autre, mais il faudroit des nonvelles obſervations là deſſus; car ſi les conrs de l'apogée & ſection de l'ecliptique de Saturne ſont divers, comme il advient à la Lune, ce ſeroit la cauſe pourquoy on ne trouve en effect ſa latitude, comme elle reſulte de la ſuppuration des Ephemerides.

Proposition XXV.

Trouver la latitude apparante de Saturne, au temps donné, par voye Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe propre.

Le donné. Soit Saturne au temps donné au 340 deg. de ſon deferant, où la ligne d'iceluy perpendicle ſur le plan de l'ecliptique ſera 3949, par la 24 propoſ. au 2 exemple: & ſa diſtance à la terre ſoit, je poſe 8000,

trouvée par la maniere declarée au 6 article de la 15 prop. de ce 3 livre, eſtant là, la ligne XV.

Le requis. Il faut trouver par iceux la latitude apparante de Saturne.

Preparation. Je marque le triangle rectangle A B C, B eſt l'angle droit, le coſté A B, les 3949 donnez, & A C les 80000.

CONSTRVCTION.

Le triangle A B C a 3 termes cognus, comme a eſté dit à la preparation, par leſquels on trouvera l'angle A C B de 2 deg. 50 ☉ pour la latitude requiſe. Or pour ſçavoir ſi elle eſt ſeptentrionale ou meridionale, ſon argument le monſtre; car il appert par la 23 propoſition, qu'iceluy eſtant entre le 44 degr. 12 ☉ & le 215 degr. 48 ☉, elle ſera meridionale; mais du reſte elle ſera ſeptentrionale, comme en ce 340 deg.

Dont la demonſtration eſt manifeſte.

Concluſion. Nous avons donc trouvé la latitude, &c.

NOTEZ.

D'autant que la regle des 6 propoſitions precedentes de la latitude de Saturne eſt commune aux autres quatre planetes Jupiter, Mars, Venus & Mercure, je ne formeray aucunes propoſitions particulieres pour elles, comme il a eſté auſſi dit au Sommaire de ceſte cinquieſme diſtinction, mais ſeulement je parleray de ce qui a beſoing d'advertance, comme s'enſuit.

MAINTENANT DE LA LATITUDE DE IUPITER.

Ptolemée la trouvée de meſme qualité, que celle de Saturne, & particulierement comme s'enſuit.

Premierement ſa latitude majeure ſeptentrionale eſtoit de 2 deg. 4 ☉, advenant touſiours lors que le centre de l'epicycle eſtoit 20 deg. devant l'apogée de ſon deferant, aſſavoir ſous le 141 deg. de l'ecliptique, & Jupiter au perigée de ſon epicycle; mais eſtant hors le perigée, ſa latitude ſeptentrionale eſtoit pour ceſte fois-la moindre, & au moins lors qu'il eſtoit ainſi en ſon apogée.

Secondement, il trouvoit en la partie auſtrale la latitude majeure eſtre de 2 deg. 8 ☉, advenant touſiours lors que le centre de ſon epicycle eſtoit ſous le poinct oppoſite du ſuſdit 141 deg. c'eſt ſous le 321 deg. de l'ecliptique, & Jupiter au perigée de ſon epicycle: Mais eſtant hors du perigée, ſa latitude auſtrale eſtoit moindre pour ceſte fois-la, & au moins lors qu'on le trouvoit eſtre en l'apogée.

Tiercement, eſtant le centre de ſon epicycle en une des extremitez de la ſection de l'ecliptique, il trouvoit que Jupiter eſtoit, comme a auſſi eſté dit de Saturne, touſiours au plan de l'ecliptique ſans latitude, en quel lieu il puiſſe eſtre en ſon epicycle.

La theorie que *Ptolemée* eſtablit ſur l'hypotheſe de terre immobile, eſt tout de meſme qualité que celle de Saturne, & partant ce ſeroit choſe ſuperflue d'en faire reiteration icy: comme auſſi celle que j'ay emmené cy-devant ſur l'autre hypotheſe.

MAINTENANT DE LA LATITUDE DE MARS.

Ptolemée l'a trouvée eſtre de meſme qualité en tout que celle de Saturne.

Premierement, ſa majeure latitude en la partie ſeptentrionale de 4 deg. 21 ☉, advenant touſiours lors que le centre de ſon epicycle eſtoit à l'apogée de ſon deferant (lequel par la recapitulation de la 13 propoſition eſtoit en l'ecliptique au 115 deg. 30 ☉) & Mars au perigée de l'epicycle: mais eſtant hors le perigée, ſa latitude ſeptentrionale eſtoit pour lors moindre, & au moins eſtant ainſi à l'apogée.

Secondement, il trouvoit la majeure latitude en la partie auſtrale de 7 deg. 7 ☉, advenant touſiours lors que le centre de ſon epicycle eſtoit au perigée du deferant à l'oppoſite du ſuſdit 115 deg 30 ☉, c'eſt ſous le 295 deg. 30 ☉ de l'ecliptique, & Mars au perigée de ſon epicycle: Mais eſtant hors le perigée ſa latitude auſtrale eſtoit moindre pour ceſte fois-la, & au moins le trouvant ainſi en ſon apogée.

Tiercement, eſtant le centre de l'epicycle en l'une extremité de la ſection de l'ecliptique, il trouvoit Mars, comme auſſi il a eſté dit de Saturne, touſiours au plan de l'ecliptique, en quel lieu il ſoit dans ſon epicycle.

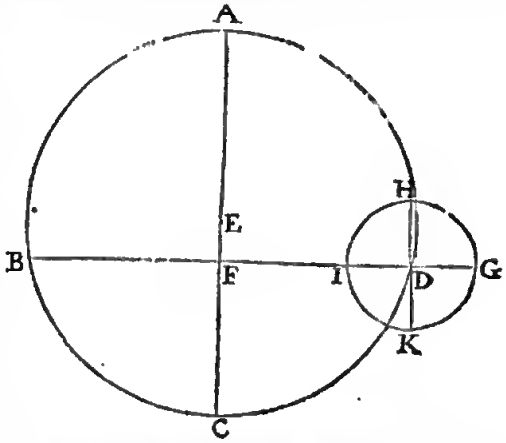
La theorie faite par *Ptolemée* eſt du tout de meſme qualité que celle de Saturne, tant en ſon hypotheſe, que nous en la propre: & partant inutile icy. Toutefois je diray cecy qu'en ceſte conſtruction il y a plus de briefveté qu'en celle-la, pource que l'extreme latitude de Mars advient en l'apogée & perigée de ſon deferant, comme dit eſt; car d'autant que la ligne entre les meſmes deux poincts eſt cognuë par la recapitulation de la 13 propoſition de ce troiſieſme livre, où le raid du deferaut de Mars eſt de 15190, lequel pris deux fois viendra pour la meſme ligne 30380, laquelle il ne faudra pas chercher ſelon la maniere de la 21 propoſition, ny auſſi comme en la 23 propoſition, les arguments des deux poincts extremes de deviation du deferant de Mars, ven qu'iceux ſont l'apogée & perigée.

MAINTENANT DE LA LATITUDE DE MERCURE.

ARTICLE I.

Contenant les obſervations de Ptolemée *touchant le cours de Mercure.*

Pour declarer plus proprement les obſervations de *Ptolemée*, de la qualité du cours en latitude de Mercure,



avec la ſomme de ſa theorie eſtabile deſſus: Soit A B C le deferant de l'epicycle, E centre, F la terre, par laquelle

quelle & E eſt menée C F E A, A apogée, C perigée, & menée par F, la ligne B F D perpend. à A C, les poincts B, D, denoteroot les 90 deg. & 270 deg. du deferant; & combien qu'il y a autant de diffetence que l'eccentricité y cauſe, toutefois nous les prendrons auſſi tels, pource que *Ptolemée* le fait ainſi: & ſur D, comme centre, deſcrit l'epicycle G H I K, duquel l'apogée G, perigée I, & moyennes eſlongations H, K, entre leſquels 4 poincts ſont marquez les 4 diametres I G, H K.

Ce que ſtant ainſi, *Ptolemée* a obſervé que la majeore latitude de Mercure eſtoit de 4 deg. 5 ① en la partie auſtrale, advenant touſiours lors que le centre de ſon epicycle eſtoit 90 deg. de l'apogée de ſoo defetaot: tant d'un coſté, que de l'autre, c'eſt és 90 deg. en B, & 270 deg. en D, (lequel 90 deg. eſt ſous le 280 deg. de l'ecliptique par la recapirulation de la 13 prop. de ce 3 livre, l'apogée ſous le 190 deg. de l'ecliptique) & Mercure au perigee de l'epicycle I: Mais hors le perigée, alors pour ceſte fois-la, ſa laritude auſtrale eſtoit moindre; & au moins, eſtant ainſi en l'apogée G. La raiſon pourqooy les latitudes ſuſdires adviennent egales, lors que le centre d'epicycle eſt en D, ou B, appert en la figure; pource que la ligne de la terre F à D, eſt egale à la ligne de F à B. Car de là s'enſuit que le centre d'epicycle eſtant en B, les apogée & perigée ſont veus de la terre F, en telle diſpoſition qu'eſtant en D.

Secondement, il trouvoit qu'ao coſté ſeptentrioonal, la majeute latitude eſtoit de 1 degt. 45 ①, adveoaot touſiours lors que le centre d'epieycle eſtoit 90 deg. de l'apogée de ſon deferant, tant d'un coſté que d'autre, & Mercure au perigee de ſon epicycle, mais eſtant dehors le perigée, ſa laritude boreale eſtoit pour lors moindre, & au moindre lors qu'on le trouvoit aioſi en ſoo apogée.

Article II.

Contenant la theorie de Prolemée, *tirée de l'obſervation precedente du 1 Article.*

Veu que les obſervations precedentes de *Ptolemée* peuvent encor eſtre declarées plus amplement par la theorie qu'il a eſtablie deſſus, j'en deduiray ſommairement le contenu, comme s'enſuit.

D'autant que les deux poincts du deferant d'epicycle, leſquels peuvent eſtre veus de la terre eo la laritude majeure ſont B, D, il s'enſuivroit de là que la commune ſectioo de l'ecliptique & dudit deferant, doit eſtre perpend. à B D; & pource qoe *Ptolemée*, ſe propoſoit és cours en latitude des planetes qu'elle paſſe par la terre F; donc ſelon œſt ordre, la ligne A F C ſeroit la ſection de l'ecliprique, & partant le centre d'epicycle eſtant en A ou C, & Mercure en l'apogée ou perigée de l'epicycle, il devra eſtre veu de la terre F, au plan de el'cliptique ſans latitude: Mais l'experience luy monſtrant le contraire, car il trouvoit ſa latitude de 45 ① vers le midy: Tellement qu'il ordonna autrement la theorie de Metcure que des 3 planetes ſupetieures (pour ceſte raiſon, & jointement d'une autre qui ſera deduite en l'appendice du cours en latitude, en l'hyp. impropre:) comme s'enſuit: Il a dit, B D paſſant par 2 poincts de l'extreme deviation, eſtre la commuoe ſectioo de l'ecliptique & du deferant d'epicycle, contre la regle naturelle: Mais d'autrepart a donné au deferaot, & à l'epicycle quelques 3 monvements eſtranges, fardez, refingez, & bien vacilles, leſquels ſont nommez deviation, declinaiſon, & reflexion, pour les diſtinguer l'un de l'autre, par leſquels il eſt parvenu à ſon deſſeing, & ſeront maintenant declarez par les definitions que *Purbachius* en a'doctement donne, que j'ay tiré de luy.

Pour commencer par la Deviation, il faut ſçavoir que *Ptolemée* a dit, le deferant ſe mouvoir en ventillon de part & d'autre, ſur l'axe B D, appellant tel mouvement deviation; ainſi que le centre de l'epicycle eſtant eo B ou D, alors il n'y a aucune deviation, mais le plan du deferant eſt entieremér au plan de l'ecliprique: Mais ledit centre party de B, ou D, le deferant commence à devoyer touſiours vers le midy, laquelle deviatioo augmente continoellement juſques à ce que le centre de l'epicycle ſoit parvenu à l'apogée A, ou au perigée C; car alors la deviation eſt au plus, & eſt de 45 ① ſuſmentioné, laquelle amoindroit puis apres, juſques à ce que le centre eſt parvenu en B ou D, où c'eſt qu'autrefois n'y a nulle deviation. Et appert d'icy que le mouvement, que le centre d'epicycle reçoit de la deviation, n'advient jamais au coſté ſeptentrional.

Touchant la Declinaiſon, il faut ſçavoir que le plan de l'epicycle ſe deſtourne de celuy de ſon deferant en deux manieres. Premierement, par declinaiſon ſur le diametre H K, paſſant par les moyennes diſtances H, K: & advient par ce mouvement que l'apogée G, du diametre I G, ſe deſtourne du deferaot d'un coſté, & l'perigée de l'autre, tellement qu'il y a une telle regle en ce mouvement: Lors que le centre de l'epicycle, comme D, eſt en l'apogée A, ledit diametre I G eſt au plan du deferant; Mais ſe departant, le centre de A, alors l'apogée de l'epicycle decline vers midy, & le perigée vers ſeptentrion, laquelle declinaiſon s'augmeote juſques à ce que le centre d'epicycle parvienne en la moyenne diſtance B, où le diametre I G decline au plus, puis amoindrir de là en avant, juſques à ce que le centre d'epicycle eſt en C perigée, là où il o'a derechef nulle declinaiſon; puis de là, ſe mouvant vers D (moyenne diſtance) l'apogée, comme G, commence à decliner du plan du deferant vers le ſeptentrion, & le perigée, comme I, vers le midy, s'augmentant ladite declinaiſon juſques à ce que le centre d'epicycle ſoit en D, où la declinaiſon eſt au plus: puis de là amoindrir juſques à ce qne le centre parvienne en A, là où, comme devant, le diametre I G n'a nulle declinaiſon, & j'eſt au plan du deferant, & touſioors ainſi: d'où appert que la deviation du deferant eſtant au plus, alors l'epicycle o'a nulle declinaiſon, mais le deferant o'ayant nulle deviation, alors l'epicycle eſt en ſa majeure declinaiſon.

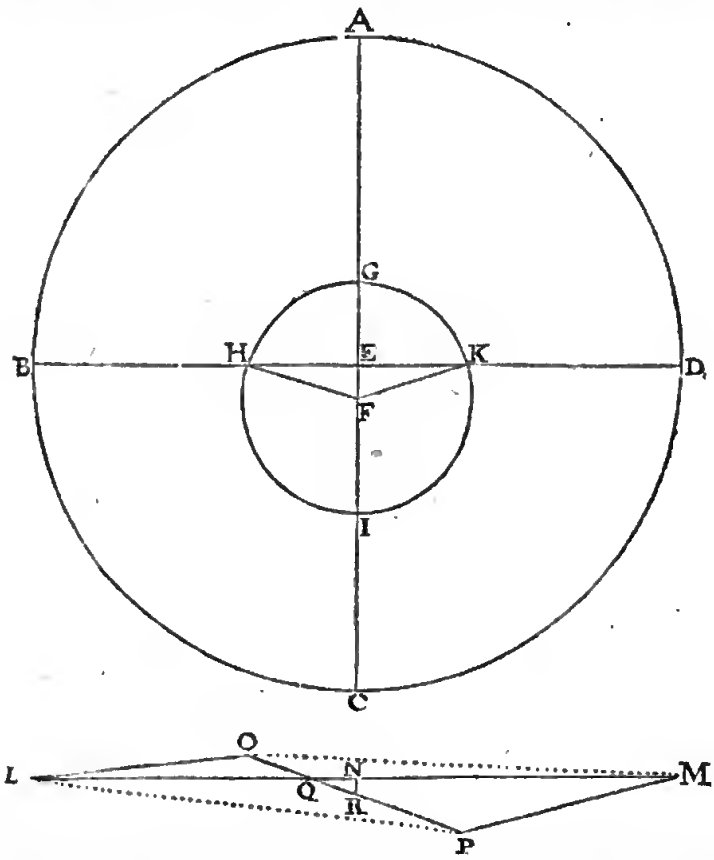
Reſte encore la Reflexion, qui eſt de l'epicycle, lequel ſe fait ſur l'axe I G (en mouvement de ventillon, comme les autres, par deſſus celuy qu'il teçoit ſur l'axe H K, ainſi qu'il a eſté dit, entre l'apogée & perigée de l'epicycle, aſſez bien accordant à celuy qui ſe fait en l'aiguille aymantée, à deux axes perpendicles l'on ſur l'autre: Or par ce mouvement, advient que le diametre H K coupe le plan du deferant en la ligne I G, comme commune ſection, tellement que la gauche moirié de l'epicycle en l'un des coſtez du deferant, fait decliner l'autre moitié dextre du plan dudit deferant. La maniere comment ce diametre ſe devoye eſt telle: Lors que le centre d'epicycle eſt en la moyenne diſtance D, ledit diametre H K ne decline du deferant A B C D, ains eſt au plan d'iceluy: Mais ledit ceotre ſe mouvant de D vers l'apogée A; alors la gauche moitié du diametre H D commence à decliner (ce que oous appellerons de ſon oom par diſtinction *reflechir*, comme il a eſté dit) vers le Zud, l'autre moitié vers le Nord, laquelle reflexion s'augmente continuellement juſques à ce que le centre d'epicycle eſt parvenu en A, où il eſt

en ſa plus grande reflexion ; puis en progrediant vers B, commence à diminuer ſa reflexion juſques à n'en avoir plus eſtant en B ; d'avantage progrediant vers C perigée, alors la ſuſdite partie gauche HD commence derechef à refleſchir vers le Nord, & augmente tellement, qu'elle eſt en ſa majeure reflexion, eſtant le centre d'epicycle en C, & de là en avant diminue juſques à ce que venant en D, il n'a nulle reflexion, & ainſi pourſuit comme deſſus a eſté dit : D'icy appert qu'an poinct du deferant, où l'epicycle n'a nulle *Deviation*, là meſme ſe fait la plus grande reflexion.

Article III.

Contenant la declaration du cours en latitude de Mercure en l'hypotheſe de terre mobile.

Ayant cy-devant eſcrit les obſervations de *Ptolemée* au premier article, & pour plus ample declaration au deuxieſme ſa theorie, par leſquels on pourroit bien comprendre les meſmes en l'hypotheſe propre, ſuivant la regle generale precedente ; toutefois pource que la configuration des planetes inferieures eſt dans le deferant de la terre, & ſe fait autrement qu'au dehors, &



pource qu'auſſi le deferant de Mercure ne paſſe par le centre du deferant terreſtre, ce qu'aucuns trouveroyent neceſſaire d'eſtre particulierement declaré, à ceſte fin ſoit A B C D le deferant terreſtre, E ſon centre, G H I K deferant de Mercure, & F ſon centre, par leſquels centres ſoit menée A C, & par E la ligne B D à angles droits ſur A C ; alors I le poinct plus eſtoigné de E, & G le plus pres ; d'avantage d'autant que *Ptolemée* a trouvé la majeure latitude de Mercure touſiours advenir lors que le centre d'epicycle eſt pres les moyennes diſtances ; il s'enſuit qu'en l'hypotheſe propre, que ladite majeure latitude eſt touſiours veuë, lors que Mercure eſt ès moyennes diſtances de ſon deferant H, K, & la terre en B ou D ; or H, & K eſtans les deux poincts, leſquels aequierent au deferant de Mercure la majeure declinaiſon qu'on peut voir du deferant terreſtre, nous dirons donc que la commune ſection de ces deux poincts doit eſtre perpendienlaire à B D, c'eſt en G I, ou parallele à icelle, & non en H K, comme *Ptolemée* poſe : Mais pour trouver maintenant où la meſme ſection d'ecliptique advient, & la declinaiſon du deferant de Mercure du plan de l'ecliptique, comme a eſté fait és propoſitions 21 & 22 de Saturne, je cerche la longueur de H K premierement ainſi : le triangle E K F a trois termes cognus, aſſavoir le raid du deferant Mercurial F K 3572, E F 947, par la recapitulation de la 13 propoſition de ce troiſieſme livre, & E droit : par leſquels E K ſera trouvée eſtre de 3444.

Encor autant pour E K, viendra pour H K requiſe 6888.

Et de E D 10000 oſtée E K 3444, premier en l'ordre, reſtera pour K D, auſſi pour H B 6556.

Ce qu'eſtant ainſi cognu, je fais une autre figure, comme on a fait de Saturne en la 22 propoſition, oſtant premierement L M, comme deferant terreſtre veu de coſté, egal à B D 20000, poſant N au milieu de L M, comme centre d'iceluy ; & mene O P de 6888 egale à H K, deuxieſme en l'ordre, coupant L M en Q ; puis L O egale à H B 6556, troiſieſme en l'ordre ; pareillement M P egale à K D auſſi 6556 ; & dis que l'angle O L Q eſt de 1 deg. 45 ①, & P M Q 4 deg. 5 ①, ſuivant l'obſer-

l'obſervation du prémier article : ainſi le quadrilatere croiſé LOMP aura cinq termes cognus, LM 20000, LO 6556, MP 6556, l'angle OLQ 1 deg. 45 ☊, & PMQ 4 deg. 5 ☊, par le donné : Et pour plus grande commodité eſt auſſi cognu tant OP 6888, que PL 13444 (comme egale aſſez pres de OP 6888 & OL 6556 enſemble) & OM autant : par leſquels on trouvera l'angle OQL pour la declinaiſon requiſe du deferant de Mercure à l'ecliptique de 5 deg. 32 ☊.

Et la ligne QM de 11364, de laquelle ſouſtrait MN 10000 reſtera pour la ligne, depuis la ſection d'ecliptique Q juſqu'au centre du deferant terreſtre N 1364.

Juſqu'icy a eſté deſcrit ce que je voulois declarer en particulier de Mercure; touchant les autres accidens, comme il a eſté fait en la 6 propoſition du mouvement en latitude de Saturne, nous les tiendrons comme regles generales convenantes auſſi à Mercure, & aux autres planetes.

Quant aux concordances & differences de ceſte poſition du cours en latitude de Mercure avec celle de *Ptolemée* il en ſera parlé en l'appendice ſuivante.

MAINTENANT DE LA LATITUDE DE VENUS.

Ptolemée a obſervé la proprieté du cours en latitude de Venus, & la trouvé convenir du tout avec celle de Mercure, & particulierement comme s'enſuit.

Premierement ſa latitude majeure eſtoit au coſté ſeptentrional de 6 deg. 22 ☊, advenant touſiours lors que le centre de ſon epicycle eſtoit 90 deg. de l'apogée de ſon deferant, tant d'un coſté que d'autre, aſſavoir auſſi bien au 270 deg. qu'au 90 (lequel 90 deg. eſt ſous le 145 deg. de l'ecliptique par la recapitulation de la 13 propoſition de ce troiſieſme livre, veu que l'apogée eſt ſous le 55 deg. de l'ecliptique) & Venus au perigée de ſon epicycle : Mais eſtant hors le perigée, ſa latitude ſeptentrionale eſtoit pour lors moindre, & à la moindre eſtant ainſi en ſon apogée.

Secondement, il trouvoit qu'au coſté meridional ſa majeure latitude eſtoit de 1 deg. 2 ☊ advenant touſiours lors que le cẽtre de ſon epicycle eſtoit 90 deg. de l'apogée de ſon deferant, tant d'un coſté que d'autre, & Venus au perigée d'epicycle ; mais eſtant hors le perigée, ſa latitude meridionale eſtoit pour ceſte foismbindre, & à la moindre, lors qu'on la trouvoit ainſi en ſon apogée.

La theorie que *Ptolemée* a ordonné ſur cecy en l'hypotheſe impropre, avec ſes deviations, declinaiſons, reflexions, & autres proprietez, eſt du tout pareille à celle de Mercure, tellement qu'il ſemble inutile de la repeter icy : Et puis que la theorie ſur l'hypotheſe propre eſt auſſi pareille à celle de Saturne & Mercure, ſemblablement il ne ſera beſoing de la repeter icy.

Touchant les convenances & differences de ceſte hypotheſe avec celle de *Ptolemée* quant au cours de longitude de Venus, nous en parlerons en l'adjonction ſuivante en l'hypotheſe impropre.

ADJONCTION

Du cours en latitude des cinq planetes, Saturne, Jupiter, Mars, Venus, & Mercure, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.

SOMMAIRE DE CESTE ADIONCTION.

Il a eſté dit en la 19 propoſition du troiſieſme livre, qu'il eſtoit plus commode de faire ſes calculations du cours en longitude des planetes en l'hypotheſe impropre, qu'en la propre ; ſemblablement on pourroit dire le meſme du cours en latitude, & que l'ordre naturel requierreit que ceſte appendice ſoit colloqué non icy, mais au deuxieſme livre en l'hypotheſe de terre immobile, comme a eſté fait avec le cours en latitude de la Lune là meſme. Pour reſpondre, il faut ſçavoir que puis que la cognoiſſance fondamentale eſt tirée du cours en latitude de l'hypotheſe propre, laquelle alors n'eſtoit encore deſcrite, ny ne falloit ſelon mon deſſeing, il appert qu'elle ne pouvoit avoir ſon lieu pour lors : mais le meſme cours en latitude eſtant declaré au troiſieſme livre, nous en pourrons tirer ce qu'il ſera de beſoing icy.

Le meſme appendice aura 6 propoſitions, aſſavoir quatre theoremes & deux problemes.

Dont la premiere, que les cercles des deux planetes inferieures Venus & Mercure, appellez deſpoſiteurs de terre immobile, deferans d'epicycle, ſont epicycles ; & ce qu'ils appellent epicycles ſont deferans d'epicycle.

La deuxieſme, que le plan des epicycles des cinq planetes, Saturne, Iupiter, Mars, Venus & Mercure en l'hypotheſe de terre immobile, eſt touſiours parallele au plan de l'ecliptique.

La troiſieſme, qu'en deux cercles paralleles & egaux, l'un plus haut que l'autre, que la ligne entre le centre de l'inferieur, & un poinct en la circonference du ſuperieur, eſt egale & parallele à la ligne entre ſon poinct homologue oppoſite de l'inferieur, & le centre du ſuperieur.

La quatrieſme, que les planetes en l'hypotheſe impropre reçoivent la meſme latitude apparante, qu'ils ont en l'hypotheſe propre.

La cinquieſme, eſtant donnée la majeure latitude ſeptentrionale & meridionale d'une planete, trouver la deviation de ſon deferant de l'ecliptique : auſſi la diſtance entre la ſection d'ecliptique & la terre, par voye Mathematique fondée ſur l'impropre hypotheſe.

La ſixieſme, pour trouver la latitude apparante d'une planete ſur un temps donné, par voye Mathematique fondée ſur l'hypotheſe impropre.

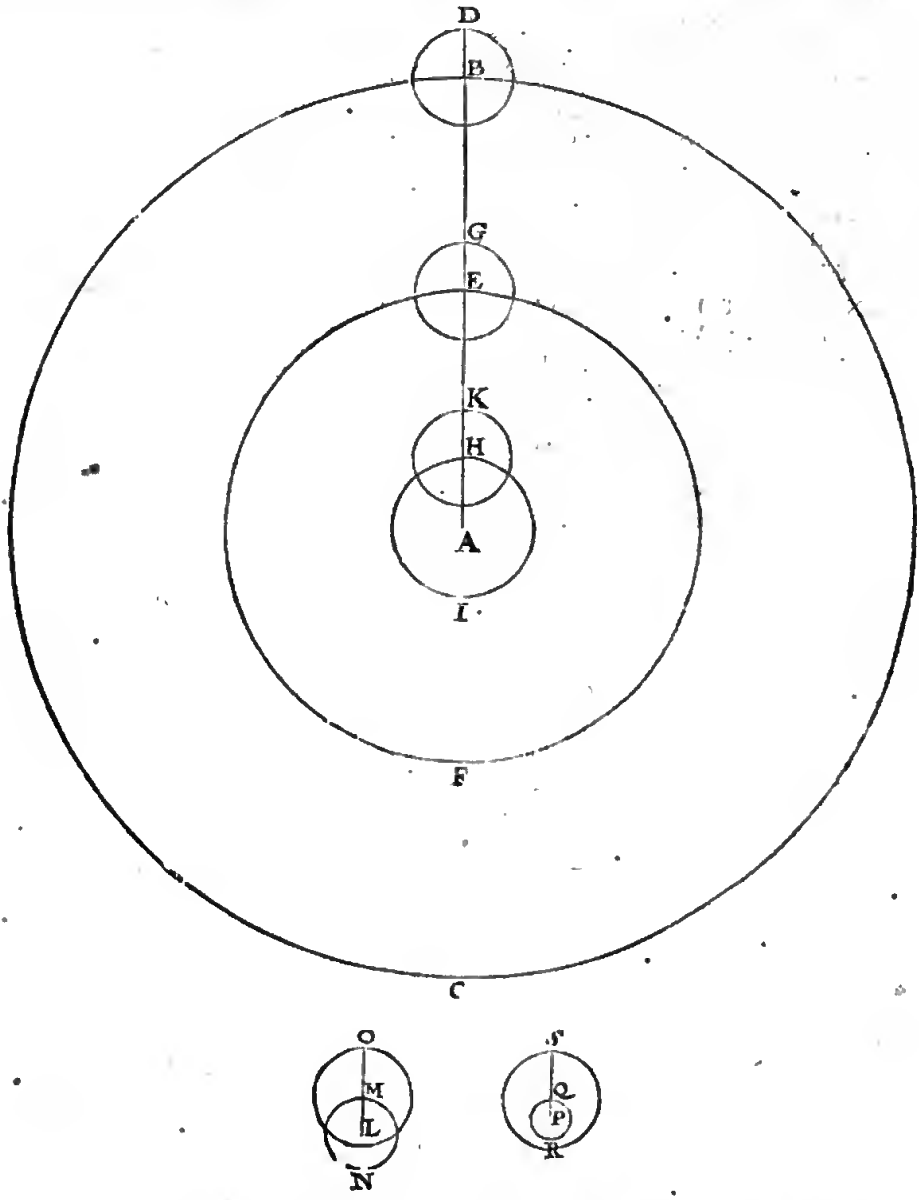
THEOREME. PROPOSITION I.

LEs cercles des deux planetes inferieures Venus & Mercure, leſquels ſont appellez deferans d'epicycle par les ſuppoſiteurs de terre immobile, ſont epicycles : & ce qu'ils appellent epicycles, ſont deferans d'epicycle.

Il eſt manifeſte par la precedente hypotheſe de terre mobile, que les epicycles des trois planetes ſuperieures en l'hypotheſe impropre ne ſont pas eſſentiels, ains fingez eſtre egaux au deferant de la terre ; mais il en va autrement des deux planetes inferieures : car ce qu'on appelle epicycle de Venus, & auſſi de Mercure n'eſt pas fingé, ny egal au deferant terreſtre, mais à proprement parler,

parler, c'eſt leur voye meſme, & en l'hypotheſe impropre, ſuivant l'ordre des trois ſuperieures, devroyent eſtre nommez deferans d'epicycle : Parquoy voulant que la regle precedente du cours en longitude des ſuperieures en l'impropre hypotheſe, ſoit commune aux deux inferieures, il faudroit dire là de meſme façon, aſſavoir nommer deferant d'epicycle le moindre, qui eſt proprement deferant d'epicycle, & epicycle le grand, qui eſt fingé eſtre egal au deferant terreſtre : car faiſant ainſi qu'es ſuperieures, la regle ſera commune. Mais pour en parler plus amplement, il appert que puis que les epicycles de chacune planete ſont egaux au deferant terreſtre, qu'ils doivent eſtre egaux entr'eux, d'où s'enſuit que les voyes des planetes inferieures comparées à leurs epicycles, ſeront moindres que les voyes des ſuperieures.

Soit par exemple en la premiere ſuivante figure deſcrit le cercle B C ſur le centre A, pour deferant d'epicycle de Saturne, duquel le raid A B fait par la recapitulation de la 13 propoſition du troiſieſme livre, 92308, & ſur



B centre, l'epicycle, duquel D B le raid eſt egal au raid du deferant terreſtre 10000.

Secondement, ſoit deſcrit le cercle E F ſur le centre A pour le deferant d'epicycle de Jupiter, duquel le raid A E fait par la recapitulation de la 13 propoſition du troiſieſme livre, 52174, & ſur E centre, l'epicycle, duquel E G le raid ſoit 10000.

Tiercement, ſoit deſcrit le cercle H I deferant d'epicycle de Mars, ſur le centre A, duquel le raid fait 15190 par la recapitulation de la 13 propoſition du troiſieſme livre, & ſur H, comme centre ſoit deſcrit l'epicycle, duquel le raid H K face 10000.

Quartement ſur L centre ſoit deſcrit le cercle M N, comme deferant d'epicycle de Venus M L, ſon raid de 7194, par la recapitulation de la 13 propoſition du troiſieſme livre, & ſur M, comme centre, l'epicycle, duquel

quel M O eſt le raid de 10000, lequel epicycle comprend en ſoy le centre du deferant d'epicycle L, autrement que pas une des trois autres ſuſdites figures: toutefois il appert que la regle du coursen longitude, eſt generale pour toutes quatre.

Quintement, ſur le centre P deſcrit le deferant d'epicycle de Mercure Q R, ſon raid P Q, par la recapitulation de la 13 propoſition, ſera 3572, & ſur le centre Q l'epicycle, duquel Q S eſt le raid 10000, lequel comprend le deferant d'epicycle Q R entierement, autrement que non pas une d'entre les quatre figures precedentes; toutefois il appert que la regle du cours en longitude ſera generale pour toutes cinq, ſans ceſte intrication contraire, qui ſe rencontre en faiſant autrement. Ceſte mauvaiſe couſtume a ſes cauſes manifeſtes, car puis que les premiers obſervateurs n'avoyent aucune cognoiſſance du mouvement de la terre, ils ne pouvoyent pas mieux eſcrire que ce qu'ils voyoyent en apparence. Encor faut-il remarquer que la regle du cours en latitude (auſſi bien que de celuy en longitude) en l'hypotheſe de terre ferme, eſt par cecy generale de tous coſtez, comme on verra au theoreme ſuivant.

Concluſion. Les cercles donc des deux planetes inferieures Venus & Mercure, &c.

Theoreme. Proposition II.

Les plans des epicycles des cinq planetes, Saturne, Iupiter, Mars, Venus, & Mercure, ſont en l'hypotheſe impropre touſjours paralleles au plan de l'ecliptique.

Puis que l'epicycle eſt fingé eſtre egal au defetant terreſtre, & que la planete eſt ſuppoſée faire en iceluy un cours en longitude, egal & ſemblable à celuy de la terre en ſa voye; s'enſuit ſuffiſamment de là que ces deux cercles doivent eſtre poſez ou concedez paralleles. veu qu'autrement il n'y auroit nul ſemblable cours en longitude parfait, toutefois puis que ceſte parallelité ſe peut demonſtrer par la precedente, je la deſcriray comme s'enſuit, choiſiſſant à ceſte fin la figure de la 15 propoſition du troiſieſme livre. Premierement, par la regle generale deſcrite en la vingt-deuxieſme propoſitio du troiſieſme livre, eſt cognuë la grandeur de la latitude de Mars au poinct N, veuë de la terre mobile O, mais autant qu'elle doit eſtre, autant doit auſſi eſtre la latitude de Mars, au poinct I en l'hypotheſe de terre ferme, veuë de A: Et ſuit puis que A I eſt egale à O N, que la ligne de I perpendiculaire ſur le plan de l'ecliptique, doit eſtre egale à la ligne de N perpendiculaire ſur le plan de l'ecliptique.

Secondement, je dis qu'autant ſera la longueur de N juſques au plan de l'ecliptique, veuë de la terre mobile en P, que la ligne de F juſques au plan de l'ecliptique, veuë de la terre ferme A, pource que A F eſt egale à P N.

Mais chacune des deux lignes de F & N, perpendiculaire ſur le plan de l'ecliptique, il faut que les meſmes deux lignes de F & N perpendiculaires ſur le plan de l'ecliptique, ſoyent egales, & par conſequent le raid entier I F de l'epicycle ſera parallele au plan de l'ecliptique. Et ſur le meſme pied ſe pourra manifeſtement demonſtrer que le raid par H, perpendicle ſur F I (ſi elle eſtoit menée) ſeroit auſſi parallele au plan de l'ecliprique; car ſi on mene par le poinct K un diametre perpendicle à O P, & qu'on prenne la terre mobile eſtre en l'une extremité d'iceluy (ce qui eſt delaiſſé pour cauſe de briefveté) la demonſtration ſeroit comme devant: Or ſi les diametres F I, & par H eſtoyent menez, comme dit eſt, & eſtoyent paralleles à l'ecliptique, il s'enſuit que le plan entier de l'epicycle F I, ſera parallele au plan de l'ecliptique. Et comme eſt la demonſtration, eſtant l'epicycle avec ſon centre en H, de meſme ſera en tout autre lieu la demonſtration ſemblablement: D'avantage comme ceſte demonſtration a eſté faite ſur la figure de la 15 propoſition, ſervant aux trois planetes ſuperieures, ſemblablement ſe fera-elle avec la figure de la 16 propoſition, ſervant pour les infericures.

Concluſion. Le plan donc de l'epicycle des cinq planetes, Saturne, Iupiter, Mars, Venus & Mercure eſt touſiours parallele à l'ecliptique en l'hypotheſe impropre. Ce qu'il falloit demonſtrer.

Theoreme. Proposition III.

Eſtans deux cercles paralleles & egaux, l'un plus haut que l'autre; la ligne entre le centre de l'inferieur & un poinct en la circonference de l'autre, ſera egale & parallele à la ligne d'entre le centre du ſuperieur, & un poinct homologue & oppoſite à l'autre, à la circonference de l'inferieur.

Le donné. Soyent A B, & D E les cercles egaux & paralleles veu de coſté, C centre du ſuperieur, F de l'inferieur, & en iceux deux poincts homologues & oppoſites D, B.

Le requis. Il faut demonſtrer que D C ſera egale & parallele à F B; deſquelles choſes la demonſtration eſt manifeſte.

Theoreme. Proposition IV.

Les planetes reçoivent en l'hypotheſe de terre immobile, la meſme latitude apparante, qu'en celle de terre mobile.

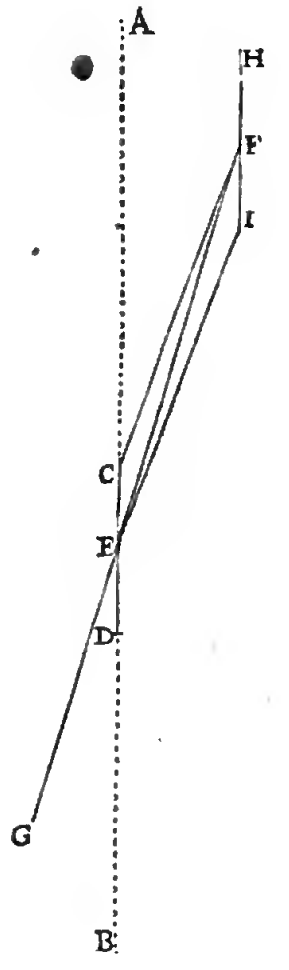
Veu que le Soleil ou la terre n'ont aucune latitude, il ne ſera beſoing d'en parler: Quant à la latitude de la Lune, il appert aſſez és precedentes, tellement que maintenant nous n'aurons à parler que des cinq autres.

Le donné. Soit A B l'ecliptique veuë de coſté, comme auſſi les autres cercles, C D deferant de la terre, E ſon centre, par lequel en la premiere figure ſoit menée F G voye de planete, & en la deuxieſme figure (qui eſt pour

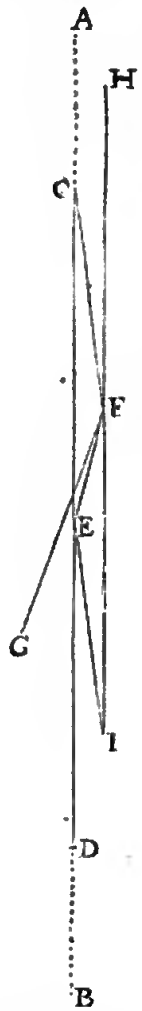
les

les deux inferieures, la premiere pour les trois ſuperieures) ſoit F G paſſant non pas par E, eſtant la planete, je prens au poinct ſuperieur F, & la terre en ſa voye au poinct ſuperieur C. Et ayant juſques icy fait la delineation de l'hypotheſe de terre mobile, je commenceray maintenant celle de l'hypotheſe de terre fixe. A ceſte fin je prens le centre de la voye terreſtre E pour la terre

1. FIGVRE.



2. FIGVRE.



meſme, car en telle ſuppoſition elle en reviendra là, par la 15 propoſition du troiſieſme livre, & F G, qui eſtoit premierement voye de planete, je la prens maintenant pour deferant d'epicycle: D'avantage puis qu'on a poſé que la planete eſt au poinct ſuperieur F de ſa voye, il faut que l'epicycle, ſoit iceluy H I, aye ſon centre en F, auſſi egal & parallele à la voye terreſtre C D par la precedente. D'avantage pource que la terre mobile eſtoit poſée en C, la planete ſe poſera en I, comme poinct homologue & oppoſite à C: Dont la raiſon appert en la 15 propoſition du troiſieſme livre.

Le requis. Il faut demonſtrer que la planete en I, en l'hypotheſe de la terre fixe en E, a la meſme latitude apparante, qu'elle a en F en l'hypotheſe de terre mobile en C.

Preparation. Soyent menées les deux lignes E I, C F.

Demonſtration. Veu que C D eſt egale & parallele à H I, leurs moitiez E C, F I auront les meſmes qualitez, & par conſequent auſſi C F, E I: parquoy l'angle A E I latitude apparante de la planete, veuë de la terre fixe E, ſera egal à l'angle A C F qui eſt la latitude apparante de la planete veuë de la terre mobile C: Et ainſi qu'il a eſté icy demonſtré, lors que la terre & la planete ſont és poincts ſuperieurs de leurs voyes, ainſi en ſera la demonſtration és autres poincts.

Concluſion. Les planetes donc reçoivent en l'hypotheſe de terre immobile, la meſme latitude apparante, qu'en celle de la terre mobile.

PROPOSITION V.

Eſtant donnée la majeure latitude boreale ou auſtrale d'une planete, trouver la deviation de ſa voye de l'ecliptique: auſſi quelle diſtance y a de la ſection de l'ecliptique à la terre, par voye Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre fixe.

Veu que le deferant d'epicycle des trois planetes ſuperieures paſſe par la terre, ou eſt pris y paſſer aſſez pres, mais des deux inferieures c'eſt dehors; deſquels nous deſcrirons deux exemples.

1 *Exemple des trois planetes ſuperieures.*

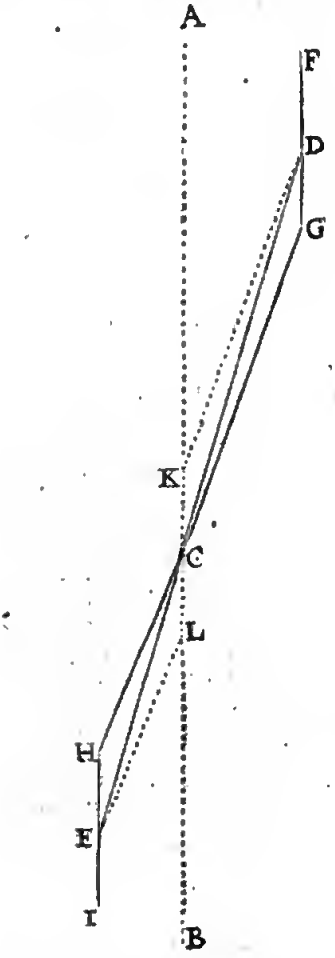
Le donné. Soit A B l'ecliptique veu de coſté, ſon centre C, la terre fixe, par lequel ſoit mené le deferant d'epicycle de Saturne, D E, tirant C D vers le coſté ſeptentrional, & C E vers le meridional, ainſi que les deux angles A C D, B C E denotent la deviation du deferant d'epicycle, & par ſon poinct extreme D vers le nord ſoit, comme centre, deſcrit l'epicycle F G, parallele à l'ecliptique A B, duquel ſoit F apogée, G perigée, dont ſoit menée la ligne G C, & que l'angle A C G face, comme deſſus a eſté trouvé en l'obſervation de la 20 propoſition du troiſieſme livre, aſſavoir 3 deg. 2①: Semblablement ſut l'extreme poinct E vers le zud, comme centre, ſoit deſcrit l'epicycle H I parallele à l'ecliptique A B, ſon apogée I, & perigée H; duquel eſt menée la ligne H C, & l'angle B C H ſoit, comme a eſté trouvé en la premiere obſervation ſuſdite de la 20 propoſition du troiſieſme livre, de 3 deg. 5①.

Le requis. Il faut trouver la deviation du deferant D E de l'ecliptique, qui eſt l'angle A C D.

OPERATION.

Le triangle C D G a trois termes cognus, comme D G 10000 par l'hypotheſe, C G autant que faiſoit la ligne depuis la terre juſques au perigée de l'epicycle au temps de l'obſervation, laquelle par le corollaire de la 13 propoſition du troiſieſme livre, eſt cognue en general, & particulierement en la 21 propoſition du troiſieſme livre, de 88718, ou autrement pour avoir plus de facilité on prendra la ligne C D, faiſant aſſez pres 10000 d'avantage, aſſavoir 98718, & l'angle D G C 176 deg. 58①, comme eſtant egal à l'angle G C B, lequel eſt adjoinct de la majeure latitude cognuë A C G 3 deg. 2①, par leſquels on trouvera C D G de 2 deg. 43① auſſi pour A C D deviation requiſe du deferant à l'ecliptique, convenant avec les 2 deg. 43①, trouvez en la 22 propoſition du troiſieſme livre, faiſant meſme operation de l'autre coſté, cerchant l'angle B C E, diſant à ceſte fin: Le triangle C H E a trois termes cognus, aſſavoir E H 10000, par le poſé, C H 75210, par le corollaire de la 13 propoſition du troiſieſme livre,

vre, & l'angle H 176 deg. 55 ①, comme egal à A C H adjoinct à la majeure latitude cognue 3 deg. 5 ①. Par lesquels cerchant l'angle H E C, sera trouvé de 2 deg. 43 ①, aussi pour B C E egal au susdit A C D aussi de



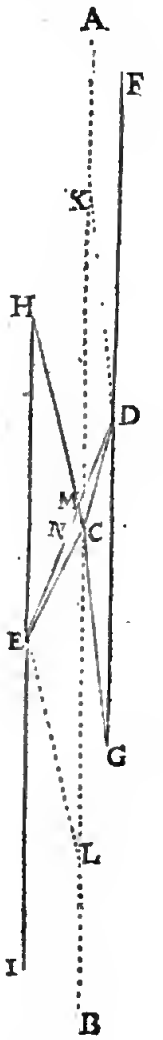
2 deg. 43, tellement qu'à ce compte G H passera par la terre fixe C: Mais si telle egalité ne s'estoit rencontrée, comme il advient ès deux planetes inferieures, alors on suivroit la maniere du deuxiesme exemple suivant.

Note L

Il faut aussi sçavoir que la deviation du deferant de Saturne à l'ecliptique en l'hypothese impropre peut estre autrement, laquelle je descriray quant & quant, pource qu'elle declare la communion des deux hypotheses. Soit menée D K egale & parallele à G C: de mesme E L egale & parallele à H C, alors le quadrilatere croisé K D E L sera egal & semblable au quadrilatere croisé A D E B de la 22 proposition du troisiesme livre, parquoy on trouvera la deviation du deferant C D de l'ecliptique, selon la maniere de la 22 proposition, & on aura le requis, qui doit necessairement accorder avec la conclusion de la precedente premiere operation. Et appert manifestement par cecy comment la figure de l'hypothese propre, assavoir le quadrangle croisé K D E L, avec le deferant de la terre K L, amene mesme conclusion que la figure de l'hypothese de terre immobile C, & son epicycle d'une part G D F, & d'autre part H E I: car le triangle C D G est egal & semblable au triangle D C K, de mesme est aussi C E H avec E C L; d'où s'ensuit que telle deviation, comme de C D, trouvée par les termes cognus du triangle D C K, de mesme sera trouvée par les trois termes cognus du triangle C D G: le semblable se devra entendre des deux autres triangles; D'avantage comme a esté donné exemple de Saturne, le mesme s'entendra des deux autres, Jupiter & Mars.

2 *Exemple des deux planetes inferieures.*

Combien que les lettres en la figure de ce second exemple soient de mesme signification que celles du premier, & qu'on pourroit presumer que le dessein de cestuy-cy est assez notoire par celuy du premier, toutefois voyant la diversité exterieure de la figure; assavoir qu'icy le deferant d'epicycle est plus petit que l'epicycle, là où au premier exemple il estoit plus grad, & par dessus tout cela que ce deferant ne passe par la terre, j'en descriray ce deuxiesme exemple.



Le donné. Soyent les parties de la figure suivante A B C D E F G H I K L de Mercure avec telle signification que celle du premier exemple, qui estoit de Saturne, differant seulement en ce que ce defetant D E, trouvé selon la maniere de l'operation du premier exemple, ne passe par la terre C, mais coupe l'ecliptique en M: L'autre que l'epicycle de Saturne estoit beaucoup plus petit que son deferant, & icy plus grand de beaucoup, assavoir F G en telle raison à D E, comme en la figure de la premiere proposition de ceste Adjonction la ligne P Q à Q R; d'avantage l'angle B C G fait 1 deg. 45 ①, & A C H 4 deg. 5 ①, comme a esté trouvé en l'observation de la latitude de Mercure derriere la 25 proposition du troisiesme livre.

Le requis. Il faut trouver la deviation du deferant D E, qui est l'angle A M D.

Operation.

Par les trois termes cognus du triangle D C G

on trouvera l'angle	C D G.
Et l'angle	D C G.
Auquel adjousté l'angle	B C G.
Viendra l'angle	B C D.
Son adjoinct est	D C K.
Avec l'angle donné	K C H.
Viendra l'angle	D C H.

Par les trois termes cognus du triangle E C H on trouvera, ſelon la maniere du premier exemple, l'angle H C E.

Lequel avec D C H, ſeptieſme en l'ordre, viendra D C E.

Le triangle D C E a trois termes cognus, comme l'angle D C E neufieſme en l'ordre, & les deux lignes C D, C E de la terre au centre de l'epicycle, cognues par le corollaire de la 13 propoſition du troiſieſme livre, par leſquels on trouvera l'angle C D E.

Auquel adjouſté C D G, premier en l'ordre, viendra E D G, ou M D G, lequel eſtant egal à A M D, pource que M D, eſt entre les paralleles K M, D G; done la deviation requiſe ſera cognue A M D.

Il appert comment on trouvera la longueur de M C, qui eſt autant que la ſection de l'ecliptique eſt diſtante de la terre: car le triangle D C M, a trois termes cognus, comme l'angle C D M (qui eſt C D E, huictieſme en l'ordre) puis M C D egal à C D G, premier en l'ordre, pource que C D eſt entre les deux paralleles K C, D G; finalement le coſté C D, par leſquels on trouvera la ligne M C.

Il faut auſſi remarquer que la deviation du deferant d'epicycle de Mercure, de l'ecliptique peut eſtre trouvée encor autrement, laquelle je deſcriray icy, pource qu'elle declare encore plus appertement la communauté des deux hypotheſes. Soit donc menée D K parallele & egale à G C: auſſi E L parallele & egale à H C; le quadrangle croiſé K D E L eſt egal & ſemblable à celuy du troiſieſme article de la latitude de Mercure, derriere la 25 propoſition du troiſieſme livre, L O M P, par lequel cerchant la deviation du deferant d'epicycle M D de l'ecliptique, ſelon la maniere dudit troiſieſme article, ce qui viendra ſera le requis, qui eſt neceſſairement egal à la concluſion de la premiere operation precedente. Et appert en cecy clairement comment les figures des deux hypotheſes amenent meſme concluſion, comme a auſſi eſté dit plus amplement derriere le premier exemple.

Or tout ainſi que Mercure a eſté icy en exemple, il appert qu'il en ſera de meſme de l'autre, aſſavoir Venus.

Concluſion. Eſtant donc donnée, &c.

Proposition VI.

Trouver la latitude apparante d'une planete ſur un temps donné, par operation Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre fixe.

Pour trouver le requis, nous trouverons premierement la ligne de la planete en l'epicycle, perpendiculaire ſur l'ecliptique. Comme par exemple, en la figure de la cinquieſme propoſ. de ceſte Adjonction la ligne imaginée de F, perpend. ſur le plan de l'ecliptique A B; Mais telle ligne eſt en tout lieu de l'epicycle, egale à celle du centre d'epicycle, comme D perpend. à B A; pource que D F eſt parallele à A B, & partant l'on trouvera touſiours ceſte-cy au lieu de celle-là: ce que faiſant, on ne trouvera pas que la maniere de l'invention d'icelle aye difference à l'invention de ſemblable ligne en l'hypotheſe propre, deſcrite en la 24 propoſ. du 3 livre. La cauſe de ceſte egalité eſt encore d'autant plus notoire en ce qu'en l'hypotheſe propre, la planete vient au lieu du centre de l'epicycle en l'imptopre. Or eſtant telle ligne ainſi cognue, & joignant cela, par le coroll. de la 13 prop. du 5 livre, la ligne de la terre fixe à la planete, alors le triangle rectangle (compris de ces deux lignes, & la troiſieſme hypothenuſe) a 3 termes cognus, avec leſquels ſe trouvera la latitude requiſe, comme en la 25 prop. du 3 livre en l'hypotheſe propre, tellement qu'il ſeroit inutile de redire la meſme tout du long.

Concluſion. Nous avons donc trouvé, &c.

Collection d'aucunes convenances & diſconvenances entre la deſcription du cours en la latitude de ceſte Adjonction, d'avec celle qui eſt deſcrite par Ptolemée.

Tout ainſi qu'en la deſcription precedente, il m'eſt advenu de rencontrer de la diſcrepance entre icelle, & celle de *Ptolemée*, il m'a ſemblé bon de les colliger icy, pluſtoſt que les avoir entremeſlé avec les documens precedens, tellement que j'en formeray les Articles ſuivans.

Article I.

D'autant que la cauſe du mouvement en latitude des planetes eſt tirée de l'hypotheſe propre, qui ſemble avoir eſté incognue du temps de *Ptolemée*, toutefois il a atteint le but de bien pres en la theorie des 3 ſuperieures, poſant l'epicycle cependant qu'il ſe meut, quaſi touſiours parallele à l'ecliptique; car s'il l'euſt poſé y eſtre parallele, comme il a eſté demonſtré devoir eſtre en la 2 propoſ. de ceſte Adjonction (il n'y a difference que de 2 deg. 4 ① au cours de Saturne, comme appert en ſon 13 livre 3 chapitre, que l'angle formé de l'epicycle & du deferant, eſt plus grand, tout au plus, que celuy du deferant avec l'ecliptique: En Jupiter ſeulement de 1 degr. 6 ①; en Mars de 1 degr. 15 ①, voire meſme l'epicycle eſtant en l'ecliptique, convenoit avec iceluy du tout ſans coupet ſuivant ſa poſition, comme auſſi doit advenir ſelon la parfaite theorie) ainſi que l'incertaine operation faite à taſton, à la recerche de la deviation des deferans d'epicycle, deſcrite au ſuſdit 3 chapitre, n'eſt aucunement neceſſaire, & conviendroient les autres computations des latitudes des planetes avec celle-cy, ſans differer du teſte, comme il ſera dit au deuxieſme article ſuivant.

Article II.

La table de *Ptolemée* du cours en latitude de Saturne en la 5 prop. du 13 livre, ne ſemble pas avoir aſſez grande convenance avec ſa theorie: car pour en parler plus amplement, il faut ſçavoir qu'en la 4 prop. dudit 13 livre, il prend la deviation du deferant d'epicycle de l'ecliptique (marquée par l'angle A C D en la 1 fig. de la 5 prop. de ceſte Adjonction) de 2 deg. 26.

L'angle C D G de 4 deg. 30.

Le my-adjoinct d'iceluy fait pour C D F 175 deg. 30.

Que ſi de la terre C, à l'apogée de l'epicycle F, (eſtant ſon centre en l'apogée de ſon deferant D,) eſtoit menée la ligne C F, elle ſeroit par la recapitulation de la 13 propoſition du troiſieſme livre 108718.

Ainſi que le triangle C D F auroit trois termes cognus, comme l'angle C D F 175 deg. 30 ①, troiſieſme en l'ordre, D F 10000, & C F 108718, par leſquels on trouveroit l'angle D C F de 25 ①.

Lequel oſté de l'angle A C D 2 degr. 26 ①, premier en l'ordre, reſtera pour l'angle A C F 2 deg. 1 ①.

Et autant devroit eſtre la latitude de Saturne, ſuivant la theorie de *Ptolemée*, eſtant en l'apogée de ſon epicy-

epicycle F, & le centre d'epicycle en l'apogée du deferant D. Mais ſuivant l'uſage de ſa table ſuſdite il ſeroit pont lors ſans latitude, tellement que ces tables differents d'autant de ſa theorie.

Et faiſant de meſme de l'autre coſté, lors que Saturne eſt en l'apogée de ſon epicycle I, on trouvera ſa latitude de 1 deg. 58 ①, auquel lieu, ſuivant ſa table, ſeroit encor ſans latitude. Tellement que ſadite table n'accorde pas bien avec ſa theorie : & de meſme en faut-il entendre de ſes tables & theories de Jupiter & Mars : Or la quantité de ces latitudes en l'hypotheſe propre eſt manifeſte en la 25 propoſition du troiſieſme livre.

Article III.

Il a eſté dit au premier article que *Ptolemée* avoit atteint bien pres de la vraye theorie ès trois planetes ſuperieures, poſant leurs epicycles aſſez pres d'eſtre paralleles à l'ecliptique ; mais il n'en a pas fait ainſi és deux planetes inferieures, car il ne pouvoit pas tirer telle theorie de ſes obſervations, comme des trois ſuperieures. Il ſemble que la cauſe principale qui l'en a empeſché, ſoit pour deux raiſons : dont la premiere eſt, que ce qu'il prenoit pour epicycle de Mercure ne l'eſtnit pas, par la 1 propoſition de ceſte Adjonction, mais plus petit qu'il ne falloit ; ainſi qu'en le ſuppoſant eſtre quaſi parallele à l'ecliptique, comme és autres trois epicycles ſuperieurs, cela ne convenoit pas avec l'experience des obſervations : car c'eſtoit l'autre plus grand cercle qu'il falloit prendre à ceſte fin. L'autre raiſon, aſſavoir qui le faiſoit conclutre un mouvement de ventillon au deferant d'epicycle, & prendre la ſection de l'ecliptique en un coſté contraire, ſemble eſtre celle-cy. Il s'eſt imaginé que toutes les ſections des deferans & de l'ecliptique paſſoient par la terre : comme par exemple, le deferant d'epicycle D E qui en la figure de la 5 propoſition de ceſte Adjonction coupe proprement l'ecliptique en M, il la poſe paſſer par la terre fixe C ; ſurquoy donc formant ſes computations, il s'eſt enſuivy que lors qu'il penſoit que le centre d'epicycle fut parvenu de D à C, & pourtant devoit eſtre en l'ecliptique A B ſans latitude, il l'a trouvé par effect eſtre dehors en N (entant que D N ſoit marquée egale à D C) avec autant de latitude que cauſe la diſtance de C à N, lequel erreur l'a fait finger le ventillonnement du deferant, deſcrit au deuxieſme article de la latitude de Mercure derriere la 25 propoſition du troiſieſme livre.

Article IV.

Mais veu que *Ptolemée* dit avoir trouvé par obſervation le ſuſdit ventillonnement en Mercure de C à N, de 45 ①, nous rechercherons comment cela s'accorde avec celle-cy : A ceſte fin je dis que la diſtance de C à N eſt monſtrée par la ligne N R, en la figure du troiſieſme article du cours de Mercure derriere la 25 propoſition du troiſieſme livre : duquel je trouve la longitude ainſi : le triangle Q N R a trois termes cognus, aſſavoir l'angle Q, 5 deg. 32 ①, comme egal à O Q L, par le ſuſdit troiſieſme article, quatrieſme en l'ordre, Q N 1364, par le cinquieſme en l'ordre dudit article, & l'angle N droit, par leſquels on trouve N R de 132.

Que ſi *Ptolemée* euſt declaré en quel lieu eſtoit le Soleil au temps de ſon obſervation, lors qu'il trouvoit la deviation de 45 ①, par lequel nous trouverions en l'hypotheſe propre, le lieu de la terre, alors nous pourrions rechercher ceſte convenance avec tant plus de certitude ; ce qui n'eſtant ainſi, nous rechercherons les deux extremes deviations pour voir ſi les 45 ① peuvent advenir entre icelles, comme s'enſuit.

Faiſant N R 132, comme dit eſt, & qu'on y adjoigne la plus grande diſtance de Mercure à la terre (par le moyen de la 25 propoſition du troiſieſme livre) faiſant par la recapitulation de la 13 propoſition du troiſieſme livre, 14519, alors par regle genetale de la meſme 25 propoſition, ſe trouvera que la latitude de Mercure eſt de 31 ① : Or entre 1 deg. 21 ① (ſur la moindre diſtance 5481) & 31 ① les ſuſdits 45 ① de l'obſervation ſe trouvent ; tellement que nous euſſions peu voir la convenance plus parfaitement, ſi la ligne de Mercure à la terre euſt eſté cognue.

Touchant la deviation de Venus que *Ptolemée* poſe de 10 ①, elle ſetoit trouvée eſtre au moins de 20 ①, ſelon la precedente maniere de Mercure ; quoy que c'en ſoit on en pourroit juger plus preciſement, ſi on en faiſoit de nouvelles obſervations.

Epilogue du cours en latitude.

Juſques icy a eſté traité du cours en latitude des cinq planetes, Saturne, Jupiter, Mars, Venus, & Mercure, autant que mon deſſeing le requerroit ; partant je penſe qu'il ne le faudra tenir pour un mouvement incognu, comme on a fait ; eſtant apparant qu'il dnit recevoir telle diverſité de neceſſité, par le cours de la terre, & que le ciel de chacune planete ſe meut uniformement ſur ſon axe, ſans feindre d'autres mouvements non naturels, & qu'on pourra delaiſſer ces envelopes & temps perdu, auſſi qu'on s'exercera en ces choſes apres beaucoup plus de cognoiſſance.

APPENDICE
DE
L'ASTRONOMIE,

Des mouvemens incognus des planetes, obſervez par *Ptolemée* : & de la theorie formée là deſſus tant d'iceluy, que de *Copernique*.

SOMMAIRE DE CEST APPENDICE.

Ptolemée *ayant receu la deſcription de l'Aſtronomie ſur l'hypotheſe impropre, ſimplement comme il a eſté declaré cy-devant, il a obſervé le cours & les lieux des planetes treſdiligemment, pour voir comment elles accordoyent avec iceluy. La deſcription du cours du Soleil (de laquelle* Hyparque *doutoit) luy a ſemblé bonne, mais non pas des ſix autres planetes : car combien qu'elle accordaſt quant aux periodes & revolutions de beaucoup d'années, neantmoins en moindre temps, elle diſcordoit, tellement qu'il en deſcrit ſa theorie, laquelle il meſle entre les cours ſimples ſuſdits, en l'hypotheſe de terre immobile.* Copernique *auſſi en a fait de meſme puis apres, entremeſlant ſa theorie en ſa deſcription ſur l'hypotheſe de terre mobile. Mais d'autant qu'on ne voit pas que ces regles accordent avec l'experience, & partant que ces mouvemens ſemblent en-*

cor incognus, ce qui eſt cauſe que je les ay ſeparez des cognus cy-devant, tant en l'une qu'en l'autre hypotheſe : Or afin qu'on ſçache en quelle maniere a eſté ceſte ſeparation, j'en ay fait ceſt Appendice, qui aura 13 propoſitions, deſquelles les ſept ſont de la theorie adjouſtée de Ptolemée ; *aſſavoir les cinq premieres de la Lune ; la ſixieſme de Saturne, Iupiter, Mars & Venus : la ſeptieſme de Mercure : les ſix autres ſont de la theorie adjouſtée de* Copernique ; *aſſavoir la huictieſme de la Lune, la neufieſme de Saturne, Iupiter & Mars, la dixieſme de Venus, l'onzieſme & douzieſme de Mercure, la treiſieſme eſt un narré du mouvement incognu des eſtoiles fixes, & de la declinaiſon incognue de l'ecliptique.*

PREMIEREMENT LA THEORIE des planetes adjouſtée de *Ptolemée* en l'hypotheſe de terre fixe.

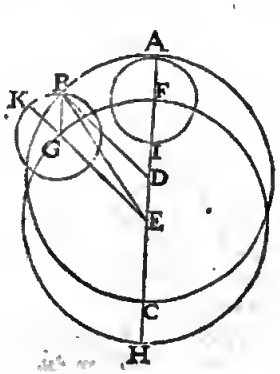
Proposition I.

Eſtant une planete poſée en un eccentrique, ou autrement en un epicycle, duquel le raid eſt egal à l'eccentricité de ceſt eccentrique, & ceſt epicycle en un concentrique, egal en grandeur & cours à l'eccentrique, & le cours de la planete en l'epicycle, egal au cours de l'epicycle au concentrique, toutefois du coſté contraire : ces deux poſitions donnent un meſme lieu à la planete.

Veu que la poſition de la Lune en un eccentrique, ſelon la maniere deſcrite és deux livres precedens, & par conſéquent ce qui ſemble eſtre approprié en la nature, luy donne un meſme lieu que feroit un concentrique ſelon ceſte propoſition, que *Ptolemée* choiſit pour declarer plus proprement ſa deuxieſme inegalité, laquelle je deſcriray icy ayant preallablement demonſtré ceſte propoſition, comme auſſi il a fait en ſon quatrieſme livre au cinquieſme chapitre.

Le donné. Soit pour premiere poſition l'eccentrique A B C, denotant la voye de la planete, D ſon centre, E la terre fixe, le poinct A ſoit la planete premierement en l'apogée, laquelle puis apres a fait un cours de A en B, qui eſt auſſi l'angle A D B.

Soit maintenant pour ſeconde poſition deſcrit ſur E centre, le cercle concentrique F G H egal à A B C, & ſur F, & raid F A (laquelle ligne eſt egale à E D) ſoit



deſcrit l'epicycle A I, duquel l'apogée A, lequel epicycle ſoit parvenu de F en G, ainſi que le cours F G, ou l'angle F E G ſoit egal au cours de la premiere poſition A D B, & menée E G produite en K, apogée de l'epicycle ; duquel cependant la planete s'eſt departie vers B, (contre l'ordre premier de F vers G,) faiſant un arc ſemblable à F G, & menée G B qui ſera parallele & egale à A F ou D E.

Le requis. Il faut demonſtrer que la planete en ces deux poſitions viendra en un meſme poinct B. Dont la demonſtration eſt manifeſte, puis que B D E G eſt un parallelogramme, d'autant que les angles B D A, G E F & K G B ſont egaux.

Concluſion. Eſtant donc poſée une planete, &c.

Notez.

Qu'encore que ceſte maniere monſtre auſſi le vray lieu de la Lune, qu'il ſemble toutefois qu'on ne la doive practiquer, en partie pource que les meſmes macules de la Lune, leſquelles ſont touſiours tournées vers le Globe terreſtre, teſmoignent icelle ne ſe mouvoir en un epicycle ; & pource auſſi que ce qu'on peut faire avec un cercle, eſt plus clair que par deux ; comme auſſi *Ptolemée* fait en la deſcription du cours du Soleil, & *Copernique* en la revolution de la terre : ce que *Ptolemée* euſt auſſi ſuivy au cours de la Lune, n'eſtoit qu'il dit au quatrieſme livre cinquieſme chap. que par la poſition de l'epicycle, il demonſtre plus proprement ſon deſſeing touchant la deuxieſme inegalité ſuivante.

Proposition II.

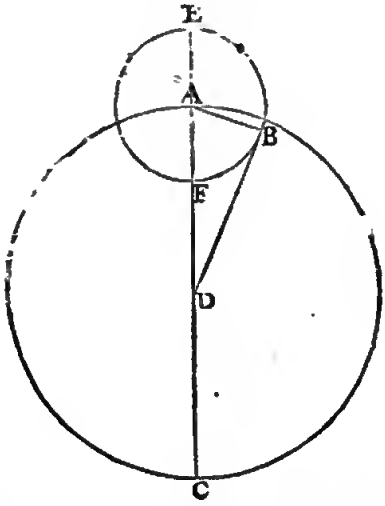
Declarer ce qui a meu Ptolemée *à la recerche de ſa deuxieſme inegalité de la Lune, touchant auſſi la qualité de la theorie qu'il en a fait.*

Ptolemée en ſa recerche treſ-diligente de l'apparante longitude de la Lune, l'ayant ſouventesfois trouvé differer d'avec les regles cy-devant eſcrites, leſquelles il avoit receu de ſes devanciers, ce qu'il nomme premiere inegalité, & les ayant recorrigé à ſon plaiſir, y a joinct une deuxieſme inegalité. Par exemple, il a trouvé que ſes extremes proſtapheréſes en conjonction & oppoſition du Soleil eſtoyent touſiours de 5 deg. comme la 30 propoſition du denxieſme livre amene quant & ſoy la premiere inegalité, mais hors les meſmes y avoit de la difference, & ce au plus anx quartiers, où elle pouvoit avenir de 7 deg. 40 ☊, qui eſt 2 deg. 40 ☋ plus que l'autre ; & d'autant pouvoit-on trouver de faute és lieux futurs de la Lune, ptenant garde en calculant, ſeulement ſur la premiere inegalité. Et pour declarer la cauſe qu'il dit eſtre de ceſte difference, il faut ſçavoir preallablement, que (comme il en parle au quatrieſme livre chap. 5.) pour eſpoſer au mieux ſon deſſeing, il a pris premierement la poſition de la Lune n'eſtre en une voye eccentrique, comme nous avons deſcrit cy-devant, mais en une concentrique, c'eſt à dire ſe mouvoir en un epicycle concentrique, c'eſt en un epicycle, & iceluy en une voye concentrique, ſelon la maniere deſcrite en la premiere propoſition de ceſt Appendice.

Soit pour plus ample declaration A B C un deferant d'epicycle concentrique, D centre, epicycle E B F, & A ſon centre, auſſi l'angle A D B majeure proſtapheréſe de 5 deg. comme elle eſt trouvée és conjonctions & oppoſitions : Mais ſi les cieux de la Lune eſtoyeſit tels, on trouveroit touſiours la proſtapheréſe de meſme, ce qui diſcorderoit d'avec les obſervations ſuſdites, ainſi que *Ptolemée* a poſé la cauſe de telle difference, comme

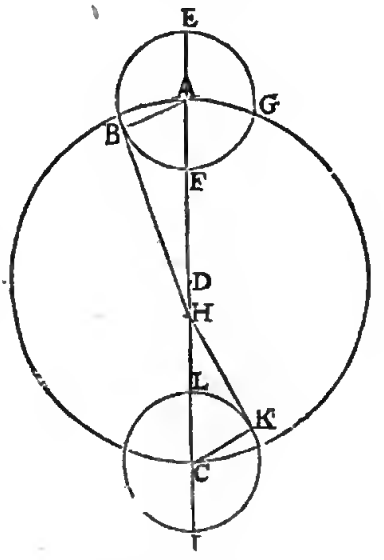
comme s'enſuit : veu que la proſtaphereſe A D B és quadratures ſe trouve de 7 degr. 40 ☉, qui eſt de

1. Figure.



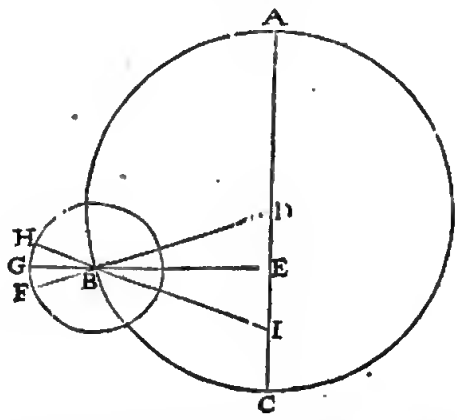
2 deg. 40 ☉ d'avantage, il faut que l'epicycle ſoit plus prochain de la terre que non pas és conjonctions; tellement que la Lune allant dans l'epicycle, alors l'epicycle doit aller dans un eccentrique, comme en ceſte deuxieſme figure, où la terre H n'eſt au centre d'iceluy D, où menée H B touchant l'epicycle, lequel eſt en l'apogée de l'eccentrique, comme il advient és conjonctions & oppoſitions, & au perigée en C és quadra-

2. Figure.



tures; & ainſi l'angle A H B fait 5 degr. mais C H K 7 deg. 40 ☉ (on verra à la fin de ceſte propoſitioo la cauſe de ſa poſition.) Or en ceſte maniere eſtoit bien ſauvée ceſte difference, mais hors de ces poincts n'accordoit avec la tegle: parquoy faiſant de nouveau ceſte troiſieſme figure, où l'epicycle eſt en B au premier demicercle, & menant les lignes D B F, E B G, F ſera l'apogée de D, & G de E; ot ſuivant le poſé precedcot, la Lune devant eſtre veuë de E, par exemple, à l'apogée G; & ſelon l'experience, je prens, en H, ainſi il a mené la ligne H B juſqu'en I, au taid D C, tellement que par les nombres (comme on verra en la quatrieſme propoſition) il a trouvé que E I eſtoit ega-

3. Figure.

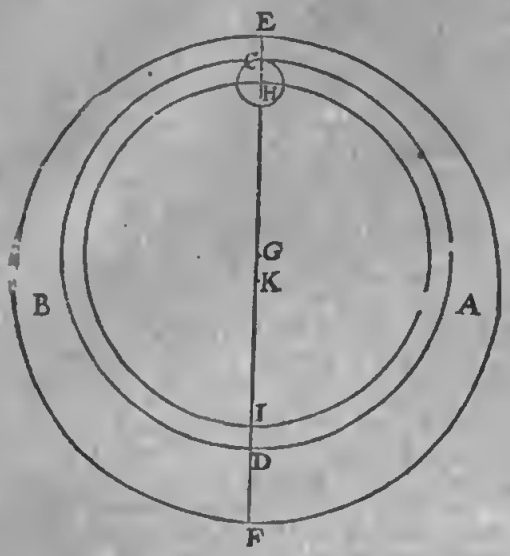


le à D E; ce poinct I eſt nommé par *Ptolemée* poinct d'inegalité, (& *Purbache* le nomme poinct diametralement oppoſé au centre de l'eccentrique) lequel eſt tel que ſon apogée H eſt le poinct auquel on doit commencer à compter le cours de la Lune en l'epicycle, & non pas de F; ce que faiſant, *Ptolemée* dit qu'on trouve par la calculation fondée ſur telle poſition, touſiouts la longitude apparante de la Lune en ſoo vray lieu, avec condition toutefois qu'oo concede ces trois choſes: Premierement, que le centre d'epicycle B ſe ment uniformemeot veu du centre de la terre E; d'où s'enſuit qu'il tourne difformemeot veu du centre D; ou bien, ce qui eſt le meſme, qu'il ne va pas uniformement le long de la circonferen'ce de l'eccentrique A B C: Secondement, qne la Lune tourne en l'epicycle uniformement veuë du poinct d'inegalité I, & partaot difformement veuë du centre D; ou bien, ce qui eſt le meſme, qu'elle ſe meut tantoſt plus lentement, tantoſt plus viſte en l'epicycle: Tiercemeor, que le centre d'epicycle B tourne deux fois en chacune moyenne lnnaiſon, tellement qu'és moyennes conjonctions & oppoſitions il eſt touſiours en l'apogée A, & és quadratures moyennes au perigée C: Mais voicy comment tel monvement advient.

Aſſavoir que le deferant d'epicycle avec ſon epicycle eſt porté dans un orbe qu'ils appellent deferant d'apogée de l'eccentrique de la Lune, lequel eſt denoré par un plan compris entre deux cercles; dont l'un, aſſavoir l'interieur, eſt deſcrit ſur le centre du deferant d'epicycle par l'apogée de l'epicycle; l'autre qui eſt deſſus, eſt deſcrir ſur le centre de la terre: Et rourne contre le propre mouvement du Soleil, en telle maniere qu'aotant que le centre de l'epicycle du Soleil moyen decline d'un coſte, autant en fait-il decliner apparemmenr l'apogée du deferant d'epicycle de l'autre coſté au meſme temps; avec quoy il paſſe en toutes les moyennes conjonctions & oppoſitions par le centre d'epicycle, au plus loing du centre de la terre: Mais en toutes les quadratures au plus pres: Et faut qu'ainſi le centre d'epicycle rencontre deux fois l'apogée de ſon deferant en chaque moyenne lunaiſon.

Soit pour plus ample declaration en ceſte quatrieſme figure, A B un plan compris entre deux cercles C D, E F, le centre de C D eſt G, ſur lequel eſt

deſcrit le deferant d'epicycle H I, le centre de E F eſt K: D'avantage C D eſt le deferant de la voye d'epicycle, & tourne (c'eſt aſſavoir avec le plan annulaire entier A B) contre l'ordre des ſignes, c'eſt de C vers A: Ce



defetant de la voye d'epicycle, dirige l'epicycle ainſi que ſon centre H eſt au plus loing du centre de la terre K, en toutes les moyennes conjonctions & oppoſitions, mais és quadratures au plus pres: ce qui eſt encor plus intelligible lors que l'on diſtingue ces cercles particulierement en diverſes pieces mobiles, l'une ſur l'autre; où l'on voit encore que le poinct K demeurant ferme, le poinct G deſcrit un cercle alentour.

Concluſion. Nous avons donc declaré la cauſe qui a meu *Ptolemée* à la recerche de ſa deuxieſme inegalité de la Lune, avec la qualité de ſa theorie en general, ſelon le requis.

Notez.

La qualité de la theorie de *Ptolemée* eſtant deſcrite juſqu'icy ſans nombres, nous viendrons à l'invention des nombres, és 3, 4, & 5 propoſitions ſuivantes.

Proposition III.

TRouver le raid de la voye d'epicycle de la Lune, l'eccentricité, auſſi la majeure & moindre diſtance de la Lune, en telles parties que la ligne de la terre juſques à l'apogée de la voye d'epicycle en fait 60, par operation fondée ſur la theorie adjouſtée de Ptolemée.

Le donné. Soit en la deuxieſme figure de la 2 propoſition l'angle A H B de 5 deg. & C H K de 7 deg. 40 ①, avec les meſmes expoſitions qui ſont là meſme deduites.

Le requis. Il faut trouver le raid A D, l'eccentricité D H, auſſi la majeure diſtance de la Lune H E, & la moindre H L, en telles parties que la ligne H A de la terre H, à l'apogée A de la voye fait 60.

Construction.

Le triangle H K C a trois termes cognus, aſſavoir C K raid d'epicycle, faiſant par la 5 propoſition du quatrieſme livre de *Ptolemée*, aſſavoir 5 parties 13 ①.
L'angle H K C droit, & l'angle C H K de 7 deg. 40 ①, par le donné: par leſquels cerché le coſté H C, ſe trouvera de 39 part. 22 ①.
Auquel adjouſté A H 60 parties par le donné, viendra pour l'entier diamette A C 99 part. 22 ①.
Sa moitté pont D C raid de la voye d'epicycle requis 49 part. 41 ①.
Duquel oſté H C 39 parties 22 ①, premier en l'ordre, reſtera pour l'eccentricité requiſe D H, 10 part. 19 ①.
à A H 60 part. adjouſté le raid d'epicycle A E 5 part. 13 ①, viendra pour H E majeure diſtance requiſe 65 part. 13 ①.
Et de H C 39 part. 22 ①, premier en l'ordre, oſté le raid d'epicycle C L 5 part. 13 ①, reſtera pour H L moindre diſtance requiſe 34 part. 9 ①.
Dont la demonſtration eſt manifeſte par l'operation.
Concluſion. Nous avons donc trouvé le raid, &c.

Notez.

Que la raiſon de la majeure à la moindre diſtance, eſt ſuivant ceſte theorie adjouſtée de *Ptolemée*, comme de H E 65 part. 13 ①, cinquieſme en l'ordre, à H L 34 part. 9 ①, ſixieſme en l'ordre: laquelle raiſon n'eſtant evidente au changement du diamette viſuel de la Lune, il eſt certain, comme nous avons dit cy-devant, que la raiſon des diſtances ne ſera telle en effect, & que la theorie de la premiere inegalité, ſuivant la deſcription de *Ptolemée* au 6 chap. de ſon quatrieſme livre, eſt plus certaine en cecy, aſſavoir de 65 part. 13 ① à 54 part. 47 ①.

Proposition IV.

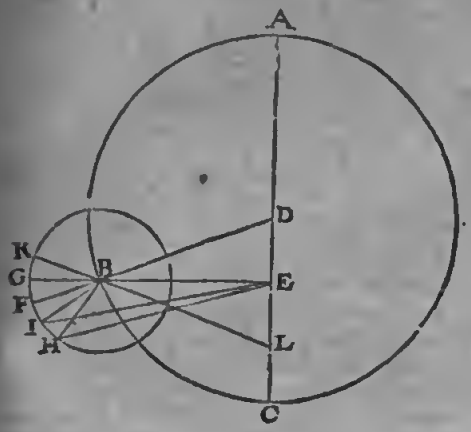
TRouver la ligne de la terre au poinct d'inegalité, en telles parties, que la ligne de la terre à l'apogée de la voye de l'epicycle de la Lune en fait 60, par operation fondée ſur la theorie adjouſtée de Ptolemée.

Le donné. *Ptolemée* a pris au 5 chap. de ſon 5 livre l'obſervation du lieu de la Lune faite par *Hyparque*, laquelle eſtoit hors de conjonction, oppoſition & quadrature moyenne, ou pour dire autrement, eſtant le centre de l'epicycle hors l'apogée, & perigée de ſa voye, aſſavoir lors que l'arc du Soleil moyen à la Lune moyenne, eſt gaing moyen de Lune, de 45 deg. 15.
Et trouvant alors le moyen mouvement de la Lune en l'epicycle de 333 deg. 12.
Lequel lieu, donne proſtheſe (comme il ſera declaré en la conſtruction ſuivante) ſi on fait le calcul tel que l'apogée de l'epicycle ſoit veu de la terre, de 2 deg. 32.
Mais l'arc apparant entre le vray Soleil & Lune, meſuré en effect par *Hyparque*, fut trouvé eſtre proſtheſe, ſeulement de 1 deg. 26.
Laquelle diverſité eſtant telle, *Ptolemée* vint à recercher & calculer la longueur de la ligne entre la terre & le poinct d'inegalité, duquel a eſté parlé à la troiſieſme figure de la deuxieſme propoſition en general: Nous declarerons ceſte recerche & calculation en 2 parties, dont la premiere ſera de l'invention du ſuſdit 2 deg. 32 ①, troiſieſme en l'ordre: la ſeconde partie ſera priſe au lieu d'iceluy à 1 deg. 26 ①, quatrieſme en l'ordre; par lequel finalement on trouvera que la ligne entre la terre, & le poinct d'inegalité fait 10 part. 19 ①, egale à l'eccentricité, qui fait auſſi autant par la 3 propoſ. de ceſt Appendice.

Preparation de la premiere partie.

Soit A B C voye d'epicycle, D ſon centre, E la terre, ou eccentre, duquel menée E B, ainſi que A E B face 90 deg.

90 deg. 30 ①, eſtant le double du gaing de Lune, 1 en l'ordre : on prend le donble, pource que le centre de l'epicycle rencontre deux fois l'apogée d'une conjonction moyenne en l'autre, par la declaration qui en eſt faite en la quatrieſme figure de la 2 prop. Soit l'epicycle F G deſcrit ſur B, & menée D B F, F ſera apogée de



D, appellé poinct de concavité par *Purbachius*, pource qu'il deſcrit l'interieure concavité du deferant de la voye d'epicycle. Soit puis apres de E par B menée E B G, G ſera apogée de la terre E ; puis ſoit H la Lune, de laquelle le moyen mouvement en l'epicycle faiſoit par l'hypotheſe, deuxieſme en l'ordre, 333 deg. 12 ①, que je compte de l'apogée G contre l'ordre des ſignes juſqu'en H, & mene H E.

Le requis de la premiere partie.

Il faut trouver l'angle de la proſtheſe B E H.

Conſtruction de la premiere partie.

Le triangle D E B a trois termes cognus, l'angle D E B 90 deg. 30 ①, par la preparation, l'eccentricité D E 10 part. 19 ①, par la 3 propoſ. D B taid de la voye d'epicycle 49 deg. 41 ①, par la meſme 3 prop. par leſquels on trouvera E B de 48 part. 31 ①,

Le triangle B E H a 3 termes cognus, aſſavoir le coſté E B 48 part. 31 ① precedent, B H 5 part. 15 ①, par la 5 prop. dn 5 livre de *Ptolemée* (il eſt bien vray qu'en la 3 propoſ. precedente eſtoit priſe de 5 part. 13 ①, mais nous ſuivons du tout le poſé de *Ptolemée*) & l'angle H B E 153 deg. 12 ① (car G H fait 333 deg. 12 ①, reſte pour H G, ou l'angle H B G 26 deg. 48 ①, ſon adjoinct eſt pour I B E 153 deg. 12 ①, comme devant) par leſquels on trouvera l'angle requis B E H de 2 deg. 33 ①, mais ſoit ſelon *Ptolemée*, 2 deg. 32 ①.

Preparation de la deuxieſme partie.

Ceſt angle B E H eſtant trouvé de 2 deg. 32 ①, lequel ne devroit eſtre que de 1 deg. 26 ①, comme il a eſté dit cy-devant ; alors *Ptolemée* argumente, que puis que l'angle B E H eſt trop grand, que la Lune ne ſera en effect en H, mais plus vers G : ſoit en I, & menée E I, alors l'angle B E I ſera le ſuſdit 1 degr. 26 ①. Ce qu'eſtant ainſi, G ne pourra pas eſtre l'apogée moyen, d'où l'on doit compter le cours de la Lune en l'epicycle, comme a eſté fait devant, mais autant plus par delà G, comme de H à I ; ſoit K ainſi que G K ſoit egale à H I ; parquoy de meſme que de G à H y avoit premierement 333 deg. 12 ①, ainſi auſſi y aura autant de K à I : & mene K B la prolongeant juſqu'au diametre en L.

Le requis de la deuxieſme partie.

Il faut trouver maintenant la ligne E L.

Conſtruction de la deuxieſme partie.

Le triangle E B I ayant 3 termes cognus, comme l'angle B E I, 1 deg. 26 ①, par la preparation de ceſte deuxieſme partie, le coſté E B 48 part. 31 ①, par le premier en l'ordre de la conſtruction de la premiere partie, & B I taid de 5 part. 15 ①, on trouvera l'angle I B E de 165 deg. 13.

Son adjoinct pour I B G, ou arc I G, 14 deg. 47.

Le meſme oſté de I K aporome de cercle de 333 deg. 12 ①, qui eſt 26 deg. 48.

Reſtera pour l'arc G K, ou angle G B K, on l'angle E B L, 12 deg. 1.

Le triangle B E L a 3 termes cognus, comme ſont l'angle B E L 89 deg. 30 ①, comme apotome de l'angle B E A, faiſant par la preparation de la 1 partie 90 deg. 30 ①; puis l'angle E B L 12 deg. 1 ①, quatrieſme en l'ordre, & le coſté B E 48 parties 31 ①, premier en l'ordre de la conſtruction de la premiere partie, par leſquels on trouvera le coſté reqnis E L de 10 part. 19 ①.

Leqnel nombre eſtant egal à l'eccentricité D E, qui a eſté calculée à la 3 propoſition : *Ptolemée* dit auſſi que cecy advient en tout lieu où le centre de l'epicycle ſe trouve en ſa voye ; tellement qu'il conclud qne K eſt touſiours le ceotre, duquel il faut commencer à compter le cours de la Lune en l'epicycle.

Concluſion. Nous avons donc trouvé, &c.

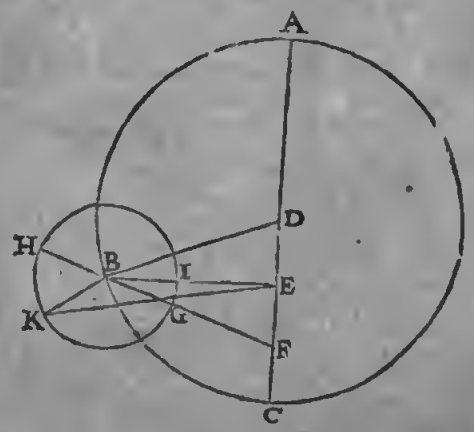
Proposition V.

Trouver en un temps donné la proſtapheresé de la Lune, par operation fondée ſur la theorie adjouſtée de Ptolemée.

Le donné. Soit un temps auquel la longitude de la Lnne en l'epicycle ſoit de 333 deg. 12 ①, & le my-gain de Lune de 45 deg. 15 ①.

Le requis. Il faut trouvet la proſtapheresé de la Lune, fondée ſur la Theorie adjouſtée de *Ptolemée*.

Preparation. Soit A B C voye d'epicycle, D ſon centre eccentre, où la terre E, de laquelle menée la ligne



E B, ainſi que l'angle A E B ſoit 90 deg. 30 ①, donble du gain de Lune 45 deg. 15 ① donné : On prent icy le

double, pource que le centre de l'epicycle rencontre deux fois l'apogée d'une conjonction moyenne à l'autre, par la declaration qui en a esté faite en la quatriesme figure de la 2 proposition de ceſt Appendice, & F eſt le poinct d'inegalité : D'avantage ſoit GHI epicycle ſur le centre B, coupant EB en I, & menée FGBH coupant l'epicycle en G & H ; alors G ſignifie le perigée moyen, H l'apogée moyen : Et le poinct K ſoit la Lune, ainſi que l'arc HIGK ſoit les 333 deg. 12 ① donnez : Et finalement menées EK, BK, tellement que l'angle BEK ſignifie la proſtheſe de la Lune.

Le requis. Il faut trouver l'angle BEK.

Construction.

Le triangle DEB a trois termes cognus, comme l'angle E 90 deg. 30 ①, l'eccentricité DE 10 part. 19 ①, par la 3 propoſition de ceſt Appendice, DB raid de la voye d'epicycle 49 part. 41 ①, par la meſme 3 propoſition, par leſquels EB ſera trouvée de 48 part. 31.

Le triangle EBF a trois termes cognus, EB precedente de 48 part. 31 ①, EF 10 part. 19 ①, par la 3 propoſition de ceſt Appendice, & l'angle E 89 deg. 30 ①, adjoinct du donné DEB 90 deg. 30 ①, par leſquels l'angle B ſe trouvera eſtre de 12 deg. 1.

De l'arc HIGK 333 deg. 12 ①, oſté HG 180 deg. reſtera GK, ou l'angle GBK, 153 deg 12.

Auquel adjouſté EBF 12 degr. 1 ① ſuſdit, vient pour l'angle EBK. 165 deg. 13.

Le triangle EBK a trois termes donnez, aſſavoir l'angle EBK 165 deg. 13 ①, quatrieſme en l'ordre, EB 48 part. 31 ①, premier en l'ordre, & BK raid d'epicycle 5 part. 15 ① : par leſquels eſtché l'angle requis de la proſtheſe BEK, viendra 1 deg. 25 ①, ſoit de 1 deg. 26.

Concluſion. Nous avons donc trouvé en un temps donné, &c.

Corollaire.

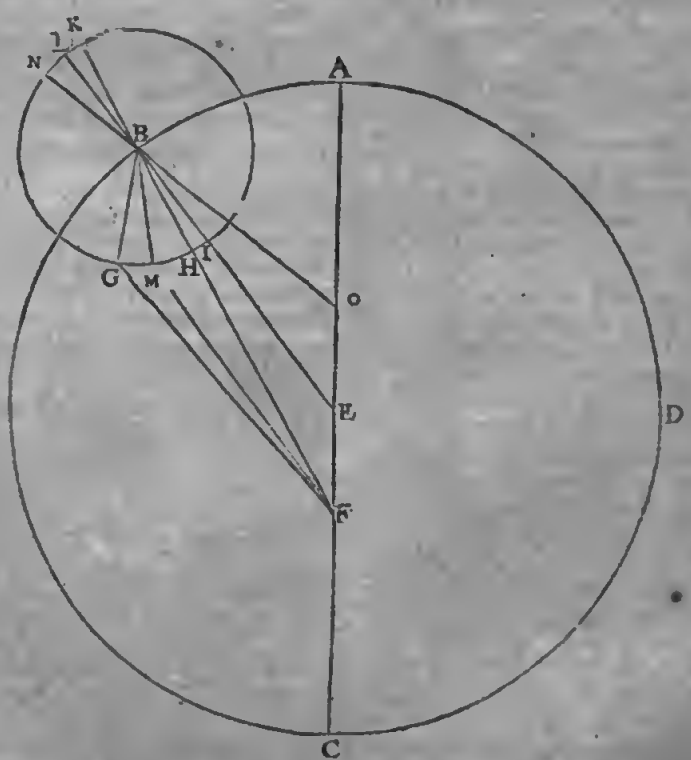
Par ceſte invention de la proſtapheresе appert comment on trouvera la longitude apparante de la Lune en un temps donné, car joignant la proſtapheresе à la longitude moyenne de la lune on aura le requis : Notez auſſi que *Ptolemée* & autres en ont fait des tables, pour trouver le tout avec plus de facilité, que nous delaiſſerons icy ſans les deſcrire, veu qu'elles n'appartiennent à la declaration de la deuxieſme inegalité, laquelle nous avons expliqué juſques icy ſelon noſtre deſſein, nous viendrons à la deuxieſme inegalité des 5 autres planetes.

Proposition VI.

Declarer ſommairement la theorie adjouſtée de Ptolemée *touchant le cours en longitude de Saturne, Iupiter, Mars & Venus.*

D'autant que nous prenons icy pour cognus les ſimples cours de ces planetes, comme ils ſont venus entre les mains de *Ptolemée*, veu qu'ils ont eſté inſerez au premier & 2 livre, alors la deſcription de la deuxieſme inegalité en ſera d'autant plus facile & briefve.

Il faut ſçavoir preallablement qu'il trouvoit la longitude apparante de ces quatre planetes, és conjonctions & oppoſitions du Soleil moyen, lors que le centre d'epicycle eſtoit en l'apogée ou perigée de la voye, touſjours comme la calculation du cours ſimple, qui luy eſtoit tombée entre les mains, car il trouvoit & calculoit les eccentricitez & les raids des epicycles de chacune planete, & ainſi rencontroit de la diverſité horſmis és lieux ſuſdits.



Pour donc venir à la choſe, ſoit ABCD la voye d'epicycle, E centre, A apogée, F l'eccentre oo la terre, B centre de l'epicycle GHIK, & menées de E & F par B, les lignes EL, FK, coupant l'epicycle en I ; ainſi

que

que H eſt le perigée, K apogée, I moyen perigée, L moyen apogée: Davantage je prens que la Planete, ſelon la calculation du deuxieſme livre, (c'eſt ſuivant le cours ſimple, comme *Ptolemée* la premierement receu) doive eſtre en G, tellement que la longitude moyenne d'epicycle L G face 150 deg. & ſa diſtance apparante de l'apogée A veue de la terre F, doive avoir eſté l'angle A F G: Mais il a trouvé un tel angle par effect, comme je prens A F M, joinct que la planete en l'epicycle eſtoit eſſentiellement en M, & non pas en G ſelon la calculation.

De cecy il a argumenté, que puis que de la planete juſqu'à l'apogée moyen il y doit avoir 150 deg. comme a eſté poſé premierement l'arc L G, & que la planete en l'epicycle eſt d'autant plus loing de G, que G juſqu'à M, partant le my-apogée doit auſſi eſtre autant plus loing de L, & ſoit en N, tellement que N M eſt 150 deg. auſſi bien que L G.

Or N eſtant pris pour le my-apogée, duquel on commence à compter le moyen mouvement de la planete, il a mené de N par B une ligne droite, coupant le diametre A C en O, & trouvé que E O eſt egale à E F, non ſeulement en ceſt exemple, mais auſſi en tout autre en quel lieu de l'epicycle la planete ſoit, & le centre de l'epicycle en ſa voye puiſſe eſtre: Tellement qu'il a donné à O le nom de poinct d'inegalité (*Purbache* l'appelle le centre de l'eqnant) auquel ſuppoſant que l'œil ſoit, alors on voit que l'epicycle dans ſa voye & la planete en l'epicycle tournent uniformement: d'où s'enſuit que les poincts ſuſdits B & M, ſont veus ſe mouvoir irregulierement du centre E; ou bien que l'epicycle dans ſa voye & la planete dans l'epicycle ſe meuvent tantoſt plus viſte, tantoſt plus lentement, contre l'ordre naturel ordinaire, & ſuivant telle hypotheſe trouvant la proſtaphereſe, & la longitude apparante, en cela conſiſte l'invention des ſuſdits de *Ptolemée*, de laquelle il en a formé une theorie qu'il a adjouſté à la deſcription qu'il a receue de ſes devanciers.

Concluſion. Nous avons donc declaré le ſommaire, &c.

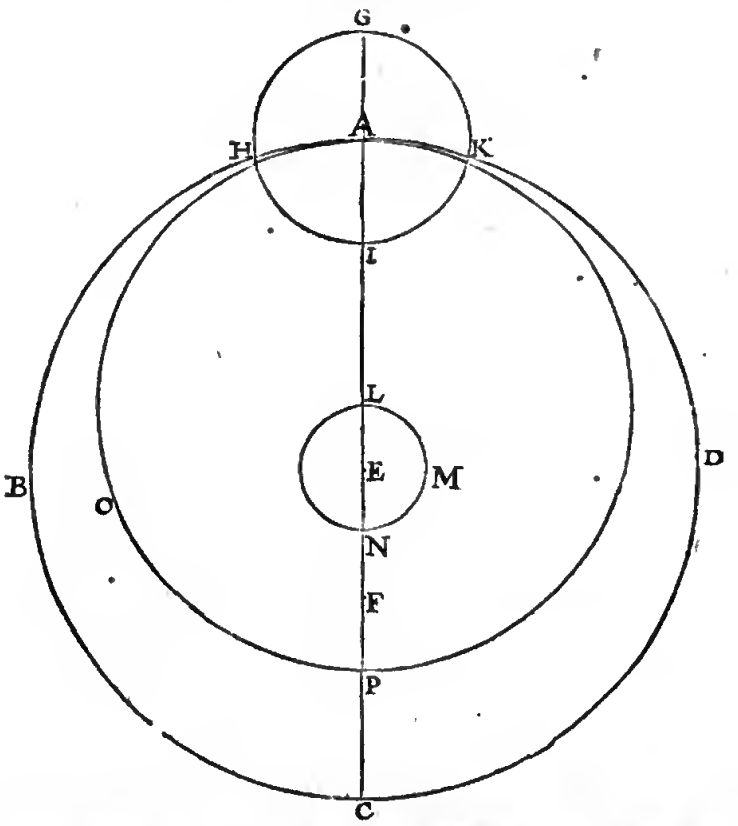
Proposition VII.

Declarer ſommairement La theorie du cours en longitude de Mercure, adjouſtée par Ptolemée.

Encore bien que *Ptolemée* ayt obſervé ſouventefois les lieux de Mercure, & joignant cela ait pris garde aux obſervations de ſes devanciers: il a trouvé que ladite planete en faiſant une revolution venoit à chacune d'icelles deux fois au plus pres de la terre (comme auſſi la Lune, laquelle il dit venir deux fois au perigée en chacune lunaiſon) ce qui advient lors que le centre de ſon epicycle eſtoit en apparence 120 degr. de part & d'autre de l'apogée apparant, qu'il trouvoit au 190 deg. de l'ecliptique. La cauſe de cecy eſt, à ce qu'il dit, que le centre de l'epicycle en chacun des 2 lieux ſuſdits, vient au plus pres de la terre: ce qu'eſtant dit en general, nous viendrons à la declaration particuliere de ſon opinion.

Soit en la premiere figure ſuivante A B C D la voye d'epicycle, E ſon centre, A, l'apogée; l'eccentre ou la terre F, l'epicycle G H I K ſur le centre A, ſon apogée

I. Figure.



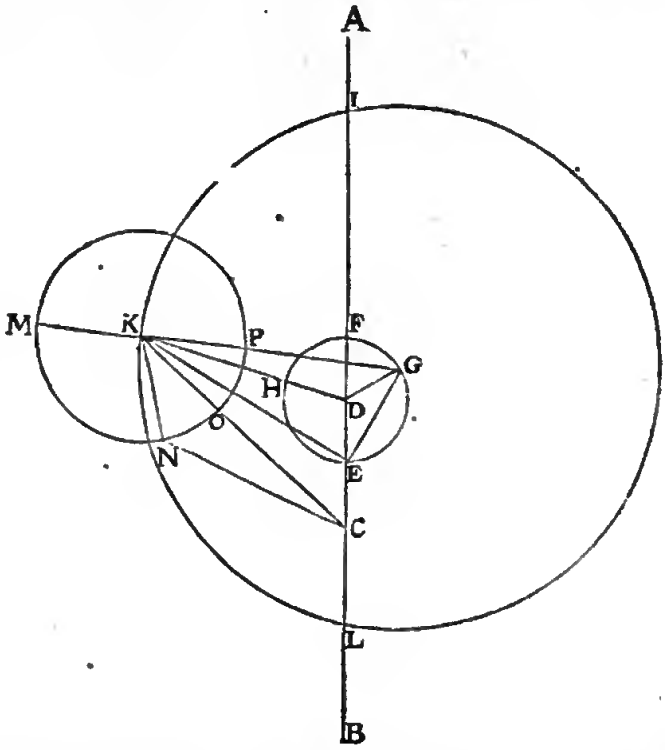
G, perigée I, & ſoit Mercure à l'apogée G, & le tout pris ſelon la ſimple maniere comme *Ptolemée* la receut de ſes devanciers, & deſcrite au deuxieſme livre, à laquelle *Ptolemée* ne trouva aucune faute; car avec cecy il a cetché en ſon neufieſme livre chapitre 8, la raiſon de l'eccentricité & du raid de l'epicycle, au raid de la voye

voye d'epicycle: Mais Mercure eſtant hors l'apogée ou perigée de l'epicycle ; ou le centre de l'epicycle hors l'apogée ou perigée de ſa voye, alors il a trouvé de la difference: ce que *Ptolemée* raccommode apres pluſieurs taſtonnemens & recerches, au 9 chap. de ſon neufieme livre, & la temit en forme de theorie, comme s'enſuit. Il a deſcrit ſur E centre de la voye, un petit cercle L M N coupant A C en L & N; E N eſtant le diametre d'iceluy petit cercle la moitié de l'eccentricité E F, icy il a pris L pour centre de la voye de l'epicycle, combien que ce ſoit proprement E en ceſte figure, & dit que le meſme centre L tourne en un cercle de L vers M contre l'ordre des ſignes, faiſant là dedans un tour, en meſme temps que le centre de l'epicycle fait un tour en ſa voye, de l'autre coſté ſelon l'ordre des ſignes, c'eſt de A vers B, & ainſi portant quant & ſoy la voye entiere de l'epicycle.

Mais veu que A L eſt priſe icy pour le raid de la voye de ceſte theorie adjouſtée de *Ptolemée*, alors la circonference de la meſme voye ſoit moindre à A B C D, ſelon la poſition du mouvement ſimple, comme *Ptolemée* le receut: parquoy ſur L, comme centre, ſoit deſcrit la voye de l'epicycle de la theorie de *Ptolemée* A O P, & combien qu'elle ſoit moindre à la premiere, touresfois la diſtance de la terre F à A eſt la meſme, & par conſequent demeure auſſi le meſme diametre viſuel de l'epicycle: Et lors que le centre de la voye L ſera paſſé de L par M à N, alors ſelon ceſte hypotheſe, le centre A ſera parvenu à l'autre coſté en C; & ainſi la diſtance de la terre F, au centre de l'epicycle, & par conſequent le diametre viſuel de l'epicycle ſera auſſi le meſme, le tout ſelon le cours ſimple comme *Ptolemée* le receut: Tellement que ceſte theorie de *Ptolemée* ne donne aucune alteration, en la recetche ſuſdite de la raiſon de l'eccentricité, & raid d'epicycle, à la ligne entre la terre & l'apogée.

Ceſte qualité ainſi declarée, eſtant le centre d'epicycle au poinct A au plus loing de la terre, ou à ſon oppoſite C, nous viendrons à la declaration d'iceluy centre d'epicycle eſtant eu un autre lieu, je prens de 60 degrez, diſtant de l'apogée A par ſon moyen mouvement, & Mercure au 100 degré en ſon epicycle. A ceſte fin ſoit en ceſte ſeconde figure la ligne A B par l'apogée A (lequel eſt colloqué par *Ptolemée* au 190 deg. de

a. Figure.



l'ecliptique) ſon poinct oppoſite ſoit B, la terre C; D le centre du petit cercle F G E H, (au lieu du petit cercle L N M de la figure precedente) ſon apogée F, E perigée, & D E raid egal à E G, puis ſoit le poinct G, tellement que l'arc de F à G contre l'ordre des ſignes, ſoit 60 deg. & ſoit le deferant I K L ſur le centre G & menée D K, ainſi que l'angle A D K ſoit egal à F D G 60 degrez, aſſavoir de I à K, ſelon l'ordre des ſignes, comme F à G au contraire; car l'hypotheſe ſuſdite exige cela ainſi. Puis ſur K centre ſoit deſcrit l'epicycle M N O P, & menée G K produite en M, my-apogée d'epicycle, puis N ſoit le lieu de Mercure, faiſant l'arc M N 100 deg. & menées K N, N C, & C K coupant l'epicycle en O, item E K, E G, D K, D G: finalement prenons que l'epicycle ſoit coupé de G K en P, my-apogée.

Notez que *Ptolemée* a poſé que le centre de l'epicycle K ſe meut egalement, veu de E; & par conſequent inegalement, veu du centre du deferant: Mais ſi l'œil eſtoit au centre du deferant G, que de là Mercure ſeroit veu ſe mouvoir egalement: tellement que ſon mouvement en l'epicycle ſera egal & naturel. Voila la maniere de la theorie adjouſtée de *Ptolemée*, pour trouver la proſtaphereſe de Mercure, & de là la longitude en l'ecliptique.

Juſqu'icy

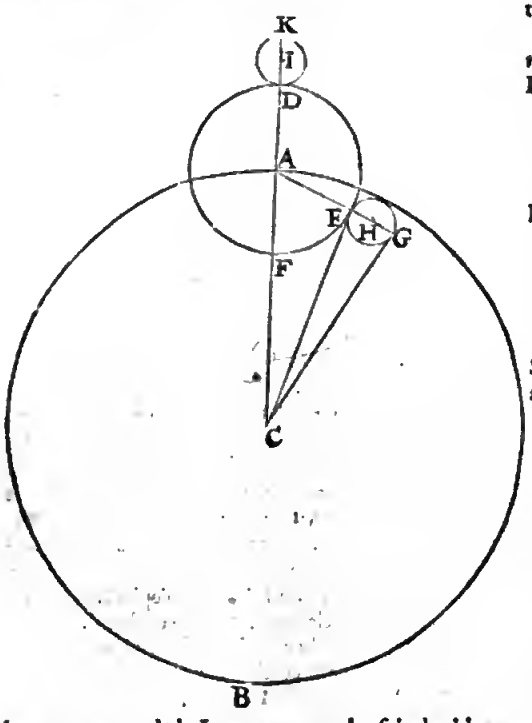
Jusqu'icy a esté traité de la Theorie adjoustée de *Ptolemée*, touchant le mouvement en longitude des planetes; Et quant à la latitude nous en avons parlé assez suffisamment au traité precedent.

DE LA THEORIE ADJOUSTÉE de COPERNIQUE, en l'hypnthese de terre mobile.

PROPOSITION VIII.

DEclarer sommairement *La theorie de la Lune adjoustée de* Copernique.

Apres que *Copernique* eust pris les epoches & lieux de la Lune annotez de *Ptolemée*, les acceptant pour vrays fondemens, idoines à establir sa theorie; toutefois il ne trouva pas qu'en la theorie adjoustée de *Ptolemée*, ce soit bien suivre la nature d'attribuer à la Lune l'inegalité de mouvement en son epicycle, & de l'epicycle au deferant: que ceste trop grande aproximation de la Lune à la terre estoit contre l'experience, puis que le diametre visuel de la Lune n'augmentoit ny ne diminuoit selon ceste constitution: Et partant en a fait une autre en lieu d'icelle, où le plus remarquable est, qu'il veut bien que la majeure prostapherese és conjonctions & oppositions moyennes soit de 5 deg. & és quadratures moyennes observées de *Ptolemée*, estre quelquefois parvenue jusqu'à 7 deg. 40 ☉, comme il a esté dit cy-dessus, dont il dit que la cause est telle: Soit le deferant de la Lune AB, son centre la terre C, & DEF epicycle où la Lune se meut selon la simple hypothese des anciens, dont A le centre, & menée DAFC, aussi la touchante CE, & que l'angle ACE face 5 deg. comme on a dit cy-devant, puis CG, ainsi que ACG soit de 7 deg. 40 ☉ apheretique, faisant un cercle EG touchant les deux lignes CE, CG, puis menée AEHG: or que



le mouvement de la Lune en ce cerclet soit double au my-gain de Lune, & du centre H, circuisant icelny de mesme que le mouvement tres-simple que les anciens attribuoyent à la Lune devant l'hyporhese de *Ptolemée*. D'où s'ensuit que la Lune estant en une moyenne conjonction au poinct E au plus pres de A, elle y sera aux suivantes, voire en toutes les oppositions moyennes, derechef au mesme poinct pres de A; (combien que ce puisse estre en un autre endroit de l'epicycle DEF) car puis que la Lune moyenne gaigne un demicercle entre les moyennes conjonctions & oppositions, sur lequel temps par l'hypothese, la Lune parcourt dans le petit cercle deux fois autant, qui sera donc un cercle entier; & partant en moyenne opposition elle sera derechef au poinct dans le petit cercle, qui est le plus pres de A.

De mesme sera-elle en toutes les conjonctions moyennes au mesme poinct, c'est aussi touiours dans la circonference DEF; partant la majeure prostapherese és moyennes conjonctions & oppositions, aussi ès eclipses de Lune & du Soleil, ne peut pas estre trouvée au dessus 5 deg.

D'avantage és my-quadratures elle doit suivant l'hypothese estre au petit cercle au plus loing de A, qui est G: car puis que la Lune gaigne un quart de cercle depuis la moyenne conjonction jusqu'à la moyenne quadrature, auquel temps la Lune court au double dans le petit cercle, qui est un demicercle, il faut, comme a esté dit, que la Lune soit en G, qui est au plus loing de A; ainsi que la majeure prostapherese fait 7 deg. 40 ☉, & de mesme en faut-il soustendre en l'autre demicercle, pour la prosthese, comme icy dans le demicercle DEF pour l'apherese: Mais le petit cercle estant parvenu dessus D, comme en I, alors ny en moyenne conjonction ou opposition n'advient aucune prostapherese: pource que la Lune est en D, & de mesme és quadratures moyennes, veu que la Lune est en K, & autant en peut-on dire quand le petit cercle est en F: Tellement que selon ceste position *Copernique* escrit que la Lune se trouve de tout costé en son lieu opportun.

Quant à la raison des lignes en ceste position, *Copernique* les calcule ainsi.

Le triangle AEC a trois termes cognus, assavoir l'angle ACE 5 deg. la ligne AC 10000, & l'angle AEC droit: par lesquels on trouvera AE raid de l'epicycle de 872, mais soit selon *Copernique*,	860.
Le triangle ECG a trois termes cognus, comme l'angle ECG 2 deg. 40 ☉, & le costé EC 10000 (egal assez pres à CA) & l'angle GEC droit, par lesquels le diametre EG se trouvera estre de 466, mais soit selon *Copernique*,	474.
Sa moitié pour le raid EH	237.
à CA 10000 adjousté AD 860, comme egal assez pres à AE, premier en l'ordre, & encor adjousté DK 474, comme egal à EG, deuxiesme en l'ordre, vient pour CK majeure distance de la Lune à la terre	11334.
De CA 10000 osté AF 860, comme egale à AE, premier en l'ordre, & encor 474 pour le diametre du petit cercle estant en F, restera pour la moindre distance de la Lune à la terre	8666.

Tellement que la majeure distance à la moindre est en telle raison que 11334 à 8666, ce qui ne donne pas si grande difference au diametre visuel de la Lune, que les termes de *Ptolemée* en la 3 proposition de ceste Appendice, de 65 part. 13 ☉ à 34 part. 9 ☉; qui est comme

me 57 ☊ à 30 ☊ (moindre diametre viſuel de la Lune) comme on peut voir en la 6 propoſition du deuxieſme livre : Mais ſelon *Copernique* c'eſt ſeulement 39 ☊; car ſes termes ſont comme 39 ☊ à 30 ☊, ce qui eſt encor 3 ☊ d'avantage qu'en la ſimple poſition que *Ptolemée* receut, qui n'eſtoit que 36 ☊, qui convient comme on dit avec l'expetience, veu qu'en la recapitulation de la 13 ptopoſition du troiſieſme livre; 445 à 531, eſt comme 30 ☊ à 36 ☊; tellement que *Copernique* a touché en cela le but plus ptes que *Ptolemee.*

Secondement *Copernique* n'a aucun mouvement irreguliet avec ſon petit cercle, comme *Ptolemée.*

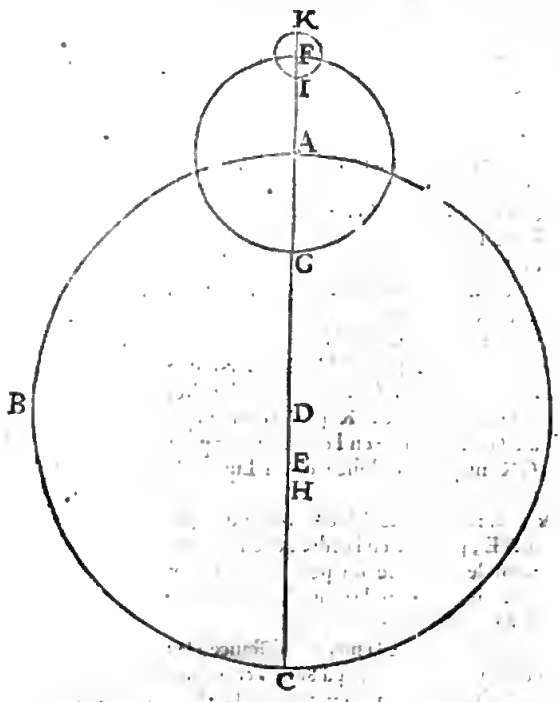
Quant aux convenances avec l'experience, les poſitions de *Copernique* & *Ptolemée* donnent une meſme ſolution en toutes les conjonctions & oppoſitions moyennes, & auſſi és quadratutes moyennes, eſquelles la Lune eſt en la moyenne diſtance de l'epicycle, car alors la proſtaphereſe fait 7 deg. 40 ☊ en l'une & l'autte maniete; mais hors ces lieux, leſdites poſitions teçoivẽt differẽce.

Concluſion. Nous avons donc declaré ſommaitemẽt, &c.

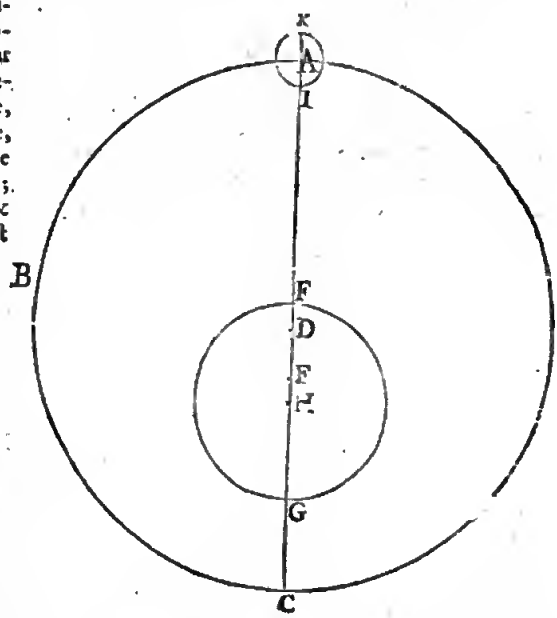
Proposition IX.

Declarer ſommairement la theorie adjouſtée de Copernique, *du mouvement en longitude de Saturne, Iupiter & Mars.*

Copernique ayant ſuppoſé que les obſervations de *Ptolemée* eſtoient bien faites, en la deſcription des lieux de Saturne, Jupitet & Mats, mais voyant qu'il ordonnoit en ſa theotie des mouvemens irreguliers aux epicycles, & en leurs voyes, comme a eſté dit en la 6 ptopoſition de ceſt Appendice; il en a mis d'autres en leur place ainſi : Soit A B C voye d'epicycle des trois ſuperieures, je prens de Saturne, D centre, E la terre fixe, par laquelle eſt menée A C, ainſi que A eſt l'apogée, C petigee, D E eccentricité de 3 part. 25 ☊, ſelon le calcul de *Ptolemée*, en telles parties que D A en fait 60; puis ſoit l'epicycle F G ſur A, duquel F eſt l'apogée, & G petigée, & la planete ſoit en l'apogée F : ce qui eſt



juſqu'icy ſelon la ſimple poſition, comme *Ptolemée* la reçeut, tellement que *Copernique* aptes pluſieurs taſtonnemens, y a adjoinct d'abondant un autre petit epicycle, prenant pour ſoy la ligne entre la terre & le poinct d'inegalité, qui eſt de 6 part. 50 ☊ (au 5 chap. de l'onzieſme livre de *Ptolemée*,) de telles que la voye d'epicycle en fait 60, au lieu de laquelle raiſon *Copernique* ptend 1139 à 10000, au 5 chap. du cinquieſme livre : Et de ceſt 1139 (ligne entte la terre & le poinct d'inegalité) oſtant le quart, qui eſt 285, reſte 854, lequel il a matqué de D à H, ptenant le meſme H maintenant pour la terre, au lieu de E : D'avantage il prit auſſi le tiers de D H 854, qui eſt E H, faiſant 285, le mettant de F en I, ſur laquelle F I, comme raid, eſt deſcrit un epicycle I K, ptenant la planete eſtte au petigée I, au temps de ſa moyenne conjonction avec le Soleil moyen, & ayant un cours ſelon l'otdre des ſignes de I vers K egal au cours du centre de l'epicycle A vers B : Mais eſtant la planete en ceſte moyenne conjonction au petigée du petit cercle I, il appett qu'en toutes les moyennes conjonctions il doit eſtre là; & en K eu toutes les moyennes oppoſitions; auſſi en toutes les quadratures és moyennes diſtances, ce qui convenoit avec la longitude de Saturne, ſelon ſon opinion. Or pource que ſon intention n'eſtoit pas de deſcrire cecy que par l'hypotheſe de terre immobile, il a changé la figure, deſcrivant ſur un poinct, comme H, la voye de la terre egal à l'epicycle ſuſdit, & ſur l'apogée de la voye de planete un petit cercle egal à l'autre, poſant que la planete s'y



mouve; aſſavoit ſoit A B C autrefois un eccentrique, D centre, & le poinct E ſoit icy en telle diſtance de D, comme en l'autre premiere figure il eſtoit de D, puis ſoit deſcrit ſur H la voye de la terre F G, eſtant H diſtant de D, comme en la premiere figure, H de D, aſſavoir 854 patties, & le raid de la voye terreſtre H G face autant comme là le raid de l'epicycle A G 1083 (car autant vient-il, diſant, raid de voye d'epicycle 60 part. donne raid d'epicycle 6 part. 30 ☊, combien 10000?) puis apres avec le raid egal à H E, deſcrit le petit cercle I K ſur A, egal au petit cercle I K de la premiere figure, & ſoit Saturne au petigée I, avec un cours comme en l'autre premiere figure, de I vers K : Ceſte figure en l'hypotheſe de terre mobile, fait recevoir à la planete la meſme longitude apparante qu'en l'autre hypotheſe.

en

en l'autre premiere figure, ce que j'euſſe demonſtré, n'eſtoit que le tout eſt aſſez clair par la 15 propoſition du 3 livre. prenant auſſi garde à l'incertitude du fondemẽt ſur lequel il ſemble que ceſte figure eſt fondée, je l'ay delaiſſée ſans telle demonſtration, pour eviter prolixite.

Notez auſſi que j'ay dit cy-devant que *Copernique* a poſé le petit cercle en l'epicycle, premierement en l'hypotheſe de terre immobile, ce que j'ay dit pour declarer mon deſſein en brief; car telle choſe n'apparoiſt pas par ſes eſcrits. & qu'on peut bien conceder cela.

Par ceſte theorie ſuſdite, *Copernique* dit que la planete ſe trouve touſiours en ſon vray lieu.

Notez auſſi qu'il appert cy-deſſus, que la theorie de *Copernique* eſt un meſlange de ſon invention avec celle de *Ptolemée*: veu que la ligne de laquelle il prend les trois quarts eſt en uſage dans *Ptolemée*.

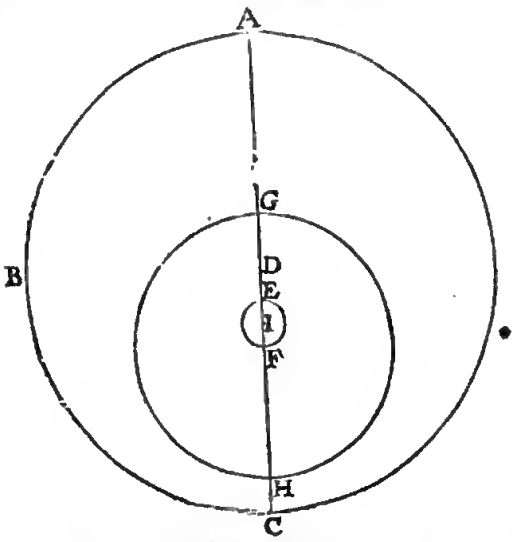
Touchant la recerche de la longitude apparãte de la planete ſuivant ceſte theorie, il eſt manifeſte qu'en la deuxieſme figure, on trouvera la longitude apparante du centre dn petit cercle, ſelon la maniere comme en la 15 propoſition du troiſieſme livre au 6 article, & encore y joindre la proſtaphereſe, que la planete acquiert par le perit cercle; car ce qui en viendra ſera le requis: Or ce que nous avons dit de Saturne, s'entendra auſſi de Jupiter & Mars.

Concluſion. Nous avons donc declaré, &c.

Proposition X.

D*Eclarer ſommairement la theorie adjouſtée de* Copernique, *du mouvement en longitude de Venus.*

Veu que Venus en l'hypotheſe de terre mobile ſe meut tellement en ſa voye, laquelle eſt dans la voye de la terre, comme les trois planetes ſuperieures en leurs voyes, qui ſont hors de celle de la terre; tellement que l'opinion de *Copernique* ſeroit aſſez ſuffiſamment cognue par les precedentes, lors qu'on deſcrivoit le petit cercle ſur la voye de Venus dans la voye de la terre: mais d'autant qu'il eſtime eſtre plus clair de faire tourner le centre de la voye de Venus en un petit cercle, egal à celuy lequel on feroit autrement ſur la voye, comme a eſté dit, pour ceſte cauſe je la declareray preſentement. Soit A B C la voye terreſtre, ſon centre D, faiſant D A raid 10000, & E eſt le lieu où le centre de la voye de Venus a eſté trouvé, ſuivant la computation foudée ſur



la ſimple poſition que *Ptolemée* teceut, où l'eccentricité D E faiſoit 208: Mais ſelon la theorie de *Copernique* ſoit marqué le poinct F, ainſi que E F ſoit egale à E D, ſignifiant ledit poinct F le centre de la voye de Venus, ſur lequel eſt icelle voye de Venus G H de l'intervalle de F G 7194: Puis ſoit I au milieu de E F, comme centre, deſcrit le petit cercle E F, où le centre de la voye G H tourne, deux fois auſſi viſte que la terre, auſſi ſelon l'ordre des ſignes; tellement que quand la terre eſt en l'apogée A, ou perigée C, alors le centre de la voye G H eſt eu E: mais la terre eſtant en l'une des moyennes diſtances, comme en B, ledit centre eſt touſiours en F, & en telle maniere dit *Copernique*, que Venus eſt trouvée en ſon vray lieu.

Concluſion. Nous avons donc declaré, &c.

Notez.

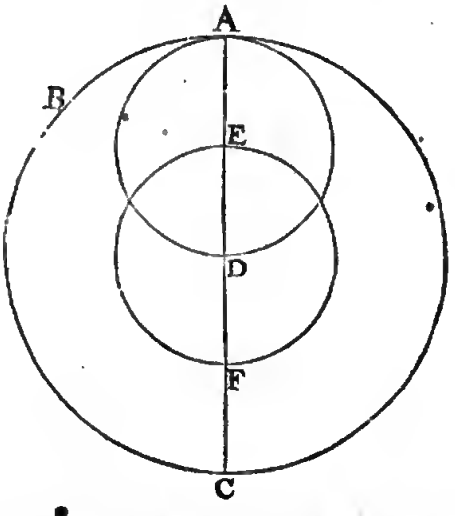
Copernique au 25 chap. de ſon cinquieſme livre, ayant veu qu'il eſtoit neceſſaire ſelon ſa theorie, que Mercure ſe pourmenaſt en une ligne droite, ſans toutefois vouloir admettre aucune irregularité en ſes mouvemens, il expoſa quant & quant au 4 chap. de ſon troiſieſme livre, que cela ſe pouvoit faire par l'aide de quelques cercles, & ce particulierement en un theoreme, lequel nous deſcrirons icy ſervant à la 12 propoſition. De ces cercles en traite auſſi *Proclus* commentateur des Elemens *d'Euclides*.

Theoreme. *Proposition XI.

E*Stans deſcrits deux cercles concentriques premier & ſecond de diametres en raiſon double, & deſcrit un troiſieſme egal au moindre deuxieſme, ayant ſon centre à la circonference dudit moindre, & ayant un cours double au deuxieſme ſon egal, mais d'un autre coſté; chaque poinct de la circonference du troiſieſme deſcrit une ligne droite, qui eſt diametre du premier majeur.*

Le donné. Soyent trois cercles, dont le premier majeur A B C & le deuxieſme E F concentriques, ayent les diametres en raiſon double, & le tiers A D (egal au deuxieſme E F) deſcrit ſur un centre en la circonference

1. Figure.



de E F, ayant ſon cours (de A vers le coſté droit) double à celuy de E F (vers le gauche) & ſoit pris un poinct A en la circonference du troiſieſme A D.

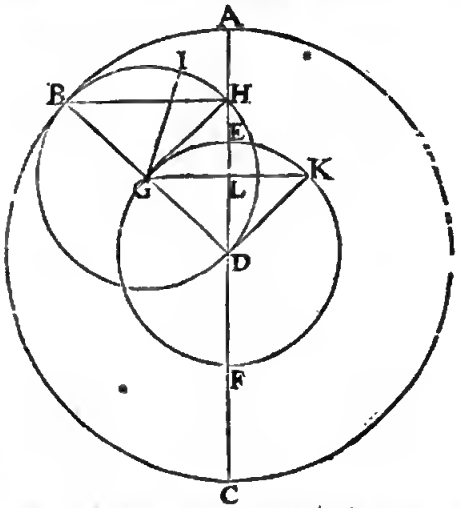
Le requis. Il faut demonſtrer que le poinct A dans le troiſieſme cercle A D, deſcrit une ligne droite A C diametre du premier cercle A B C.

Preparation. Soit le poinct E du deuxieſme cercle E F en la premiere figure parvenu de E en G, vers le

coſté ſeneſtre, comme en la deuxieſme figure, ainſi que le poinct du troiſieſme cercle plus eſloigné de D (que nous nommerons apogée A,) ſoit parvenu en B, en ceſte deuxieſme figure : Cependant le poinct qui eſt au 3 ſera porté de B en H vers le coſté dextre, ainſi que ſelon l'hypotheſe B H ſoit double à G E ; & menée G H.

Demonſt. D'autant que l'are B H eſt double à E G, alors

2. FIGURE.



l'angle B G H ſera double à l'angle B D E : Or dans le troiſieſme cercle B H D, l'angle du centre B G H eſtant double a un angle B D E en la circonference, ils auront circonferences egales pour baſes ; & puis qu'elles commencent en B toutes deux, & ſont vers un meſme coſté I, alors elles ſe termineront en un meſme poinct : mais B H ſe termine en H, donc H ſera dans D E prolongée, & ainſi ſe demonſtrera que le poinct pris au troiſieſme cercle ſera touſiours dans A C en quel lieu que ledit troiſieſme cercle ſoit parvenu.

Concluſion. Eſtans donc deſcrits, &c.

COROLLAIRE.

La ligne B H eſt touſiours perpendiculaire à A C, pource que l'angle eſt droit B H D dans le demicercle : Ce qu'eſtant ainſi, en un temps donné l'are A B ſera auſſi donné, & partant A H ſon verſet, par l'uſage des tables des ſinus, & par H eſt denoté Mercure, tellement que ſon lieu eſt cognu en A C au temps donné.

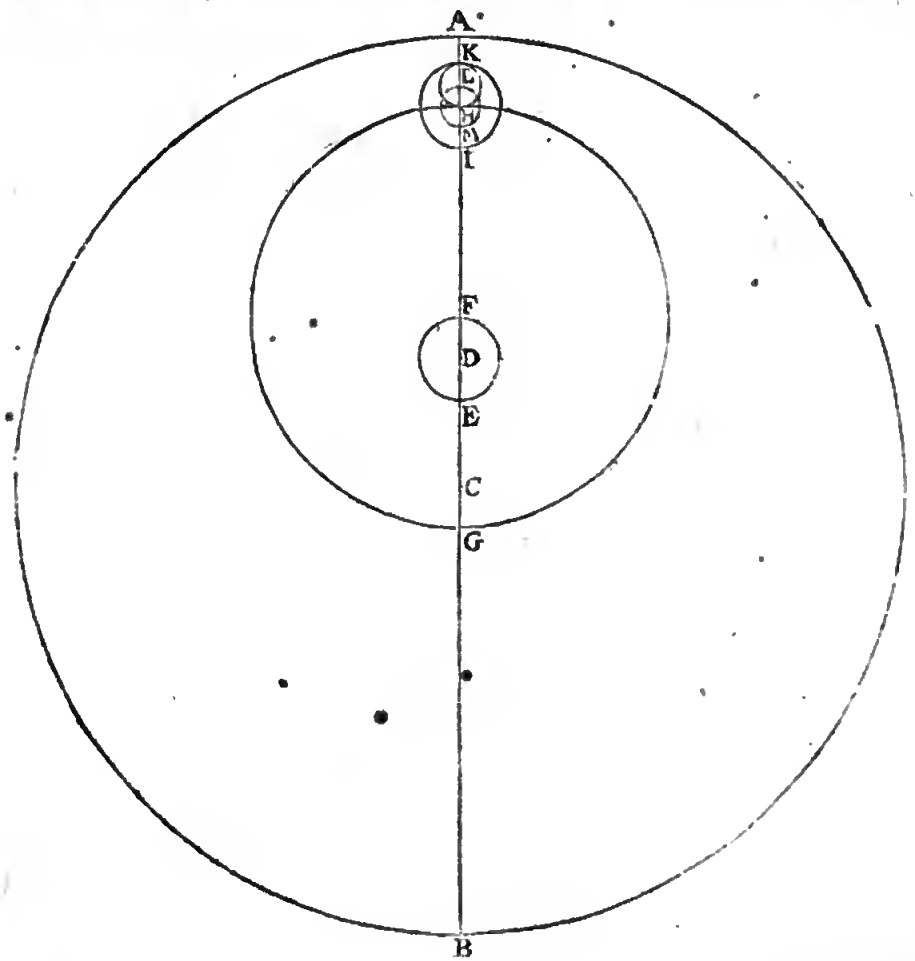
ALB. GIRARD.

Stevin *a fait la demonſtration cy-deſſus un peu oblique, & celle du precedent corollaire trop proluxe avec les lignes inutiles de* B I, G K, K D : *dequoy je ne me ſuis ſervy cy-deſſus.*

PROPOSITION XII.

DEclarer ſommairement la theorie du cours en longitude de Mercure, adjouſtée par Copernique.

Soit A B voye terreſtre, C ſon centre, A B diametre, eccentricité D C, trouvée ſelon la ſimple poſition que *Ptolemée* reçeut premierement de 947 parties, deſquelles A C en fait 10000 : & ſur D centre, d'un intervalle



egal

egal au tiers de DC ſoit deſcrit le petit cercle FE, F ſera apogée, & E perigée, veus de C, & ſur F, comme centre, ſoit deſcrite la voye d'epicycle GH, ſur l'apogée de laquelle H, comme centre, ſoit fait l'epicycle IK, & un autre dedans LM concentrique à KI ayant pour ſon diametre la moitié de KI, & ſur L, comme centre, ſoit deſcrit un autre cercle egal à LM, tel que KH, où ſe trouve eſtre Mercure : Ce qu'eſtant ainſi, F centre de HG fait par an deux tours, dont l'un eſt cauſe de la voye terreſtre, l'autre de ſoy, tous deux ſelon l'ordre des ſignes : Le centre L du cercle KH eſt ferme dans la circonference de LM, y eſtant porté contre l'ordre des ſignes, faiſant par an un circuit : Le cours de Mercure en KH eſt ſelon l'ordre des ſignes, egal au cours ſuſdit de F, aſſavoir faiſant par an deux tours : d'où s'enſuit que Mercure ſe pourmene dans le diamette KI ſans ce ſortir, par le theoreme precedent. D'avantage s'enſuit que la terre eſtant en A, ou B, il faudra que le centre de HG ſoit touſiours en F, qui eſt l'apogée du cercle EF au regard de C; mais la terre eſtant és moyennes longitudes, c'eſt 90 deg. de A ou B, alors le ſuſdit centre de HG ſera touſiours en E, qui eſt perigée de EF, au regard de C, ce qui advient d'une maniere contraire à celle de Venus. D'avantage s'enſuit auſſi que Mercure ſe pourmenant dans IK, ſera touſiours au perigée I, lors que la terre eſt en A, ou B; mais à l'apogée K eſtant la terre és moyennes diſtances : Et par cecy advient que le centre de HG, comme F, au cercle EF, & Mercure au diametre IK ſont par ao chacun deux tours : Cependant le propre mouvement de l'epicycle IK, ou de la ligne FH, au cercle HG, fait uniformement un tour en 88 jours. Et ainſi dit *Copernique* que Mercure eſt trouvé en ſon lieu comme il faut par telle figure.

Proposition XIII.

Narration du cours incognu des eſtoilles : & de la declinaiſon incognue de l'ecliptique.

Les eſtoilles fixes ſont dites avoir un cours incognu, en un temps plus viſte que l'autre, car encore qu'on les trouvaſt touſiours equidiſtantes l'une de l'autre, toutefois leur Globe ſe meut d'Occident vers l'Orient, ainſi que ſa longitude qui commence en la ſection vernale, devient continuellement plus grande, eſtant accreuë depuis *Ptolemée* juſqu'à preſent plus de 21 degrez : mais ſuivant l'experience faite depuis, on trouve ce mouvement fort deſreglé, l'une fois plus viſte que l'autre; voire, comme quelques uns eſtiment, aucunefuis retrograder. Pluſieurs, comme *Thebit*, *les Alfonſiens*, *Purbachius*, *Copernique*, *Iean Venere*, en ont formé diverſes theories, chacun à ſa poſte. Mais pour en dire mon opinion, il faut noter que les eſtoiles ont plus grande refraction en un pays qu'en l'autre, comme vers les poles, plus que vers l'equinoctial, dequoy nous en avons pluſieurs exemples fort remarquables & experimentez és voyages & navigations renommées de *Guillaume Barenſen* avec les ſiens en la Nouvelle Zemble, où l'elevation eſt de 76 degrez, eſquels le Soleil apparut deſcendre ſous l'horizon le 4 Novembre 1596, qu'ils devoyent jà avoir perdu dés le premier; tellement qu'il leur apparoiſſoit plus haut qu'il n'eſtoit proprement, ou avoit 1 deg. 9 ① de refraction, comme chacun peut calculer : mais 81 jours apres, qui eſt le 24 Janvier 1597, le bord du Soleil leur apparut derechef, qui ne devoit eſtre (n'euſt eſté la refraction) qu'au 9 Fevrier ſuivant; tellement qu'il ſe demonſtroit plus haut qu'il n'eſtoit par refraction 5 degrez, beaucoup plus grande que la premiere, dont la cauſe a eſté cognue au fameux Obſervateur & Mathematicien reconnu *Philippe Lanſberge*, lequel avoit eu pluſieurs doutes touchant les diverſitez des refractions, car combien que le Soleil fuſt és poincts equidiſtans du Solſtice d'hyver, comme je prens de 50 ou 56 degrez devant & apres, toutefois il ne les a pas trouvez de meſme hauteur ſur l'horizon, mais plus en la derniere obſervation qu'en la premiere, eſtimant que ceſte faute ne procedoit pas de la refraction : Mais le ſuſdit exemple de la Nouvelle Zemble luy eſtant notifié, il a conclud que la cauſe eſtoit, & ſelon mon opinion par bonne raiſon, que les froides humiditez d'hyver en Fevrier, eſtoyent plus eſpeſſes & aqueuſes, que non pas és mois plus chauds d'Octobre fin de l'eſté precedent. Or les refractions de la Nouvelle Zemble eſtant ſi grandes, & en autres lieux où l'on a fait des obſervations, comme en Pruſſe, Allemagne, Eſpagne, Italie, Egypte, auſſi grandes que la Botealité y peut eſtre; & qui plus eſt, en un meſme lieu plus grandes en une ſaiſon qu'en l'autre, ſans que les Eſcrivains des ſuſdites theories y ayent prins garde : on peut conclurre de là, que l'inegalité qu'ils ont trouvée, n'eſt pas venuë de l'inegalité du cours des eſtoilles, car quand bien meſme ils auroyent trouvé de l'egalité, ſi eſt-ce qu'on la devroit eſtimer inegale, à cauſe de la refraction : Et pour plus ample confirmation de cecy, on remarque premierement que des obſervations d'Egypte, on a trouvé le cours egal à 100 ans 1 deg. juſques à 432 ans de long; ſecondement que l'inegalité en viteſſe de mouvement, eſt jugée des obſervations faites par apres en des pays plus ſeptentrionaux, ce qui fait ſoupçonner qu'on n'a pas tenu bon compte des refractions qui en peuvent eſtre la cauſe, en tout ou en partie : & ſoit qu'on prenne l'un des deux, les theories ſuſdites ne ſe trouvent pas bien fondées, que ſi ces eſtivains euſſent ſuffiſamment pris garde à ceſte diverſité de refractions qu'ils ne les euſſent pas deſcrites ainſi : ce qui eſt cauſe que je les delaiſſe, eſtimant qu'il faudroit des plus grandes certitudes devant qu'on donnet quelque theorie là deſſus. A ceſte fin ſeroit bon de faire faire des obſervations en Alexandrie en Egypte, où ſont faites les premieres, aſſavoir quand c'eſt que le Soleil entre és equinoxes, avec ſes plus grandes declinaiſons, & puis confronter ces obſervations avec les noſtres qui ſont plus ſeptentrionales, faites au meſme temps.

Juſqu'icy a eſté parlé du mouvement incognu des eſtoilles fixes : Quant à celuy des planetes, deſquelles il a eſté traité en ceſt Appendice, j'eſtime que les obſervations de *Ptolemée*, ſur leſquelles on a fondé ces theories, ſont incertaines : car combien qu'il y ait ſymboliſé un travail fort louable, toutefois d'autant qu'elles ſont faites par un petit inſtrument de cuivre, conſtruit de pluſieurs anneaux, chacun tournant ſur ſon axe, ainſi qu'on pouvoit avoir touſiours l'ecliptique parallele au celeſte, & qu'il avoit des pioulles par leſquelles on regardoit au travers les eſtoiles, plus large que les eſtoilles n'apparoiſſoyent, & qu'il eſt notoire à ceux qui ſe ſervent de tels inſtruments anoelez tant polis & bien faits qu'on voudra, combien vaciles & incertains ſont leurs experiments, (ſans comparaiſon beaucoup plus que ceux de *Tycho Brahe*) comme *Ptolemée* meſme en parle ſouventefois : on ne ſe doit donc guetes arreſter ſur telles obſervations, mais bien ſur celles qui ſont faites par la hauteur des eſtoiles, par leurs diſtances l'une de l'autre, & ce avec des inſtruments plus grands, & finalement par bonnes & vallables computations és triangles plans & ſpheriques.

Encor y avoit-il quelques incertitudes és obſervations de *Ptolemée*, quant à la longitude appatante des planetes, pource que les lieux des eſtoiles fixes n'eſtoyent deſcrits en moindre meſure que de 10①, comme appert en ſes tables. D'avantage des hyperboliques & incroyables mouvemens, & innaturels, comme teſmoignent encor les diametres viſuels qu'on peut voir és planetes, nommément à Mars, & à la Lune, leſquels ne viennent pas ſi pres de la terre, comme veut la theorie, ainſi que nous en avons parlé ailleurs plus amplement.

Et ſans cela ſe trouvent encor les teſmoignages de divers obſervateurs, comme de *Regiomonte*, *Bernard Galterius*, & *Purbachius*, qu'on voit imprimez, tellement qu'on ne trouve pas de concordance entre l'experience & la theorie: toutes leſquelles choſes bien conſiderées, on ne voit pas comment les planetes ont quelque cours incognu, où s'il y en a, c'eſt que nous n'avons pas aſſez de cognoiſſance de leur qualité; tellement que ſi quelqu'un en vouloit faire quelque nouvelle & mieux reglée theorie, il devroit preallablement faire bonne proviſion d'obſervations ſuffiſantes, & treſ-bien faites pour pouvoir ſervir de fondemens ſans ſoupçon. Toutefois ayant declaré mon opinion, je delaiſſe à chacun libtement la ſienne.

Concluſion. Nous avons donc fait narration du cours incognu des eſtoiles, & de la declinaiſon incognue de l'ecliptique, ſelon le requis.

ALB. GIRARD.

I'ay trouvé bon de faire ſuivre la table cy-deſſous, à cauſe de la convenance de la matiere.

Albategne, Wernerus, Copernique, *& autres ont trouvé que ce mouvement incognu des eſtoiles fixes, eſtoit fort divers, aſſavoir 1 degré en longitude en* 100 *ans, d'autres dans* 66; 61, *&c. comme* Tycho Brahe *en* 70 *ans* 7 *mois, non ſeulement pour ce temps preſent, mais pour l'advenir comme il dit.*

Chronologie des Aſtronomes.

Ans devant la nativité de Chriſt.		*Spica virginis.*
		♍
293	Timochare	22. 20.
281	Timeon	22. 30.
127	Hyparque.	
Ans apres la nativité de Chriſt.		
99	Menelaus	26. 15.
139	Ptolemée	26. 40.
880	Albategne	♎
1504	Bernard Galt.	16. 40.
1514	Joh. Werner	16. 53.
1525	Copernic	17. 3.
1585	Tycho Brahe	18. 3.

Fin de l'Aſtronomie.

TROISIESME VOLVME

TRAITANT

DE LA PRACTIQVE

DE GEOMETRIE.

ARGVMENT.

COmme j'avois intention d'eſcrire une Practique de Geometrie pour l'exercice de SON EXCELLENCE *(laquelle puis apres fut par luy corrigée & augmentée, comme il apparoiſtra cy apres) je conſideray la communion entre grandeur & nombre eſtre telle, que ce qu'on fait par l'un, le meſme ſe peut faire auſſi par l'autre: Parquoy je me ſuis proposé de ſuivre en icelle Practique de Geometrie un ordre ſemblable à celuy dont ſe ſervent pluſieurs en l'Arithmetique. Mais comment? Premierement on y apprend à faire des lettres. Secondement à prononcer ou cognoiſtre leur valeur, comme ce 7 valoir ſept, ce 26 vingt-ſix. Au troiſieſme les qnatre generales eſpeces, comme Adjouſter, Souſtraire, Multiplier & Diviſer. Au quatrieſme la regle de proportion. Au cinquieſme la regle de partition proportionnelle. Au ſixieſme la converſion des rompus à un nominateur commnn, par lequel ils ſe preparent pour operer avec iceux comme l'on fait avec des nombres entiers. Lequel ordre ſelon le commun jugement eſtant naturel & commode aux nombres, on acquiert par iceluy un fondement general pour depeſcher pluſieurs queſtions d'Arithmetiqne que nous rencontrons ſouvent. Nous ſuivrons le ſemblable avec grandeur en ceſte Practique de Geometrie, eſtimant ainſi en peu d'eſcriture comprendre beaucoup de matiere, & mettre un fondement general, par lequel celuy qui l'entendra pourra depeſcher pluſieurs queſtions Mathematiques qui ſe rencontrent és affaires humaines. Nous deſcrirons donc premierement la fabrique, ou maniere de marqner des grandeurs. Secondement la maniere pour exprimer ou cognoiſtre leur valeur, comme par meſurer trouver leur contenu. Au troiſieſme les quatre eſpeces generales, comme Adjouſter, Souſtraire, Multiplier & Diviſer. An quatrieſme la regle de proportion. Au cinquieſme la regle de ſection proportionnelle. Au ſixieſme la converſion, à ſçavoir diſſemblables grandeurs en ſemblables, pour operer par icelles comme on fait par des grandeurs ſemblables, en deſcrivant ſix livres particuliers. Et d'autant que la grandeur a trois eſpeces, ligne, plan & corps, chaque livre aura trois parties. La premiere des lignes. La deuxieſme des plans. La troiſieſme des corps, & chaque partie aura ſes propoſitions neceſſaires. Appliquant là où les circonſtances le requierent, joignant les operations Mathematiques par grandeurs, encores leurs operations par nombres, leſquelles en la Practique (ce qui ſoit dit icy une fois pour tout) ſont plus certaines que les Mathematiques par les grandeurs meſmes. Encore que les Mathematiques ſoyent ordinairement cauſe & fondement pourquoy l'operation ſe forme par nombres.*

AU LECTEUR.

VEu que nous avons icy propoſé de deſcrire la Practique de Geometrie, entre laquelle & la Rheorique ou elemens, on fait diſtinction, & que le lieu des definitions eſt plus propre aux elemens: nous ne deſcrivons point icy les definitions des grandeurs, mais les prenons par les elemens (comme d'Euclide ou ſemblables) pour cognuës, ou qu'il les faut tirer de là.

Encores, veu que quelques operations ſuivantes ſe feront par la diſme: il eſt beſoing que ceux qui les veulent entendre ayent cognoiſſance de la meſme diſme. Laquelle ſe void à la fin de l'Arithmetique cy-devant. Quant à la faciliré qui en eſt cauſée, elle ſe trouve par effect telle, comme il eſt mentionné en la preface de la meſme. Ce que teſmoignant SON EXCELLENCE (comme y eſtant verſée d'une maniere plus que vulgaire) a dit par pluſieurs fois qu'il ſe trouve telle commodité & certitude, que les operations qu'elle en avoit facilement expedié, ne ſe pourroyent accomplir par operations en nombres rompus ſans faſcheux labeur, plus grand peut eſtre qu'il ne ſeroit utile d'y employer de temps.

ALB. GIRARD.

Cy-devant, à la fin des triangles ſpheriques, je promis de mettre icy une annotation, comme lieu plus propre, avec ce dont il me ſouvint pour lors: C'eſt qu'en la Geometrie, nul n'a encor deſcrit combien il y a de ſubjects, pource auſſi qu'ils eſtoyent en partie incognus, quant à leurs dimenſions juſques à nous: s'enſuit donc que la Geometrie a 6 ſubjects qui ne ſont que 5 quantitez, à cauſe que le poinct n'en a point: & en y a trois principaux & 2 moins principaux.

Les 6 ſubjects de la Geometrie.

Le poinct.	
La ligne.	*premier principal.*
L'angle ſuperficiel.	
La ſuperfice.	*ſecond principal.*
L'angle ſolide.	
Le ſolide, ou corps.	*tiers principal.*

PREMIER LIVRE DE LA PRACTIQVE DE GEOMETRIE,

De la Deſcription des grandeurs.

PREMIERE PARTIE DU PREMIER LIVRE DE LA DESCRIPTION DES LIGNES.

Proposition I.

Marquer des lignes droites.

LEs lignes droites ſe marquent en la practique par divers moyeos, ſelon les circonſtances, dont les trois plus renommées que nous rencontrons maintenant ſe marquent premierement avec une regle droite : Secondemeot avec le cordeau : Tiercemeot avec les rayons.

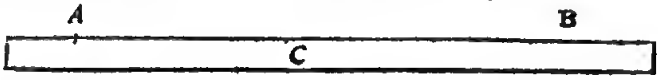
1. *Exemple des lignes droites marquées avec une regle.*

Le donné. Soyent A, B deux poincts.

Le requis. Il faut tirer de l'uo à l'autre une ligne droite avec une regle, de laquelle maniere on ſe ſert le plus ſouvent ſur du papier, & autres petits plans egaux.

Construction.

Je preos one droite regle comme C, mettant l'un coſté ſur les poincts A, B, tirant toot du lòog une ligne viſible A B, avec une plume, compas, poinçoo, ou de la croye, ſeloo la oeceſſité du ſuject ; & j'ay le requis.



2. *Exemple des lignes droites marquées avec le cordeau.*

Le donné. Soyent A, B, deux poincts.

Le requis. Il faut tirer de l uo à l'autre une ligne droite avec on cordeau, qui eſt une petite corde frottée avec de la croye, laquelle eſtaot tenduë & tirée, tellemeot qu'elle frappe contre le food, y marque avec peu de peine une fort droite ligne; De ceſte maniere les Charpentiers entre autres s'en ſervent ordinairement pour marquer leurs ouvrages, auſſi les ſcieurs de bois afin de couper droitement les arbres tant droits que tortus.

Construction.

Je prens le ſuſdit cotdeau frotté de croye CD, le tendant aux deux bouts par les poincts A, B. & le tire puis aptes comme la corde d'un arc, & j'ay la droite ligne requiſe AB.

3. *Exemple des lignes droites marquées par rayons.*

Le donné. Soyent A, B, deux perches en campagne.

Le requis. Il faut marquer de l une à l'autre par l'aide des rayons une ligne droite en terre, à ſçavoir une raye gravée environ de la profondeut & largeor d'un demi pied, ce qo'on appelle proprement en Hollande *Kielſput*, ſervant pour ſeparet des heritages, & marquet la largeur des foſſez, formes de boulevards, fortifications & ſemblables choſes ; Oo ſe ſert auſſi de lignes imagioées eo ces rayons ſans raye, en la practique de Geometrie, comme nous en parletons plus proptement au ſecood livre.

Construction.

L'operateur ſe tenant aupres de l'une ou l'autre marque A. B, fait mettre par quelque coadjuteur un baſton droit ou quelque marqoe eotre le ſuſdit A, B, au lieu de C, tellement qu'icelui operateur voye les trois baſtons ou marques A, C, B en uo meſme rayon: La maniere pour y mettre le baſton C eſt telle : S'il faut qo'il ſoit mis vers le coſté dexire ou ſeneſtre, l'operateur fait ſigne vers le coſté dexire, ou ſe oeſtre, avec la main; ou bien ſi le coadjuteur qoi met la marque eſtoit ſi loing de luy qu'il ne peoſt bien veoir le ſigne de la maio, il fait ſigne avec un mouchoir, chapeau oo ſemblable choſe: Le baſton C eſtant ainſi ſur ſa vraye place, il fait ſigne avec ſa main ou autre choſe de haut en bas, pour dire qu'il faut que le coadjuteur y fiche le baſton ferme, & bien droit : touſ leſquels ſignes ſuſdits il faut que le coadjuteor enteode premierement.

Ce qui a eſté dit ici ſe faire par l'aide d'un qui poſe la marque, ſe peut faire plus aiſement quand la commodité de la place le permet, par l'operateur tout ſeul, en ceſte façon : Il s'en va de B vers D, mettant là une marque, tellement qu'il void toutes les trois marques D, B, A en un meſme rayon.

Il y a encores une maniere pour mettre la matque entre A & B en ſa place, ſans qu'il ſoit beſoing de ſe ſervir d'une autre perſonne, à ſçavoir ſans planter le baſton C ou D, & cela par l'aide de la croix arpentique, qui eſt un inſtrument tel que la figure ſuivante le demonſtre, duquel, d'autant qu'on s'en ſervira auſſi en la practique ſuivante, nous declarerons ici les qualitez: A ſçavoir qu'il a un baſton long d'environ cinq pieds, avec une pointe de fer au bout, pour le ficher droit en terre: Sur le meſme baſton ſe marquent d'un coſté autant de pieds avec des poulces, & ſur un autre coſté autant de ① & ② qu'il peut comprendre, ſervans pour meſurer par iceux exactement les longueurs qui ne viennent point juſtement à des verges. Sur le ſuſdit baſton y a une plate ordinairement de cuivre, large environ de 8 ou 10 poulces, ſur laquelle ſont tirées deux lignes ſur les poincts au milieu des coſtez de la plate, & s'entrecoupantes au centre de la plate en angle droit; tellement que ces deux lignes font une croix rectangulaire, dont ſe ſervent les Arpenteurs. d'où vient que cet inſtrument s'appelle croix arpentique: Aux quatre bouts de ces deux lignes ſe mettent des pinnules avec des petites viſieres pour voir au travers; ou ſans viſieres monſtrant avec leur coſté extreme, ou autrement eſtant ces pinnules fort menuës, faiſant la demonſtration avec leur propre milieu, qui s'appellent generalement dioptres ou pinnules. Aucuns matquent auſſi ſur la plate un cercle, avec ſes 360 degrez, ſur quoy tourne une regle fiduciale, mettant auſſi au milieu une aguille marine. Maintenant pour mettre par le moyen de la croix arpentique, la marque C en ſa place, l'operateur la ficke entre les deux marques A, B, la mettant & remettant juſques à tant qu'il voye par le milieu des deux viſietes l'une & l'autre marque; car alors la croix arpentique eſt en ſa vraye place, pour y mettre une marque: Toutesfois les deux precedentes manieres, comme l'experience teſmoigne, ſont les plus ſeures. Quant à ce que quelqu'un pourroit demander pourquoy on ne ſe tient à la maniere meilleure? On reſpond là deſſus qu'on ſe peut ſervir de chaque maniere ſelon la commodité des circonſtances, car aucunefois il n'y a point de lieu propre en D, pour y mettre une marque de quelque empeſchement d'eau, baſtiments, arbres, ou choſes ſemblables; aucunefois il y a de l'empeſchement entre deux, & point dehors. Ailleurs il advient qu'on n'a perſonne avec ſoy pour poſer une marque: Aucunefois que l'extreme droiture n'y eſt pas requiſe: comme par exemple, pour meſurer des longues lignes droites ſur la terre, combien que la marque du milieu ſoit un pied ou deux hors du rayon, cela ne peut apporter en la meſure difference d'importance. Mais quand c'eſt pour trouver la perpendiculaire d'un triangle, & le meſurer, ou pour ſepater des heritages, alors il faut plus de certitude, comme il ſera plus amplement declaré en ſon lieu, tellement que, comme il a eſté dit ci deſſus, on pourra ſuivre la maniere, qui ſera la plus propre ſelon la diſpoſition des circonſtances.

Mais quand de A juſques à B il y a ſi loing qu'on ne peut voir de l'une à l'autre marque, mais bien d'environ le milieu (là où on ne ſe peut ſervir de la ſuſdite ſecoode maniere, car ſi on ne peut voir de A juſques à B beaucoup moins juſques à D) on ficke alors environ le milieu une marque ou marques, s'aidant avec cela. Et afin qu'en mettant les marques du milieu, on puiſſe voir de l'une à l'autre marque extreme, on envoye une perſonne au lieu d'icelle marque invisible, là où ſon corps meſme ſert de matque, ou autrement on prend une longue perche avec un chapeau, bouchon de paille, une branche d'arbre, ou autre marque viſible deſſus, & demeure là ſi long temps, ou il tient la matque debout juſques à ce que les marques du milieu ſoyent poſées.

Cecy eſtant fait, à ſçavoir, la marque C ou D eſtant ainſi dedans le rayon de A B, la raye de A juſques à B ſe fait ainſi: On prend une corde fort longue que je poſe venir de A juſques à E. Mais pour mettre le bout E au rayon de A B, on le trouve, là où on voit accordet C ſur B; Puis apres faiſant la raye tout du long de la corde tenduë, la ligne de A juſques à E eſt faite, & procedant ainſi on vient juſques à B, bien entendu que quand on eſt paſſé la marque C, on ſe ſert des autres deux marques C, A pour venir tout droit vers B. Mais s'il y avoit une marque, comme D, on ſe pourroit touſjours ſervir des deux meſmes marques, comme B, D.

Concluſion. Nous avons donc marqué des lignes droites, ſelon le requis.

NOTEZ.

Comme SON EXCELLENCE vid, qu'au commun uſage de la deſcription actuele des lignes droites en terre il y avoit quelques imperfections, il me commanda de mettre par memoire la correction d'icelles comme s'enſuit.

Premierement s'il advient que celuy qui tient la marque ne la poſe pas du tout à angle droit ſur l'horizon, & que le bout d'enhaut encline un pied d'un ou d'autre coſté, ce qui peut faire errer l'operateur, viſant au bout d'enhaut. Mais veu que celuy qui tient la marque, ne la peut mettre parfaitement droit à l'œil, on prendra là où l'extreme perfection eſt requiſe, une perche droite avec ſon perpendicle y joinct, & par ce moyen on le poſera touſiours droit aſſeurement.

Au ſecond, il eſt advenu que SON EXCELLENCE logeant ſon armée, deſiroit une ligne droite entre deux certaines marques, leſquelles combien qu'on y euſt mis des hautes perches on ne pouvoit voir de l'une à l'autre, à cauſe de l'empeſchement des hayes & arbres entre deux. Or pour declarer la choſe par exemple; ſoyent les deux marques A, B; & conſideré qu'on ne peut voir de A juſques à B, à cela il a ordonné ceſte maniere:

On ira de A vers B à taſtons, toutesfois le plus droit devers B qu'on pourra, & touſiours ſur une ligne droite, par l'aide des matques qu'on met auſſi ſouvent que la choſe le requiert. Doocques s'il advient que finalement on attive droit ſur B, la ligne matquée eſt la requiſe. Mais ſi on ne vient point à B, ains joignant comme en C, on meſure C B avec la graodent de l'angle C,

& A C eſt meſuré en venant de A vers C, tellement que le triangle A B C a trois termes cognus, par iceux l'angle A cerché, ſe trouve par la 6 propoſition des triangles plats. Ce qui eſtant ainſi, on met la croix arpentique en A, & là deſſus iceluy angle trouvé, puis apres l'operateur regarde par deux des viſieres ſur la premiere marque laquelle tend vers C, & alors ce qu'il voit par les autres deux viſieres il faut qu'il tende droit devers B; parquoy iceluy rayon ſuivy, on vient au poinct requis B. Ou autrement, ſi on ne voulnit prendre la peine de revenir derechef à A, on trouveroit au lieu de l'angle A, l'angle B, mettant la croix arpentique avec iceluy angle trouvé en B, regardant puis apres par deux des viſieres vers C, & ce qu'il voit par les autres deux viſieres il faut qu'il rende droitement vers A. Il eſt auſſi à remarquer que l'angle C prins droit, quand on le peut avoir, produit quelque facilité à la computation.

Tiercement veu que la commodité de l'ouvrage requiert, qu'en foüiſſant la raye, on face toucher le dos de la pelle contre la corde tenduë, le milieu de la raye n'eſt point la vraye ligne requiſe, mais le bord qui touche la meſme corde, parquoy quand on requiert l'extreme perfection il faut prendre garde à cela. Comme par exemple, quand entre deux rayes on veut ſignifier la largeur d'un foſſe, il eſt convenable de fouïr les deux rayes au coſté de la corde qui tend vers le foſſé qu'on veut faire.

Proposition II.

Marquer une ligne droite à angle droit ſur une ligne droite donnée, & ſur un poinct donné en icelle.

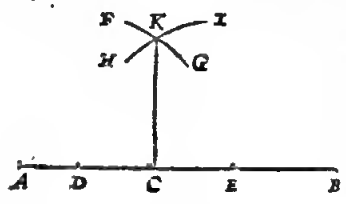
1 *Exemple.*

Le donné. Soit A B une droite ligne, & C un poinct en icelle.

Le requis. Il faut marquer une droite ligne à angle droit ſur A B & ſur le poinct C.

Construction.

Je marque deux poincts D, E en la ligne A B egalement diſtants de C, & deſcrits ſur D comme centre un arc F G, & avec la meſme longueur ſur le poinct E l'arc H I, coupant F G en K, & tire puis apres la droite ligne K C que je dis eſtre la requiſe. Dont la demonſtration eſt faite en l'onzieſme propoſition du premier livre *d'Euclide.*



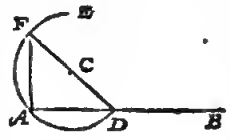
2 *Exemple, qui peut venir à propos où le poinct donné eſt ſur l'extremité de la ligne donnée.*

Le donné. Soit A B une droite ligne, & le poinct en icelle A.

Le requis. Il faut marquer une droite ligne à angle droit ſur A B, & ſur le poinct A.

Construction.

Je mets le pied mobile du compas ſur le poinct A, & le pied ferme hors de la ligne A B; comme par exemple au lieu du poinct C, deſcrivant ſur iceluy comme centre, l'arc D A E, plus grand qu'un demicercle, je tire puis apres de D par C la droite ligne D F, touchant l'arc en F, & finalement la ligne A F que je dis eſtre la requiſe.



Demonstration.

L'angle D A F eſtant dedans un demicercle, il faut qu'il ſoit droit par la 3 propoſition du 3 livre *d'Euclide*, & conſequemment A F eſt à angle droit ſur A B.

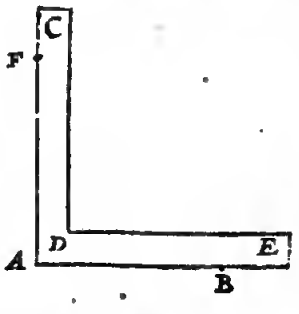
3 *Exemple avec un eſquiere.*

Le donné. Soit A B une droite ligne, & le poinct en icelle A.

Le requis. Il faut marquer une droite ligne à angle droit ſur A B, & ſur le poinct A.

Construction.

Je prens un eſquiere comme C D E, joignant l'angle D au poinct A, & le coſté D E ſur la ligne A B, tirant du long de l'autre coſté D C la ligne A F que je dis eſtre la requiſe: dont la demonſtration eſt notoire par le poſé, veu que l'eſquiere meſme ſe prent pour rectangle.



4 *Exemple avec la croix arpentique.*

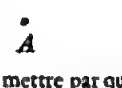
Les ſuſdits exemples ſont pour s'en ſervir ſur du papier & autres petits plans egaux: Mais ſur la terre les lignes rectangulaires ſe trouvent avec la croix arpentique, leſquelles operations nous rencontrons ſouvent en meſurant des terres: en marquant des forteresſes & en pluſieurs autres choſes.

Le donné. Soyent les poincts A, B, deux marques en la campagne, avec une ligne droite entre deux fruie en terre, ou imaginée ſeulement, comme il ſe fait ſouvent en la practique, & ſoit C un poinct en icelle ligne.

Le requis. Il faut marquer une ligne droite de C à angle droit ſur A B.

Construction.

L'operateur met la croix arpentique à l'endroit de C, la tournant d'un coſté & d'autre juſques à ce qu'il voye par deux des viſieres d'un coſté la marque A, & de l'autre la marque B: Puis apres voyant par les deux autres viſieres, il fait mettre par quelque autre perſonne une marque en ſon rayon, laquelle ſoit D, parquoy eſtant gravée ou imaginée en terre une ligne droite de C juſques à D, je dis qu'elle eſt la requiſe: dont la demonſtration eſt manifeſte par le poſé, veu que les rayons meſmes paſſent par les viſieres, qui ſont à angle droit l'un ſur l'autre.



5 *Exem-*

5 *Exemple avec les trois nombres vulgaires, à ſçavoir, trois, quatre, cinq.*

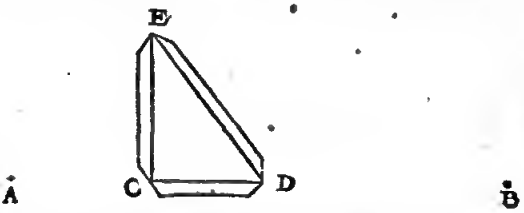
Il y a encores une cinquieſme maniere en uſage, & laquelle eſt fort bonne, dont on ſe ſert en campagne par faute de croix arpentique, qui ſe fait ainſi.

Le donné. Soyent les poincts A, B, deux marques en campagne, avec une droite ligne entre deux foſſe, en terre, ou ſeulement imaginée, & C ſoit un poinct en icelle ligne.

Le requis. Il faut marquer une droite ligne de C à angle droit ſur AB.

CONSTRVCTION.

On prend trois reigles droites de bois, plus elles ſont longues, tant plus ſeur en provient l'ouvrage, comme CD, DE, CE, à ſçavoir CD partie en trois parties egales, CE en faiſant quatre, ED cinq d'icelles, ces trois regles miſes enſemble comme un triangle, & tellement que le bout D vienne en la droite ligne CB, alors CE eſt la ligne requiſe à angle droit ſur AB.



DEMONSTRATION.

Le quarré de CD 3 faiſant 9, avec le quarré CE 4 faiſant 16, font enſemble 25, qui eſtant egaux au quarré de ED 5, il faut que l'angle C ſoit droit par la 47 propoſition du 1 livre *d'Euclide*, & pource EC eſt à angle droit ſur CD, & conſequemment ſur AB.

Concluſion. Nous avons doncques marqué une ligne droite à angle droit ſur une ligne droite donnée, & ſur un poinct donné en icelle, ſelon le requis.

PROPOSITION III.

MArquer une ligne droite à angle droit ſur une ligne droite infinie donnée, d'un poinct donné hors d'icelle.

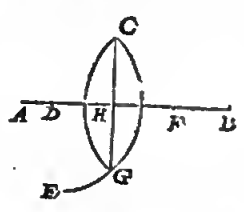
1 *Exemple.*

Le donné. Soit AB une ligne droite infinie, & C un poinct hors d'icelle.

Le requis. Il faut tirer du poinct C une ligne droite à angle droit ſur AB.

CONSTRVCTION.

Je poſe le pied mobile du compas ſur C, le pied ferme quelque part dedans la ligne AB, ce qui ſoit en D, puis je deſcris l'arc CE: poſant puis apres le pied mobile derechef en C, & le pied ferme en la ligne AB, mais de l'autre coſté de D, ce qui ſoit en F, je deſcris là deſſus l'arc CG, coupant l'arc CE en G, & je tire puis apres la ligne CG, coupant AB en H: Ce qui eſtant ainſi, je dis que la ligne CH eſt la requiſe à angle droit ſur AB; dont la demonſtration eſt faite en la 12 propoſition du ſixieſme livre *d'Euclide*.



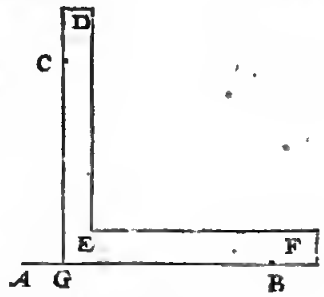
2 *Exemple avec une equire.*

Le donné. Soit AB une ligne droite, & C un poinct hors d'icelle.

Le requis. Il faut marquer une ligne droite de C à angle droit ſur AB.

CONSTRVCTION.

Je prens une equire, comme DEF, & je joins le coſté EF ſur la ligne AB, le faiſant couler au long d'icelle juſques à ce que le coſté DE vienne ſur le poinct C: ce qui eſtant ainſi, je tire une ligne le long du coſté DE du poinct C juſques à G en la ligne AB, laquelle je dis eſtre la requiſe; Dont la demonſtration eſt manifeſte par le poſé; veu que l'equire meſme ſe prend pour rectangle.



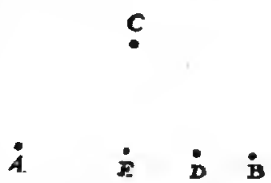
3 *Exemple avec la croix arpentique.*

Le donné. Soyent les poincts A, B deux marques en la campagne, avec une droite ligne entre deux foſſe, ou ſeulement imaginée, & C un poinct hors de la ligne AB.

Le requis. Il faut marquer une ligne droite de C à angle droit ſur AB.

CONSTRVCTION.

L'operateur met une marque au rayon des deux marques AB entre icelles ou dehors, ſoit entre deux comme D, & puis apres ſa croix arpentique au rayon de BD, comme au lieu de E, tellement qu'il voit par l'une paire des viſieres convenir D ſur B, & par l'autre paire des viſieres la marque C; parquoy une ligne droite, comme de E juſques à C, eſtant foſſe ou imaginée, je dis que c'eſt la requiſe, dont la demonſtration eſt manifeſte.



NOTEZ.

Que lors qu'on veut trouver le poinct E par la croix arpentique, ſans mettre la marque comme D, ſelon ce qui a eſté dit au 3 exemple de la 1 propoſition de ce livre, le plus commode eſt de faire convenir touſiours premierement la croix arpentique ſur la ligne donnée AB, avant que de regarder apres la marque C: car faiſant autrement, cela cauſe grand' doute, d'autant qu'on ne vient point ainſi aux deux lignes enſemble qu'avec une facheuſe incertitude & à taſtons.

Concluſion. Nous avons doncques marqué une ligne droite à angle droit ſur une ligne droite infinie donnée, d'un poinct donné hors d'icelle, ſelon le requis.

PROPOSITION IV.

MArquer deux lignes qui font un angle egal à un angle donné.

1 *Exemple.*

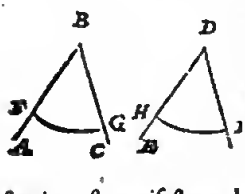
Le donné. Soit ABC un angle.

Le re-

Le requis. Il faut marquer deux lignes faisant un angle egal à l'angle A B C.

CONSTRVCTION.

Je tire la ligne D E, & descris sur B comme centre, l'arc F G, entre les lignes B A, B C, & avec la mesme longueur B F, je descris l'arc H I egal à l'arc F G, puis apres je tire la ligne D I: ce qui estant ainsi, je dis que l'angle E D I est egal à l'angle A B C; Dont la demonstration est manifeste par la 33 proposition du sixiesme livre *d'Euclide.*



2. *Exemple avec la croix arpentique.*

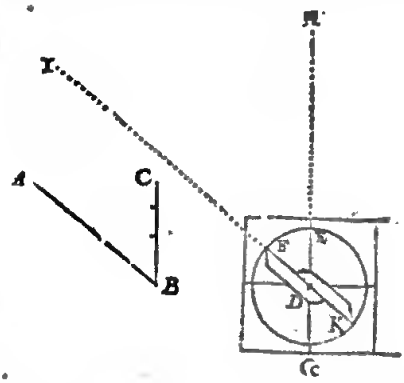
L'operation du premier exemple sert pour marquer sur du papier ou autres petits plans, mais en campagne elle se fait autrement, par la croix arpentique: dont nous parlerons maintenant.

Le donné. Soit A B C un angle comprenant 50 degrez; (mais la maniere de trouver la quantité des degrez d'un angle sera declarée au deuxiesme livre de la practique de Geometrie.)

Le requis. Il faut marquer un angle en campagne, egal à l'angle A B C.

CONSTRVCTION.

Je prens une croix arpentique avec son cercle de degrez, dont le centre soit D, mettant entre une ligne D E, & la regle fiduciale D F 50 degrez, comme l'arc de E jusques à F, je mets puis apres une marque H au rayon, tendant par les visieres E G, mettant semblablement une marque I au rayon par les visieres de la ligne



fiduciale K F; ce qui estant ainsi, je di que l'angle comprins entre les lignes fouïes ou imaginées D H, D I, comme l'angle H D I est le requis, egal à l'angle A B C. Dont la demonstration est manifeste par le posé, veu que les rayons mesmes tendent par les visieres, dont l'angle se prend de 50 degrez.

Conclusion. Nous avons donc marqué deux lignes, qui font un angle egal à un angle donné, selon le requis.

PROPOSITION V.

PAr un poinct donné, à une ligne droite donnée, marquer une parallele.

Le donné. Soit A B une ligne droite, & C un poinct.

Le requis. Il faut par le poinct C marquer une parallele avec la ligne A B.

CONSTRVCTION.

Je tire A C & B D egale avec A C toutes deux à angle droit sur A B, puis apres C D, que je dis estre parallele avec A B, dont la demonstration se tire de la 31 proposit. du 1 livre *d'Euclide.*

Quant à la designatioo des paralleles en campagne par la croix arpentique, veu que nous avons declaré cy-devant la maniere de marquer des lignes droites sur la campagne, & des rectangulaires sur icelles, elle est assez manifeste par le susdit.

Conclusion. Nous avons donc par un poinct donné à une ligne donnée marqué une parallele, selon le requis.

PROPOSITION VI.

MArquer des circonferences de cercles.

La maniere de marquer des petites circonferences de cercles avec compas, ou outils à deux pieds, dont l'un demeure sur le centre, & l'autre tourne alentour, est si commune qu'elle n'a besoin de declaration. Quant aux plus grandes circonferences, voire si grandes qu'elles ne se puissent marquer par des outils à deux pieds, ou chenies tendues comme semidiametres; en cas que cela se rencontre, on le pourroit faire par rayons & marques, comme mettre des poincts en la circonference l'un joignant l'autre, egalement eloignez du centre, & en telle quantité, que l'arc entre deux soit presques egal à une ligne droite.

Conclusion. Nous avons donc marqué des circonferences de cercles, selon le requis.

PROPOSITION VII.

EN la circonference donnée du cercle, marquer son diametre.

Le donné. Soit A B C D la circonference d'un cercle.

Le requis. Il faut marquer le diametre là dedans.

CONSTRVCTION.

Je tire quelque ligne droite dedans le cercle, comme D B, & par le milieu d'icelle la ligne C A à angle droit sur D B, laquelle C A est le diametre requis par la 1 proposition du troisiesme livre *d'Euclide.*

Conclusion. Nous avons doncques marqué en la circonference donnée du cercle son diametre, selon le requis.

CONSEQUENCE.

Par cecy est notoire comment se trouve le centre d'un cercle; car veu que A C est le diametre, il faut que le milieu d'iceluy, comme F, soit le centre du cercle.

PROPOSITION VIII.

EStant donnée une partie de la circonference du cercle, parfaire toute la circonference.

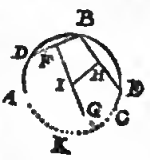
Le donné. Soit A B C partie de la circonference d'un cercle.

Le requis. Il faut parfaire l'entiere circonference.

CONSTRVCTION.

Je mets en l'arc donné quelques trois poincts, lesquels soyent D, B, E, & tire la ligne droite D B puis apres sur son milieu F, la ligne F G à angle droit sur D B, sem-

ſemblablement je tire B E, & ſur ſon milieu H la ligne H I à angle droit ſur B E, & touchant F G en I : Ce qui eſtant ainſi, I eſt centre de la circonference requiſe, parquoy ſur icelle deſcrit l'arc C K A, on a l'entiere circonference requiſe A B C K ; Dont la demonſtration eſt manifeſte par la 25 propoſition du troiſieſme livre *d'Euclide*.



Concluſion. Eſtant donc donnée une partie de la circonference du cercle, nous avons parfait l'entiere circonference, ſelon le requis.

Consequence.

Par cecy eſt notoire comment on eſcrira la circonference d'un cercle, par trois poincts donnez qui ne ſont point en une droite ligne.

Proposition IX.

Svr le plus grand & plus petit diametre donné de l'ellipſe, marquer ſa circonference.

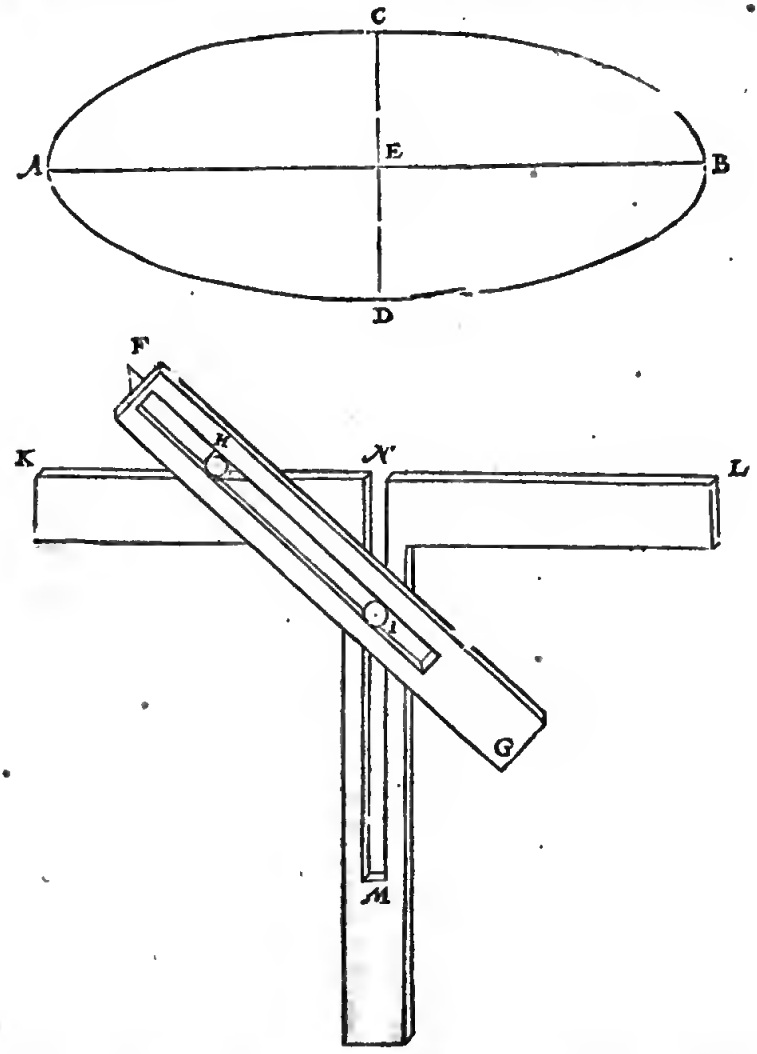
On ſe ſert fort de ceſte circonference és inſtruments de l'aſtrolabe, & principalement de l'aſtrolabe general dont traicte *Guido Vbaldus*, comme auſſi au fait des vonſtes és baſtiments.

Le donné. Soit A B le plus grand diametre, & C D le plus petit, s'entrecoupans en E.

Le requis. Il faut marquer là deſſus la circonfetence de l'ellipſe.

Construction.

Comme avec le compas on deſcrit la circonference du cercle, ainſi la circonference de l'ellipſe avec l'inſtrument ci joinct, eſtant de ceſte qualité : F G eſt une



regle mobile, avec une fente au milieu, en laquelle ſe mettent deux cylindres H, I, à vis; au bout aupres de F eſt un poinct dont on marque la circonference; K L eſt une potence, auſſi avec une fente M N.

La circonference de l'ellipſe ſe fait ainſi avec cet inſtrument. La poincte du cylindre H ſe fiche auſſi loing de la poincte F, comme de E juſques à C ; & le cylindre I auſſi loing d'icelle poincte F, que de E juſques à A ; puis apres on met la poincte F ſur la poincte C, & le cylindre H ſur le poinct N ; tellement que la regle F G vient au milieu de la potence, convenant la ligne K L ſur A B ; puis apres on fait couler le cylindre H contre le coſté K L ; laiſſant le cylindre I prendre ſa courſe dedans la fente M N. Ce qui eſtant ainſi, la poincte F deſcrit la moitié de la circonference requiſe ; & faiſant le ſemblable de l'autre coſté, on a l'entiere circonfe-

conſetence. Toutesfois c'eſt à ſçavoir, ſi pout venir avec le cylindre H juſques au poinct B, s'il faut, venant aupres de B, tourner une fuis iceluy cylindre, car il eſt fait à cela.

La demonſtration de cecy eſt faite, ſi je ne me trompe, pat *Guido Vbaldus* en quelque livret que j'ay perdu.

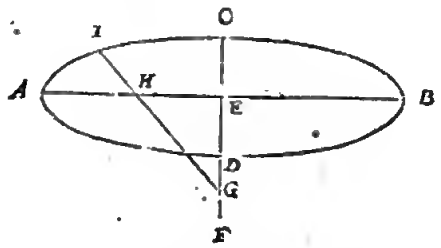
Autre maniere d'operation.

Le donné. Soit AB le plus grand, CD le plus petit diametre, s'entrecoupans en E.

Le requis. Il faut marquer là deſſus la eitconference de l'ellipſe.

CONSTRVCTION.

Je produis CD juſques à F, tellement que CF eſt egale à EA, je prens puis apres avec le compas la longueur de EF, & mets l'un pied en EF, ſoit au poinct G, l'autre en EA, lequel y vient au poinct H; je produis puis apres GH juſques à I, tellement que HI ſoit egale à EC: Ce qui eſtant ainſi, I eſt un poinct tombant en la circonference de l'ellipſe; parquoy ayant trouvé aſſez de tels poincts, afin que tirant des droites lignes de l'un à l'autre, elles n'ayent point de difference apparente de la vraye circonference, on a le requis, cumme la circonference AICBD.



DEMONSTRATION.

Veu qu'en la premiere maniere de l'operation, la longueur FH de l'inſtrument y deſcrite, eſtoit egale à CE, & FI egale à AE, & qu'alors le poinct F eſtoit en la circonfetence de l'ellipſe requiſe, il faut qu'en ceſte ſeconde maniere d'operation le poinct I ſoit auſſi en la circonference de l'ellipſe requiſe, veu qu'icy la meſme raiſon d'operation a eſté ſuivie. Car comme là FH eſtoit egale à ſa CE, ainſi IH à ſon CE, & comme là HI eſtoit egale à la difference entre le plus grand & le plus petit raid, ainſi eſt auſſi ici HG egale à la difference entre le plus grand & le plus petit raid.

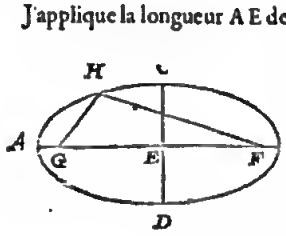
Troiſieſme maniere d'operation.

Le donné. Soit AB le plus grand diametre, CD le plus petit, s'entrecoupans en E.

Le requis. Il faut marquer là deſſus une circonference de l'ellipſe.

CONSTRVCTION.

J'applique la longueur AE de D juſques à F, auſſi de D juſques à G en la ligne AB, marquant les deux poincts extremes F, G, je prens puis apres un filet de la longueur de AB, fichant ſes extremes aux poincts F, G; puis apres je



mets une plume ou poinçon accommodé à cela, contre le filet à angle droit ſur le plan, dans lequel la figure ſe marque. Je prens que ledit poinçon ſoit icy en H, tellement que les deux parties du filet GH, HF, ſoyent tenduës, puis apres le poinçon eſtant avancé de A par-deſſus C juſques à B, (entant que le filet GHF demeure touſiours egalement eſtendu, ſans s'alonger ou racourcir) on deſcrit ainſi la moitié de la circonference ACB.

Et ſemblable moitié circonference eſtant auſſi deſcrite de l'autre coſté comme BDA, on a le requis J'ay veu ceſte maniere d'operation avec la demonſtration deſcrite, ſi je ne me trompe, par *Guido Vbaldus* au ſuſdit livret perdu, anquel il declaroit encore l'avoir trouvé en quelques vieux manuſcrits.

ALB. GIRARD.

Elle eſt tirée de la 53 propoſ. du 3 livre des Elemens Coniques d'Appollone Petgée.

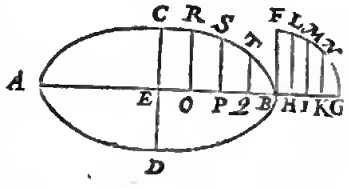
Quatrieſme maniere d'operation.

Le donné. Soit AB le plus grand diametre, CD le plus petit, s'entrecoupans en E.

Le requis. Il faut marquer là deſſus la circonference de l'ellipſe.

CONSTRVCTION.

Je tire BF à angle droit ſur AB, & egale à EC, & produis auſſi AB plus outre juſques à G, deſcrivant là deſſus le quart de cercle BFG; je diviſe puis apres BG en quelques parties egales, ſoit en quatre, aux lieux de H, I, K, tirant HL, IM, KN paralleles avec BF, & tellement que les extremitez L, M, N viennent dedãs l'arc FG. Je diviſe en apres EB en autant de parties egales, que BG a eſté diviſé, à ſçavoir en quatre, aux lieux de O, P, Q; tirant apres OR egale à HL, & PS egale à IM, auſſi QT egale à KN, & toutes trois paralleles avec EC. Ce qui eſtant ainſi, les trois poincts R, S, T, viennent en la circonference requiſe. Parquoy ſi on euſt diviſé BG & EB en plus de parties egales que de quatre, tellement que la ligne droite entre deux poincts n'aye point de difference nuiſante de ſon arc, on pourroit alors tirer des lignes de poinct en poinct, ou bien par chaques trois poincts tirer des arcs, ſelon la doctrine de la conſequence de la 8 propoſition, & on auroit le quart de la circonference requiſe, achevant les autres trois quarts de la meſme façon.



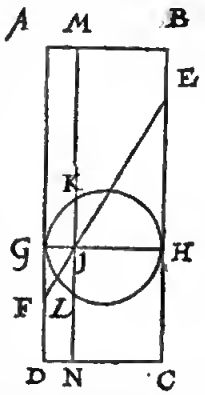
Preparation. Soit ABCD un cylindre, le diametre de la baſe duquel ſoit DC: Ce cylindre ſoit tranché avec un plan EF à angle oblique ſur l'extreme ligne AD, lequel plan EF, comme il eſt declaré au premier livre de *Serenus*, eſt une ellipſe; le plus grand diametre de laquelle EF, & le plus petit une ligne egale à CD. Derechef ſoit le cylindre tranché avec un plan GH parallele à la baſe, & la ſection ſera un cercle, lequel eſtant veu au coin ſera la ligne GH, tranchant EF en I; tellement que IF vaut le quart de EF, & ſera auſſi le meſme GH le diametre dudit cercle. Sur ce diametre GH ſoit deſcrit le cercle GKHL à angle droit ſur la baſe DC, & auſſi ſur l'ellipſe EF. Puis ſoit MN un plan

veu

ver par le coin prolongé par le poinct I, à angle droit sur le cercle GKHL.

Demonstration.

Puis que GF est parallele avec EH, s'ensuit que le triangle GIF sera egal au triangle HIE; & pour cela, comme FI à IE; ainsi GI à IH: mais FI est un tiers de IE, ou nn quart de FE par la preparation: pourtant GI est aussi un tiers de IH, ou bien nn quart de GH. Puis la ligne IL est egale à la ligne dans le plan de l'ellipse de I jusques à la circonference de l'ellipse, (car le diametre GH demeurant ferme, & le cercle estant sur cela tourné jusques à ce qu'il soit parallele avec la base du cylindre, il est notoire que IL est la mesme à ladite ligne) parquoy quand on descrit un cercle sur la ligne egale au plus petit diametre d'un cylindre (comme on fait en ceste operation) & quand on tire sur le quart de cela une ligne à angle droit à la circonference, & qu'apres on tire pareillement une semblable ligne à angle droit sur le plus grand diametre de ladite ellipse, il est necessaire que l'extreme poinct d'icelle vienne dans la circonference de l'ellipse. Et combien que cecy ne soit demonstré que sur les quarts du diametre, il est notoire qu'il en est de mesme de toutes ses autres parties; parquoy tous les poincts ainsi trouvez tombent en la circonference de l'ellipse.



Conclusion. Nous avons doncques marqué sur le plus grand & plus petit diametre donné de l'ellipse sa circonference, selon le requis.

Notez.

En marquant la section dn cone on peut faire encores une cinquiesme maniere d'operation, dont nous parletons en la 12 proposition.

Proposition X.

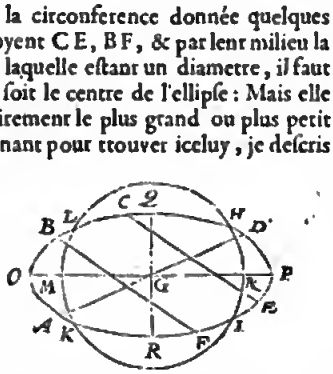
En la circonference donnée d'une ellipse, marquer le plus grand & le plus petit diametre.

Le donné. Soit ABCD la circonference d'une ellipse.

Le requis. Il faut marquer là dedans le plus grand & plus petit diametre.

Construction.

Je tire dedans la circonference donnée quelques deux paralleles, soyent CE, BF, & par lent milieu la ligne droite AD, laquelle estant un diametre, il faut que son milieu G soit le centre de l'ellipse: Mais elle n'est point necessairement le plus grand ou plus petit diametre: Maintenant pour trouver iceluy, je descris sur le centre G, avec le semidiametre, comme il advient, un cercle HIKL, coupant l'ellipse aux quatre poincts H, I, K, L. Je tire puis apres par M milieu de l'arc KL, & par N milieu de l'arc HI, la ligne OP, pour plus grand diametre requis;



Et QR à angle droit sur OP, est le plus petit; dont la demonstration est manifeste par la construction.

Conclusion. Nous avons doncques marqué en la circonference donnée d'une ellipse, le plus grand & plus petit diametre, selon le requis.

Consequence.

Par cecy est notoire comment se trouve le centre de la circonference de l'ellipse.

Proposition XI.

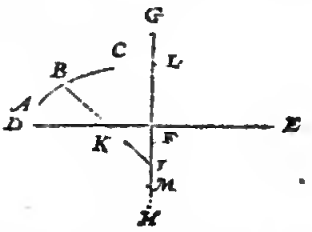
Estant donnée une partie de la circonference de l'ellipse, & le plus grand ou le plus petit diametre: Marquer le diametre defaillant.

Le donné. Soit l'arc ABC partie de la circonference d'une ellipse, & DE le plus grand diametre.

Le requis. Il faut marquer le plus petit diametre.

Construction.

Je tire par le poinct F milieu de DE, la ligne droite GH à angle droit sur DE, appliquant puis apres la longueur DF de quelque poinct de l'arc donné, soit de B, jusques en la ligne FH; laquelle longueur je prens tomber de B jusques à I, & je tire BI coupant DF en K; puis apres je marque la longueur BK en la ligne FG, laquelle je prés tomber de F jusques à L, je mets puis apres en la ligne FH le poinct M, tellement que FM est egale à FL: ce qui estant ainsi, LM est le plus petit diametre requis. Dont la demonstration se tire de la deuxiesme maniere d'operation de la 9 proposition.



Conclusion. Estant doncques donnée une partie de la circonferénce de l'ellipse, & le plus grand ou le plus petit diametre, nous avons marqué le diametre défaillant, selon le requis.

Consequence I.

Par nne operation à rebours de la precedente est aussi notoire comment on marquera le plus grand diametre d'une partie donnée de la circonference, & du plus petit diametre donné. Soit par exemple ABC la partie donnée, & LM le plus petit diametre. Pour marquer par cecy le plus grand diametre, je tire par le poinct F milieu de LM, la ligne droite infinie DE, à angle droit sur LM, appliquant puis apres la longueur LF, de quelque poinct de l'arc donné, soit de B jusques en la ligne DE, laquelle longueur je prens tomber de B jusques à K; je produis en apres BK jusques à ce qu'elle touche LM, ce qui soit en I; puis apres je marque la longueur BI en la ligne infinie FD, laquelle je prens tomber de F jusques à D, puis je mets en l'infinie FE le poinct E, tellement que FE est egale à FD: ce qui estant ainsi, DE est manifestement le plus grand diametre requis.

Consequence II.

Par le precedent est notoire comment on pourra parfaire l'entiere circonference de l'ellipse par un arc donné & le plus grand ou plus petit diametre.

Proposition XII.

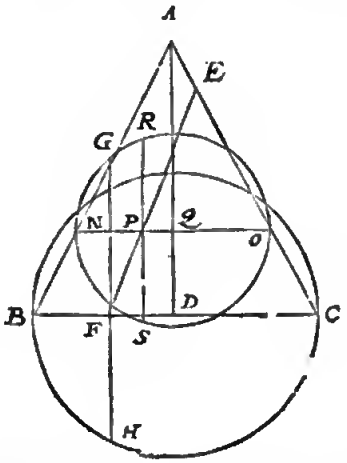
Marquer la circonference de la section du cone.

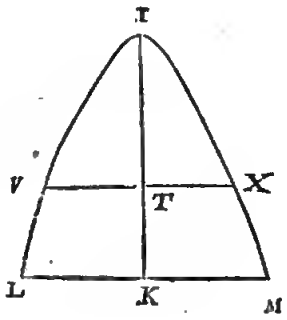
Le donné. Soit A B C un cone, dont le diametre de la base B C, & l'axe A D, laquelle est coupée avec nn plan E F à angle droit sur le plan A B C, comprins entre les costez & diametre de la base du cone.

Le requis. Il faut marquer la circonference de la section d'un cone, egale & semblable avec celle qui est en iceluy plan conpant.

Construction.

Je descris sur D comme centre, & avec D B comme raid, le cercle B G C H, tirant là dedans G H par le poinct F à angle droit sur B C, puis apres I K egale à E F, & K L, K M à angle droit sur I K, & chacune egale à F H : Puis apres an triangle A B C quelque ligne N O parallele avec B C, & coupant E F, où il advient comme en P, & A D en Q, descrivant derechef sur Q comme centre, & avec Q N comme raid, un cercle N R O S, tirant là dedans R S par





le poinct P, à angle droit sur N O. Apres je marque dedans la ligne I K le poinct T, tellement que I T est egale à E P, puis apres T V, T X à angle droit sur I K, & chacune egale à P S. Ce qu'estant ainsi, I est le sommet de la section du cone requis, L M la base, & V, X les poincts en la circonference, parquoy ayant trouvé assez de tels poincts, afin que les lignes droites de l'une à l'autre, n'ayent point de difference remarquable de la vraye circonference, on a le requis, comme la circonfetence de la section du cone L V I X M.

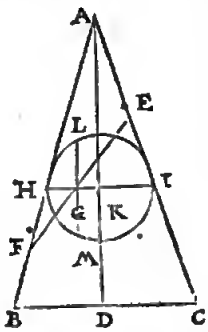
Demonstration.

Le cercle B G C est egal à la base du cone, & G H à la base de la section du cone, ainsi est aussi L M avec G H par l'operation ; Pourtant les deux poincts extremes L, M sont en la circonference de la section du cone. Or ce qui a esté demonstré icy du cone A B C, s'entend aussi du cone A N O ; car la base de la section d'iceluy cone est aussi egale à R S, & consequemment à V X; parquoy V, X, sont poincts en la circonference de la section du cone. Et le semblable sera aussi demonstré de tous poincts ainsi trouvez, hors desquels consistant la circonference L V I X M, elle est la requise.

Conclusion. Nous avons doneques marqué la circonference de la section du cone, selon le requis.

Notez.

Quand la ligne E F est plus esloignée de la ligne A B au bout F, qu'au bout E, alors la section du cone s'appelle hyperbole. Mais y estant plus pres, c'est un cercle ou ellipse. La ligne E F estant parallele avec A B, la section s'appelle parabole. Mais l'operation de toutes sections est semblable à la precedente. C'est assavoir quand la section du cone devient une ellipse, on trouve son plus long & plus court diametre ainsi. Soit A B C un cone, dont l'axe A D, lequel soit tellement coupé, que E F signifie le plus long diametre. Pour auoir maintenant le plus court, je marque le poinct G, milieu de E F, & tire H I parallele avec B C, coupant l'axe en K; je descris sur K comme centre, avec K H raid, le cercle H L I M, & en iceluy la ligne droite L G M parallele avec A D, laquelle soit necessairemene la longueur du plus court diametre, à cause des raisons declarées en la precedente demonstration; parquoy quand on marque la circonference d'une ellipse, dont le plus grand diametre est egal à E F, & le plus petit egal à L M, selon la maniere de la 9 proposition, on a le requis.



Proposition XIII.

Marquer la circonference d'une section d'une spheroïde donnée.

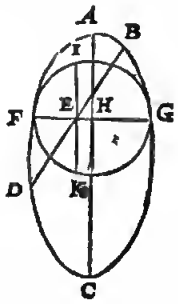
Le donné. Soit A B C D une spheroïde, dont le plus grand axe est A C, & conpé avec un plan B D, à angle droit sur le plan A B C D.

Le requis. Il faut marquer la circonference de la section, egale & semblable avec celle qui consiste en ce plan conpant.

Construction.

Je marque le poinct E au milieu de B D, je tire puis apres la ligne F G à angle droit sur A C, finissant de deux costez en la circonference donnée, & coupant A C en H : Je descris puis apres sur le poinct H comme centre, le cercle F I G K, tirant en iceluy I K par le poinct

poinct E à angle droit ſur FG. Ce qu'eſtant ainſi, DB eſt le plus grand diametre, & IK le plus petit de la circonference requiſe de la ſpheroïde; ce qui eſtant touſiours un cercle, ou comme icy en ceſte figure une ellipſe, il n'y reſte qu'à marquer ſur deux diametres egaux à DB, IK une ellipſe, ſelon la maniere de la 9 propoſition, qui ſoit L, & on a le requis. Dont la demonſtration eſt ſemblable à celle de la precedente 12 propoſition.



Concluſion. Nous avons donc marqué la circonference d'une ſection ſphetoïdale, ſelon le requis.

PROPOSITION XIV.

MArquer une ligne ſpirale ſur une premiere ligne donnée.

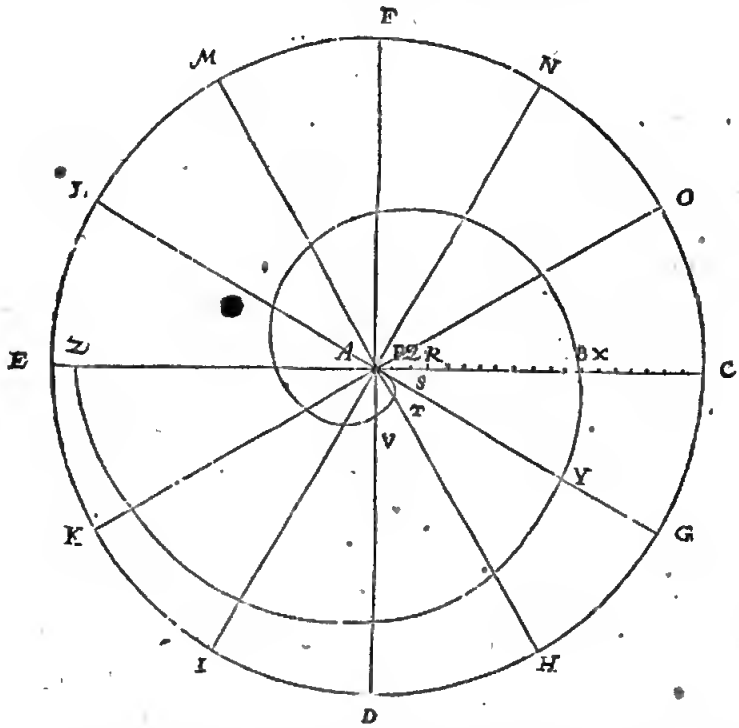
Vitruve deſcrit au troiſieſme chapitre de ſon troiſieſme livre la maniere de marquer une ligne ſpirale, toutesfois noſtre intention n'eſt point d'imiter icy telle figure, mais de ſuivre la definition d'*Archimede*: Et cela à cauſe des ſpeculations geometriques, qui ſe trouvent en icelle, comme il apparoiſtra en ſon lieu cy-apres.

Le donné. Soit AB une premiere ligne.

Le requis. Il faut marquer une ligne ſpirale, dont la premiere ligne ſoit AB.

CONSTRUCTION.

Je deſcris ſur le poinct A comme centre, la circonference de quelque cercle CDEF, laquelle je diviſe en quelques parties egales, je prens pour exemple en 12,



aux poincts C, G, H, D, I, K, E, L, M, F, N, O; Je tire puis apres EC, LG, MH, FD, NI, OK, qui s'entrecoupent toutes au centre A: apres en autant de parties que la circonference eſt diviſée, en autant diviſay-je auſſi la ligne AC, à ſçavoir en 12, comme aux poincts P, Q, R, & ſemblables: Je marque puis apres la longueur AP de A juſques à S, en la ligne AG; & la longueur de AQ, je l'applique de A juſques à T, en la ligne AH, je mets ſemblablement la longueur AR de A juſques à V, en la ligne AD: Et faiſant le ſemblable avec les autres poincts juſques à ce qu'on vienne à B, adonc tous les poincts A, S, T, V, B, avec des ſemblables, ſont en la circonference de la ligne ſpirale requiſe. Pour avoir maintenant la partie de la ligne ſpirale AST, laquelle differera fort peu de la vraye, on trouve un poinct ſur lequel on met le pied ferme du compas, tellement que le pied mobile tend par les trois poincts A, S, T, & faiſant le ſemblable avec encores trois autres poincts, & cela auſſi ſouvent qu'on vienne juſques à B, on a la premiere circonference. Mais ſi on veut deſcrire la ligne ſpirale plus avant, on marque de B vers C le poinct X, tellement que BX eſt egale à AP, appliquant puis apres la longueur AX de A juſques à Y en la ligne AG: Et faiſant le ſemblable avec les autres, on fait autant de tours de lignes ſpirales qu'on veut. Notez encores que comme le cercle CDEF eſt icy diviſé en 12, ainſi le peut-on diviſer en 24 ou 48, ou pluſieurs autres parties egales, & adonc l'operation en ſera plus certaine. La demonſtration de cecy eſt fondée ſur la definition du plan de la ligne ſpirale d'*Archimede*.

Concluſion. Nous avons doncques marqué une ligne ſpirale ſur une premiere ligne donnée, ſelon le requis.

PROPOSITION XV.

MArquer une ligne ſemblable à une ligne courbe donnée, de qualité indefinie.

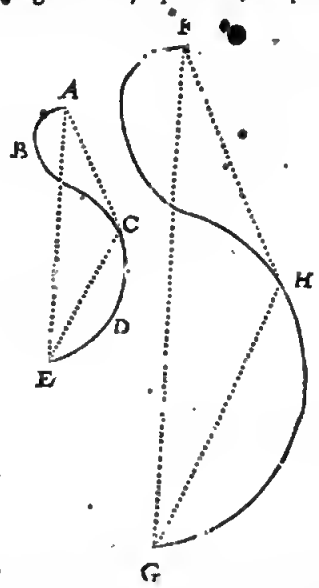
Le donné. Soit ABCDE une ligne courbe de forme irreguliere, n'eſtant point de la qualité de quelques

unes des precedentes, mais indefinie; apres F, G soyent deux poincts homologues avec les poincts A, E.

Le requis. Il faut tirer une ligne de F jusques à G, semblable à la ligne A B C D E.

CONSTRVCTION.

Je presuppose premierement que la ligne droite occulte ou imaginée de F jusques à G, soit parallele avec



l'occulte ou imaginée de A jusques à E; car si elle n'estoit pas donnée parallele, on la pourroit remettre ainsi: Je marque puis apres en la ligne donnée quelque poinct où que ce soit, comme C, tirant les deux lignes occultes A C, C E, puis apres l'infinie occulte F H parallele avec A C, & une ligne de D parallele avec E C, rencontrant l'infinie en H: ce qu'estant ainsi, H est un poinct en la ligne requise, homologue avec C en la donnée. Or comme icy, le poinct H est trouvé, ainsi trouvera-on beaucoup d'autres poincts, & tant que les lignes droites tirées de l'un à l'autre, n'ayent point de difference remarquable des courbes, lesquelles devroyent proprement estre telles. Ce qui estant ainsi, on a la ligne requise F H G.

DEMONSTRATION.

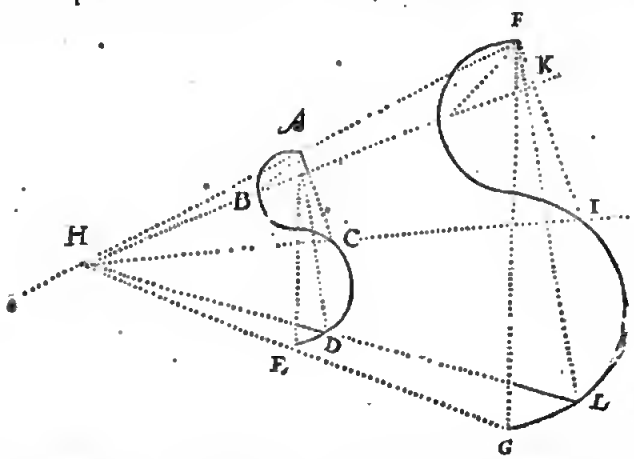
Que H soit un poinct homologue avec C, appert en la 18 proposition du sixiesme livre *d'Euclide*, par où le reste est notoire.

Autre maniere d'operation.

A cecy SON EXCELLENCE a encores trouvé & fait annorer une autre maniere d'operation, en tirant certaines lignes d'un poinct hors de la figure. Laquelle pour declarer par exemple, soit encore A B C D E une ligne courbe comme dessus, F, G deux poincts homologues, avec les poincts A, E, derechef ainsi posés, que la ligne imaginée de F jusques à G soit parallele avec l'imaginée de A jusques à E.

CONSTRVCTION.

Je tire par les deux poincts homologues F, A, une ligne droite infinie F A H, semblablement une autre ligne droite par les deux poincts homologues G, E, rencontrant l'infinie en H: Posé le cas maintenant



qu'en la ligne requise de F jusques à G, je vueille trouver un poinct homologue avec C, je tire par C la ligne infinie H I, puis apres A C, & hors du poinct F une parallele avec icelle A C, rencontrant l'infinie en H: Ce qu'estant ainsi, I est un poinct en la ligne requise, homologue avec C en la donnée. Or comme icy est trouvé le poinct I, on trouvera ainsi plusieurs autres poincts, comme par exemple K, L, homologues avec B, D, & autres semblables, jusques à tant que les lignes droites de l'un à l'autre, n'ayent aucune apparente ou empeschante difference des courbes, lesquelles seroyent proprement telles; & on a le requis. La facilité de l'operation qui en provient, est qu'en toutes lignes infinies tirées de H par la ligne donnée où il soit, on a tousiours un poinct homologue requis, avec le poinct de la commune section de la ligne courbe donnée & infinie. Dont la demonstration est comme au precedent.

Conclusion. Nous avons doncques marqué une ligne semblable avec une ligne courbe donnée, de qualité indefinie, selon le requis.

SECONDE PARTIE DU PREMIER LIVRE DE LA DESCRIPTION DES SVPERFICES.

PROPOSITION XVI.

Marquer des plans rectilignes de forme requise.

NOTEZ.

Veu que la description des plans de villes, fortereſſes, campagnes, & paſſages est un des poincts principaux, & à

& à quoy SON EXCELLENCE a pris garde és mathematiques, en quoy auſſi elle s'eſt exercé diligemment & plus que le vulgaire, comme eſtant choſe utile entre autres aux fortifications & aſſiegemens de villes, & que joignant cela ceſte propoſition ſert de general ſubject, ſur lequel telle matiere ſe fonde; nous avons eu egard à cela, & en avons deſcrit des exemples (ainſi qu'ils ont eſté depeſchez par SON EXCELLENCE, tant mechaniquement en campagne, que mathematiquement ſur le papier) en plus grande quantité & plus diſtinctement que nous n'euſſions fait. Or pour comprendre icy briefvement l'ordre d'iceux exemples comme en un argument, il faut ſçavoir que la deſcription des plans rectilignes de forme requiſe, ſelon noſtre intention, ſe fait de deux façons; l'une mathematiquement avec pures grandeurs, l'autre mechaniquement meſlée de nombres. Les exemples de la façon mathematique, ſont premierement ſur le papier d'un triangle, & plan rectiligne: Secondement ſur terre du petit en grand, puis apres du grand en petit. La deſcription mechanique ſe fait par aſſomption d'angles droits, ou d'angles incertains. En l'aſſomption d'angles droits ſe rencontrent des exemples en triangles, qui ſont rectangulaires, ou obliquangulaires, & en plans rectilignes. La deſcription par aſſomption des angles incertains, ſe fait par aſſomption d'angles internes tirez ſelon quelque regle, & par angles externes.

Deſquelles diverſitez on peut és deſcriptions que nous rencontrons, choiſir la plus commode, ſelon les circonſtances. Et pour plus ample declaration, nous rameteurons les ſuſdites diſtinctions en façon de table, comme cy-deſſous.

La deſcription des plans rectilignes, ſe fait icy
- *mathematiquement avec pures grandeurs*
  - *ſur papier d'un*
    - *triangle au 1 exemple.*
    - *plan rectiligne au 2.*
  - *ſur terre du*
    - *petit en grand au 3.*
    - *grand en petit au 4.*
- *mechaniquement par nõbres, avec aſſomption de*
  - *rectangles en un*
    - *triangle*
      - *à angle droit au 5.*
      - *à angle oblique au 6.*
    - *plan rectiligne au 7.*
  - *angles incertains*
    - *internes au 8.*
    - *externes au 9.*

PREMIEREMENT DE LA MANIERE MATHEMATIQVE.

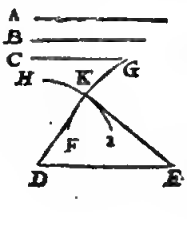
1 *Exemple ſur le papier, d'un triangle qui ſoit marqué de trois lignes droites egales à trois lignes droites données, à condition que chaque deux lignes enſemble ſoyent plus grandes que la troiſieſme.*

Le donné. Soyent A, B, C trois lignes droites, dont chaque deux ſont plus grandes que la troiſieſme, car autrement il ſeroit impoſſible d'en faire un triangle.

Le requis. Il faut marquer un triangle de trois lignes droites egales aux données.

CONSTRVCTION.

Je tire la ligne DE egale à une des trois, comme à A, apres je prés la longueur avec le compas de B, & deſcris avec iceluy ſur le poinct E comme centre, l'arc FG aſſez grand; puis apres je prens avec le meſme compas la longueur de C, en deſcrivant ſur D comme centre, l'arc H I, coupant F G en K. & tire D K, EK. Ce qu'eſtant ainſi, je dis que K D E eſt le triangle requis: dont la demonſtration eſt faite en la 22 propoſition du premier livre *d'Euclide.*



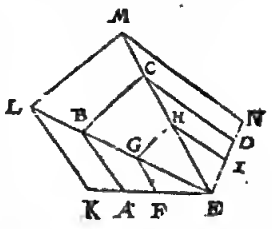
2 *Exemple d'un plan rectiligne comme il advient.*

Le donné. Soit A B C D E un plan, & E F un coſté homologue avec A E.

Le requis. Il faut marquer un plan ſur E F, ſemblable à A B C D E.

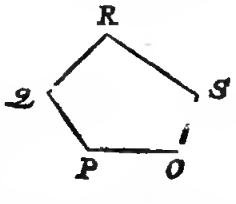
CONSTRVCTION.

Je diviſe le pentagone en ſes triangles avec les lignes E B, E C, puis je tire F G parallele avec A B, & ainſi que le poinct G ſoit en la ligne E B, ſemblablement G H parallele avec B C, & tellement que le poinct H ſoit en la ligne E C, finalement H I parallele avec C D, & tellement que le poinct I ſoit en la ligne E D: Ce qui eſtant ainſi, je dis que le pentagone F G H I E eſt le plan requis, ſemblable à A B C D E, ſur le coſté E F homologue avec E A. Le ſuſdit exemple eſt marqué du grand en petit. Mais ſi on le vouloit du petit en grand, comme ſi l'homologue du plan requis avec A E eſtoit plus grand qu'iceluy A E, comme par exemple E K, la maniere de l'operation eſt comme deſſus; car on tireroit alors K L, L M, M N, homologues avec les ſuſdites A B, B C, C D, hors de la figure A B C D E, tellement que le plan requis ſeroit K L M N E: Dont la demonſtration eſt manifeſte par la 18 propoſition du ſixieſme livre *d'Euclide.*



NOTEZ.

La ligne E F qui doit eſtre homologue avec E A, eſtoit icy miſe en la meſme E A, mais ſi elle en eſtoit dehors, comme par exemple ceſte O P, on marqueroit alors dedans la ligne E A la ligne E F, egale à O P, trouvant le pentagone F G H I E comme deſſus. Mais pour trouver alors un autre ſemblable pentagone ſur O P, on tireroit (ſi on ne le vouloit faire en perçant le papier) P Q egal à F G, & l'angle O P Q egal à l'angle E F G; & faiſant le ſemblable avec les autres coſtez & angles, on a le pentagone requis.



3 *Exemple du petit en grand.*

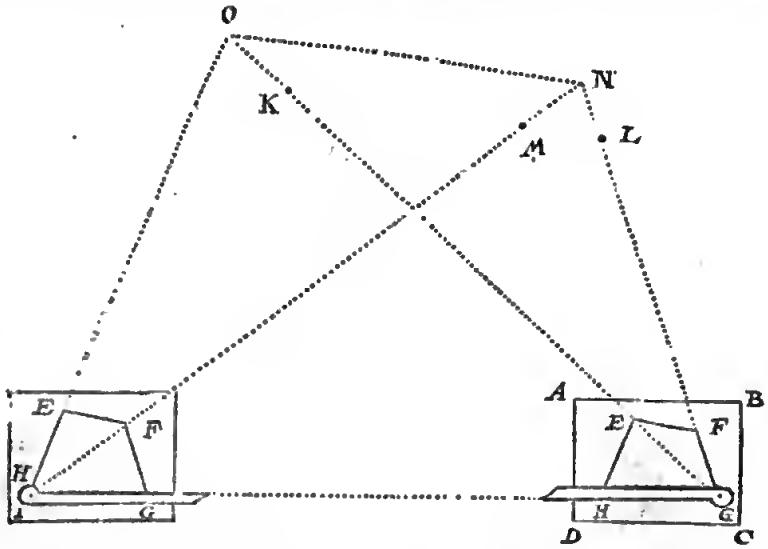
Le donné. Soit A B C D un papier quarré, & là deſſus un plan rectiligne E F G H, & une ligne ſur la terre depuis le ſuſdit G juſques à I.

Le requis. Il faut marquer un ſemblable plan ſur la campagne, tellement que G I ſoit homologue avec G H.

CONSTRVCTION.

Je mets le poinct G du quadrangle E F G H, ſur le poinct G de la ligne G I en campagne, & par l'aide de la regle fiduciale j'applique G H ſur la ligne en cam-

pagne G I ; je tourne puis apres icelle regle fiduciale mouvant ſur le poinct G, juſques à ce qu'elle ſoit deſſus le poinct E, & fais mettre au rayon de G deſſus E quelque marque, comme K ; & ſemblablement une marque L deſſus le poinct F. Venant puis aptes avec le papier



ee qu'elle convienne deſſus F, & fais au rayon de I deſſus F pont mettre quelque marque comme M, puis apres je viens au lieu de N, & mets là une marque, en ſorte que je la voye en une ligne droite avec les deux marques I, M, en la ligne auſſi des deux marqnes L, G. Ce qu'eſtant ainſi, j'oſte les deux marques L, M, afin de ne point cauſer d'erreur, & le poinct N me ſignifie le poinct homologue avec F, & de meſme façon je trouve le poinct O homologue avec E, tellement que le quadrangle G I O N comprins par lignes rayées en terre, ou ſeulement par rayons imaginez de l'une marque juſques à l'autre, eſt le plan requis, dont la demonſtration ſera comme la precedente.

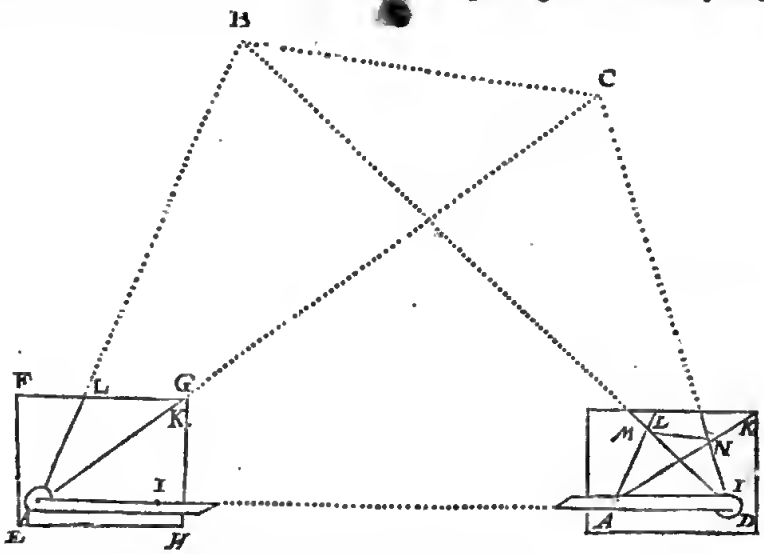
4 *Exemple du grand en petit.*

Le donné. Soyent A, B, C, D quatre marqnes, comme tours ou ſignes ſur la terre, comprenant un quadrangle, & E F G H un papier, avec une ligne ſur iceluy A I.

Le requis. Il faut marquer nn ſemblable plan ſur le papier, tellement que A I ſoit homologue avec A D.

Construction.

Tournant la regle fiduciale ſur le poinct A, je fais convenir A I avec A D, puis je tourne encores icelle regle fiduciale devers C, & tire au long d'icelle la ligne A K ; puis apres je tourne la regle fiduciale juſques à B, & marque la ligne A L. Venant puis apres avec le papier



au lieu de D de la ſeconde ſtation, je mets le poinct I de la ligne I A ſur le poinct D, & par l'aide de la ligne fiduciale, j'applique la ligne I A du papier, ſur la ligne D A en terre ; je tourne puis apres icelle regle fiduciale, mouvant ſur le poinct D, juſques à ce que je voye la marque B, & du long de la regle fiduciale je tire une ligne, laquelle coupe la ligne D L au poinct M. Iceluy poinct M eſt homologue avec le poinct B : je tourne

tourne puis apres la regle fiduciale juſques à ce que je voye la marque C, & tire du long de la regle fiduciale une ligne, laquelle coupe la ligne AK au poinct N: iceluy poinct eſt homologue avec le poinct C, parquoy tirée la ligne MN, je dis que AMNI eſt le quadrangle requis; dont la demonſtration eſt comme la precedente.

NOTEZ.

Que par ceſte maniere on pourra facilement faire le plan d'un paiſagé, comme de villes, villages, maiſons, & autres choſes ſemblables qui ſe preſentent à la veuë, c'eſt aſſavoir trouvant des poincts qui ſoyent homologues avec toutes les marques d'alentour, & cela ſeulement par deux ſtations; car comme icy les deux poincts B, C ſont marquez par devant, ainſi on peut trouver des ſemblables poincts ſur les meſmes deux ſtations par derriere.

S'ENSUIT LA MANIERE MECHANIQVE PAR NOMBRES:

Et premierement de la deſcription des plans par l'aſſomption d'angles droits.

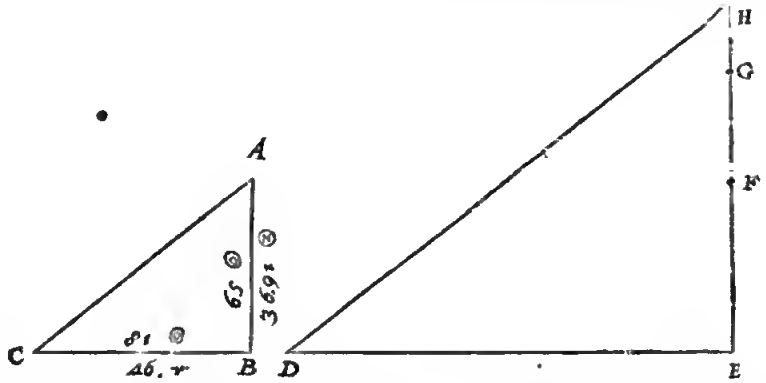
5 *Exemple d'un triangle rectangle.*

Le donné. Soit ABC un triangle en petit ſur le papier, dont l'angle B eſt droit, & ſoit DE une ligne ſur la terre longue de 46 verges.

Le requis. Il faut marquer un ſemblable triangle ſur terre, tellement que DE ſoit homologue avec CB.

CONSTRVCTION.

Je meſure ſur une eſchelle le coſté BC, le trouvant, je prens, de 81 ⊙, & AB 65 ⊙, eſcrivant chaque nombre à ſon coſté, comme il appert en la figure. Puis apres je dis, CB 81 ⊙, donnent BA 65 ⊙, combien DE 46 verges? vient pour le coſté homologue avec BA 3691 ②, que je mets à la figure deſſous les 65 ⊙, & les 46 verges deſſous les 81 ⊙, comme il appert; tellement que les nombres exterieurs ſignifient les coſtez de la figure requiſe. Avec ce papier je viens au lieu en campagne, mettaot ſur le poinct E une croix d'arpenteur, & voyant par les viſieres de l'uo coſté la marque D, je fay mettre au rayon des autres viſieres quelque marque comme F, & encores une comme G, pour aller droit en meſurant: Je meſure puis apres de E vers G 3691 ②, leſquelles parviennent, je prens, juſques à H. Ceey eſtant ainſi, je dis que le triangle ſur la terre HED eſt le requis.



Preuve. Je meſure CA ſur l'eſchelle, je la trouve par exemple de 10387 ②, je dis puis apres, CB 81 ⊙, donnent CA 10387 ②, combien DE 46 verges? vient pour DH 5899 ②: Parquoy quand on meſure iceluy DH, il le faudroit trouver d'icelle longueur: Autrement (d'autant que c'eſt un triangle rectangle) on pourroit adjouſter le quarré de DE 46 verges, faiſant 2116 ⊙, au quarré de EH 3691 ②, faiſant 13643481 ②, enſemble 34783481 ②, dont la racine quarrée pour DH, fait comme deſſus 5899 ②. Et par ainſi on pourra faire de ſemblables preuves ſur les exemples ſuivans.

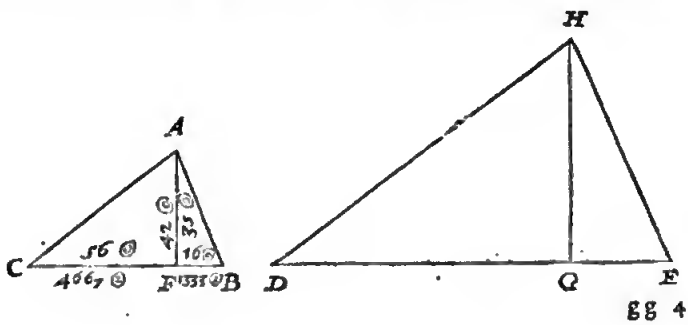
NOTEZ.

En ce cinquieſme exemple nous avons touché de quelque maniere de meſurer des lignes, comme nous ferons auſſi aux exemples ſuivans de ceſte propoſition: Sur quoy quelqu'un pourroit dire que ce n'eſt pas le lieu de meſurer en ce premier livre de la deſcription, mais que cela ſe feroit plus commodement & propremeot au ſecond livre ſuivant, où auſſi il eſt parlé expreſſement de la choſe. Sur eecy on reſpond, que ceſte deſcription ne ſe peut faire ſans meſurer, ni telle maniere de meſurer ſans deſcription; & que pourtant nous ſommes contraints de toucher premierement quelque mot de l'une ſans avoir expliqué l'autre.

6 *Exemple d'un triangle comme il advient.*

Le donné. Soit ABC un triangle en petit ſur le papier, & DE une ligne ſur terre longue de 60 verges.

Le requis. Il faut marquer un ſemblable triangle ſur terre, tellement que DE, ſoit homologue avec CB.



CONSTRVCTION.

Je tire AF à angle droit ſur l'homologue avec DE, qui eſt ſur CB, puis je meſure CF, ſur l'eſchelle, la trouvant, je prens, de 56 ⊙, FB 16 ⊙, AF 42 ⊙, leſquels nombres j'eſcris chacun ſur ſa ligne. Je dis puis aptes, CB 72 ⊙, donne CF 56 ⊙, combien DE 60 verges? vient pour l'homologue avec CF 4667 ②: Et ainſi viendra pour l'homologue avec FB 1333 ②, & pour l'homologue avec AF 35 ⊙ ou verges, que je mets toutes ſur le papier en leur place dedans la figure, comme il appert.

Avec ce papiet je viens au lieu en campagne, meſurant de D vers E 4667 ②, leſquelles viennent, je prens, depuis D juſques à G: Puis apres je mets la marque H, tellement que GH fait 35 verges, & qu'elle vienne à angle droit ſur DG, ſelon la maniere qui a eſté dite au 5 exemple: ce qui eſtant ainſi, HED eſt le triangle requis.

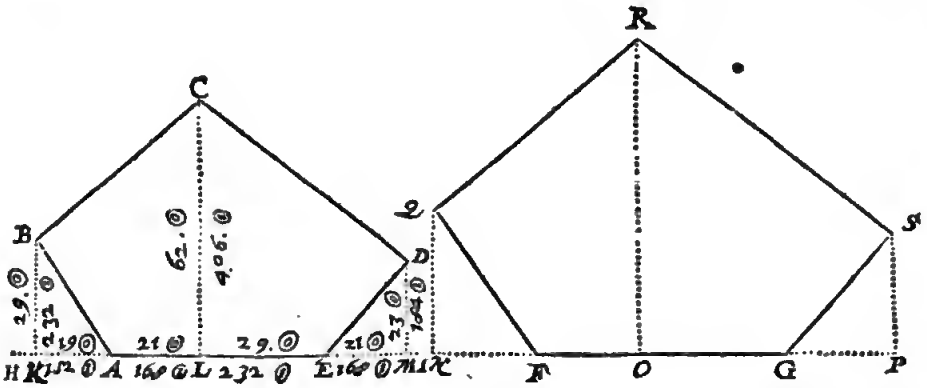
7 Exemple d'un plan rectiligne comme il advient.

Le donné. Soit ABCDE un plan rectiligne en petit ſur le papier de telle figure qu'il advient, & FG une ligne ſur terre longue de 40 verges.

Le requis. Il faut marquer un ſemblable plan ſur terre, tellement que FG ſoit homologue avec AE.

CONSTRVCTION.

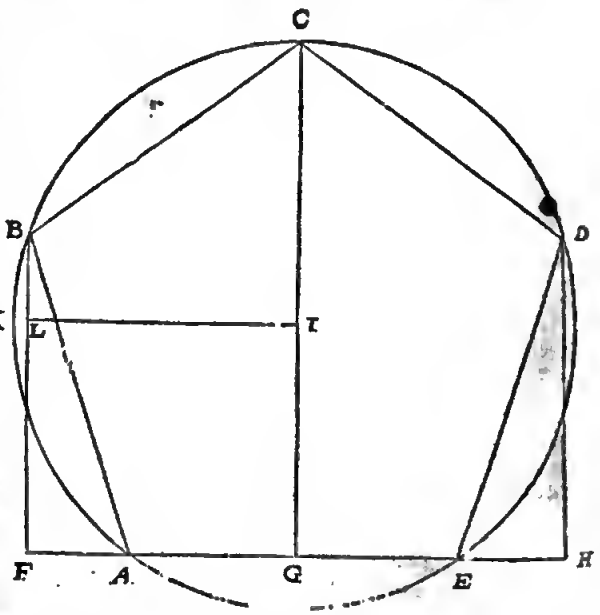
Je prolonge l'homologue avec FG, comme AE, des deux coſtez aſſez avant; comme juſques à H, I, & tire ſur HI à angle droit BK, CL, DM, je meſure puis aptes ſur l'eſchelle les lignes KA, AL, LE, EM, BK, CL, DM, les trouvant, je prens, de 19 ⊙, 21 ⊙, 29 ⊙, 21 ⊙, 29 ⊙, 62 ⊙, 23 ⊙, leſquels nombres j'eſcris chacun ſur ſa ligne, comme il appert: Je dis puis aptes, AE 50 ⊙, donne KA 19 ⊙, combien FG 40 verges?



vient pour l'homologue avec KA 152 ①, que j'eſcris deſſous la meſme ligne KA: Apres, AE 50 ⊙, donne AL 21, combien FG 40 verges? vient pour l'homologue avec AL 168 ①, que j'eſcris ſous icelle AL: Et faiſant le ſemblable avec tous les autres, les nombres viennent comme on voit à la figure: Avec ce papier je viens au lieu en campagne, meſurant de F juſques à N 152 ① (pourveu que N vienne en une ligne droite, ou rayon, en laquelle ſont les marques F, G,) Puis apres de F juſques à O 168 ①, & veu que FG fait 40 verges, il faut neceſſairement que OG ſoit long de 232 ①: puis apres GP 168 ①, apres NQ 232 ①, OR 496 ①, PS 184 ①, toutes trois à angle droit ſur NP. Ce qu'eſtant ainſi, le pentagone FQRSG eſt le plan requis.

NOTAZ.

Combien que la deſcription des plans reguliers ſur terre (à ſçavoir, dont les coſtez & angles ſont d'egale grandeur, qu'on appelle auſſi equilateraux au cercle ioſcriptibles) ſe puiſſe faire par la precedente regle generale; toutesfois puis que les lignes tombantes là dedans, ont une meſme raiſon à leurs coſtez en tous ſemblables plans, leurs longueurs ſe peuvent trouver ſans eſchelle, à ſçavoir par la table des ſinus, dont nous parlerons quelque peu, & ce d'autant que telles figures ſont fort uſitées en la deſcription des fortereſſes de ce temps. Soit pour exemple ABCDE un pentagone regulier en petit ſur le papier, qu'on veut imiter en grand ſur terre, les lignes venant en iceluy, ſelon la precedente operation neceſſaires, ſont FA, AG, GE, EH, & les trois BF, CG, DH, à angle droit ſur FH. Pour trouver maintenant par la table des ſinus leurs raiſons, on dit que AG eſt ſinus de 36 deg. faiſant (en la table dont le ſemidiametre 10000000) 5877852: FG egal au ſinus



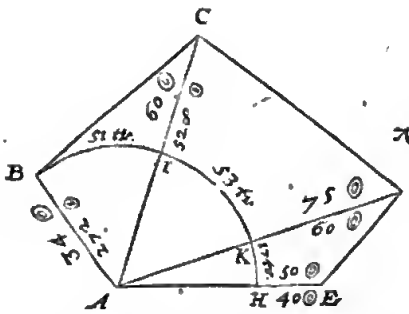
de 72 degr. faiſant 9510565, d'iceux ſouſtrait AG 5877852, demeure pour FA 3632713: CG conſiſte hors du ſemidiametre CI faiſant 10000000, avec IG egal

egal au ſinus de 54 deg. faiſant 8090170, enſemble pour CG 18090170. Pour trouver maintenant BF, je tire KI à angle droit ſur CG, & coupant BF en L: Ce qui eſtant ainſi, CK eſt un arc de 90 deg. & BC de 72, iceux ſouſtraits des 90, reſte KB 18 deg. dont le ſinus BL fait 3090170, à icelui adjouſté LF, egal à IG 8090170, ſont enſemble pour BF 11180340. Apres, veu que GE, EH, DH ſont egaux à AG, AF, BF, les lignes ſont auſſi cognuës. Et ſemblable ſera la procedure és autres plans reguliers.

S'ENSUIT LA DESCRIPTION DES PLANS PAR L'ASSOMPTION D'ANGLES INTERNES.

8 *Exemple.*

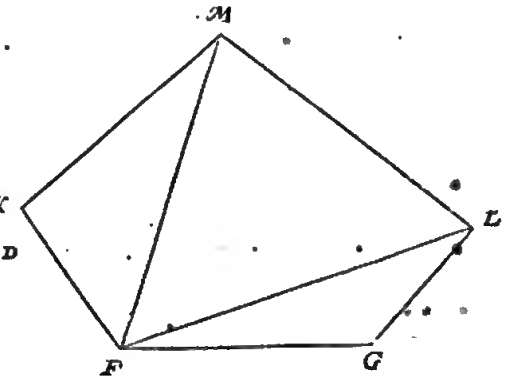
Le donné. Soit ABCDE un plan rectiligne en petit ſur le papier de telle forme qu'il advient, & FG une ligne ſur terre longue de 40 verges.



Le requis. Il faut marquer par aſſomption d'angles internes, un ſemblable plan ſur terre, reſpondant que FG ſoit homologue avec AE.

Construction.

Je tire des lignes hors de quelque angle à tous les autres angles, comme AD, AC, & meſure AE, AD, AC, AB, ſur quelque eſchelle, les trouvant, je prens de 50 ◎, 75 ◎, 66 ◎, 34 ◎, que je mets chacun ſur ſa ligne, & deſſous AE les 40 verges. Je dis puis apres, AE 50 ◎, donne AD 75 ◎, combien FG 40 ◎? vient pour l'homologue avec AD 60 ◎, que j'eſcris ſous iceluy AD: Et faiſant le ſemblable avec les autres, les nombres viennent comme on voit à la figure: Je deſcris puis apres ſur A comme centre, quelque arc dedans la figure, comme BH, coupant AC en I, AD en K, AE en H; je meſure puis apres avec un cercle gradé la grandeur de l'angle EAD, ou l'arc HK, le trouvant, je prens, de 17 deg. Semblablement de l'angle DAC,



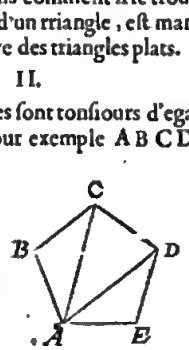
ou de l'arc KI de 53 deg. & de l'angle CAB, ou de l'arc IB de 51 deg. que j'eſcris chacun ſur ſon arc. Avec ce papier je viens au lieu ſur la campagne, mettant le centre d'un cercle gradé, qui eſt ordinairement joinct à la croix arpentique, ſur le poinct F, & faiſant un angle GFL de 17 deg ſur GF, comme l'arc HK le monſtre, je meſure au rayon feneſtre FL 60 verges qui ſont deſſous AD, leſquelles viennent, je prens, de F juſques à L. Faiſant ſemblablement avec les autres deux coſtez FM, FN, j'ay le plan requis ſur terre FNMLG.

Notez I.

Nous avons parlé cy-deſſus de l'invention de l'angle BAC avec un cercle gradé: Mais comment il ſe trouve auſſi par les trois coſtez cognus d'un triangle, eſt manifeſte par la 8 propoſition du livre des triangles plats.

Notez II.

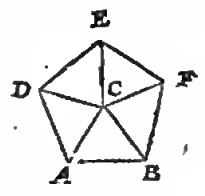
*Aux plans reguliers tels angles ſont touſiours d'egale grandeur, & cognus; Soit pour exemple ABCDE un pentagone regulier: pour trouver icy la grandeur de chaque angle des trois EAD, DAC, CAB, je dis ainſi: Les cinq angles du pentagone font enſemble 540 deg. par la 1 propoſition de l'application des polygones plats au deuxieſme livre de la Coſmographie: La cinquieſme partie d'iceux eſt 108 deg. pour un angle, comme EAB: Et veu que les trois angles



ſuſdits EAD, DAC, CAB, ſont egaux par la 21 propoſition du troiſieſme livre d'*Euclide*, il faut que chacun face la troiſieſme partie des ſuſdits 108 degr. qui eſt 36 degr.

Notez III.

Les plans rectilignes reguliers ſe peuvent auſſi commodement marquer ſur terre par angles internes s'aſſemblans ſur le centre. Soit pour exemple AB autresfois une ligne ſur la campagne longue de 60 verges, ſur laquelle il faut marquer un pentagone regulier, reſpondant que AB ſoit un des coſtez. Premierement je voy que la ligne du centre comme C, juſques à A, avec la ligne AB, doit comprendre un angle contenant (pour les raiſons declarées à la 2 marque) la moitié de 108 deg. à ſçavoir 54 deg. apres il faut que AC ſoit long de 5104 ② (car comme on trouve par la table des ſinus, AB a telle raiſon à AC, que 11755704 à 10000000, parquoy diſant 11755704 dõne 10000000. combien AB 60 verges? vient pour AC comme deſſus 5104 ②.) Puis apres le centre du cercle gradé de l'inſtrument poſé ſur C, & marqué l'angle ACD de 72 deg. & au rayon CD meſure 5104 ②; Je ſemblable ſe fait auſſi de C juſques à E, & de C juſques à F; on a le pentagone regulier requis ADEFB, ſur le coſté donné AB.



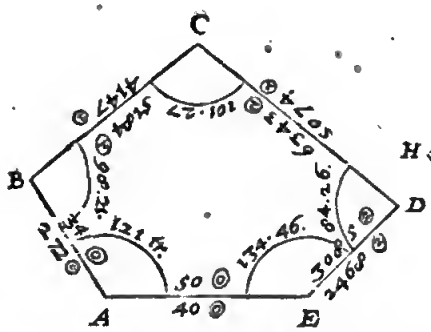
S'EN-

S'ENSUIT LA DESCRIPTION DES PLANS PAR ASSOMPTION D'ANGLES EXTERIEURS.

9 *Exemple.*

Le donné. Soit A B C D E un plan rectiligne en petit ſur le papier, de telle forme qu'il advient, & F G une ligne ſur terre de 40 verges.

Le requis. Il faut marquer par aſſomption d'angles exterieurs un ſemblable plan ſur terre, tellement que F G ſoit homologue avec A E.



121 deg & ainſi des autres comme la figure le demonſtre. Avec ce papier je viens au lieu en campagne, mettant le centre du cercle gradé, qui eſt ordinairement joinct à la croix aſſentique, ſur le poinct F; & faiſant ſur G F un angle G F H de 121 deg. comme l'arc tiré ſur A le monſtre; je meſure au rayon F H les 272 ①, qui ſont deſſous A B, leſquels vienent, je prens, de F juſques à H. Puis faiſant le ſemblable avec les autres angles & coſtez, j'ay le plan requis ſur terre F H I K G.

La preuve de telle opetation ſe peut faire en ceſte façon: Premierement les angles eſtant meſurez & marquez ſur le papier, il faut par la premiere propoſition de l'application des polygones plats, qu'ils facent enſemble 540 deg. ce qui ſe trouve auſſi ainſi avec ces peotagones; car venant autrement, on a failli: Secondement, les trois marques H, I, K, eſtant miſes ſur la campagne, comme deſſus, il faut qu'alors l'angle K ſoit egal à l'angle D, à ſçavoir de 84 deg 26 ①, & la ligne K G auſſi longue que la nore deſſous E D, qui eſt 2468 ②; car venant autrement, il y a faute en l'operatioo, ou ſur le papier, ou ſur la terre, ou ſur tous deux.

Concluſion. Nous avons doocques marqué des plans rectilignes de forme tequiſe, ſelon le requis.

Note I.

Poſé le cas que ceſte figure doonée A B C D E ſoit egale & ſemblable avec la figure A B C D E du 8 exemple, il faut qoe les angles & coſtez ſoyent auſſi grands qu'ils ont eſté mis icy, car nous les avons compté ainſi par les regles des triaogles plats.

Note II.

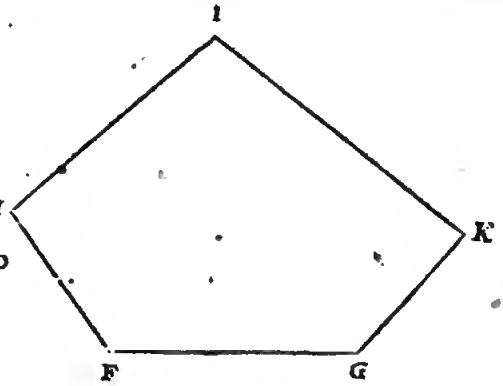
Nous ne mettons point icy d'exemple des plans reguliers, car puis que tous les angles & coſtez externes ſont egaux, l'opetatioo en eſt aiſée & manifeſte.

Note III.

S'il falloit marquer une petite figure hots d'une grande par aſſomption d'angles internes ou externes, telle operation eſt preſques ſemblable par la precedente, de ſorte qo'elle n'a point affaire d'exemples particuliers.

Construction.

Je meſure ſur une eſchelle les deux coſtez A E, A B; les trouvant, je prens, de 50 ⓪, & 34 ⓪; parquoy je dis, A E 50 ⓪, donne A B 34 ⓪, combieo F G 40 verges, vient pour l'homologue requiſe avec A B 272 ①: Et de meſme façon je trouve les nombres des autres trois lignes B C, C D, D E, eoſemble les nombres de leurs homologues requiſes, les marquant chacun deſſous ſa ligne, comme oo voit en la figote. Puis apres je deſcris ſur chaque angle ſoo arc, meſurant le comprins des degrez d'iceluy, comme l'arc de l'angle A, de



Note IV.

Quant à la deſcription de cercles, ellipſes, ſections de cones, plaos de ligoes ſpirales, il n'eſt pas beſoing que nous la declarions icy, car leurs circonferences marquées à la premiere partie de la deſcription des lignes, comprenoeot leurs ſuperfices.

Note V.

S'il y avoit à marquer un plan ſemblable à un plan donoé, ayant des coſtez courbes de forme indefinie, veu que la deſcriptioo d'iceux coſtez eſt declarée en la 15 propoſition, la deſcriptioo de tel plao eſt manifeſte.

TROISIESME PARTIE DV PREMIER LIVRE,

De la deſcription des corps.

NOſtre deſſein eſt de deſcrire icy la maniere de marquer des corps, la fabrique deſquels, pour venir à meſure, requiert une toute autre doctrine que celle qui ſe fait à la volée ſelon l'imaginatioo des manouvriers. A ceey nous choiſirons la deſcription des corps planes, ou comprins en plans de forme requiſe: Les cinq corps reguliers, enſemble leurs aecourciſſemens, venans à certaine ſymmetrie: auſſi la ſphere.

Proposition XVII.

Marquer un corps plane de forme requiſe.

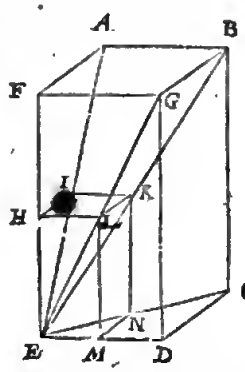
Le donné. Soit A B C D E F G un corps plane, je prens uo pilier qoarré, & E H une ligne.

Le requis. Il faot marquer uu ſemblable corps, tellement qoe E H ſoit parallele avec E F.

Construction Mathematique.

Je tire de l'angle E des lignes à toos les autres angles neceſſaires A, B, G, C; puis apres H I parallele avec F A, & I K avec A B, & K L avec B G, puis la ligne H L; apres

apres L M parallele avec H E, M N avec D C, & finalement N K. Pourveu que les poincts I, K, L, M, N, viennent en leurs lignes deuës cõme la figure le monſtre: ce qui eſtãt ainſi, IKNMEHL eſt le corps requis.

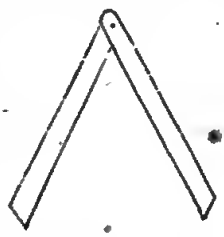


Construction Mechanique.

L'exemple mis cy-deſſus conſiſte plus en ſpeculation (dont l'uſage a lieu au ſecond & ſixieſme livre de la dimenſion & de la converſion) qu'en operation mechanique. De laquelle pour parler maintenant, c'eſt que pour contrefaire un grand corps de ſemblable forme en petit, comme pour repreſenter quelque grand baſtiment en petit; ou au contraire un petit en grand, on procede ordinairement ainſi: Soit le grand corps A B C D E F G à repreſenter en petit, avec de la terre à potier, de la cire, du bois, ou autre matiere, tellement que la ligne homologue avec E F ſoit egale à E H: On meſure E F avec la meſure de longueur, ſelon l'uſage du païs, & ſe trouve, je prens de 8 pieds, F G de 4 pieds. Ce qui eſtant ainſi, on diviſe une meſure de la longueur de E H en 8 parties egales, qu'on appelle la petite meſure, & ſi on y veut joindre tels pieds d'avantage, on le peut faire. Prenant doncques d'iceux quatre pieds, pour H L homologue avec F G qui a eſté auſſi trouvée de quatre pieds, on a la deuë longueur pour H L: Et ainſi avec les autres; Pourveu que par l'aide de l'eſquierre on mette les plans du petit corps à angle droit, comme ſont ceux du grand.

Consequence.

Il eſt notoire que l'exemple icy mis d'un pilier quarré, s'entend ainſi avec tous corps plans, moyennant qu'en l'operation mechanique pour marquer des angles obliques, on ſe ſerve au lieu de l'eſquierre d'un inſtrument nommé en Hollande par les charpentiers, *Leugenſwee*, ſemblable à la figure icy joincte, lequel s'ouvre & ſe ferme comme un compas, pour former des angles aigus & obtus auſſi bien que droits.



Concluſion. Nous avons donc marqué un corps plane de forme requiſe, ſelon le requis.

Proposition XVIII.

M *arquer les cinq corps reguliers.*

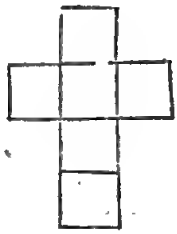
Les corps comprins entierement ſous plans ſemblables & egaux, s'appellent corps reguliers, leſquels, comme les plans reguliers ſe peuvent deſcrire dedans le cercle, ainſi ceux-cy dedans la ſphere: Et ſe demonſtre que de tels il ne s'en trouve que cinq. Il eſt bien vray que certaine ſection d'iceux produit divers corps (leſquels ſeront declarez en la ſuivante propoſition) qui ont grande regularité: Premierement, qu'ils ſe peuvent deſcrire dedans la ſphere. Secondement, qu'ils ont tous leurs coſtez egaux. Puis le troiſieſme, que tous plans ſemblables d'un corps ſont egaux, & tous egaux ſemblables. Pour le quatrieſme, qu'entre tous plans egaux oppoſites ſe trouvent des axes egaux. Pour le cinquieſme, qu'on trouve tous plans equilateraux & equiangles. Pour le ſixieſme, que les plans ont une qualité homologue agreable à la veuë. Toutesfois puis que quelques plans d'un tel corps ſont diſſemblables, on ne les compte point, ſuivant la definition des corps reguliers, pour reguliers. Leur plus grand uſage ſemble ſervir d'ornement. Les anciens faiſoyent des dez des reguliers, ce que quelques uns de ce temps imitent encores: Ils marquent auſſi des horologes ſur divers plans, qui à l'horizon propoſé peuvent recevoir la lueur du Soleil.

On prend ordinairement pour former ces corps quelque matiere platte, comme papier collé, du cuivre plat, ou choſe ſemblable, dont on fait autant de plans qu'il faut que le corps en contienne; leſquels joints par ordre & attachez enſemble comme il appartient, on a des corps creux, ſelon le requis. Ou autrement on les fait de matiere entierement ſolide.

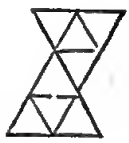
Or pour parler premierement de la premiere maniere, nous commencerons avec le tetrahedre.

On prend donc quatre triangles de matiere comme deſſus, leſquels joincts enſemble, comme cy joignant; & iceux pliez comme il appartient, font le corps de quatre faces, dit tetrahedre, qui eſt une eſpece de pyramide.

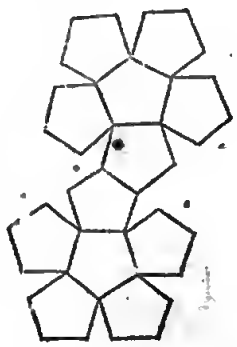
Six quarrez joincts enſemble, comme icy joignant, & pliez ſelon qu'il appartient, font le corps à ſix faces, dit exahedre, qui eſt un cube.



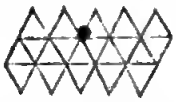
Huict triangles joincts enſemble, comme icy joignant, & pliez ſelon qu'il appartient, font le corps à huict faces, dit octahedre.



Douze pẽtagones joincts enſemble, comme icy joignant, & pliez ſelon qu'il appartient, font le corps à douze faces, dit dodecahedre.



Vingt



Vingt triangles joincts enſemble comme icy joignant, & pliez ſelon qu'il appartient, font le corps à vingt faces, dit icoſahedre.

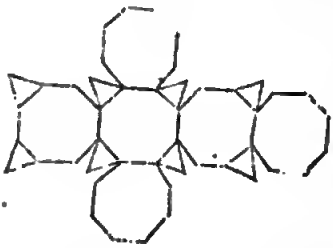
Quant à la maniere de former tels corps reguliers de matiere ſolide ; eſtant faits de ceux de plans pliez comme deſſus, on les peut alors contrefaire avec matiere ſolide par la maniere des corps plans de la 17 propoſition.

Concluſion. Nous avons donc marqué les cinq corps reguliers, ſelon le requis.

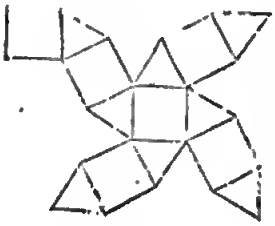
Proposition XIX.

M*Arquer les corps reguliers coupez.*

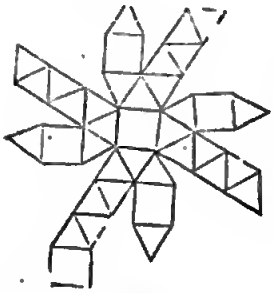
Quatre hexagones & quatre triangles joincts enſemble, comme icy joignant, & pliez ſelon qu'il appartient, font le tetrahedre coupé par les troiſieſmes parties des coſtez.



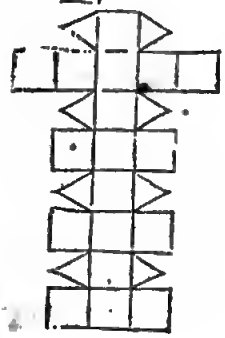
Six octagones & 8 triangles joincts enſemble, comme icy joignant, & pliez ſelon qu'il appartient, font l'exahedre coupé par les troiſieſmes parties des coſtez.



Six quadrangles & huict triangles joincts enſemble, cõme icy joignant, & pliez ſelon le requis, font l'exahedre coupé par le milieu des coſtez.

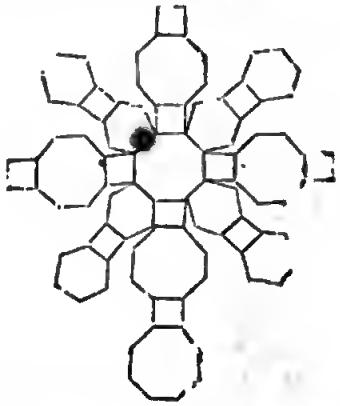


Six quadrangles & 32 triangles joincts enſemble, cõme icy joignant, & pliez ſelon le requis, font l'exahedre coupé ſur une troiſieſme maniere.

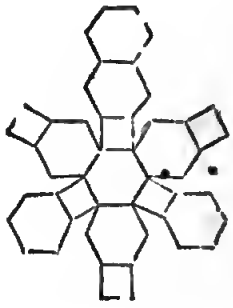


18 quadrangles & huict triangles joincts enſemble, cõme icy joignant, & pliez ſelon qu'il appartient, font l'exahedre coupé ſur une quatrieſme maniere.

Six octagones, huict hexagones & 12 quadrangles joincts enſemble, comme icy joignant, & pliez apres

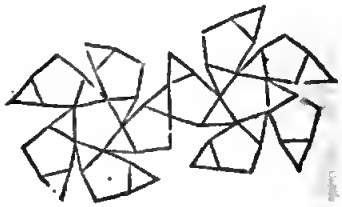


ſelon qu'il appartient, font l'exahedre coupé ſur une cinquieſme maniere.



Six quadrangles & huict hexagones joincts enſemble, comme icy joignant, & pliez ſelon qu'il appartient, font l'octahedre coupé par les troiſieſmes parties des coſtez.

Douze pentagones & vingt triangles joincts enſemble, comme icy joignant, & pliez ſelon le requis, font



le dodecahedre coupé par le milieu des coſtez, ou autrement l'icoſahedre coupé par le milieu des coſtez, car ils produiſent tous deux ſemblables corps.

Concluſion. Nous avons donc marqué les corps reguliers coupez, ſelon le requis.

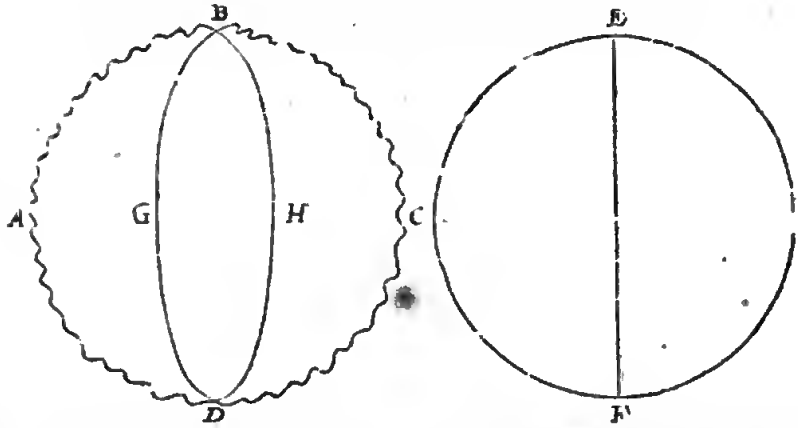
Proposition XX.

M*Arquer une ſphere.*

Le donné. Soit A B C D une piece de bois difforme, & E F un cercle, dont le diametre E F.

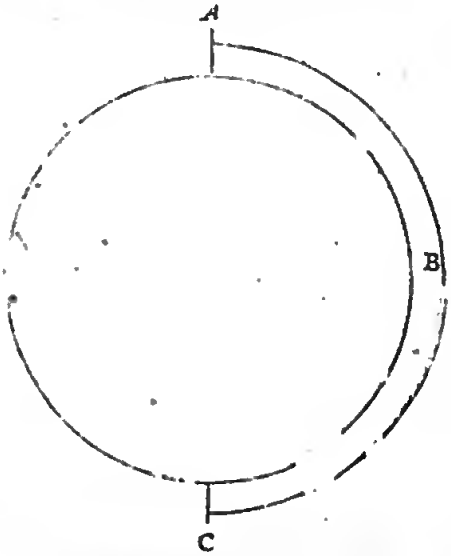
Le requis. Il faut d'icelluy bois A B C D, faire une ſphere, dont le plus grand cercle ſoit egal au cercle E F.

Con-



CONSTRVCTION.

La ſphere ſe peut former en deux manieres vulgaires, comme en petit ſur un banc de tourneur, & en grand avec un patron. Sur le banc de tourneur elle ſe fait commodement ainſi : On tourne premierement (tournant le bois ſur quelques deux poincts, comme par exemple A, C, qui s'accordent ſur les deux pinnules du banc du tourneur) un cercle comme BGDH, auſſi profond que ſon axe ſoit egal au diamettre EF, qui ſe meſure avec le compas à jambes courbes que les tourneurs ont à telle fin : Puis on diviſe le ſuſdit cercle BGDH en quatre ou ſix parties egales, & en choiſiſſant deux poincts oppoſites, comme par exemple B, D, on les applique ſur les deux pinnules du banc du tourneur : Apres toute matiere ſuperflue eſtant oſtée en tournant, juſques à ce que le cercle BGDH ſoit preciſement emporté, ſans qu'il y en demeure aucun ſigne, ny qu'il en ſoit plus oſté que le cercle, on a la ſphere requiſe.

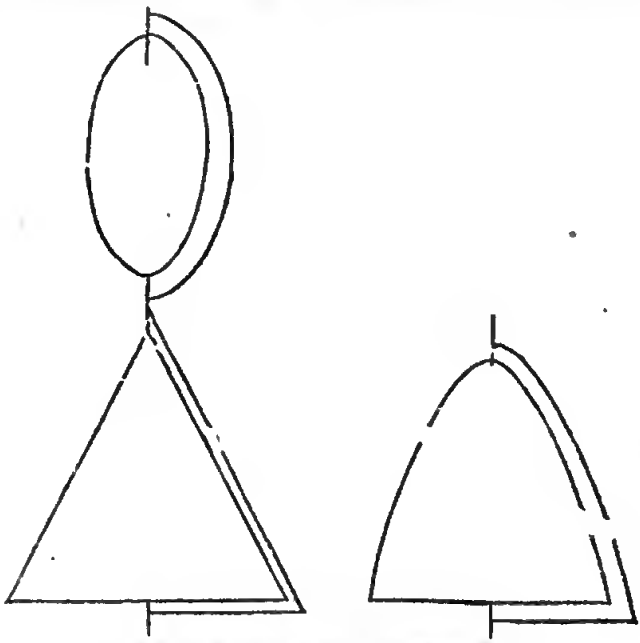


Mais les grandes ſpheres qui ne ſe peuvent tourner ſur un banc, ſe forment commodement avec un patron, comme ABC, tournant ſur les deux poincts A, C, comme poles : Puis on templit par tout ce qu'il y a de vuide au demicercle, ou bien on oſte tout ce qu'il y a de ſuperflu.

Concluſion. Nous avons donc formé la ſphere, ſelon le requis.

CONSEQVENCE.

Par ce que deſſus on peut entendre comment les Spheroïdes, Cones, & Conoïdes ſe peuvent former par patrons, dont nous mettons ſeulement icy les formes, ſans en deſcrire des propoſitions particulieres.



Fin du premier livre de la Geometrie.

DEUXIESME LIVRE DE LA PRACTIQVE DE GEOMETRIE,

De la Meſure des grandeurs.

PREMIERE PARTIE DV SECOND LIVRE,

De la meſure des lignes.

LA meſure des lignes ſelon ce preſent deſſeing, ſe fait de trois façons: Premierement par meſure appliquée: Secondement par rayons viſuels: Tiercement par autres lignes cognuës: Deſquelles differences nous deſcrirons diverſes propoſitions: & premierement,

DE LA MESURE DES LIGNES PAR MESVRE APPLIQVEE.

PROPOSITION I.

MEſurer une ligne droite par meſure appliquée.

Noſtre deſſein eſt de deſcrire icy ce meſurement en petit avec des eſchelles, comme ſur du papier, ou petits plans; & en grand, comme ſur la campagne, avec des chaines: ce que nous ferons en deux exemples.

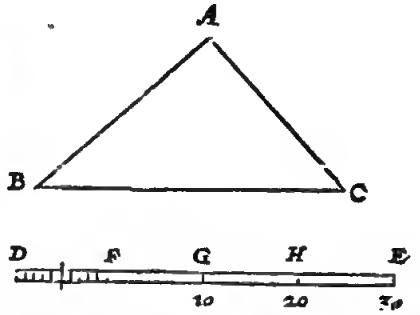
1 Exemple de la meſure en petit avec des eſchelles.

Le donné. Soyent A B, B C, C A, trois lignes du triangle A B C, & D E une eſchelle: De laquelle pour declarer la qualité, il faut ſçavoir que ceux qui marquent les maſſonneries, baſtiments, forteresſes, cartes mariues, terreſtres, & ſemblables, y appliquent ordinairement une meſure, comme D E, laquelle pour ſa ſimilitude avec une eſchelle, s'appelle auſſi du meſme nom. Et quand ſes parties ne ſignifient point de certains pieds, verges, lieuës ou choſes ſemblables, alors on les appelle en general degrez, à cauſe de leur reſſemblance avec des degrez. Soit doncques chaque partie depuis D juſques à F un pied, tellement que D F face 10 pieds; ſemblablement F G, G H, H E, chacune auſſi 10 pieds, & conſequemment (comme les nombres y appliquez le demonſtrent) F H 20, F E 30, & ainſi d'autres ſemblables, ſi l'eſchelle eſtoit plus longue.

Le requis. Il faut meſurer combien de pieds chaque ligne du triangle A B C eſt longue.

CONSTRVCTION.

Je prens avec un compas la longueur A B, mettant l'un pied ſur un des poincts F, G, H, ou E, à ſçavoir ainſi que l'autre pied vienne entre les poincts D, F, ou ſur un des deux. Poſé doncques que l'un pied mis ſur H, l'autre vienne au quatrieſme poinct de F vers D, ce que le



nombre deſſous H me demonſtre faire 20, leſquels avec les autres 4 font 24; Et les autres lignes eſtant meſurees ainſi, on a le requis.

Juſques icy a eſté parlé de la commune maniere de l'eſchelle; Mais afin que nous en declarions encores quelque commodité; il faut ſçavoir que SON EXCELLENCE en la meſure des lignes & plans ſur papier, auſſi des corps en petit, pour operer par là diſme, qui eſt par nombres entiers ſans rompus, s'eſt accouſtumé d'appeller les longueurs, comme FG, GH, HE, cõmencemens, qui ſont ⊙, tellement que FE fait trois commencemens, & les parties D F primes, comme ①; c'eſt aſſavoir qu'au lieu des degrez, il met dix poincts ſi proches l'un de l'autre qu'on les peut diſcerner par la veuë: Et ſi le compas en meſurant tombe au milieu entre deux poincts, pour icelle moitié ſe comptent 5②; Mais ſi la veuë peut juger ſur la troiſieſme partie de 1①, on eſcrit pour cela 3②, ou 4②, ſelon l'apparence, & ainſi d'autres partitions, par leſquelles SON EXCELLENCE a fait divers meſuremens de grandeurs, comme les ſuivans, avec tant de commodité, faciliré & certitude, que les preuves d'iceux ne lui donnoyent pas peu de contentement.

CONSEQVENCE.

Par ce que nous avons dit icy de la meſure des coſtez du triangle, tout ſe qui ſe meſure par meſure appetiſſee, ou avec des eſchelles, eſt aſſez notoire.

2 Exemple de la meſure des lignes en grand avec des chaines & verges.

Le donné. Soyent les deux poincts A, B, deux marques ſur terre, dont la diſtance doit eſtre meſurée avec une chaine.

CONSTRVCTION.

C'eſt une choſe fort uſitée entre pluſieurs Arpenteurs d'avoir une chaine de fer ou de cuivre (afin qu'elle

A C B

ne s'allonge, comme font les cordes) longue ordinairement de cinq verges, dont les chainons ſe joignent ſelon l'opinion d'un chacun: Mais afin de mettre quelque exemple pour ceux qui n'ont point veu telles chaines, je deſcriray icy une façon qui eſt en uſage, laquelle je ne trouve mauvaiſe. comme la figure ſuivante le demonſtre, ſignifiant un chainon avec encores deux bouts de chainons joincts enſemble avec un petit anneau, eſtant iceluy anneau & les bouts des chainons par où il paſſe bien ſoudez. Il faut ſçavoir auſſi que chaque

chainon

chainon depuis le milieu de l'un petit anneau jusques au milieu de l'autre, sera long justement d'un pied, mais de verge en verge il y a pour distinction un anneau plus grand que les autres. Une telle chaine est legere & forte, & ne s'embrouille pas facilement; & quand on ne s'en sert point, elle se peut plier commodement de la longueur d'un pied.

Quant à la verge, elle est en Hollande de 12 pieds, & chaque pied de 12 poulces, dont les trois, qui sont le quart d'un pied mesure de *Rijnlandt*, sont de ceste longueur.

Joignant ces 12 pieds & poulces qui sont marqnez sur l'un costé de la verge, un autre costé se divise encores en 10 parties egales que nous appellons primes, & chaque prime encore en 10 qui sont secondes.

L'usage de la susdite chaine & verge est tel: Pour aller droit de A jusques à B, on met une marque au milieu, comme C au rayon des marques A, B, selon la doctrine de la 1 proposition du premier livre, puis apres l'Arpenteur va devant avec un bout de la chaine, & fait suivre un autre avec l'autre bout, & fiche à chaque longueur de la chaine, moyennement tenduë, un petit baston, ou cheville, long environ d'un pied ou plus, selon que la chose le requiert, à cause des baures herbes ou semblable empeschement, à laquelle cheville celuy qui suit estant venu, il l'arrache, & l'emporte avec soy. L'Arpenteur a quelquefois de telles chevilles jusques à cinq, quelquefois jusques à dix; puis on prend garde combien de fois elles ont esté rapportées, car chaque fois de cinq fait 25 verges, ou de dix 50 verges. Posé donc que cinq chevilles, en mesurant ceste longueur de AB, ayent esté rapportées cinq fois, il y aura de A jusques à B 125 verges. Et s'il y restoit quelque chose ne montant pas à la longueur d'une chaine, cela se mesure avec la verge: comme pour exemple, restant encores 2 verges, 7 ① 6 ②, la ligne entiere seroit de 127 verges, 7 ① 6 ②; ou si ou veut exprimer les partitions de la verge par pieds & poulces, ou le peut faire aussi.

S'ENSUIT LA MESURE DES LIGNES PAR RAYONS.

Veu qu'il y a une commune maniere de mesurer sans aller au long de la ligne ou chemin, dont on veut cognoistre la longueur, à sçavoir par rayons, lesquelles longueurs on appelle d'un mot usité longueurs inaccessibles, nous en toucherons un mot. A ceste fin on prepare des instrumens mathematiques, les noms desquels combien qu'ils soyent divers, comme Planimetre, Scale altimetre, Quadran geometrique avec la regle fiduciale, Quadran geometrique avec le perpendicle, Rayon geometrique, Holometre, Triquetre, & plusieurs autres, toutesfois ils sont tous des triangles, lesquels par un ou plusieurs costez mobiles se changent diversement en triangles semblables aux grands triangles mesurables, tellement que l'usage de l'un estant bien entendu, il donne assez de cognoissance de tous. Cecy considerè, nous choisirons icy au lieu de plusieurs le Triquette. Et puis que plusieurs personnes conjoignent diversement les parties d'iceluy, chacun selon qu'il luy semble le plus commode à l'usage, leur donnant à chacune un nom, selon qu'il estime que la chose le requiert, j'en diray aussi mon opinion, & retenant ce nom commun Triquette, je declareray la forme & disposition des parties, comme il a esté fait pour SON EXCELLENCE & autres.

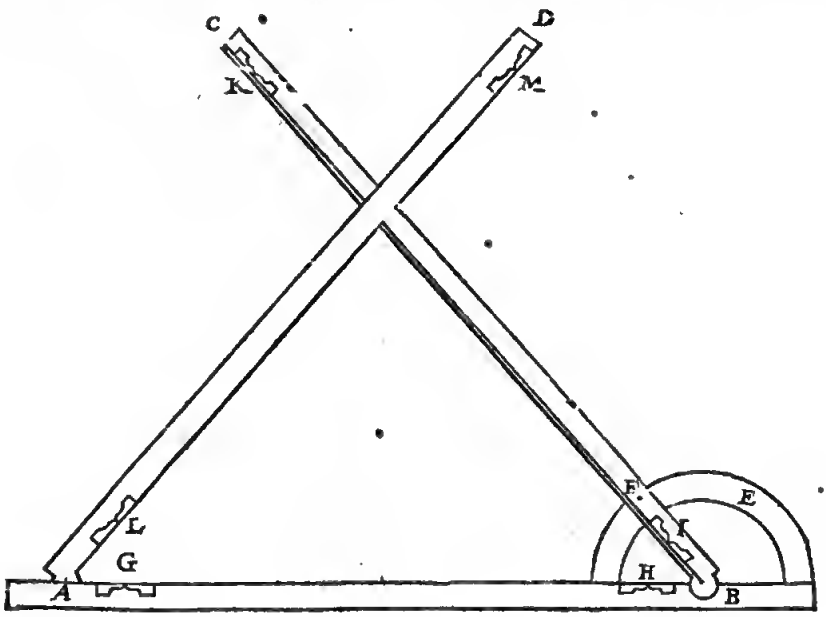
DECLARATION DE LA QUALITE DV TRIQVETRE.

AB, BC, AD sont en la figure suivante trois verges: AB s'appelle base, BC verge dextre, AD verge seneſtre.

L'axe auptes de B, sur lequel tourne la verge dextre, s'appelle axe dextre, l'autre auptes de A, axe seneſtre.

Le demy anneau E avec ces 180 deg. est pour y attacher la verge dextre avec un vis auptes de F, tellement que l'angle ABC demeure ferme en telle position qu'on le desire.

La verge seneſtre AD se coule avec un petit courteur dedans la base AB, là où on la veut avoir, en telle sorte



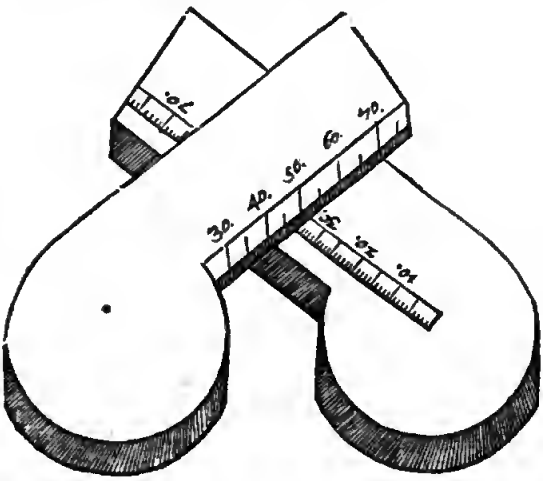
hb 2 que

que le centre de l'axe feneſtre conuienne touſiours ſur le bord de la baſe, contre les bouts des degtez marquez ſur icelle, car la meſme baſe a en ſoy une concauité, dedans laquelle la teſte de la vetge feneſtre coule avec le petit courreut.

La baſe A B eſt auſſi eſpeſſe que les autres deux verges enſemble, & encores d'autant plus que l'eſpeſſeur du bord ſous lequel coule le courteut: Tellement que la vetge feneſtre, quand on ne ſe ſert point de l'inſtrument, ſe peut mettre ſur la verge dextre, pour le tranſportet commodement d'une place à autre.

Il y a encores un eſquiete (dont l'uſage apparoiſtra en ſon lieu) lequel quand oo ne ſe ſert point de l'inſtrument, ſe met en la concauité, dedans laquelle coule le courteur.

Toutes les trois verges & eſquierre ſe diviſent en parties egales auſſi ptes l'une de l'autre que la veuë les peut diſcernet commodement, comme il ſe voit cy-deſſous en forme plus grande. L'expetience mooſtre qu'ainſi ſur un pied de *Rynlandt* on peut mettte quatre eents poincts ou pattitions viſibles: J'ay ptins chaque vetge longue environ de trois pieds de *Rynlandt*: Et pour les rendre plus legeres, la verge dextre & verge feneſtre ſont creuſées par dedans.

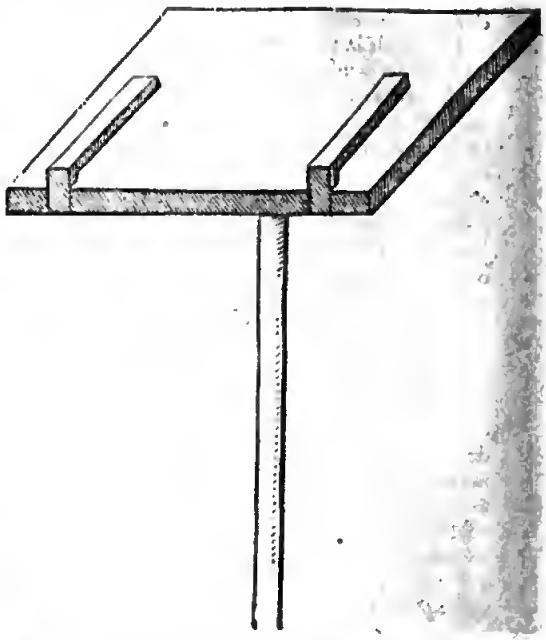


Les verges, afin d'operer ſeurement, doivent eſtre fort droites; on ne les fait point appreſter avec la lime, mais taborter par un meouſier auſſi droites, que l'une eſtant miſe contre l'autre, elles ſe touchent par tout; car le cuivre s'aecommode bien au rabot.

Chaque vetge a deux viſieres, comme au lieu de G, H, I, K, L, M, leſquelles eſtant abbaiſſées, viennent en egale ſuperfiee avec la ſupetfice des vetges, ayant chaeune les partitions qoi y viennent deſſus, & pour les mettre debout, elles tournent ſur certaines carnieres dedans les verges, juſques à ce qu'elles ſoyent à angle droit ſur icelles: Et ſont auſſi limées & creuſées d'un coſté, afin de ne s'abuſer en l'uſage, comme il pouttoit advenir ſi elles eſtoyent droites, ptennant la veuë ſur des coſtez imptoptes.

Ce triquetre ſe met en l'operation ſur un inſtrument ſemblable à celuy qui ſuit cy-apres, lequel eſt une plaoche quarrée large enviró d'un pied, fiché ſur un baſton, comme ordinaitement le plan de la croix Arpentique: Et a deux crochets, ſous leſquels on peut remettre le triquerre avant & atriere d'on & d'autre, & puis le fiebet: Laquelle maniere eſt plus commode en l'uſage, que d'atracher le triquette au baſton, d'autant qu'on peut ainſi plus juſtement appliquer l'axe de la verge dextre & feneſtre ſur le poinct de la ptemiere & ſeconde poſition, ſans qu'il faille remettre ſouvent le pied deça, delà, comme il faudroit faire, faiſant autrement: Toutes leſquelles choſes ſe pourront plus clairement entendre par les exemples ſuivans.

Pour patler maiutenant ſuccinctement de la matiere, on tient que le laton eſt le plus commode pout la pluſpart des inſtrumens mathematiques: & combien que l'or ſoit plus beau, il eſt plus flexible & ſe coutbe aiſement. Outre cela quelque inſtrument d'ot ou d'argent, bien fait eſt en danget d'eſtre rompu en temps de ne-



ceſſité pour s'en aider: le fer s'enrooille; le plomb & l'eſtain ſont trop mols: quant au bois il n'eſt pas ptopte pour des choſes qui doiveot demeurer droites & en meſme eſtat, d'autant qu'il ſe courbe au Soleil, & qu'en temps humide il s'enfle, & teſerre ſi fort quelques parties qui doivent coulet ou tourner, que malaiſement les peut on temuër, leſquelles au contraire en temps ſec, ſorteot & tombent d'elles meſmes: Tellement qu'il ſemble que ce n'eſt point ſans cauſe (comme il a eſté dit deſſus) qu'on tient le latoo pour la plus ptopte matiere; & ce d'autant plus, pource que ceux qui deſirent l'ornemeot, le peuvent dorer à pen de deſpens.

Ayant donc juſques icy declaté la qualité du triquetre, nous viendtons à l'uſage.

Propostiton II.

Par rayons viſuels meſurer des longueurs horizontales inacceſibles.

1 *Exemple d'une longueur meſurable entre l'Arpenteur, & une marque inacceſible, meſurée avec le triquetre.*

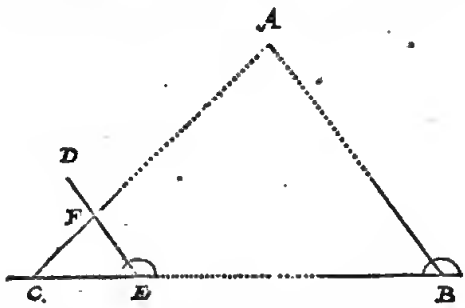
Le donné. Soit A B noe longuent inacceſſible parallele de l'horizon.

Le requis. On vent ſçavoit de quelle longeur elle eſt, ſans allet de là marque B juſques à A.

Con-

CONSTRVCTION.

On doit premierement ſçavoir, qu'il faut deux divers lieux ſur leſquels on ſe tienne en l'operation, qu'on appelle ſtations, les meſmes deux ſtations il faut qu'elles facent un triangle avec le poinct A : à ceſte fin je mets l'axe dextre du triquetre (dont on ſe ſert touſiours en la premiere ſtation) ſur le poinct B, comme premiere ſtation. Je regarde puis apres vers le coſté ſeneſtre par les viſieres de la baſe quelque marque qui y eſt, ou doe j'y fais mettre pour y prendre ma deuxieſme ſtation, comme la marque C, & la baſe demeurant alors ainſi immobile, je tourne la verge dextre devers A, juſques à ce que par les viſieres d'icelle je voye la marque A: Ce qui eſtant ainſi, je ſerre la verge dextre avec le vis bien ferme ſur le demi cercle, tellement que l'angle qu'elle fait avec la baſe, demeure le meſme. Je porte puis apres le triquetre à la deuxieſme ſtation C, & en venaot je meſure la longueur B C, que je trouve par exemple de 150 verges. J'adjouſte puis apres l'axe ſeneſtre droit ſur le poinct de la marque C; & demeurant le ſuſdit angle de la baſe & de la verge dextre, qui ſoit icy D E C touſjours le meſme : Je remets puis apres la verge ſeneſtre, je prens, ſur 1000 ⊙ de la baſe, à ſçavoir ſur un lieu commode, tellement que puis apres on eo a un grand & remarquable triangle : Apres je tourne la baſe vers la marque B de la premiere ſtation (pourveu que l'axe ſeneſtre demeure ſur le poinct de la marque C) juſques à ce que je voye par la viſiere d'icelle la marque B. Or la baſe & la verge dextre demeurant ainſi immobile; je tourne la verge ſeneſtre juſques à ce que je voye par les viſieres d'icelle la marque A, & alors la verge dextre ſe coupe de la ſeneſtre au poinct F; tellement que F E fait,



je prens, 700 ⊙. Ce qui eſtant ainſi, le petit triangle C E F eſt ſemblable au graod triangle C B A, car F E eſt parallele avec A B : Parquoy je dis, C E 1000 ⊙ doone E F 700 ⊙, combien C B 150 verges? (il a eſté meſuré autant en venant comme il eſt dit deſſus) vieot pour la loogueur tequiſe de B A 105 verges.

DEMONSTRATION.

Le petit triangle C E F eſt ſemblable au grand triangle C B A, parquoy leurs coſtez E C, E F, homologues avec B C, B A ſont proportionaux : parquoy comme E C 1000 ⊙, à E F 700 ⊙, ainſi B C 150 verges, à B A 105 verges : B A doncques fait 105 verges.

NOTEZ.

Si oo vouloit ſçavoir enſemble la longueur de C juſques à A, on prendroit garde ſur les parties de la verge ſeneſtre entre C & F : Prenant doncques qu'il y ait 800 ⊙, je dis, C E 1000 ⊙, donne C F 800 ⊙, combien C B 150 verges? vient pour C A 120 verges.

Si on eut voulu trouver la longueut A B ſans faire aucun compte, on eut remis le pole de la verge ſeneſtre ſur 150 ② de la baſe, & alors les parties meſmes de la verge dextre ſans tenir aucun compte ſignifieront autant de verges. Mais ainſi on ne peut avoir les plus grands triangles qui peuveor venir ſur le triquetre, par où l'iſſuë eſt plus incertaine : Parquoy qoi veut operer plus ſeurement, prendra les plus grands triangles, leſquels il peut avoir commodement ſur le triquetre, & cercher le requis par regle de trois comme deſſus.

Si la verge ſeneſtre en la mettant vers A, ne pouvoit toucher la verge dextre, on l'avancera auſſi pres de la dextre juſques à ce qu'elle la puiſſe toucher.

Quand la verge dextre eſt adjouſté en la premiere ſtation ſur A, ſi alors on vouloit joiodre enſemble icelle verge & la baſe, ſans y viret la verge dextre cootre le demi cercle, & ſans eſtre contraint de garder l'angle trouvé, comme D E C, en icelle poſition; ce qui vient à propos, & eſt requis quand on veut troover diverſes longueurs en allant ſeulement une fois vers la deuxieſme ſtatioo, dont nous parlerons incontinent. Au ſecond, les ſtations qui ſont loing l'une de l'autre, comme de trois ou quatre heures de chemin, ce qui advient en la deſcription des cartes geographiques, là où il ſeroit moleſte de porter ſi loing iceluy angle ſans le changer : Auſſi pour voir ſi un angle ainſi tranſporté n'eſt pas changé, ou ſemblable : On ſe peut ſervir de deux diverſes manieres pour faire telle choſe : l'une, il faut prendre garde ſur quel degré & parties du degré qui ſont au demi cercle, vient la verge dextre en la premiere ſtation, la mettant derechef là deſſus quand on vient à la ſeconde. L'autre maniere qu'on peut tenir poor plus ſeure encores, eſt telle : Pour trouver derechef eorierement l'angle B, quand on vient au lieu de la ſeconde ſtation C, on mettra quelque poinct de la verge ſeueſtre, je prens le 800 ⊙, ſur qoelque poioct de la verge dextre, où il peut venir commodement, par exemple ſor le 700 ⊙, je voy auſſi ſous quel poinct de la baſe vient le centre de l'axe ſeneſtre, je prens ſur le 900 ⊙, leſquels nombres on mettra tous trois par memoire, car eſtant venu au lieu de la deuxieſme ſtation, & rejoignant les poincts derechef ainſi, on a le premier angle.

Si avec deux ſtations ſeulement on vouloit trouver diverſes longueurs, tant par derriere que par devant, la maniere de l'operatioo eſt manifeſte par le precedent.

2. Exemple par computations de triangles plats.

Pource que SON EXCELLENCE prend un ſingulier plaiſir au tres-admirable, grand & commun uſage des triangles plats & ſpheriques en beaucoup d'operations mathematiques qui ſe rencontrent, il a fait joiudre icy ceſt exemple & quelques ſuivans : Soit encores à meſurer la longueur inacceſſible A B : Pour ceſte fin je prens quelque ioſtrument, par lequel on meſure ſeulemeot les degrez d'un aogle propoſé, comme une croix d'Arpenteur, avec ſa regle fiduciale, ou autre ſemblable : Par cela trouvée la grandeur des deux angles A B C, A C B, & eſtant meſurée la ligne entre les deux ſtations B, C, le triangle A B C a trois termes cogous, avec cela trouvé le coſté requis A B par la 4 propoſition des triangles plats. Encores y a-il icy à conſideret, que tant ſelon l'autre maniere avec le triquetre, que ſelon ceſte-cy, qu'il faut qu'il y aye le compte d'une regle de trois.

Autre exemple ſans inſtrument mathematique.

Soit à meſurer la longueur inacceſſible depuis A juſques à B : Pour y paryenir je mets en B une marque, & meſure de B juſques à C quelque ligoe, auſſi longue,

ou plus longue pluſtoſt, que AB, ſi le lieu le permet, que plus courte : Soit de 20 verges, puis je mets en C une marque, entant que C, B, A, ſoyent en un droit rayon : je meſure puis apres de C juſques à D autresfois 20 verges, mettant à D une marque, & tellement que CD vienne preſque à angle droit ſur AC, puis apres de D juſques à E de tecchef 20 verges, mettant une marque en E, & tellement qu'à l'œil DE ſoit preſque parallele avec BC : Puis apres je meſure de B vers E autres-

fois 20 verges, leſquelles ſi elles tomboient par accident juſtement ſur E, ce qui advient rarement, on laiſſe la marque E en ſa place, mais y ayant un peu de difference, on la met antant en arriere ou avant que la meſure tequiert : Finalement je mets la marque F en telle ſorte, qu'elle ſoit droitement au rayon FEA, & auſſi au rayon FDC : Cecy eſtant ainſi, je meſure FD, & dis, FD donne DE 20 verges, combien EB 20 verges ? Ce qui en provient eſt pour la requiſe BA : Pource que le triangle FDE eſt ſemblable au triangle EBA, pourtant les deux coſtez FD, DE, ſont proportionaux avec leurs homologues EB, BA.

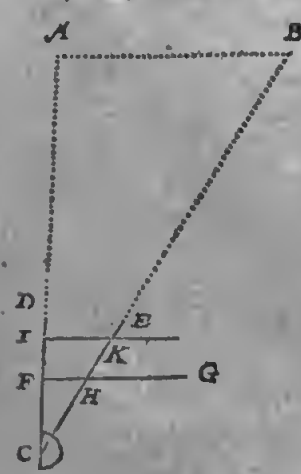
3 *Exemple d'une longueur meſurable entre deux marques inacceſſibles.*

Le donné. Soit AB une longueur inacceſſible.

Le requis. On veut ſçavoir quelle longueur elle a ſans venir à aucune des marques A, B.

Construction.

Je mets en quelque lieu commode un poinct comme C, & meſure combien il eſt diſtant de A & B ; & trouve, je prens, par le premier exemple, GA 500 pieds, CB 600 pieds, leſquelles deux longueurs eſtant cognuës, je mets l'axe dextre ſur le poinct C, la baſe CD vers A, & la verge dextre CE vers B, je recule puis apres la verge feneſtre FG, tellement qu'entre l'axe feneſtre F & l'axe dextre C ſont 5000 ①; je mets puis apres icelle verge feneſtre ſur les 600 ① H, de la verge dextre



CE : Ce qui eſtant ainſi, de F juſques à H ſont, je prens, 300 ①, par où je conclus que AB fait 300 pieds.

Mais ſi pour plus grande certitude on veut prendre un plus grand triangle que CFH, on peut faire venir le centre de l'axe feneſtre F plus devers D, je prens, ſur 800 ◎ comme juſques à I, & dite CA 500 pieds donnent CB 600 pieds, combien 800 ◎ ? vient 960 ◎ ; parquoy de C vers E, & comptant autant de ◎, leſquels viennent, je prens, juſques à K, & la verge feneſtre miſe de I juſques à K, les partitions IK ſont adonc, je prens, 480 ◎ : Pour ſçavoir maintenant combien de pieds elles ſignifient, je dis CI 800 ◎, donnent IK 480 ◎, combien CA 500 ? vient pour AB 300 pieds. Ou autrement CK 960 ◎ donnent IK 480 ◎, combien CB 600 pieds ? vient pour AB comme deſſus 300 pieds.

Demonstration.

Ven que IC a telle raiſon à KC, comme AC à AB, & que l'angle ICK & ACB eſt tout un meſme, les deux triangles ICK, ACB ſont ſemblables, & leurs coſtez homologues proportionaux, à ſçavoir comme CI 800 ◎, à IK 480 ◎, ainſi CA 500 pieds, à AB 300 pieds.

Notez.

Si on veut depeſcher ce troiſieſme exemple par computations des triangles plats, on trouve les deux lignes AC, & BC, par le premier exemple, & l'angle ACB ſe cognoiſt actuellement au lieu de C : Tellement que le triangle ABC a trois termes cognus, avec leſquels cerché le coſté incognu AB, il ſe trouve par la 6 propoſition des triangles plats.

Concluſion. Nous avons donc meſuré par rayons viſuels des longueurs horizontales inacceſſibles, ſelon le requis.

Proposition III.

Meſurer par rayons viſuels des hauteurs & profondeurs inacceſſibles.

1 *Exemple de la meſure des hauteurs à angle droit ſur l'horizon.*

Le donné. Soit AB une hauteur inacceſſible à angle droit ſur l'horizon.

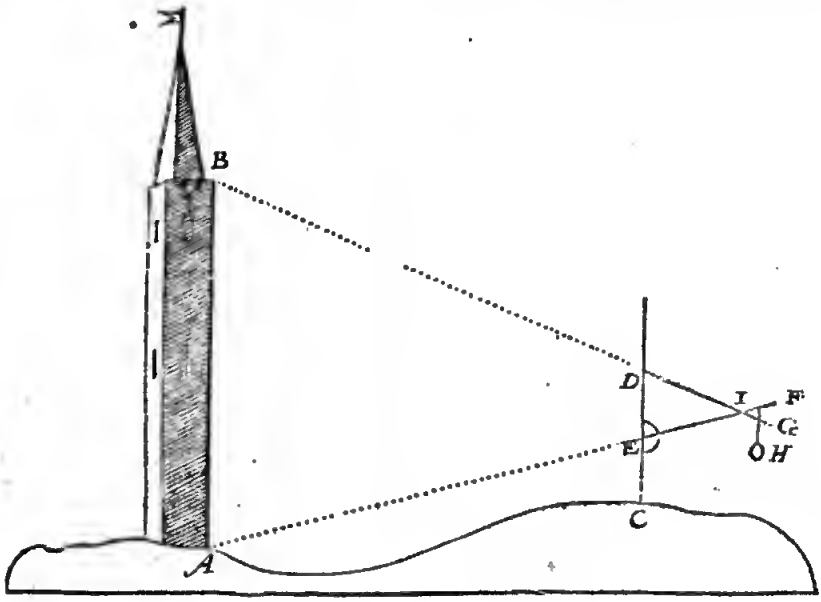
Le requis. On veut ſçavoir de combien de pieds AB eſt long, par rayons viſuels avec le triquette.

Construction.

Je mets en quelque lieu commode comme C, la baſe droitement debout par un perpendicle : Je voy puis apres par les viſieres de la verge dextre EF le poinct A, & je fiche là icelle verge ferme avec le vis contre le demicercle, j'eſleve puis apres la verge feneſtre DG auſſi haut, que par ſes viſieres je voye le poinct B : Mais afin qu'icelle verge DG demeure à chaque fois ferme là où on la met, il y a au bout d'icelle un perpendicle, comme H ; tellement qu'avec le fil faiſant un tour deſſus la verge dextre, elle tient la verge feneſtre en telle place qu'on la met. La verge feneſtre DG eſtant ainſi qu'on void au travers de ſes viſietes le poinct B, & par les viſieres de la verge dextre le poinct A, elles s'entrecoupent l'une l'autre, je prens, au poinct I : Ce qui eſtant ainſi, je meſure la longueur de I juſques à A, avec une meſure, comme une chaine ou verge, ſi j'y puis venir ; mais ſi pour quelque empeſchement d'eau, maiſons, ennemis, ou choſes ſemblables on ne pouvoit meſurer ainſi la longueur de I juſques à A, on la trouvera par une

ſeconde

ſeconde ſtation, ſelon la doctrine de la 2 propoſition: Icelle ſe trouve, je prens, de 275 pieds. Je voy puis apres combien il y a de degrez ſur la verge E F, de E juſques à I ſe trouvent, je prens, 1100 ◎, & ſur la baſe entre E & D, 800 ◎; pourtant je dis I E 1100 ◎ donnent E D 800 ◎, combien I A 275 pieds? vient pour la hauteur de A juſques à B, ou ce qui eſt le meſme pour la profondeur de B juſques à A, 200 pieds.



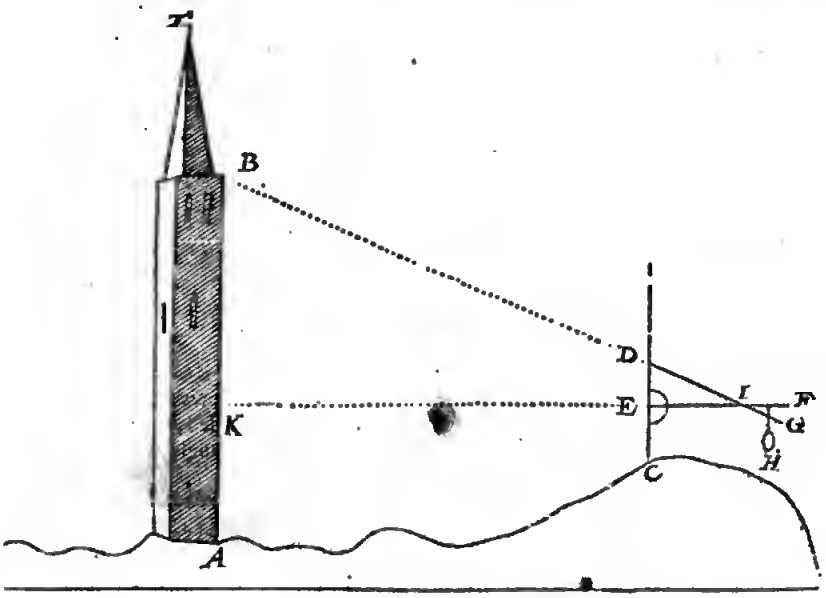
chent conſequemment plus pres en bas qu'en haut) parquoy le triangle D E I eſt ſemblable au triangle B A I: & par conſequent comme I E 1100 ◎, à E D 800 ◎, ainſi I A 275 pieds, à A B 200 pieds; A B doncques fait 200 pieds.

DEMONSTRATION.

Veu que A B & E D ſont toutes deux à angle droit ſur l'horizon, on les tient en tels exemples mechaniques pour paralleles (je dis en tels exemples mechaniques, car à proprement parler, & ſelon la maniere theorique, elles ne le ſont point, d'autant qu'eſtant aſſez produites, elles s'aſſemblent au centre de la terre, & s'appro-

NOTEZ I.

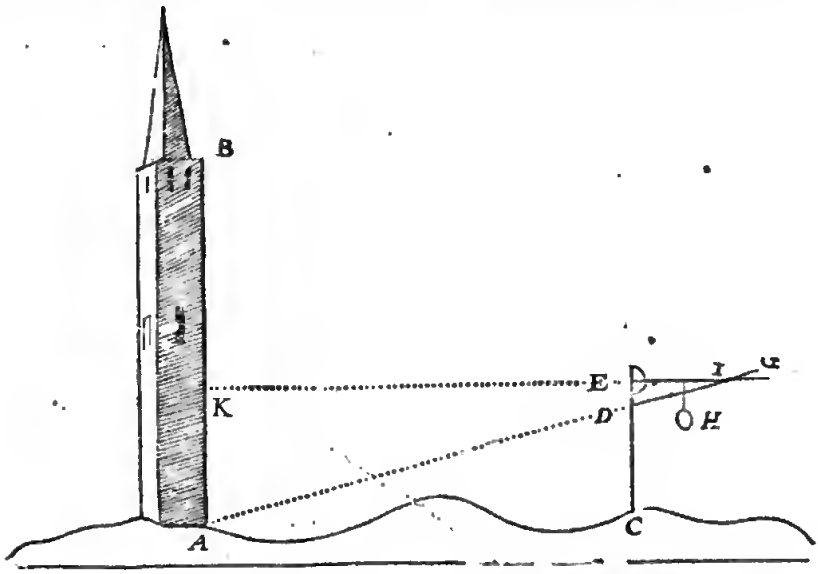
Si on vouloit ſçavoir de combien le poinct B eſt plus haut que le poinct I; On mettra la verge dextre à angle droit ſur la baſe, & le poinct qu'on voit convenir alors



en la ligne A B par les viſieres de la verge E F, ce que je prens eſtre K, eſt en la meſme hauteur de E: Parquoy ayant trouvé ſelon la doctrine du premier exemple, la longueur K B, comme la figure d'iceluy le monſtre, on parvient au requis.

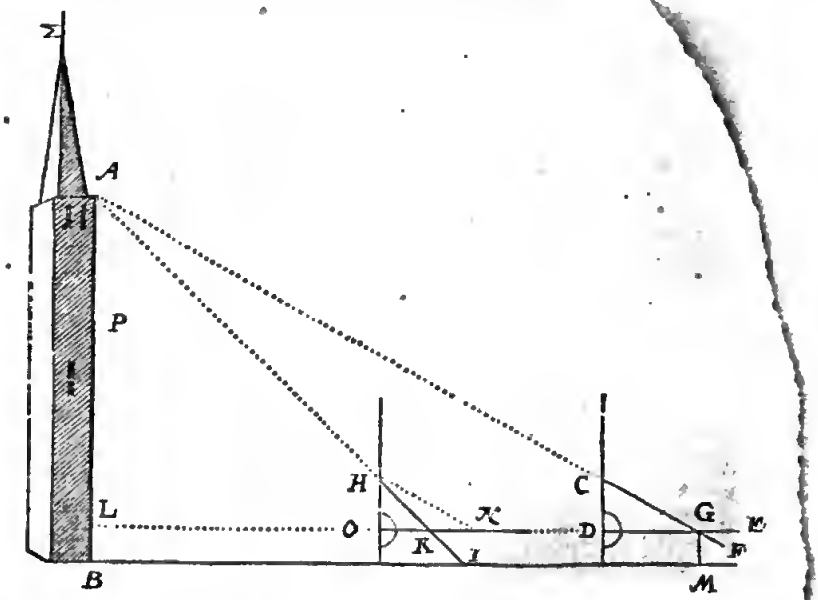
NOTEZ II.

Mais pour trouver la profondeur K A, on menera la verge droit en haut, la mettant à angle droit sur la base, & puis en faisant selon la precedente doctrine, & comme la figure suivante le demonstre encores plus apertement, on parvient au requis.



NOTEZ III.

Nous avons dit cy-devant, que quand la longueur entre le Mesureur & la hauteur mesurable, ne se peut mesurer par mesure y appliquée, à cause de quelque empeschement qui est entre deux, qu'on la trouvera par une seconde station selon la doctrine de la 2 proposition, laquelle seconde station il faudroit prendre



de coſté ſeneſtre ou dextre : Toutesfois ven qu'il y a une autre maniere plus aiſée pour meſurer la hauteur par deux ſtations, qui ſont en meſme plan avec la longueur meſurable, nous la declarerons.

Le donné. Soit encore à relle fin A B une hauteur inaeceſſible à angle droit ſur l'horizon.

Le requis. On vent ſçavoir de combien de pieds A B eſt long.

CONSTRVCTION.

Je mets la baſe C D tout droit debout, & la verge dextre D E là deſſus à angle droit comme devant, apres l'axe ſeneſtre C ſi haut & ſi eloigné de l'axe dextre D, que j'aye un grand triangle, ce qui peut advenir, je prens, ſur 550 ⊙.

Puis apres ayant regardé ſur la verge ſeneſtre C F, le ſommet A, elle coupe D E en G, je prens, ſur 1000 ⊙.

Je viens puis apres à la deuxieſme ſtation, que je prens en telle ſorte, qu'elle ſoit avec la premiere & la hauteur meſurable en un meſme plan ou rayon viſuel, reſſemblement auſſi que la verge dextre vienne en

la meſ-

la meſme hauteur comme devant, & laiſſant les deux poles l'une de l'autre e la meſme longueur de 550 ⊙, premiet en l'ordre, je voy autrefois le ſommet A ſur la verge feneſtre HI, laquelle coupe alors la verge dexte en K, je ptens, ſur 560 ⊙.

Iceux ſouſtraicts de 1000 ⊙, deuxieſme en l'ordre, teſte 440 ⊙.

Je meſure puis apres la longueur entre les deux ſtations GK, la trouvant, je pteos, de 40 pieds.

Je dis puis apres 440 ⊙, qnatrieſme en l'ordre, donne CD 550 ⊙ premier eo l'ordre, combien GK 40 pieds, cinquieſme en l'ordre? vient AL 50 pieds.

Et y adjouſtant la hauteur GM, egale à LB, faiſant, je prens, 5 pieds.

Vient pour la hauteur requiſe AB 55 pieds.

Preparation. Soit tiré HN ſur les ſuſdits 1000 ⊙ de la verge dexte, qui eſt parallele avec CG, ou avec AG, & ſoit O le pole de la verge dexte de la deuxieſme ſtation.

DEMONSTRATION.

Veu que HN eſt parallele avec AG par la preparation, & HK en AK, le petit triangle HKN eſt ſemblable au grand AKG, & conſequemment (veu que HO eſt auſſi parallele avec AL) l'entiet petit triangle HON, ſemblable avec le grand entiet ALG, dont les lignes KN, HO, eſtant avec KG, AL homologues, KN 440 ⊙ a telle taiſon à HO 550 ⊙, comme KG 40 pieds à AL 50 pieds: AL doncques fait 50 pieds, qui avec les 5 LB font 55 pieds pour AB.

NOTEZ.

La raiſon pourquoy on ne peut trouver ſelon ceſte plus courte maniere d'operation les longueurs horizontales, comme celles de la 2 propoſition, eſt que la hauteur requiſe, comme AB, eſt icy touſiours parallele avec la baſe du triquette; car elles ſont toutes deux à angle droit ſur l'horizon: Mais en la longueur horizontale, la longueur meſurable n'eſt que parallele avec la baſe par accident, dont le Meſureur n'a ny cognoiſſance ny certitude, ſi ce n'eſtoit que le lieu permiſt de faire ce que nous ditons mainteuant. Soyent A, P deux marques ſur la campagne, & poſe le cas que le lieu me permette de pouvoir venir au rayon de AP, comme au lieu de L: Ce qui eſtant ainſi, on ptendra au rayon LE à angle droit ſur AL, deux ſtations, comme au lieu de G & K, appliquant le triquette comme il y eſt, à ſçavoir avec la baſe vers le meſurable, & à angle droit ſur LE, le teſte comme deſſus; car comme ceſte figure matquée ſur du papier, ſoit qu'elle ſe tienne debout, ou qu'elle giſe plate ſur l'horizon, a tout une meſme raiſon; ainſi le plan dedans lequel s'imagine la meſure ſur la campagne, s'il vient à angle droit ſur l'horizon, ou non, a les meſmes ſpeculations.

Notez qu'encore bien qu'il ſoit libre de prendre la deuxieſme ſtation plus ptes ou plus loing du meſurable que la premiere; toutesfois il eſt meilleur de ptendre icelle deuxieſme ſtation plus ptes, comme il a eſté fait deſſus, à cauſe qu'ainſi en la premiere ſtation on peut ptendre le plus graod triangle qui peut venir ſur le triquette, ce qui autrement ne viendroit pas ainſi.

S'il y avoit une hauteur à meſurer, dont le poinct inferieur fuſt plus haut que la veuë du Meſureur, comme je prens la hauteur AP, on trouveroit premieremeot la hauteur AL, comme deſſus, puis apres de meſme façon PL, laquelle ſouſtraire de AL, reſte la requiſe AP: Par le contraire d'iceluy ſe peut auſſi entendre comment on fera quand le plus haut poinct de la longueur meſurable eſt plus bas que la veuë du Meſureur.

2 Exemple par computation des triangles plats.

Soit encore icy requiſe la hauteur KB de la figure en la premiere note: à ceſte fin on meſure avec quelque inſtrument commode à cela l'angle BIK, apres l'angle BKI eſt droit, & le coſté IK meſuré: Tellement que le triangle BKI a trois termes cognus, avec iceux cerché la requiſe BK, elle ſe trouve par la 4 propoſition des triangles plats.

Et comme on a trouvé icy, par computation des triangles plats, la hauteur BK, ainſi il eſt notoire comment ſe trouvera la profondeur KA eo la deuxieſme note.

Mais ceſte profondeur KA de la deuxieſme note adjouſtée à la hauteur KB de la premiere note, il eſt notoire comment on trouve par computation des triangles plats la hauteur AB de la premiere figure du premier exemple.

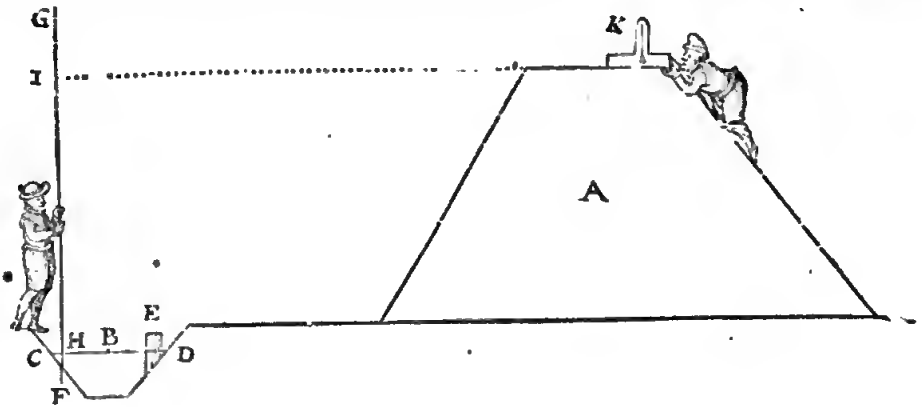
Pour avoir maintenant, par computation des triangles plats, la hauteur LA en la figure de la troiſieſme note, à iceux ſont trouvez deux angles AGK, AKG, du triangle AKG, eſtant complement de demicercle de l'angle trouvé AKL, & le coſté GK eſt meſuré actuellement; de ſorte que le triangle AKG a trois termes cognus, avec leſquels cerché la ligne AK, elle ſe trouve par la 4 propoſition des triangles plats: Icelle eſtant trouvée, le triangle AKL a trois termes cognus, à ſçavoir joignant le coſté AK, encores l'angle AKL, & l'angle droit AKL, avec iceux cerché le coſté requis LA, il ſe trouve par la 3 ptopoſition des triangles plats.

3 Exemple de la maniere uſitée pour meſurer les digues & remparts.

Il advient ſouvent aux païs diguez, & auſſi en des forts, qu'il eſt neceſſaire de ſçavoir la hauteur des digues, remparts, & boullevards, tant en la continuelle repatation, qu'en l'approbation quand ils ſont nouvellement faits. Or puis que nous ttaitons icy de la meſure des hauteurs, nous declaretons auſſi la maniere dont oo ſe ſert en Hollande, à cauſe qo'elle contieot quelque commodité & facilité. Soit à icelle fin A, une digue ou tempart, B le foſſé, CD la ſuperieure ſuperfice de l'eau du foſſe, E un pieu, ſur lequel on compte la hauteur de la digue, eſtant, je ptens, un pied hors de l'eau lors qu'on veut meſurer la hauteot de la digue: Et faut que la digue ſoit par tout haute, je ptens, de 15 pieds au deſſus du ſuſdit pieu.

Or pour meſurer ceſte hauteur commodement, on prend un long baſton comme FG, mettant une matque H pres du bout d'enbas environ un pied ou demi pied deſſus F, puis aptes on meſure de H juſques à I 16 pieds (à ſçavoir 15 pour la hauteur de la digue, & un pied que le pieu eſt hors de l'eau) coupant en I une crenne, & mettant quelque marque viſible là deſſus comme un mouchoir entortillé, attaché en forme d'anneau qu'on peut hauſſer & baiſſer: Aptes quelqo'un met ce baſtoo FG au botd du foſſé auſſi avant en tette, que la marque H touche l'eau: Puis apres il y a une autre perſonne ſur la digne avec le triquetre K, dont la verge dexte eſt fichée à angle droit ſur la baſe contte le demicercle, & par l'aide d uo perpendicle il le met à angle droit ſur l'horizon, puis apres il voit au long des viſietes de la baſe, s'il voit convenir avec cela la marque I,

que I, la digue a en iceluy endroit ſa denë haureur: Mais ſi elle y eſtoit plus baſſe, & qu'on voulut ſçavoir de combien, alors l'autre perſonne remuë la marque I plus bas & plus haut jnſques à ce qu'elle accorde avec le rayon, & d'autant qu'on voit alors la marque I baiſſee, il faut que la digue en ceſt endroit ſoit bauſſee d'autant.



Or doncqnes veu que l'eau d'iceluy foſſé eſt egalement hante par tout, (ſi ce n'eſt lors qu'il fait fort grand vent, ce qu'il faut bien conſiderer en tel affaire) on trouve par ce moyen en tous lieux avec peu de peine grande certitude, & bien commodement la deuë hauteur de la digue pour l'entrerenir.

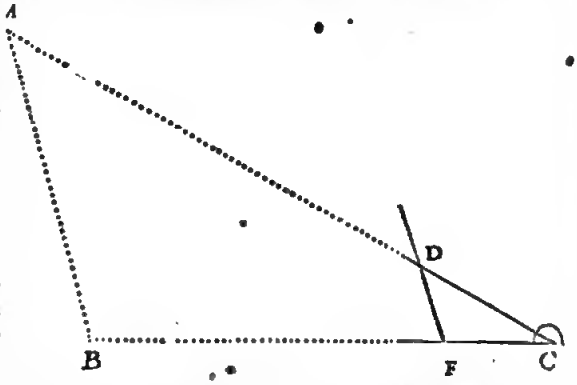
Notez encores qu'au lieu du triquetre que nous avons mis par exemple, on ſe ſert ordinairement d'un eſquierre à plomb, ou autrement d'un cercle pendant avec la regle fiduciale miſe parallele de l'horizon, par lequel la maniere de l'operation eſt tout de meſme: mais il faut icy encor noter, que la haureur de l'œil juſques à la digue doit eſtre ſouſtraite de la meſure trouvée.

Il eſt auſſi en uſage de prendre la hauteur I ſans aucun inſtrument, à ſçavoir qu'au long du ſommet de la digue on voit eonvenir ceſte marque I avecqnes l'apparente conjonction du ciel & de la terre, ce qu'on appelle en ce païs la matque celeſte; il faut ſçavoir toutesfois qu'on ne ſe ſert de telle marque celeſte, que là où la terre d'alentour, auſſi loing que la veuë s'eſtend, eſt du tout platte, ou bien de l'eau, ſans montagnes, arbres, ou elevation, en quoy pour des raiſons cognuës la regle n'auroit point lieu.

Mais SON EXCELLENCE voulant voit ſi en ceſte maniere il y a parfaite certitude, pour recercher telle choſe, il l'eſprouva par pluſieurs exemples: Mais veu que ces exemples ſemblent plus proprement membres de la Geogtaphie, ils ſont appliquez en la Geogtaphie, là où il appert qn'en des grandes hauteurs, & lieux fort eſloignez, il y a grande difference entre la meſure par la ſuſdite marque celeſte, & l'autre maniere.

4 *Exemple de la meſure des hauteurs à angle oblique ſur l'horizon.*

Les exemples de la 2 propoſition ont eſté des longueurs meſurables horizontales, & de ceſte 3 propoſition juſques icy des hauteurs à angle droit ſur l'horizon: Mais pour parler auſſi de celles qui ſont à angle oblique ſur l'horizon, il faut ſçavoir que la maniere de les meſurer eſt ſemblable à celle des longueurs horizontales du 1 exemple; car le plan tendant par les trois poincts (à ſçavoir des deux ſtarions & le meſurable) s'il eſt parallele de l'horizon ou non, cela ne cauſe point de changement en la meſure: Toutesfois afin d'en dire quelque choſe par exemple, ſoit A B une longueur à angle obliqne ſur l'horizon ainſi qu'il advient.



Pour la cognoiſtre, ſoit C la premiere ſtation, & par quelque autre deuxieſme ſtation C B ſe trouve long, par exemple, de 180 pieds, C A de 240 pieds. Je prens puis apres l'angle A C B entre la verge dextre C D & la baſe C F, apres je prens l'extremité de la verge dextre, ſur quoy la verge ſeneſtre peut commodement faire un triangle, ce qui vient, par exemple, ſur D de la verge dextre, tellement que C D fait 120 ◎. Puis apres je dis, C A 240 pieds, donnent C B 180 pieds, combien C D 120? vient 90 ◎: Parquoy prenant ſur la baſe 90 ◎, comme de C juſques à F; & ſur le meſme poinct F appliqué l'axe ſeneſtre, & la verge ſeneſtre apportée de F juſques à D, alors F D ſe trouve long, je prens, de 60 ◎: Maintenant je dis C F 90 ◎, donnent F D 60 ◎, combien C B 180 pieds? vient pour la requiſe A B 120 pieds: Ou autrement on pourroit dire C D 120 ◎, donnent D F 60 ◎, combien C A 240 pieds? vient pour A B, comme deſſus, 120 pieds: Dont la demonſtration eſt manifeſte, car veu qu'il faut que F D ſoit parallele avec B A, le triangle D F C eſt ſemblable avec A B C, & leurs coſtez homologues ſont proportionaux.

Concluſion. Nous avons doncques meſuré par rayons viſuels des hauteurs & profondeurs inacceſſibles, ſelon le requis.

S'EN-

S'ENSUIT LA MESURE DES LIGNES PAR D'AVTRES LIGNES COGNVES.

Veu qu'au livre des triangles plats eſt declarée la regle generale de l'invention de trois termes incognus d'un plan rectiligne par les autres cognus, nous ne deſcrivons point icy d'exemples de lignes, qui ſelon ceſte maniere ſe trouvent par d'autres lignes & angles donnez. Mais veu qu'en la meſure par deux ſtations, nous rencontrons ſix certaines lignes, dont par cinq cognuës on trouve la ſixieſme incognuë, nous en parlerons en la 5 propoſition, deſcrivant premierement la 4 propoſition traitant de l'invention de la perpendiculaire, & de leurs deux baſes de perpendiculaire, car combien que cela meſme ſoit comprins en partie en la 8 propoſition des triangles plats; toutesfois puis que la perpendiculaire ſe tire là par regle generale touſiours ſur le plus long coſté, & qu'icy elle ſe peut rencontrer tombant ſur les autres coſtez, nous en deſcrirons la 4 propoſition ſuivante.

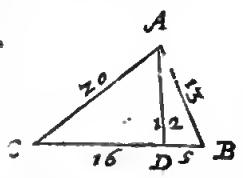
Notez encor que les operations ſuivantes la 5 propoſition different des operations par triangles plats en cela, qu'elles peuvent en leurs ſolutions eſtre entierement accomplies par nombres radicaux, ce qui aux autres n'advient pas ordinairement ainſi.

PROPOSITION IV.

PAr les trois coſtez cognus d'un triangle, trouver les deux baſes de perpendiculaire, & la perpendiculaire.

1 *Exemple où la perpendiculaire tombe dedans le triangle.*

Le donné. Soit A B C un triangle dont le coſté A B fait 13, B C 21, A C 20, auquel eſt tirée la perpendiculaire A D, tombant dedans le triangle ſur la baſe B C, la diviſant aux baſes de perpendiculaire D C, D B, leſquelles nous appellons baſes de perpendiculaire, d'autant que ce ſont deux baſes ſur leſquelles repoſe la perpendiculaire : *Euclide* en la 12 & 13 propoſition de ſon deuxieſme livre, ne leur donne pas de propre nom defini, mais quelques autres les ont appellé en Latin *caſus*.



Le requis. Il faut trouver combien ſont les baſes de perpendiculaire D B, D C, enſemble la perpendiculaire A D.

CONSTRVCTION.

Le quarré de la baſe C B 21 eſt	441.
Adjouſté le quarré du coſté dextre A B 13 faiſant	169.
Font enſemble	610.
D'iceux ſouſtrait le quarré du coſté ſeneſtre A C 20 faiſant	400.
Reſte	210.
La moitié	105.
Iceux diviſés par C B 21, vient pour la baſe de perpendiculaire dextre requiſe D B	5.
Iceux ſouſtraits de C B 21, reſte pour la baſe de perpendiculaire ſeneſtre requiſe D C	12.

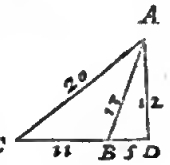
Mais puis que A D C eſt un triangle rectangle, dont les deux coſtez A C, C D ſont cognus, le troiſieſme coſté A D, qui eſt la perpendiculaire requiſe, ſe cognoit par la 47 propoſition du premier livre *d'Euclide*, laquelle ſera 12.

DEMONSTRATION.

Les deux quarrez A B, B C ſont enſemble autant plus grands que le quarré de A C, comme deux fois le rectangle comprins ſous C B & B D, par la 13 propoſition du deuxieſme livre *d'Euclide*. Mais iceux deux quarrez ſont enſemble 210 plus grands que le quarré de A C, comme il appert au cinquieſme en l'ordre; pourtant deux rectangles comprins ſous C B & B D ſont enſemble 210, & conſequemment un angle droit comprins ſous C B & B D fait la moitié de 210, qui eſt 105 : Mais l'un coſté d'iceluy angle droit, comme B C, eſt cognu, faiſant 21; parquoy diviſe 105 par 21, le quotient 5 eſt pour l'autre coſté B D. Le teſte de l'operation eſt manifeſte.

2 *Exemple où la perpendiculaire tombe hors du triangle.*

Le donné. Soit A B C un triangle dont le coſté A B fait 13, B C 11, A C 20, là où eſt tirée la perpendiculaire A D tombant hors le triangle ſur la produite C B, faiſant deux baſes de perpendiculaire D C, D B.



Le requis. Il faut trouver combien ſont les deux baſes de perpendiculaire D C, D B, enſemble la perpendiculaire A D.

CONSTRVCTION.

Le quarré de la baſe C B 11 eſt	121.
Adjouſté le quarré du plus petit coſté des autres deux, comme A B 13, faiſant	169.
Font enſemble	290.
Iceux ſouſtraits du quarré du plus grand coſté A C 20 faiſant	400.
Reſte	110.
La moitié	55.
Iceux diviſez par la baſe C B 11, vient pour la plus petite baſe de la perpendiculaire requiſe B D	5.
Iceux adjouſtez à C B 11, vient pour la plus grande baſe de la perpendiculaire requiſe D C	16.

Mais puis que A D C eſt un triangle rectangle, dont les deux coſtez A C, C D ſont cognus le troiſieſme coſté A D, qui eſt la perpendiculaire requiſe, ſe cognoiſt par la 47 propoſition du premier livre *d'Euclide*, laquelle ſera 12.

DEMONSTRATION.

Le quarré de A B avec le quarré de B C eſt autant plus petit que le quarré de A C, comme deux fois le rectangle comprins ſous C B & B D par la 12 propoſition du deuxieſme livre *d'Euclide*. Mais iceux deux quarrez ſont enſemble 110 plus petits que le quarré de A C, comme il appert au cinquieſme en l'ordre; parquoy deux rectangles, chacun comprins ſous C B & B D ſont 110, & conſequemment un rectangle comprins ſous C B & B D fait la moitié de 110, qui eſt 55 : Mais l'un coſté d'icelny rectangle, comme B C, eſt cognu, faiſant 11; parquoy diviſe 55 par 11, le quotient 5 eſt pour l'autre coſté B D. Le teſte de l'operation eſt manifeſte.

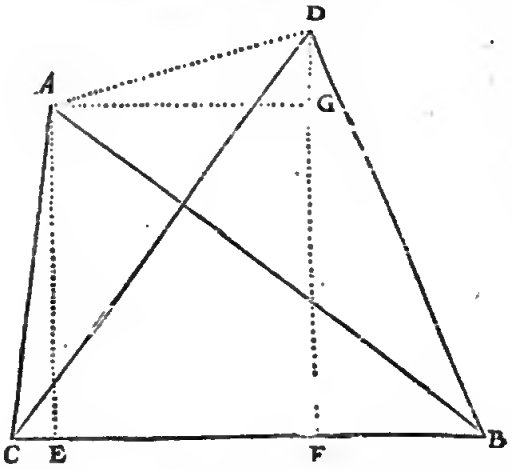
Concluſion. Nous avons doncques par les trois coſtez cognus d'un triangle, trouvé les deux baſes de perpendiculaire, & la perpendiculaire, ſelon le requis.

PRO-

Proposition V.

Estant cognuës les cinq lignes tombantes en la mesure des distances de deux poincts par deux stations : Trouver par nombres la longueur entre les deux poincts mesurables.

Le donné. Soit A l'un poinct mesurable, B & C deux stations, D l'autre poinct mesurable, & leurs cinq lignes, comme des deux triangles A B C, D B C, sur une mesme base commune B C sont cognuës, à sçavoir B C



mesurée actuellement avec mesure y appliquée, & trouvée de 1400 ; les autres quatre ont esté cognuës par l'operation du triquetre, ou autre instrument mechanique, à sçavoir A B 1615, A C 975, D C 1500, D B 1300.

Le requis. Il faut trouver par nombres la longueur entre les deux poincts mesurables A, D.

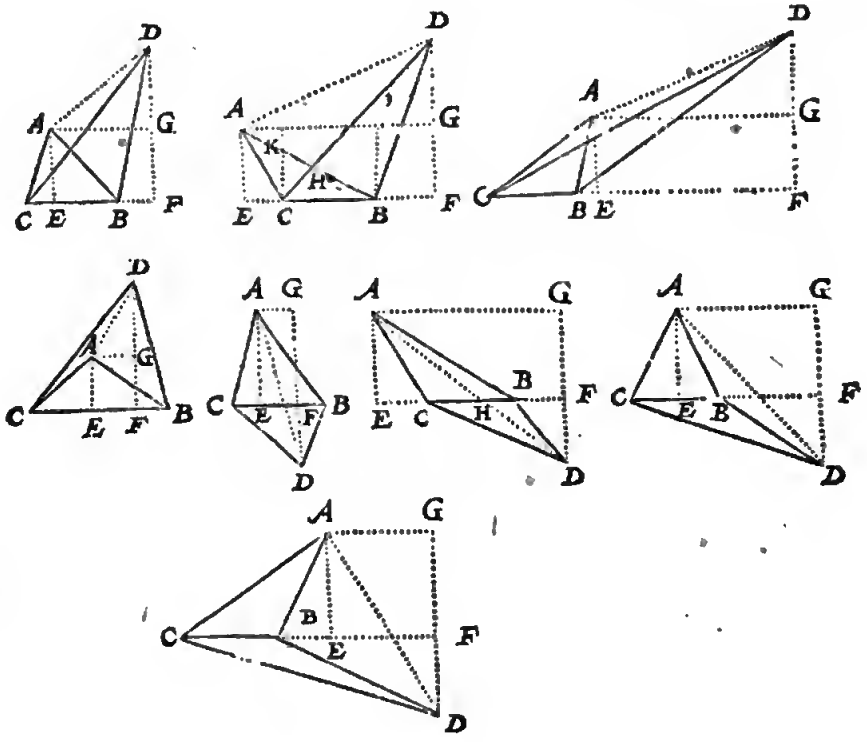
Preparation. Soit tiré A B à angle droit sur D F.

Construction.

Veu que les trois costez du triangle A B C me sont cognus par le donné, je cerche avec iceux la base de perpendiculaire E B, & la perpendiculaire A E, se trouve par la 4 proposition, à sçavoir la base de perpendiculaire E B de 1292.
Et la perpendiculaire A E, ce qui est aussi pour E F de 969.
Derechef veu que les trois costez du triangle D B C me sont cognus par le donné, je cerche avec iceux la base de perpendiculaire F B, & la perpendiculaire D F, que je trouve par la 4 proposition, à sçavoir la base de perpendiculaire F B, de 500.
Et la perpendiculaire D F de 1200.
F B 500 troisiesme en l'ordre, soustrait de E B 1292 premier en l'ordre, reste pour E F, ce qui est aussi pour A G 792.
F G 969 deuxiesme en l'ordre, soustrait de D F 1200 quatriesme en l'ordre, reste pour D G 231.
A G C est un triangle droit en G, avec deux costez cognus, à sçavoir A G 792 cinquiesme en l'ordre, & D G 231 sixiesme en l'ordre, avec iceux je cerche l'hypothenuse A D, adjoustant les deux quarrez de A G, D G, & tirant hors de la somme la racine quarrée, vient pour la longueur requise A D 825.

Consequence I.

Par ce que nous avons dit icy, est aussi manifeste, que si les deux perpendiculaires A E, D F tomboyent selon

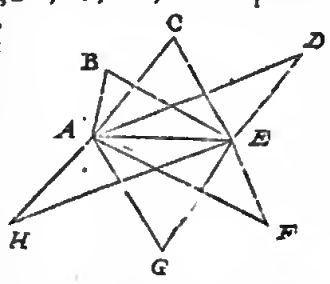


quelqu'une des manieres marquées cy-dessus, que la ligne A D devient cognuë par tout, & cela selon la precedente maniere d'operation, moyennant qu'on adjouste & soustraye par tout comme il appartient.

Con-

Consequence II.

Par le precedent eſt manifeſte que ſi toutes les lignes de ceſte figure ABCDEFGH eſtoient cognuës, que par là ſe cognoiſtroient les lignes qui ne ſont pas marquées, comme BC, CD, DF, FG, GH, HB : car prenant AE comme baſe, ſur laquelle viennẽt les deux triangles ABE, ACE, on trouve BC, & auſſi les lignes de chacun des poincts B, C, D, F, G, H, à tous les autres. Semblablement prenant AE pour baſe, ſur laquelle viennent les deux triangles ABE, ADE, on trouve BD, & ainſi avec les autres. Par cecy eſt notoire que ſi les poincts B, C, D, F, G, H, ſignifioient des villes, villages, ou tours, qui par les deux ſtations A, E auroient eſté tranſportés de la campagne & deſcrits en façon de carte ſur du papier, comment on trouveroit par nombres la longueur de l'un à l'autre.



Consequence III.

Il appert auſſi, comment en tout quadrangle avec quatre coſtez cognus, & avec deux lignes entre les angles oppoſites, dont l'une eſt cognuë, on trouvera où icelles deux lignes s'entrecoupent. Soit par exemple ABCD la cinquieſme ou ſixieſme figure de la premiere conſequence, je prens la ſixieſme figure, un quadrangle avec des coſtez cognus, dont les deux lignes entre les angles oppoſites ſont AD, CB s'entrecoupãtes en H, deſquelles lignes CB eſt cognuë: On demãde où tombe le poinct H, à ſçavoir de quelle longueur eſt HD, HA, HB, HC? Pour y parvenir on peut proceder ainſi: AD ſe trouve comme deſſus, apres veu que le triangle DGA eſt ſemblable au triangle DFH, je dis, le nombre de DG, donne le nombre de DA, que donne le nombre de DF? vient le nombre de la requiſe HD: Iceluy ſouſtrait de la cognuë DA, reſte la requiſe HA: Apres je dis, le nombre de DG, donne le nombre de GA, que donne le nombre de DF? vient le nombre de FH: d'iceluy ſouſtrait le nombre de BF, reſte le nombre de la requiſe HB: Iceluy ſouſtrait du nombre de CB, reſte la requiſe HC.

Pour trouver où s'entrecoupent deux lignes, comme AB, CD, de quelqu'une des trois premieres figures de la premiere conſequence, je prens de la deuxieſme figure au poinct H, à ſçavoir de quelle longueur ſont HC, HD, HB, HA: Je tire les deux lignes BI, CK, à angle droit ſur EF: diſant puis apres, la cognuë CF, donne la cognuë FD, combien CB? & vient BI cognuë. Semblablement la cognuë BE, donne la cognuë EA, combien BC? & vient CK cognuë. Apres veu qu'icelle CK eſt parallele avec IB, le triangle KHC eſt ſemblable au triangle BHI, & leurs coſtez homologues proportionaux: Parquoy comme KC à IB, ainſi CH à HI, & KH à HB. Cecy eſtant ainſi, je diviſe le nombre de CI en deux parties en telle raiſon l'un à l'autre, comme le moindre nombre de KC, au plus grand IB, & la moindre partie de CI eſt pour la partie HC requiſe vers le plus petit coſté KC.

Iceluy nombre de HC ſouſtrait de la cognuë CD, reſte le nombre de la requiſe HD.

Semblablement je diviſe le nombre de BK en deux parties, en telle raiſon l'un à l'autre comme le plus grand nombre de IB, au plus petit KC, & la plus grande partie de BK, eſt pour la partie HB requiſe vers le plus grand coſté IB.

Notez.

Veu que la cognoiſſance de quelques qualitez de la hache, nous conduiſent auſſi à quelques regles genetales, par leſquelles ſe cognoiſſent quelques autres lignes, nous en parlerons à la propoſition ſuivante; declarant premierement qu'on nomme icy hache ce que les Latins appellent *menſa*; pource que le quadrangle avec deux coſtez paralleles & deux coſtez non paralleles (conſiderant les haches & tables comme elles ſe font à preſent) reſſemble mieux une hache qu'une table.

Proposition VI.

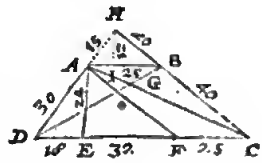
Eſtant donnée une hache avec quatre coſtez cognus: Trouver ſa perpendiculaire de l'un des paralleles ſur l'autre.

Le donné. Soit ABCD une hache, dont AB 25, BC 40, CD 75, DA 30, & la perpendiculaire de AB ſur ſa parallele DC ſoit AE.

Le requis. Il faut trouver la longueur de AE.

Construction.

Je tire AF parallele avec BC, tellement que FC eſtant egale avec AB ſait 25, iceux ſouſtraits de DC 75, reſte pour DF 50: Apres, AF eſtãt egale avec BC 40, il faut qu'elle face auſſi 40: Le triangle donc ADF a trois coſtez cognus, dont la requiſe perpendiculaire AE ſe trouve par la 4 propoſition de 24: Dont la demonſtration eſt aſſez manifeſte par l'operation.



Concluſion. Eſtant doncques donnée une hache avec quatre coſtez cognus, nous avons trouvé ſa perpendiculaire de l'un des paralleles ſur l'autre, ſelon le requis.

Consequence I.

Il eſt notoire comment on trouvera les lignes entre les angles oppoſites comme AC, BD, car eſtans cognus les deux coſtez AD 30, & AE 24 du triangle rectangle AED, s'enſuit que DE ſait 18, iceux ſouſtraits de DC 75, reſte pour EC 57: Or donc eſtant cognu AE 24, & EC 57 du triangle rectangle AEC, la requiſe AC devient cognuë, & ſe trouve longue de $\sqrt{3825}$, ou 6185 ②. Et ſe trouve par meſme raiſon la ligne BD de l'autre coſté.

Consequence II.

On peut ſçavoir aiſement où tombe la commune ſection G des deux lignes AC, BD, parce que comme la cognuë AB, à la cognuë DC, ainſi AG, à GC, & BG, à GD; d'autant que ce ſont coſtez homologues de deux triangles ſemblables AGB, CGD.

Consequence III.

Si on produit DA, CB, juſques à ce qu'elles s'aſſemblent en H, elles font ſur la baſe AB un triangle HAB, lequel avec le trapeze ABCD faiſant un triangle HDC, auquel nous donnons un nom propre, pour ce qui en ſera dit cy-apres, l'appellant triangle de complement de la hache, ce qui vaut autant qu'accompliſſement de ce qui manque pour reduire la hache à un triangle. Les coſtez HA, HB, & perpendiculaire HI d'iceluy triangle de complement ſe trouvent ainſi: Veu que ADF, HAB ſont deux triangles ſemblables, & que pourtant

ils ont leurs coſtez homologues proportionaux : Je dis, DF 50, donne AD 30, combien AB 25? vient pour HI 15. Derechef DF 50, donne AF 40, combien AB 25? vient pour HB 20. Finalement DF 50, donne AE 24, combien AB 25? vient pour HI 12.

Proposition VII.

Eſtant cogneu le coſté d'un plan regulier : Trouver la ligne du centre à un angle.

Notez.

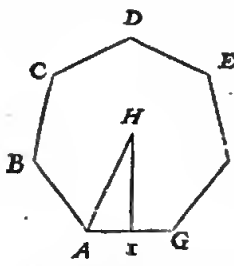
Il y a bien des ſolutions parfaites ſans avoir recours à la conſtruction des tables des ſinus, & cela pour aucunes circonférences regulieres, comme du triangle, quadrangle, & pentagone, avec toutes cordes qui proviennent de leur addition, ſouſtraction, mediation & duplication. Mais puis que nous en avons proprement traicté ailleurs, à ſçavoir en la fabrique d'icelles tables des ſinus, nous ne parlerons pas icy de ceſte matiere, ains nous deſcrirons ſeulement la regle generale de toutes figures regulieres, par l'aide des tables des ſinus, comme s'enſuit.

Le donné. Soit ABCDEFG un polygone regulier, à ſçavoir un heptagone, dont l'un coſté, comme AG, ſait 6, & la ligne du centre H juſques à un angle ſoit HA.

Le requis. On veut ſçavoir combien fait HA.

Constrvction.

Si on deſcrivoit un cercle alentour de l'heptagone donné, AG ſera trouvée la corde de l'arc de la ſeptieſme partie de la circonférence ; parquoy je diviſe 360 deg. par 7, & vient 51 deg. $25\frac{4}{7}$ ①, la moitié eſt 25 deg. $42\frac{6}{7}$ ①, dont le ſinus (ayant le ſemidiametre 10000000) ſe trouve de 43388 38, le double faiſant 8677676 eſt pour AG; tellement que comme 8677676 au ſinus entier 10000000, ainſi AG à AH. Parquoy je dis 8677676 donne 10000000, combien AH? vient pour la requiſe AH $6\frac{7933944}{8677676}$; dont la demonſtration eſt manifeſte par l'operation.



Concluſion. Eſtant donc cogneu le coſté d'un plan regulier, nous avons trouvé la ligne du centre à un angle, ſelon le requis.

Consequence I.

Par un chemin rebours au precedent il eſt manifeſte comment par AH cognuë on trouvera AG.

Consequence II.

La perpendiculaire HI ſe cognoiſt auſſi, & cela de deux façons : Premierement, d'autant que les deux coſtez AH, AI du triangle rectangle HI ſont cognus. Secondement, par les tables des ſinus, car eſtant AI ſinus de 25 degr. $42\frac{6}{7}$ ①, HI eſt ſinus de ſon arc de complement.

Les precedentes propoſitions ont eſté des lignes droites, les ſuivantes ſeront de la circonférence des cercles.

Proposition VIII.

Par le diametre du cercle cogneu, trouver la circonference.

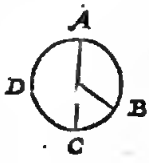
Le donné. Soit ABCD la circonference d'un cercle, dont le diametre AC fait 12.

Le requis. Il faut trouver la circonference ABCD.

Notez.

Si on vouloit meſurer ceſt arc avec meſure y appliquée, on la pourroit prendre ſi petite que ſa longueur comparée à l'arc accordant avec iceluy, n'ayt pas de difference viſible. Or puis que ce n'eſt pas icy noſtre deſſein de meſurer ainſi, mais de trouver la longueur par lignes circunſtantes, nous parlerons de ceſte derniere maniere. Veu que la raiſon du diametre à la circonference n'eſt pas encore parfaitement trouvée, il ſe faut aider icy en la practique d'operation fondée ſur imperfection. *Archimede* a prins ceſte raiſon imparfaite de 7 à 22, & a demonſtré que lors qu'on met 1 pour le diametre, que la circonfetence eſt plus courte que $3\frac{1}{7}$, mais plus longue que $3\frac{10}{71}$, qui eſt par rompus avec un meſme nominateur, plus court que $3\frac{70}{497}$, plus long que $3\frac{71}{497}$, ou plus court que $\frac{1562}{497}$, plus long que $\frac{1563}{497}$. Joignant cela, il y a pour ceux qui deſirent une plus juſte computation, un approchement infini, de ſorte que la difference du vray ſera moindre qu'aucun nombre deſini, tant petit qu'il ſoit : Le tres-docte *Adrianus Romanus in Idea Mathematica* a calculé ceſte raiſon ainſi : Faiſant le diametre 100000000000000000, la circonference eſt plus courte que 314159265358979 31, plus longue que 314159265358979 30. Maiſtre *Ludolf* de Cologne comprant encores plus avant, a prins le diametre ſur 1nnoooooooooonoooooon, & avec cela a trouvé la circonferẽce plus courte que 3141592653589793238 47, & plus longue que 3141592653589793238 46, leſquels ſuſdits comptes ils ont fait, ſans les avoir pris l'un de l'autre. Mais puis que la raiſon de 7 à 22 eſt plus proche que l'autre de 497 à 1561, & aſſés pres à ce qui eſt requis en beaucoup d'affaires vulgaires qui ſe rencontrent en la practique, nous depeſchérons par icelle les exemples ſuivans à cauſe de brieſveté : celuy qui demande une computation plus proche, peut ſuivre la raiſon plus exacte.

Constrvction.



7 donnent 22, combien AC 12? vient pour la circonference requiſe $37\frac{1}{7}$. La demonſtration en eſt faite au livre de la dimenſion du cercle d'*Archimede*.

Concluſion. Nous avons doncques par le diametre du cercle cognu, trouvé la circonference, ſelon le requis.

Consequence I.

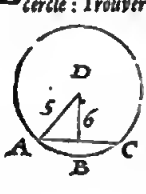
Par ceſte 8 propoſition il eſt manifeſte que par raiſon reverſe de la ſuſdite, comme de 22 à 7, on peut par la circonference cognuë, trouver le diametre incognu.

Consequence II.

Il eſt auſſi manifeſte comment on trouvera une partie exprimée de la circonference. Comme par exemple ſoit AB un arc de 120 deg. pour trouver ſa longueur je dis, 360 deg. donnent $37\frac{1}{7}$, combien 120 deg.? vient pour AB $12\frac{4}{7}$. Ou ſi on avoit dit que AB fait les $\frac{2}{5}$ du cercle, on prendroit alors les $\frac{2}{5}$ de $37\frac{1}{7}$.

Proposition IX.

Eſtant cognuë la corde d'un arc & le ſemidiametre de ſon cercle : Trouver iceluy arc.



Le donné. Soit ABC un arc dont la corde AC fait 6, & le ſemidiametre de ſon cercle AD 5.

Le requis. Il faut trouver la longueur de l'arc ABC.

Con-

CONSTRVCTION.

Faiſant AD 5, l'entiere circonference, qui eſt 360 deg. fait par la 8 propoſition de ce livre $31\frac{3}{7}$.

Maintenant il faut trouver quelle partie eſt l'arc ABC du cercle entier, à ſçavoir combien de deg. comptend ABC. Or pour y parvenir je dis, AD 5, donne AC 6, combien le ſinus entier 10000000? vient 12000000.

La moitié eſt 6000000.

Dont l'arc és tables 36 deg. 52 ①.

Le double pour ABC 73 deg. 44 ①.

Maintenant je dis, 360 deg. donne $31\frac{3}{7}$, premier en l'ordre, combien 73 deg. 44 ①, cinquieſme en l'ordre? vient pour l'arc requis ABC $6\frac{6608}{11120}$.

Dont la demonſtration eſt manifeſte par l'operation.

Concluſion. Eſtant donc cognuë la eorde d'un arc, & le ſemidiametre de ſon cercle; nous avons trouvé iceluy arc, ſelon le requis.

CONSEQVENCE.

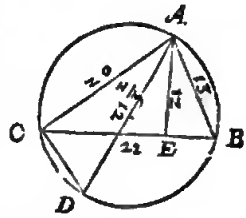
Il eſt manifeſte par raiſon reverſe comment avec l'arc cognu, & ſa corde cognuë, on trouvera le ſemidiametre de leur cercle, comment auſſi par l'arc cognu & le ſemidiametre de ſon cercle, on trouvera la eorde.

PROPOSITION X.

EStans cognus les trois coſtez d'un triangle: Trouver le diametre de leur cercle circonſcriptible.

Le donné. Soit ABC un triangle, dont le coſté AB fait 13, AC 20, CB 21, & ſoit CABD le cercle circonſcriptible, dont AD ſoit le diametre.

Le requis. Il faut trouver quelle longueur a AD.



CONSTRVCTION.

Je cerche par la 4 propoſition de ce livre la perpendiculaire d'un angle à ſon coſté oppoſite, ce qui ſoit AE ſur CB, & la trouve de 12.

Puis apres je dis, la perpendiculaire AE 12, donne le coſté dextre ou le coſté ſeneſtre, ſoit le coſté dextre AB 13, combien l'autre coſté AC 20? vient pour le diametre requis $21\frac{2}{3}$.

DEMONSTRATION.

Veu que les deux angles ABC, ADC des deux triangles ABC, ADC, comprennent tous deux un meſme arc de la circonfetence AC, ils ſont egaux. Apres, l'angle AEB eſt droit par la conſtruction, & ACD auſſi droit, comme eſtant au demicercle, & conſequemment leurs troiſieſmes angles ſont auſſi egaux; parquoy iceux deux triangles ABE, ADC ſont ſemblables, & pource auſſi leurs coſtez homologues proportionaux, à ſçavoir comme AE à AB, ainſi AC à AD, ſur quoy la ſuſdite operation eſt clairement fondée.

Concluſion. Eſtans donc cognus les trois coſtez d'un triangle, nous avons trouvé le diametre de ſon cercle circonſcriptible, ſelon le requis.

CONSEQVENCE.

Par cecy eſt notoire comment on trouvera Arithmetiquement la longueur du ſemidiamette, pour en deſcrire un cercle tendant par trois poincts donnez n'eſtans point en ligne droite.

SECONDE PARTIE
DV SECOND LIVRE,
De la meſure des ſuperfices.

Noſtre meſurement propoſé des ſuperfices ſera des plans qui ſont rectilignes & curvilignes, comme cercles & ellipſes, & puis apres des ſuperfices ſpheriques.

PROPOSITION XI.

MEſurer un plan rectiligne donné.

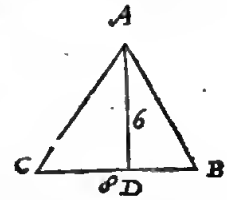
1 Exemple de la maniere de meſurer un triangle.

Le donné. Soit ABC un triangle.

Le requis. Il faut trouver ſon contenu.

CONSTRVCTION.

Je meſure quelque coſté comme BC, qui ſe trouve, je prens de 8, & tire AD perpendiculaire ſur iceluy BC, que je trouve de 6, leſquels multipliez par 4, moitié de CB, vient pour le plan requis 24; dont la demonſtration eſt manifeſte par la 41 propoſition du premier livre d'*Euclide*.

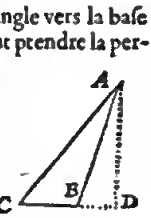


Mais qui voudroit avoir quelque certaine preuve de cecy, il pourroit tirer de l'angle B une perpendiculaire ſur AC, la multipliant par la moitié de ſa baſe AC; car ainſi on voit comment s'accordent les diverſes operations.

NOTEZ.

Que nous avons cy-deſſus multiplié la perpendiculaire AD avec la moitié de la baſe CB: Mais on peut auſſi multipliet autrement la moitié de la perpendiculaire qui eſt 3, par l'entiere baſe 8, & vient auſſi 24. Ou autrement dire 6 fois 8 ſont 48, dont la moitié eſt comme devant 24. Et telle moitié ſe peut prendre plus commodement de deux lignes dont l'une a un nombre pair, pour evitet l'operation en rompns.

En cas que la perpendieulaire de l'angle vers la baſe tombaſt hors le triangle, alors on pent ptendre la perpendiculaire de l'angle ſur la baſe ptoduite, la multipliant par la moitié de la baſe. Comme par exemple, ayant à meſurer le triangle ABC, dont la perpendiculaire de l'angle A ſur la ptoduite CB ſoit AD, la longueut d'icelle multipliée par la moitié de CB, donne le contenu du triangle ABC.



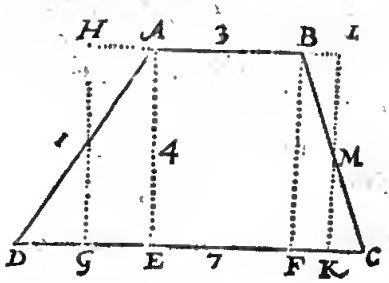
2 Exemple de la maniere de meſurer une hache.

Le donné. Soit ABCD une hache dont les deux coſtez paralleles ſont AB, CD.

Le requis. Il faut trouvet le contenu d'icelle.

CONSTRVCTION.

On pourroit partir la hache en deux triangles avec une ligne de A juſqu'à C, ou de B juſques à D, meſurant chacun d'iceux ſelon la maniere du premier exemple, & la ſomme de ces deux triangles ſeroit le requis : Mais veu qu'elle ſe peut meſurer par une voye plus courte, nous la declarerons comme s'enſuit: Je meſure les deux coſtez paralleles, & trouve AB, je prens, de 3, & CD de 7. leſquels ſont enſemble 10, dont la moitié 5 multipliée par la perpendiculaire AE faiſant je prens 4, vient pour le plan requis de la hache ABCD 20.



Preparation. Soit tiré BF à angle droit ſur DC, puis apres ſoit mis le poinct G au milieu de DE, & ſoit tirée GH egale & parallele avec EA, coupant AD en I, puis apres HA : Semblablement ſoit mis au milieu de FC le poinct K, & tirée KL egale & parallele avec FB, coupant BC en M, puis apres LB.

DEMONSTRATION.

Veu que le triangle IAH eſt egal au triangle IDG, & le triangle MBL egal au triangle MKC, le rectangle HLKG eſt egal à la hache ABCD, & HL eſt egale à la moitié des deux lignes DC, AB : Parquoy le rectangle enmprins ſous AE, ou ſous HG, & la moitié des deux coſtez paralleles de la hache, eſt touſiours egal à la hache : Et pource le plan eſt ainſi trouvé en l'operation pour la grandeur requiſe de la hache ABCD.

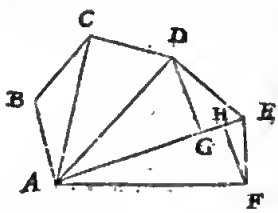
3 *Exemple de la maniere de meſurer un plan rectiligne comme il advient, par diviſion en triangles.*

Le donné. Soit ABCDEF un plan rectiligne, comme un hexagone, de telle forme qu'il advient.

Le requis. Il faut trouver ſon contenu.

CONSTRVCTION.

Je tire les trois lignes AC, AD, AE, partiſſantes l'hexagone en quatre triangles : Je meſure puis apres chaque triangle ſelon la doctrine du premier exemple, & la ſomme des quatre triangles eſt le requis. Notez



encore que pour briefveté on peut aſſembler deux perpendiculaires qui tombent ſur une meſme baſe, & en multiplier la moitié de la baſe. Comme par exemple, pour trouver par une multiplication les deux triangles enſemble AED, AEF, je meſure la perpendiculaire DG, laquelle ſe trouve de 4, & FH de trois, leſquelles puis qu'elles tombent toutes deux ſur une meſme baſe AE, je les aſſemble, & elles font 7, avec cela multipliée la moitié de la baſe AE, faiſant je prens 5, vient pour le contenu des deux ſuſdits triangles 35. Le meſme ſe peut faire avec les autres deux triangles, aſſemblant puis apres les deux quadrangles trouvez ADEF, ADCB ; dont la demonſtration eſt manifeſte.

4 *Exemple de la maniere de meſurer un plan rectiligne par computation de triangles plats.*

Il advient en meſurant actuellement la terre, qu'on ne peut meſurer la longueur d'aucunes lignes neceſſaires à la computation, ſelon la maniere du 3 exemple, à cauſe d'empeſchemens d'eau, maiſons, ou choſes ſemblables. Il arrive auſſi que quelques autres ligoes ſe peuvent bien meſurer, mais il faut que la conſtruction ſoit depeſchée par computatioo de triangles plats, dont oous parlerons maintenaot, mettant un exemple, que SON EXCELLENCE a marqué, fort juſtement meſuré & compté, comme s'eoſuit.

Le donné. Soit ABCDE un plan rectiligne, à ſçavoir un pentagone de telle forme qu'il advieot.

Le requis. Il faut trouver le contenu d'iceluy.

CONSTRVCTION.

Poſé le cas qu'à cauſe de quelque empeſchement ſur terre on ne puiſſe meſurer les lignes interieures, comme AC, AD, avec les perpendiculaires y tombant deſſus, mais bien les coſtez exterieurs, qui ſont trouvez comme les oombres y appliquez le monſtrent. Apres, ſoppoſant que de la marque A je puiſſe voir juſques aux autres quatre marques B, C, D, E, pour trouver là deſſus les trois angles BAC, CAD, DAE, chacun de telle grandeur comme elle y eſt marquée : Cecy eſtant ainſi, l'Arpenteur peut comprer le contenu de ce plan, ſans en avoir autre cognoiſſance, de ceſte façon; Premierement, pour meſurer le plan du triangle ABC, je tire BF à angle droit ſur AC, & j'ay au triangle ABF trois termes cognus ; à ſçavoir l'angle FAB 47 deg. l'angle BFA droit, & le coſté AB de 954 ②.

Avec cecy cerché le coſte BF, il ſe troove par la 4 propoſition des triangles plats de 698 ②.

Et FA de 650 ②.

Cecy eſtant ainſi, le triangle BFC a trois termes cognus, à ſçavoir BC 97 ①, BF 698 ②, & l'angle BFC droit : avec iceux cereché le coſté FC, ſe trouve par la 5 propoſitioo des triangles plats de 674 ③.

A iceux adjouſté 650 ② deuxieſme en l'ordre, vient pour AC 1324 ③.

La moitié d'iceux multipliée par la perpendiculaire BF 698 ③ premier eo l'ordre, vient pour le plan du triangle ABC 4621 ②.

Pour meſurer maintenant le plan do triangle ACD, je tire CG à angle droit ſur DA, & j'ay au triangle ACG trois termes cognus, à ſçavoir l'aogle GAC de 37 deg. 20 ①, CGA droit, & le coſté AC 1324 ② quatrieſme en l'ordre, cootinuaot avec cecy & avec le reſte, comme on a fait deſſus avec le triangle ABC, oo troovera le plan du triangle ACD de 5518 ②.

Et faiſant le ſemblable avec le triangle ADE, il ſera trouvé de 333 ①.

Et adjouſtez ces trois triangles, cinquieſme, ſixieſme, & ſeptieſme en l'ordre, à ſçavoir 4621 ②, 5518 ②, 333 ①, font pour le plan requis du pentagooe ABCDE 13469 ②.

Dont la demonſtration eſt notoire par l'operation.

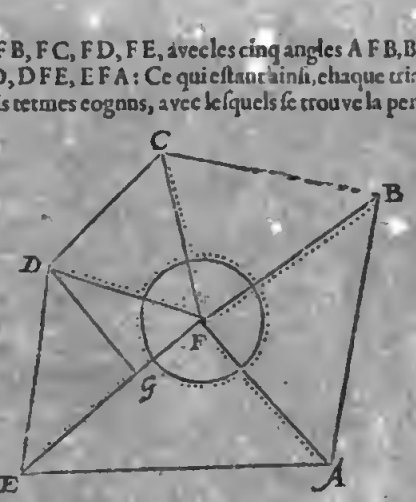
NOTE I.

NOTEZ I.

S'il eut arrivé que de la marque A, on n'eut peu voir jusques aux autres quatre marques B, C, D, E, pour trouver les trois angles BAC, CAD, DAE; mais qu'on eut bien peu prendre la grandeur des cinq angles exterieurs A, B, C, D, E, il est notoire qu'avec cela par computation des triangles plats, on eut aussi trouvé le requis; car iceluy triangle ABC auroit trois termes cognus, à sçavoir les deux costez AB, BC, avec le costé AC, & la perpendiculaire BF, par lequel se trouve le plan du triangle ABC. Pour trouver puis apres le plan du triangle ACD, on soustraict le susdit angle requis BCA, de l'angle mesuré BCD, le reste est pour l'angle ACD du triangle ACD, qui a aussi alors trois termes cognus, à sçavoir au mesme angle ACD encores les deux costez CA, CD; avec lequel procedant comme on a fait avec le triangle ABC, & faisant aussi le semblable avec le triangle ADE, tout le plan se cognoit comme devant.

NOTEZ II.

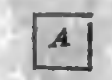
Il pourroit advenir qu'on ne pourroit pas voir d'une de ces cinq marques A, B, C, D, E, jusques à toutes les autres, mais bien de quelque sixiesme mise environ au milieu de la campagne. Comme, je prens en ce pentagone ABCDE soit mise une sixiesme marque F, d'où on peut voir les autres cinq, & mesurer les cinq lignes FA, FB, FC, FD, FE, avec les cinq angles AFB, BFC, CFD, DFE, EFA: Ce qui estant ainsi, chaque triangle a trois termes cognus, avec lesquels se trouve la perpendiculaire de chacun en chaque triangle, comme DG au triangle DFE, seulement par une multiplication sans division; d'autant qu'en la regle de proportion le premier des trois termes fait touiours 100000, laquelle perpendiculaire estant trouvée, & multipliée par la moitié de la base, on a le plan d'iceluy triangle, & tels cinq triangles ensemble font l'ennier plan requis.



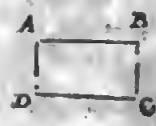
NOTEZ III.

En ce 3 & 4 exemple sont descrites comme des regles

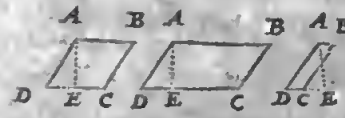
generales pour meſurer tous plans rectilignes par diviſion en triangles, mais en des certaines eſpeces il y a des chemins plus courts, deſquels quand il vient à ptopos on ſe peut ſervir comme s'enſuit:



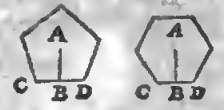
Premierement, le quarré, comme A, ſe trouve multipliant un coſté en ſoy.



Au ſecond, le rectãgle, comme ABCD, ſe trouve multipliant la lõgueur par la largeur, qui eſt AB par AD.



Au troiſieſme, le rhõb & rhomboide, comme ABCD, ſe trouvent multipliant la baſe DC par une perpendiculaire là deſſus, comme AE.



Au quatrieſme, les polygones reguliers, comme A, ſe trouvent multipliant la ligne AB du centre de la figure A, juſques au milieu d'un des coſtez comme CD, par la moitié de la circonſetence, ou l'entiere circonference par la moitié de AB. Mais l'invention de la ligne AB en chaque figure reguliere par la cognuë CD, eſt declarée en la 7 propoſition de ce livre.

5 Exemple de la maniere de meſurer un plan rectiligne comme il advient par diviſion en haches.

Le donné. Soit ABCDEFG un plan rectiligne, lequel on veut meſurer par diviſion en haches avec lignes paralleles de la ligne HI.

Le requis. Il faut trouver par telle maniere de meſurer le contenu du plan donné.

CONSTRVCTION.

Je tire des lignes paralleles avec HI hors de tous les angles d'où elles peuvent venir, leſquelles coupent le plan, comme GK, BL, FM, CN, EO, qui diviſent la

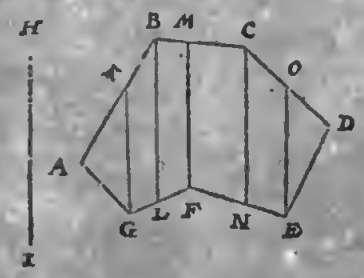


figure donnée en quatre haches & deux triangles, parquoy les deux triangles meſurés ſelon la maniere du premier exemple, & les haches ſelon la maniere du deuxieſme exemple, la ſomme de tous eſt manifeſtement le plan requis, tellement qu'il n'en faut pas faire de demonſtration.

Ceſte diviſion en haches vient ſouvent à propos pour partir des terres en certaines portions, leſquelles on veut ſeparer avec lignes paralleles: Mais la maniere de trouver telles portions, chacune de grandeur requiſe, ſera declarée en ſon lieu en la 13 propoſit. du cinquieſme livre de la ſection proportionele des grandeurs.

Quelqu'un pourroit dire maintenant qu'entre les haches, leſquelles ſe diviſent par lignes droites, ſe pourroient trouver des figures, leſquelles ne ſeroient point haches, mais par accident quarrez, rhombs ou rhomboides: Ce qui advenant, on ſe pourra ſervir toutesfois de la precedente regle des haches, car la moitié de deux coſtez paralleles qui ſont egaux, eſt un d'iceux paralleles, lequel multiplié par la perpendiculaire donne comme en la hache le contenu du plan.

Concluſion. Nous avons donc meſuré un plan rectiligne, ſelon le requis.

PROPOSITION XII.

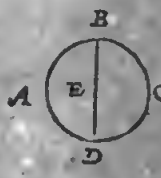
Etant donné le diametre d'un cercle; Trouver le ſuperfice.

Le donné. Soit ABCD un cercle dont le centre eſt E, & le diametre BD fait 12.

Le requis. Il faut trouver la grandeur du plan.

CONSTRVCTION.

Je trouve la circonſerence par la 8 propoſition de ce deuxieſme livre de $37\frac{5}{7}$ (car diſant 7 donne 22, combien 12? vient comme deſſus $37\frac{5}{7}$) la moitié d'iceux, comme $18\frac{6}{7}$, multipliée par le ſemidiametre 6, vient pour le plan requis du cercle $113\frac{1}{7}$. La demonſtration en eſt manifeſte par la 1 propoſition de la dimenſion du cercle *d'Archimede*.



Concluſion. Nous avons donc meſuré un cercle donné, ſelon le requis.

PROPOSITION XIII.

Meſurer un ſecteur de cercle.

Au cercle ſe ſont deux ſections diverſes & renommées, l'une avec deux ſemidiametres, dont une partie s'appelle partie ſemidiametrale, l'autre avec une corde, qui s'appelle partie cordale. Il eſt vray que pour cela on dit en Latin *ſector* & *ſectio*, qui ſignifie coupeur & coupure, mais la diſtinction ne me ſemble aſſez propre, c'eſt aſſavoir pour celuy qui en meilleur langage a donné premierement les noms aux choſes; car autrement il faut ceder beaucoup à la couſtume. Quant à la meſure de la partie ſemidiametrale, nous la declarerons en ceſte ptopoſition, & de la partie cordale nous la declarerons en la ſuivante.

Le donné. Soit ABC la partie ſemidiametrale, dont le ſemidiametre AB fait 6, & l'arc BC 8.

Le requis. Il faut trouver le plan.

CONSTRVCTION.

Je multiplie la moitié de l'arc CB comme 4, par AB 6, vient pour le plan requis 24; dont la demonſtration eſt manifeſte; parce que le cercle entier eſt egal au produit du ſemidiametre, & de la moitié de la circonference, par la 1 dite demonſtration *d'Archimede*; & qui outre cela, comme l'arc du cercle à l'entiere circonference, ainſi la partie diametrale au cercle entier.

Con-

Conclusion. Nous avons donc mesuré une partie semidiametrale donnée du cercle, selon le requis.

NOTEZ.

Comme se mesure ceste partie semidiametrale A C B plus petite que le demicercle, ainsi se mesure aussi la plus grande partie ACDB, car la moitie de l'arc C D B multiplié par le semidiametre, donne la partie semidiametrale requise.

PROPOSITION XIV.

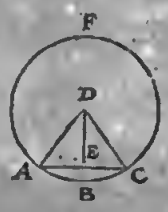
MESURER *une partie cordale donnée du cercle.*

Le donné. Soit A B C la partie cordale, dont l'arc A B C est long $6\frac{660}{25120}$, & la corde A C 6.

Le requis. Il faut trouver le plan de la partie cordale A B C.

CONSTRVCTION.

Je trouve le centre D du cercle entier, puis apres la longueur du semidiametre A D, qui sera par la 8 proposition de 5, & la perpendiculaire D E (pource que les deux costez A D 5, A E 3 du triangle rectangle D E A sont cognus) de 4. Cecy estant ainsi, la partie semidiametrale D A B C fait par la 13 proposition $16\frac{1}{14}$, d'iceux soustrait le triangle D A C, faisant par la 11 proposition de ce livre 12, reste pour la partie cordale requise $4\frac{1}{14}$. Dont la demonstration est manifeste par l'operation.



Conclusion. Nous avons donc mesuré une partie cordale donnée du cercle, selon le requis.

CONSEQVENCE I.

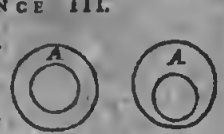
L'exemple cy-dessus est de la partie cordale A B C plus petite que le demicercle, par lequel est notoire l'invention de la partie cordale A F C plus grande que le demicercle, car à la partie semidiametrale D A F C, adjousté le triangle A D C, on a le requis.

CONSEQVENCE II.

Si on avoit à mesurer une partie du cercle, comme icy joignant la partie A B C, on mesurera la partie cordale C B, selon la doctrine de ceste proposition, adjoustant à icelle le triangle rectiligne C B A, & on aura le requis.

CONSEQVENCE III.

Pour mesurer un anneau, comme A, à sçavoir le plan comprins entre les deux circonferences, on mesure premierement le plus grand cercle, d'iceluy soustrait le plus petit, il est notoire que le reste sera l'anneau requis.



PROPOSITION XV.

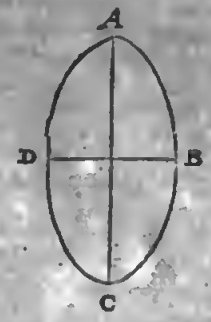
MESURER *une ellipse donnée.*

Le donné. Soit A B C D une ellipse, dont le plus grand diametre A C fait 12. & le plus petit D B 6.

Le requis. Il faut trouver la superfice.

CONSTRVCTION.

Je trouve le plan d'un cercle dont le diametre A C 12, lequel par la 12 proposition de ce livre fait $113\frac{1}{7}$: Je dis puis apres A C 12, donne D B 6, combien $113\frac{1}{7}$? vient pour le plan requis de l'ellipse $56\frac{4}{7}$. On peut aussi commencer autrement avec le plus petit diametre D B, ainsi; Je trouve le plan d'un cercle, dont le diametre D B 6, fait $28\frac{2}{7}$: Je dis puis apres D B 6, donne A C 12, combien $28\frac{2}{7}$? vient pour le plan requis de l'ellipse comme dessus $56\frac{4}{7}$. La demonstration en est manifeste par la 6 proposition du livre des conoïdes & spheroïdes *d'Archimede.*



Conclusion. Nous avons doncques mesuré une ellipse, selon le requis.

PROPOSITION XVI.

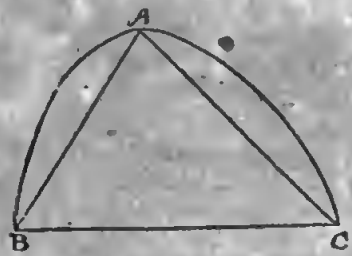
MESURER *le plan d'une parabole donnée.*

Le donné. Soit A B C une parabole, dont le sommet soit A, & la base B C.

Le requis. Il faut trouver le plan.

CONSTRVCTION.

Je tire A B, A C, & mesure puis apres le triangle A B C, le trouvant, je prens, de 30, à cela par regle generale son tiers comme 10, fait pour le plan requis de la parabole 40. Dont la demonstration est manifeste par la 24 proposition de la quadrature de la parabole *d'Archimede*, lequel demonstre là, que la superfice de la parabole est sesquitierce au triangle inscrit, ayant mesme hauteur & mesme base.



Conclusion. Nous avons doncques mesuré le plan d'une parabole donnée, selon le requis.

PROPOSITION XVII. ALB. GIRARD.

MESURER une partie de parabole entre deux paralleles.

Le donné. *Soyent les deux paralleles B, C, entre lesquelles est comprise la parabole, & D la superfice du trapeze rectiligne inscrit.*

Le requis. *Il faut trouver la superfice de la partie de la parabole.*

Construction. *Le quarré de (B+C) me donne le quarré de (B+C) moins le rectangle de B, C, combien 4 fois D? viendra 3 fois le requis; Dont la demonstration est manifeste par la construction.*

PROPOSITION XVIII.

MESURER *un plan spiral donné consistant en une ou plusieurs revolutions entieres.*

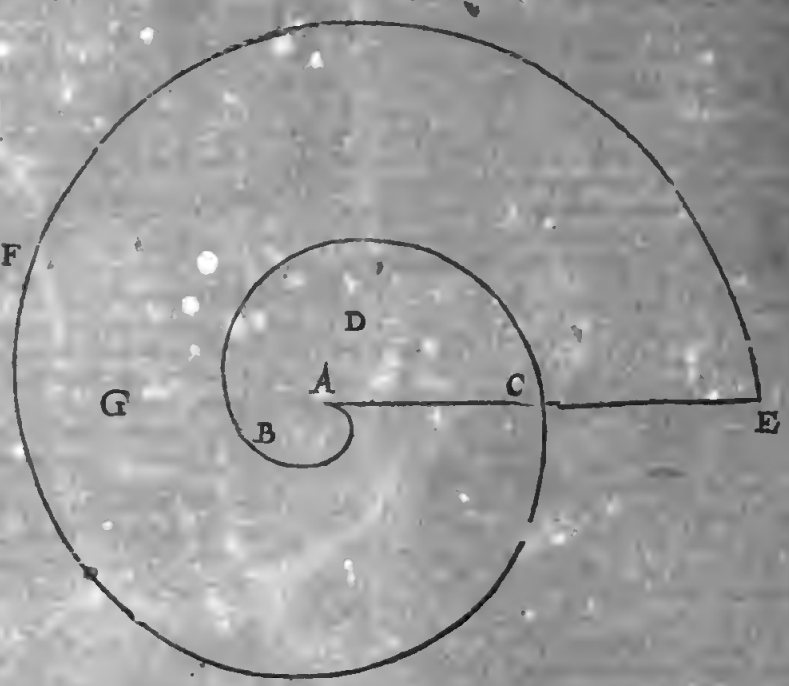
Le donné. Soit A B C la premiere revolution d'une spirale, dont la premiere ligne A C, & le plan comprins en icelny soit D.

Le requis. Il faut trouver iceluy plan D.

CONSTRVCTION.

Je meſure la premiere ligne AC, la trouvant, je prens, de 21: la meſme conſiderée comme pour ſemidiametre d'un cercle, je cerche de quelle grandeur ſeroit le plan du cercle y deſcrit, laquelle ſe trouve par la 12 propoſition de 1386 : deſquels prenant touſiours le tiers, vient pour le plan requis D 462.

Mais ſi ou avoit à meſurer pluſieurs revolutions, il faut ſçavoir que le plan ſpiral deuxieſme eſt ſix fois auſſi graud que le premier; & le trouſieſme 12 fois auſſi grand que le premier; le quattrieſme 18 fois auſſi grand que le premier, & ainſi des autres juſques à l'infini, augmentant touſiours de 6 pour chaque tour, par lequel chaque plan devient cognu.



Soit par exemple CE la deuxieſme ligne; & le deuxieſme tour de la circonference ſoit CFE, & le deuxieſme plan qui eſt comprins entre la premiere & deuxieſme revolution ſoit G. Or ſuivant la ſuſdite regle generale, le plan G fait 6 fois autant que le plan D, qui eſt 6 fois 462, qui font pour le deuxieſme plan 2772; A ceux adjouſté le premier plan D 462, font enſemble pour le plan entier 3234.

Mais s'il y avoit un troiſieſme tour, ſuivant la precedente regle il feroit 12 fois 462, qui eſt 5544. à celales autres deux tours faiſans comme devant 3234, feroyent enſemble pour l'entier 8778, & ainſi des autres: Dont la demonſtration eſt faite en la 27 propoſition du livre des ſpirales *d'Archimede.*

Concluſion Nous avons donc meſuré un plan ſpiral donné, conſiſtant en une ou pluſieurs revolutions entieres.

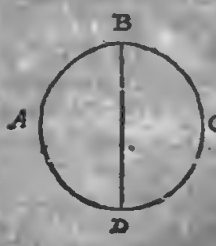
PROPOSITION XIX.

MEſurer une ſuperfice ſpherique donnée.

Le donné. Soit ABCD une ſphere, dont l'axe BD fait 12.

Le requis. Il faut trouver ſa ſuperfice.

CONSTRVCTION.



Je multiplie BD 12 avec la circonferenee ABCD, laquelle par la 8 propoſitiou de ce livre fera $37\frac{1}{7}$, vient pour la ſuperfice ſpheriqne requiſe $452\frac{4}{7}$; Dont la demonſtratiou eſt manifeſte par la 30 propoſitiou du livre de la ſphere & cylindre *d'Archimede.*

Concluſion. Nous avons donc meſuré une ſuperfice ſphetique donnée, ſelon le requis.

PROPOSITION XX.

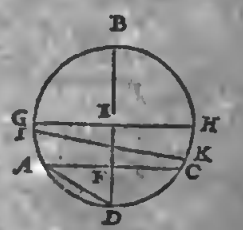
MEſurer la ſuperfice courbe de la partie d'une ſphere, coupée de la ſphere entiere avec un plan.

Le donné. Soit ABCD une ſphere, dont le centre ſoit E, & l'axe BD fait 12 d'icelle ſphere ſoit coupee avec un plan AC à angle droit ſur l'axe BD, la partie ſpherique ACD, & la partie de l'axe y contenuë comme FD, ſoit longue de 3.

Le requis. Il faut trouver la ſuperfice de la partie de la ſphere ACD.

CONSTRVCTION.

Je tire, ou imagine, la ligne AD, & la meſurant, elle ſe trouve, je prens, de 6 pieds: Je voy puis apres de quelle grandeur eſt un cercle dont le ſemidiametre ſait 6 pieds, & ſe trouve par la 12 propoſition de $112\frac{2}{7}$. Et de telle grandeur eſt la ſuperfice courbe de la partie de la ſphere ACD.



La *demonſtration* en eſt faite en la 40 & 41 propoſition du livre de la ſphete & cylindre *d'Archimede.*

CONSEQUENCE I.

Il eſt notoire par ce que deſſus, que ſi on vouloit avoir la ſuperfice de la plus grande partie ABC, qu'il faudroit alors multiplier l'entiere circonference $37\frac{1}{7}$, par la partie de l'axe y contenuë, comme FE 9; car ce qui en provient, comme $339\frac{3}{7}$, eſt le requis.

CON-

CONSEQVENCE II.

Si la ſphere eſtoit coupée par deux plans paralleles, la ſuperfice ſpherique, de la partie de la ſphere entre deux, eſt auſſi cognuë. Soit par exemple G H un plan coupant l'axe B D par le centre E, & parallele avec le plan A C. Pour trouver maintenant la ſuperfice ſpherique G H C A, on multiplie la circonference du plus grand cercle, par la partie de l'axe y contenuë; comme par E F 3, vient 113 $\frac{1}{7}$, tellement que la ceinture G H C A, & la ſuperfice de la partie ſpherique en ceſt exemple A D C ſont de meſme grandeur.

CONSEQVENCE III.

Mais ſi les deux plans conpans n'eſtoient point paralleles, comme I K avec A C, on trouve premierement la ſuperfice ſpheriqne de la plus grande partie I A D C K ſelon la regle generale; d'icelle ſouſtraite la ſuperfice ſpherique de la plus petite partie A D C, le reſte eſt le requis.

CONSEQVENCE IV.

On pourroit encores icy deſcrire des propoſitions de la meſure des ſuperfices conrbes des cylindres & cones: Mais veu que la ſuperfice conrbe du cylindre ſe meſure comme un rectangle plat, dont la longueur eſt la hanteur du cylindre, & la largeur la circonference de la baſe, nous paſſerons outre pour briefveté. Le ſemblable ſe doit auſſi entendre de la ſuperfice courbe du cone, laquelle ſe meſure comme la partie ſemidiametrale d'un cercle, ſelon la doctrine de la 13 propoſition de ce livre, car la ſuperfice du cone eſtant deployée ou eſtenduë, devient telle forme: Parquoy multipliée la moitié de la circonference de la baſe du cone, par la ligne du ſommet juſques à la meſme circonference, ce qui en provient eſt le requis.

Ou bien ſi en la meſure de la ſuperfice courbe du cylindre, & ſuperfice courbe du cone, on vouloit ſuivre l'invention *d'Archimede* à la 32 propoſition du premier livre de la ſphere & cylindre, on fera ainſi: On trouvera pour meſurer la ſuperfice courbe du cylindre, la ligne moyenne proportionelle entre la haureur du cylindre & le diametre de ſa baſe, meſnrant puis apres de quelle grandeur eſt le cercle deſcrit avec icelle moyenne proportionnelle comme ſemidiametre, car avec cela on a auſſi la grandeur de la ſuperfice conrbe du cylindre. Mais pour meſurer la ſuperfice courbe du cone ſelon l'invention ſuſdite *d'Archimede*, on trouvera la moyenne proportionelle entre le coſté du cone & le ſemidiametre de ſa baſe; meſurant puis apres de quelle grandeur eſt le cercle deſcrit avec icelle moyenne proportionelle comme ſemidiametre, car avec cela on a auſſi la grandeur de la ſuperfice courbe du cone. Mais pour meſurer la ſuperfice courbe du cone accourci ſelon l'invention *d'Archimede*, on trouvera la moyenne proportionelle entre le coſté du cone accourci, & une ligne egale an ſemidiametre de la baſe avec le ſemidiametre dn convercle, meſurant puis apres de quelle grandeur eſt le cercle deſcrit avec icelle moyenne proportionelle comme ſemidiametre, car avec cela on a auſſi la grandeur de la ſuperfice courbe du cone accourci.

PROPOSITION XXI.

MEſurer une piece de terre ſelon la maniere des Arpenteurs.

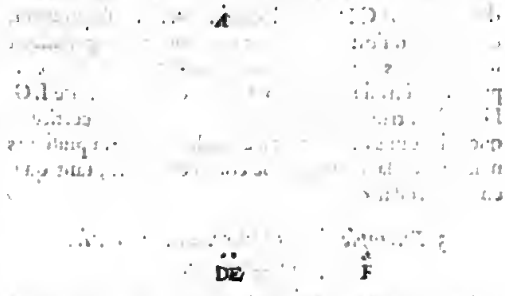
Nnus avons deſcrit juſqnes icy la maniere de meſurer des ſuperficcs ſervant en general pour ſuperfices de toutes matieres: Mais veu que l'arpentage des terres eſt nne des principales meſures, & qui eſt fort practiquée entre les hommes, en laquelle auſſi SON EXCELLENCE s'eſt voulu exercer actuellement, nous en dirons encores quelque choſe de particulier.

Le donné. Soient A, B, C trois poincts ou marques ſur la terre, entre leſquels s'imaginent trois lignes droites de l'une à l'autre.

Le requis. Il faut trouver la grandeur de la terre compriſe entre les ſuſdites lignes droites.

CONSTRVCTION.

Pour poſer les trois marques à A, B, C, apres pour aller droit en meſurant, avec d'autres circonſtances requiſes, on verra & ſuivra ce qui en a eſté dit au troiſieſme exemple de la 1 propoſition du premier livre; Et on meſurera un des trois coſtez, je prens B C, ſelon la maniere du deuxieſme exemple de la 1 propoſition du deuxieſme livre; & ſuivant cela B C ſe trouve, je prens, de 1267 ①: Apres pour trouver le poinct D, duquel la ligne imaginée juſques à A, tombe à angle droit ſur B C, on verra ce qui en eſt dit an quatrieſme exemple de la 2 propoſition du premier livre, & la meſurant comme devant, elle ſe trouve, je prens, de 536 ①; par la moitié

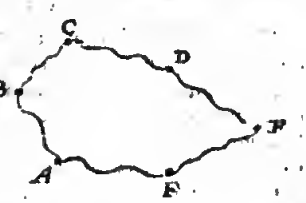


d'icelles, qui eſt 268 ①, multipliant les ſuſdites 1267 ①, vient 3395 verges 5 ①, 6 ②. Or comptant à la maniere d'Hollande 600 verges pour l'arpent, iceluy triangle ſera de 5 arpents 395 verges, 5 ①, 6 ②. Mais ſi on vouloit exprimer les 5 ① 6 ② par pieds & poulces ſelon la maniere du païs, on regardera ſur la verge à quoy ils ſe peuvent rapporter, ce qui doit eſtre à 6 pieds 8 $\frac{16}{25}$ poulces. Et ſemblable ſera la procedure de tous triangles eſquels ſe diviſent les plans rectilignes.

Mais il y a icy à noter que les ſuſdits 6 pieds 8 $\frac{16}{25}$ poulces, ne ſont pas 6 pieds quarrez & 8 poulces quarrez, mais une ceinture de terre longue d'une verge, large de 6 pieds 8 $\frac{16}{25}$ poulces: car puis que l'entiere verge quarrée eſt longue de 12 pieds, faiſant 144 pieds quarrez, il faut que la moitié d'une telle verge de 6 pieds face 72 pieds quarrez. Et pour ceſte cauſe les Arpenteurs font diſtinction entre pieds de ceinture & pieds quarrez.

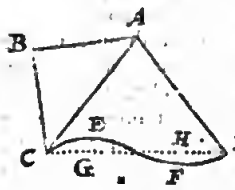
Autre exemple de parties de terre compriſes de lignes courbes irregulieres.

Pour meſurer des terres comprinſes entre lignes courbes & irregulieres, comme il advient ſouvent en la practique de meſurer les terres, on mettant de marqnes en la circonference, que l'obliquité cõprinſe entre deux marques, ne cauſe aucune difference d'importence: Pnis



apres

apres on meſure la figure comme un plan rectiligne avec autant d'angles qu'il y a de marques. Comme il ſe peut voir par exemple en la figure A B C D E F. Si la choſe requeroit une plus exacte comptation, on y pourroit mettre plus de marques, mais ſi elle ne la requeroit ſi exacte, on en peot mettre moins; Car il faut icy conſiderer que les choſes de peu d'importance en l'arpentage ſe peuvent faire à taſtons, ou ſeloo le jugement de l'œil. Ce que pour declarer encores plus amplement par exemple, eſtant à meſurer un qoadrangle



A B C D, dont un coſté C E F D n'eſt pas droit, mais eſtaot tirée ou imaginée une ligne droite C D, la ligne courbe a quelque obliquité interne vers E, & derechef une obliquité externe vers F; toutesfois ſi la terre entre E G eſtoit fort petite, & au jngement de l'œil auſſi grande que celle d'entre F H, tellement qu'autant qu'on perdroit d'un coſté, on en gaigneroit autant de l'autre: En tel accident la ligne droite C D ſe prend pour troiſieſme coſté du triangle A C D, lequel ſe meſure ſelon telle poſition, car ſi oo vouloit tout faire exactement, on prendroit ſouvent plus de peine qu'il ne ſeroit beſoin d'y emplover. Mais ſi la terre comprinſe entre la ſuſdite E G, H F eſtoit trop grande, & requeroit plus de certitude que celle qui s'obſerve ainſi à l'œil, on mettra pluſieurs marques eo la ligne courbe comme devant, tant qu'il en eſt neceſſaire.

3 *Exemple de la maniere de meſurer les pais montagneux.*

Soit par A B C D ſignifié la circonference du pied oo baſe d'une montagne. Or ven que la ſuperfice courbe elevée d'icelle montagne eſtant ſur ladite baſe, eſt toute autre & plus grande que le plan comprins en une

circonference comme A B C D, il ſe faut ſervir icy d'une autre façon de meſurer; ce qui ſe peut faire en mettant diverſes marques ſur la montagne, leſquelles ſont icy ſignifiées par des poincts y comprins, leſquels on met auſſi pres oo auſſi loing l'un de l'autre que la choſe le requiert, à ſçavoir ſi pres que chaque ſuperfice courbe comprinſe entre quatre marques n'ait point de difference nuiſante d'nn plan; car alors meſurés chacun de ces quadrangles & autres parties comme plans, & iceux adjouſtez enſemble, on a le requis.

Concluſion Nous avons donc meſuré une piece de terre ſelon la maniere des Arpenteurs, comme il eſtoit reqois.

Notez I.

Veu qu'il peut facilement advenir qu'en meſurant on prend tres-ſoigneuſement garde à des choſes qui ne requierent pas ſi grande certitude. Et qu'au contraire on ne meſure pas aſſez exactement des choſes, leſquelles toutefois requerent plus juſte meſure, nous en ferons qoelque declaratioo comme s'enſuit.

Combien qu'en meſurant un triangle ſur la campagne, la perpendiculaire, comme je prens l'imaginée A D au premier exemple de ceſte propoſition, ne tombe point du tout à angle droit ſur la baſe B C, ce qui eſt peu de choſe, moyennant qu'elle finiſſe en la ligne D C. Soit par exemple A D la vraye perpendiculaire. & A E un peu dehors, mais D tombant eo la ligne B C, on voit que la longueur A E n'a point de difference importante de la longueur A D: Et pour en parler par exemple, ſi on prend A D ſur 100 verges, encore que D E ſuit alors d'une verge entiere, (je laiſſe un pied ou deux) A E ne ſera pas d'un poulce plus long que A D; car par les deux coſtez A D, D E de l'angle droit du triangle A D E, cerché l'hypothenuſe A E, elle ſe trouve à peu pres de 100 verges & $\frac{1}{288}\frac{07}{00}$ poulces. Parquoy il n'eſt pas neceſſaire de ſe travailler beaucoup pour compaſſer cecy ſi exactement ſur terre. Mais la croix arpentique, ou le poinct comme E, n'eſtant pas juſtement en la ligne B C, alors la perpendiculaire abuſée à la vraye, ſera comme la ſuperfice abuſée à la vraye, par la 1 propoſition du 6 livre *d'Euclide*. Parquoy il faut preodre garde de mettre bien juſtement la croix arpentique en la ſuſdite baſe B C, ce qui ſe peut faire facilement & fort preciſement par l'aide d'une marque, comme F, miſe eo la ligne B C, comme il a eſté dit plus amplement en pareil cas au troiſieſme exemple de la 5 propoſition du premier livre.

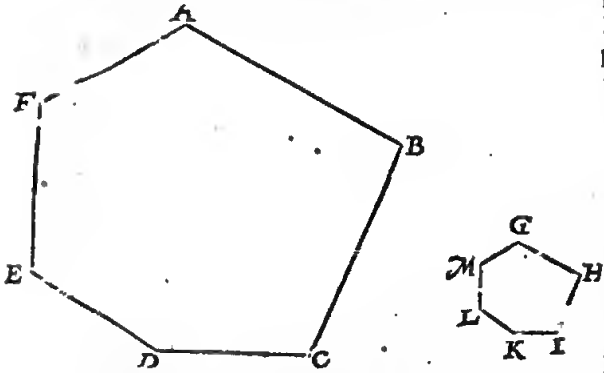
Secondement eo meſurant des terres fort longues & eſtroites, il faut prendre garde de plus pres eo meſurant le plus court coſté, qu'en meſurant le plus long; car un pied manqué là, cauſe plus de different au plan que d'avoir manqué d'un pied au plus long coſté. Ce que pour declarer par exemple: Soit une piece de terre rectiligne loogue de 800 pieds, & large de 10 pieds ſeulement, le plan ſera de 8000 pieds quarrez. Or poſé le cas qu'en meſurant le plus long coſté, qoi eſt proprement de 800 pieds, on ait manqué d'un pied, le prenant de 799 pieds, leſquels multipliez par la largeur 10 pieds, vient le plan 7990 pieds, lequel proprement devant eſtre de 800, on aura manqué de 10 pieds: Mais ſi en meſurant le plus court coſté, qui eſt proprement de 10 pieds, on avoit manqué d'un pied, le prenant de 9 pieds, iceux multipliez par la longueur 800 pieds, vient le plan de 7200 pieds, ce qui eſtant proprement 8000 pieds, il y a faute de 800 pieds. Un pied doncques ſur le plus loog coſté cauſe faute au plan ſeulement de 10 pieds, mais un pied ſur le plus court coſté, cauſe faute au plan de 800 pieds. Et pource il eſt convenable, comme nous avons dit, de prendre garde de plus pres eo meſurant, au plus court coſté, à ſçavoir és terres fort longues & eſtroites.

On pourra entendre par ceſt exemple d'on quadrangle rectangle, qu'en la meſure du triangle, il faut prendre garde de plus pres quand on meſure la plus courte ligne des deux, à ſçavoir la perpendiculaire & la baſe; car par la multiplication d'icelles ſe trouve auſſi le plan du triangle.

Notez II.

On peut encore trouver le contenu d'une campagne ſans la meſurer, ou au moins en meſutant nne ligne ſeulement, mettaor la forme de la campagne comprinſe entre certains termes ſur le papier, ſelon la maniere du quatrieſme exemple de la 16 propoſition du premier livre. Ceſte pourtraicture eſtant puis apres meſurée avec la petite meſure, on dit finalement par une regle generale inventée à telle fin par Son Excellence: Le quatré d'un coſté donne ce plan trouvé ſur le papier, combien le quarré de ſon coſté homologue meſuré ſur la ter-

la terre, & ce qui en prouient eſt le requis. Pour declarer cecy un peu plus clairement par exemple, ſoit A B C D E F une piece de terre à meſurer. De ceſte campagne ſoit marqué en petit ſur le papier le plan G H I K L M ſemblable à A B C D E F, & cela par la maniere de la 16 propoſition dn premier livre.



Ceſte figure G H I K L M eſtant meſurée ſur le papier ſelon la maniere de la 11 propoſition, ſe trouve je prens de 423567 ②.

Cecy eſtant ainſi, je choiſis quelque coſté, comme je prens G H, & le trouve par exemple de 546 ①, dont le quarré 298116 ②.

Je meſure puis apres ſur la terre le coſté homologue avec G H, qui eſt A B, le trouvant, je prens de 742 verges 7 ① 5 ②, dont le quarré 2037756 ②.

Je dis puis apres, le quarré de G H 298116 ② deuxieſme en l'ordre, donne le quarré de A B 2037756 ② troiſieſme en l'ordre, tõbien 423567 ② premier en l'ordre? vient pour le plan requis de A B C D E F 2895270 ②.

Qui eſt 28952 verges 7 ①, faiſant 48 arpents, & 152 verges 8 $\frac{2}{3}$ pieds de ceintute.

DEMONSTRATION.

Les plans ſemblables ſont en raiſon doublée de leurs coſtez homologues par la 20 propoſition du ſixieſme livre *d'Euclide*: Mais les deux quarrez des deux coſtez A B, G H eſtant ſemblables, ils ſont en raiſon doublée d'iceux coſtez; Et comme ces deux quarrez ſont l'un à l'autre, ainſi par l'operation les deux plans; parquoy ces deux plans ont raiſon doublée de leurs coſtez homologues: Et pourtant le plan G H I K L M eſtant bien meſuré, il faut que le plan A B C D E F ſoit auſſi bien meſuré. Il eſt bien vray que telle operation a plus de certitude du grand au petit, que du petit au grand, comme icy: toutesfois formant la figure ſur le papier auſſi grande qu'il le pourra commodement permettre, & en faiſant l'operation curieuſement avec de bons inſtruments, on s'en pourroit ſervir au beſoing.

TROISIESME PARTIE
DV SECOND LIVRE,
De la meſure des corps.

Noſtre deſſein en ceſte meſure des corps eſt de meſurer des piliers, pyramides, corps plans en general, & ſpheriques.

PROPOSITION XXII.

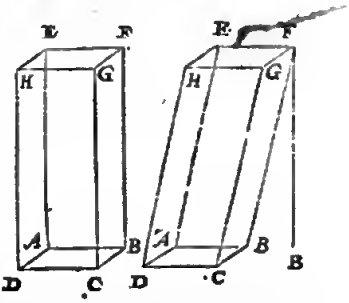
MEſurer un pilier donné.

Le donné. Soit A B C D E F G H un pilier quarré, dont la baſe A B C D fait 9, & la hauteur B F 8.

Le requis. Il faut trouver ſon contenu.

CONSTRVCTION.

Je multiplie la baſe A B C D 9, par la hauteur B F 8, vient pour le contenu requis du pilier 72.



NOTEZ.

Ce que nous avons dit icy du pilier dont la baſe eſt un quarré, s'entendra ainſi auſſi de tous: Car la baſe eſtant un triangle, polygone, cercle, figure reguliere ou irreguliere, dont les plans ſe trouvent par la deuxieſme partie de ce deuxieſme livre, on les multiplie touſiours par la hauteur.

Une digue ou rempart, dont le meſurement ſe rencontre aſſez ſouvent és païs diguez & fortifications, ſe conſidere en le meſurant comme un pilier giſant, dont la baſe eſt une hache; parquoy ſon meſurement ſuit la regle generale: Soit par exemple A B C D E une digue, laquelle priſe pour un pilier giſant, la hache A B C D ſignifiera la baſe du pilier, & F B à angle droit ſur D C ſoit la hauteur de la digue, B E la longueur. Or prenant que D C face 36 pieds, A B 12, & F B 15, B E 100, la hache ſera grande de 360 pieds par la quatrieſme diſtinction de la 11 propoſition du deuxieſme livre, iceux multipliez par la longueur B E 100, vient pour le requis 36000 pieds cubiques: dont la demonſtration eſt manifeſte.

Concluſion. Nous avons donc meſuré un pilier donné, ſelon le requis.

PROPOSITION XXIII.

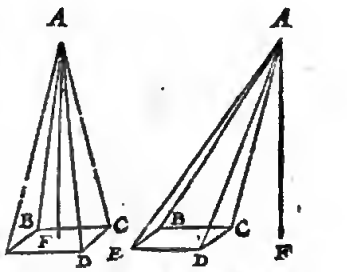
MEſurer une pyramide donnée.

Le donné. Soit A B C D E une pyramide, dont la baſe B C D E eſt un quarré faiſant 9, & la hauteur F A 8.

Le requis. Il faut trouver le contenu.

CONSTRVCTION.

Je multiplie la baſe B C D E 9 par la hauteur F A 8, vient 72, dont le tiers eſt 24 pour le contenu requis de la pyramide.



NOTEZ.

Ce qui a eſté dit icy d'une pyramide dont la baſe eſt un quarré, s'entendra auſſi ainſi de toutes autres; car la baſe eſtant un triangle, polygone, cercle, figure reguliere ou irreguliere, (dont le contenu ſe trouve par la deuxieſme partie de ce deuxieſme livre) on la multiplie touſiours par la hauteur ou perpendiculaire,

laire, prenant le tiers de ce qui en provient; dont la demonſtration eſt manifeſte par la 7 propoſition du douzieſme livre *d'Euclide.*

Concluſion. Nous avons donc meſuré une pyramide donnée, ſelon le requis.

Conſequence.

Il eſt notoire que multipliée la baſe d'un cone par la hauteur, & prenant le tiers du produit, qu'alors on aura le contenu du cone comme de la pyramide.

Propoſition XXIV.

Meſurer un corps comprins en plans de telle forme comme il advient.

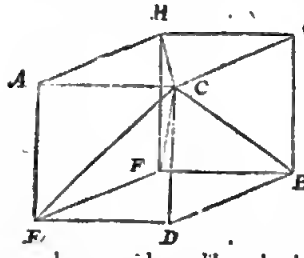
1 Exemple.

Le donné. Soit premierement A B un cube, duquel les ſix quartez ſont A C D E, E D B F, F B G H, G H A C, C G B D, A H F E, dont chaque coſté fait 3.

Le requis. Il faut trouver le contenu du cube ſelon la regle generale de meſurer tous corps comprins en plans.

Conſtruction.

Il faut ſçavoir que comme un plan polygone rectiligne ſe diviſe par lignes tendantes d'un angle aux autres angles, en autant de triangles qu'il y a de coſtez, moins les coſtez dont eſt fait iceluy angle: Ainſi ſe diviſe un corps plane ou comprins en plans par lignes tendantes d'un angle corporel, à tous les autres angles corporels, en autant de pyramides qu'il y a de plans, moins ceux dont eſt fait iceluy angle. Prenons par exemple au cube, l'angle corporel C pour ſommet commun de la pyramide, & tirons ou imaginons-nous encore quatre lignes, comme C E, C H, C B, C F, par icelles le cube eſt diviſé en trois pyramides, comme C E D B F, C A E F H, C H F B G, dont le ſommet commun eſt C: Parquoy cõme nous avons dit cy-deſſus, ce corps plane eſt par ce moyen diviſé en autant de pyramides qu'il y a de plans, moins ceux dont eſt fait iceluy angle corporel C, à ſçavoir trois, nõmement C A H G, C G B D, C D E A, leſquels ſouſtraits des ſix plans, reſtent encores trois plans pour baſes des trois pyramides, comme E D B F, A E F H, H F B G. Or donc ce corps eſtant ainſi diviſé en ſes trois pyramides, chacune ſera meſurée ſelon la doctrine de la 22 propoſition, de ceſte façon: Premierement pour meſurer la pyramide C E D B F, je multiplie E D 3 en ſoy, vient pour la baſe E D B F 9, iceux multipliez avec leur hauteur D C 3, vient 27, dont la troiſieſme partie pour la pyramide C E D B F ſera 9. Et faiſant le ſemblable avec la pyramide C A E F H, multipliant la baſe A E F H par ſa hauteur C A, & la baſe H F B G de la pyramide C H B G auſſi par ſa hauteur C G, on trouvera chaque pyramide, comme les autres, de 9, leſquelles trois pyramides ſont enſemble 27 pour le requis.



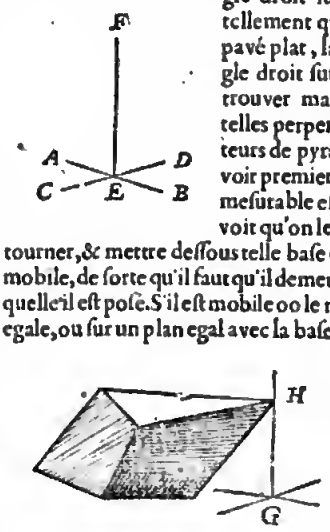
La *demonſtration* eſt, que toutes les parties ſont egales à leur entier. Et la preuve, que le cube donné meſuré comme pilier, (lequel auſſi en eſt une certaine eſpece) ſelon la doctrine de la 21 propoſition, ſe trouve auſſi de 27.

Or l'exemple que nous avons mis icy d'un corps regulier pour plus facile declaration, s'entend ainſi de tous corps planes tels qu'ils ſoient: car comme il a eſté dit cy-devãt, ils ſe peuvent diviſer en autant de pyramides qu'il y a de plans, moins ceux dont eſt fait iceluy angle, leſquelles pyramides toutes enſemble ont un commun ſommet, excepté quelque figure dont nous parleroos à la fin de ceſte propoſition.

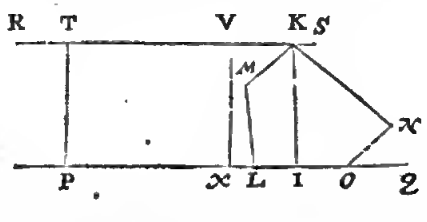
2 Exemple.

La perpendiculaire ou hauteur de la pyramide au premier exemple eſtoit fort aiſée à trouver, voire cognuë par le donné. Mais veo qo'és corps irreguliers elle tumbe auſſi bien dehors que dedans le corps, nous ferons quelque declaration de l'invention d'icelle.

Oo prendra à ceſte fin quelque matiere propre pour faire une croix, comme A B C D, & une regle E F à angle droit ſur la meſme croix, tellement qu'eſtant miſe ſur un pavé plat, la regle E F ſera à angle droit ſur iceluy plan. Pour trouver maintenant avec cecy telles perpendiculaires ou hauteurs de pyramides, il faut ſçavoir premierement que le corps meſurable eſt ou mobile, à ſçavoir qu'on le peut tourner & retourner, & mettre deſſous telle baſe qu'on veut; ou immobile, de ſorte qu'il faut qu'il demeure ſur la baſe ſur laquelle il eſt poſé. S'il eſt mobile oo le mettra ſur one table egale, ou ſur un plan egal avec la baſe en bas dõt on veut meſurer la pyramide: Si alors la perpendiculaire tõbe hors le corps, on mettra le ſuſdit inſtrumeot ſur la table ſur laquelle repoſe le corps, & on le joindra au ſommet commun, comme il ſe peut voir en ceſte figure; Puis apres ayant meſuré la loogueur comme G H, on a la hauteur cerchée de la pyramide, laquelle eſtant ainſi trouvée, on tournera le corps ſur la baſe d'une autre pyramide, meſurant alors ſa perpendiculaire comme devant.



Mais ſi la perpendiculaire cerchée tomboit dedans le corps, comme cy-deſſus I K perpendiculaire du corps L M K N O, avec le plan L O ſur la table ou plan P Q, on prendra une regle platte & droite R S, la mettant

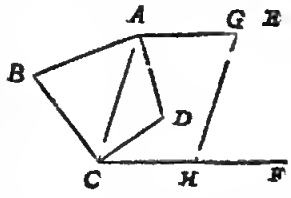


ſur le poinct K, tellement que les lignes T P & V X, (leſquelles ſe ſouſentendent à angle droit ſur les plans) ſont egales, car la longueur d'icelles eſt auſſi la longueur de la cerchée I K. Faiſant doncques le meſme auſſi ſouvent que le corps a de baſes meſurables de pyramides (ce ſont, comme il a eſté dit deſſus, tous les plans exterieurs, excepté ceux qui aydent à faire l'angle du ſommet commun, car des pyramides ne peuvent tomber ſur iceux) oo trouve toutes les perpendiculaires requiſes.

Mais

Mais ſi le corps eſtoit immobile, & s'il falloit qu'il demeuraſt ſur la baſe, on mettra contre les baſes des autres pyramides une planche platte, s'en ſervant comme de la ſuſdite table ou pavé ſur quoy repoſe le corps, trouvant là deſſus la perpendiculaire ou hauteur de la pyramide comme devant.

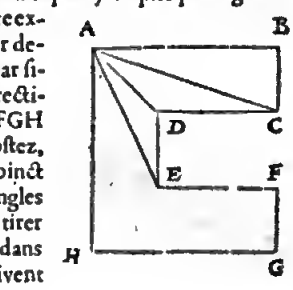
Apres il faut encores conſiderer cecy: S'il falloit meſurer la baſe d'une pyramide, ſur laquelle repoſe un corps immobile, là où on ne puiſſe voir les lignes, qui diviſent le plan en ſes triangles neceſſaires à la meſure. La maniere pour y parvenir entre autres peut eſtre telle: Soit A B C D une baſe inviſible, ſur laquelle ſe repoſe un corps, dont on deſire la longueur de la ligne A C. Pour y parvenir, je tire ſur la table du poinct A, la ligne A E, & C F, parallele avec icelle: Je prés puis apres avec le compas quelque longueur en la ligne A E, comme A G, mettant auſſi telle longuenr en la ligne C F, laquelle tombe, je prens de C juſques à H, & je tire G H, laquelle doit eſtre egale avec A C, pource qu'avec icelle A C elle eſt parallele entre deux paralleles: Parquoy G H eſtant meſurée, on a auſſi la longueur requiſe A C.



Mais pour ne ſe point abuſer quand on meſure, & afin qu'on cognoiſſe touſiours le ſommet commun, & qu'on ne prenne l'un pour l'autre, & auſſi qu'on diſcerne bien les plans meſurables, de ceux qui ne ſeront pas meſurez, on fera premierement ſur le ſommet commun une marque avec de la croye ou de l'enete, ſelon le ſuject. Puis apres on verra de quels plans & de eõbien de plans eſt compoſé l'angle corporel du ſommet commun, leur mettant auſſi une marque, comme une croix, ou quelque choſe ſemblable: Ce qui eſtant ainſi, tous les plans qui n'ont point de marque, ſervent pour baſes meſurables de la pyramide: Parquoy un de ces plans eſtant meſuré, on mettra ſon contenu là deſſus, & apres on meſurera ſa pyramide, car par là on verra touſiours quels plans ſont depeſchez ou ceux qui ſeront encores à depeſcher.

Son Excellence s'eſt voulu exercer actuellement en ceſte maniere de meſurer les corps planes irreguliers (laquelle j'eſtime nouvelle) & l'a trouvé commode. La cauſe qui le mouvoit à cela, eſtoit que voyant qu'il y a une regle generale de la meſure des plans rectilignes, il eſtimoit par là qu'il y en devroit auſſi avoir une des corps planes: De laquelle procedure naturelle pour ouvrir le chemin, nous en avons fait la ſuſdite propoſition.

Nous avons dit cy-devant que le corps plane ſe diviſe en pyramides, leſquelles ont toutes enſemble un ſommet commun, mais qu'il y a quelques figures eſquelles la regle ſouffre exception: Ce que pour declarer premierem̃t par ſimilitude avec un plã rectiligne, ſoit A B C D E F G H un plan avec huict coſtez, où l'on voit que du poinct A juſques aux trois angles C, D, E, ſe peuvent tirer des lignes, leſquelles dans le plan donné deſcrivent quelques triangles, mais que de A aux deux angles F, G, on ne peut tirer telles lignes, d'autant qu'elles ſortiroient hors de la figure donnée, & cauſeroient des triangles qui ne ſeroient point partie du plan donné. Ce que nous avons dit icy de l'angle A, le ſemblable advient à tous autres, à ſçavoir qu'il eſt impoſſible que d'un angle lon puiſſe tirer des lignes à tous les autres angles ſans ſortir hors de la figure donnée: Parquoy qui voudroit diviſer un tel plan en ſes triangles, il faudroit que pour le moins il mit deux angles communs. Par ceey nous voulons declarer que le ſemblable advenant aux corps planes, il faudra prendre plus d'un ſommet commun des pyramides.



Concluſion. Nous avons donc meſuré un corps comprins en plans de forme comme il advient, ſelon le requis.

Propoſition XXV.

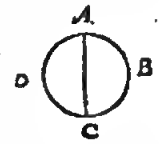
Meſurer une ſphere donnée.

Le donné. Soit A B C D une ſphere, dont l'axe A C ſoit 12.

Le requis. Il faut trouver ſa grandeur.

Construction.

Je trouve la ſuperfice ſpherique par la 18 propoſition de ce deuxieſme livre de $452\frac{4}{7}$, icelle multipliez avec la moitié de l'axe 6, vient $2715\frac{3}{7}$, dont la troiſieſme partie par regle generale eſt $905\frac{2}{7}$ pour le requis: Dont la demonſtration eſt manifeſte par la 32 propoſition du premier livre de la ſphere & cylindre *d'Archimede.*



Concluſion. Nous avons donc meſuré une ſphere donnée, ſelon le requis.

Propoſition XXVI.

Meſurer une ſection ſemidiametrale donnée de la ſphere.

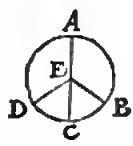
Nous appellons ſection ſemidiametrale de la ſphere, ce qui eſt limité par la revolution du ſemidiametre fermé au centre, & deſcrivant un cercle ou la ſuperfice de la ſphere.

Le donné. Soit A B C D une ſphere dont le centre E, & l'axe A C, & ſoit E D C B la ſection ſemidiametrale, tellement que l'arc D C B fait 120 deg. ou $\frac{1}{3}$ du cercle majeur.

Le requis. Il faut trouver la grandeur de la ſection ſemidiametrale E D C B.

Construction.

Elle eſt tout de meſme en la partie qu'en l'entier: Je trouve la ſuperfice ſpherique D C B, ſelon la doctrine de la 18 propoſition de ce deuxieſme livre, de $113\frac{1}{7}$; icelle multipliée avec 6 du ſemidiametre, vient $678\frac{6}{7}$, duquel la troiſieſme partie eſt pour le requis $226\frac{2}{7}$. Dont la demonſtration eſt manifeſte par la 42 propoſition du premier livre de la ſphere & cylindre *d'Archimede.*



Propoſition XXVII.

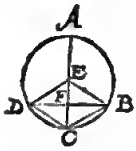
Meſurer une partie ſpherale, laquelle avec un plan eſt coupée de la ſphere entiere.

Le donné. Soit A B C D une ſphere, dont le centre E, & l'axe A C fait 12, d'icelle ſphere ſoit coupée avec un plan à angle droit ſur l'axe A C la partie B C D, coupant l'axe A C en F, tellement que F C face 3.

Le requis. Il faut trouver la grandeur de la partie BCD.

Construction.

Veu que A C fait 12, & F C 3, doncques E A fait 6, & F A 9; parquoy diſant A F 9 donne F A avec A E enſemble 15, combien le cone D C B $\frac{324}{7}$? (nous ferons cy-deſſous le calcul d'iceluy cone en brief) vient pour la partie ſpherale requiſe $141\frac{3}{7}$. Dont la demonſtration eſt faite en la 2 propoſition du deuxieſme livre de la ſphere & cylindre *d'Archimede.*

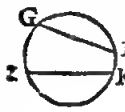


Le compte du ſuſdit cone eſt tel: Veu que les deux coſtez D E 6, E F 3, du triangle rectangle E F D ſont cognus, par là ſe cognoiſt le troiſieſme D F, & ſe trouve de $\sqrt{27}$: Mais D F faiſant autant, comme ſemidiametre de la baſe du cone C D B, dont la hauteur C F 3, s'enſuit par la ſuſdite 22 propoſition de ce livre qu'iceluy cone fait $\frac{324}{7}$ comme devant.

Mais, ſuivant la ſuſdite demonſtration *d'Archimede*, pour faire encore preuve par autre maniere d'operation vulgaire, ains un peu plus longue que la precedente, on fait comme s'enſuit: Je trouve la grandeur de la ſection ſemidiametrale EDCB par la 25 propoſition de $226\frac{2}{7}$, d'icelle ſouſtrait le cone E D B, faiſant comme devant $\frac{324}{7}$, reſte pour la partie ſpherale requiſe, comme en la premiere operation, $141\frac{3}{7}$.

Conſequence.

S'il y avoit à meſurer une partie ſpherale entre les plans G H, I K on trouve premierement la grandeur de la plus grande partie cordale G I L K H, de laquelle ſouſtraite la grandeur de la plus petite partie cordale I L K, le reſte eſt le requis.



Concluſion. Nous avons donc meſuré une partie ſpherale, laquelle avec un plan eſt coupée de la ſphere entiere, ſelon le requis.

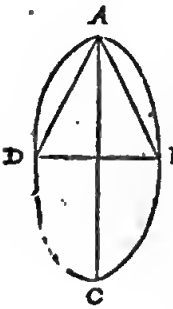
Proposition XXVIII.

Meſurer une ſpheroïde donnée.

Le donnée. Soit A B C D une ſpheroïde, dont le plus grand diametre A C fait 12, & D B 6.

Le requis. Il faut trouver ſa grandeur.

Construction.



Je tire les lignes droites A D, A B, & trouve la grandeur du cone A D B, par la conſequence de la 22 propoſit. de ce deuxieſme livre, de $56\frac{4}{7}$; dont le double $113\frac{1}{7}$ eſt pour la moitié de la ſpheroïde A D B, parquoy la ſpheroïde entiere requiſe fait $226\frac{2}{7}$. La demonſtration en eſt faite és 29 & 30 propoſitions des conoïdes & ſpheroïdes *d'Archimede.*

Concluſion. Nous avons donc meſuré une ſpheroïde donnée, ſelon le requis.

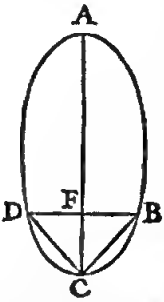
Propositon XXIX.

Meſurer une partie grande, ou petite, ou demye d'une ſpheroïde, laquelle eſt coupée avec un plan de la ſpheroïde entiere.

Le donné. Soit A B C D une ſpheroïde, dont le centre ſoit E, de laquelle eſt coupée avec un plan la partie D C B, dont l'axe C F fait 3, lequel axe produit juſques à la fin ſoit C A faiſant 12, & D B diamette de la baſe de la partie de la ſpheroïde fait 5.

Le requis. Il faut trouver la grandeur de la partie de la ſpheroïde D C B.

Construction.



Veu que A C fait 12, & F C 3, doncques E A fait 6, & F A 9; parquoy je dis, A F 9, donne F A avec A E enſemble 15, combien le cone D C B $19\frac{9}{14}$? (il fait autant par la 22 propoſition de ce livre) vient pour la partie de la ſpheroïde requiſe D C B $32\frac{21}{42}$. Dont la demonſtration eſt manifeſte par la 31 propoſition des conoïdes & ſpheroïdes *d'Archimede.*

Concluſion. Nous avons donc meſuré une partie grande, ou petite, ou demie d'une ſpheroïde, laquelle eſt coupée avec un plan de la ſpheroïde entiere, ſelon le requis.

Conſequence.

Si la ſection D B n'eſtoit pas à angle droit ſur le plus grand axe, comme cy-deſſus, mais qu'un plus petit axe rendiſt par ſon centre, il eſt manifeſte que la ſuſdite regle y aura auſſi lieu.

Proposition XXX.

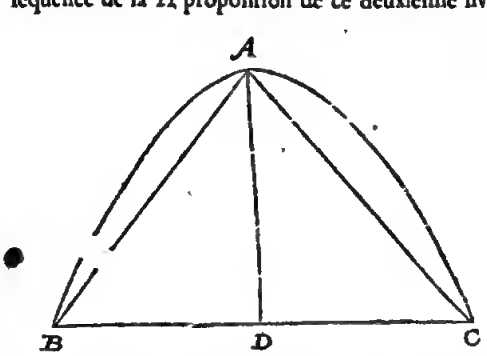
Meſurer un corps parabolique donné.

Le donné. Soit A B C le conoïde parabolique, dont le diametre de la baſe B C fait 10, & la hauteur A D 6.

Le requis. Il faut trouver ſa grandeur.

Construction.

Je tire A B, A C, & meſure le cone A B C par la conſequence de la 22 propoſition de ce deuxieſme livre,



le trouvant de $157\frac{2}{7}$, à cela touſiours ſa moitié comme $78\frac{4}{7}$, vient pour la grandeur requiſe du conoïde A B C $235\frac{5}{7}$. Dont la demonſtration eſt manifeſte par la 23 propoſition du livre des conoïdes & ſpheroïdes *d'Archimede.*

Concluſion. Nous avons donc meſuré un conoïde parabolique donné, ſelon le requis.

Pro-

PROPOSITION XXXI. ALB. GIRARD.

MEſurer un conoïde parabolique tronqué d'un plan parallele à la baſe.

Le donné. *Soyent B & C, les deux ſuperficies paralleles du couvercle & de la baſe, & D la perpendiculaire qui eſt entre deux.*

Le requis. *Il faut trouver ſa ſolidité.*

Conſtruction. *D (B+C) eſt le double de la ſolidité du conoïde tronqué: Dont la demonſtration eſt manifeſte, pource que les cylindres inſcrits & circonſcrits au conoïde parabolique ſont en meſme raiſon que les parallelogrammes aux triangles, tant inſcrits que circonſcrits.*

Concluſion. *Nous avons donc trouvé la ſolidité du conoïde tronqué, ſelon le requis.*

PROPOSITION XXXII. ALB. GIRARD.

MEſurer un corps hyperbolique donné.

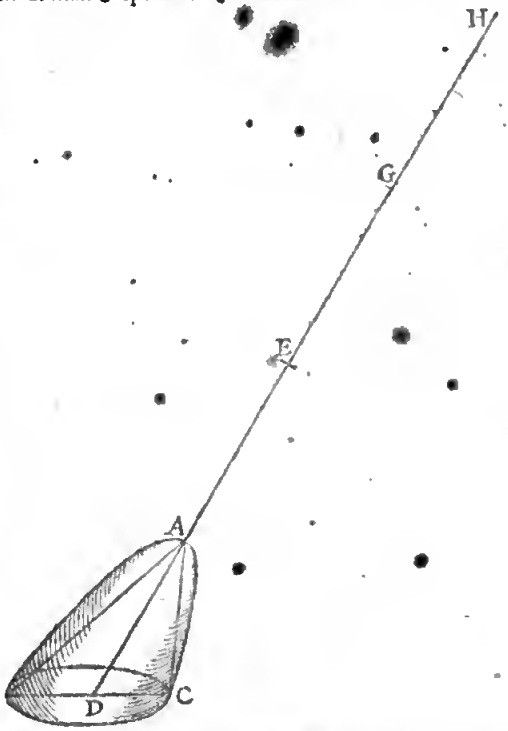
ALBERT GIRARD. J'ay adjouſté ceſte propoſition, afin que rien ne manquaſt icy de la meſure de la troiſieſme ſection conique tournée, qui eſt le conoïde hyperbolique.

Le donné. *Soit A B C une portion d'un conoïde hyperbolique, (eſtant coupé obliquement ſur l'axe) dont la ſection B C ſera ellipſe, & ſoit la ſuperfice 20, & A D diametre de concavité 7, mais la perpendiculaire de A ſur la baſe B C, ſoit 6; ſoit auſſi A G 16, qui eſt la tranſverſe ou diametre de convexité (car c'eſt le diametre auſſi des oppoſites) E contre des oppoſites au milieu de A G.*

Le requis. *Il faut trouver ſa ſolidité.*

CONSTRVCTION.

Ayant prolongé A G juſques à H, ainſi que G H ſoit egale à G E, alors A E, E G, G H ſeront egales; la portion du cone A B C, (ſur la meſme baſe B C elliptique, & meſme ſommet A) ſera 40; car la hauteur eſt 6: On dira donc G D 23 donne D H 31, combien 40 le cone inſcrit? viendra $53\frac{2}{23}$ pour la ſolidité de la portion du conoïde hyperbolique A B C, la conſtruction ſera ſemblable, lors qu'il eſt coupé à angles droits ſur l'axe; dont la demonſtration ſe tire des 27. & 28 propoſitions du livre des Conoïdes & Spheroïdes d'Archimedes.



Concluſion. *Nous avons donc meſuré un corps hyperbolique, ſelon le requis.*

Fin du deuxieſme livre de la Geometrie.

TROISIESME LIVRE DE LA PRACTIQVE DE GEOMETRIE,

Des quatre Conjugaiſons, comme Addition, Souſtraction, Multiplication, & Diviſion des grandeurs.

CEs quatre eſpeces propoſées en ce troiſieſme livre, ne ſeront que des grandeurs ſemblables données, deſquelles les requiſes ſont auſſi ſemblables aux données. Quant aux diſſemblables, qui ſe rencontrent auſſi en effect; leur converſion en ſemblables s'enſeignera au ſixieſme livre; parquoy la regle ſera generale ſur toutes: Comme auſſi en l'Arithmetique par nombres, là où les rompus ſe reduiſent à un nominateur commun, pour operer avec iceluy comme avec les entiers.

*Mais avant que de commencer nous ferons quelque advertiſſement de certain doubte qu'on pourroit propoſer: Aſçavoir que diverſes grandeurs qui ſeront icy données ſur le papier, ne s'adjouſtent point ſi proprement que la ſomme conſiſte des meſmes grandeurs données, comme il ſemble toutesfois que les propoſitions le requierent, y adjouſtant encores qu'*Euclide *& autres Mathematiciens renommez n'ont pas uſé de telle façon de parler. A cecy on reſpond que le ſemblable eſt commun en l'Arithmetique, dont nous ſuivons l'ordre: Comme par exemple, quelqu'un voulant aſſembler 4 & 3, dit qu'ils ſont enſemble 7, lequel 7 toutesfois ne conſiſte point hors des eſſentiels 4 & 3 donnez, veu que les meſmes 4 & 3 ſont demeurez en leur lieu. Parquoy ſi on vouloit parler icy du tout proprement, il ne faudroit point dire de l'addition des nombres donnez, ains, ſelon la maniere d'*Euclide, *de l'invention d'un nombre egal aux nombres donnez. Mais puis qu'une ſi grande proprieté ſeroit fort facheuſe tant en l'Arithmetique, & aux autres trois eſpeces reſtantes, qu'en l'Addition, ceſte maniere ſera permiſe par bonne raiſon, quoy qu'elle ſoit un peu plus impropre en la ſuſdite Arithmetique, à cauſe de la facilité qui en provient. Et le meſme ſe doit icy entendre en la practique de Geometrie, d'autant plus que quelques Mathematiciens ſe ſervent d'une telle maniere de parler, meſmes aux grandeurs, comme diſant (en la vieille queſtion) de la duplication du cube, ce qui n'eſt autre choſe que de trouver un cube double à un cube donné. Pourtant auſſi nous nous avions propoſé de faire ceſt advertiſſement.*

PREMIERE PARTIE DV TROISIESME LIVRE,

Des quatre conjugaisons, comme Addition, Soustraction, Multiplication, & Division des lignes.

PROPOSITION I.

Estant données des lignes semblables à adjouſter, trouver leur ſomme en une ſemblable ligne.

NOTEZ.

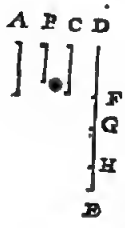
Veu que nous rencontrons en l'Arithmetique les quatre eſpeces en entier & en rompu, nous imiterons le ſemblable és grandeurs, mettant divers exemples en chaque propoſition.

1 Exemple de lignes droites en entier.

Le donné. Soient A, B, C, trois lignes droites à adjouſter.

Le requis. Il faut trouver leur ſomme en une ligne droite.

CONSTRVCTION.



Je tire l'infinie DE, & prens ſur le compas la longueur de la ligne A, l'appliquant en la ligne DE, de D juſques à F; puis apres la longueur B de F juſques à G, & la longueur C de G juſques à H. Ce qui eſtant ainſi, la ligne DH eſt la ſomme requiſe; dont la demonſtration eſt manifeſte par l'operation.

Autre operation par nombres.

Je meſure A, la trouvant je prens de 11 pieds, B de 7 pieds, C de 9 pieds; leſquels adjouſtez font 27: Parquoy tirant une ligne, comme DH, longue de 27 pieds, on a le requis.

2 Exemple de lignes droites en rompu.

Soit requiſe la ſomme des $\frac{2}{3}$ de la ligne A, avec les $\frac{3}{4}$ de la ligne B.

CONSTRVCTION.

Je meſure A, & la trouve je prens de 11 pieds, dont les $\frac{2}{3}$ font 7 ⅓ ②.
Et B de 7 pieds, dont les $\frac{3}{4}$ font 5 ¼ ③.
Somme 12 ⅝ ③.

Parquoy ayant tiré une ligne auſſi longue, laquelle ſoit I, on a le requis; dont la demonſtration eſt manifeſte par l'operation.

NOTEZ.

On pourroit demander ſi toutes lignes droites ſe peuvent appeller ſemblables, comme elles ont eſté dites cy-deſſus. Ma raiſon affirmative eſt telle:

Arcs comprenans angles egaux, s'appellent lignes ſemblables, mais arcs ſemblables peuvent eſtre eſtendus moins & moins obliques juſques à l'infini, tellement que leur difference de lignes droites ſoit plus petite qu'aucune ligne poſée, demeurans toutesfois arcs & lignes ſemblables: Ce qui eſtant ainſi, pourquoy eſt-ce que la derniere extenſion en une ligne droite feroit perdre le nom de ſemblable? Il ne ſemble point que la raiſon le vueille.

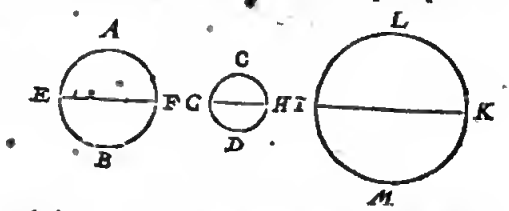
3 Exemple de lignes courbes.

Le donné. Soient AB, CD les circonferences de deux cercles.

Le requis. Il faut trouver leur ſomme en la circonference d'un cercle.

CONSTRVCTION.

Je marque aux circonferences données deux lignes droites homologues, comme leurs diametres: Celle de AB ſoit EF, & de CD ſoit GH: Je tire puis apres IK,



egale à EF avec GH, je deſcris ſur icelle, comme diametre, la circonference ILKM, que je dis la ſomme requiſe.

DEMONSTRATION.

Comme le diametre EF, à la circonference EAFB, ainſi GH à GCHD, ainſi auſſi IK à ILKM: Et par raiſon conjoincte, comme EF avec GH, à EAFB avec GCHD, ainſi IK à ILKM: Mais EF avec GH ſont enſemble egaux à IK par la conſtruction; parquoy EAFB & GCHD ſont enſemble egaux à ILKM, & conſequemment la circonference ILKM eſt la ſomme requiſe des deux autres.

Autre operation par nombres.

Je meſure EF, la trouvant je prens de 11 pieds, & GH de 7, qui font enſemble 18; parquoy tirant une ligne longue de 18 pieds, comme IK, & deſcrivant là deſſus comme diametre, une circonference ILKM, elle eſt la ſomme requiſe, dont la demonſtration eſt manifeſte par la precedente demonſtration.

CONSEQVENCE.

Les figures de ceſte propoſition ſont miſes icy comme lignes dedans un plan, toutesfois il eſt manifeſte que la regle eſt generale ſur toutes lignes ſemblables telles qu'elles ſoient, deſcrites tant en ſuperfices courbes qu'en plans. Ce qui s'entend auſſi ainſi és trois propoſitions qui ſuivent immediatement.

Concluſion. Eſtant donc données des lignes ſemblables à adjouſter, nous avons trouvé leur ſomme en une ſemblable ligne, ſelon le requis.

PROPOSITION II.

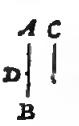
Estant donnée une ligne avec une ſemblable ligne à ſouſtraire, trouver le reſte en une ligne ſemblable.

1 Exemple de lignes droites en entier.

Le donné. Soit AB une ligne droite, & C la ligne à ſouſtraire.

Le requis. Il faut trouver leur reſte en une ligne droite.

CONSTRVCTION.



Je prens ſur le compas la longueur de C, l'appliquant en la ligne AB de A juſques à D: Ce qui eſtant ainſi, DB eſt le reſte requis, dont la demonſtration eſt manifeſte par la conſtruction.

Autre operation par nombres.

Je meſure AB, & la trouve je prens de 11 pieds, & C de 7 pieds, leſquels ſouſtraits des 11 reſtent 4: Parquoy ayant tiré une ligne longue de 4 pieds, comme DB, on a le requis.

2 Exem-

2 Exemple de lignes droites en rompu.

Soient à ſouſtraire les $\frac{3}{4}$ de la ligne C, des $\frac{5}{4}$ de la ligne AB.

CONSTRVCTION.

Je meſure AB, & la trouve je prens de 11 pieds, dont les $\frac{3}{4}$ font 825②.
Puis apres C de 7 pieds, dont les $\frac{2}{4}$ font 280②.
Leſquels ſouſtraits du premier en l'ordre, reſte 545②.

Parquoy ayant tiré une ligne de telle longueur, on a le reſte reqnis; dont la demonſtration eſt manifeſte par la conſtruction.

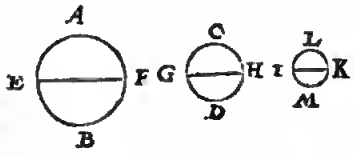
3 Exemple de lignes courbes.

Le donné. Soit la circonference du cercle AB une ligne courbe, & la circonference CD celle qui eſt à ſouſtraire.

Le requis. Il faut trouver leur reſte en la circonference d'un cercle.

CONSTRVCTION.

Je marque aux circonferences données deux droites lignes homologues, comme je prens leurs diametres: Celle de AB ſoit EF, & de CD ſoit GH. Puis apres tirant IK egale au ſur plus de EF par deſſus GH, je deſcris ſur icelle comme diametre la circonference ILKM, que je dis le reſte requis.



DEMONSTRATION.

Comme le diametre EF, à la circonference EAFB, ainſi GH à GCHD; ainſi auſſi IK à ILKM: & par raiſon reverſe, comme EF moins GH, à EAFB moins GCHD, ainſi IK, à ILKM: Mais EF moins GH, eſt egale à IK par la conſtruction; parquoy EAFB moins GCHD eſt egale à ILKM, & conſequemment ILKM eſt le reſte requis.

Autre operation par nombres.

Je meſure EF, la trouvant je prens de 11 pieds, & GH de 7, leſquels ſouſtraits de 11 reſte 4: parquoy tirant une ligne longue de 4 pieds, comme IK, & là deſſus comme diametre deſcrivant une circonference ILKM, elle eſt le reſte requis: dont la demonſtration eſt manifeſte par la demonſtration precedente.

Concluſion. Eſtant donc donnée une ligne, avec une ſemblable ligne à ſouſtraire: Nous avons trouvé le reſte en une ligne ſemblable, ſelon le requis.

PROPOSITION III.

ESTant donnée une ligne à multiplier, & un nombre multiplicateur: Trouver le produit en une ligne ſemblable à la donnée.

Nous avons demonſtré au 6 probleme de la premiere partie de noſtre Practique d'Arithmetique que le multiplicateur ne peut eſtre que nombre, ce qui s'entend auſſi ainſi du diviſeur avec le quotient, qui eſt auſſi touſiours nombre.

1 Exemple de lignes droites en entier.

Le donné. Soit AB une ligne à multiplier, & 213 le multiplicateur.

Le requis. Il faut trouver le produit en une ligne droite.

NOTEZ.

Tout ainſi que la multiplication & diviſion des nombres, ſe nomment abbreviations de l'addition & ſouſtraction, le meſme ſe rencontre icy és grandeurs: car ſi quelqu'un vouloit adjouſter 213 lignes egales à AB, ſelon la maniere de la 1 propoſition de ce troiſieſme livre, il auroit le requis, mais l'operation ſuivante eſt plus courte; ce qui s'entendra auſſi ainſi en la ſuivante multiplication & diviſion des ſuperfices & corps.

CONSTRVCTION.

Je tire la ligne infinie CD, & prens ſur le compas la longueur AB, la mettant dix fois dedans la ligne CD, ce qui vient je prens de C juſques à E: J'ouvre puis apres le compas de C juſques à E, & mets cela dix fois en la ligne CD, ce qui vient juſques à F. Je prens puis apres ſur le compas la longueur CF, l'appliquant de F juſques à G, tellement que CG fait 200. Maintenant poue avoir encores 13, HE ſignifie 10, parquoy de E vers C prenant encores trois parties, comme de E juſques à I, & alors le compas ouvert de H juſques à I, & icelle longueur appliquée de G juſques à K, la ligne CK eſt la requiſe, à ſçavoir 213 fois auſſi longue que AB; dont la demonſtration eſt manifeſte par l'operation.

Par la ſuſdite decuple augmentation la proceedure generale de toutes eſt notoire, car pour avoir des milliers on ouvriroit le compas ſur dix fois cent, & ainſi conſequemment avec les ſuivans.

Autre operation par nombres.

Je meſure AB, & la trouve, je prens, de 3 pieds, iceux multipliez avec 213 vient 639, parquoy tirant une ligne longue de 639 pieds, on a le produit requis.

2 Exemple de lignes droites en rompu.

Soient à multiplier les $\frac{3}{4}$ de la ligne AB, par $\frac{1}{6}$.

CONSTRVCTION.

Je meſure AB, & la trouve, je prens de 3 pieds, dont les $\frac{3}{4}$ font $\frac{9}{4}$, icelles multipliées avec $\frac{1}{6}$ vient 1875③; parquoy tirant une ligne de telle longueur on a le produit requis, dont la demonſtration eſt manifeſte par l'operation.

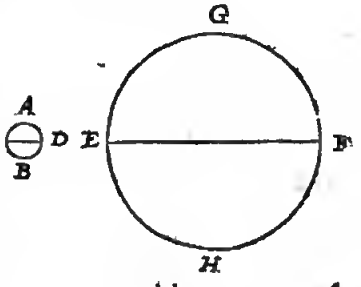
3 Exemple de lignes courbes.

Le donné. Soit la circonference du cercle AB une ligne courbe, & le multiplicateur 6.

Le requis. Il faut trouver le produit.

CONSTRVCTION.

Je marque en la circonference donnée quelque ligne droite, comme je prens le diametre CD, la multipliant par 6, ſelon la maniere du 1 exemple de



ceſte ptopoſition, dont le prodoit ſoit la ligne dtoite EF, & je deſcris ſur icelle comme diametre la citconference EGFH, que je dis le ptoduit requis.

DEMONSTRATION.

Comme le diametre EF, à la citconfetence EGFH, ainſi le diametre CD, à la citconference CADB: & pat taiſon alterne, comme EF à CD, ainſi EGFH à CADB; mais EF eſt 6 fois auſſi long que CD par la conſtruction, patquoy la circonference EGFH eſt ſix fois auſſi longue que la citconfetence CADB.

Autre operation par nombres.

Poſé que CD ſoit longue de 7 pieds, leſquels 6 fois font 42, patquoy tirant uoe ligoe, comme EF, de 42 pieds, & là deſſus deſctivant la circonference EGFH, on a le ptoduit requis; doot la demonſtration eſt manifeſte pat la precedente.

Concluſion. Eſtant donc doooée une ligne à multipliet, & un nombte multiplicateut, oous avons trouvé le ptoduit en une ligoe ſemblable à la doooée, ſeloo le requis.

PROPOSITION IV.

ESTant donnée une ligne à diviſer, & une ligne diviſeur, trouver le quotient.

1 Exemple de lignes droites en entier.

Le donné. Soit CK au premier exemple de la 3 ptoposition de ce troiſieſme livre une ligne à diviſer, & la ligne AB diviſeut.

Le requis. Il faut ttouver le quotieot.

CONSTRVCTION.

Je prens ſut le compas la longueur AB, & la mets dix fois en la ligne CK, ce qui vient, je prens, de C juſques à E: J'ouvre puis apres le compas de C juſques à E, & la mets dix fois dedans la ligne CK, ce qui vient juſques à F: Je prens puis apres ſur le compas la longueut CF, l'appliquant de F joſques à G; tellement que CG fait 200, parquoy le quotient fait premierement 200. Mais pour ſçavoit maintenant combien il faut qu'il y vienoe encores à cauſe de GK, je prens ſur le compas la longueut d'icelle GK, la trouvant, je prens, venit de H juſques à I, faiſant 13, leſquels avec les ſuſdits 200 font 213 pour le quotient requis; dont la demonſtration eſt manifeſte par la cooſtruction.

Autre operation par nombres.

Je meſure CK, & la trouve je preos de 639 pieds, & AB de ttois pieds, par iceux diviſez les 639, vient 213; & autant de fois eſt la ligne comme AB, en la ligne CK.

2 Exemple de lignes droites en rompu.

Soient à diviſer les $\frac{2}{3}$ de la ligne CK, au premier exemple de la 3 ptopoſition de ce troiſieſme livre, par les $\frac{3}{5}$ de la ligne AB.

CONSTRVCTION.

Je meſure CK, la trouvant, je prens, de 213 pieds, dont les $\frac{2}{3}$ font 142: je meſure puis aptes AB, la trouvant de 3 pieds, dont les $\frac{3}{5}$ font $\frac{9}{5}$: Pat iceox diviſez les ſuſdits 142, vient pour le qootient requis $78\frac{8}{9}$; doot la demonſtration eſt manifeſte par l'operation.

3 Exemple de lignes courbes.

Le donné. Soit à diviſer la citconference EGFH au troiſieſme exemple de la 3 propoſition de ce troiſieſme livte, par la citconference CADB comme diviſeur.

Le requis. Il faut trouver le quotient.

CONSTRVCTION.

Je tire dans les citconfeteoces données deux lignes dtoites homologues, comme les diametres EF, CD, & diviſaot EF par CD ſeloo la maoiere du premiet exemple de ceſte propoſition, ſe trouve pout qootieot je ptens 6, que je dis le quotient tequis des citcoofe-rences, dont la demonſtration eſt manifeſte par le revers de la demonſtration de la multiplication.

Autre operation par nombres.

Je meſure la ligne droite EF, la trouvant, je prens, de 42 pieds, & CD de 7, pat iceux diviſez les 42, vient pour le quotient requis 6: dont la demonſtratioti eſt manifeſte par le ptecedent.

Concluſion. Eſtant donc donnée une ligne à diviſer, & uoe ligne diviſeut, oous avons trouvé le quotieot, ſelon le requis.

SECONDE PARTIE
DV TROISIESME LIVRE,
Des quatre conjugaiſons, comme Addition, Souſtraction, Multiplication & Diviſion des ſuperfices.

NOTEZ.

Sur tout, qu'és quatre ptemieres propoſitions ſuivantes, pour briefveté nous marquerons les figures des ſuperfices ſeulement des plans rectilignes, par où on entendra que la regle eſt genetale de tootes ſuperfices ſemblables, telles qu'elles ſoieot, auſſi bien courbilignes & boſſues que rectilignes & plattes.

PROPOSITION V.

ESTant données ſuperfices ſemblables à adjouſter: Trouver leur ſomme en une ſemblable ſuperfice.

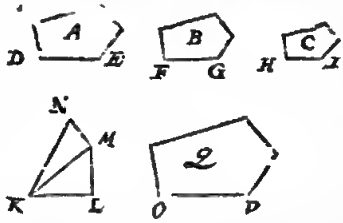
1 Exemple en entier.

Le donné. Soient A, B, C, trois ſuperfices ſemblables, deſquelles DE, FG, HI ſont lignes homologues.

Le requis. Il faut trouvet leur ſoqmme en une ſuperfice ſemblable avec A.

CONSTRVCTION.

Ie tire KL egale avec DE, & LM à angle droit ſor KL, & egale avec FG, apres KM, & là deſſus à angle dtoit MN egale avec HI, & tire KN. Puis aptes OP egale avec KN, comme homologue avec DE, ſur laquelle deſctivant la ſuperfice Q ſemblable à A, ſelon la doctrine de la 16 propoſition do ptemiet livte: Ie dis qu'icelle ſuperfice Q eſt la ſomme reqoiſe, à ſçavoit egale aux trois A, B, C; dont la demonſtration eſt manifeſte par la 31 propoſition du ſixieſme livte *d'Euclide.*



Autre operation par nombres.

Ie meſure les trois coſtez homologues, & trouve DE par exemple de 5, dont le quarré	25.
FG de 4, dont le quarré	16.
HI de 3, dont le quarré	9.
Somme	50.
Doot la tacine fait	707②.

Par-

Parquoy tirant une ligne longue de 707 ②, comme OP, homologue avec DE, & là deſſus marquant une ſuperfice, comme Q, ſemblable à A, on a le requis.

2 Exemple en rompu de l'invention de SON EXCELLENCE *tiré de la 8 propoſition ſuivante.*

Soit requiſe la ſomme des $\frac{2}{5}$ du plan A, avec le $\frac{1}{2}$ de B, & le $\frac{2}{3}$ de C.

CONSTRVCTION.

Ie meſure les trois coſtez homologues, trouvant DE, je prens, de 5 pieds, le quarré d'iceux ſait 25, dont les $\frac{2}{5}$ ſont 10.
FG de 4, deſquels le quarré 16, dont le $\frac{1}{2}$ ſait 8.
HI de 3, deſquels le quarré 9, dont le $\frac{2}{3}$ ſait 3.
Somme 21.
Dont la racine quarrée 458 ②.

Parquoy tiraot uoe ligne longue de 458 ② pieds, comme homologue avec DE, & là deſſus marquant une ſuperfice ſemblable à A, on a le requis: Doot la demonſtration ſe verra au ſuſdit lieu, à ſçavoir, en la 8 propoſition.

Concluſion. Eſtant donc données ſuperfices ſemblables à adjouſter, nous avons trouvé leur ſomme eo uoe ſemblable ſuperfice, ſeloo le requis.

PROPOSITION VI.

ESTant donnée une ſuperfice, avec une ſemblable ſuperfice à ſouſtraire: Trouver le reſte en ſemblable ſuperfice.

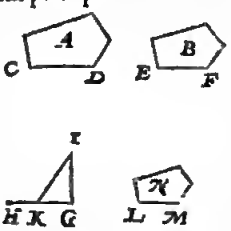
1 Exemple en entier.

Le donné. Soit A une ſuperfice, & B une ſemblable ſuperfice à ſouſtraire, deſquelles CD, EF ſont coſtez homologues.

Le requis. Il faut trouver le teſte en une ſuperfice ſemblable à A.

CONSTRVCTION.

Ie tire l'infinie GH, apres GI, à angle droit ſur icelle GH, & egale avec EF: le prens puis apres ſur le compas la longueur CD, mettant l'un pied au poinct I, l'autre dedans la ligoe GH, que je prens venit au poinct K: Ie tire puis apres la ligne LM egale avec KG, comme homologue avec CD, deſcrivant là deſſus la ſoperfice N, ſemblable à A, ce que je dis le reſte requis; donr la demonſtration ſe tire de la 31 propoſitioo du ſixieſme livre *d'Euclide.*



Autre operation par nombres.

Ie meſure les deux coſtez homologues, trouvaot CD, je prens, de 5 pieds, dont le quarré 25.
Et EF de 4, donr le quarré 16.
Lequel ſouſtrait du premier en l'ordre, reſte 9.
Donr la racioe qoarrée 3.

Parquoy tirant une ligne longue de 3 pieds, comme LM homologue avec CD, & là deſſus marquant one ſuperfice comme N ſemblable à A, oo a le teſte reqois.

2 Exemple en rompu de l'invention de SON EXCELLENCE *tiré de la 8 propoſition ſuivante.*

Soit des $\frac{2}{5}$ de la ſuperfice de A à ſouſtraire la $\frac{1}{2}$ de B.

CONSTRVCTION.

Ie meſure les deux coſtez homologues, trouvant CD, je preos de 5 pieds, dont le quarré 25, deſquels les $\frac{2}{5}$ ſoot 10.
Et EF 4, dont le quarré 16, deſquels la moitié ſait 8.
Leſquels ſouſtraits du premier eo l'ordre, reſte 2.
Dont la racine quarrée 141 ②.

Parquoy tirant une ligne longue de 141 ② pieds, comme homologue avec CD, & là deſſus marquant une ſuperfice ſemblable à A, on a le reſte requis: dont la demonſtrarion ſe verra au lieu ſuſdit, à ſçavoir en la 8 propoſition.

Concluſion. Eſtant donc donnée uoe ſuperfice, & une ſuperfice ſemblable à ſouſtraire: Nous avons trouvé le reſte en ſuperfice ſemblable, ſeloo le requis.

PROPOSITION VII.

ESTant donnée une ſuperfice à multiplier, & un nombre multiplicateur: Trouver leur produit en une ſuperfice ſemblable à la donnée.

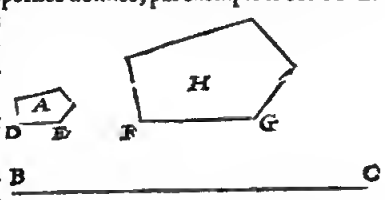
1 Exemple en entier.

Le donné. Soit A une ſuperfice à multiplier, & le multiplicareur 10.

Le requis. Il ſaut trouver leut produir, qui eſt une ſuperfice dix fois auſſi grande que A, & ſemblable à icelle.

CONSTRVCTION.

Ie tire la ligne BC dix fois auſſi longue qu'aucun des coſtez de la ſuperfice donnée, par exemple le coſté DE: Je troove puis apres la ligne moyeooeproportiooelle enrre DE & BC par la 3 propoſition du 4 livre, laquelle ſoit FG, ſur icelle comme homologue avec DE je marque la ſuperfice H ſemblable à A, que je dis le produir requis, à ſçavoir dix fois auſſi grande que la ſuperfice A: dont la demonſtration ſe tire de la 20 propoſitioo du ſixieſme livre *d'Euclide.*



NOTEZ.

Il eſt bien vray qu'on declare plus commodement les propoſitions preſentes par la doctrine precedeore que ſuivanre: Toutesfois cela eſt advenu autrement en l'inventioo des lignes proportionelles, taoticy qu'en quelques propoſitioos de ce livre: Touresfois ſi nous euſſions mis le quattieſme livre devant le 3, oous euſſions peu evirer telle choſe, mais alors oous n'euſſions pas ſuivi le ſuſdit ordre general de l'Arithmetique, que nous nous avions ptopoſé de ſuivre.

Autre operation par nombres.

Ie meſure la ligne DE, la rtouvant je prens de trois pieds, leſquels dix fois ſont 30 pieds: Entre ce 30 & 3 je trouve uo oombre moyeo proportionel, qui eſt 949 ②; parquoy titant une ligne de telle loogueur comme FG, & là deſſus marquaar une ſuperfice H ſemblable avec A, oo a le produit requis.

Autre operation par nombres fondée ſur la ſuſdite invention de SON EXCELLENCE.

Soit encore la ligoe DE de trois pieds, ſoo qoarré eſt 9.
Cela 10 fois vient 90.
Dont la racioe quarrée 949 ②.

Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme FG homologue avec DE, & là deſſus marquant une ſuperfice H ſemblable à A, on a le produit requis.

2 Exemple en rompu.

Soient à multiplier les $\frac{2}{3}$ de la ſuperfice A, avec 10 $\frac{1}{2}$.

CONSTRVCTION.

Je meſure DE, & la trouve je prens de trois pieds, les $\frac{2}{3}$ d'iceux comme 2, multipliez par 10 $\frac{1}{2}$ font 21. Entre ces 21 & les ſuſdits 3. je trouve un nombre moyen proportionel, qui eſt 794②; Parquoy tirant une ligne auſſi longue, & là deſſus marquant une ſuperfice ſemble à A, on a le produit requis.

Autre operation en rompu, fondée ſur la ſuſdite invention de SON EXCELLENCE.

Soient encores à multiplier les $\frac{2}{3}$ de la ſuperfice A, avec 10 $\frac{1}{2}$.

CONSTRVCTION.

Je meſure DE, la trouvant je prens de 3 pieds, le quarré d'iceux fait 9 pieds, dont les $\frac{2}{3}$ font 6.
Iceux multipliez avec 10 $\frac{1}{2}$ vient 63.
Dont la racine quarrée 794②.

Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme homologue avec DE, & là deſſus marquant une ſuperfice ſemblable à A, on a le produit requis.

CONSEQVENCE.

Quand on deſire en l'Arithmetique quelque partie de quelque nombre rompu, comme par exemple les $\frac{2}{3}$ de $\frac{2}{3}$, on multiplie $\frac{2}{3}$ avec $\frac{2}{3}$, & le produit eſt le requis: Ainſi auſſi en la practique de Geometrie, quand on deſire quelque partie de la partie d'une ſuperfice donnée, pourveu qu'elle ſoit ſemblable avec l'entier, par exemple les $\frac{2}{3}$ des $\frac{2}{3}$ de la ſuperfice A: Il eſt notoire qu'on multipliera ſelon la maniere du ſuſdit deuxieſme exemple, & que le produit ſera le requis. La meſme conſequence s'entendra auſſi ainſi ſur la multiplication des corps en la 11 propoſition ſuivante.

Concluſion. Eſtant donc donnée une ſuperfice à multiplier, & un nombre multiplicateur, nous avons trouvé leur produit en une ſuperfice ſemblable à la donnée, ſelon le requis.

PROPOSITION VIII.

Estant donnée une ſuperfice à diviſer, & une ſemblable ſuperfice diviſeur: Trouver le quotient.

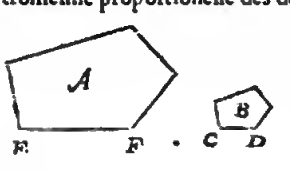
1 Exemple en entier.

Le donné. Soit A une ſuperfice à diviſer, & la ſuperfice B ſemblable à A ſoit diviſeur, dont le coſté CD eſt homologue avec EF.

Le requis. Il faut trouver leur quotient, qui eſt, combien de fois une ſuperfice comme B eſt comprinſe en la ſuperfice A.

CONSTRVCTION.

Je trouve par la 2 propoſition du quatrieſme livre la troiſieſme proportionelle des deux EF, CD, laquelle ſoit G: Je voy puis apres combien de fois G eſt en EF, & ſe trouve, je prens trois fois: Ce qui eſtãt ainſi, je dis que 3 eſt le quotient requis, à ſçavoir qu'une ſuperfice comme B, eſt comprinſe 3 fois en la ſuperfice A. La demonſtration ſe tire de la 20 propoſition du ſixieſme livre *d'Euclide.*



Autre operation par nombres, ſelon la maniere de la precedente operation Mathematique.

Je meſure les deux coſtez homologues, trouvant je prens EF de 18.
Et CD de 6.
Je dis puis apres, 18 premier en l'ordre, donne 6 deuxieſme en l'ordre, combien les meſmes 6 ? vient 2.
Par iceux diviſez 18 premier en l'ordre, vient pour le quotient requis 9.

Autre operation ſelon l'invention de SON EXCELLENCE.

On diviſera les quarrez des coſtez homologues l'un par l'autre, car le quotient donne auſſi le requis: par exemple ayant diviſé 324 (quarré de EF 18) par 36 (quarré de CD 6) vient comme deſſus 9.

Origine de ceſte operation.

SON EXCELLENCE conſiderant que les ſuperfices ſemblables eſtoient en telle raiſon l'une à l'autre, que les quarrez de leurs coſtez homologues, concluoit par là que le quotient des quarrez de deux coſtez homologues, doit auſſi eſtre le quotient des ſuperfices.

SON EXCELLENCE ayant apperceu que ceſte regle eſtoit fort generale, il depeſcha par icelle pluſieurs operations avec une ſinguliere facilité, leſquelles ſeront deſcrites cy-apres chacune en ſon lieu.

2 Exemple en rompu ſelon la ſuſdite invention de SON EXCELLENCE.

Soient à diviſer les $\frac{2}{3}$ de la ſuperfice A, par les $\frac{3}{4}$ de la ſuperfice B.

CONSTRVCTION.

Je meſure deux coſtez homologues, trouvant EF je prens de 18, le quarré d'iceux 324, dont les $\frac{2}{3}$ font 216.
Et CD 6, le quarré d'iceux 36, dont les $\frac{3}{4}$ font 27.
Par iceux diviſez les 216, vient pour le quotient requis 8.

Dequoy la demonſtration s'entend par la ſuſdite origine.

Concluſion. Eſtant donc donnée une ſuperfice à diviſer, & une ſemblable ſuperfice diviſeur, nous avons trouvé le quotient, ſelon le requis.

TROISIESME PARTIE
DV TROISIESME LIVRE,

Des quatre conjugaiſons, comme Addition, Souſtraction, Multiplication, & Diviſion des corps.

NOus deſcritons pour briefveté, és quatre propoſitions ſuivantes, les figures ſeulement des corps planes, par où on entendra que la regle eſt generale de tous corps ſemblables, tels qu'ils ſoient, auſſi bien creux & courbes que planes.

PRO-

Proposition IX.

Estant donnez des corps semblables à adjouster; Trouver leur somme en un corps à eux semblable.

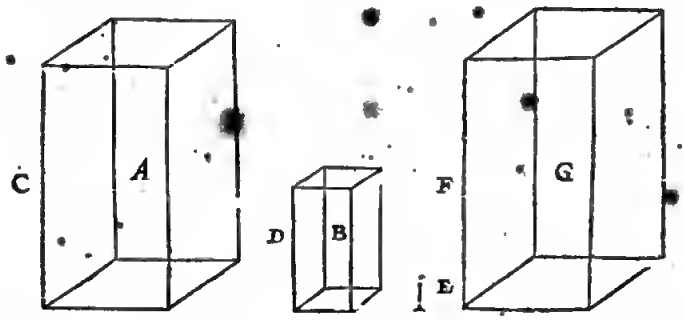
1 *Exemple en entier.*

Le donné. Soient A, B, deux corps semblables à adjouster, dont les lignes homologues sont C, D.

Le requis. Il faut trouver leur somme en un corps semblable à A.

Construction.

Ie trouve la quatrieſme ligne proportionelle E des deux C, D, par la conſequence de la 1 propoſition du quatrieſme livre : Puis apres deux moyennes proportionnelles entre la ligne C & la ligne egale à C avec E par la 4 propoſit. du quatrieſme livre, deſquelles deux lignes moyennes proportionelles ſoit F la premiere. Sur icelle, comme homologue avec C, je marque le corps G ſemblable à A, lequel je dis la ſomme requiſe, à ſçavoir egal aux deux A B.



Demonstration.

Article I.

La ligne C à E a une raiſon triplée de la ligne C à D par l'operation : parquoy comme la ligne C à E, ainſi le corps A au corps B; & par raiſon compoſée, comme les deux lignes C, E, à la ligne C, ainſi les deux corps A & B au corps A.

Article II.

La ligne C obtient à la ligne egale à C avec E une raiſon triplée de la ligne C à F par la conſtruction : parquoy comme la ligne C, à C avec E, ainſi le corps A, au corps G. Et par raiſon reverſe, comme les deux lignes C, E, à la ligne C, ainſi le corps G, au corps A. Mais la meſme raiſon des deux corps A & B enſemble au corps A, a eſté demonſtrée au premier article; parquoy (car ceux-la, dont les raiſons ſont egales à un meſme, ſont de neceſſité egaux entr'eux) le corps G eſt egal avec les deux corps A, B.

Autre operation par nombres ſelon la maniere de la precedente operation Mathematique.

Je meſure deux coſtez homologues, comme par exemple C & D, trouvant C de 4.
Et D de 2.
Le quatrieſme nombre proportionel 4 premier en l'ordre, & 2 deuxieſme en l'ordre, eſt $\frac{2}{2}$.
Iceluy avec 4 premier en l'ordre fait $4\frac{1}{2}$.
Je cerche puis apres le premier des deux nombres moyens proportionaux entre 4 premier en l'ordre, & $4\frac{1}{2}$ quatrieſme en l'ordre, qui eſt racine cubique de 72.
Qui fait 416 ③.

Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme F homologue avec C, & là deſſus marquant un corps G ſemblable à A, on a la ſomme requiſe.

Autre operation par nombres ſelon l'invention de Son Excellence.

Je meſure deux coſtez homologues, comme par exemple C & D, trouvant C de 4 pieds, dont le cube 64.
Et D de 2, dont le cube 8.
Leſquels adjouſtez aux autres, vient 72.
Dont la racine cubique 416 ③.

Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme F homologue avec C; & là deſſus marquant un corps G ſemblable à A, on a la ſomme requiſe.

2. Exemple en rompu, où l'invention de Son Excellence *a lieu.*

Soit requiſe la ſomme de $\frac{3}{8}$ du corps A, avec $\frac{1}{4}$ du corps B.
Je meſure deux coſtez homologues, comme par exemple C & D, trouvant C de 4 pieds, ſon cube fait 64, dont les $\frac{3}{8}$ ſont 24.
Et D de 2, le cube d'iceux 8, dont $\frac{1}{4}$ fait 2.
Somme 26.
Dont la racine cubique 296 ③.

Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme homologue avec C, & là deſſus marquant un corps ſemblable à A, on a la ſomme requiſe, dont la demonſtration ſe tire de l'origine de la 8 propoſition de ce livre.

Concluſion. Eſtant donc donnez des corps ſemblables à adjouſter, nous avons trouvé leur ſomme en un corps à eux ſemblable, ſelon le requis.

Proposition X.

Estant donné un corps, avec un ſemblable corps à ſouſtraire, Trouver le reſte en un ſemblable corps.

1 *Exemple en entier.*

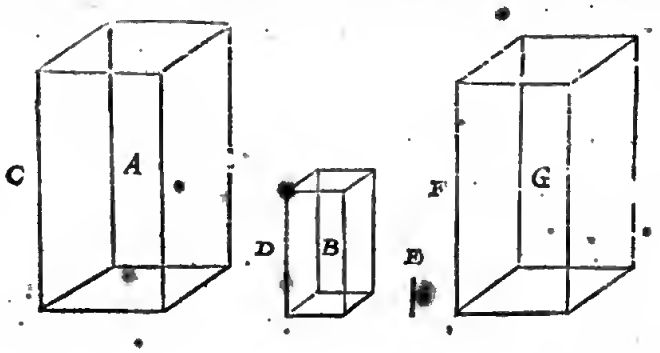
Le donné. Soit A un corps, & B un ſemblable corps à ſouſtraire, dont les lignes homologues ſoient C, D.

Le requis. Il faut trouver le reſte en un corps ſemblable à A.

Con-

CONSTRVCTION.

Ie trouve la quatrieſme proportionelle E des deux C, D; puis apres deux moyennes proportionnelles entre la ligne C, & la ligne C moins E, deſquelles deux moyennes proportionelles la premiere ſoit F: Sur icelle, comme homologue avec C, je marque le corps G ſemblable à A, lequel je dis le reſte requis.



DEMONSTRATION.

ARTICLE I.

La ligne G obtient à la ligne E une raiſon triplée de la ligne C à D par la conſtruction: parquoy comme la ligne C à la ligne E, ainſi le corps A au corps B; & par raiſon disjoinre, comme la ligne C moins la ligne E à la ligne C, ainſi le corps A moins le corps B au corps A.

ARTICLE II.

La ligne C obtient à la ligne C moins la ligne E une raiſon triplée de la ligne C à F par la conſtruction: parquoy comme la ligne C à la ligne C moins la ligne E, ainſi le corps A au corps G; & par raiſon reverſe, comme la ligne C moins la ligne E à la ligne C, ainſi le corps G au corps A. Mais la meſme raiſon du corps A moins le corps B au meſme corps A, a eſté demonſtrée au premier article; parquoy (car ceux dont les raiſons ſont egales à un meſme, il faut qu'ils ſoient egaux) le corps G eſt egal au corps A moins le corps B, qui eſt, le corps B ſouſtrait de A, le reſte eſt un corps comme G.

Autre operation par nombres ſelon la maniere de la precedente operation Mathematique.

Je meſure deux coſtez homologues, comme par exemple C & D, trouvant C de 4.
Et D de 2.
Le quatrieſme nombre proportionel de 4 premier en l'ordre, & 2 deuxieſme en l'ordre, eſt $\frac{2}{4}$.
Iceux ſouſtraits de 4 premier en l'ordre, reſte $3\frac{2}{4}$.
Je cerche puis apres le premier des deux nombres moyens proportionaux entre 4 premier en l'ordre, & $3\frac{2}{4}$ quatrieſme en l'ordre, le meſme eſt racine cubique de 56.
Laquelle fait 383 ②.

Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme F homologue avec C, & là deſſus marquant un corps G ſemblable à A, on a le reſte requis.

Autre operation par nombres ſelon l'invention de SON EXCELLENCE.

Je meſure deux coſtez homologues, comme par exemple C & D, trouvant C de 4 pieds, dont le cube 64.
Et D de 2 pieds, dont le cube 8.
Lequel cube ſouſtrait de l'autre, reſte 56.
Dont la racine cubique 383 ②.

Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme F homologue avec C, & là deſſus marquant un corps ſemblable à A, on a le reſte requis.

2 Exemple en rompu, où l'invention de SON EXCELLENCE *a lieu.*

Soit des $\frac{3}{8}$ du corps A, à ſouſtraire $\frac{1}{4}$ du corps B.

CONSTRVCTION.

Je meſure les deux coſtez homologues, comme par exemple C & D, trouvant C de 4 pieds, le cube d'iceux eſt 64, dont les $\frac{3}{8}$ font 24.
Et D de 2, le cube d'iceluy 8, dont $\frac{1}{4}$ fait 2.
Leſquels ſouſtraits de 24 premier en l'ordre, reſte 22.
Dont la racine cubique 28 ①.

Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme homologue avec C, & là deſſus marquant un corps ſemblable à A, on a le reſte requis: Dont la demonſtration ſe tire de l'origine de la 8 propoſition de ce troiſieſme livre.

Concluſion. Eſtant donc donné un corps avec un ſemblable corps à ſouſtraire, nous avons trouvé le reſte en un ſemblable corps, ſelon le requis.

PROPOSITION XI.

Eſtant donné un corps à multiplier, & un nombre multiplicateur, Trouver le produit en un corps ſemblable au donné.

1 Exemple en entier.

Le donné. Soit A le corps à multiplier, avec quelque ligne droite là dedans, comme B, & le multiplicateur 8.

Le requis. Il faut trouver le produit en un corps ſemblable à A, & 8 fois auſſi grand.

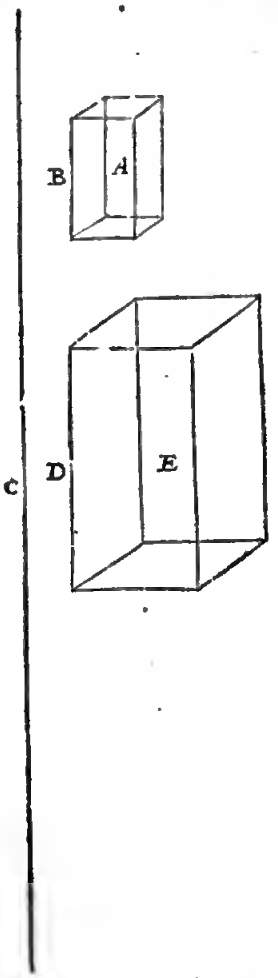
CONSTRVCTION.

Je tire la ligne C, 8 fois auſſi longue que la ligne B, pource que le multiplicateur donné eſt 8: Je trouve puis apres deux lignes moyennes proportionelles par la 4 propoſition du quatrieſme livre, dont la premiere ſoit D: ſur laquelle comme homologue avec B marquant le corps E ſemblable à A, je dis qu'il eſt le produit requis, à ſçavoir 8 fois auſſi grand que le corps A.

DEMON-

DEMONSTRATION.

La ligne B à C, a une raiſon triplée de la ligne B à D par la conſtruction : Parquoy comme la ligne B à C,



ainſi le corps A à E : Et par raiſon teverſe, comme la ligne C à B, ainſi le corps E à A. Mais la ligne C eſt 8 fois auſſi grande que B, parquoy le corps E eſt 8 fois auſſi grand que le corps A, ce qui eſt le produit requis.

Autre operation par nombres ſelon la maniere de la precedente operation Mathematique.

Ie meſure la ligne B, la trouvant par exemple de	2.
Iceux multipliez avec 8 vient	16.
Ie trouve puis apres le premier des deux oombtes moyens proportionaux entre 2 & 16, qui eſt	4.

Patquoy tirant une ligne d'icelle loogueur, comme D homologue avec B, & là deſſus marquant un corps ſemblable à A, oo a le produit requis.

Autre operation par nombres fondée ſur la ſuſdite invention de SON EXCELLENCE.

Soit la ligne B encote 2 pieds, ſon eube eſt	8.
Iceux 8 fois vient	64.
Dont la racine cubique	4.

Patquoy tirant une ligne d'ieelle longueur, comme D homologue avec B, & là deſſus marquant un eorps E ſemblable à A, on a le produit requis.

2 Exemple en rompu.

Soient à multipliet les $\frac{2}{3}$ du eorps A avec $\frac{3}{4}$.

CONSTRVCTION.

Ie meſure la ligne B, la trouvant je ptens de	2.
Dont les $\frac{2}{3}$ font	$\frac{4}{3}$.
Iceux multipliez avec le multiplicateur donné $\frac{3}{4}$, vient	1.
Ie trouve puis aptes le premier des deux nombres moyens proportionaux entre 2 premier en l'ordre, & 1 troiſieſme eo l'ordre, qui eſt racine cubique de	4.
Laquelle fait	159 (2).

Parquoy tirant une ligne d'ieelle longueut, comme homologue avec B, & là deſſus marquant un corps ſemblable à A, on a le produit requis : Dont la demoo-ſtration eſt manifeſte par le precedent.

Autre operation en rompu, fondée ſur la ſuſdite invention de SON EXCELLENCE.

Soient autrefois à multiplier les $\frac{2}{3}$ du corps A, avec $\frac{3}{4}$.

CONSTRVCTION.

Ie meſure la ligne B, la trouvant par exemple de 2, le cube d'iceux fait 8 pieds, dont les $\frac{2}{3}$ foot	$\frac{16}{3}$.
Iceux $\frac{3}{4}$ fois vient	4.
Dont la racine cubique	159 (2).

Parquoy titant une ligne d'icelle longueur, comme homologue avec B, & là deſſus marquant un corps ſemblable à A, on a le produit requis.

Concluſion. Eſtant donc dooué un corps à multiplier, & on nombre multiplicateur ; nous avons trouvé le produit eo un eorps ſemblable au donné, ſelon le requis.

PROPOSITION XII.

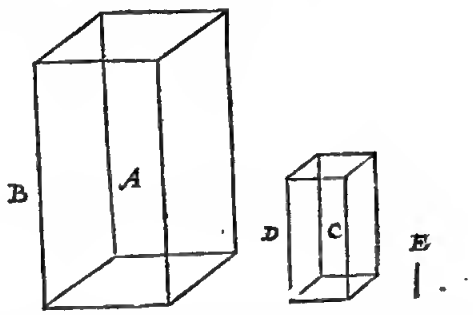
ESTant donné un corps à diviſer, & un ſemblable corps diviſeur : Trouver le quotient.

Le donné. Soit A le eorps à diviſer, avee une ligne là dedans comme B, & le corps C ſemblable à A ſoit diviſeur, avee une ligne là dedans, comme D homologue avec B.

Le requis. Il faut trouver le quotieot, qui eſt, combien de fois un corps comme C eſt comprins au corps A.

CONSTRVCTION.

Je trouve des deux lignes D, B, une quatrieſme proportionelle par la conſequenee de la 1 propoſition du quatrieſme livre, laquelle ſoit E : Je meſure puis apres combien de fois la ligoe E eſt en B, & s'y trouve par



exemple 8 fois, par où je conclus que 8 eſt le quotient requis, c'eſt à dire qu'un corps comme C eſt comprins 8 fois au eorps A.

DEMON-

DEMONSTRATION.

La ligne B à E a une raiſon triplée de la ligne B à D par la conſtruction ; parquoy comme la ligne B à E, ainſi le corps A à C : Mais la ligne B eſt 8 fois auſſi grande que E, parquoy le corps A eſt 8 fois auſſi grand que le corps C ; & conſequemment un corps comme C eſt 8 fois au corps A, & pource 8 eſt le quotient requis.

Autre operation par nombres ſelon la maniere de la precedente operation Mathematique.

Je meſure la ligne B, la trouvant je prens de 4.
Et D de 2.
Ie trouve puis apres le quatrieſme nombre proportionel des deux 4 & 2, qui eſt $\frac{1}{2}$.
Par iceluy diviſé 4 premier en l'ordre, vient pour le quotient requis. 8.

Autre operation ſelon l'invention de SON EXCELLENCE.

Je meſure deux coſtez homologues, comme par exemple B & D, trouvant B de 4 pieds, dont le cube fait 64.
Et D de 2, dont le cube 8.
Par iceux diviſez les 64, vient pour le quotient requis 8.

2 Exemple en rompu, où l'invention de SON EXCELLENCE *a lieu.*

Soient à diviſer les $\frac{2}{3}$ du corps A, par les $\frac{3}{4}$ du corps C.

CONSTRVCTION.

Je meſure deux coſtez homologues, comme par exemple B & D, trouvant B de 4 pieds, le cube d'iceux 64, dont les $\frac{2}{3}$ font $42\frac{2}{3}$.
Et D de 2, le cube d'iceux eſt 8, dont les $\frac{3}{4}$ font 6.
Par iceux diviſez les $42\frac{2}{3}$, vient pour le quotient requis $7\frac{1}{9}$.

L'origine de ceey eſt ſemblable à celle de la 8 propoſition des ſuperfices : car les corps ſemblables ſont en telle raiſon entre eux, que les cubes de leurs coſtez homologues ; d'où s'enſuit qu'il faut que le quotient des cubes de deux coſtez homologues, ſoit auſſi le quotient des corps.

Concluſion. Eſtant donc donné un corps à diviſer, & un ſemblable corps diviſeur ; Nous avons trouvé le quotient, ſelon le requis.

NOTE 2.

On pourroit encores deſirer icy quelques exemples des quatre eſpeces en grandeurs incommenſurables : Mais veu que nous en avons deſcrit ailleurs un traicté particulier, qui ſe peut joindre à ces quatre eſpeces, nous paſſerons outre.

Fin du troiſieſme livre de la Geometrie.

QUATRIESME LIVRE DE LA PRACTIQVE DE GEOMETRIE,

De la regle de Proportion des grandeurs.

PREMIERE PARTIE DV QVATRIESME LIVRE,

De la regle de Proportion des lignes.

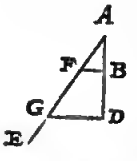
PROPOSITION I.

Eſtant données deux lignes droites : Trouver leur troiſieſme proportionelle.

Le donné. Soient A B & C deux lignes droites.
Le requis. Il faut trouver leur troiſieſme proportionelle.

CONSTRVCTION.

Je produis A B juſques à D, tellement que B D ſoit egale à C, puis apres l'infinie A E faiſant avec A B quelque angle, & je marque là dedans le point F, tellement que A F ſoit auſſi egale à C ; puis apres B F, & D G parallele avec B F touchant F E en G. Ce qui eſtant ainſi, je dis que F G eſt la troiſieſme ligne proportionelle requiſe : dont la demonſtration eſt manifeſte par la 11 propoſition du ſixieſme livre *d'Euclide.*



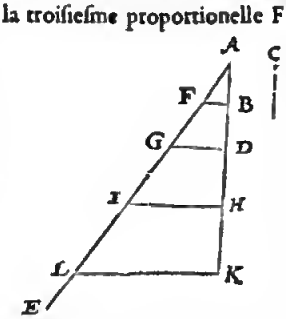
Semblable operation par nombres.

Je meſure les deux lignes données, trouvant A B je prens de 3 pieds, C de 4. Je dis puis apres, 3 donnent 4, combien les meſmes 4 ? Vienent $5\frac{1}{3}$ pieds : Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, ou a la troiſieſme requiſe : dõt la demõſtratiou eſt manifeſte par l'operation.

Concluſion. Eſtant doncques données deux lignes droites, nous avons trouvé leur troiſieſme proportionelle, ſelon le requis.

CONSEQVENCE.

Il eſt notoire par le precedent comment on trouvera auſſi à deux lignes données une quatrieſme, cinquieſme, & autres ſuivantes juſques à l'infini. Soit à ceſte fin remiſe la precedente figure A B C D E F G comme cy-devant. Pour trouver maintenant, apres avoir trouvé la troiſieſme proportionelle F G, une quatrieſme, je ptoduis A D juſques à H, tellement que D H ſoit egale à F G ; puis apres H I parallele avec D G : ce qui eſtant ainſi, G I eſt la quatrieſme ligne proportionelle tequiſe : Pour avoir maintenant une cinquieſme, je produis A H juſques à K, tellement que H K ſoit egale à G I ; Puis apres K L parallele à H I, & j'ay pour cinquieſme proportionelle I L ; Et ainſi infiniment avec les autres, tellement que A B, A F, F G, G I, I L ſont cinq lignes en continuelle ptoportion : Dont auſſi la conſtruction en nombres eſt aſſez notoire par la precedente.



PRO-

Proposition II.

Estans données trois lignes droites : Trouver leur quatriesme proportionelle.

Le donné. Soient A B, C, D trois lignes droites.

Le requis. Il faut trouver leur quatriesme proportionelle.

Construction.

Je produis A B jusques à E, tellement que B E soit egale à C, puis apres l'infinie A F, faisant avec A B quelque angle ; puis je marque là dedans le poinct G, tellement que A G soit egale à D ; puis apres B G, & E H parallele avec B G touchant G F en H : Ce qui estant ainsi, je dis que G H est la quatriesme ligne proportionelle requise ; dont la demonstration est faite en la 11 proposition du sixiesme livre *d'Euclide.*

Semblable operation par nombres.

Je mesure les trois lignes données, trouvant par exemple A B de 4, C de 3, D de 5 pieds : Je dis puis apres, 4 donnent 3, combien 5 ? viennent $3\frac{3}{4}$, ou 375②. Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, on a la quatriesme requise : Dont la demonstration est assez manifeste par la construction.

Conclusion. Estans doncques données trois lignes droites, nous avons trouvé leur quatriesme proportionelle, selon le requis.

Proposition III.

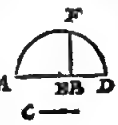
Estans données deux lignes droites : Trouver leur moyenne proportionelle.

Le donné. Soient A B & C deux lignes droites.

Le requis. Il faut trouver leur moyenne proportionelle.

Construction.

Je produis A B jusques à D, tellement que B D soit egale à C ; je marque puis apres le poinct E au milieu de A D, descrivant là dessus le demi-cercle A F D, & tirant de B jusques à F en la circonference la ligne B F à angle droit sur A D : Ce qui estant ainsi, je dis que B F est la moyenne proportionelle requise entre A B & C, dont la demonstration est faite en la 13 proposition du sixiesme livre *d'Euclide.*



Semblable operation par nombres.

Je mesure les deux lignes données, trouvant je prens A B de 5, C de 3 : Ie dis puis apres, 5 fois 5 sont 15, dont la racine quarrée est 387②. Parquoy tirant une ligne aussi longue, on a la moyenne proportionelle requise : dont la demonstration est manifeste par l'operation.

Conclusion. Estans donc données deux lignes droites, nous avons trouvé leur moyenne proportionelle, selon le requis.

Proposition IV.

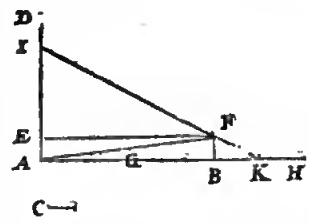
Estans données deux lignes droites : Trouver leurs deux moyennes proportionelles.

Le donné. Soient A B & C deux lignes droites.

Le requis. Il faut trouver leurs deux moyennes proportionelles.

Construction *selon l'invention de* Heto.

Je tire la ligne infinie A D à angle droit sur A B, & marque là dessus le poinct E, tellement que A E soit egale à C, apres B F egale & parallele avec A E, tirant E F & A F, dont le centre soit G : Je produis aussi A B infiniment comme A H : Je pose en apres le pied immobile du compas sur le poinct G, & avec le mobile je marque aux deux lignes infinies A D, A H, deux poincts I, K. Or pourveu que ces deux poincts viennét ainsi que la ligne droite tirée de l'un poinct à l'autre tende par le poinct F, cela ira bien : mais autrement, il faut estroicir ou ouvrir le compas, & mettre les poincts comme I, K, plus ptes ou plus loing, jusques à ce qu'une telle ligne, comme I K, rende par le poinct F. Prenant donc que la ligne I K y passe, je dis que E I & B K sont les deux lignes moyennes proportionelles requises, tellement que A B, E I, B K, C sont en continuelle proportion : dont la demonstration est faite par *Eutochius* en l'explication du deuxiesme livre de la sphere & cylindre *d'Archimede.*



Semblable operation par nombres.

Je mesure les deux lignes données, trouvant je prens, A B de 16, C de 2, & cerche entre iceux deux nombres moyens proportionaux, selon la doctrine du 45 probleme de nostre Arithmetique Françoise, les trouvant de 8 & 4 : Parquoy tirant deux lignes de telle longueur, on a le requis.

Consequence.

Il est notoire comment on trouvera par l'aide des nombres plus de deux lignes moyennes proportionelles entre deux données ; car icelles lignes données estans mesurées, & trouvées entre leurs nombres autant de moyennes proportionelles qu'il en sera requis, selon la susdite doctrine du 45 probleme, on trouve les requises.

Mais pour trouver mathematiquement entre deux lignes données, deux ou plusieurs moyennes proportionelles, autant qu'on en requiert, l'instrument *d'Eratosthenes* descrit par le susdit *Eutochius* sert à cela.

Conclusion. Estans donc données deux lignes droites, nous avons trouvé leurs deux moyennes proportionelles, selon le requis.

SECONDE PARTIE
DV QVATRIESME LIVRE,

De la Regle de proportion des superfices.

Combien que nous disions que ceste deuxiesme & troisiesme partie soit de la regle de proportion des superfices & corps, toutefois la matiere requiert en quelques propositions que les superfices & corps soient quelquefois meslez tant de lignes que quelquefois de nombres.

Proposition V.

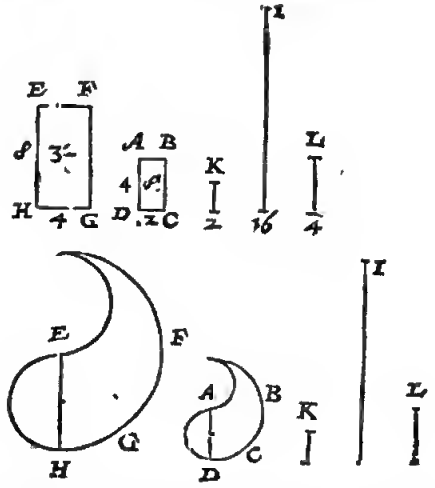
Estans données deux superfices semblables, & une ligne droite, Trouver une autre ligne droite en telle raison à la donnée, comme l'une superfice à l'autre.

Le donné. Soient A B C D, E F G H deux ſuperfices ſemblables, & I nne ligne droite.

Le requis. Il faut trouver une autre ligne droite en telle raiſon à I, comme la ſuperfice A B C D à E F G H.

CONSTRVCTION.

Je poſe ou tire és ſuperfices doonées quelques deux lignes droites homologues comme E H, A D, & trouve leur troiſieſme proportionelle, laquelle ſoit K : Puis



apres la quatrieſme proportionelle des trois E H, K, I, laqnelle ſoit L, que je dis eſtre la requiſe, à ſçavoir que comme A B C D à E F G H, ainſi L à I.

DEMONSTRATION.

Veu que K eſt la troiſieſme proportionelle des deux ligoes homologues E H, A D, par la conſtruction. La ſuperfice E F G H a telle raiſon par l'operation à la ſuperfice A B C D, comme E H à K : Mais comme E H à K, ainſi I à L par la conſtruction ; parquoy comme E F G H à A B C D, ainſi I à L : & par raiſon reverſe, L a telle raiſon à I, comme la ſuperfice A B C D, à la ſuperfice E F G H.

Semblable operation par nombres.

Ie meſure A D, la trouvant, je prens, de 4 pieds, E H 8, I 16 ; Ie trouve puis apres le troiſieſme nombre proportionel de E H 8, & A D 4, qui eſt 2 pour K. Ie cerche apres le quatrieſme nombre proportionel des trois E H 8, K 2, I 16, vient 4 ; Parquoy tirant une ligne, comme L, longue de 4 pieds, oo a le requis.

PREUVE *aux figures rectangulaires.*

L'angle droit A B C D ſait 8, & E F G H 32 : Or comme 8 à 32, ainſi L 4 à I 16.

Autre operation par nombres fondée ſur la ſuſdite invention de SON EXCELLENCE.

Soit encore A D comme devant de 4 pieds, E H 8, & I 16 ; Cela eſtant ainſi, je dis, le quarré de E H 8 faiſant 64, donne le quarré de A D 4, qui eſt 16, combien la ligne I 16 ? vient 4 : Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme L, on a le requis.

Concluſion. Eſtans donc données deux ſuperfices ſemblables, & nne ligne droite ; Nous avons trouvé une ligne droite en telle raiſon à la donnée, comme l'une ſuperfice à l'autre, ſelon le requis.

PROPOSITION VI.

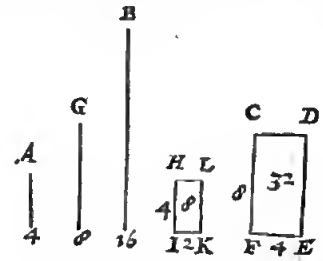
Eſtans données deux lignes droites & une ſuperfice ; Trouver une ſemblable ſuperfice en telle raiſon à la donnée comme l'une ligne à l'autre.

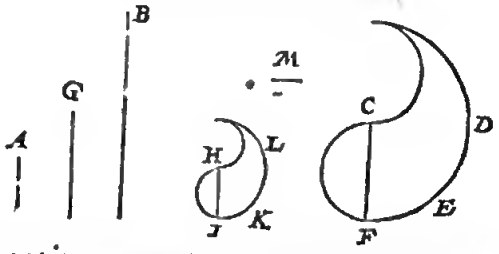
Le donné. Soient A, B, deux lignes, & C D E F une ſuperfice.

Le requis. Il faut trouver une autre ſuperfice ſemblable à la ſuperfice C D E F, & en telle raiſon à icelle ſuperfice comme A à B.

CONSTRVCTION.

Je trouve par la troiſieſme propoſition de ce quatrieſme livre, la ligne moyenne proportioocelle entre A & B, laquelle ſoit G : Je prens oo tire puis apres quelque ligne droite en la ſuperfice doonée, comme C F, & trouve une qoatrieſme proportionelle des trois B, G, C F, laquelle ſoit H I, ſur laqnelle comme homologue avec C F marquant uoe ſuperfice H I K L ſem-





blable à C D E F, on a le requis ; à ſçavoir comme la ligne A à B, ainſi la ſuperfice H I K L, à la ſuperfice C D E F.

Preparation. Soit M une troiſieſme proportionelle des deux C F, H I.

DEMONSTRATION.

Veu qne B a telle raiſon à G, comme C F à H I, & que A eſt une troiſieſme proportionelle des deux B, G, comme M eſt une troiſieſme proportionelle des deux C F, H I : Doncques B a telle raiſon à A, comme C F à M : Mais comme C F à M, ainſi la ſuperfice C D E F à la ſuperfice H I K L (parce que M eſt la troiſieſme proportionelle de ſes coſtez homologues) parquoy la ſuperfice C D E F eſt à la ſuperfice H I K L, comme B à A ; & par raiſon reverſe, la ſuperfice H I K L eſt trouvée en telle raiſon à C D E F, comme A à B.

Semblable operation par nombres.

Je meſure C F, la trouvant je prens de 8 pieds, A 4, B 16 : Je trouve puis apres le nombre moyen proportionel entre A 4 & B 16, qui eſt 8 pour G : Je trouve encore le quatrieſme nombre proportionel des trois B 16, G 8, C F 8, vient 4 : Parquoy tirant une ligne H I longue de 4 pieds, & deſſus icelle comme homologue à C F marquant le plan H I K L ſemblable à C D E F, on a le requis.

PREUVE *aux figures rectangulaires.*

L'angle droit H I K L faiſant 8, eſt en telle raiſon à l'angle droit C D E F faiſant 32, cõme la ligne A 4, à B 16.

Autre

Autre operation par nombres fondée ſur la ſuſdite invention de SON EXCELLENCE.

Soit C F comme cy-devant encore de 8 pieds, A 4, B 16. Cecy eſtant ainſi, je dis, B 16, donne A 4, combien le quarré de C F 8 faiſant 64? vient 16, dont la racine quarrée eſt 4: Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme H I homologue avec C F, & là deſſus marquant une ſuperfice H I K L ſemblable à C D E F, on a le requis.

Concluſion. Eſtans donc données deux lignes droites & une ſuperfice, nous avons trouvé une ſemblable ſuperfice en telle raiſon à la donnée, comme l'une ligne à l'autre, ſelon le requis.

PROPOSITION VII.

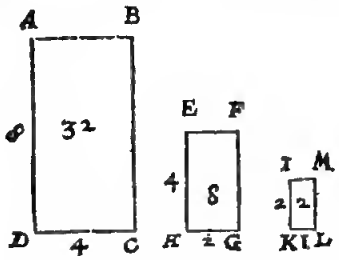
Eſtans données deux ſuperfices ſemblables; Trouver leur troiſieſme ſemblable proportionelle.

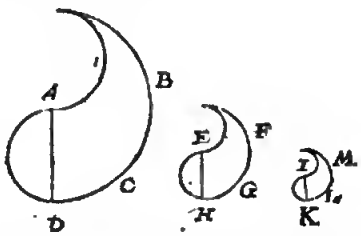
Le donné. Soient A B C D, E F G H deux ſuperfices ſemblables.

Le requis. Il faut trouver leur troiſieſme proportionelle.

CONSTRVCTION.

Je prens ou tire quelques deux lignes droites homologues, comme A D & E H, trouvant leur troiſieſme proportionelle I K, & ſur icelle comme homologue





avec A D, je marque la ſuperfice I K L M, que je dis eſtre la requiſe; dont la demonſtration eſt manifeſte par la 22 propoſitioo du ſixieſme livre *d'Euclide.*

Semblable operation par nombres.

Je meſure le coſté A D, le troovant je prens de 8 pieds, & ſon bomologue de 4; Ie dis puis apres, A D 8, donne E H 4, combien icelle E H 4? vient 2; Parquoy tirant une ligne de deux pieds, comme I K, & là deſſus comme homologue avec A D marquant le plan I K L M ſemblable à A B C D, je dis qu'il eſt le requis.

PREUVE *aux figures rectangulaires.*

A B C D fait 32, E F G H 8, I K L M 2, là où il appert que la ſuperfice I K L M 2 eſt la troiſieſme ſuperfice proportionelle des deux autres.

Concluſion. Eſtans donc données deux ſuperfices ſemblables, nous avons trouvé leur troiſieſme ſemblable proportionelle, ſelon le requis.

NOTE 2.

Puiſque ceſte propoſition eſt telle és ſuperfices, que la 1 de ce livre és lignes, & qu'elle n'a point de difference en l'operation qui aye beſoing de declararion; on fera auſſi le meſme és 2, 3, & 4 propoſitions des lignes, deſquelles on pourroit joindre icy pareillement des propoſitions des ſuperfices, mais la choſe eſtât aſſez claire, comme il a eſté dit cy-deſſus, nous paſſerons outre pour briefveté.

PROPOSITION VIII.

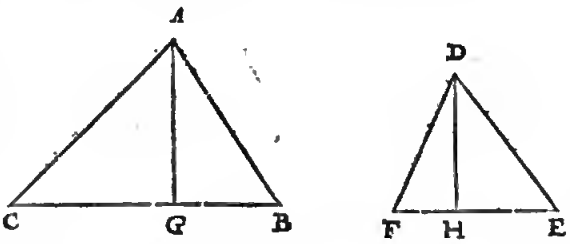
Eſtans donnez divers plans rectilignes diſſemblables: Trouver autant de lignes droites en la meſme raiſon.

Le donné. Soient A B C & D E F deux triangles.

Le requis. Il faut trouver quelques deux lignes en la raiſon des triangles donnez.

CONSTRVCTION.

Je tire en chaque triangle une perpendiculaire d'un angle à ſon coſté oppoſite, comme A G ſur B C, & D H



ſur E F: Puis je dis, la perpendiculaire A G, donne la perpendiculaire D H, que donnera la baſe E F? vient par la 2 propoſition du quatrieſme livre, par exemple, la ligne 1: Ce qui eſtant ainſi, je dis que l'autre baſe B C, eſt en telle raiſon à 1, comme le triangle A B C, au triangle D E F; Dont la demonſtration ſe tire de la 14 propoſition du ſixieſme livre *d'Euclide.*

CONSEQVENCE I.

Il eſt notoire que s'il y avoit un troiſieſme triangle donné, qu'alors on trouveroit ſelon la maniere precedente une ligne en telle raiſon à B C, comme iceluy troiſieſme triangle au triangle A B C, & qu'alors les trois lignes ſeroient en telle raiſon comme les triangles donnez: Et ſemblable ſeroit la procedure des tous les autres triangles qu'on pourroit donner.

CONSEQVENCE II.

Veu que les plans rectilignes polygones ſe peuvent partir en triangles, deſquels triangles la raiſon ſe trouve en lignes cõme deſſus, il s'enſuit que les lignes adjouſtées des triangles de l'un plan, ſeront aux lignes adjouſtées des triangles de l'autre plan, en la raiſon des plans rectilignes donnez.

CONSEQVENCE III.

Si on donnoit deux plans rectilignes & une ligne droite, il eſt manifeſte qu'on pourroit trouver une autre ligne droite en telle raiſon à la donnée, comme l'un plan à l'autre: car ayant trouvé la raiſon des plans en deux lignes comme deſſus, & d'iceux deux & de la troiſieſme donnée, trouvé la quatrieſme proportionelle, par la 2 propoſition de ce quatrieſme livre, on a le requis.

Concluſion. Eſtans donc donnez divers plans rectilignes diſſemblables, nous avons trouvé autant de lignes droites en la meſme raiſon, ſelon le requis.

TROISIESME PARTIE DV QVATRIESME LIVRE,

De la regle de Proportion des corps.

PROPOSITION IX.

ESTant donnés deux corps semblables, & une ligne droite: Trouver une autre ligne droite en telle raison à la donnée, comme l'un corps à l'autre.

Le donné. Soient ABCD, EFGH deux corps semblables, & I une ligne droite.

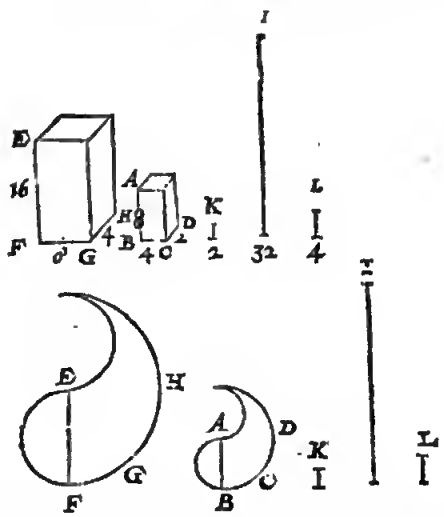
Le requis. Il faut trouver une autre ligne droite en telle raison à I, comme le corps ABCD à EFGH.

CONSTRVCTION.

Je prens ou tire au corps deux lignes droites homologues, comme EF, AB, & trouve leur quatriesme proportionelle, laquelle soit K, puis apres la quatriesme proportionelle des trois EF, K, I, qui soit L, laquelle je dis estre la requise; à sçavoir que comme ABCD à EFGH, ainsi L à I.

DEMONSTRATION.

Veu que K est la quatriesme proportionelle des deux lignes homologues EF, AB, par la construction; doncques le corps EFGH a telle raison au corps ABCD, comme EF à K. Mais comme EF à K, ainsi I à L par la construction; parquoy comme EFGH à ABCD,



ainsi I à L: & par raison teverse, L a telle raison à I, comme le corps ABCD au corps EFGH.

Semblable operation par nombres.

Je mesure les susdites lignes, & trouve AB 8, EF 16, I 32; Ie trouve puis apres le quatriesme nombre proportionel des deux EF 16, & AB 8, ce qui est 2 pour K. Puis je cerche le quatriesme nombre proportionel des trois EF 16, K 2, I 32, vient 4; parquoy tirant une ligne comme L, longue de 4 pieds, on a le requis.

PREUVE *aux figures rectangulaires.*

ABCD fait 64, EFGH 512; & comme 64 à 512, ainsi 4 à 32.

Autre operation par nombres fondée sur l'invention susdite de SON EXCELLENCE.

Soit AB comme devant encore 8, EF 16, & I 32: Ce qui estant ainsi, je dis le cube de EF 16 faisant 4096, donne le cube de AB 8 faisant 512, combien la ligne I H 32? vient 4. Parquoy tirant une ligne d'icelle longuent, comme L, on a la requise.

Conclusion. Estant donc donnés deux corps semblables, & une ligne droite, nous avons trouvé une ligne droite en telle raison à la donnée, comme l'un corps à l'autre, selon le requis.

PROPOSITION X.

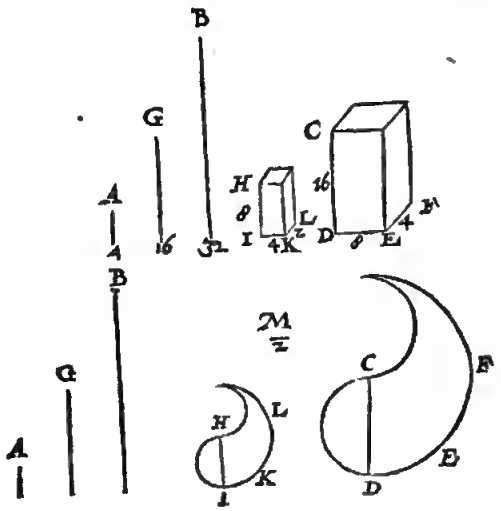
ESTant données deux lignes droites, & un corps: Trouver un semblable corps en telle raison au donné, comme l'une ligne à l'autre.

Le donné. Soient A, B deux lignes, & CDEF un corps.

Le requis. Il faut trouver un autre corps semblable au corps CDEF, & en telle raison à iceluy, comme A à B.

CONSTRVCTION.

Je trouve la premiere des deux moyennes proportionelles entre B & A, laquelle soit G: Ie prens ou tire



puis apres quelque ligne droite au corps donné, comme CD, & trouve une quatriesme proportionelle des trois B, G, CD, laquelle soit HI, sur icelle comme homologue avec CD, marquant un corps HIKL semblable à CDEF, on a le requis.

Preparation. Soit M une quatriesme proportionelle aux deux CD, HI.

DEMONSTRATION.

Ven que B a telle raison à G, comme CD à HI, & que A est une quatriesme proportionelle des deux B, G, comme M est une quatriesme proportionelle des deux CD, HI, s'ensuit que B a telle raison à A, comme CD à M. Mais comme CD à M, ainsi le corps CDEF au corps HIKL (parce que M est la quatriesme proportionelle de leurs costez homologues) parquoy le corps CDEF est au corps HIKL, comme B à A, & par raison reverse le corps HIKL est trouvé en telle raison à CDEF, comme A à B.

Semblable operation par nombres.

Je mesure les susdites lignes comme s'ensuit; CD 16, A 4, B 32: Ie trouve puis apres le premier des deux nombres moyens proportionaux entre B 32, & A 4, qui est 16 comme pour G: Ie trouve puis apres un quatriesme nombre proportionel des trois B 32, G 16, CD 16, vient 8. Parquoy tirant une ligne longue de 8 pieds,

8 pieds, comme H I, & là deſſus comme homologue avec C D marquant le corps HIKL ſemblable à CDEF, on a le requis.

PREUVE *aux figures rectangulaires.*

Le corps C D E F fait 512, & H I K L 64, en telle raiſon à 512, comme A 4 à B 32.

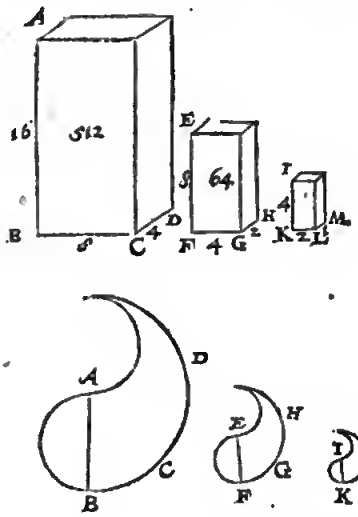
Autre operation par nombres fondée ſur la ſuſdite invention de SON EXCELLENCE.

Soit C D comme devant encore 16, A 4, B 32: Cecy eſtant ainſi, je dis, B 32, donne A 4, combien le cube de C D 16 faiſant 4096? vient 512, dont la racine cubique eſt 8. Parquoy tirant une ligne de telle longueur comme H I homologue avec C D, & là deſſus marquant un corps ſemblable à C D E F, on a le requis.

Concluſion. Eſtans donc données deux lignes droites, & un corps: Nous avons trouvé un ſemblable corps, en telle raiſon au donné, comme l'une ligne à l'autre, ſelon le requis.

PROPOSITION XI.

Eſtans donnés deux corps ſemblables; Trouver leur ſemblable troiſieſme proportionel.



Le donné. Soient A B C D, E F G H, deux corps ſemblables.

Le requis. Il faut trouver leur troiſieſme proportionel.

CONSTRUCTION.

Je prens ou tire quelques deux lignes droites homologues, comme A B, E F, trouvant leur troiſieſme proportionelle I K; & ſur icelle comme homologue avec A B, je marque le corps I K L M, que je dis eſtre le requis; dont la demonſtration eſt manifeſte.

Semblable operation par nombres.

Je meſure le coſté A B, le trouvant je prens de 16, & ſon homologue E F de 8, je trouve puis apres le troiſieſme nombre proportionel de 16 & 8, qui fait 4: Parquoy tirant une ligne longue de 4 pieds, comme I K, & là deſſus comme homologue avec A B marquant le corps I K L M, on a le requis: Dont la generale demonſtration a eſté faite cy-deſſus.

PREUVE *aux figures rectangulaires.*

Soit B C 8, C D 4: Ce qui eſtant ainſi, il faut que F G face 4, G H 2, K L 2, L M 1. Parquoy le corps A B C D fait 512, E F G H 64, I K L M 8: Mais comme 512 à 64, ainſi les meſmes 64 à 8; I K L M donc faiſant 8, eſt le troiſieſme corps proportionel requis.

Concluſion. Eſtans donc donnés deux corps ſemblables, nous leur avons trouvé un ſemblable troiſieſme proportionel, ſelon le requis.

NOTEZ.

Puis que ceſte propoſition eſt telle és corps, que la 1 de ce livre és lignes, & qu'elle n'a point de difference en l'operation laquelle aye beſoing de declaration, on fera auſſi le ſemblable és 2, 3, & 4 propoſitions des lignes, deſquelles on pourroit joindre icy pareillement des propoſitions des corps: mais, comme il a eſté dit cy-deſſus, la choſe eſtant aſſez claire, nous paſſerons outre pour briefveté.

Fin du quatrieſme livre de la Geometrie.

CINQUIESME LIVRE DE LA PRACTIQVE DE GEOMETRIE,

De la Section proportionelle.

PREMIERE PARTIE DV CINQVIESME LIVRE, De la Section proportionelle des lignes.

PROPOSITION I.

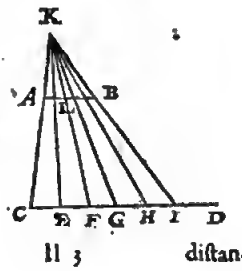
Retrancher d'une ligne droite la partie demandée.

Le donné. Soit donnée la ligne A B.

Le requis. Il en faut retrancher les deux cinquieſmes.

CONSTRUCTION.

Soit menée la ligne infinie C D, parallele à la donnée A B: puis retranchant de la ligne C D, cinq parties egales à l'intervalle C E, pris à l'adventure, aſſavoir C E, E F, F G, G H, & H I, apres on tireta les lignes C A, I B, leſquelles eſtans produites ſe rencontrent en K. Si on en demãde donc $\frac{2}{5}$, menez une ligne droite du poinct de rencontre K, au poinct F, de la ligne C D, qui termine les $\frac{2}{5}$ de la ligne C I, cette ligne coupera A B, au poinct L. Partant la



diſtance AL, ſeront les $\frac{a}{1}$ demandées de la toute AB, comme il appert par la 9 propoſit. du 6 livre *d'Euclide.*

Conſequence.

Si on vouloit diviſer la ligne AB, en cinq parties egales, il faudroit tirer des lignes droites de tous les poincts E, F, G, H, au poinct de reuconrre K, car les lignes diviſeroyent AB, ſelon ce qu'on auroit demandé.

Notez.

La ligne priſe CI, pouvoit eſtre moindre que la ligne donnée AB, & combien que mathematiquement ce ſoit une meſme choſe, l'uſage en ſera plus aſſeuré de la prendre touſiours plus grande que la donnée.

Nous avons dit que les lignes CA, IB, ſe reneontroyent eſtant produites; mais quand meſmes elles ne ſe rencontretoyent point, & qu'elles fuſſent paralleles, il appert en ce cas-la que les parties de la ligne AB, qu'on veut couper ſeroyent egales aux parties de la coupée CI, cecy ſe peut dire de la propoſition ſuivante.

Autre application des nombres.

La donnée AB ſoit de 4 pieds, les $\frac{a}{1}$ d'icelle ſont $\frac{8}{1}$ de pied, c'eſt à dire 160 ②, la ligne AL ſera donc de tant pour les $\frac{2}{1}$ qui en eſtoyent demandées. La demonſtration en eſt manifeſte.

Notez.

Nous ne parlons point icy de la diviſion des nombres radieaux, car nous en avons deſia traicté ailleurs: Il ſuffit d'en mouſtrer l'uſage par ces ſimples nombres que nous propoſons.

Proposition II.

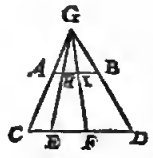
Couper ſemblablement une ligne droite donnée non coupée, à une ligne droite donnée, & coupée.

Le donné. Soit la non coupée AB, & la ligne coupée CD, aux poincts E & F, qui luy ſoit parallele.

Le requis. Il faut eonpet la ligne AB, en telle ſorte que ſes ſegments ayeut telle raiſon entre eux, que les ſegments de la ligne CD, c'eſt à dire que les ſegments de AB, ſoyent proportionnaux aux ſegments de CD.

Conſtruction.

Les lignes CA, DB, eſtans eontinuées ſe tencontrent en G: En outre les lignes GE, GF, coupent AB, aux poincts H & I: Je dis donc que la ligne AB, eſt coupée aux poincts H & I, en telle raiſon que la ligne donuée CD l'eſt aux poincts E & F. La demonſtration en eſt appareute pat la 10 propoſition du ſixieſme livre *d'Euclide.*



Autre exemple par nombres.

Soit la ligne AB de 4 pieds, CE 2, EF 3, FD 4; diviſant donc 4 en trois parties, en ſorte qu'elles ayent meſme raiſon que 2, 3, 4, ce ſeront (par la 15 propoſition de noſtre Arithmetique Françoiſe) $\frac{8}{9}$, $\frac{12}{9}$, $\frac{16}{9}$, c'eſt à dire en les reduiſant aux diſmes, 82②, 133②, 178②: Prenant donc de la ligne AB du poinct A, au poinct H 88②, & du poinct H au poinct I 133②, & du poinct I au poinct B 178②, toute la ligne AB ſera coupée en meſme raiſon que la ligne coupée CD. La demouſtration eſt manifeſte, comme nous avons dit.

Concluſion. Partant nous avons coupé ſemblablement une ligne droite donnée nou coupée, à une ligne droite donnée, & coupée; comme on avoit demandé.

Proposition III.

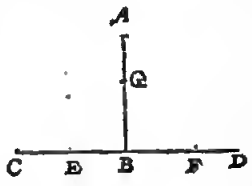
Couper une ligne droite donnée en la moyenne, & extreme raiſon.

Le donné. Soit la ligne donnée AB.

Le requis. Il la faut couper en la moyenne, & extreme raiſon: c'eſt à dire que la toute ait telle raiſon à ſon plus grand ſegment, comme ſon plus graud ſegmeut au moindre.

Conſtruction.

Soit faite la ligne BC egale à la donnée AB, & perpendiculaire ſur icelle; puis ſoit prolongée CB infiniment comme en D, puis diviſez BC eu deux egalement au poinct E, & de l'intervalle EA ſoit retranché EF, de la ligne ED: apres ſoit derechef retranché BG, egal à BF: Mainteuãt je dis que la ligne AB eſt eoupée en la moyenne & extreme taiſon: c'eſt à dire que la toute AB a telle raiſon à ſon plus grand ſegment BG; eomme le plus grand ſegment BG au moindre ſegment GA. Voyez en la demonſtratiou eu la 30 propoſition du ſixieſme livre *d'Euclide.*



Semblable application des nombres.

La ligne AB ſoit 2, ſa moitié 1 ſera pour EB, mais poſant AB 2, & EB 1, la droite AE ſera $\sqrt{5}$ duquel oſtant 1, le reſte $\sqrt{5}-1$ ſera pour BF: Si on eu retranche donc autant du poinct B vers A en G, on aura ſatisfait à la queſtion.

Ou bien par l'Algebre, ou Analytique.

Le plus grand ſegment ſoit 1①.
Le moindre ſera $2-1①$.
Leſquels 2, 1①, $2-1①$ ſeront eontinuellement proportionnaux & le quarré fait du nombre du milieu, aſſavoir de 1①.
Sera egal au rectangle fait des extremes $4-2①$.

Et à rebours ſera 1② egal à $-2①+4$: & par la 68 propoſition de nóſtre ſuſdite Arithmetique, ce que nous avions pris pour le plus grand ſegment BG, vaudra $\sqrt{5}-1$, comme auparavant.

Examen. Oſtant BG $\sqrt{5}-1$ de AB, reſtera le moindre ſegment GA $3-\sqrt{5}$: & comme 2, à $\sqrt{5}-1$, ainſi $\sqrt{5}-1$, à $3-\sqrt{5}$. Et en les reduiſant aux diſmes, on trouvera BG 124②, & AG 76②.

Concluſion. Nous avons donc coupé la ligne droite donnée en la moyenne, & extreme raiſon: ce qu'il falloit faire.

Proposition IV.

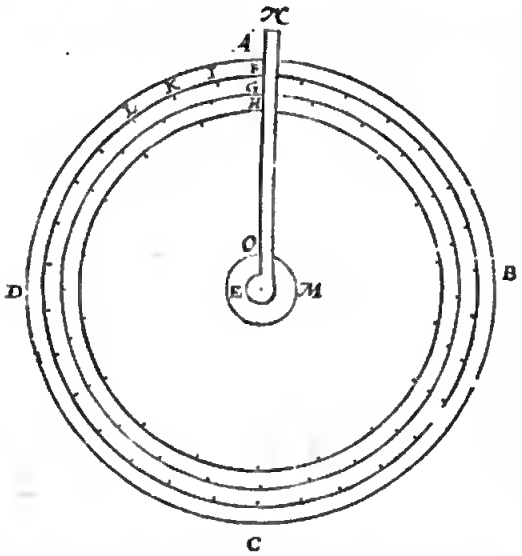
Diviſer mechaniquement la circonference d'un cercle en tant de parties egales qu'on voudra.

On peut diviſer Geometriquement la circonference d'un cercle en pluſieurs parties egales (leſquelles ſervent à la compoſition de certaines regles Mathematiques) comme en 3, 4, 5, & autres arcs, qui ſe peuvent trouver en les adjouſtant, ſouſtrayant, my-partiſſant, & doublant eontinuellement: mais pource qu'on le fait plus exactement és canons de la fabrique des triangles, nous n'en parlerons pas d'avantage, & retournerons aux diviſions mechaniques.

Les Horologeurs ont beſoing de diviſer, & edenter les touës de leurs petites mouttes pat diſtances egales: mais

mais pource qu'il eſt fort difficile, & quelquesfois impoſſible de le faire avec nn compas, ils ſe ſervent de ce moyen icy ; prenans une plaque de cuivre bien arondie, comme monſtre la ſuivante figure A B C D, de laquelle E eſt le centre; le diametre A C ayant de long 12, ou 14 travers de doigts, puis du meſme centre E ils deſcrivent quelques circonferences, comme F, G, H, les diviſant apres en autant de parties egales qu'il eſt de beſoing pour le nombre des dents de leurs rouës : comme par exemple, la circonferenee F en 30 parties egales aux poincts I, K, L, & les autres ſuivantes qui leur ſont egales.

Si on veut donc de la petite plaque M faire une rouë, de laquelle le tour doit eſtre diviſé en 30 parties egales; & pour ce faire promptement, & fort exactement, on collera la petite plaque ſur la grande, en ſorte que leurs centres ſoyent en un meſme poinct, ce qui ſe fera en y paſſant une aiguille, & tout à l'entour ſe tournera la



regle E N, laquelle eſtant poſée ſur le poinct F, on marquera la coche O avec un burin ou aiguille ſur la ronë M en ſerrant fort ladite regle, & continuant ainſi de marquer tout à l'entour, ſuivant les poincts I, K, L & les ſuivans, tout le tour de la petite plaque ſera diviſé en 30 parties egales, comme on avoit demandé, & cela ſi egalement, comme j'ay dit ; car encores qu'on ſe fuſt trompé de largeur d'un cheveu plus ou moins en la circonference F, I, K, L, ceſte faute ſe trouve du tout inſenſible en la petite plaque, ou touë M.

Par ce moyen les Mathematiciens pourront avec grande facilité deſcrire les Horologes, Planiſpheres, & quarts de cercles.

Notez.

Nous ne parlons pas icy de la monochorde, pource que nous luy avons aſſigné lieu en la theorie de la Muſique ; & ce d'autant plus que noſtre advis ſur ce ſubject eſt du tout different de celuy des anciens Grecs.

SECONDE PARTIE DV CINQVIESME LIVRE,

De la Section proportionelle des ſuperfices.

La ſection, ou diviſion des figures deſcrites ſur une ſuperfice (de laquelle le plus grand uſage eſt la diſtribution des champs en telles parties qu'on les peut demander) ſera, ou de plans rectilignes, ou de ſuperfices ſpheriques : Les plans rectilignes ſont diviſez en trois manieres ; aſſavoir par une ligne droite menée d'un poinct pris dans le circuit de la figure, ou hors de la figure, ou par une ligne menée parallele à une autre ligne donnée ; laquelle diverſité nous avons entrepris d'expliquer par pluſieurs problemes. Et premierement

DE LA SECTION, OV DIVISION DES plans rectilignes quels qu'ils ſoyent, d'un poinct donné en ſon circuit.

Proposition V.

D'vn triangle donné couper la partie demandée par une ligne droite menée de l'un de ſes angles de quelque coſté qu'on voudra.

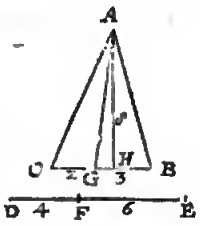
1 Exemple.

Le donné. Soit donné le triangle A B C, & la ligne droite D E coupée en F.

Le requis. Il faut mener une ligne droite de l'angle A, laquelle coupe le triangle en telle ſorte que le ſegment vers l'angle C ait telle raiſon au reſte, que la ligne D F à la ligne F E.

Construction.

Conpez le coſté oppoſé à l'angle duquel on veut mener la ligne droite, ſelon la raiſon donnée par la deuxieſme propoſition, comme C B en G, & qu'il y aye telle raiſon de C G à G B, que de D F à F E. Ce qu'eſtant fait, & eſtant menée la droite A G, je dis que la raiſon du triangle A G C au triangle A G B, eſt la meſme que D F à F E; comme il appert par la 1 propoſition du ſixieſme livre *d'Euclide.*



Semblable application des nombres.

D F ſoit 4, F E 6, & C B 5, lequel eſtant diviſé en deux ſegments, l'un deſquels ait telle raiſon à l'autre que 4 à 6, ce ſeront 2 & 3 : Ayant donc retranché 2 de C vers G, la ligne A G coupera le triangle comme on avoit demandé.

Examen. La perpendiculaire A H ſoit de 8 pieds; le triangle A B C en contiendra 20, A G C 8, A G B 12, leſquels adjouſtez enſemble font 20, comme auparavant : & comme D F 4 à F E 6, ainſi A G C 8 à A G B 12.

2 Exemple.

Le donné. Soit le triangle A B C, du premier exemple.

Le requis. Duquel il faille retrancher une partie vers C, qui contienne 8 pieds (il faut toutesfois prendre nn contenu moindre que celny de tout le triangle incognu) par une ligne droite menée du ſommet A vers la baſe B C.

Construction.

La perpendiculaire A H ſera trouvée de	8.
Le double du contenu demandé eſt	16.
Lequel eſtant diviſé par la perpendiculaire 8 donne	2.

Donc apres avoir meſuré de C vers B 2 pieds, comme C G, & eſtant menée la ligne A G, on aura ce qu'on avoit demandé. La demonſtration eſt, que le triangle A G C eſt de 8 pieds, par la 13 propoſition du deuxieſme livre.

Concluſion. Partant nous avons retranché la partie demandée d'un triangle donné par une ligne droite menée de l'un de ſes angles, & du coſté qu'on a deſiré: ce qui avoit eſté demandé.

Proposition VI.

Couper d'un triangle donné par une ligne droite menée d'un poinct donné en l'un de ſes coſtez, une partie du coſté qu'on voudra, ſelon une raiſon donnée.

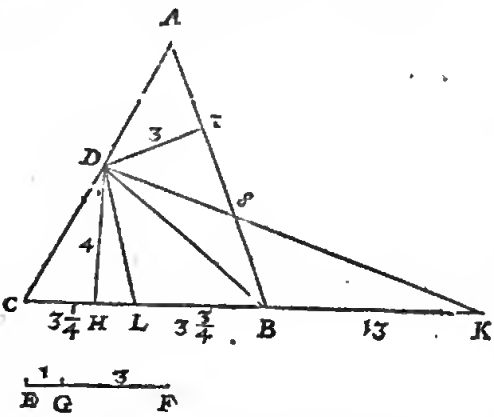
1 *Exemple.*

Le donné. Soit le triangle A B C, & le poinct D dans le coſté A C, & la ligne E F coupée en G.

Le requis. Il faut mener du poinct D une ligne droite, laquelle retranche du coſté de C une partie du triangle A B C, qui ait telle raiſon au reſte que E G à G F.

Construction.

Apres avoir mené les perpendiculaires, aſſavoir D H ſur C B, & D I ſur A B, trouvez (par la 2 propoſition du quatrieſme livre) la quatrieſme proportionelle aux trois lignes D H, D I, A B, qui eſt B K: apres coupez C K en L,



ſelon la raiſon donnée (par la 2 propoſition) en ſorte qu'il y ait telle raiſon de C L à L K, que de E G à G F: Que le poinct L ſoit au coſté donné C B, & ſoit menée la ligne droite D L, elle fera les ſegments du triangle ſelon la raiſon donnée, qui eſt comme E G à G F, ainſi D C L à D L B A.

Preparation. Soyent menées les lignes droites D B, D K.

Demonstration.

Puis que B K baſe du triangle D B K, eſt la quatrieſme proportionelle des trois lignes droites, dont la premiere eſt D H, hauteur du triangle D B K; la ſeconde eſt D I, hauteur du triangle D B A; & la troiſieſme A B: Le triangle D B K ſera donc egal au triangle D B A, & en adjouſtant à l'un & à l'autre, le triangle D L B, le trapeze D L B A, ſera egal au triangle D L K; partant la raiſon de D L C au triangle D L K, eſt la meſme du triangle D L C, au trapeze D L B A: Mais comme le triangle D L C au triangle D L K, ainſi C L à L K, ainſi auſſi E G à G F, comme donc E G à G F, ainſi le triangle D L C au trapeze D L B A.

Semblable conſtruction quant aux nombres.

Premierement on trouvera D H 4 pieds, D I 3, A B 8, C B 7, E G 1, G F 3; alors dites, comme D H 4, à D I 3, ainſi A B 8, à B K 6.

A laquelle adjouſtant C B 7, la ſomme donnera pour C K 13.

Leſquels eſtans diviſez ſelon la raiſon des ſegments de E G 1, à G F 3, viendra pour le premier, aſſavoir C L $3\frac{1}{4}$.

Retranchant donc du poinct C en L autant de pieds, & menant la ligne D L, on aura le ſegment requis.

Examen. Puis que D H eſt de 4 parties, & C L $3\frac{1}{4}$, le contenu du triangle D C L ſera $6\frac{1}{2}$; & le trapeze D L B A trois fois autant, aſſavoir $19\frac{1}{2}$: Pour preuve de quoy on fera ainſi, C L $3\frac{1}{4}$ oſté de C B 7, reſtera L B $3\frac{3}{4}$ baſe du triangle D L B, duquel la hauteur D H vaudra 4. Donc l'aire du triangle D L B ſera $7\frac{1}{2}$, à laquelle adjouſtant le triangle D A B 12, (car le plan fait de la baſe A B 8, & de la hauteur D I 3 eſt autant) ſera $19\frac{1}{2}$ pour l'aire, on contenu du trapeze D L B A: ce qui s'accorde avec la ſuppoſition.

Autre application des nombres.

Retenant la ſuſdite grandeur des lignes, l'aire du triangle D B C contiendra 14, D B A 12, & leur ſomme eſt tout le triangle A B C 26: Lequel eſtant diviſé ſelon la raiſon donnée de E G 1, à G F 3, donnera pour le premier ſegment $6\frac{1}{2}$; oſtant donc $6\frac{1}{2}$ par la 5 propoſition du triangle D B C 14, on trouvera comme devant que la ligne C L ſera de $3\frac{1}{4}$, on retranchera donc C L, de telle longueur, de la ligne C K, & la ligne droite D L coupera la partie demandée: L'examen de laquelle a eſté fait cy-deſſus.

Consequence.

Si la partie demandée $6\frac{1}{2}$ euſt eſté plus grande que le triangle D B C, alors la ligne D L, qui diviſe le triangle ſe fuſt terminée au coſté A B: Et en ce cas on dira ainſi; puis que le ſegment fait vers C doit avoir au reſte du triangle la raiſon de E G à G F, auſſi le ſegment vers A aura au reſte la raiſon contraire, aſſavoir de F G à G E; & en imitant la precedente conſtruction Geometrique, ou Arithmetique, on coupera le triangle ſelon la raiſon donnée.

Et ſi d'avanture le triangle D B C eſtoit egal au contenu $6\frac{1}{2}$ qu'on doit retrancher; alors menant la ligne D B du poinct donné à l'angle oppoſé, elle couperoit le triangle, ſelon le requis.

2 *Exemple.*

Le donné. Soit propoſé le meſme triangle A B C.

Le requis. Duquel il faille vers C retrancher une partie contenant $6\frac{1}{2}$, par une ligne droite menée du poinct D, (mais il faut qu'elle ſoit moindre que l'aire de tout le triangle.)

Construction.

La perpendiculaire D H ſur B C ſoit 4.

Le double de l'aire donnée $6\frac{1}{2}$ eſt 13.

Leſquels diviſez par 4 font $3\frac{1}{4}$.

Soit autant meſuré de C en L, & menée la ligne D L, alors le triangle D L C contiendra $6\frac{1}{2}$, comme on l'avoit demandé.

Consequence.

Si la partie demandée eſtoit plus grande que le triangle D B C, il faudroit retrancher du triangle A D B vers B une partie egale à l'excez, par lequel le contenu de l'aire donnée ſurpaſſe ledit triangle D B C.

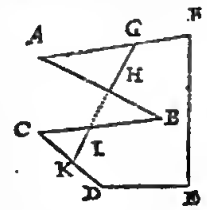
Concluſion. Partant nous avons retranché d'un triangle donné, par une ligne droite menée d'un poinct donné en l'un de ſes coſtez, une partie du coſté qu'on a voulu, ſelon une raiſon donnée: ce qu'il falloit faire.

Pro-

Proposition VII.

Retrancher d'une figure plane rectiligne donnée une partie vers le coſté qu'on voudra, ſelon une raiſon donnée par une ligne droite menée d'un poinct pris en ſon circuit : à condition qu'elle ne face que deux ſegments de la figure rectiligne donnée.

On ne demande icy ſinon deux ſegments; car les figures planes qui ont les angles creux, ou concaves peuvent eſtre coupez en pluſieurs ſegments par une meſme ligne droite, comme en la preſente figure ABCDEF, de laquelle l'angle renverſé, & concave eſt ABC, & la ligne droite GHIK paſſant par les jambes dudit angle crenx, coupe le rectiligne propoſé en trois ſegments ſelon la raiſon donnée, c'eſt à dire que les deux triangles AGH & CIK, ont telle raiſon au ſegment HGFEDKIB, qui reſte, que celle qui aura eſté propoſée. Ie dnute ſi ceſte ſorte de ſection ait eſté jadis cognuë au ſiecle ſage : elle ne l'a eſté de perſonne juſques à preſent, que je ſçache. Nous en parlerons cy-apres en ſon lieu quand nous traicterons de choſes ſemblables.

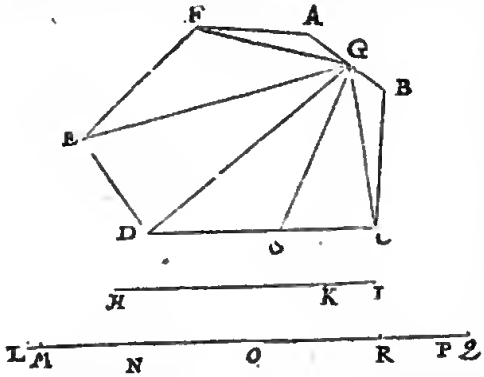


Le donné. Suit la figure plane rectiligne ABCDEF, & le poinct G en ſon coſté AB, & la ligne HI coupee en K, ſelon la raiſon donnée.

Le requis. Il faut du poinct donné G mener une ligne droite, laquelle coupe la figure rectiligne propoſée en telle ſorte, que le ſegment vers A ait au reſtant la raiſon de HK à KI.

Construction.

Menés du poinct donné les quarte lignes droites GF, GE, GD, GC, leſquelles coupent la figure en cinq triangles GAF, GFE, GED, GDC, GCD: Apres, par la 8 propoſition du quatrieſme livre, ſoyent miſes



en une ligne droite les lignes LM, MN, NO, OP, PQ, leſquelles ayent telle raiſon entre elles, que les triangles de la figure, & en meſme ordre. En outre ſoit coupée la ligne LQ au poinct R, en ſorte qu'il y ait telle raiſon de LR à RQ, que de la raiſon donnée de HK à KI, & ſi le poinct R ſe rencontre entre O & P (car OP repreſente la raiſon du triangle GDC) on coupera le coſté DC en S de telle façon que les ſegments DS, SC ſoyent comme OR à RP, la ligne droite menée du poinct donné G au poinct S, coupera la figure rectiligne donnée ſelon la raiſon propoſée; ce ſera donc comme HK à KI, ainſi la figure GSDEFA à la figure GSCD. La demonſtration en eſt evidente par la propoſition precedente.

Semblable application des nombres.

Meſurez les lignes droites ſuſdites, comme auſſi les triangles, & ſoyent les lignes

	HK	40.
	KI	10.
Les triangles	GAF	38.
	GFE	364.
	GED	390.
	GDC	666.
	GBC	85.

Le contenu de l'aire de la figure hexagonale ABCDEF ſera 1543.

Lequel contenu eſtant diviſé ſelon la raiſon donnée de HK 40 à KI 10 fera le ſegment requis vers A $1234\frac{2}{5}$. Mais d'autant que des trois triangles GAF 38, GFE 364, GED 390, la ſomme GDEFA 792, eſt moindre que la partie demandée $1234\frac{2}{5}$ ſouſtrayez par la 5 propoſition du triangle GDC 666, l'excez $442\frac{2}{5}$, par lequel le ſegment requis ſurpaſſe le contenu du quadrangle, c'eſt à dire que l'excez DGS contienne $442\frac{2}{5}$: Alors le ſegment qui eſt vers A, aſſavoir l'hexagone GBCEFA vaudra $1234\frac{2}{5}$, & le reſte GSCB $308\frac{3}{5}$, leſquels ſont entre eux ſelon la raiſon donnée de 1 à 4.

Concluſion. Partant nous avons retranché d'une figure rectiligne donnée, par une ligne menée d'un poinct donné en l'un de ſes coſtez, le ſegment requis, vers la partie demandée. Ce qu'il falloit faire.

DE LA SECTION DES PLANS RECTILignes par une ligne droite menée d'un poinct donné hors iceux.

J'Eſtime que ces quatre ſubtiles & ingenieuſes propoſitions, par leſquelles on peut diſſoudre, & expoſer ceſte ſorte de ſection, a eſté incognuë aux Grecs; Mais quelques cahiers qui avoyent eſté compoſez au ſiecle ſage, eſtans rombez entre les mains de *Iean Baptiſte Benit* (qui les propoſe theoremariquement, mais nous les avons mis en practique, & demonſtrez) on entre les mains de *Nicolas Tartalia*, qui auſſi les explique au premier livre de ſa quatrieſme partie : Et entreprenant d'y deduire par ordre la ſection des figures planes, il la propoſe par un poinct donné en ſon circuit, ou hors d'iceluy, comme auſſi d'un poinct donné en la figure, & ce d'autant qu'on en a le plus affaire pour la diviſion des champs. Il appert que ces gens-la ont fort travaillé ſur ceſte matiere; en ce que *Baptiſte Benit* a eſcrit ſur ce probleme, qui a eſté mis en avant par un autre, lequel auſſi fut propoſé en une diſpute publique par *Cardan*, & *Louys de Ferrare*, auparavant *Tartalia*, comme il le dit luy-meſme. I'en cognoy quelques uns, leſquels, avant meſmes avoir ſçeu que ceux-cy euſſent diſſout ces problemes, y avoyent desja travaillé, du nombre deſquels j'eſtois.

C'eſt pourquoy il eſt vray-ſemblable que les inventeurs de toutes les ſciences, & ces perſonnages du ſiecle ſage n'ont point ignoré ceſt utile probleme, ou l'ont coguu à tout le moins en partie.

Proposition VIII.

D'Vn triangle donné oſter telle partie & de quelque coſté qu'on voudra par une ligne droite menée d'un poinct donné hors iceluy.

Le donné. Soit le triangle ABC, & le poinct D donné hors iceluy, & la ligne droite FE coupée au poinct G.

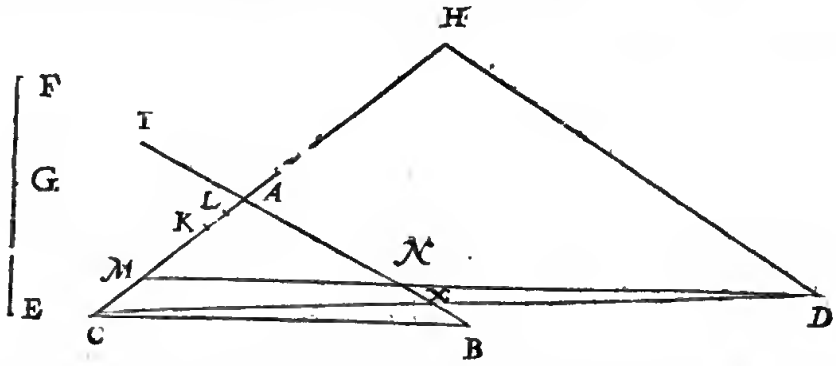
Le re-

Le requis. Il faut mener une ligne droite du poinct D, laquelle coupe le triangle ſelon la raiſon donnée, aſſavoir que le ſegmeot vers A ait au reſte telle raiſon que FG à GE.

CONSTRVCTION.

PARTIE I.

Prolongez CA, oo CB, infiniment: mais d'autaot qu'oo ne peut pas bien ſouvent prolonger les ligoes tant qu'on voudroit, ſi oo void que ſeloo la raiſon donnée la ligne droite menée du poinct D aille rencontrer CA, il la faut continuer, ſinoo, mais qu'elle rencontre CB, continuez la: Et ſi d'aventure on oe le pouvoit juger d'abord, alors menant la ligne droite DC du poinct donné à l'angle oppoſé, elle coupera le ttiangle doooé ABC en deux ſegments, & le coſté AB en X. Et ſi par hazard il y avoit telle raiſon de AX à XB, que la donnée de GF à GE (ce qui s'enteod par la 2 propoſition du quatrieſme livre) alors DC ſera la ligne droite requiſe, coupant le triangle ABC ſelon la raiſon donnée: cat comme AX à XB, ainſi le triangle ACX au triangle XCB: Mais ſi la raiſon de AX à XB eſt plus grande que la raiſon de FG à GE, alors AC (lequel aboutit au ſegment qui a plus grande raiſon) ſera continué; mais ſi la taiſoo eſtoit moindre, alors on produiroit CB. Or maintenant qu'elle ſoit plus grande, & ſoit contiooée CA infiniment, la ligne droite menée du poinct D parallele au coſté AB, coupera le coſté produit en H.



PARTIE II.

Trouvez la quatrieſme proportionnelle aux trois EF, FG, & BA, à laquelle ſoit faite egale AI, apres avoir prolongé BA.

PARTIE III.

Comme DH à AI, ainſi CA à un aotre? ee ſera AK qu'on retranchera de A vers C.

PARTIE IV.

Soit coupée en deux egalement AK au poinct L.

PARTIE V.

Par la 3 propoſition du quatrieſme livre, ſoit trouvée la moyeone proportionnelle entre AL, & la ligne droite compoſée du double de AL & AH, c'eſt à dire de KH, ſoit la dite moyenoe proportionnelle LM.

Si en ſuivant la premiere partie on trouve que LM paſſe au delà de C, ou que la ligne DM coupe tellemeot le coſté AB, qoe le ſegmeot du coſté de A ne ſoit pas ttiangle, il faudra recommencer de l'autre façon par la meſme premiere partie, eo produiſaot le coſté CB, au lieu de CA.

PARTIE VI.

En fin ſoit menée DM coupant AB en N; ee qu'eſtant, je dis que le triangle ABC eſt coupé par la ligne droite DM, ſelon la raiſon donnée, aſſavoir comme ANM à MNBC, ainſi FG à EG.

DEMONSTRATION.

Combien qu'il faille une aſſez longue demonſtration pour une ſi courte fabtique, nous la reduirons en cinq parties pour plus grand eſclaitciſſement, & afin qu'on puiſſe mieux comprendre le eours de la demonſtration, nous mettrons iey ſommairemeot le but de chaque partie.

En la premiere partie nous monſtrerons que le triangle ABC a telle raiſon au triangle ANM, qoe le rectangle fait de AC & AB, au rectangle fait de AM & AN.

En la ſeconde, qoe comme EF à FG, aioſi le rectangle fait de AB & AC, au rectangle fait de AC & AL

En la troiſieſme, que le rectangle fait de HD & AK, eſt egal au rectangle fait de AC & AI.

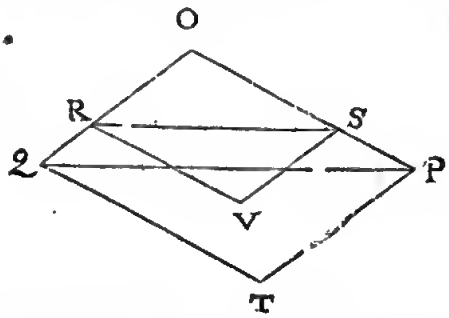
En la quatrieſme, que le rectangle fait de MA & AK, eſt egal au rectangle fait de KA & AH.

En la cinquieſme & derniere, que le rectangle fait de MA & AN, eſt egal au rectangle fait de HD & AK, & partant auſſi au rectangle fait de AC & AI, par la troiſieſme partie: Mais par la ſeconde partie, comme EF à FG, ainſi le rectangle fait de AB & AC, au rectangle de AC & AI, c'eſt à dire MA & AN: ainſi auſſi le ttiangle ABC au triangle ANM, par la premiere partie: & en meſme ordre, comme EF à FG, ainſi le triangle ABC au triangle ANM: & eo diviſant, comme EF moins FG, c'eſt à dire EG à FG, ainſi le triangle ABC moins ANM, c'eſt à dire le trapeze MNBC, au triangle ANM: ce qui avoit eſté propoſé. Ces choſes eſtans ainſi expoſées en general, nous dirons cy-apres plus proprement, & particulietement de chaque partie à part.

PARTIE I.

Comme le rectangle de AC & AB au rectangle de AM & AN, ainſi le triangle ABC au triangle ANM; mais depeur de confondre la figure propoſée d'uoe multitude de lignes, nous expliquerons ceey par ceſte figure particuliere: Soit done le ttiangle OPQ equilateral au donné ABC, auquel RS ſoit egale, & ſemblablement poſée que la ligne MN; ſoit auſſi menée QT egale & parallele à OP, & RV à OS, & joinctes par TP & VS. Partant comme le parallelogramme QOPT à QO, compris de QO & OP, au triangle OPQ ſa moitié; ainſi le parallelogramme ROSV, com-

compris de R O & de O S, ao triangle O S R, ſa moitié: Mais comme le parallelogramme de Q O & O P au



parallelogrãme de R O & O S, ainſi le rectangle de Q O & O P, au rectangle de R O & O S: & par equation, comme le rectangle de Q O & O P au rectangle de R O & O S, aioſi le triaogle O P Q au triangle O S R. Mais le rectangle de A C & A B, eſt egal au rectangle de O Q & O P; & le rectangle de A M & A N eſt egal ao rectangle de O R & O S: D'avantage le triangle A B C eſt egal au triaogle O P Q, & le triangle A M N au rtiangle O S R. Partant eomme le rectangle de A C & A B, au rectaogle de A M & A N, ainſi le triangle A B C au triangle A M N.

Partie II.

Les deux rectangles, l'un eompris de A B & A C, l'autre de A I & A C, à cauſe de leur commune hauteur A C, auront telle raiſon entre eux que leurs baſes B A à A I. Mais eomme B A à A I, ainſi E F à F G, par la deuxieſme partie de la eonſtruction: Partaot eomme le rectangle de A B & A C, au rectangle de A I & A C, aioſi la ligne droite E F à F G.

Partie III.

A K eſt la troiſieſme propottionnelle aux trois H D, H I, C A, par la troiſieſme partie de la conſtruction: Parquoy le rectangle compris des extremes H D & A K eſt egal au rectangle comprins des moyeones A I, C A.

Partie IV.

Eſtans parvenus juſques icy, il falloit trouver la ligne dtoite A M, afin que le rectangle de A M & M K fuſt egal ao tectaogle de A H & A K. Il m'eſt veou en la penſée en eſctivant cecy une voye Geometrique fort coutre, mais tirée de l'Algebre, laqoelle eſt telle: Premierement en exprimant le triangle donné par nombres, poſant A B de 4, A C 3, A H 4, H D 8, E F 9, F G 4; Donc par la ſeconde, & troiſieſme partie de la conſtruction K A ſera trouvé de $\frac{2}{3}$ (car comme E F 9 à F G 4, ainſi A B 4 à A I $\frac{16}{9}$: & alors comme D H 8 à A I $\frac{16}{9}$, aioſi A C 3 à A K $\frac{2}{3}$) & pour ceſte cauſe M K $\frac{2}{3}$ eſt moindre que M A. Et pout trouver la ligne dtoite M A, afin que le rectangle eompris d'icelle & de M K (laquelle eſtant de $\frac{2}{3}$ eomme il a eſté dit, eſt moindre que M A) ſoit egal au rectangle $\frac{8}{3}$, compris des eoſtez A H 4 & A K $\frac{2}{3}$, je propoſe ainſi par nombres ceſte queſtioo.

Trouver deux nombres, le plus grand deſquels excede le moindre de $\frac{2}{3}$, & que leur produit ſoit $\frac{8}{3}$.

Soit donc le plus grand nombre requis pour M A 1①, partant le ſecond ſeroit 1④ — $\frac{2}{3}$, leur ſomme eſt 1② — $\frac{2}{3}$① egale à $\frac{8}{3}$: Soit adjouſté à l'un & l'autre + $\frac{2}{3}$①, le tout 1② ſera egal au rout $\frac{8}{3}$ + $\frac{2}{3}$①, par equatiou: Mais afin de trouver la valeur d'un coſté, qui eſt 1①, c'eſt à dire la ligne droite M A, dites 1② donne $\frac{2}{3}$② + $\frac{8}{3}$, quoy 1①? par le moyen du 68 probleme de noſtre Arithmetique Françoiſe, ainſi

La moitié de $\frac{1}{3}$ (ayant à ſon eoſté la marque ⑦) vaut	$\frac{1}{6}$.
Son quatté	$\frac{1}{36}$.
Soit adjooſté au nombre donné	$\frac{6}{36}$.
Le tout ſera	$\frac{25}{36}$.
Le coſté duquel quatré	$\frac{5}{6}$.

Eſtaot adjouſté à $\frac{3}{3}$, ſelon ceſt ordre, on aura premierement pour la valleur de 1①, c'eſt à dire de la droite A M 2.

Mais ſi on en oſte $\frac{2}{3}$, le reſte ſera pour le nombre ſecond $\frac{4}{3}$ pour K M, avec A M à feront $\frac{8}{3}$: ce qu'il falloit faire.

Mais l'operation Geometrique peut eſtre derivée de l'origine des nombres par l'Algebre, en examinant diligemment la valleur de 1①.

Ainſi, la moitié de K A, aſſavoir L A, vaut	$\frac{1}{3}$.
Soo quarré	$\frac{1}{9}$.
Auquel eſtant adjouſté le rectangle compris de A H 4 & de A K $\frac{2}{3}$, aſſavoir	$\frac{8}{3}$.
Le tout ſera	$\frac{25}{9}$.
Lequel eſtant reduit en quarré, ſoo coſté ſera	$\frac{5}{3}$.
Auquel coſté trouvé eſtant adjouſtée A L $\frac{1}{3}$, ſelon ceſt ordre la premiere ſomme ſera A M	2.
E K M ſera en ſuite	$\frac{4}{3}$.

Toutesfois en la cinquieſme partie de la eonſtruction il n'a pas eſté de beſoing d'examiner ſi curieuſement par operatioo Algebraiqoe, comme auſſi Geometrique, que le quarré L A ſoit adjouſté au rectangle de A H & A K; puis apres leur ſomme reduite en quarré, & en fin la ligne A L ſoit adjouſtée au coſté de ce quarré: Car puis que A K, qui eſt la hauteur de l'autre rectangle eſt touſiours double de la hauteur A H du rectangle reſtant, le rectangle donc fait de A L & du double de la ligne A H, ſera egal aux deux autres rectangles enſemble, par lequel eſtant conſtruit le quarré de la moyenne propottionnelle trouvée entre les eoſtez dudit rectangle (aſſavoir entre A L, & la dtoite faite de A L, & du double de A H, eomme il a eſté fait en la eooſtructioo de la quatrieſme patrie) donnera plus eommodement la ligne A M. Et ainſi le rectangle de M A, M K, eſt egal au rectangle de A K, A H, comme il l'a fallu mooſtrer. Et d'aurant que l'operatioo Algebraique eſt demouſtrée en ſon lieo Geometriquement; auſſi ceſte conſtructioo Geometrique ſera demonſtrée, Geometriquement.

Partie V.

D'autant que le rectangle de M A, M K, eſt egal au rectangle de A K, A H, leurs coſtez ſeront reciptoquement propottionnaux, c'eſt à dire, eomme A H à M A, ainſi M K à A K: & en eompoſant.

Comme A H & A M, c'eſt à dire M H, à M A;
Ainſi M K & K A, c'eſt à dire A M, à K A.

Et d'autaor que H D, A N, ſont paralleles, ce ſera au triangle H D M,

Comme M H à M A, ainſi D H à N A.

Mais d'autant que la taiſoo de D H à A N, & de A M à K A eſt la meſme que ceſle de M H à M A: Il s'eoſuit que M A, K A, D H, A N, ſoot proportioonelles.

Partant le rectangle fait des extremes M A, A N, ſera egal au rectangle fait des entre-moyennes K A, D H: mais le rectangle de K A, D H, eſt egal au rectangle

de

de A C, A I, par la troiſieſme partie. Donc le rectangle de M A, A N, eſt egal au rectangle de A C, A L.

Mais comme la droite E F à F G; ainſi par la deuxieſme partie, le rectangle de A C, A B, au rectangle de A C, A I, c'eſt à dire au rectangle de M A, A N.

Mais comme le rectangle de A C, A B, au rectangle de M A, A N, ainſi le triangle A B C au triangle A N M, par la premiere partie: s'enſuit donc par equation, que comme E F à G F, ainſi le triangle A B C au triangle A N M: Et en diviſant, comme E F moins G F, c'eſt à dire E G à G F, ainſi le triangle A B C mois le triangle A N M, c'eſt à dire le quadrangle M N B C, au triangle A N M: ce qu'il a fallu demonſtrer.

Second uſage quant aux nombres.

Le donné. Au meſme triangle A B C ſoit donné le poinct D hors le triangle, & la raiſon des ſegments, comme E G à F G: & que A B ſoit de trois parties, A C de 3, E G 5, F G 4; & la ligne C A continuée infiniment ſoit coupée au poinct H, par la ligne D H menée parallele au coſté A B, & que A H eſtant de 4, D H ſoit de 6.

Le requis. On cerche le poinct M, lequel ſoit autant eſloigné de A dans le coſté A B, que la ligne menée de D à M, face que le quadrangle M N B C aye telle raiſon au triangle A N M, que la ligne E G 5, à F G 4.

CONSTRVCTION.

Comme E F 9, ſomme de 5 & de 4, à F G 4, ainſi B A 4 à — $\frac{16}{9}$.

Comme D H 8, à $\frac{16}{9}$ premier en ceſt ordre, ainſi C A 3 à — $\frac{2}{3}$.

La moitié duquel eſt — $\frac{1}{3}$.

Avec lequel adjouſtant le double de A H 4, le tout ſera — $8\frac{1}{3}$.

Le plan fait d'iceluy & de $\frac{1}{5}$ troiſieſme en ceſt ordre, eſt — $\frac{25}{9}$.

Le coſté de ce quarré eſt — $\frac{5}{3}$.

Auquel eſtant adjouſté $\frac{1}{3}$ troiſieſme en ceſt ordre, le tout eſt — 2.

Partant ſi on retranche de A vers C, a deſdites parties, aſſavoir A M; & eſtant menée la ligne D M, laquelle coupera la ligne A B au poinct N, on aura ſatisfait à la propoſition: La demonſtration de laquelle eſt evidente par le premier exemple.

Concluſion. Partant nous avons retranché d'un triangle donné la partie requiſe & du coſté qu'on a voulu, par une ligne droite menée d'un poinct donné hors la figure. Ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION IX.

RETrancher d'un triangle donné un ſegment, qui ſoit poſſible vers la partie qu'on voudra, par une ligne droite paſſant par un poinct donné dans la figure.

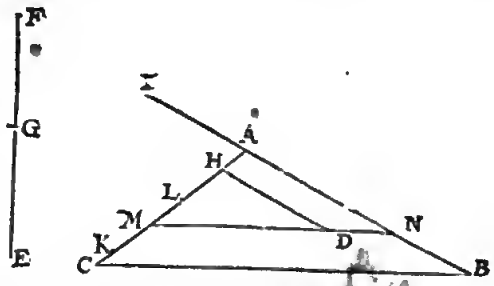
Il a eſté beſoing de ceſte determinaiſon, afin qu'on demande tel ſegment qu'il ſe puiſſe faire; car les lignes droites paſſantes par un poinct donné dans la figure coupent ſon aire en deux ſegments, la raiſon deſquels eſt determinée, la plus grande ne pouvant eſtre excedée, ny la plus petite amoindrie; afin que tous les eſpaces qui ſont plus petis, ou plus grands que le ſuſdit, ſoyent reputez n'avoir nulle explication. Car ceſte ſorte de ſection ne peut eſtre augmentée infiniment, ny auſſi infiniment diminuée, mais eſt terminée par certains limites: & pour plus grande aſſeurance nous l'eſclaircirons par un ou deux exemples. Un parallelogramme ne peut eſtre diviſé qu'en deux egalement par les lignes droites paſſantes par le centre du parallelogramme: ſi on propoſoit donc d'en retrancher une tierce partie par une ligne paſſant par le centre, la choſe ſeroit impoſſible. Semblablement la ligne droite paſſant par le centre de gravité d'un triangle (or pour trouver l'equilibre d'un plan il luy faut attribuer de la peſanteur) coupe le triangle en la plus grande inegalité, comme 4 à 9, & en la moindre, comme 5 à 9; & ainſi en ſuitte ſe fait la moindre ou plus grande incgalité, ſelon la diverſe ſituation de la partie demandée: c'eſt pourquoy le ſegment qu'on deſire eſtre retranché, doit eſtre poſſible, comme nous avons dit dés le commencement.

Le donné. Soit le triangle A B C, le poinct donné en iceluy D, & la droite E F, coupée au poinct G.

Le requis. Il faut couper le triangle donné par une ligne droite paſſant par le poinct D, en deux ſegments, en telle ſorte que l'eſpace vers A aye au reſte la raiſon qui eſt poſſible, aſſavoir de F G à E G.

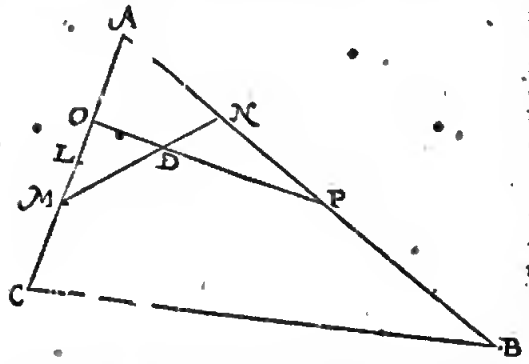
CONSTRVCTION.

Soit icy menée la ligne D H, comme en la 8 propoſition du poinct donné D, & parallele à B A, rencontrant le coſté C A: le reſte de l'operation eſt tout ſemblable à l'operation de la 8 propoſition, excepté qu'il faut icy dire en la cinquieſme partie, que la ligne ſoit oſtée du double, & il a eſté dit en l'autre, qu'elle ſoit adjouſtée au double. Comme par exemple, en la cinquieſme partie de la cõſtruction precedente on cerchoie la moyenne proportionnelle entre A L, & la droite faite de A L, & de deux fois A H: Mais icy on cerche la moyenne proportionnelle entre A L, & la double de A H moins A L. La cauſe en ſera facilement trouvée par la perquiſition Algebraique de ce probleme, auquel 1 ② eſt fait egal à 1 ⓪ — ⓪; & au probleme precedent, 1 ② eſtoit fait egal à ① + ⓪: Partant il n'eſt icy beſoing d'aucune nouvelle operation Algebraique, ny Geometrique, & ce d'autant plus que les lettres, & caracteres de ceſte figure, s'accordent avec ceux de la precedente.



D'avantage il y a icy premierement à remarquer, que la longueur de la ligne droite L M (laquelle eſt conſtituée vers C) peut auſſi eſtre deſignée vers A, & ſi le terme eſt donné vers A, & que la ligne paſſant par le poinct D, coupe le coſté A B, la ſolution en ſera double: Mais afin que cecy apparoiſſe plus diſtinctement qu'en la figure propoſée, ſoit le triangle icy joinct A B C, & le poinct donné en iceluy D, auquel auſſi ſoit premierement poſée L M vers C: Apres ſoit tranſpoſée de L en O, ſous condition que la droite paſſant du poinct O, par le poinct D, aille rencontrer le coſté A B au poinct P; comme auſſi la ligne M D produite, coupe le meſme coſté A B en N. Ce qu'eſtant ainſi les triangles A N M & A P O ſeront egaux, comme auſſi les deux triangles O D M & N D P: par ainſi la ſolution ſera ambigue, comme nous avons dit dés le commencement, ſi celuy qui propoſe la queſtion, ne determine

mine lequel des deux il desire. Or la cause de ceste douteuse determinaison depend du tout de la solution de l'equatioo Algebraique, laquelle est double, comme on le peut appercevoir par la quatriesme partie de la construction.



Secondement, puis qu'il n'y a que deux poincts dans le costé A C, assavoir M & O, & aussi que dans le costé A B (auquel on a mené du poinct D une parallele) n'y a poinct d'autres poincts que N & P, desquels les lignes requises passent par le poinct donné D: Ils s'ensuit de là, que si la ligne menée du poinct O, passant par D, ne coupe pas le costé A B entre ses termes A & B, il n'y a pas double determinaisoo; voire mesmes aucune, si la ligne menée de O, par D, ne rencontre le costé A B. C'est pourquoy si on ordonne que la ligne D H soit menée parallele au costé AB, (comme il a esté fait en la premiere partie de ceste propositioo) & que les poincts N & P ne tombent point dans le costé A B, il sera iouteile de reïterer l'operation en menant la parallele D H au costé A C, comme on avoit fait en la premiere partie du premier exemple: car si on ne trouve ce qu'on cerche en l'un des costez, il ne sera non plus en l'autre: & au contraire les lignes droites terminées en l'un des costez, lesquelles retranchent une espace qui se puisse faire, seront aussi terminées en l'autre costé.

En fin ce seroit chose superflue d'en mettre icy l'operation par nombres, veu le peu de difference qu'il y a entre celle-cy & la precedente; laquelle difference est en la cinquiesme partie. Partant nous laisseroos cela là, & proposerons la section do quadrangle.

Proposition X.

D'Vn quadrangle rectiligne donné retrancher un espace requis vers telle partie qu'on voudra, par une ligne droite menée d'un poinct donné hors iceluy.

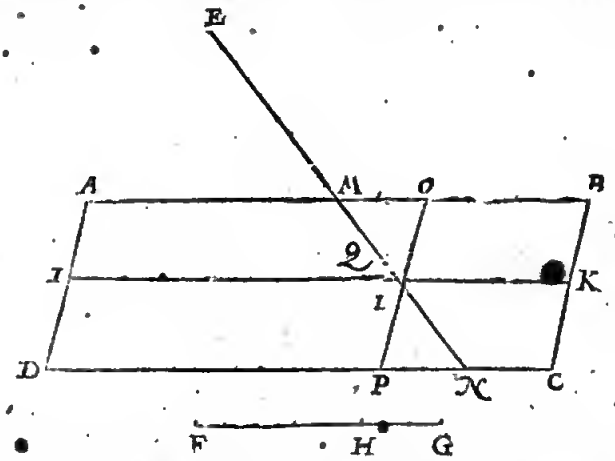
1 *Exemple d'un parallelogramme auquel la ligne droite coupant les costez paralleles, retranche d'iceluy une partie selon la raison donnée.*

Le donné. Soit le parallelogramme ABCD, le poinct donné E hors iceluy, & la ligne droite F G, coupée au poinct H.

Le requis. Il faut mener one ligne droite du poinct E, laquelle coupe le quadrangle donné, en sorte que le segmeot vers B, aye au restant telle raisoo, que G H à F H.

Construction.

Soit menée la ligne I K, laquelle coupe en deux egalement les costez paralleles A D & B C: Puis dites, comme F G à G H, ainsi I K à K L, laquelle soit retranchée de K vers I en L; la ligne droite menée du poinct



dooné E, passaot par L coupant les costez paralleles A B & D C aux poioets M & N, retranchera du parallelogramme la partie M B C N, laquelle aura telle raison au reste A M N D, que celle qui a esté proposée: Mais si la ligne E L reocootroit le costé adjacent B C, on fera aioti qu'il est monstré cy-apres au quatriesme exemple suivant.

Preparation. Soit menée la ligne O P, parallele à BC, passant par le poinct L.

Demonstration.

Par la construction, comme F G à G H, aioti I K à L K; & en divisant, comme F H à H G, aioti I L à L K, c'est à dire à cause de la parallele O P, ainsi D P à P C; ainsi aussi le parallelogramme A O P D à O B C P: mais le triangle M L O est egal aotriangle P L N, par la 4 & 15 proposition du premier livre *d'Euclide*: Partant ces triangles egaux estans adjoostez au commun rectiligne A M L P D, les tous A M N D & A O P D seroot eganx; parquoy il y aora telle raison du rectiligne A M N D au rectiligne M B C N, que de la ligne F H à G H. Ce qu'il a fallo demonstrer.

Si le poinct estoit donné dans la figure, comme le poinct Q eo la ligne M N, l'operatioo en est de mesme qu'eo la precedente: car estaot menée la ligne Q L, elle retranchera le segment requis.

2 *Exemple par nombres.*

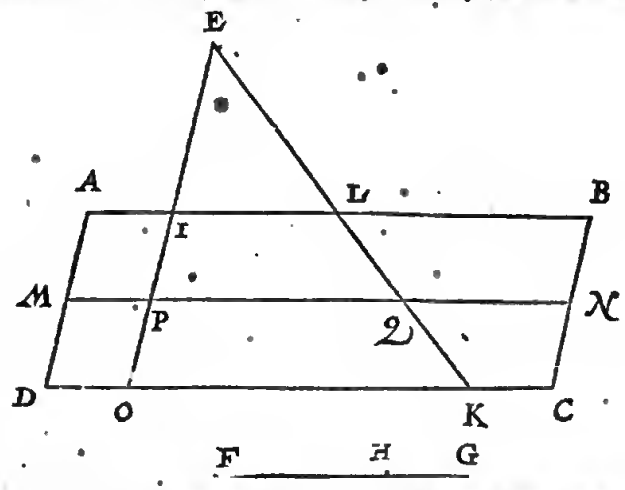
Le donné. Soit un autre quadrangle A B C D, & le poinct E donné hors iceluy: D'avantage soit la ligne

FG coupée en H, que AB soit 6, AD 2, FH 2, GH 1; & afin de determiner la situation du poinct E, la ligne droite EI, menée parallele à AD, coupant AB en I, face EI 2, & IA 1.

Le requis. Il faut exprimer par nombres la distance de D à K, dans le costé DC, comme aussi la distance de AL au costé AB, en telle sorte que la ligne droite passant par les trois poincts E, L, K, face que le rectiligne ALKD aye telle raison au rectiligne LBCK, que la ligne FH 2, à GH 1.

CONSTRVCTION.

Soit menée la ligne MN, coupant en deux egalement les costez opposez AD, BC; & d'autant qu'elle est parallele & egale au costé AB, elle vaudra 6, & AM 1, d'autant que c'est la moitié du costé AD. Par-



tant la ligne parallele EI, estant continuée jusques en O, coupera MN en P: apres dites, comme FG 3 à GH 1, ainsi MN 6 à NQ 2.
Secondement, comme EP 3, à PQ 3, ainsi EO 4, à OK 4.
A laquelle adjoustant DO, egalle à AI 1.
Leur somme sera la longueur de la ligne DK 5.
Par semblable raison AL se trouvera estre de 3; car comme EP 3, à PQ 3, ainsi EI 2, à IL 2.
A laquelle adjoustant AI 1, leur somme sera comme nous avons dit pour AL 3.
La demonstration de cecy est evidente par le premier exemple.
On operera de la mesme sorte quand le poinct sera donné dans la figure.

3 *Exemple de la section de quelque quadrangle que ce soit, où la ligne coupant la figure, coupe deux costez opposez.*

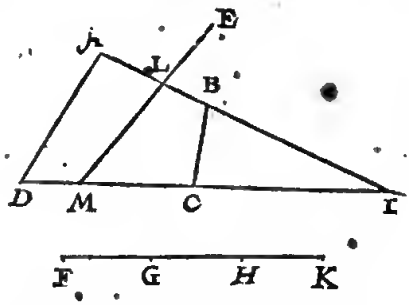
Le donné. Soit donné le quadrangle ABCD, tel qu'il puisse estre, le poinct E hors iceluy, & la raison donnée de FG à GH.

Le requis. Il faut mener une ligne droite du poinct donné E, coupant une partie du quadrangle vers A, ayant telle raison au reste que FG à GH.

CONSTRVCTION.

Les deux costez qui ne sont pas paralleles estans continuez se rencontreront en I, & on dira par la 8 proposition du quatrieſme livre, cõme le qnadrangle ABCD au triangle BCI, ainsi la ligne FH à HK: Apres retranchez (par la 8 proposition) par une ligne droite menée du poinct donné E du triangle ADI un segment vers I, lequel aye telle raison au reste que KG à GF, & que ceste ligne soit ELM, coupant les deux costez opposez AB & DC.

Si ladite ligne coupante passoit par les costez aboutissans à mesme poinct, il faudroit suivre l'operation du quatrieſme exemple suivant. Ces choses estans ainsi faites, je dis que la ligne droite ELM divise le quadrangle donné en deux segments, assavoir ALMD & LBCM, lesquels ont telle raison l'un à l'autre, que la ligne FG à la ligne GH.



DEMONSTRATION.

Puis que ABCD est à IBC, comme FH à HK: Et comme ALMD à ILM, ainsi FG est à GK, par la construction: En divisant donc ALMD sera à LBCM, comme FG à GH. Ce qu'il a fallu demonstrer.

NOTE.

Si le poinct donné estoit dans la figure ABCD, ou devoit estre enclos par la continuation des costez qui se peuvent rencontrer, alors on se servira de la 8 ou 9 proposition pour avoir la section requise.

4 *Exemple de la section de quelconque quadrangle, auquel la ligne coupante traverse deux costez aboutissans à mesme poinct.*

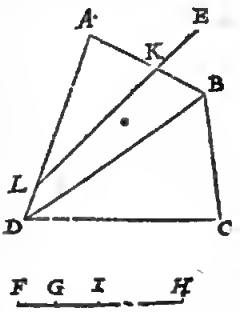
Le donné. Soit donné le quadrangle ABCD quelconque qu'il puisse estre; le poinct E hors iceluy, & la raison de FG à GH.

Le requis. Il faut mener une ligne droite du poinct E, laquelle coupe le quadrangle donné en telle sorte que le segment vers I ayt à l'espace restant la raison de FG à GH.

CON-

CONSTRVCTION.

Si on conſidere l'operation du troiſieſme exemple, on recognoiſtra que la ligne coupante, ne devant pas paſſer au travers des coſtez oppoſez, mais de ceux qui aboutiſſent à meſme poinct, on doit ainſi faire : Menez la diagonale B D, & dites par la 8 propoſition du quatrieſme livre, comme le quadrangle A B C D au triangle A B D, ainſi F H à F I: Apres par la 8 propoſition je mene la droite E K L du poinct donné E, laquelle retranche du triangle ABD un ſegment vers A, lequel a telle raiſon au reſte du meſme triangle que F G à G I; ainſi le coſté A B ſera traverſé par la ligne coupante au poinct K, & le coſté AD en L. Ce qu'eſtant ainſi fait, je dis que la ligne EKL coupe le quadrilatere propoſé en ſorte que l'eſpace A K L a telle raiſon à K B C D L, que la ligne F G à G H.



DEMONSTRATION.

Comme F I à I H, ainſi par conſtruction A B D à B C D: & comme F G à G I, ainſi auſſi par conſtruction A K L à K B D L; & en compoſant, comme F G à G I avec I H, ainſi A L K à K B D L avec B C D, c'eſt à dire, comme F G à G H, ainſi A K L à K B C D L. Ce qu'il a fallu demonſtrer.

NOTEZ.

Si le poinct donné eſtoit dans le quadrangle ABCD, il eſt manifeſte qu'on peut faire ladite ſection par le moyen de la 9 propoſition.

Concluſion. Partant nous avons coupé un quadrangle donné, ſelon une raiſon donnée, par une ligne droite menée d'un poinct donné hors iceluy. Ce qui avoit eſté demandé.

PROPOSITION XL

RE trancher d'un plan rectiligne donné tel ſegment qu'on voudra vers la partie demandée, par une ligne droite menée d'un poinct donné hors iceluy; & que ladite figure ſoit diviſée en deux ſegments tant ſeulement.

NOTEZ.

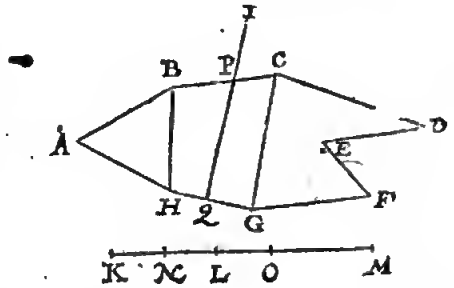
Il faut entendre ceſte determinaiſon, aſſavoir que la figure donnée ſoit ſeulement coupée en deux parties, ainſi qu'il a eſté expoſé en la 7 propoſition.

Le donné. Soit donnée quelconque figure rectiligne A B C D E F G H, le poinct donné I hors icelle, & la raiſon de l'eſpace retranché au reſtant, ſoit comme K L à L M.

Le requis. Il faut mener du poinct donné I une ligne droite, laquelle coupe le rectiligne donné en telle ſorte, que la partie retranchée vers A aye telle raiſon à celle qui reſte, comme K L à L M.

CONSTRVCTION.

On conſiderera premierement en quels poincts la ligne menée du poinct I doit couper le circuit de la figure, & ſi on ne le pouvoit juger d'abord, il ſe faudra ſervir du moyen qui en a eſté propoſé és precedentes; mais ſi ladite ligne coupante coupe les coſtez (comme par exemple) B C & H G, menez les lignes B H, C G, par leſquelles la figure propoſée eſt diviſée en 3 ſegments, aſſavoir le triangle A B H, le quadrangle B C G H, & le pentagone C D E F G. Apres coupez la ligne K M (par



la 8 propoſition du quatrieſme livre) és poincts N & O, en telle raiſon que les ſegments du rectiligne propoſé, aſſavoir que telle qu'eſt la raiſon de A B H, B C G H, C D E F G, telle auſſi ſoit la raiſon des lignes K N, N O, O M; & que N O ſoit le terme proportionnel au quadrangle B C G H, dans lequel eſt le poinct donné L: Soit diviſé l'eſpace B C G H, par la 10 propoſition, du poinct donné hors I, par la ligne I P Q, laquelle coupe le coſté B C en P, & H G en Q; & que comme N L eſt à L O, ainſi B P Q H ſoit à P C G Q. Ce qu'eſtant ainſi fait, je dis que A B P Q H, a telle raiſon à P C D E F G Q, que la donnée de K L à L M, comme il avoit eſté demandé. La demonſtration en eſt ſemblable à celle du troiſieſme exemple de la 10 propoſition.

NOTEZ.

Si le poinct eſtoit donné dans la figure, on pourra venir à bout de ce qu'on deſire par le moyen de ce qui a eſté dit cy-devant.

Concluſion. Partant nous avons retranché d'un plan rectiligne donné tel ſegment qu'on a voulu, vers la partie demandée, par une ligne droite menée d'un poinct donné hors iceluy, laquelle a diviſé la figure en deux ſegments tant ſeulement. Ce qu'il a fallu faire.

DE LA SECTION DES PLANS PAR une ligne droite menée parallele à une autre ligne donnée.

PROPOSITION XII.

D'Vn triangle donné retrancher tel ſegment qu'on voudra, vers la partie demandée, en ſorte que la ligne coupante ſoit parallele à une autre ligne donnée.

1 *Exemple.*

Le donné. Soit le triangle A B C, & la ligne droite D E, coupée en F.

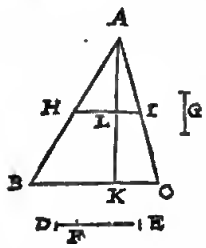
Le requis. Il faut retrancher du triangle A B C un ſegment vers A, lequel aye telle raiſon au reſte, que la ligne D F à F E, à ceſte condition que la coupante ſoit parallele au coſté C B.

CONSTRVCTION.

Trouvez aux trois lignes D E, D F, A B, la quatrieſme proportionnelle G; apres ſoit trouvée la moyenne proportionnelle entre A B & G, puis retranchez A H du coſté A B, qui luy ſoit egale, & menez du poinct H la ligne H I, parallele à B C, laquelle coupera le triangle donné ſelon la raiſon donnée, & comme D F eſt à F E, ainſi le ſegment A H I eſt à H I C B.

DEMONSTRATION.

Puis que la ligne G eſt la troiſieſme proportionnelle par conſtruction aux deux A B, A H, la ligne AB ſera en raiſon doublée à G, aſſavoir la raiſon de A B à A H: Et partant comme A B à G, ainſi le triangle A B C au triangle AHI; mais comme AB à G, ainſi par conſtruction D E à D F. Donc par equation de raiſons, comme D E à D F, ainſi A B C à A H I: & par la converſe, comme D F à D E, ainſi A H I à A B C: & en diviſant, comme D F à D E moins D F, c'eſt à dire F E, ainſi A H I à A B C moins le meſme A H I, c'eſt à dire H I C B.



Semblable uſage quant aux nombres.

La ligne D E ſoit 4, D F 1, A B 8; apres, comme D E 4, à D F 1, ainſi A B 8 à . . . 2.
Le nombre moyen proportionnel entre 2, & A B 8, eſt . . . 4.
Partant eſtant meſuré 4 pieds de A vers H, aſſavoir A H, & menée la ligne H I, parallele à B C, on aura ſatisfait au requis.

Preparation. Soit menée une perpendiculaire de A ſur la baſe B C, aſſavoir A K, coupant la parallele H I en L, & ſoit A K de 7 parties, & B C de 6.

Examen. Puis que A K eſt de 7 pieds, & B C de 6 par conſtruction, tout le triangle ABC ſera 21. D'avantage, puis que A H eſt 4, H B 4, B C 6, la quatrieſme proportionnelle A L ſera de $3\frac{3}{7}$; Or H I eſt de 3, par conſequent le triangle A H I ſera $5\frac{1}{4}$, leſquels oſtez du triangle A B C 21, le rectiligne reſtant H I C B ſera de $15\frac{3}{4}$, leſquels ont à $5\frac{1}{4}$ telle raiſon, que F E 3, à D F 1.

Autre uſage des nombres inventé par SON EXCELLENCE.

Les quarrez des coſtez A B, A H, ſont en la raiſon donnée de E D 4, à F D 1: Partant, comme 4 à 1, ainſi le quarré de A B 64, à qui? vient 16, pour le quatré de A H; le coſté duquel, aſſavoir A H, vaudra 4. Il faut donc que la ligne retranchée du poinct A vers B en H, ſoit d'autant à l'extremité, de laquelle la ligne menée parallele à B C fera la ſection requiſe.

Autre uſage des nombres procedant de l'Algebre.

On deſire la quatrieſme partie du triangle A B C vers A, ſoit $5\frac{1}{4}$ la quatrieſme partie de ſon aire: meſurant donc la baſe B C, qu'elle ſoit de 6, & la perpendiculaire A K 17; apres ſouſcrivez 7 ſous 6 des meſmes parties, ainſi $\frac{6}{7}$, par leſquels diviſant le contenu de l'aire donnée $5\frac{1}{4}$, qui eſt $10\frac{1}{2}$, le quotient vient $\frac{42}{4}$, le coſté duquel quarré eſt $3\frac{1}{2}$; retranchant donc de A vers K en L $3\frac{1}{2}$, la ligne menée parallele à B C, paſſant par L ſatisfera à la queſtion.

Car puis que l'aire du triangle A H I $5\frac{1}{4}$, eſt egale au plan fait de la perpendiculaire A L, & de la moitié de la baſe H I, auſſi A L eſt à H I, comme A K 7 à B C 6. Je propoſe donc ce probleme.

Trouver deux nombres ayans telle raiſon l'un à l'autre que 6 à 7, & que leur ſomme ſoit $10\frac{1}{2}$.

Ceſte briefve perquiſition Algebraique monſtrera la cauſe & origine de l'operation precedente.

CONSEQUENCE I.

Si on demandoit que le ſegment vers B C euſt telle raiſon au ſegment reſtant vers A, que F E à F D, il faudroit renverſer la raiſon telle qu'on la demande, aſſavoir que le ſegment vers A ait au reſte telle raiſon, que F D à F E, & en imitant l'operation precedente on diſſoudra le probleme.

CONSEQUENCE II.

Encores qu'on demande tant ſeulement le ſegment vers B C, on meſurera tout le triangle A B C, duquel on ſouſtrayera le ſegment requis, apres faites l'operation comme ſi on avoit demandé le ſegment vers A, & cela comme cy-devant. En ceſte ſorte, qu'il ſoit requis de retrancher du triangle A B C $15\frac{3}{4}$, on trouvera le triangle entier A B C 21, deſquels oſtant $15\frac{3}{4}$, reſtera $5\frac{1}{4}$, leſquels retranchez vers A, comme il a eſté desja dit, on aura ce qu'on a deſiré.

Concluſion. Partant nous avons retranché d'un triangle donné tel ſegment qu'on a voulu vers la partie demandée, la ligne coupaute ayant eſté menée parallele à quelconque ligne propoſée. Ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION XIII.

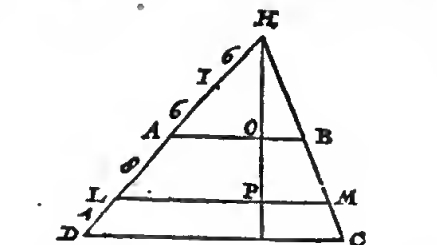
RETRANCHER d'un trapeze donné tel ſegment qu'on voudra, vers la partie requiſe, par une ligne droite menée parallele aux coſtez paralleles du trapeze.

Le donné. Soit le trapeze A B C D, duquel les coſtez A B & D C, ſont paralleles, & la ligne E F coupée en G.

Le requis. Il faut retrancher du trapeze A B C D un ſegment vers A B, lequel aye telle raiſon au reſte que E G à G F, & que la ligne coupante ſoit parallele au coſté A B.

CONSTRUCTION.

Soyent produites les lignes oppoſées non paralleles D A & C B, leſquelles ſe rencontreront en H, & que H I ſoit la troiſieſme proportionnelle aux deux H D, H A: Puis ſoit trouvée la quatrieſme proportionnelle



E K aux trois D I, I H, F E; apres coupez du triangle H D C, par la 12 propoſition, le ſegment L M B A vers A, en ſorte que la ligne coupante L M ſoit parallele au coſté A B, & qu'il aye telle raiſon au reſte, que E G à G F.

DEMONSTRATION.

Puis que H I eſt la troiſieſme proportionnelle par conſtruction aux deux H D, H A, les triangles ſemblables H D C, H A B, à cauſe de la ligne parallele A B, auront telle raiſon entre eux, que H D à H I: & en diviſant, comme le triangle H D C moins le triangle H A B, c'eſt à dire le trapeze A B C D, au triangle H A B; ainſi H D moins H I, c'eſt à dire D I à H I: mais comme comme D I à H I, ainſi par conſtruction F E à E K.

Partant

Partant comme FE à EK, ainſi le trapeze ABCD, au triangle HAB: Mais tout ainſi que KG à GF, ainſi le triangle HLM au quadrangle LMCD; car par conſtruction la ligne droite LM coupe le triangle HDC, comme KF coupée en G: Partant KE, EG, GF ſeront proportionnelles en ceſt ordre, comme les ſegments de tout le triangle, aſſavoir HAB, LMBA, LMCD: C'eſt pourquoy LMBA eſt à LMCD, comme EG à GF.

Semblable uſage des nombres.

Soit cy-deſſous expoſée par nombres la longueur des lignes

HD	24.
HA	12.
AB	12.
EF	27.
EG	16.
GF	11.

On dira ainſi, comme HD 24 à HA 12, ainſi HA 12, à quoy? on trouvera que HI, ſelon ces meſmes parties vaudra 6.

Laquelle ſouſtraite de HD 24, le reſte ſera pour DI 18.

Apres, comme DI 18 à IH 6, ainſi EF 27 à EK 9.

A laquelle adjouſtant EG 16, la ſomme ſera pour KG 25.

Aptes cerchez par la 12 propoſition, la longueur de la ligne HL, afin que le triangle HDC ſoit coupé vers H, ſelon la raiſon donnée de KG 25, à GF 11, & que la coupante LM ſoit menée parallele au coſté AB, ladite ligne HL ſera trouvée ſelon les meſmes parties de 20.

Partant pour trouver le poinct L ſoit meſuré 20 du poinct H en L, ou bien (d'autant que l'operation a eſté faite ſans nombres, il n'a point eſté de beſoing de deſcrire le triangle AHB) meſurez de D vers H en L 4 pieds (car autant en reſte, ſi on ſouſtrait 20 de HD 24) la ligne droite LM menée parallele à AB retranchera le ſegment requis.

Examen. La perpendiculaire HN ſur DC, laquelle conpe la ligne AB en O, & LM en P, ſoit trouvée de 18 pieds. Partant NO ſoit 9, OP 6, PN 3: & telle raiſon qu'ont les lignes DH 24, DA 12, AL 8, LD 4, telle l'auront auſſi au meſme ordre NH 18, NO 9, OP 6, PN 3: D'avantage LM vant 20, DC 24: car comme HA 12 à AB 12, ainſi HL 20 à LM 20; ainſi auſſi HD 24 à DC 24: ce qu'eſtant ainſi fait, le ſegment LMBA vaudra 96, & LMCD 66, par la 11 propoſition dn deuxieſme livre, la raiſon deſquels eſt comme EG 16 à GF 11.

Autre maniere pour l'uſage des nombres.

On trouvera la ligne AB 12 parties, DC 24, ON 9: Partant l'aire du trapeze, par la 11 propoſition dn deuxieſme livre, ſera de 162.

Leſquels eſtans diviſez, ſelon la raiſon donnée de EG 16 à GF 11, on trouvera le ſegment ſuperieur qu'il fant retranchet vers A, de 96.

A qnoy adjouſtant le complement du trapeze HAB, lequel par la troiſieſme conſeqnence de la 6 propoſition du deuxieſme livre (en laqnelle eſt enſeigné le moyen de tronver la perpendiculaire HO) ſera trouvé de 54.

Leur ſomme ſera 150.

Eſtant donc autant retranché de l'aire du triangle HDC, par la 12 propoſition, on trouvera que la ligne HP contient de pieds 15.

Et la ligne LM menée parallele à AB paſſant par le poinct P, retranchera le ſegment requis.

Examen. Souſtrayez HP 15 de HN 18, reſte pour PN 3, leſquels oſtez de NO 9, reſte pour OP 6. Partant le rectiligne LMBA contiendra 96, LMCD 66, la raiſon deſquels eſt comme EG 16 à GF 11.

CONSAQVENCE I.

S'il euſt fallu retraneher le ſegment requis vers DC, & que la raiſon qu'il euſt eu au reſte, euſt eſté comme EG à GF, il euſt fallu ſe ſervir de la raiſon reverſe; aſſavoir que le ſegment qui euſt eſté vers A, euſt eu au reſte la raiſon de FG à GE.

CONSEQUANCE II.

Si auſſi on euſt voulu retrancher du trapeze propoſé certain nombre de pieds quarrez (lequel euſt routesfois eſté moindre que le contenu de ſon aire) il euſt fallu meſurer l'aire de tout le trapeze, & d'icelle ſouſtraire la partie demandée, laquelle euſt eſté au reſte ſelon la raiſon donnée: En imitant l'operation precedente on diſſoudra le probleme.

Concluſion. Parquoy nous avons retranché d'un trapeze donné tel ſegment qu'on a voulu vers la partie requiſe, par nne ligne droite menée parallele aux coſtez paralleles du trapeze.

PROPOSITION XIV.

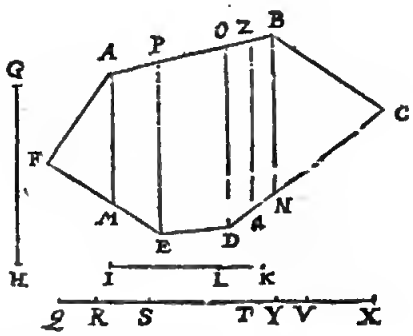
RETrancher d'un plan rectiligne donné tel ſegment qu'on voudra, vers la partie demandée, par une ligne droite parallele à quelconque ligne propoſée.

Le donné. Soit l'hexagone ABCDEF, la ligne droite GH, & une autre ligne IK, coupée en L, ſelon la raiſon donnée.

Le requis. Il faut retrancher de l'hexagone propoſé vers F un ſegment, lequel aye telle raiſon au reſte que IL à LK, & que la ligne coupante ſoit menée parallele à la propoſée GH.

CONSTRVCTION.

Soyent tirées toutes les lignes des angles, leſquelles peuvent eſtre menées paralleles à la donnée GH, qui tombent dans la figure, comme de A, B, D, E, les lignes AM, BN, DO, EP, leſquelles comprennent ſeulement avec les coſtez de la figure propoſée des triangles, ou quadrangles. Puis ſoyent trouvées les cinq lignes droites QR, RS, ST, TV, VX, par la 8 propoſition du quatrieſme livre, entre leſquelles y aye



telle raiſon, & en meſme ordre, que des plans AFM, AMEP, PEDO, ODNB, BCN. Apres conpez la ligne QX en Y, en telle ſorte qu'il y ayt telle raiſon

de I L à L K, que de Q Y à Y X : mais le poinct Y tombe dans la ligne T V, laquelle eſt proportionnelle au trapeze O D N B: ſoit donc ledit trapeze coupé par la ligne droite Z a, parallele à la propoſée G H, en ſorte qu'il y aye telle raiſon des ſegments que de T Y à Y V. Je dis donc que le rectiligne Z a D E F A a telle raiſon au rectiligne Z a C B, que la raiſon donnée de I L à K L : la demonſtration de cecy eſt evidente par les precedentes. Et l'uſage des nombres s'accorde entierement avec celuy des ſuſdites operations.

Conſequence.

Il appert par la ſection du champ propoſé A B C D E F, faite de la ligne parallele Z a, qu'on peut diſtribuer, & diviſer quelque champ que ce ſoit en parties egales ou inegales, telles qu'on deſirera, par une ligne parallele à quelqu'un de ſes limites : Car tout ainſi qu'icy le poinct Y tombe entre T & V, ainſi le poinct d'une autre ſection tombera en un autre lieu, & par ce moyen on coupera auſſi ſemblablement le plan qui luy eſt proportionel.

Concluſion. Partant nous avons retranché d'un plan rectiligne donné tel ſegment qu'on a voulu vers la partie demandée par une ligne droite parallele à quelconque ligne propoſee. Ce qu'il a fallu faire.

Propoſition XV.

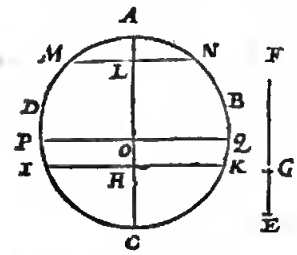
REtrancher d'un plan ſpherique donné tel ſegment qu'on voudra vers la partie requiſe.

Le donné. Soit A C l'axe de la ſphere A B C D, & la ligne E F coupée en G.

Le requis. Il faut retrancher du plan ſpherique d'icelle ſphere un ſegment vers C, lequel aye telle raiſon au reſte que E G à G F.

Conſtruction.

Coupez l'axe A C (par la deuxieſme propoſition) en H, en ſorte qu'il y ait telle raiſon des ſegments C H à H A, que E G à G F : puis eſtant mené le plan I K paſſant par H, & perpendiculaire à l'axe A C, il coupera le plan ſpherique, tellement que le ſegment ſpherique I K C vers C, aura telle raiſon au reſtant I A K, que la raiſon donnée de E G à G F.



Demonſtration.

Les ſections des plans ſpheriques ont telle raiſon entre eux que leurs axes, comme il appert en *Archimede* touchant la ſphere & le cylindre.

Partant comme C H à H A, ainſi la ſection I C K à la ſection I A K : mais comme C H à H A, ainſi par conſtruction E G à G F : & auſſi en meſme ordre, comme E G à G F, ainſi la ſection de la ſuperfice ſpherique I C K à la ſection I A K.

Semblable uſage quant aux nombres.

L'axe A C ſoit de 12 pieds, E G 2, G F 4, afin que la raiſon de l'un des ſegments ſoit à l'autre, comme 2 à 4 : Partant diviſez A C 12 en deux ſegments ayans entre eux la raiſon de E G 2, à G F 4, viendra pour le moindre ſegment 4 : meſurés donc autant de pieds de C vers A en H, le plan paſſant par le poinct H, & perpendiculaire à l'axe A C, retranchera le ſegment requis I C K.

Examen. Toute la ſuperfice ſpherique par la 18 propoſition du deuxieſme livre ſera $452\frac{4}{7}$; & le ſegment I C K $150\frac{6}{7}$, leſquels oſtez du plan ſpherique entier $452\frac{4}{7}$, reſtera $301\frac{5}{7}$ pour l'autre ſegment I A K, auquel le plan I C K $150\frac{6}{7}$ eſt, comme E G 2 à G F 4.

Conſequence.

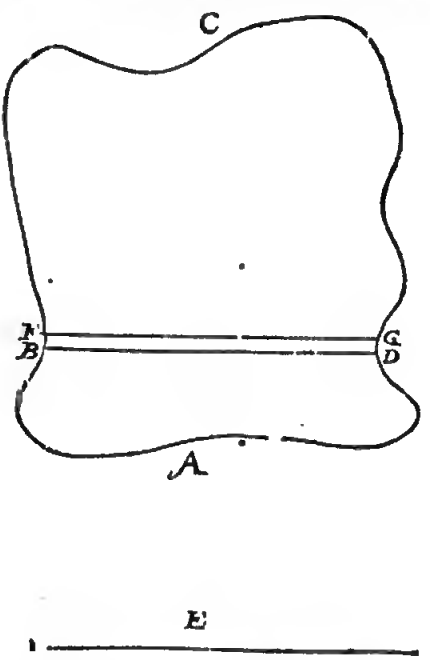
On peut cognoiſtre d'icy qu'il eſt facile de retrancher de la ſection d'un plan ſpherique donné telle partie qu'on voudra, comme ſi on vouloit couper la cinquieſme partie de la ſection I A K, ſoit diviſé l'axe de ladite ſection en cinq parties egales, l'une deſquelles ſoit A L, le plan M N mené par L perpendiculaire à ſon axe retranchera le plan requis M A N.

Si on aymoit mieux la cinquieſme partie de l'axe A H de H en O, le plan P Q paſſant par O, perpendiculaire, ſur l'axe retranchera la zone P Q K I, egale à la cinquieſme partie : La demonſtration en eſtant evidente.

Concluſion. Partant nous avons retranché d'un plan ſpherique donné tel ſegment qu'on a voulu vers la partie requiſe.

Notez.

Si on demandoit un ſegment de quelque ſuperfice raboreuſe, comme celle des champs qui ſont ſur les collines, on ne le pourroit pas faire par une ligne droite parallele à une autre ; car les lignes deſcrites ſur ces ſortes de ſuperfices ſont recourbées & tortuës : Toutesfois les Arpenteurs & Geometres terminent ces champs-là par le moyen d'une ligne, le plan de laquelle eſt perpendiculaire ſur l'horizon. Or on peut trouver ceſte ſection par le moyen de pluſieurs baſtons fichez en terre en ligne droite, ayant la veuë pour guide, produiſant ladite ligne par deſſus les foſſez & tranchées, en poſant les baſtons en lieux où on les puiſſe plus commodement voir & diſtinguer. Pour plus grande intelligence & eſclairciſſement, ſoit le champ A B C D ſur une montagne,



duquel on veut retrancher la quatrieſme partie par un plan perpendiculaire ſur l'horizon, & parallele à la ligne pro-

propoſée E, il faudra en premier lieu meſurer (par le troiſieſme exemple de la 20 propoſition du deuxieſme livre) tout le champ raboteux propoſé, diſtribué en toutes les parties (comme ou le trouvera plus à propos) l'aire duquel ſoit par exemple de 100 arpens, la quatrieſme partie en ſera donc 25 arpens, leſquels il faut retrancher vers A. Et afin de ce faire, retranchez à peu pres 25 arpens vers la partie requiſe, marquant la ligne coupante par baſtons & picquets. Puis meſurant derechef l'aire de la partie retranchée B D A, & ſi on trouve qu'elle contienne 25 arpens, on a ce qu'on demande: Mais ſi on s'eſt trompé en excez, ou au defaut d'un arpent, il faudra faire l'autre ligne F G, parallele à D B: & pour mieux dire, on meneta un plan par F G, coupant perpendiculairement l'horizon, eſtant parallele au plan paſſant par B D, qui coupe auſſi l'horizon perpendiculairement, l'aire comprise entre iceux contenant un arpent: Mais afin qu'on puiſſe prendre aſſez preciſement la largeur de ceſte longue zone de terre de hauteur inegale, on meſurera la longueur D B, laquelle ſoit trouvée de 300 perches, par leſquelles diviſant 600 perches, leſquelles ſont le couteau de l'aire d'un arpent, le quotient donneta 2 perches pour la largeur requiſe, laquelle fera ladite zone F G D B, ſoit prise egale à un arpent; & le ſegment F G A contiendra en ſon aire autant qu'on avoit demandé. Si on deſire toutesfois un calcul plus exacte, on remeſurera derechef ledit arpent, & s'il y a encore quelque difference, contenant plus ou moins, on en retranchera, ou adjouſtera autant. Et s'il en falloit retrancher un ſegment par un plan perpendiculaire ſur l'horizon paſſant par un poinct donné en ſon circuit, comme la quatrieſme partie de la ſuperfice A B C D, par le poinct F, on retranchera à peu prez comme auparavant ladite quatrieſme partie de la ſuperfice propoſée, par une ligne imaginée, comme de F en D: Apres on meſurera derechef le contenu de l'aire du ſegment, lequel eſtant trouvé moindre de $\frac{1}{2}$ arpent que la quatrieſme partie requiſe, on menera la ligne F G, donnant au triangle F D G le contenu de $\frac{1}{2}$ arpent. Et pour le trouver plus facilement, le double de demy arpent, c'eſt à dire 1 arpent vaut 600 perches, leſquelles diviſées par la longueur F D 300 perches, le quotient donnera la longueur de laquelle la ligne requiſe F G doit eſtre eſloignée du poinct D.

TROISIESME PARTIE
DV CINQVIESME LIVRE,
De la Section proportionnelle des Solides.

Proposition XVI.

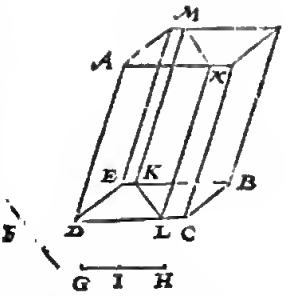
Couper d'un priſme donné tel ſegment qu'on voudra, vers la partie demandée, par un plan parallele à ſon axe; en ſorte que la commune coupure du plan retranchant, & de la baſe, ſoit parallele à une ligne donnée.

Le donné. Soit la baſe B C D E du priſme donné A B, la ligne F, & l'autre ligne G H, coupée au poinct I.

Le requis. Il faut retrancher du priſme A B un ſegment vers D, par un plan parallele à l'axe, en ſorte que la commune coupure du plan retranchant, & de la baſe ſoit parallele à la ligne F, & que ledit ſegment aye telle raiſon au reſte, que G I à I H.

Construction.

Coupez la baſe B C D E, par la ligne K L, parallele à F, en ſorte que le ſegment K L D E aye telle raiſon au reſte K L C B, que G I à I H: Puis coupez le priſme propoſé par le plan M N L K, parallele à l'axe, ou au coſté A B, qui eſt la meſme choſe: Je dis que le ſegment K L N M E D A eſt en telle raiſon au reſte K L N M B C, que la ligne G I à I H.



Demonstration.

Car puis que les deux ſegments de ce priſme ſont de meſme hauteur, ils ſeront entre eux comme leurs baſes; mais leurs baſes par conſtruction ſont ſelon la raiſon donnée de G I à I H, partant les ſegments ſeront auſſi entre eux en telle raiſon. Nous n'adjouſtons point icy l'uſage des nombres puis que l'operation en eſt evidente par les precedentes.

Concluſion. Parquoy nous avons coupé d'un priſme donné tel ſegment qu'on a voulu, vers la partie demandée, par un plan parallele à l'axe, en ſorte que la commune coupure du plan retranchant, & de la baſe a eſté parallele à une ligne donnée. Ce qu'il falloit faire.

Proposition XVII.

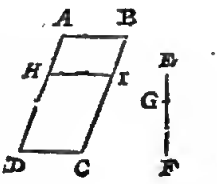
Retrancher d'un priſme donné tel ſegment qu'on voudra, vers la partie demandée par un plan parallele à la baſe.

Le donné. Soit le priſme A B C D, la baſe duquel ſoit quelconque rectiligne qu'on voudra, & la ligne E F coupée en G.

Le requis. Il faut retrancher de ce priſme un ſegment vers A B, par un plan parallele à ſa baſe, ayant telle raiſon au reſte que E G à G F.

Construction.

Coupez A D en H, en ſorte que A H ſoit à H D, comme E G à G F: Apres meuez le plan H I, par H parallele à la baſe B C: Je dis que H I B A eſt à H I C D, comme E G à G F.



Demonstration.

Comme A H à H D, ainſi H I B A à H I C D: car les priſmes ayans meſme baſe ſont l'un à l'autre comme leur hauteur: mais comme H A à H D, ainſi par conſtruction eſt E G à G F; Partant comme E G à G F, ainſi le ſegment H I B A à H I C D. Nous ne donnons non plus icy aucune operation de nombres, d'autant que cecy eſt aſſez evident par la conſtruction Geometrique.

Concluſion. Parquoy nous avons retranché d'un priſme donné tel ſegment qu'on a voulu, vers la partie demandée, par un plan mené parallele à ſa baſe.

Proposition XVIII.

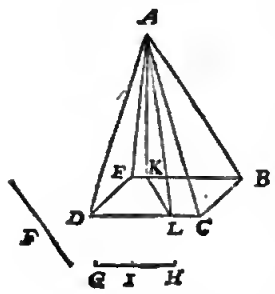
Retrancher d'une pyramide donnée tel ſegment qu'on voudra, vers la partie demandée, par un plan paſſant par le ſommet d'icelle; en telle ſorte que la commune coupure du plan retranchant, & de ſa baſe ſoit parallele à une ligne droite donnée.

Le donné. Soit A le ſommet de la pyramide A B C D E, & B C D E ſa baſe, la ligne droite F, & l'autre ligne G H, coupée en I.

Le requis. Il faut retrancher de ceſte pyramide un ſegment vers D, par un plan paſſant par le ſommet A,

lequel aye telle raiſon au reſte que G I à I H, en ſorte que la commune coupure du plan retranchant, & de la baſe de la pyramide ſoit parallele à la ligne droite donnée F.

CONSTRVCTION.



Coupez la baſe BCDE, par la ligne KL, parallele à F: en ſorte que KLDE ſoit à KLCB, comme GIà IH: puis coupez la pyramide par le plan AKL. Maintenant je dis que le ſegment AKLDE eſt à AKLCB en meſme raiſon, que la donnée de GI à IH.

DEMONSTRATION.

D'autant que les deux pyramides ſont de meſme hauteur, elles ſeront l'une à l'autre comme leurs baſes: mais leurs baſes ſont en telle raiſon que GIà IH, les pyramides le ſeront donc auſſi. Il n'eſt point beſoin qu'on face l'operation des nombres, cecy eſtaot aſſez manifeſte par ce qui precede.

Concluſion. Partant nous avons retranché d'une pyramide donnée tel ſegment qu'on a voulu, vers la partie demandée, par un plan paſſaot par le ſommet d'icelle, en telle ſorte qoe la commune coupure du plan retranchant & de ſa baſe a eſté parallele à une ligne droite donnée.

PROPOSITION XIX.

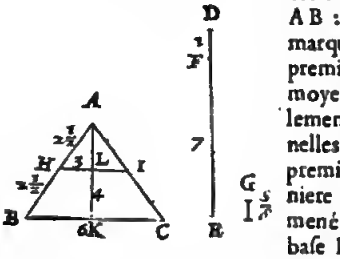
REtrancher d'une pyramide donnée tel ſegment qu'on voudra, vers la partie demandée, par un plan parallele à ſa baſe.

Le donné. Soit la pyramide ABC, ayant pour baſe quelconque rectiligne que ce ſoit; & la ligne DE coupée en F.

Le requis. Il faut retrancher dela pyramide ABC, un ſegment vers A, par un plan parallele à ſa baſe, lequel aye telle raiſon au reſte, que DF à FE.

CONSTRVCTION.

Soit la ligne G quatrieſme ptoportionnelle aux ttois autres DE, DF, AB: puis ſoit AH marquée au coſté AB, premiere des deux moyennes continuellement ptoportionnelles entre AB la premiere, & G la derniere: le plan HI mené parallele à la baſe BC coupera la pyramide donnée, ſelon la raiſon donnée; aſſavoir eomme AHI à HICB ainſi DF à FE.



DEMONSTRATION.

Puis que par conſtruction G eſt la quattieſme ptoportionnelle aux deux AB, AH, la raiſon de AB à G ſera triple de celle qu'elle a à AH, en ſorte que comme ABà G, ainſi la pyramide ABC à la pyramide AHI, qui luy eſt ſemblable: mais AB a telle taiſon à G, que DEà DF, par la conſtruction. C'eſt pourquoy, eomme DEà DF, ainſi ABCà AHI: & en raiſon reverſe, eomme DFà DE, ainſi AHIà ABC: & en diviſant, DFeſtà DE moins DF, c'eſt à dire FE, eomme le ſolide AHIà ABC moins le ſolide AHI, c'eſt à dire à HICB.

Semblable uſage quant aux nombres.

La ligne DE ſoit en parties	8.
DF	1.
AB	5.

Je dis, eomme 8, premier en ceſt ordre, à 1 le ſeeond, ainſi le troiſieſme 5, à quoy ? vient G $\frac{5}{8}$.

Le premier nombte des moyens continuellement proportioonaux eotre le troiſieſme 5, & le quatrieſme $\frac{5}{8}$ en ceſt ordre eſt $2\frac{1}{2}$.

La ligne dtoite de A vers B de $2\frac{1}{2}$ pieds ſoit AH, le plan HI mené parallele à la baſe BC, retranehera le ſegment requis.

Preparation. Soit la perpendiculaire AK menée du ſommet A, ſur la baſe BC, eoupée par le plan HI eu L, & que la toute AK ſoit de 4 pieds, & le eoſté de la baſe (laquelle nons ſuppoſons eſtre quarrée) BC ſoit de 6.

Examen. Parce que AK vaut 4, & BC 6, par conſtruction; le quatté qui eſt la baſe de la pyramide donnée vaudra 36, & la pyramide 48. D'avantage puis que AH vaut $5\frac{1}{2}$, HB autant, & le coſté BC 6, AL vaudra 2, & HI 3, le quarré duquel ſera 9 pour la baſe de la pyramide AHI, & ladite pyramide eontiendra 6, laquelle ſouſtraite de la pyramide ABC, c'eſt à dire de 48, reſtera 42 pour HICB, auſquels ſont 6, comme DF 1, à EF 7.

Autre uſage des nombres inventé par SON EXCELLENCA.

Les cubes des eoſtez AB, AH, ſont comme ED 8, à FD 1, d'où on dira, comme 8 à 1, ainſi le cube 125 du eoſté AB, à quoy? vient $15\frac{5}{8}$ pour le cube du coſté AH, & le coſté AH ſera $2\frac{1}{2}$. Si oo prend dooe un tel eſpace de A vers B, terminé en H, & eſtant aptes mené le plan HI parallele à la baſe BC, on aura ee qu'on deſire.

CONSEQVENCE I.

Si on vouloit tetranchet certain nombre de pieds enbiques vers A, ſans donnet aucune raiſon entre le ſegment requis & ſon reſte: On meſurera premierement la pyramide, apres eſtant donnée la quantité des pieds qu'on en veut retrancher, on verra quelle raiſon ils ont au total, & on aehevera l'opetation comme il a eſté enſeigné cy-deſſus.

CONSEQVENCE II.

Si on vouloit retraneher la partie demandée vers BC, laquelle euſt au reſte vers A telle raiſon que la donnée de DF à FE, il faudra faite l'operation comme ſi on avoit demandé que le ſegment vers A euſt telle raiſon au reſte vers BC, comme EF à FD.

Concluſion. Partant nous avons retraneht d'une pyramide doonée tel ſegment qu'on a voulu, vers la partie demandée, par un plan mené parallele à ſa baſe.

PROPOSITION XX.

REtrancher d'une ſphere donnée tel ſecteur qu'on voudra.

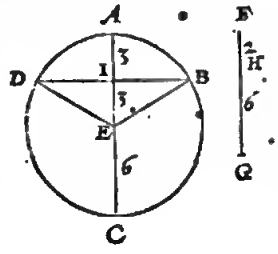
Le donné. Soit AC l'axe de la ſphere ABCD, ſon centre E, & la ligne FG eoupée en H.

Le requis. Il faut retrancher de la ſphere propoſée un ſecteur, lequel aye telle raiſon au reſte, que FH à HG.

CON-

CONSTRVCTION.

Coupez A C en I, comme F H à H G, ainſi A I ſoit à I C: puis ſoit menée la droite D B, laquelle ſe termine de eoſté & d'autre à la circonfetence, & qu'elle ſoit perpendiculaire à l'axe A C: apres ſoyent menez les deux demy-diametres E D, E B. Maintenant je dis que E D A B eſt le ſecteur requis, ayant telle raiſon au reſte E D C B, que F H à H G.



DEMONSTRATION.

Comme A I à I C, ainſi F H à H G, par la conſtruction: mais comme A I à I C, ainſi la ſuperfice ſpherique D A B, à la ſuperfice ſpherique D C B: mais le ſecteur E D A B eſt au ſecteur E D C B, comme la ſuperfice ſpherique D A B, à la ſuperfice ſpherique D C B: Partant comme F H à H G, ainſi le ſecteur E D A B au ſecteur E D C B.

Semblable uſage des nombres.

Soit A C de 12 parties, F H 2, H G 6; puis coupez la longueur de A C 12, ſelon la raiſon donnée de F H 2, à H G 6, & où trouvera le ſuſdit ſegment eſtre de 3. On meſureta donc de telle diſtance de A vers C, terminant en I, par lequel poinct faiſant paſſer la ligne D B, perpendiculaire ſur A C; puis eſtans menez les demy-diametres E D, E B, alors E D A B ſera le ſecteur requis.

Examen. Toute la ſolidité de la ſphere eſt de $905\frac{1}{7}$, par la 24 propoſition du deuxieſme livre; le ſegment D E B A ſera de $226\frac{2}{7}$, leſquels ſouſtraits de $905\frac{1}{7}$, reſtera $678\frac{6}{7}$ pour le ſegment E D C B, lequel a telle raiſon à $226\frac{2}{7}$, que la ligne G H 6, à F H 2.

Concluſion. Partant nous avons retranché d'une ſphere donnée rel ſecteur qu'on a voulu. Ce qu'il a fallu faire.

NOTEZ.

Si on vouloit retrancher d'un ſolide irregulier donné un ſegment, par un plan mené parallele à un autre plan donné: Il faudra imitet la façon d'operet qui a eſté tenuë cy-deſſus en la note de la 16 propoſition de ce cinquieſme livre, en la ſection d'un champ raboteux, en retranchant à peu pres le ſegment requis; & ſi apres avoir remeſuré ledit ſegment, on le trouve excedet ou defaillir de ce qui avoit eſté propoſé, autant en retranchera-on on adjonſtera au meſme ſegment par un plan mené parallele au donné.

Fin du cinquieſme livre de la Geometrie.

SIXIESME LIVRE DE LA PRACTIQVE DE GEOMETRIE,

De la Transformation des grandeurs en ſemblables figures à d'autres données.

TOut ainſi que nous avons parlé au troiſieſme livre de la Numeration, Addition, Souſtraction, Multiplication, & Diviſion des grandeurs, non pour eſtre adjouſtées à d'autres données, mais pour en trouver d'autres, leſquelles leur ſoyent egales en grandeur. Il faut icy entendre le meſme, aſſavoir, que la figure donnée ſera transformée en une autre: car c'eſt la meſme choſe qu'és nombres où on en propoſe deux parties n'ayans pas meſme denominateur, leſquelles ſont reduictes à meſme denomination: laquelle choſe eſtant de bien prés examinée, on cognoiſtra que c'eſt proprement trouver aux parties propoſées, d'autres qui leur ſoyent egales ayans meſme nom: Ainſi on ne convertit pas les grandeurs données en d'autres; mais on deſcrit des grandeurs egales d'une autre forme, ce qu'on appelle Transformation: Comme auſſi ſe doit entendre quand on parle communement de la quadrature du Cercle, Parabole, Spirale, & Lune: Ce qui ne veut dire autre choſe, que de trouver un quarré egal à un cercle, ou autres de ces figures données.

PREMIERE PARTIE DV SIXIESME LIVRE,

De la Transformation des lignes.

PROPOSITION I.

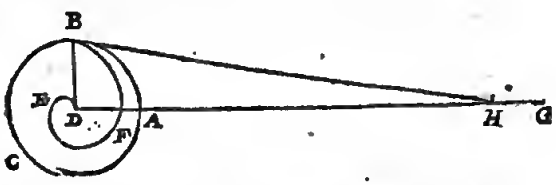
DEſcrire une ligne droite egale à la circonference d'un cercle donné.

Le donné. Soit la circonference du cercle A B C, duquel D eſt le centre, & D B le demy-diametre.

Le requis. Il faut deſcrire une ligne droite egale à ladite circonference.

CONSTRVCTION.

Deſcrivez la premiere revolution d'une ſpirale D E F B, ſur le demy-diametre D B, ſur lequel ſoit menée



perpendiculaire la ligne D G, & produite infiniment: Apres

Apres on menera BH, touchante en B le commencemeot de la circonference de ſpitale, laquelle eſtant continuée coupera la perpendiculaire D G en H. Je dis doncques que la ligne droite D H eſt egale à la circonference du cercle A B C, comme il eſt demonſtré par *Archimede* en ſa 18 propoſition de la ſpitale.

NOTEZ.

Combien que ceſte conſtruction ſoit appuyée de bonnes & valables raiſons en la Theorie, on ne la peut pas toutesfois mettre en practique à cauſe de l'incertitude de la revolution de la ſpitale: Mais en ſuivant *Archimede*, nous avons icy mis ceſte propoſition avec deux autres ſuivantes ſemblables, pour la memoire de celuy qui les a inventées & demonſtrées.

Autre uſage des nombres.

Si la raiſon de la circonference au diametre, comme 22 à 7 (laquelle eſt toutesfois uſitée) eſtoit veritable, il eſt evident qu'on pourroit par ce moyen meſurer une ligne droite egale à la circonference d'un cercle donné.

Concluſion. Partant nous avons trouvé une ligne droite egale à la circonference d'un cercle donné.

CONSEQVENCE.

Par la converſe de ceſte propoſition on peut deſcrire une circonference de cercle egale à une ligne droite donnée.

PROPOSITION II.

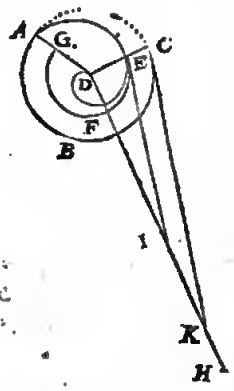
DEſcrire une ligne droite egale à un arc de cercle donné.

Le donné. Soit l'arc A B C deſcrit du centre D, ayant pour demy-diametre D A.

Le requis. Il faut trouver une ligne droite egale audit arc.

CONSTRVCTION.

Achevez la circonference du cercle de l'arc donné A B C, dans lequel on deſcrira la premiere revolutioo d'une ſpirale D E A, laquelle coupera D C en E: puis ſoit deſcrite la circonference du centre D, & de l'intervalle D E, elle coupera le demy-diametre D A en G: En fin ſoit menée la ligne D H, perpendiculaire ſur le demy-diametre D C, & produite infiniment, la ligne droite E I, touchant la ſpitale, la coupera en I, à laquelle on menera C K, parallele coupant auſſi D H en K. Je dis donc que D K eſt la ligne droite requiſe egale à l'arc donné A B C.



DEMONSTRATION.

Comme D E à D C, ainſi l'arc G F E à l'arc A B C: & comme D E à D C, ainſi D I à D K. Parquoy comme D I à D K, ainſi l'arc G F E à l'arc A B C: mais D I (par la 21 propoſition d'*Archimede* de la ſpitale) eſt egale à l'arc G F E. Donc D K ſera egal à l'arc A B C.

CONSEQVENCE.

Par la converſe de l'operatioo de ceſte propoſition, on pourra deſcrire un arc de cercle egal à une ligne droite donnée.

PROPOSITION III.

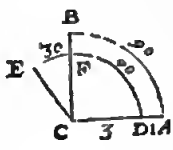
EStant donnée une ligne droite, & la raiſon d'un arc à toute la circonference de ſon cercle, deſcrire un autre arc de l'intervalle de la ligne donnée egal au donné.

Le donné. Soit l'arc A B de 90 degrez, le demy-diametre duquel ſoit C A, ſur lequel ſoit marquée quelque ligne que ce ſoit, comme C D.

Le requis. Il faut deſcrire de l'intervalle C D, comme demy-diametre, un arc egal au donné A B.

CONSTRVCTION.

Par proportion on dira, comme C D à C A, ainſi A B de 90 degrez, à quoy? qu'il vienne 120 degrez: En deſcrivant donc de l'intervalle C D, comme demy-diametre, un arc de 120 degrez, comme D E, il ſera egal à l'arc donné A B.



DEMONSTRATION.

Si l'arc D E, & la ligne C B, s'entrecoupent en F: les arcs F D, & B A ſeront proportionnaux à la circonference de leurs cercles (d'autant que A C B, ou D C F, ſont un meſme angle au centre) & d'autant que A B eſt de 90 degrez, l'un & l'autre ſera le quart de la circonference du cercle, & le ſecteur A B C ſera ſemblable au ſecteur D F C. Partant leurs coſtez ſemblablement poſez C A, C D, A B, D F, ſeront proportionnaux; & la difference D A, entre les demy-diametres C A, C D, ſera à C D, comme la differeoce des arcs A B & D F, à l'arc D F. Mais comme D A à C D, ainſi E F à D F, (car par conſtruction comme C D eſt à C A, ainſi 90 degrez ſont à 120 degrez: mais D F vant 90 degrez, & D E 120 degrez) partant comme C D à C A, ainſi D F à D E: & en diviſant, comme C A moins C D, c'eſt à dire D A, à C D, ainſi D E moins D F, c'eſt à dire E F, à D F: & E F ſera la difference entre les arcs A B, D F. Partant E F, F D enſemble, c'eſt à dire l'arc D E, ſera egal à l'arc A B.

Semblable uſage quant aux nombres.

Le demy-diametre C D ſoit de 3 parties, & C A 4; ſelon la proportion C D 3, à C A 4, l'arc A B de 90 degrez, à quoy? viennent 120 degrez: Donc de l'intervalle C D, comme demy-diametre, deſcrivant un arc de 120 degrez, lequel ſoit D E, on aura ſatisfait au probleme.

Oo ne peut point examiner cecy exactement, à cauſe de l'incertitude de la raiſon du demy-diametre à la circonference: C'eſt pourquoy nous l'avons demonſtré par la voye Mathematique, laquelle eſt aſſeurée.

CONSEQVENCE.

Mais ſi le demy-diametre propoſé eſtoit ſi petit, qu'il fallut la circonference toute entiere, voire de pluſieurs cercles qui luy fuſſent egaux, pour egaller l'arc donné A B, on le pourra auſſi aiſement faire que la precedentee comme ſi C A eſtoit de 10, & C D 1, il euſt ainſi fallu dire à la conſtruction, comme C D 1, à C A 10, ainſi A B 90 degrez à 900 degrez, leſquels vallent deux circonferences entieres de cercle & encores 180 degrez. Partant il faut deſcrire de l'intervalle C D, comme demy-diametre, deux circonferẽces de cercles & 180 deg. & elles ſeroyent egales à l'arc propoſé. De là s'enſuit auſſi qu'eſtant donné le diametre d'un arc, & deux circonferences, avec un arc de 180 degrez; on peut trouver un arc qui leur ſera egal. On peut de ce que deſſus

tirer

tirer auſſi d'autres conſequences ſemblables, qui en deſpendent.

Concluſion. Partant eſtant donnée une ligne droite, & la raiſon d'un arc à toute la circonference de ſon cercle; nous avons deſcrit un autre arc de l'intervalle de la ligne donnée, egal au donné. Ce qu'il falloit faire.

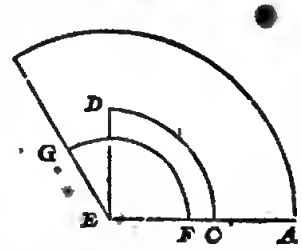
PROPOSITION IV.

Eſtans donnez deux arcs diſſemblables, & la raiſon d'iceux à leurs circonferences eſtant cognuë, trouver un troiſieſme arc egal à l'un, & ſemblable à l'autre.

Le donné. Soyent les deux arcs A B 120 degrez, C D 90 degrez, ayans pour meſme centre le poinct E: le demy-diamette de l'un ſoit E A, & de l'autre E C, & que E A ſoit le plus grand.

Le requis. Il faut deſcrire un troiſieſme arc egal à l'arc C D, & ſemblable à A B, c'eſt à dire que l'arc A B, & celuy qu'on cerche ſoyent tous deux proportionnaux à leurs proptes circonferences.

CONSTRVCTION.



Soit menée la ligne E B, & dites, comme A B 120 degrez, à C D 90 degrez, ainſi E C à E F, duquel intervalle, & du centre E eſtant deſcrit l'arc F G terminé par les deux demy-diametres E A, E B, il ſera egal à l'arc C D, & ſemblable à l'arc A B.

DEMONSTRATION.

D'autant que l'angle G E F, ou B E A, a les arcs F G, A B, ſouſtendus, leſquels ſegments ſeront ſemblables à leurs circonferences: D'avantage puis que E F eſt à E C, comme 90 degrez de C D, aux 120 degrez de F G: par conſtruction donc F G ſera egal à C D, par ce qui a eſté demonſtré en la 3 propoſition: Il eſt auſſi evident que l'operation des nombres de ladite 3 propoſition eſt ſemblable à celle-cy.

Concluſion. Partant eſtans donnez deux arcs diſſemblables; & la raiſon d'iceux à leurs circonferences eſtant cognuë; nous avons trouvé un troiſieſme arc egal à l'un & ſemblable à l'autre. Ce qu'il falloit faire.

SECONDE PARTIE DV SIXIESME LIVRE,

De la Tranſformation des figures deſcrites ſur la ſuperfice.

PROPOSITION V.

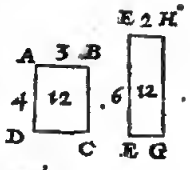
DEſcrire un parallelogramme rectangle de telle longueur qu'on voudra, egal à un autre rectangle donné.

Le donné. Soit le rectangle A B C D, & la ligne E F.

Le requis. Trouvez un rectangle egal au donné A B C D, ayant pour l'un de ſes coſtez la ligne donnée E F.

CONSTRVCTION.

Trouvez la quarrieſme proportionnelle F G aux trois lignes E F, A B, A D, de laquelle & de la premiere E F, on fera le rectangle E F G H, lequel ſera egal au donné: comme demonſtre *Euclide* en la 14 propoſition de ſon ſixieſme livre.



Semblable uſage des nombres.

E F ſoit de 6 pieds, A B 3, A D 4: on dira donc, comme E F 6 à A B 3, ainſi A D 4 à F G 2; parquoy menant F G perpendiculaire ſur l'extremité de E F, & eſtant achevé le parallelogramme, on aura ce qu'on avoit demandé.

Examen. L'un & l'autre deſdits rectangles contient 12 par l'onzieſme propoſition du deuxieſme livre.

Concluſion. Partant nous avons deſcrit un parallelogramme rectangle de la longueur qu'on a voulu, egal à un autre rectangle donné.

SON EXCELLENCE *a voulu que cecy fuſt joinct à la propoſition precedente.*

L'aire A B C D 12, il n'importe qu'elle ſoit plane, ſpherique, ou d'autre forme, eſtant diviſée par le coſté E F, donnera pour le coſté E H 2, deſquelles conſtruiſant un rectangle, il contiendra autant que la figure donnée.

PROPOSITION VI.

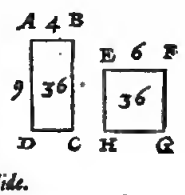
DEſcrire un quarré egal à un rectangle donné.

Le donné. Soit le rectangle A B C D.

Le requis. Il faut trouver un quarré qui luy ſoit egal.

CONSTRVCTION.

Soit trouvée la moyenne proportionnelle E F, entre les coſtez A B & A D, par la 3 propoſition du quatrieſme livre; ſa puiſſance, c'eſt à dire le quarré de ladite ligne E F, ſera egal au rectangle, comme il appert par la 14 propoſition du deuxieſme livre *d'Euclide.*



Semblable uſage des nombres.

A B ſoit de 4 pieds, A D de 9, le nombre continuellement moyen proportionnel eſt 6. Donc le quarré fait de la ligne E F de 6 pieds, ſera egal au rectangle donné E F G H.

Examen. Par la 11 propoſition du deuxieſme livre ils ſont trouvez egaux, car tant l'aire A B C D, que E F G H, contient 36.

Concluſion. Partant nous avons trouvé un quarré egal à un rectangle donné. Ce qu'il a fallu faire.

PROPOSITION VII.

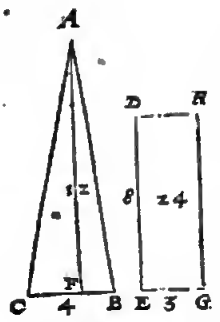
DEſcrire un parallelogramme rectangle de telle longueur qu'on voudra, egal à un triangle donné.

Le donné. Soit le triangle A B C, & la ligne droite D E.

Le requis. Il faut appliquer ſur la ligne donnée D E, un parallelogramme rectangle, egal au triangle donné A B C.

CONSTRVCTION.

Soit menée la perpendiculaire A F, de quelconque angle du triangle ſur la baſe oppoſée, comme ſur B C: Puis



Puis soit trouvée la quatrieſme proportionelle EG aux trois lignes DE, à la moitié de la baſe BC, & à la perpendiculaire AF: avec laquelle & la donnée DE, on deſcrira le rectangle DEGH, egal au triangle donné, comme il eſt enſeigné en la 44 propoſition du premier livre *d'Euclide*.

Semblable uſage des nombres.

DE ſoit de 8 pieds, la moitié de la baſe CB 2, & AF 12 : on dira comme DE 8, à la moitié de CB 2, ainſi AF 12, à EG 3 : laquelle eſtant menée à angles droits ſur DE, & achevant le rectangle DEGH, il ſera egal au triangle donné.

Examen. Par la 11 propoſition du deuxieſme livre, tant l'aire du triangle, que du quadrangle contient 24.

Concluſion. Partant nous avons deſcrit un parallelogramme rectangle de telle longueur qu'on a voulu, egal à un triangle donné ; comme on demandoit.

PROPOSITION VIII.

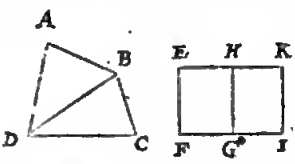
DEſcrire un parallelogramme rectangle de telle longueur qu'on voudra, egal à un quadrangle donné.

Le donné. Soit le qnadrangle ABCD, & la ligne droite EF.

Le requis. Il faut trouver nn parallelogramme rectangle de la longueur de la ligne EF, egal au rectiligne ABCD.

CONSTRVCTION.

Soit coupé le qnadrangle donné en deux triangles ABD, & BCD, par la diagonale DB : puis par la 7 propoſit. ſoit fait le rectangle EFGH, egal an triangle BDC, ſur la ligne EF, comme auſſi le parallelogramme rectangle HGIK, egal au triangle ABD, ſur la ligne HG. Je dis donc que le rectangle EFIK eſt egal au quadrilatere ABCD, comme il eſt demonſtré par la 45 propoſition du premier livre *d'Euclide*. L'operation Arithmetique en eſt evidente pat celle de la 7 propoſition precedente.



Concluſion. Partant nous avons deſcrit un parallelogramme rectangle, de telle longueur qu'on a voulu egal à un quadrangle donné. Ce qu'il a fallu faire.

CONSEQVENCE.

Par cecy on peut facilement appercevoir comment on reduit la raiſon des plans rectilignes en lignes droites. Comme par exemple, ſoit le meſme quadrilatere, auquel on cerche la raiſon du triangle ABD, au triangle BCD, ils ſeront reduits en parallelogrammes rectangles de meſme hauteur, les baſes deſquels FG & GI, ſeront en telle raiſon entre elles que les triangles BCD & ABD : Si auſſi on demandoit par lignes la raiſon de tout le quadrilatere ABCD, à quelque autre multilatere que ce ſoit, il faudroit pareillement reduire l'un & l'autre en parallelogrammes de meſme hauteur, comme EF: ainſi leurs baſes ſeront en telle raiſon entre elles, que les figures meſmes : & la baſe FI aura telle raiſon, à la baſe de l'autre rectangle, comme le quadrangle ABCD à l'autre multilatere propoſé.

PROPOSITION IX.

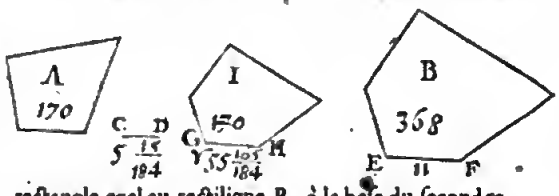
ETans donnez deux rectilignes diſſemblables, en deſcrire un troiſieſme ſemblable à l'un, & egal à l'autre.

Le donné. Soyent les deux rectilignes diſſemblables A & B.

Le requis. Il faut deſcrire un troiſieſme rectiligne egal à A, & ſemblable à B.

CONSTRVCTION.

Soyent reduits en parallelogrammes de meſme hauteur les deux rectilignes donnez A & B, par la 8 propoſit. Puis dites, par la 2 propoſit. du 4 livre, comme la baſe du



rectangle egal au rectiligne B, à la baſe du ſecond rectangle formé egal au rectiligne A ; ainſi quelconque coſté qu'on voudra du rectiligne B, comme EF, à CD: Enſuite ſoit trouvée la moyenne proportionnelle GH, entre EF & CD, ſur laquelle comme coſté proportionnel à EF, on deſcrira le rectiligne I, ſemblable au rectiligne B, alors on aura le requis.

DEMONSTRATION.

Car puis que par conſtruction GH eſt moyenne proportionnelle entre EF & CD, les trois lignes EF, GH, CD, ſeront continuellement proportionnelles ; & comme la premiere EF, à la derniere CD, ainſi la figure deſcrite ſur la premiere EF, à la figure I, qui luy a eſté deſcrite ſemblable ſur GH, comme coſté proportionnnel : Mais comme EF à CD, ainſi par conſtruction le rectiligne B au rectiligne A: donc les rectilignes A & I auront meſme raiſon au rectiligne B. Partant les rectilignes A & I ſeront egaux entre eux.

Semblable uſage des nombres.

Soit le contenu du plan rectiligne B en pieds quarrez 368.

Et A 170.

Le coſté de la figure B quel qu'il ſoit, comme EF, auquel on en vent trouver nn ſemblable, contienne de pieds 11.

Puis dites 368 premier nombre en ceſt ordre, donne 170 le ſecond, combien ri le troiſieſme? vient $5\frac{15}{184}$.

Apres ſoit trouvé entre ri troiſieſme en ceſt ordre, & $5\frac{15}{184}$ le quatrieſme, le nombre moyen proportionnel $\sqrt{55\frac{165}{184}}$.

En fin ſoit deſcrit le rectiligne I, ſemblable au donné B, ſur la ligne GH, la longueur de laquelle eſt ledit nombre moyen proportionnel $\sqrt{55\frac{165}{184}}$, & on aura le requis.

Examen. Puis que les plans ſemblables ſont entre eux en raiſon donblée de leurs coſtez proportionnaux, on dira ainſi : Comme le quarré de la ligne droite EF 121 à $55\frac{165}{184}$, quarré du coſté GH ; ainſi le rectiligne B 368 au rectiligne I 170, egal au rectiligne A.

Semblable uſage expliqué par la fraction dixieſme.

Soit derechef le contenu du plan B en pieds quarrez 368.

Et

Et le plan A de 170.
Et tel coſté qu'oo voudra, comme E F, de la figure B, qu'on veut imiter 11.
On dira done, comme 368 premier nombre, à 170 ſecond, ainſi le troiſieſme 11, à 508 ②.
Apres ſoit trouvé eotre 11 & 508 ②, le nombre moyen proportionnel 748 ②.

La ligne G H contiendra donc autant de pieds, ſur laquelle, comme coſté proportionnel à E F, on deſcrira la figure I; & ainſi on aura ſatisfair à la queſtion.

Examen. Car puis que les plans ſemblables ont telle raiſon entre eux, que les quarrez de leurs coſtez proportionnaux, dites comme 121 quarté de E F, au quarté de G H 559504 ④, ainſi le plan B 368, aux 170 pieds quarrez & 16 ②, c'eſt à dire 170 $\frac{4}{25}$ pieds pour le plan I, & il ne falloit ſeulemeot que 170 pieds, & il ſe trouve de plus $\frac{4}{25}$; c'eſt pourquoy on ne ſe conteotera pas d'aller juſqoes aux ſecondes ſeulement, mais bien juſques aux ③ ou ④, ſelon qu'on le jugeta à propos pour trouver le nombre plus juſte.

Autre uſage plus court inventé par Son Excellence, *& exprimé par nombres.*

Comme B 368, au quarré du coſté E F 121, ainſi A 170, au quarré 558967 ④, le coſté duquel eſt 748 ③: D'autant donc ſera la ligne G H, ſur laquelle comme coſté proportionnel à E F, on deſcrira le rectiligne I ſemblable à B, & alors on aura ce qu'oo avoit demandé.

Concluſion. Partant eſtans donnez deux rectilignes diſſemblables, nous en avons deſcrit un troiſieſme ſemblable à l'un, & egal à l'autre.

Proposition X.

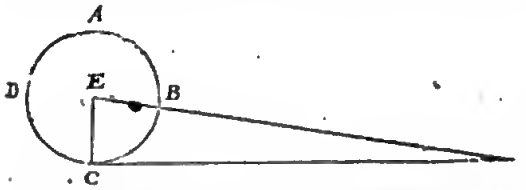
Deſcrire un triangle egal à un cercle donné.

Le donné. Soit le cercle A B C D, duquel E ſoit le centre, & A C le diametre.

Le requis. Il faut troover un triangle egal au cercle donné.

Construction.

Soit eſlevée la perpendiculaire C F ſur l'extremité du diametre A C, laquelle ſoit egale à la circonferenee du cercle A B C D: puis ſoit menee la ligne droite E F du centre E à l'exttemité F, le triangle E C F ſera egal



ao cercle donné A B C D, comme *Archimede* demonſtre eo la 1 propoſition de la meſure du cetcle.

Semblable uſage des nombres.

Le demy-diametre E C ſoit de 7 pieds; donc par la 8 propoſitioo du deuxieſme livre, la circonferenee A B C D ſera de 44: Partant on menera la ligne C F de 44 pieds de loog, à angles droits ſur l'extremité du demy-diametre E C: puis apres menant la ligne E C, on aura le triangle demandé E F C.

Examen. L'aire du cercle A B C D, & celle du triangle E F C, contient chacune 154, par les 11 & 12 propoſitions du deuxieſme livre.

Concluſion. Partant nous avoos deſcrit un triangle egal à up cercle donné: Ce qu'il a fallo faire.

Consequence.

On pourra auſſi faire on cercle egal à un triangle donné: car eſtant propoſé quelque triangle que ce ſoit, on le fera ſemblable au triangle E C F, & ſon plus petit coſté ſera le demy-diametre du cetcle requis.

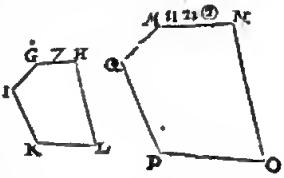
2 *Exemple inventé par* Son Excellence, *& par luy exprimé en nombres, eſtant donné quelque rectiligne que ce ſoit.*

Le donné. Soit le precedent cercle A B C D, & le rectiligne G H L K I, quel qu'il puiſſe eſtre cooteoant 60, duquel le coſté G H eſt de 7 parties.

Le requis. Il faut deſcrire uo rectiligne ſemblable au propoſé G I K L H, & egal au cercle A B C D cy-deſſus propoſé.

Construction.

Tout ainſi que le plan G I K L H 60 eſt ao quarré du coſte G H 49, ainſi le cercle A B C D 154, à quoy? vient le quarré 1257667 ④, le coſté duquel eſt 1121 ③: Partant on fera la ligne M N de telle longueur, eſtant proportioonelle au coſté G H, ſur laquelle on deſcrira le rectiligne M N O P Q, ſemblable au donné G H L K I, & ou aura ſatisfair au requis.



Proposition XI.

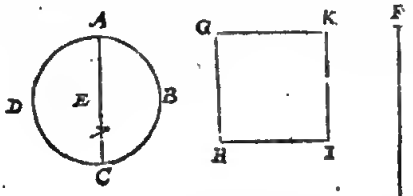
Deſcrire un quarré egal à un cercle donné.

Le donné. Soit le cercle A B C D, ſon centre E, ſon diametre A C.

Le requis. Il faut deſcrire un qoarré egal à ce cetcle.

Construction.

Soit faite la ligne droite F egale à la circonfetence du cercle A B C D, la ligne G H moyenne-proportion-



nelle entre F & le demy-diametre ſera le coſté du quarté G H I K, egal au cercle donné.

Demonstration.

Puis qoe le cercle A B C D eſt egal au triangle ayant pour baſe une ligne egale à la circonferenee, & poor hauteur le demy-diametre du cercle, le meſme cetcle ſera egal au rectangle fait du demy-diametre & de la moitié de la circonference: Et par conſeqoent auſſi au quarré fait de la ligne moyenne proportionnelle entre les coſtez dudit rectangle.

Semblable uſage des nombres.

A C ſoit de 14 pieds; toute la circoofereoce A B C D ſera done de 44, ſa moitié 22, entre laquelle & E C, le nombre moyen proportionnel ſera $\sqrt{154}$: Partant luy faiſant egale la ligne G H, ſon quarré G H I K ſera egal au cercle donne.

Autrement & plus aiſement.

L'aire du cercle A B C D ſoit trouvée de 154, le coſté de ce quarré ſera 12 41 ② : Eſtant donc deſcrit le quarré G H I K, ſon coſté G H de ceſte longueur, on aura le requis.

Examen. L'aire tant du cercle, que du quarré, contient 154, ce qu'il falloit.

Concluſion. Partant nous avons deſcrit un quarré egal à un cercle donné. Comme on avoit demandé.

CONSEQVENCE.

Par la converſe de ceſte propoſition, on pourra deſcrire un cercle egal à un quarré donné: car toute aire de quarré eſtant touſiours diviſee par 22, donnera le demy-diametre du cercle qui luy ſera egal.

PROPOSITION XII.

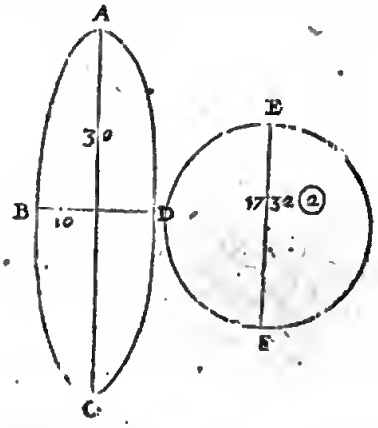
TRouver un cercle egal à une ellipſe donnée.

Le donné. Soit l'ellipſe A B C D, de laquelle A C eſt le grand diametre, & D B le petit.

Le requis. Il faut deſcrire un cercle egal à l'ellipſe donnée.

CONSTRVCTION.

La moyenne proportionnelle E F, entre A C & D B, ſera le diametre du cercle egal à l'ellipſe donnée: Ce qui



eſt demonſtré par *Archimede* en ſa 6 propoſition des Conoïdes & Sphetoïdes.

Semblable uſage des nombres.

Le grand diametre A C ſoit de 30 pieds, & le moindre D B de 10 : le moyen proportionel entr'eux ſera √300, ou, ce qui eſt la meſme choſe, 1732 ② ; D'autant donc doit eſtre le diametre E F du cercle egal à l'ellipſe donnée.

Examen. Car l'aire de l'un & l'autre exprimée par nombres, ſe trouvera eſtre de 23572 ②, par les 12 & 15 propoſitions du deuxieſme livre.

Concluſion. Partant nous avons trouvé un cercle egal à une ellipſe donnée. Ce qu'il falloit faire.

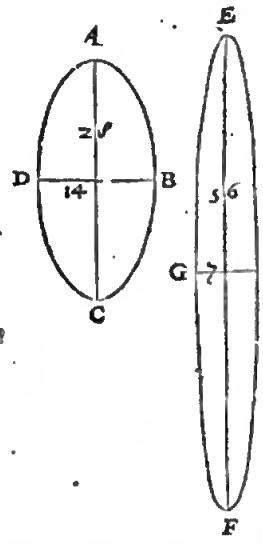
PROPOSITION XIII.

DEſcrire ſur un grand ou petit diametre donné une ellipſe egale à une ellipſe donnée.

Le donné. Soit l'ellipſe A B C D, de laquelle le grand diametre eſt A C, & le petit D B: Soit auſſi la ligne E F, pour deſcrire ſur icelle, comme grand ou petit diametre, une ellipſe egale à la donnée.

Le requis. Il faut ſur E F deſcrire une ellipſe egale à la donnée A B C D.

CONSTRVCTION.



Trouvez la quatrieſme proportionnelle G H, aux trois E F, A C, D B, par la deuxieſme propoſition du quatrieſme livre : Puis deſcrivez l'ellipſe ſur les deux diametres E F le grand, & G H le petit, on aura ce qu'on demande : comme il appert par la 15 propoſition du deuxieſme livre.

Semblable uſage quant aux nombres.

E F ſoit de 56 pieds, A C de 28, D B de 14: on dira donc, comme 56 à 28, ainſi 14 à 7: donnant donc une telle longueur à la ligne G H, pour eſtre le petit diametre, & E F le grand, on fera l'ellipſe requiſe E H F G.

Examen. L'une & l'autre ellipſe contient 308, par la 15 propoſition du deuxieſme livre.

Concluſion. Parquoy nous avons deſcrit ſur un grand, ou petit diametre donné une ellipſe egale à une ellipſe donnée.

CONSEQVENCE.

Si au lieu de l'ellipſe A B C D, on euſt donné un cercle, il euſt fallu ſuivre l'operation de la propoſition precedente, & alors les deux diametres A C & D B euſſent eſté egaux. Partant on eut dit, comme E F à A C, ainſi D B à un quatrieſme terme : Ou bien (ce qui eſt la meſme choſe) la troiſieſme proportionnelle à E F, & au diametre du cercle donné.

PROPOSITION XIV.

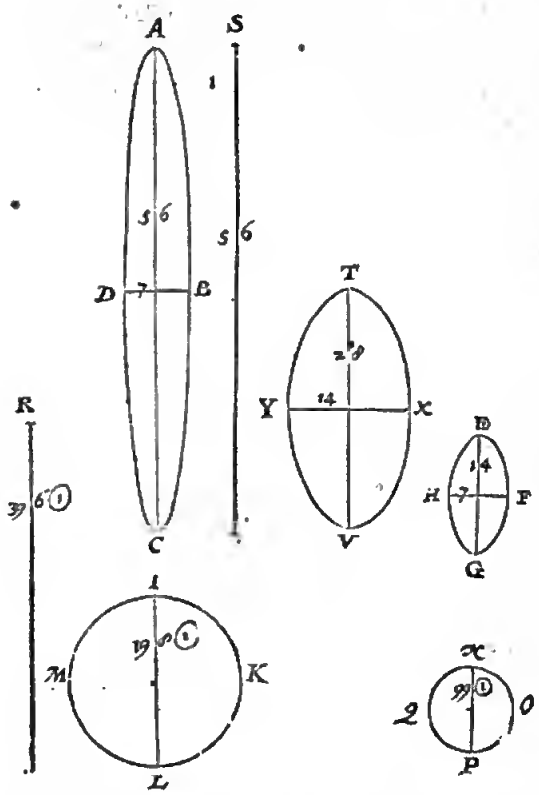
EStans données deux ellipſes diſſemblables, en deſcrire une troiſieſme egale à l'une, & ſemblable à l'autre.

Le donné. Soyent les deux ellipſes diſſemblables A B C D & E F G H, deſquelles les grands diametres ſoyent A C, E G, & les petits D B, H F.

Le requis. Il faut deſcrire une ellipſe egale à A B C D, & ſemblable à E F G H.

CONSTRVCTION.

Soit transformée l'ellipſe A B C D en cercle, qui luy ſoit egal, par la 12 propoſition, comme le preſent I K L M, le diametre duquel eſt I L : Soit pareillement transformée l'ellipſe E F G H au cercle N O P Q, lequel luy ſoit egal, le diametre duquel eſt N P. Puis on dira, comme N P à I L, ainſi I L à R : Apres comme N P à R, ainſi E G à S. En fin ſoit trouvee T V moyenne proportionnelle entre S & E G, laquelle eſtant le terme proportionnel à E G, on deſcrira l'ellipſe T X V Y, ſemblable à la donnée E F G H, ainſi on aura ce qui avoit eſté demandé. La demonſtration



stratioo en eſt manifeſte par la neufieſme propoſition du ſixieſme livre.

Semblable uſage des nombres.

AC ſoit 56 pieds, & DB 7, le nombre moyen proportionnel entre eux ſera pour le diametre IL 198 ①.

Eo ſecood lieu, ſoit EG 14, HF 7, le nombre proportionnel eotr'eux definita la ligne NP 99 ①.

Apres, dites comme 99 ① le ſecond en ceſt ordre, à 198 ① le premier, aioſi 198 ①, à quoy? vient la longueur de la ligne R 396 ①.

D'avantage, comme 99 ① ſecond eo ceſt ordre, à 396 ① le troiſieſme, ainſi EG 14, à quoy? vient pour S 56.

En fin le nombre moyeo proportionnel entre 56 le quatrieſme en ceſt ordre, & EG 14, eſt 28.

Eſtant donc menée la ligne TV de telle longueor, laquelle eſt proportionnelle à EG, & deſcrivant ſur icelle l'ellipſe TXVY, on aura ce qu'on demandoit.

Examen. L'aire, ou contenu de l'une & l'autre ellipſe ſe trouve eſtre de 308 pieds, par la 15 propoſition du deuxieſme livre.

Autre uſage plus aiſé, inventé & calculé par Son Excellence.

Par la 15 propoſition du deuxieſme livre, l'ellipſe ABCD contient 308, & EFGH 77 : Je dis dooc, comme EFGH 77, à 196 quatré du coſté EG, aioſi ABCD 308, au quatré 784, le coſté duquel eſt 28, qui ſera la longueur de la ligne TV proportionnelle à EG, ſur laquelle deſcrivant l'ellipſe TXVY ſemblable à la donnée EFGH, on aura diſſout la queſtion.

Concluſion. Partant eſtans donoées deux ellipſes diſſemblables, nous en avons deſcrit une troiſieſme egale à l'one, & ſemblable à l'autre. Ce qui avoit eſté demandé.

Conſequence.

Si on euſt donné un cercle au lieu de l'une des ellipſes, il euſt fallu ſe ſervir de la precedente operation : Car les diametres des cercles donnez, oot telle raiſon eotre eux, que les diametres des ellipſes.

Proposition XV.

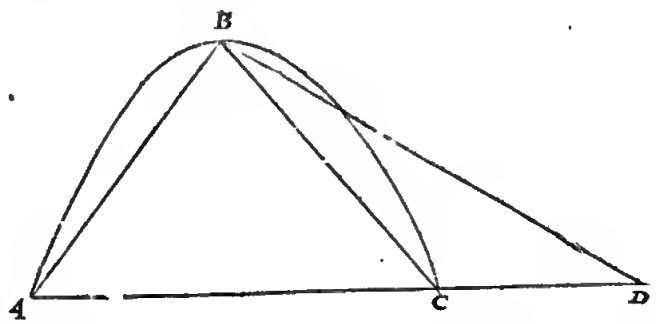
Trouver un triangle egal à une parabole donnée.

Le donné. Soit la parabole ABC le ſommet d'icelle B, & ſa baſe AC.

Le requis. Il faut deſcrire on triangle egal à la parabole ABC.

Construction.

Soit contiouée ſa baſe AC, en ſorte qoe AD ſoit à AC eo raiſoo de 4 à 3 : Puis eſtans meoées les lignes droites BA, BD, on aura le triangle ABD, egal à la parabole propoſée ABC.



Demonstration.

Car eſtant menée la ligne BC, la parabole ABC ſera au triangle de meſme haoteur ABC, comme 4 à 3, par la 24 propoſitioo *d'Archimede* touchaot la quadrature de la parabole : Mais le triangle ABD eſt eo telle raiſon au triangle ABC, aſſavoir de 4 à 3 : Partant le triangle ABD eſt egal à la parabole ABC.

Autre exemple inventé, & calculé par Son Excellence.

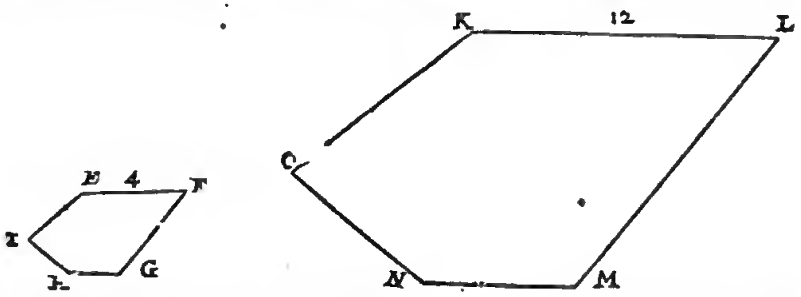
Le donné. L'aire, ou cootenu de la precedente parabole ABC, ſera trouvé de 180 par la 16 propoſition du deuxieſme livre : D'avantage ſoit donné le rectiligne EFGHI 20, duquel le coſté EF ſoit 4.

Le requis. Il faut deſcrire uo rectiligne ſemblable au donné EFGHI, & egal à la parabole ABC.

CONSTRVCTION.

Comme le plan rectiligne E F G H I, 20 au quarré de F E 16, ainſi la parabole A B C 180, au quarré 144, le coſté duquel vaut 12, pour la longueur de la ligne K L, proportionnelle à E F, ſur laquelle deſcrivant le rectiligne K L M N O ſemblable au donné, on aura le requis.

Concluſion. Partant nous avons deſcrit un triangle egal à une parabole donnée. Ce qu'il falloit faire.



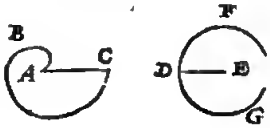
PROPOSITION XVI.

TRouver un cercle egal à une ſpirale donnée, d'une revolution ou de pluſieurs.

Le donné. Soit A B C l'aire de la premiere converſion d'uoe ſpirale, de laquelle A C ſoit la premiere ligne, comme on appelle.

Le requis. Il faut deſcrire un cercle egal à ceſte ſpirale.

CONSTRVCTION.



Soit trouvée la moyenne proportionnelle D E entre A C & ſa tierce partie, de laquelle comme demy-diametre on deſcrira le cercle D F G, egal à la ſpirale.

DEMONSTRATION.

La premiere revolution de ſpirale de la premiere ligne A C contient la tierce partie de l'aire du cercle deſcrit par A C, comme demy-diametre, comme il appert par la 25 propoſition *d'Archimede* de la ſpirale: Mais le cercle D F G eſt egal à ladite tierce partie parrant le cercle D F G ſera auſſi egal à l'aire de la ſpirale A B C.

Semblable uſage des nombres.

Soit A C de 7 pieds, ſon produit par $2\frac{1}{3}$ eſt $16\frac{1}{3}$, le coſté de ce quarré eſt $\sqrt{16\frac{1}{3}}$, ou bien 404 ②, qui eſt la meſme choſe: Eſtant donc deſcrit un cercle, le demy-diametre duquel, aſſavoir D E, ſoit de telle longueur, on aura ce qu'oo demandoit.

Examen. Le cercle, duquel A C eſt le demy-diametre, contieot 5131 ②, qui eſt la troiſieſme partie de 154, & le contenu de la ſpirale eſt 5133 ②, ce qui eſt aſſés juſte: Mais qui le voudra avoir exactement, donnera à D E $\sqrt{16\frac{1}{7}}$.

On pourra donc trouver un cercle egal à queleonque revolution de ſpirale que ce ſoit: *Archimede* ayant demonſtré en la 17 propoſition de ſon deuxieſme livre, que l'aire de la ſeconde converſion contient ſix fois celle de la premiere, la troiſieſme douze fois la premiere, la quatrieſme dixhuict fois, & ainſi à l'infini en augmentant à chaque revolntion ſix fois le contenu de la premiere. D'où appert la raiſon qu'il y a de quelque ſpirale que ce ſoit à ſon cercle: Ce que nous propoſons ſeulement en general.

Concluſion. Partant nous avons trouvé un cercle egal à nne revolntion, on pluſieurs données de ſpirale. Ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION XVII.

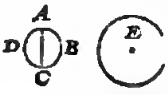
DEſcrire un cercle egal à la ſuperfice d'une ſphere.

Le donné. Soit la ſphere A B C D, & ſon axe A C.

Le requis. Il faut deſcrire un cercle egal à la ſuperfice de la ſphere donnée.

CONSTRVCTION.

Deſcrivez le cercle E, le demy-diametre duquel ſoit egal à l'axe A C de la ſphere donnée. Il ſera egal à la ſuperfice d'icelle, par la 31 propoſitioo du premier livre *d'Archimede* de la ſphere & dn cylindre.



Semblable uſage des nombres.

Soit l'axe A C de 14 pieds, deſcrivant donc le cercle E de tel intervalle, on aura le requis.

Examen. Car tant la ſuperfice de la ſphere A B C D, que du cercle E contient 616 pieds, par la 18 & 12 propoſition du deuxieſme livre.

Concluſion. Partant nous avons deſcrit un cercle egal à la ſuperfice d'une ſphere. Ce qui eſtoit demandé.

PROPOSITION XVIII.

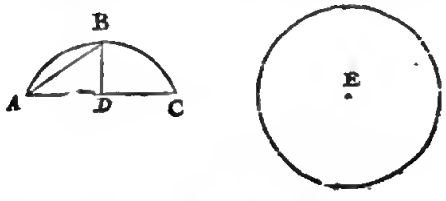
TRouver un cercle egal à la ſuperfice ſpherique d'une ſection de ſphere donnée.

Le donné. Soit la ſection de ſphere A B C, ſon axe B D, ſon ſommet B, & le diametre du cercle de ſa baſe A C.

Le requis. Il faut deſcrire un cercle egal à la ſuperfice ſpherique de la ſection donnée.

CONSTRVCTION.

Deſcrivez le cercle E, de l'intervalle A B, comme demy-diametre, & on aura ce qu'on demande, par la



40 & 41 propoſition *d'Archimede* de la ſphere & dn cylindre.

Sem-

Semblable uſage quant aux nombres.

Soit A B de 7 pieds, de l'intervalle duquel ſoit deſcrit le cercle E.

Examen. Car tant la ſuperfice ſpherique de la ſection A B C, que du cercle E contient 154, par la 12 & 19 propoſition du deuxieſme livre.

Concluſion. Partant nous avons deſcrit un cercle egal à la ſuperfice ſpherique d'une ſection de ſphere donnée, comme on l'avoit demandé.

PROPOSITION XIX.

Eſtans données deux ſections ſpheriques diſſemblables, en trouver une autre egale à l'une, & ſemblable à l'autre.

Le donné. Soit la ſection ſpherique A B C D, ſon ſommet D, ſon axe D B, & le diametre de ſa baſe A C: Soit auſſi l'autre ſection E F G H, ſon ſommet H, ſon axe H F, & E G le diametre de ſa baſe.

Le requis. Il faut deſcrire une ſection ſpherique egale à la donnée A B C D, & ſemblable à l'autre E F G H.

CONSTRVCTION.

Soit H I l'axe de tout le ſpherique, duquel H F n'eſt que partie, puis ſoyent menées les lignes C D & H G: apres trouvez aux trois lignes G H, D C, & H I, la troiſieſme proportionnelle K L, de laquelle comme diametre, ſoit deſcrit un cercle, dans lequel on inſcrira la ligne K M egale à D C; & eſtant menée du poinct M, la ligne M N, perpendiculaire au diametre K L, laquelle ſoit produite & terminée en O, je dis que la ſection ſpherique O N M K eſt egale à A B C D, & ſemblable à E F G H. Ce qui eſt evident par la 6 propoſition du deuxieſme livre *d'Archimede* de la ſphere & du cylindre.

Semblable uſage des nombres.

G H ſoit de 20 pieds, D C de 10, H I 25, auſquels trois ſoit trouvé le nombre troiſieſme proportionnel 12 $\frac{1}{2}$: Partant eſtant deſcrite la ſection ſpherique O N M K, ſemblable à la donnée E F G H, ſur la ligne K L de 12 $\frac{1}{2}$, comme terme proportionnel à H I, on aura ce qu'on deſire.

Examen. D'autant que K L eſt proportionnelle à H I, & K M à H G, on dira comme H I 25 à G H 10, ainſi K L 12 $\frac{1}{2}$ à K M 10: & parce que K M vaut 10, la ſection ſpherique O N M K ſera 314 $\frac{3}{7}$: & autant vaut la ſection A B C D, par la 19 propoſition du deuxieſme livre.

Autre uſage quant aux nombres adjouſté par SON EXCELLENCE.

D'autant que G H eſt poſé de 20 parties, & D C de 10, la ſection ſpherique E H G ſera 1257 $\frac{1}{7}$, & A D C 314 $\frac{2}{7}$, par la 12 propoſition du deuxieſme livre. C'eſt pourquoy on dira, E H G 1257 $\frac{1}{7}$ donne le quarré de la droite A C 400, A D C 314 $\frac{2}{7}$ donnera donc le quarré 100, duquel le coſté eſt 10, pour K M, comme terme proportionnel à H G; & eſtant deſcrite la ſection O K M, ſemblable à la donnée E H G, on aura le requis.

Concluſion. Partant eſtans données deux diſſemblables ſections ſpheriques, nous en avons trouvé une troiſieſme egale à l'une, & ſemblable à l'autre.

PROPOSITION XX.

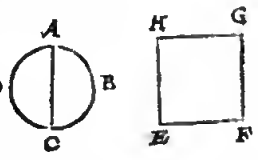
Trouver un cylindre, duquel la ſuperfice convexe ſoit egale à une ſpherique donnée.

Le donné. Soit A C le diametre de la ſphere A B C D.

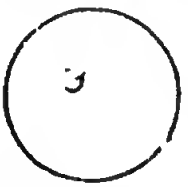
Le requis. Il faut trouver un cylindre, duquel la ſuperfice convexe ſoit egale à la ſpherique donnée.

CONSTRVCTION.

Deſcrivez le cylindre E F G H, duquel la hauteur & le diametre de ſa baſe ſoit egale à l'axe de la ſphere A C, la ſuperfice convexe E F G H ſera egale à celle de la ſphere A B C D.



Preparation. Soit deſcrit le cercle I ayant ſon demy-diametre egal à l'axe A C, ou à H E, qui eſt la meſme choſe.



DEMONSTRATION.

La ſuperfice ſpherique A B C D eſt egale au cercle I, comme auſſi la ſuperfice convexe du cylindre E F G H, par la 13 propoſition du premier livre *d'Archimede* de la ſphere & du cylindre: Partant ladite ſuperfice convexe du cylindre E F G H ſera auſſi egale à la ſpherique A B C D.

Semblable uſage quant aux nombres.

L'axe A C ſoit de 14 pieds, & la hauteur du cylindre, comme auſſi le diametre de ſa baſe. Je dis donc que la ſuperfice convexe du cylindre eſt egale à la ſpherique.

Examen. Si on reduit en plan la ſuperfice convexe du cylindre, ce ſera un rectangle de 14 pieds de large, comme E F, & de 44 de long: Mais ledit rectangle contient 616 pieds, autant pareillement contiendra la ſuperfice ſpherique A B C D, par la 18 propoſition du deuxieſme livre.

Concluſion. Partant nous avons trouvé un cylindre, duquel la ſuperfice convexe eſt egale à celle d'une ſphere donnée. Ce qu'il fallnit faire.

PROPOSITION XXI.

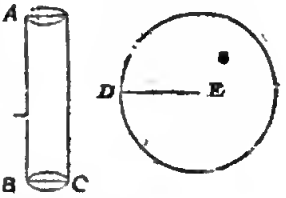
Deſcrire un cercle egal à la ſuperfice convexe d'un cylindre donné.

Le donné. Soit le cylindre A B C, ſa hauteur A B, & B C le diametre de ſa baſe.

Le requis. Il faut trouver un cercle egal à la ſuperfice convexe du cylindre propoſé.

CONSTRVCTION.

Le cercle deſcrit par D E, comme demy-diametre, (moyenne proportionnelle entre A B & B C) donnera le requis: comme il appert par la 13 propoſition du premier livre *d'Archimede* de la ſphere & du cylindre.



Semblable uſage quant aux nombres.

Soit A B de 28 pieds, B C de 7; le nombre moyen proportionnel entre 28 & 7, eſt 14: faiſant donc de

14 pieds le demy-diametre du cercle D E, on aura ce qu'on cerche.

Examen. La ſuperfice convexe du cylindre eſtant reduite en plan ſera un parallelogramme, duquel la hauteur ſera egale à A B, & la baſe egale à la circonference du cercle B C, c'eſt à dire de 22 pieds: Or l'aire de ce rectangle contient 616, conſequemment auſſi la ſuperfice convexe du cylindre: Mais le cercle ayant 14 pieds de demy-diametre contiendra auſſi 616, par la 12 propoſition du deuxieſme livre.

Cecy a eſté adjouſté de plus par Son Excellence.

Combien que la maniere precedente ſoit plus courte que celle-cy, toutesfois ceſte-cy eſt plus generale, & peut eſtre accommodée à quelque ſuperfice que ce ſoit: combien qu'on pourroit donner icy pluſieurs exemples de ſon theoreme general, il n'eſt pas neceſſaire neantmoins de ſe travailler l'eſprit par divers enſeignemens qu'on en pourroit bailler, mais a voulu ſeulement que ce qui ſuit, fut icy mis. Imaginez-vous quelque cercle que ce ſoit, comme par exemple un, duquel 7 ſoit le demy-diametre, & trouvez la raiſon qu'il y a de ſon contenu, aſſavoir 154, au quarré de ſon demy-diametre, qui eſt 49: Apres dites (de quelque forme que puiſſe eſtre A B C 616) comme 154, au quarte 49, ainſi 616, au quarré 196, duquel le coſté 14 denote la longueur du demy-diametre D E.

Concluſion. Partant nous avons trouvé un cercle egal à la ſuperfice convexe d'un cylindre donné. Ce qu'on avoit demandé.

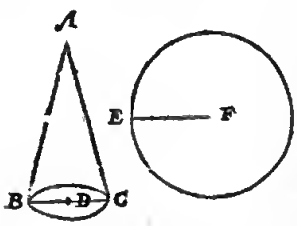
Propoſition XXII.

Deſcrire un cercle egal à la ſuperfice convexe d'un cone donné.

Le donné. Soit le cone A B C, duquel A B ſoit le coſté, le centre de ſa baſe D, & B C le demy-diametre d'icelle.

Le requis. Il faut deſcrire un cercle egal à la ſuperfice convexe du cone donné.

Construction.



Le cercle deſcrit par le demy-diametre E F, moyen proportionnel entre A B & B D, ſera le requis, comme *Archimede* demonſtre en la quatorſieſme propoſition de ſon premier livre de la ſphere, & du cylindre.

Semblable uſage des nombres.

Soit A B de 28 pieds, B D de 7, le nombre moyen proportionnel entre 28 & 7, eſt 14, pour la longueur du demy-diametre E F du cercle requis.

Examen. Si on reduit en plan la ſuperfice convexe du cone, on verra que c'eſt le ſecteur d'un cercle, duquel A B de 28 eſt le demy-diametre, & l'arc d'iceluy egal à la circonference B C 44, ſur laquelle le cone eſt aſſis: Mais tant l'aire plane de ce ſecteur, que la convexe du cone contient 616, autant auſſi contiendra le cercle, duquel E F 14 eſt le demy-diametre.

Concluſion. Partant nous avons deſcrit un cercle egal à la ſuperfice convexe d'un cone donné: Ce qui avoit eſté demandé.

Propoſition XXIII.

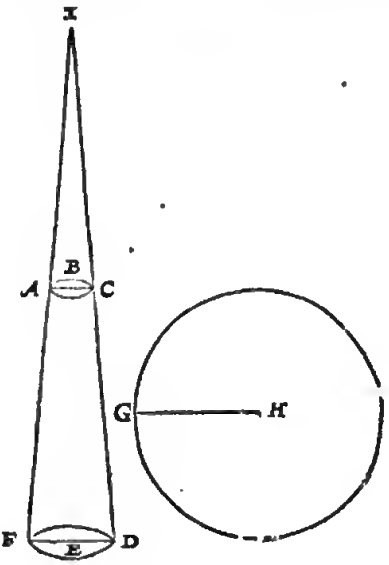
Trouver un cercle egal à la ſuperfice convexe d'un cone tronqué.

Le donné. Soit A B C D E F le cone tronqué, duquel C D ſoit le coſté, F E le demy-diametre de ſa baſe inferieure, & A C le demy-diametre de la ſuperieure.

Le requis. Il faut trouver un cercle egal à la ſuperfice convexe du cone tronqué donné.

Construction.

Tronvez la ligne G H moyenne proportionnelle entre A F, & une ligne droite egale aux deux A B, F E,



de laquelle G H, comme demy-diametre, on deſcrira le cercle requis. Voyez la demonſtration de cecy en la 16 propoſition du deuxieſme livre *d'Archimede* de la ſphere, & du cylindre.

Semblable uſage des nombres.

Soit A F de 84 pieds, A B de 7, E F de 14: le nombre moyen proportionnel entre A F 84 & 21, lequel eſt compoſé de A B 7 & F E 14, ce ſera 42: Deſcrivant donc un cercle, duquel le demy-diametre G H ſoit de 42 pieds, on aura ce qu'on cerche.

Preparation pour l'examen. Les coſtez A F & C D diametralement oppoſez, eſtans continuez ſe rencontreront en I, eſtant F I D le cone entier.

Examen. Si on reduit en plan toute la ſuperfice convexe du cone entier, ce ſera le ſecteur d'un cercle, duquel I F 168 eſt le demy-diametre, par la 6 propoſition du 2 livre, & l'arc de ce ſecteur ſera la circonference F D, qui eſt de 88: Mais il en faut retrancher le moindre ſecteur, duquel I A 84, eſt le demy-diametre, & ſon arc la circonference A C, qui eſt de 44. Or le premier ſecteur, le plus grand contient 7392, duquel retranchant le contenu 1848 du moindre ſecteur, reſtera 5544 pour le contenu de la ſuperfice convexe du cone tronqué: Mais le cercle du demy-diametre G H 44 contient autant, ils ſeront donc egaux.

Concluſion. Partant nous avons trouvé un cercle egal à la ſuperfice convexe d'un cone tronqué donné: Ce qu'on demandoit.

TROIS-

TROISIESME PARTIE DV SIXIESME LIVRE,

De la Transformation des Solides.

PROPOSITION XXIV.

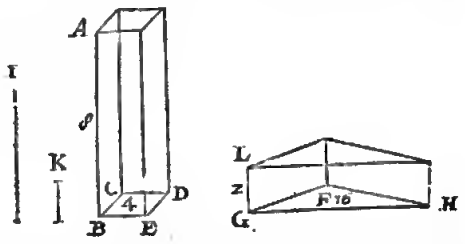
DEſcrire un priſme ſur une baſe donnée, egal à un autre priſme donné.

Le donné. Soit le priſme ABCDE, duquel AB eſt la hauteur, & ſa baſe quelque rectiligne que ce ſoit BCDE: Soit auſſi propoſée l'autre baſe FGH.

Le requis. Il faut deſcrire ſur la baſe FGH, un priſme egal au donné ABCDE.

CONSTRVCTION.

Soit trouvée la raiſon des baſes FGH & BCDE, en lignes droites, par la 8 propoſition du 6 livre, ſoyent doncques comme I à K: ſoit auſſi la quatrieſme proportionnelle GL, aux trois lignes I, K, & AB: Si on deſcrit ſur la baſe FGH, le priſme LGHF, de la hauteur de GL, on aura le requis; comme on peut voir par la 34 propoſition de l'onzieſme livre *d'Euclide*: car les baſes & hauteurs ſont reciproques.



Semblable uſage des nombres.

Soit la baſe FGH de 16 pieds, & BCDE de 4, la hauteur AB 8: ce qu'eſtant ainſi, je dis, comme 16 à 4, ainſi 8 à 2. Deſcrivant donc ſur la baſe FGH le priſme, ayant pour la hauteur GL 2, on aura ce qu'on cerchoit.

Examen. Car par la 21 propoſition du deuxieſme livre, la ſolidité de l'un & de l'autre eſt de 32.

Concluſion. Partant nous avons deſcrit un priſme ſur une baſe donnée, egal à un autre priſme donné. Ce qu'il falloit faire.

CONSEQUENCE I.

Si on vouloit avoir un priſme d'une hauteur donnée, qui fut egal à un autre priſme donné, il faudra trouver la baſe du priſme requis en telle raiſon à la baſe du donné, qu'eſt la hauteur du priſme donné à la hauteur donnée du priſme qu'on cerche.

CONSEQVENCE II.

Il n'y a point de differeuce entre l'operation des pyramides, & celle-cy.

Cecy a eſté adjouſté par SON EXCELLENCE.

Si on donne que la ſolidité de ABCDE de quelque forme qu'elle puiſſe eſtre, & l'aire de la baſe FGH, ſoyent cognuës par nombres, diviſez le nombre de la ſolidité ABCDE, par le nombre du contenu de la baſe cognuë, & on aura au quotient la hauteur du priſme qu'on cerche, egal au douné. Et au contraire, diviſant la ſolidité par la hauteur donnée, le quotient donnera la baſe du priſme egal au donné.

PROPOSITION XXV.

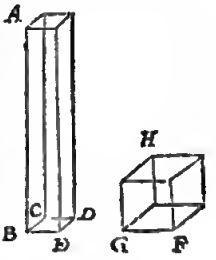
TRouver un cube egal à un priſme donné.

Le donné. Soit le priſme ABCDE, duquel AB eſt la hauteur, & ſa baſe BCDE, qne nous poſons eſtre quarrée.

Le requis. Il faut deſcrire un cube egal au priſme donné.

CONSTRVCTION.

Si la baſe BCDE du priſme donné n'eſtoit pas quarrée, il la faudra transformer en quarré, par la neufieſme propoſition: Puis trouvez deux moyennes proportionnelles entre le coſté du quarré, comme BE, (laquelle eſt touſiours la premiere) & la hauteur AB: la premiere des deux moyennes ſoit FG, de laquelle deſcrivãt le cube FGH il ſera egal au priſme donné.



DEMONSTRATION.

Puis que les quatre lignes droites ſont continuellement proportionnelles, ce ſera comme le quarré de la premiere au quarré de la ſeconde, comme la premiere ligne à la troiſieſme, c'eſt à dire, la ſeconde à la quatrieſme. Partant le parallepipede fait du quarré de la premiere & de la derniere ligne, ſera egal au cube de la ſeconde, par la 34 propoſition de l'ouzieſme livre *d'Euclide.*

Semblable uſage des nombres.

BE ſoit de 3 pieds, AB de 24, les deux moyennes continuellement proportionnelles entre elles ſont 6 & 12: Si donc on deſcrit le cube FGH de FG 6, il ſera egal au priſme donné.

Examen. La ſolidité de l'un & de l'autre eſt trouvée de 216, par la 23 propoſition du deuxieſme livre.

Concluſion. Partant nous avons deſcrit un cube egal à un priſme donné. Ce qu'il falloit faire.

SON EXCELLENCE *y a voulu adjouſter cecy.*

La ſolidité de ABCDE de quelque forme qu'elle puiſſe eſtre, eſtant cognuë par nombres; ſa racine cubique donnera le coſté, duquel deſcrivant un cube, il ſera egal au ſolide propoſé.

PROPOSITION XXVI.

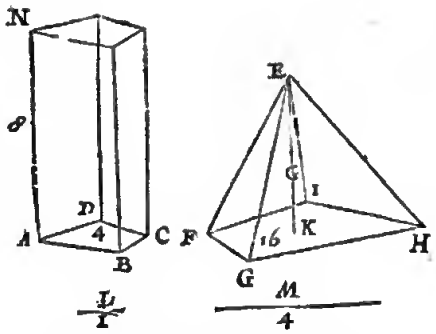
DEſcrire un priſme ſur une baſe rectiligne donnée, egal à une pyramide auſſi donnée.

Le donné. Soit la baſe rectiligne ABCD, & la pyramide EFGHI, de laquelle FGHI eſt la baſe, & EK la hauteur.

Le requis. Il faut deſcrire un priſme ſur la baſe donnée ABCD, egal à la pyramide donnée EFGHI.

CONSTRVCTION.

Soyent trouvées, par la 8 propoſition, les deux lignes droites L & M, en telle raiſon que les baſes ABCD & FGHI: Puis dités, comme L à M, ainſi le tiers de la hauteur EK à AN hauteur du priſme requis. Alors deſcrivant le priſme NC ſur la baſe ABCD, de la hauteur de AN, il ſera egal à la pyramide donnée.



DEMONSTRATION.

Puis que la baſe, & hauteur du priſme ſont reciproques à la baſe de la pyramide & au tiers de ſa hauteur, le priſme ſera egal à la pyramide.

Semblable uſage des nombres.

Soit la baſe A B C D de 4 pieds, & F G H I de 16, E K de 6: Puis dites, comme 4 à 16, ainſi 2, qui eſt le tiers de la hauteur E K, à quoy? viendra 8 pour la hauteur A N Deſcrivant donc le priſme N C ſur la baſe A B C D, de telle hauteur, on aura ce qu'on deſire.

Examen. Car par la 21 propoſition du deuxieſme livre, tant la ſolidité de la pyramide, que celle du priſme contient 32.

Concluſion. Partant nous avons deſcrit un priſme ſur une baſe rectiligne donnée, egal à une pyramide auſſi donnée. Ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION XXVII.

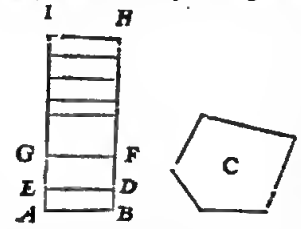
DEſcrire ſur une baſe rectiligne donnée un priſme egal à un plan ſolide donné.

Le donné. Soit la baſe rectiligne A B, & le plan ſolide C.

Le requis. Il faut deſcrire ſur la baſe A B un priſme egal au plan ſolide donné C.

CONSTRUCTION.

Diviſez le plan ſolide C (par la 23 propoſition du deuxieſme livre) en autant de pyramides qu'il eſt compoſé, y en ayant autant que de faces, excepté celles par leſquelles eſt compris l'angle ſolide du ſommet commun: Puis par la precedente 26 propoſit. on deſcrira le priſme A B D E, ſur la baſe donnée A B, egal à l'une des pyramides coupées, & en continuant l'operation à chacune des pyramides, on aura le priſme ABHI, compoſé de priſmes egaux à chaque pyramide, ſur une meſme baſe, & egal au ſolide donné C. La demonſtration en eſt aſſez evidente par la conſtruction, où on peut auſſi faire l'opetation Arithmetique ſelon celle de la precedente 26 propoſit.



Concluſion. Partant nous avons deſcrit ſur une baſe rectiligne donnée un priſme egal à un plan ſolide donné. Ce qu'il a fallu faire.

CONSEQVENCE.

Il appert par cecy comment on reduit la raiſon des ſolides, en lignes droites. Comme par exemple, ayant reduit és priſmes A B D E & E D F G, ayans meſme baſe, deux des pyramides qui compoſent le ſolide C, leſdites pyramides ſeront entre elles comme les hauteurs A E & E G: Si auſſi on demandoit la raiſon du plan ſolide C, à quelque autre corps propoſé ayant pluſieurs faces, il faudra reduire l'un & l'autre ſolide en priſmes ayans baſes egales, & alors les hauteurs des priſmes, ſeront entre elles en telle raiſon que les ſolides plans propoſez.

PROPOSITION XXVIII.

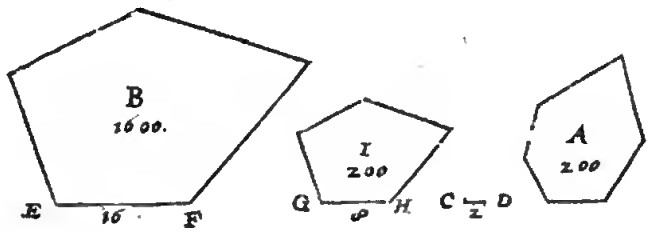
ETans propoſez deux ſolides plans diſſemblables, en trouver un troiſieſme egal à l'un des deux, & ſemblable à l'autre.

Le donné. Soyent les deux ſolides A & B compris de faces planes.

Le requis. Il faut deſcrire un troiſieſme ſolide, egal à A & ſemblable à B.

CONSTRUCTION.

Dites par la 27 propoſition, comme le ſolide qu'on veut imiter B, au ſolide A, ainſi le coſté quelconque



de B, comme E F à C D: Puis ſoit G H la premiere des deux moyennes continuellement proportionnelles entre E F & C D, conſtruiſant donc ſur G H (comme tierme proportionnel à E F) le ſolide I ſemblable à B, on aura le requis.

DEMONSTRATION.

Puis que G H eſt par conſtruction la premiere des deux moyennes continuellement proportionnelles entre E F & C D, ce ſera comme E F premiere à C D quatrieſme, ainſi le ſolide B fait ſur la premiere E F, au ſolide I, qui luy eſt ſemblable, & deſcrit ſur la ſeconde G H: Mais comme E F à C D, ainſi par conſtruction le ſolide B, au ſolide A: Partant B a meſme raiſon à A, qu'à I: C'eſt pourquoy les ſolides A & I ſeront egaux entre eux.

Semblable uſage des nombres.

Le ſolide B ſoit de 1600.
Le ſolide A de 200.
Et lequel des coſtez qu'on voudra du ſolide qu'on veut imiter, comme E F, ſoit de 16.
On dira donc, comme 1600 premier en ceſt ordre, à 200 le ſecond, ainſi 16 le troiſieſme à 2.

En

En aptes le premier moyen proportionnel entre 16 troiſieſme en ceſt ordre, & 2 le quatrieſme, eſt 8.

La ligne G H ſera donc de 8 (eſtant terme proportionnel au coſté E F) ſur laquelle on deſcrira le ſolide I, ſemblable à B, & on aura ce qu'on cetche.

Examen. Les ſolides ſemblables ſont entre eux en raiſon triplée de leurs coſtez propottionnaux : Donc comme le cube 4096 du coſté E F 16, à 512 cube du coſté G H 8, ainſi le ſolide B 1600, au ſolide I, qui luy eſt ſemblable & egal à A.

Autre uſage fort bref inventé par Son Excellence.

Comme B 1600, au cube du coſté E F 4096, ainſi A 100, ao cube 512, duquel le coſté cubique eſt 8 : Menant donc la ligne G H de ceſte longueur, & deſcrivant ſur icelle le ſolide I, ſemblable à B, comme ſur le coſté proportionnel à E F, on aura ce qu'on demandoit.

Concluſion. Partant eſtans donnez deux ſolides plans diſſemblables, nous en avons trouvé un troiſieſme egal à l'un des deux, & ſemblable à l'autre. Ce qu'il avoit fallu faire.

Proposition XXIX.

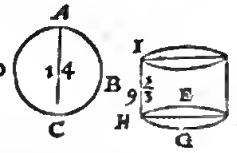
Trouver un cylindre egal à une ſphere donnée.

Le donné. Soit la ſphere A B C D, l'axe de laquelle eſt A C.

Le requis. Il faut trouvet un cylindre qui luy ſoit egal.

Construction.

Soit fait le cercle E F G H, egal au plus grand cetcle de la ſphere donnée, pour eſtre la baſe du cylindre, & ſa hauteur, aſſavoir H I eſtant faite egale aux $\frac{2}{3}$ de l'axe A C, il ſera egal à la ſphere donnée A B C D,



par la 32 propoſition du premier livre *d'Archimede* de la ſphere & du cylindre.

Semblable uſage des nombres.

Soit A C de 14 pieds, les $\frac{2}{3}$ ſont $9\frac{1}{3}$: Partant ſi on deſcrit le cyliodre, la baſe duquel E F G H ſoit egale au plus grand cercle de la ſphere A B C D, & qoe la hautenr H I ſoit de $9\frac{1}{3}$, on aura le requis.

Examen. Par la 24 propoſition du deoxieſme livte, tant la ſphere, que le cylindte, eſtant multipliée la hauteur pat ſa baſe, ſont trouvez egaux : l'un & l'autre contenant $1437\frac{1}{3}$ pieds cubiques.

Proposition XXX.

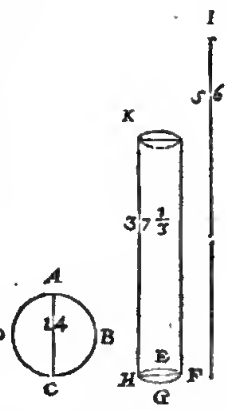
Deſcrire ſur un cercle donné, un cylindre, egal à une ſphere donnée.

Le donné. Soit la ſphere A B C D, ſon axe A C, & la baſe du cylindre E F G H.

Le requis. Il faut conſtruire nn cylindre ſur la baſe E F G H, egal à la ſpbere doonee.

Construction.

Soit troovée la ligne I quatrieſme, cootinuellement ptopottionnelle aux deux H F, A C : Puis ſoit deſcrit le cylindre ſur la baſe dooнée E F G H de la haureur des $\frac{2}{3}$ de la ligne I, & on aura ce qu'oo avoit demandé : par la converſe de la 1 propoſition du deuxieſme livre *d'Archimede* de la ſphere & du cylindre.



Semblable uſage des nombres.

Soit H F de 7 pieds, A C de 14, le quartieſme nombte continuellement ptopotrionnel à ces deux eſt 56, les deux tiers duquel valent $37\frac{1}{3}$. Partant deſcrivant le cylindre de telle hanteur ſur la baſe E F G H, on aura le requis.

Examen. Par la 24 propoſitioo du deuxieſme livre la ſolidité de la ſphere ſera trouvée de $1437\frac{1}{3}$, à laquelle eſt auſſi egale celle du cylindre deſcrit ſur la baſe donnée.

Concluſion. Partant nous avoos deſcrit ſur un cetcle donné un cylindre egal à une ſphere donnée.

Son Excellence *a voulu que cecy y fut adjouſté.*

Le ſolide A B C D $1437\frac{1}{3}$ de quelque forme qu'il ſoit, appliqué ſur la baſe circulaire E F G H $38\frac{1}{2}$, donnera $37\frac{1}{3}$ pour la hauteur du cylindre propoſé egal à la ſphere donnée.

Conſequence I.

Si on diviſe la ſolidité de la ſphere donnée par l'aire du cercle donné E F G H, le double du quotieot F I ſera la hauteur d'un cone ayant pour baſe le cetcle donné, egal à la ſphere donnée.

Conſequence II.

On pourra reciptoquement deſcrire une ſphere egale à un cylindre donné : car eſtant donné le cylindre E F G H K on trouvera la ligne droite I ſeſquialtre à la hauteur H K 1 Alors la premiete des moyennes continuellement proportionnelles entre la premiere H F & la derniete I, aſſavoir A C, ſeta l'axe de la ſphere requiſe.

Conſequence III.

En fio eſtant doooée la hauteur H K, on trouvera le cyliodre egal à la ſphete donnée : car eſtant trouvée la moyenne proportionnelle entre l'axe A C, & la ligoe droite ſeſquialtre à la hauteur H K, on trouvera puis aptes auſſi la quatrieſme ptopottionnelle à ladite moyenne trouvée, & à A C, aſſavoir H F, pour eſtre diametre de la baſe du cylindre requis.

Proposition XXXI.

Trouver un cone egal à un cone conoïde rectangle donné.

Le donné. Soit le cone conoïde rectangle A B C, duquel B C eſt la baſe, & ſoo axe A D.

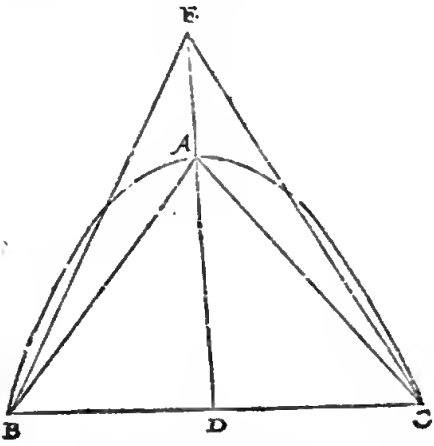
Le requis. Il faut trouver un cone qui luy ſoit egal.

Construction.

Soit continuée D A de ſa moitié, aſſavoir juſques en E, le cone de la hauteur de D E, & ayant pour baſe lameſme A C ſera le requis.

Prepa-

Preparation. Soyent menées les lignes droites A B & A C.



DEMONSTRATION.

Le conoïde A B C eſt au cone qui luy eſt ioſcrit A B C, comme 3 à 2, par la 23 & 24 propoſition *d'Archimede* des conoïdes & ſpheroïdes : mais le cone E B C eſt auſſi par conſtruction au cone A B C, comme 3 à 2. Donc le cone E B C ſera egal an conoïde A B C.

Semblable uſage des nombres.

Soit l'axe A D de 6 pieds, à laquelle eſtant adjouſtée ſa moitié ſeront 9. On fera donc D E de 9 pieds, & deſcrivant le cone E B C de ceſte hauteur ſur la meſme baſe B C, on aura ce qu'on demandoit.

Examen. Soit le diametre B C de 10 pieds, partant la ſolidité du conoïde A B C ſera de $235\frac{5}{7}$, par la 27 propoſition du deuxieſme livre, & par la 22, le cone E B C ſera trouvé luy eſtre égal.

SON EXCELLENCE *a voulu que cecy fut icy adjouſté ; ſon uſage n'eſt pas ſeulement pour ceſte 31 propoſition, mais auſſi pour les ſuivantes 32, 33, & 34 propoſitions.*

Diviſez la ſolidité par la baſe, puis apres triplez le quotient, & le produit ſera la hauteur du cone requis.

Concluſion. Partant nous avons trouvé un cone, egal à un cone conoïde rectangle donné. Ce qu'on demandoit.

PROPOSITION XXXII.

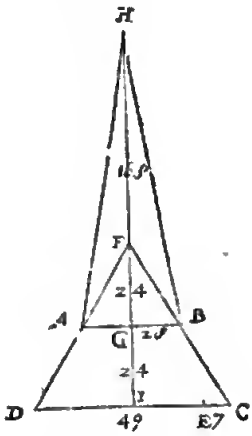
TRouver un cone egal à un cone tronqué donné

Le donné. Soit le cone tronqué A B C D, le diametre de ſa baſe D C, & A B le diametre de la baſe du cone emporté.

Le requis. Il faut trouver un cone, egal au cone tronqué donné.

CONSTRVCTION.

Soit C E quatrieſme proportionnelle aux deux données D C, A B : Apres ſoyent produits les deux coſtez D A, B C, ils ſe tencontreront en F, puis ſoit menée la perpendiculaire F G. Maintenant dites, comme C E à E D, ainſi F G à G H. Alors le cone H A B de la hauteur de G H, & ayant pour baſe A B, ſera le requis.



DEMONSTRATION.

Puis que A B & C D ſont les termes proportionnaux des deux cones ſemblables F A B, F D C, auſquels A B & C D, la ligne C E eſt par conſtruction quatrieſme proportionnelle. Le cone F A B ſera au cone F D C, comme la ligne E C à la ligne C D : & en diviſant, comme E C à C D moins E C, ainſi le cone F A B au cone F D C moins le cone F A B, c'eſt à dire au cone tronqué A B C D : Mais comme C E à E D, ainſi G F à G H, ainſi auſſi F A B à H A B. Partant le cone F A B aura meſme raiſon an cone tronqué A B C D, qu'au cone H A B ; pour ceſte cauſe le cone H A B ſera egal au cone tronqué A B C D.

Vſage des nombres imitant l'operation Geometrique.

Le ſegment G I de la perpendiculaire F G continuée en I, ſoit de	24.
D C	56.
A B	28.
Le nombre quatrieſme proportionnel au ſecond 56 & troiſieſme 28, ſera pour C E	7.
Lequel ſouſtrait de 56 ſecond en ceſt ordre, reſte	49.
Mais poſant A B, D C, G I, comme cy-deſſus, on trouvera par la troiſieſme conſequence de la 6 propoſition du deuxieſme livre, que F G eſt	24.
Dites mainrenant, comme 7 quatrieſme en ceſt ordre, à 49 le cinquieſme, ainſi 24 le ſixieſme, à	168.

Deſcrivant donc un cooe ſur la baſe, de laquelle A B eſt le diametre, & ſa hauteur de 168, il ſera egal au cone tronqué A B C D.

Examen. Apres avoir multiplié la baſe du cone H A B, par le tiers de ſa hauteur, on trouvera que ſa ſolidité contient 34496, à laquelle eſt auſſi egale la ſolidité du cone tronqué A B C D, apres avoir retranché le moindre cone F B A du plus grand F C D.

Autre uſage des nombres plus court que le precedent.

Soyent G I, D C, & A B de telle grandeur qu'elles ſont expoſées cy deſſus, comme auſſi G F de 24 pieds : Partant le cone entier F D C vaudra 39424, duquel oſtant le moindre cone F A B 4928, reſtera 34496 pour la ſolidité du cone tronqué. Si on deſcrit donc un cooe contenant autant, on aura ce qu'on deſire.

Concluſion. Partant nous avons trouvé un cone egal à un cone tronqué donné : Ce qu'il avoit fallu faire.

PRO-

Proposition XXXIII.

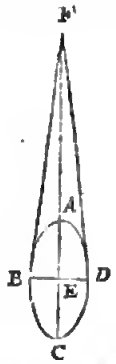
Trouver un cone egal à un ſpheroide donné.

Le donné. Soit le ſpheroïde ABCD, duquel ſoit AC le grand diametre, & DB le petit qui luy eſt perpendiculaire, à la rencontre deſquels ſoit le centre E.

Le requis. Il faut deſcrire un cone égal à ce ſpheroïde donné.

Construction.

Soit continuée EA juſques en F, en ſorte que EF ſoit double du grand diametre AC, le cone FBD de la hauteur de FE, & ayant pour baſe le cercle, dont



BD eſt diametre, ſera egal au ſpheroïde donné ABCD: comme il eſt demonſtré en la 29 en 30 propoſition *d'Archimede* au livre des Conoïdes & Spheroïdes.

Vſage Arithmetique imitant la conſtruction Geometrique.

Soit trouvée AC de 28 pieds, BD de 14, le double de AC eſt 56, le cone FBD de ceſte hauteur, ayant pour ſa baſe le cercle, dont BD 14 eſt le diametre, ſera le requis.

Examen. Par la 22 propoſition du deuxieſme livre, on trouvera que le contenu ſolide dudit cone eſt de $2874\frac{2}{3}$, comme auſſi la ſolidité du conoïde, par la 27 propoſition du meſme livre.

Concluſion. Partant nous avons deſcrit un cone egal à un ſpheroïde donné, comme on l'avoit demandé.

Consequence.

Il y a meſme raiſon de la ſphere, que du ſpheroïde au cone; car le cone ayant pour baſe le plus grand cercle de la ſphere, & pour hauteur deux fois ſon diametre, ſera auſſi egal à ladite ſphere.

Proposition XXXIV.

Deſcrire un cone egal à une ſection de conoïde.

Le donné. Soit E le centre du conoïde ABCD, duquel AC ſoit le grand axe, ſoit auſſi la ſection de conoïde DBA, & ſon axe AF.

Le requis. Il faut deſcrire un cone egal à la ſection ADB.

Construction.

Soit continuée CA infiniment; puis aux trois lignes, la premiere deſquelles ſoit CF, la ſeconde la compoſée de CF & CE, & la troiſieſme F, ſoit trouvée la quatrieſme proportionnelle, à laquelle nous poſons FH egale en la ligne infinie FG. En fin le cone HDB de la hauteur de FH, & ayant pour baſe le cercle, duquel DB eſt le diametre, il ſera egal à la ſection pro-

poſée, par la 31 propoſition *d'Archimede* des conoïdes & ſpheroïdes: les choſes ſemblables en deſpendent pareillement.

Vſage des nombres imitant l'operation Geometrique.

Soit CF de pieds	46.
CE de	28.
FA de	10.

Et dites, comme 46 premier en ceſt ordre, à 74 ſomme du premier & ſecond, ainſi 10 le troiſieſme à $16\frac{8}{23}$.

D'autant ſera FH hauteur du cone HDB, lequel eſtant deſcrit de ladite hauteur, & ayant pour baſe le cercle, dont DB eſt le diametre, on aura ce qu'on demandoit.

Examen. Soit le diametre DB de la baſe du cone HDB de 21 pieds, ſa ſolidité ſera trouvée de $1858\frac{2}{23}$, par la 22 propoſition du deuxieſme livre, à laquelle ſera trouvée egale la ſection donnée ADB, par la 28 propoſition dudit deuxieſme livre.

Concluſion. Partant nous avons deſcrit un cone egal à une ſection conoïde donnée. Ce qu'il falloit faire.

Notez.

On pourroit icy accumuler divers problemes, leſquels nous reduirons (pour eviter longueur) és conſequences ſuivantes.

Con-

Consequence I.

Soit continuée FH jusques en I, egale à FE, alors le cone IDB sera egal au secteur de spheroïde DEBA. Car les deux cones HDB & EDB ayans mesme base DB, sont comme leur hauteur: Or la hauteur IF du cone IDB, est egale aux hauteurs des deux autres cones, partant le cone IDB leur est aussi egal.

Consequence II.

Tout ainsi que le secteur DEBA est composé de la section DBA & du cone EDB, ainsi le grand secteur DEBC est faict de la section DBC, moins le cone EDB. Partant si on veut descrire un cone egal au secteur DEBC, il faudra premierement faire le cone DKB egal à la section DCB, duquel on ostera DEB, c'est à dire qu'on retranchera de sa hauteur KL egale à EF, alors le cone DLB sera egal au secteur DEBC.

Consequence III.

D'autant que les spheroïdes & spheres sont compris sous un certain genre, duquel les proprietez telles que nous les avons exposées, sont generales: c'est pourquoy il faut entendre ce que nous avons dit és consequences cy-dessus des spheroïdes, la mesme chose des spheres. On peut toutesfois transformer plus commodement les secteurs des spheres en cones qui leur soyent egaux; car ayant trouvé par la 18 proposition un cercle egal à la superfice convexe d'une section de sphere donnée, & descrivant sur icelùy, comme sa base, un cone, duquel la hauteur soit l'axe de la section, on a ce qu'on desire.

Consequence IV.

Les spheres, spheroïdes, cylindres, cones, cones tronquez, & conoïdes de cones rectangles, sont reduits en cones par ces problemes, & au contraire les cones en l'une de ces figures qu'on voudra. On peut aussi promptement transformer les unes en autres formes. C'est pourquoy il suffit de les avoir designées & monstrées comme au doigt, encores que ces choses meritassent bien un grande suite de propositions.

Consequence V.

Nous avons figuré en la plus grande partie de ce sixiesme livre les axes des segments des conoïdes, des spheroïdes, des cones, des pyramides, & des cylindres, perpendiculaires sur leurs bases, encores que ce ne soit pas chose du tout neccssaire; car nous entendons icy y comprendre les solides obliques. C'est pourquoy ayant traicté des transformations de tant & de si diverses figures, nous mettrons icy

La fin de la Practique universelle de Geometrie.

QVA-

QVATRIESME VOLVME

Traitant de

L'ART PONDERAIRE,

Ou

DE LA STATIQVE.

Argument de ce preſent tome.

COmbien que par cy-devant j'aye fait un traité de la Statique, & que SON EXCELLENCE aye trouvé bon de ſe ſervir de ſes propoſitions, en la practique de divers ſubjects: voire meſme s'y ſoit tellement addonné, qu'apres avoir conſulté les matieres qui doivent preceder ſelon l'ordre neceſſaire, il n'a pas ſeulement eſté cauſe des corrections de la premiere impreſſion, mais auſſi de quelques inventions, comme il apparoiſtra à l'Appendice ſuivant. Parquoy l'ayant mis entre ſes Memoires Mathematiques, je l'ay redigé en ſix livres, dont le premier eſt de la theorie de la Statique; Le ſecond, de l'invention du centre de gravité: Le troiſieſme, de la Practique: Le quatrieſme, de la theorie de l'Hydroſtatique: Le cinquieſme, de la practique d'icelle: Le ſixieſme, de l'Appendice.

PREMIER LIVRE
DE LA
STATIQVE,
Des Elemens de Statique.

ARGUMENT DU PREMIER LIVRE.

LEs Elemens de Statique (leſquels traitent des peſanteurs entendues en l'idée eſtre ſans matiere) ſe diviſera en deux parties, dont l'une ſera de 14 definitions, & la ſeconde de 28 propoſitions, de la qualité des poids, qui ſont de deux ſortes, comme droits & obliques. Les droits ont deux eſpeces, aſſavoir elevans & deprimans, deſcrits és 18 premieres propoſitions. Les obliques ſont auſſi de deux eſpeces, comme elevans & deprimans, deſcrits conſecutivement, comme il ſe verra plus clairement en la table ſuivante.

- La theorie des peſanteurs a deux parties, dont la
  - premiere contient 14 definitions.
  - la ſeconde 28 propoſitions des poids
    - droits & iceux
      - elevans — deſcrits és premieres 18 propoſitions.
      - deprimans — deſcrits és premieres 18 propoſitions.
    - obliques & iceux
      - elevans — deſcrits és propoſitions ſuivantes.
      - deprimans — deſcrits és propoſitions ſuivantes.

PREMIERE PARTIE,

Contenant

Les Definitions.

Definition I.

Statique, eſt une ſcience qui declare les raiſons, proportions, & qualitez des poids, & peſanteurs des corps.

Declaration.

TOut ainſi que la Geometrie conſidere les grandeurs des figures, & non pas leurs peſanteurs, les jugeant ſeulement egales, ou inegales, deſquelles les grandeurs ſont egales, ou inegales: De meſme la Statique conſidere leurs peſanteurs, & non pas leurs grandeurs; & les dit egales ou inegales, lors que leurs peſanteurs ſont egales ou inegales. D'avantage comme l'office de la Geomettie, eſt de traiter auſſi de la taiſon, ptoportion, & affections des grandeurs; ainſi la Statique s'enquiert & declare la raiſon, propottion, & affections des peſanteurs: ce qui eſt icy noſtre but, & où tend ce preſent ttaité.

Definition II.

La peſanteur d'un corps, c'eſt la puiſſance qu'il a de deſcendre, au lieu propoſé.

Declaration.

Peſantent & legeteté des corps, n'eſt pas de leut fotme ptopte ny eſſentielle, mais le rapport qu'ils ont à un antre, dont nous remettons une plus ample declaration à une autre fois. Car il y a des corps, leſquels ſont peſants en l'air, & legers en l'eau; & d'autres, qui legers en l'air ſont peſants en d'autres lieux. Alors donc que nous dirons qu'une piéce de bois peſe 100 livres, nous entendrons que ſa puiſſance de deſcendre au lieu donné eſt telle, c'eſt à dire, au lieu meſme où elle a eſté peſée.

Le meſme s'entendra de la legereté des corps, laquelle eſt la puiſſance qu'ils ont de s'eſlevet enhaut; mais bien au lieu donné, car naturellement tout corps eſt peſant de ſoy.

Alb. Girard.

Il ſeroit quaſi beſoing de reprendre icy tous nos devanciers, qui diſent que la peſanteur tend en bas: Car telle eſt leur definition touchant la peſanteur, ce que je concede en particulier; mais quand ils parlent de peſanteur au genre ſuprême, ils en parlent comme enfans; tout ainſi que s'il n'y avoit d'autre matiere creée, que le Globe terreſtre: Et que par exemple, entre tant de millions de matieres, qui ſont diſpoſées chacunes en leurs lieux, pres ou loing de nous, ſelon la ſympatie ou antipatie qu'elles ont avec la terre; il n'y avoit en une chacune maſſe de matiere conjointe (comme un chacun affre eſt) nulle attraction de matiere en ſon lieu. La definition donc generale de la peſanteur eſt telle:

Peſanteur, eſt la force qu'une matiete demonſtre à ſon obſtacle, pour tetourner en ſon lieu.

Ce que je demonſtreray, & ſouſtiendray en temps & lieu, à ceux qui ne le pourront pas comprendre.

Definition III.

Peſanteur cognue, eſt celle de laquelle le poids ſe peut exprimer certainement.

Declaration.

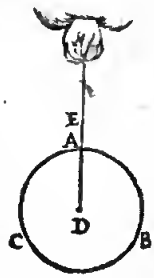
Comme lors qu'on dit qu'un corps peſe 6 livres, ou 8 mates, ou 3 onces, &ci pource qu'il eſt exprimé par des poids certains, telle peſanteur eſt dite cognue.

Definition IV.

Centre de gravité, eſt celuy, auquel ſi on imagine le ſolide eſtre ſuſpendu, il ſe tiendra en toutes les poſitions qu'on luy peut donner.

Declaration.

Soit A B C un globe de matiete & peſanteur ſemblable de tout coſté, ſuſpendu en ſon centre D, par la ligne E D; il appert qu'il ſe tiendta en toute ſorte de poſition qu'on le tournera; comme tournant B où A eſt, il y demeurera, & de meſme en tout autte lieu: autrement il faudtoit que la matiete ne fut pas uniforme, mais plus peſante en un coſté qu'en l'autre, contte l'hypotheſe, D donc ſera le centre de gravité du globe A B C, ſelon ceſte definition. Et par ainſi il faut entendre qu'il y a un centre de gravité en tous corps, tant reguliers ou itteguliers, que de matiere uniforme ou non, d'où le corps eſtãt ſuſpendu, tient tel poſition qu'on veot.



Et afin qu'on puiſſe mieux comptendre cecy, nous declaretons encot quelque autre ptoptieté du centre de gravité. Le centte donc de gravité des figutes otdonnées, comme Colomnes, Globes, Spheroides, & les cinq corps tegulters, &c. de matiete uniforme, eſt le meſme centre que celuy de leurs figutes & grandéuts, qui s'appelle autrement centre Geometrique. Quant aux ſolides qui n'ont la matiere uniforme, il n'eſt pas neceſſaire qu'ils ayent ces deux centtes en nn meſme poinct. Et touchant les pytamides & antres figures irtegulieres, elles n'ont pas de centre de figute ou de grandeur, ains ſeulement celny de gravieé: Il advient auſſi en pluſieuts corps que le centte de gravité eſt bien au dedans du cotps, mais eſt hors de leut matiete & figute, comme és anneaux, crochets, vaiſſeaux & autres ſemblables.

Nous avons dit èn la definition (*ſi on imagine*) pource qu'il faut admettre en la definition, ce qui declare le mieux qu'il eſt poſſible la nature du definy: ce que *Pappus* definiſſant le centre de gravité, au huictieſme livre de ſes collections, le fait commodement par le moyen de l'imagination. On le pourtoit auſſi definir comme s'enſuit:

Centre de gravité d'un corps, eſt celuy par lequel tout plan diviſe le corps en deux parties equilibres.

Ce terme *d'Equilibre* ſera defiuy en l'onzieſmé definition.

Definition V.

Diametre de gravité d'un corps, eſt une ligne droite indefinie, paſſant de quel coſté que ce puiſſe eſtre par le centre de gravité: Et tel diametre eſtant perpendiculaire à l'horizon, s'appelle perpendiculaire de gravité.

Declaration.

Comme en la figure precedente, toutes les lignes indefinies paſſant par le centre de gravité D, ſont autant de diametres de gravité; mais A D eſt ſeule perpendiculaire de gravité, comme ſi on vouloit dire, perpendiculaire paſſant par le centre de gravité, ou diametre de gravité perpendiculaire ſur l'hotizon.

Notez.

En la premiere impteſſion Flamende, nous avons ſeulement parlé de la perpendiculaire de gravité, comme ſi cela euſt peu ſuffire: mais ayant temarqué en l'adjonction

jonction qui ſuit ces Elemens, combien il eſtoit neceſſaire de parler du diametre de gravité, non ſeulement perpendiculaire à l'horizon, mais de tout ſens; cela meſme nous a pouſſé à faire la preſente definition, y faiſant difference comme du genre à l'eſpece; d'où auſſi ſe verra la difference des 5 & 13 definitions de la premiere edition & de la preſente.

Definition VI.

Plan de gravité d'un corps, eſt un plan tel qu'il puiſſe eſtre, qui paſſe par le centre de gravité d'iceluy.

Declaration.

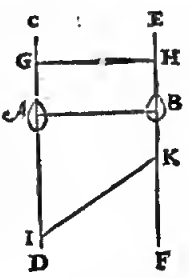
Comme un des plans tel qu'il puiſſe eſtre, qui paſſe par le centre D de la figure de la 4 definition s'appelle plan de gravité, & ainſi des autres.

Definition VII.

Toute ligne droite, compriſe entre deux perpendiculaires de gravité, nous la nommons verge, ou barre de gravité.

Declaration.

Soyent A & B deux corps, & leurs perpendicles de gravité CD, EF, entre leſquelles ſoyent menées quelques lignes, comme il advient GH, ou AB, ou bien IK, toute ligne tirée de meſme façon s'appelle verge ou barre de gravité des peſanteurs A, B, comme ſi c'eſtoit la verge ou barre d'une balance au deſſous de l'examen.

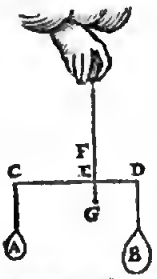


Definition VIII.

Eſtant la verge ou barre diviſée, (ayant les perpendicles de gravité,) où les corps ſe peuvent tenir en equilibre, nous nommons les parties de la verge, rayons.

Declaration.

Soyent A, B, deux corps, & CD une verge diviſée en E, par la perpendiculaire de gravité FG, où ſont les deux peſanteurs pendantes en equilibre, les deux parties de la verge CD, comme EC, ED ſont nommées, rayons.



Definition IX.

Et la perpendiculaire de gravité des deux peſanteurs eſt nommee Anſe.

Declaration.

Comme FE, en la 8 definition, eſt nommée Anſe.

Definition X.

Et le poinct de l'anſe, dans la barre, poinct ſtable.

Declaration.

Comme E, en la 8 definition, eſt appellé poinct ſtable.

Definition XI.

Et les deux peſanteurs, ſont nommées Equilibres, ou Contrepoids.

Declaration.

Comme A & B, en la 8 definition, ſoit que les peſanteurs ſoyent egales ou inegales, nous les nommons equilibres; d'autant qu'elles ſe contrepeſent l'une l'autre ſelon leur diſpoſition: car A demonſtre autant de force à la verge CD, que B; & de meſme B autant que A, par l'hypotheſe.

Ceſte equilibration doit eſtre neceſſairemẽt entenduë, & diſtinguée d'avec la propre equiponderance des peſanteurs, car il y a de la difference: comme, le poids qui eſt attaché au moindre & plus court coſté de la Statere Romaine, eſt aucunefois 10 fois plus peſant que l'autre, & toutefois ils ſemblent eſtre de peſanteur egale, mais ce n'eſt pas leur propre peſanteur ſeulement, mais auſſi leur diſpoſition.

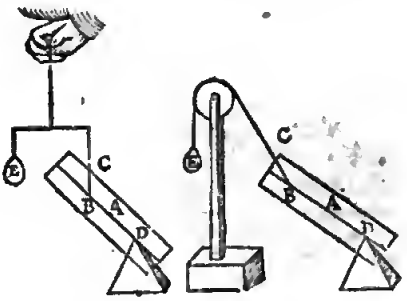
Definition XII.

L'Elevant, c'eſt le poids qui cauſe l'elevation d'une peſanteur: & deprimant, c'eſt celuy qui cauſe la depreſſion & abbaiſſements d'une peſanteur.

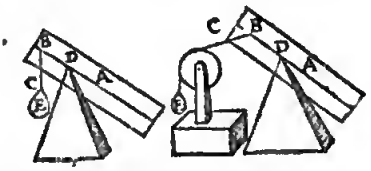
Declaration.

Soit la colomne A la peſanteur, & BC la ligne qui la ſouſtient ainſi, D le poinct où elle repoſe, & E le poids qui tient le corps ſolide en telle poſition. En

1. Form. 2. Form.



3. Form. 4. Form.



la premiere & deuxieſme figure E eſt elevant, à cauſe qu'il eleve le ſolide A, ou le tient elevé en telle diſpoſition: Mais E és troiſieſme & quatrieſme figure eſt deprimant, pource qu'il fait abaiſſer le ſolide du coſté qu'il eſt attaché, ou le tient en telle poſition.

Definition XIII.

Et la ligne droite du ſolide hauſſé vers l'elevant, compriſe entre un diametre de gravité, paſſant par le poinct ſtable & une parallele à iceluy diametre, nous la nommons elevation: Mais celle du ſolide abbaiſſé vers le deprimant, compriſe auſſi entre un diametre de gravité, paſſant par le poinct ſtable, & ſa parallele, depreſſion.

Comme la ligne droite CB en la 12 definition, compriſe entre un diametre de gravité, qui paſſe par le poinct ferme, comme DB, & une parallele à iceluy BD, nous la nommons elevation en la premiere & deuxieſme figure, mais en la troiſieſme & quatrieſme figure, depreſſion.

Definition XIV.

Et quand l'elevation ou depreſſion eſt perpendiculaire à l'horizon, nous les nommons elevation droite, depreſſion droite; & leurs poids, elevant droit, deprimant droit: mais eſtans obliques ſur l'horizon, on les nomme alors elevation oblique, depreſſion oblique; & leurs poids, elevant oblique, & deprimant oblique.

Declaration.

Comme l'elevation & depreſſion CB, és premiere & troiſieſme figures de la 12 definition, d'autant qu'elles ſont par l'hypotheſe perpendiculaires à l'horizon, nous les nommons elevation droite, & depreſſion droite; & leurs poids E, elevant droit & deprimant droit: mais celles des deuxieſme & quatrieſme figures ſont obliques.

Notez.

La figure de la colomne ſtarique eſt la meſme que la Geometrique; & nous poſons qu'elle ſoit de matiere uniforme, c'eſt à dire de tout coſté de peſanteur egalle, & que ſa baſe & couvercle ſoyent quarrez.

PETITIONS.

Combien que quelques principes ſoyent tres-cognus par les communes notions, n'ayans beſoin de demonſtrations; & les autres qui ſont plus occultes, ne ſervitoyent que de matiere aux repreneurs; afin donc d'eviter ces choſes, & ces demonſtrations trop ſimples, nous demanderons qu'on nous les concede.

Petition I.

Que les peſanteurs egales aux rayons egaux ſoyent equilibres.

Petition II.

Qu'aux lignes Mathematiques on puiſſe attacher ou poſer telle peſanteur que ce ſoit, ſans qu'elles puiſſent rompre, ou plier.

Petition III.

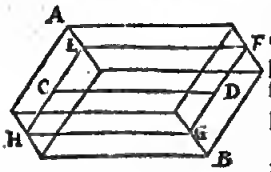
Et que la peſanteur, ſuſpendue plus haut ou plus bas, demeure touſiours de meſme poids.

Declaration.

Comme la peſanteur A abaiſſée juſques en B, fait autant d'effort à CD en l'une place A, comme en B.

Petition IV.

Que par le plan qui coupe la colomne le long de l'axe, on entende la colomne.



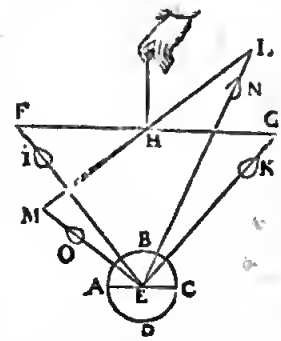
Comme eſtant AB une colomne, & CD l'axe, par le long de laquelle axe ſoit icelle colomne coupée par un plan EFGH, & le reſte delaiſſé, prenant ſeulement ledit plan EFGH, on entende par cela la colomne.

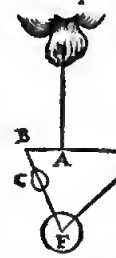
Petition V.

Toutes les lignes à plomb, (aſſavoir perpendiculaires à l'horizon) ſoyent priſes pour paralleles.

Declaration.

La raiſon eſt telle: Soit ABCD le globe terreſtre, E ſon centre, & AC horizon, FG une barre parallele à l'horizon AC, & ſes rayons egaux FH, HG, & IK deux poids egaux; d'où appert que FI, GK ne ſeront paralleles, mais plus eſtroites par embas que par enhaut. Soit FG tournée où eſt ML à l'entour du poinct ſtable H: G venant en L & F en M; alors l'angle LME eſt plus pres de l'angle droit, que non pas MLE, d'où s'enſuit que O (comme il apparoiſtra à la 24 propoſition ſuivante) ſelon la diſpoſition ſera plus peſant, que N. D'où s'enſuit auſſi qu'entre toutes les figures ſolides, (prenant tout à la perfection Mathematique) il n'y auroit que le globe qui puiſſe eſtre ſuſpendu par le centre de gravité, & tenir telle diſpoſition qu'on voudroit: Ou par lequel les plans le diviſent en parties equilibres; mais pour les diverſités infinies de poſition, il y auroit auſſi infinis centres de gravité. Auſſi le plus peſant poids n'auroit pas telle raiſon au plus leger, que le grand rayon au petit, mais l'un ſeroit ſelon la poſition plus peſant, à cauſe que l'angle eſt plus grand & plus pres du droit que l'autre: Comme, ſoit AB le court rayon, & que C ſoit à E, comme DA à AB, & F centre de la terre; alors l'angle FBA eſt plus ouvert, & plus pres du droit que EDA: d'où s'enſuit (par la 24 propoſition ſuivante) que C ſeroit plus peſant ſelon la poſition que E.





Tous ces inconvenients viennent de ce que FB, FD ne ſont pas paralleles; ou FE, GE, en la premiere figure: Mais d'autant que ceſte difference eſt ſi petite en ce que les hommes pratiquent, qu'on les peut bonnement tenir pour paralleles, car il faudroit que la barre BD aye quelques lieuës de long devant qu'on y remarque quelques minutes de difference és angles, & puis ce menu eſpluchement ne ſeroit gueres profitable à la choſe, aſſavoir à la Statique-pratique; tellement qu'il vaut mieux le laiſſer.

SECONDE PARTIE
Des Propoſitions.

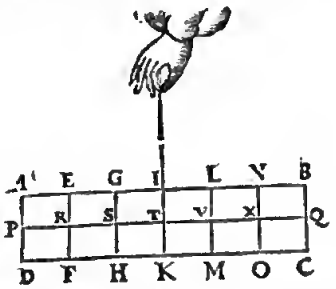
Theoreme I. Propoſition I.

De deux peſanteurs equilibres, la plus peſante a telle raiſon à la plus legere, comme le long rayon au court.

1 *Exemple.*

Le donné. Soit ABCD une colomne peſante 6 lb, laquelle ſoit diviſée en 6 parties egales, par plans paralleles à la baſe AD: comme EF, GH, IK, LM, NO, conpans l'axe PQ en R S, T, V, X; Prenons ADML pour la plus peſante peſanteur, S eſt ſon centre de gravité; & LMCB pour la plus legere, & X centre de gravité: alors SX ſera barre de ces parties par la 7 definition, & T centre de gravité de la colomne entiere,

& T I anſe, d'où L M D A & L M C B pendent en equilibre, T X le plus grand rayon, & T S le plus court rayon par la huictieſme definition.



Le requis. Il faut demonſtrer que la peſanteur majeure L M D A eſt à la moindre L M C B, comme le long rayon T X, au plus court T S.

DEMONSTRATION.

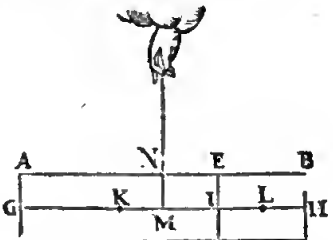
La majeure peſanteur L M D A peſe 4 lb, & la moindre L M C B 2 lb; item le long rayon T X a telle raiſon au court T S, comme 2 à 1, ſelon le donné. Mais 4 à 2 eſt comme 2 à 1; donc comme la majeure peſanteur L M D A à la moindre L M C B, ainſi le long rayon T X au court T S.

Mais afin qu'on ne penſe pas que cela ſoit ainſi par accident, nous en ferons une demonſtration Mathematique, comme s'enſuit.

2 Exemple.

Le donné. Soit A B C D derechef une colomne, conpée par un plan E F patallele à A D, & coupant l'axe G H en I, & K ſoit le centre de gravité de la partie E F D A, au milieu de G I; & L de la partie E F C B, au milieu de I H; & du tout A B C D ſoit M au milieu de G H, & M N ſera l'anſe des parties EFDA & EFCB, d'où elles pendent en equilibre.

1. DISPOSITION.



Le requis. Il faut demonſtrer que comme le corps ou peſanteur (leſquels ſont icy de meſme à cauſe de leur proportion, car comme le corps E F D A au corps E F C B, ainſi la peſanteur de celuy-la, à celuy-cy, d'autant que la colomne eſt de tout coſté de peſanteur uniforme) de E F D A, à E F C B, ainſi le long rayon M L au plus court M K.

DEMONSTRATION.

ARTICLE I.

M H eſt egale à M G, par le donné; ſoit adjouſtée K M; alors K H ſera egale à M G & K M; oſtons de l'une G K & de l'autre K I, qui ſont egales, reſteront K M & K M egales à I H, ainſi K M & I H demeureront egales.

ARTICLE II.

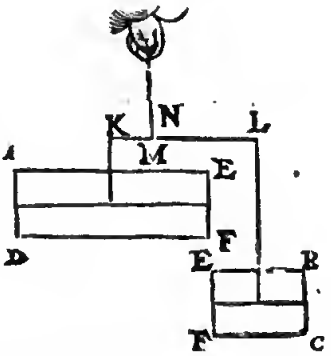
Aux ſuſdites K M & I L egales adjouſtons M I: la ligne M L ſera egale à I K.

ARTICLE III.

Comme G I à I K, ainſi H I à I L; en changeant, ainſi comme G I à I H, de meſme K I à I L; & puis que K I eſt egale à M L, par le deuxieſme article, & I L à M K, par le premier article; partant comme G I à I H, ainſi M L à M K: Mais comme G I à I H, ainſi le corps ou la peſanteur E F D A à E F C B. Parquoy comme la majeure peſanteur E F D A à la moindre E F C B, ainſi le long rayon M L, au plus court M K.

On pourroit encor repliquer, que ceſte demonſtration tient lieu entre les corps de matiere uniforme & qui ſont enſemble une colomne, pour à quoy ſubvenir s'enſuit la regle generale: Soit imaginée la barre de la figure precedente demeurer en ſon lieu, mais la partie E F D A abaiſſée, tellement qu'elle demeure ſuſpendue

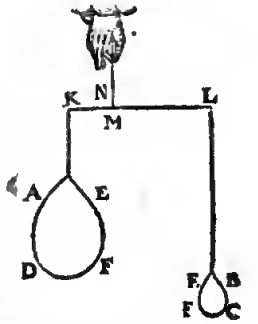
2. DISPOSITION.



à K par une ligne venant de ſon centre de gravité, & de meſme la partie E F B C, ſuſpendue à L, par une ligne venant de ſon centre de gravité, ſans toucher l'autre partie E F D A, comme la figure preſente le monſtre: Lors que le corps en la premiere diſpoſition eſtoit ſuſpendu à l'anſe M N, alors E F D A eſtoit equilibre avec E F C B; mais le poids E F D A en ceſte deuxieſme diſpoſition eſtant abaiſſé plus bas, ne cauſe nulle alteration de plus ou moins à K L par la 3 petition: Et ainſi le poids E F C B de la 2 diſpoſition ne demonſtre pas plus ny moins de peſanteur à L K, qu'en la premiere diſpoſition, d'où s'enſuit que E F D A demeure encor en equilibre avec E F C B. Les parties donc de la colomne ſeparées demeurent auſſi bien en equilibre, que lors qu'elles eſtoyent conjoinctes, & les rayons en meſme raiſon.

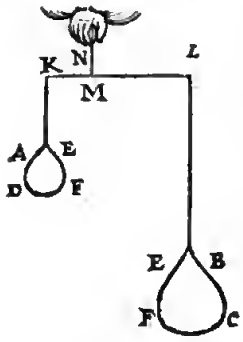
Ce qu'eſtant ainſi, ſoyent les corps E F D A & E F C B de la deuxieſme diſpoſition, changez en autres figures (comme il y a des matieres propres pour ce faire, ainſi que la cire, l'argile, ou autre choſe ſemblable) comme on voit en ceſte troiſieſme diſpoſition; il appert que K L demeurera cõme devant, ne ſouffrant aucun changement, & E F D A en equilibre avec E F C B: & auſſi les rayons M L, M K en meſme raiſon; car ce changement de figure ne cauſe nul changement de peſanteur, (toute la matiere demeurant.)

3. DISPOSITION.



Finalement oſtant E F D A de la troiſieſme diſpoſition, & mettant en ſa place un poids de plomb de la meſme

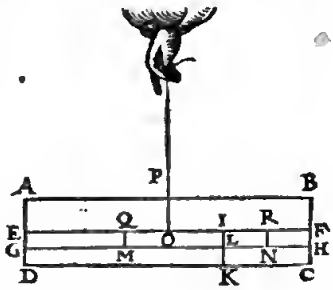
4. Disposition.



meſme peſanteur, & au lieu de E F C B un corps de bois de meſme poids, laquelle quatrieſme diſpoſition ſoit comme la figure icy jointe, il appert que K L demeurera en meſme diſpoſition que devant; & E F D A avec E F C B encor en equilibre; & les rayons en meſme raiſon.

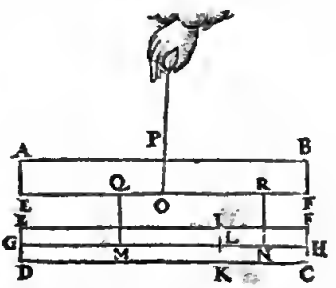
3 *Exemple.*

On peut auſſi demonſtrer le precedent, meſme lors que les deux peſanteurs ſont pendues à une barre ſolide en ceſte maniere: Soit la colomne A B C D coupée en deux parties par un plan par l'axe E F; & ſoit G H l'axe de la partie inferieure E C, laquelle partie ſoit derechef



coupée en deux autres, par un plan parallele à la baſe E D en I K; & M centre de gravité de l'une partie I K D E (au milieu de G L) & N centre de l'autre partie I K C F (au milieu de L H) & O centre du total (au milieu de E F) puis O P ſon diametre de gravité, Q M & R N des parties: Il appert que le coſté dextre de la colomne totale eſt de peſanteur egale au coſté ſeneſtre d'icelle.

Soit maintenant abaiſſée la partie inferieure, tellement qu'elle demeure ſuſpendue par les lignes M Q, N R, comme icy joignant, il appert que la barre ſolide A B F E demeureta encor en ſa premiere diſpoſition. Et poſons que les parties I K D E & I K C F ſoyent ſeparées, chacune tombant comme elle voudra, ſuſpen-



dues toutefois par leur centre de gravité M N, elles tiendront donc leur premiere diſpoſition par la quatrieſme definition, & partant A B F E demeurera encore en la ſienne: Mais I K D E a telle raiſon à I K C F que les rayons O R à O Q, comme il a eſté demonſtré: Tellement que ce qui eſtoit demonſtré de la barre ſtatique (c'eſt une ligne) nous l'avons encor fait icy de la barre ſolide.

Concluſion. De deux peſanteurs equilibres donc, la plus peſante a telle raiſon à l'autre comme le plus long rayon à l'autre, comme nous voulions demonſtrer.

Corollaire.

Par la converſe de la precedente, s'enſuit que les peſanteurs ſeront en equilibre, moyennant que la plus peſante à la plus legere ſoit en meſme raiſon, que le plus long au plus court rayon.

Probleme I. Propoſition II.

Trouver l'anſe des peſanteurs données.

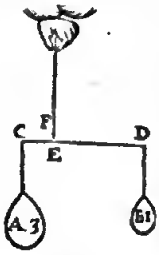
1 *Exemple.*

Le donné. Soit l'une des peſanteurs A de 3 ℔, ſuſpendue en C, & l'autre B de 1 ℔ en D, & C D la barre.

Le requis. Il faut trouver leur anſe.

Conſtruction.

Il faut diviſer C D, tellement que la partie majeure, plus prochaine de la perpendicle de gravité de la moindre peſanteur, aye telle raiſon à la moindre, plus prochaine de la perpendicle de gravité de la majeure peſanteur, comme la majeure peſanteur à la moindre, ce qui ſoit en E: aſſavoir que E D à E C ſoit ainſi que 3 ℔ de A à 1 ℔ de B. Je dis que la perpendicle paſſant par E, comme E F, eſt l'anſe.



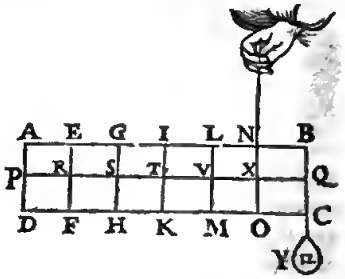
2 *Exemple.*

Le donné. Soit l'une des peſanteurs la colomne A B C D peſant 6 ℔, partie comme la colomne au commencement de la 1 ptopoſition, & qu'au poinct Q il y en aye une autre, comme Y, de 12 ℔.

Le requis. Il faut trouver l'anſe.

Conſtruction.

La perpendiculaire de gravité de la colomne eſt I T, & celle du poids Y eſt B Q, & T Q eſt la barre, laquelle il faut partir en 2 parties ptoportionelles de 12 ℔



de Y, à 6 ℔ de la colomne, c'eſt aſſavoir que la moindre partie vers la perpendicle de gravité de la majeure peſanteur Y, & le poinct diviſant viendra en X; ainſi que N X ſoit l'anſe requiſe.

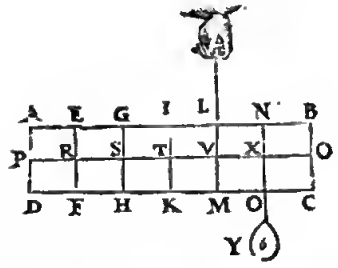
3 *Exemple.*

Le donné. Soit derechef la colomne A B C D, partie comme devant: & Y 6 ℔, pendu à X.

Le requis. Il faut trouver l'anſe.

Conſtruction.

La perpendicle de gravité de la colomne eſt I T, & de Y eſt N X; alors T X ſera la barre, qu'il faut diviſer au poinct V, ainſi que les parties ſoyent en raiſon, com-



comme 6 ℔ de Y, à 6 ℔ de la colomne, & ainſi VL ſera l'anſe cerchée.

Autrement pour la conſtruction.

La perpendicle de graviré de MLBCY, eſt NX, & de MLAD eſt SG; donc SX ſera la barre, laquelle il faut diviſer, en ſorte que les parties ſoyent en raiſon comme 8 ℔ de MLBCY, à 4 ℔ de MLAD: entant que la moindre partie ſoit vers la perpendicle de gravité de la majeure peſanteur, qui tombera en V, par ainſi VL ſera derechef l'anſe cerchée, comme devant.

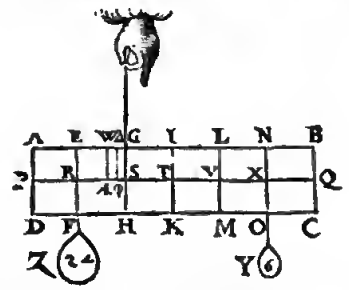
4 *Exemple.*

Le donné. Soit derechef ABCD une colomne diviſée comme deſſus, & Y 6 ℔ arraché à X, & Z 24 ℔ à R.

Le requis. Il faut trouver l'anſe.

CONSTRVCTION.

La perpendicle de gravité de ABCDY, eſt LV, par le troiſieſme exemple, & de Z eſt RE, alors RV ſera la barre, laquelle il faut diviſer en deux, tellement



que les parties ſoyent comme 12 ℔ de ABCDY, à 24 ℔ de Z: voire que la moindre partie de la barre, ſoit vers la perpendicle de gravité de la plus grande peſanteur, qui viendra en S, ainſi donc SG ſera l'anſe requiſe.

Autrement pour la conſtruction.

La perpendicle de gravité de ABCDZ eſt ÆW, par le troiſieſme exemple, tellement que S Æ fait les $\frac{3}{1}$ de SR, & la perpendicle de gravité de Y eſt XN, & alors ÆX ſera la barre, laquelle il faut diviſer en deux parties, tellement que les parties ſoyent en raiſon de 30 ℔ de ABCDZ à 6 ℔ de Y, (la partie moindre vers la perpendicle de gravité de la majeure peſanteur) qui ſera en S, & SG anſe comme devant.

Encor autrement pour la conſtruction.

La perpendicle de gravité de YZ, eſt (par le premier exemple) Φ Δ, tellement que S Φ fait la $\frac{1}{5}$ de SR, & la perpendicle de gravité de la colomne eſt TI adonc TΦ ſera la barre qu'il faut diviſer en deux parties, ayans telle raiſon que 30 ℔ de Y & Z, à 6 ℔ de la colomne, aſſavoir la moindre partie vers la perpendicle de gravité de la peſanteur majeure, qui ſera en S, par ainſi SG ſera derechef l'anſe requiſe, comme deſſus.

5 *Exemple.*

Le donné. Soit derechef ABCD une colomne diviſée comme devant, & 3 poids, comme Y 6 ℔ attaché à X, puis Z 24 ℔ à R, & Æ 12 ℔ à Q.

Le requis. Il faut trouver l'anſe.

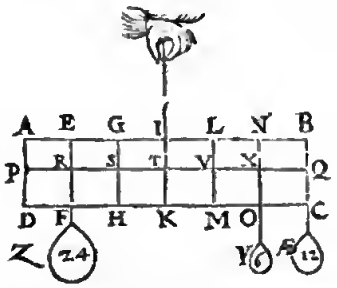
CONSTRVCTION.

La perpendicle de graviré de ABCDYZ eſt SG, par le quatrieſme exemple, & celle de Æ eſt BQ: adonc SQ ſera la barre qu'il faudra diviſer en deux parties, ayans la raiſon de 36 ℔ (de la colomne avec Y & Z) à 12 ℔ (de Æ) aſſavoir la moindre partie pres la perpendicle de gravité de la majeure peſanteur, qui ſera en T, par ainſi donc TI ſera l'anſe requiſe.

Que ſi on attachoit encor à P 24 ℔, l'anſe ſeroit SG, & ainſi des autres ſemblablement.

DEMONSTRATION.

La majeure peſanteur du premier exemple A, a telle raiſon à la moindre B, comme le rayon majeur au moin-

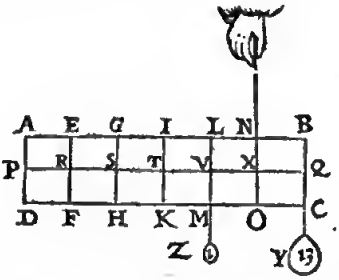


dre ED à EC, parquoy EF, par la 9 definition ſera l'anſe: Et la demonſtration des autres exemples ſera ſemblable, ce que nous obmettons pour briefveté.

Concluſion. Nous avons donc trouvé l'anſe des peſanteurs données, ſelon le requis.

NOTEZ.

Si l'on ſurchargeoit le poids Y du deuxieſme exemple de 1 ℔, & qu'on attachaſſe à V 1 ℔: Tellement que leur diſpoſition ſoit comme deſſus, il appert par ce que deſſus, que XN ſeroit encor l'anſe, & que le tout pend en equilibre à icelle: Le meſme XN demeurera encor tel, ſi on attache Z 1 ℔, à T, & que Y face 14 ℔, ou



Z 1 ℔ à S, & que Y ſoit 15 ℔, ou Z 1 ℔ à R, & que Y face 16 ℔: Et finalement ſi on attache Z 1 ℔ à P, & que Y face 17 ℔; & ainſi par ordre, ſi la colomne eſtoit plus longue: aſſavoir ſurchargeant touſiours Y de 1 ℔, pour chaque longueur de VX, qu'on fait avancer Z d'autant plus avant. D'où les qualitez de la ſtatere Romaine ſont notoires, comme il ſe verra plus amplement en la declaration de la pratique de Statique.

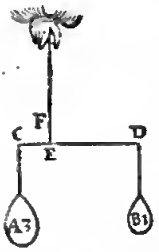
Probleme II. Proposition III.

De deux pesanteurs equilibres, l'une estant cognuë, & l'anse; cognoistre l'autre pesanteur.

1 Exemple.

Le donné. Soyent A & B deux pesanteurs equilibres, dont A 3 ℔ est attachée à C, & E F soit l'anse.

Le requis. Il faut trouver combien B pese.



Construction.

On cerchera quelle raison ont les rayons E D à E C, ce qui soit comme 3 à 1, pourtant E D 3 me donne E C 1, combien A 3 ℔? viendra 1 ℔ pour B.

2 Exemple.

Le donné. Soit A B C D la colomne de la 2 proposition au deuxiesme exemple, pesant 6 ℔ pour l'une des pesanteurs, & soit Y la pesanteur incognue, attachée à icelle, & X N l'anse.

Le requis. Il faut trouver combien Y pese.

Construction.

Veu que T I est la perpendicle de gravité de la colomne, & Q B de Y, T Q sera la barre, X Q le rayon plus court, & X T le plus long; parquoy il faudra rechercher quelle raison ces rayons ont, ce qui soit comme 2 à 1. Je dis apres, X Q 1, donne X T 2, combien la colomne 6 ℔? vient 12 ℔ pour Y: & ainsi des autres exemples.

Demonstration.

Soit B en l'exemple premier, plus pesant que 1 ℔, s'il estoit possible; donc la majeure pesanteur n'aura pas telle raison à la moindre que le rayon majeur au moindre, ce qui est contre la 1 proposition; B donc n'est pas plus pesant que 1 ℔. Et de mesme on monstrera qu'il n'est pas plus leger qu'une livre; & par consequent pese justement 1 ℔: ce qu'il falloit demonstrer.

Conclusion. Done de deux pesanteurs equilibres, quand l'une est cognue & l'anse, nous avons cognu l'autre, selon le requis.

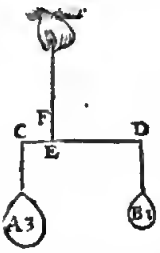
Probleme III. Proposition IV.

Deux pesanteurs equilibres données, comme aussi la longueur d'un rayon, trouver la longueur de l'autre rayon.

Le donné. Soyent A & B deux pesanteurs equilibres, desquelles A pesant 3 ℔ est attrachée à C; & B 1 ℔ à D; & D E rayon soit de 6 pieds de longneur.

Le requis. Il faut trouver la longueur de l'autre rayon.

Construction.



On dira A 3 ℔, donne B 1 ℔, combien D E 6 pieds; viendra pour E C 2 pieds: & ainsi des autres.

Demonstration.

Soit E C, s'il estoit possible, plus long que 2 pieds; le grand rayon aura donc moindre raison au plus court, que la majeure pesanteur à la plus legere, ce qui est contre la premiere proposition: donc E C n'est pas plus que 2 pieds; De mesme sera la demonstration que E C n'est pas moindre de 2 pieds; & partant E C sera precisement a pieds: ce qu'il falloit demonstrer.

Conclusion. Deux pesanteurs donc equilibres estans données, & la longueur d'un rayon, nous avons trouvé la longueur de l'autre, selon le requis.

Probleme IV. Proposition V.

Estant donnée une colomne, trouver une pesanteur, ayant raison donnée à celle de la colomne.

Le donné. Soit A B C D une colomne, E F l'axe, & G le centre, & la raison donnée soit 2 à 3.

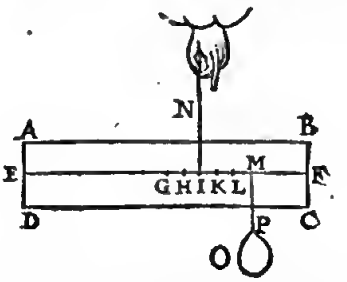
Le requis. Il faut trouver une pesanteur en telle raison à celle de la colomne, comme 2 à 3: c'est ses $\frac{2}{3}$.

Notez.

Tout ainsi que les propositions Geometriques & Arithmeriques ont des constructions diverses, de mesme aussi la Starique; car on pourroit couper une partie de la colomne selon la raison donnée; ou on la pourroit peser & prendre un poids d'autre solide, afin de la laisser entiere selon ladite raison; mais nous le ferons plus statiquement, comme s'ensuit.

Construction.

On marquera 5 poincts depuis le centre G, equidistans, assavoir 5 (somme de 3 & 2) comme H, I, K, L, M: Et du deuxiesme (à cause de 2 donné, pour l'autre pesanteur à trouver) on suspendra la colomne, luy attachant au cinquiesme en M un contrepoids, comme O: Je dis que O sera la pesanteur requise, assavoir les $\frac{2}{3}$ de la pesanteur de la colomne, qui seront donc en raison de 2 à 3.



Demonstration.

G est le centre de gravité de la colomne, & M P perpendicle de graviré de O; & puis que les pesanteurs se contrepesent mutuellement (c'est à dire sont en equilibre) comme I G à I M, ainsi O à la colomne, par la 1 proposition; mais G I à I M, est comme 2 à 3: donc O sera à la colomne en pesanteur, comme 2 à 3. Ce qu'il falloit demonstrer.

Conclusion. Estant donc donnée une colomne, nous avons trouvé une pesanteur, ayant raison donnée à celle de la colomne; comme il estoit proposé.

Notez.

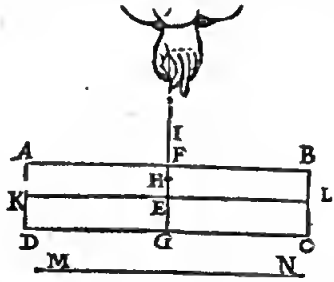
Nous pourrions aussi donner des exemples avec raisons de termes incommensurables, mais ils sont assez notoires par la precedente, avec ce que nous avons des grandeurs incommensurables en un traité particulier joint à l'Arithmetique.

Theoreme II. Proposition VI.

Estant une colomne coupée par un plan parallele a la base, par son centre de gravité, & estant un poinct stable audit plan, au dessus du centre de gravité: L'axe de la colomne demeurera parallele à l'horizon.

Le

Le donné. Soit A B C D une colomne coupée par ſon centre de gravité, d'un plan F G, parallele à ſa baſe A D, & ſoit H le poinct ſtable, en la perpeodicle de gravité

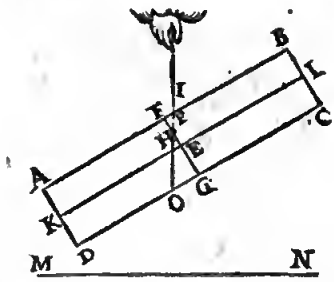


I G, au deſſus du centre E, & K L eſt l'axe, & M N l'horizon.

Le requis. Il faut demonſtrer que l'axe K L demeurera parallele à l'horizoo M N.

DEMONSTRATION.

Soit K L, s'il eſtoit poſſible, non parallele à M N, comme eo la figure ſuivante, & I H produite juſques en O, coupant A B en P, & ſoit poſé que la partie P O C B demeure equiponderante avec P O D A; mais celle-la eſt majeure & plus peſante que celle-cy (car F G D A eſt egale à F G C B, & F H I eſt un triaogle



moiodre que O H G, & partant P O C B eſt majeure que P O D A) la plus peſante ſera done equiponderaote à la plus legere, ce qui eſt abſurde : K L done demeurera parallele à l'horizoo M N, comme en la premiere figure.

Il faut auſſi remarquer ceſte regle generale ſtatique, que

Le centre de gravité d'un corps ſuſpendu, eſt en ſa perpendicle de gravité.

Mais le centre de gravité E, n'eſt pas (en la deuxieſme figure) dans la perpendicle de gravité I, O, c'eſt dooe une diſpoſition impoſſible.

Concluſion. Eſtant doonée, &c.

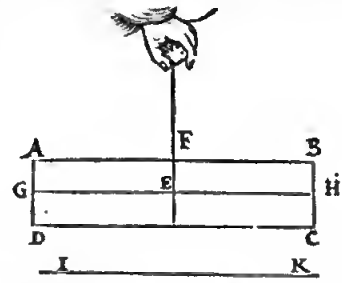
ALB. GIRARD.

On voit que Stevin *ne prouve pas du tout ſa demonſtration, car il s'aide puis apres d'une regle qu'il ne demonſtre pas icy ; il eſt bien vray que P O C B eſt plus peſant que P O D A, mais il ne le demonſtre pas, d'autant que ſi on veut conclurre de la grandeur à la peſanteur, (avec ce qu'il en devoit avoir parlé devant d'une maniere convenable) on trouvera des paralogiſmes; car il s'enſuivroit que tout plan paſſant par le centre de gravité, devroit couper le ſolide en deux egalement, or comme on verra cy-apres coupant un cone ou pyramide par un plan parallele à la baſe, & ce par le centre de gravité, la partie conique ſera à la partie tronquée, comme 27 à 37, leſquelles ne ſont point donc egales : mais ceſte demonſtration de* Stevin *peut avoir lieu és figures colomnales, & non pas és pyramidales : finalement il devoit pluſtoſt avoir mis ſa regle cy-deſſus és petitions.*

THEOREME III. PROPOSITION VII.

LE poinct ſtable eſtant au centre de gravité d'une colomne ſuſpendue, elle ſe tiendra à toute diſpoſition.

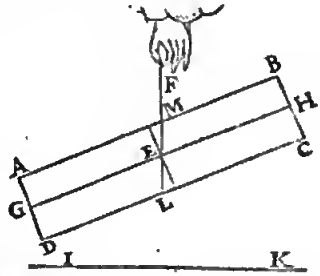
Le donné. Soit A B C D une colomne, dont E ſoit le centre de gravité, où ſoit le poinct ſtable, auquel elle ſoit ſuſpendue par la perpeodicle de gravité E F, & l'axe G H, ſoit parallele à l'horizoo I K.



Le requis. Il faut demonſtrer que la colomoe A B C D tiendra telle diſpoſition qu'on voodra.

DEMONSTRATION.

Donnons une autre diſpoſitioo à la colomne, qu'au commencement, comme s'enſuit, & ſoit F E produite juſques à L, coupant A B eo M, & poſoos que la colomne ne ſe poiſſe tenir ainſi, mais que l'une ou l'autre partie vueille deſcendre plus bas : Or ces deux parties ſont egales, & partant equiponderantes, done l'une des equipooderantes ſera plus peſaote que l'autre, ce qui eſt abſurde: La colomne dooc demeurera en telle poſition, & le meſme ſe pourra demooſtrer des autres, telles qu'on les pourroit diſpoſer.

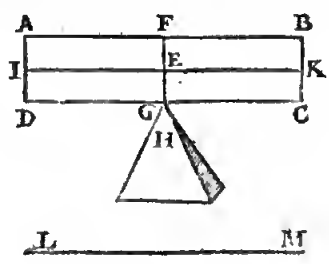


Concluſion. Nous avons done demonſtré que le poioct ſtable eſtant pris au centre de gravité d'une colomne, qu'elle ſe tiendra en toure poſition, ſelon le requis.

PROBLEME IV. PROPOSITION VIII.

EStant une colomne coupée d'un plan parallele à la baſe par ſon centre de gravité, & eſtant un poinct ſtable audit plan, au deſſus du centre de gravité : La colomne ſe tournera juſques à ce que le centre de gravité revienne dans la perpendicle de gravité.

Le donné. Soit A B C D une colomne, coupée par ſon centre de gravité, d'un plan F G parallele à ſa baſe A D,



& ſoit

& ſoit le poinct ſtable G, (au deſſus du centre de gravité) ſur la poincte H, & I K l'axe, parallele à l'horizon.

Le requis. Il faut monſtrer que la colomne tournera juſques à ce que le centre de gravité ſoit en la perpendicle de gravité, (entendu naturellement) car Mathematiquement il pourroit demeurer deſſus.

Demonstration.

A. *Tout ce qui giſt, doit avoir baſe pour repoſer deſſus.*
E. *Ceſte colomne n'a point de baſe pour ſe repoſer.*
E. *Donc ceſte colomne ne peut pas ainſi geſir.*

La mineure du ſyllogiſme eſt evidente en ce que le poinct n'a nulle quantité, & partant n'eſt pas baſe: Il eſt bien vray qu'on prend ſouvent par hypotheſe qu'un corps repoſe ainſi, mais en effect cela ne peut eſtre; joint qu'encore bien que l'axe I K ſoit mis parallele à l'horizon L M, neantmoins il tourneta du coſté, où il commence premierement à decliner: mais auſſi que ce ſoit juſques à ce que le centre de gravité vienne dans la perpendicle de gravité, eſt notoire par la 6 propoſition.

Concluſion. Eſtant donc coupée la colomne, d'un plan parallele à la baſe par ſon centre de gravité, & eſtant un poinct ſtable audit plan, au deſſous du cẽtre de gravité: La colomne ſe tourneta juſques à ce que le centre de gravité revienne dans la perpendicle de gravité, ſelon qu'il eſtoit propoſé de prouver.

Notez I.

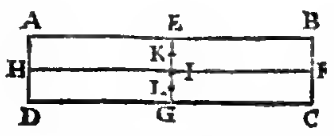
Si quelqu'un s'enqueroit icy de la difference qu'il y a entre geſir, & pendre, il faut qu'il ſçache qu'un ſolide eſt pendu lors que le centre de gravité eſt deſſous, ou pres du poinct où il repoſe: mais le centre de gravité eſtant deſſus, nous le ponvons dire eſtre couché droit, ou aſſis: Geſir, quand le plus grand coſté eſt le long de l'horizon; eſtre debout, quand il eſt perpendiculaire à l'horizon, pour autant diſons nous que le cube (veu l'egalité de ſes coſtez) giſt & eſt debout: Aſſeoir eſt entre coucher & eſtre debout.

Alb. Girard.

Ce mot de geſir ſemblera fort eſtrange à ceux qui ſont ignorans de ces deux choſes; l'une, qu'encore bien qu'ils ne l'ayent jamais ouy dire, leu, ny approuvé, que nonobſtant il ſe trouve és dictionaires François; & que les verbes anomaux demonſtrent la pauvreté d'une langue, & auſſi que la langue Flamende en a fore peu qui fait qu'ils diſent tous, n'importe du ſon, moyennant qu'il ſoit reguler & intelligible; l'autre qu'au faict des ſciences incognues & inuſitées, on n'eſt tenu pour s'expliquer, & exprimer l'intention d'un Ameur, de n'adnuettre que les mots, leſquels s'entendent ordinairement és choſes les plus vulgaires.

Notez II.

Si quelqu'un vouloit experimentee le contenu des 3 propoſinons precedentes, il prendra pour ceſt effect un reglet de bois, ou d'autre matiere uniforme, d'eſpeſſeur & peſanteur, marquant E, F, G, H, au milieu des coſtez, & menant E G & H F ſe coupans en I, où, il fera

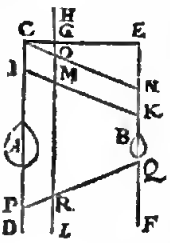


un tron fort petit, comme auſſi en K & L. L'expetience monſtre, que paſſant un eſguille deſliée en K, le reglet, ou l'axe H F, ſe tiendra parallele à l'horizon: mais en I, qu'il gardera telle poſition qu'on voudra: Et finalement, en L, le regler tournera juſques à ce que le centre de gravité ſoit deſſus l'eſguille du coſté où il commence, & que I ſoit en la perpendicle de gravité. D'où la raiſon depend des 6, 7, & 8 propoſitions declarées Mathematiquement.

Theoreme V. Proposition IX.

L'anſe infiniment produite, partit les barres de deux peſanteurs en leurs rayons.

Le donné. Soyent A, B, deux peſanteurs; & leurs perpendicles C D & E F, leur barre C E, l'anſe G H; tellement que C G ſoit à G E, comme la peſanteur B à A; & que I K ſoit encor une barre non parallele à C E, & G H auſſi produite vers L, coupant I K en M.



Le requis. Il faut demonſtrer que I M & M K ſont auſſi rayons des peſanteurs A, B, aſſavoir que comme B à A, ainſi M I à M K.

Preparation. Soit menée C N parallele à I K coupée de H L en O.

Demonstration.

Comme C G à G E, ainſi C O à O N: mais C O eſt egale à I M, & O N à M K; parquoy comme C G à G E, ainſi I M à M K. Or comme B à A, ainſi C G à G E, par l'hypotheſe, ou bien M I à M K; & ſemblable ſera la demonſtration des barres entre C D & E F, comme ſeroit P Q, coupée en R, & autres ſemblables.

Concluſion. L'anſe infiniment produite donc, partit les barres de deux peſanteurs en leurs rayons.

Corollaire I.

D'icy il appert que pour trouver la perpendicle de gravité de deux peſanteurs, il n'eſt pas beſoin de prendre neceſſairement une parallele à l'horizon, mais telle qu'on voudra, & comme il vient mieux à poinct.

Corollaire II.

Veu que tout centre de gravité eſt en la perpendicle de gravité, il s'enſuit, que toute ligne droite compriſe entre deux centres de gravité eſt auſſi la barre d'icelles, & la diſtinction des rayons eſt le centre de gravité des deux peſanteurs.

Probleme V. Proposition X.

Eſtans données les peſanteurs equilibres qui ſont ſuſpenduës en une colomne, de laquelle la peſanteur eſt cognuë, comme auſſi un poinct ſtable en icelle: Trouver ſi l'axe demeurera parallele à l'horizon, ou ſi elle ſe tiendra en toute ſorte de poſition, ou ſi elle ſe tournera juſques à ce que le centre de gravité ſoit en la perpendicle de gravité.

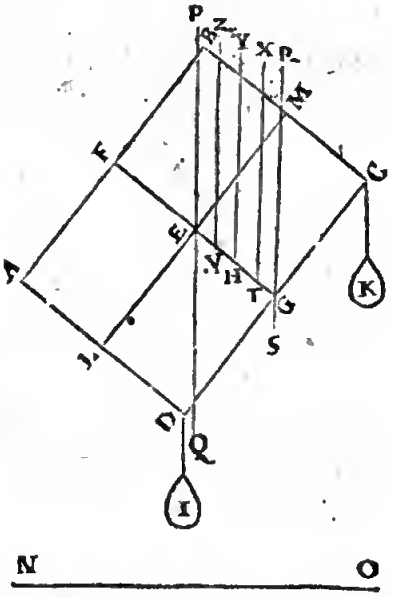
Le donné. Soit A B C D une colomne peſante 4 lb, coupée par ſon centre de gravité E, d'un plan F G, paallele à la baſe A D; ſoit auſſi H un poinct ſtable deſſous le centre de gravité E, au milieu de E G; puis les deux poids I, K, chacun de 4 lb, leurs poincts ſtables D, C, & L M axe, N O horizon.

Le requis Il faut trouver ſi l'axe L M, demeureta parallele à l'horizon N O; ou tiendra telle poſition qu'on voudra; ou ſi la colomne tontneta tant que le centre de gravité E ſoit en la perpendicle de gravité par H, leſquelles diverſitez peuvent advenir ſelon la raiſon des poids à la peſanteur de la colomne.

Con-

Construction.

On menera par E la perpendicle de gravité P Q de la colomne, puis par G la perpendicle de gravité R S, des poids I, K, alors E G ſera la barre, puis par la 2 propoſition on verra où le poinct ſtable de l'anſe viendra: car s'il vient ſous H, L M ſe tournera, juſques à ce qu'elle ſoit parallele à l'horizon N O: mais venant en H, elle tiendra toutes les poſitions 1 venant finalement au deſſus de H, tout reoverſera. Or la colomne peſe 4 ℔, &



les poids auſſi I & K, chacun 4 ℔, ce qui fait 8 ℔: partant diviſant E G en T, ainſi que E T à T G ſoit comme 8 à 4, je dis que L M ſe viendra rendre parallele à l'horizon (puis que T vient ſous H.) Soit maintenant poſé que la colomne peſaſt 4 ℔ & I & K, chacun 2 ℔, c'eſt enſemble 4 ℔; parquoy partageant E G à H (car H eſt au milieu de E G par le donné) alors E H à H G ſera en telle raiſon que 4 à 4: Je dis que L M (pource que le poinct eſt tombé en H) tiendra telle poſition qu'on voudra. Soit finalement poſé que la colomne peſe 4 ℔, & I & K, chacun 1 ℔, c'eſt enſemble 2 ℔; parquoy E G partie en V, ainſi que E V à V G ſoit comme 2 à 4: Je dis que la colomne avec tout le reſte ſe tournera (d'autant que V vient au deſſus du poinct H) juſques à ce que H ſoit en ſa perpendicle de gravité.

Demonstration.

Premierement I & K peſans chacun 4 ℔, il appert que L M ſe tournera pour eſtre parallele à l'horizon, d'autant que la perpendiculaire par T, comme T X, eſt perpendiculaire de gravité de tout; parquoy en le delaiſſant & pendant le tout à la perpendiculaire par H, comme H Y (car H eſt le poinct ſtable donné) le coſté vers B C K, ſera plus peſant que vers A D I: parquoy le coſté B C K deſcendra, tant que H ſoit à la perpendicle de gravité de tout, & L M ſera alors parallele à l'horizon N O.

Secondement quand I, K peſent chacun 2 ℔, alors L M ſe tiendra à toute poſition: car poſons que I & K ſoyent rehauſſez, tellement que D, C ſoyent centres de gravité d'iceux, par la 3 petition: parquoy H ſera le centre de gravité d'un tel corps avec les poids I, K: & par la 4 definition, ſur iceluy H il ſe tiendra à toutes poſitions, ce qui ſe pourroit demonſtrer de toutes les poſitions que L M ſçauroit avoir.

Finalement lors que I, K peſans chacun 1 ℔, alors tout ſe doit renverſer, appert que la perpendiculaire par V, comme V Z, ſera perpendicle de gravité de tout le corps, & en le laiſſant, & le pendant par la ligne H Y au poinct ſtable donné H, le coſté de devers A D I ſera plus peſant que celuy de vers B C K, & partant A D I deſcendra, juſques à ce que H ſoit à la perpendicle de gravité du tout: que ſi on penſoit mettre L M parallele à l'horizon, elle ne ſe tiendroit pas ainſi par la 8 propoſition, mais renverſera.

Concluſion. Eſtans donc données les peſanteurs equilibres, qui ſont ſuſpendues en une colomne, de laquelle la peſanteur eſt cognue, &c.

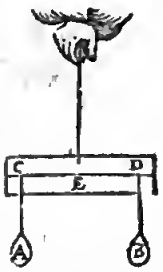
Des ces choſes precedentes le progrés general des autres eſt aſſez manifeſte, comme des colomnes, deſquelles le poinct ſtable eſt hors de la ligne F G, & les poincts ſtables des poids en d'autres lieux que D, C: Mais d'autant que nous recerchons principalement la cauſe des qualitez de la Balance (dont nous traiterons plus particulierement en la Statique-practique) nous ne donnons aucuns exemples particuliers de telles irregularitez.

Probleme VI. Propoſition XI.

Eſtant donnée une colomne, avec des peſanteurs cognues y attachées: Trouver le poinct ſtable, où le tout ſe tient à toutes poſitions.

Notez I.

On ſçait que ſi les poincts ſtables C, D des peſanteurs A, B, eſtoyent dans l'axe de la colomne, & egalement diſtans du centre E, alors E ſeroit le centre de gravité: mais nous donnerons cy-apres des exemples plus irreguliers.

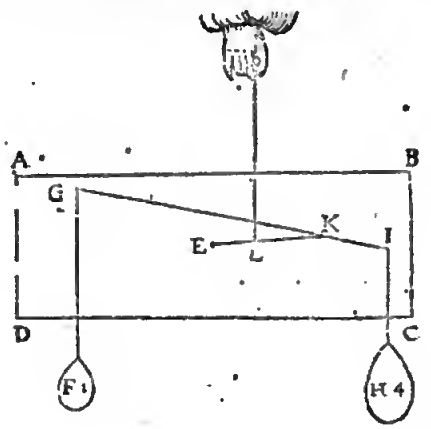


Notez II.

Il appert auſſi que ſi les poincts ſtables donnés eſtoyent en ligne droite, comme icy C E D, & que C, D n'eſtoyent equidiſtans au poinct E, mais en raiſon (comme rayons) des peſanteurs C, D, ſi elles eſtoyent inegales; alors E ſeroit encor le poinct ferme pour tenir le corps en toute poſition.

Le donné. Soit A B C D une colomne peſante 10 ℔: E centre de gravité, & F 1 ℔, H 4 ℔, leurs poids y ſuſpendus és poincts ſtables G, I.

Le requis. Il faut trouver le poinct ſtable, où le corps tienne toute poſition.



Con-

CONSTRVCTION.

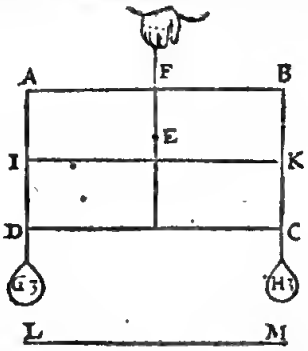
On menera G I la barre des poids F, H, trouvant les rayons selon la 2 proposition, & que K soit leur centre; puis on menera E K autre barre, de la colomne d'une part de 10 ℔, & des poids d'autre part 5 ℔, la coupant en L, tellement que E L soit à L K, comme 5 à 10: & partant L respondant pour tout, sera le poinct ferme tenant le corps en toute sorte de positions: Dont la demonstration est evidente par la 7 proposition.

PROBLEME VII. PROPOSITION XII.

Estans données une colomne, & des pesanteurs attachées à icelle aussi cognues, avec un poinct stable soustenant l'axe parallele à l'horizon: Trouver un poids propre en un lieu monstré, tenant l'axe en certaine disposition donnée.

1 Exemple.

Le donné. Soit A B C D une colomne, pesante 6 ℔, E poinct stable, E F anse, G, H, deux poids, chacun de 3 ℔, & D, C leur establissement; I K axe parallele

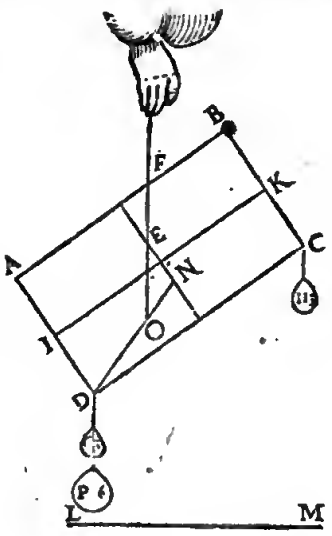


à l'horizon L M; & D le lieu monstré: puis l'axe I K (tout tournant sur E) soit disposée comme en la seconde figure.

Le requis. Il faut trouver un poids en D, tenant I K en ladite disposition.

CONSTRVCTION.

Il faut trouver par l'onziesme proposition le centre



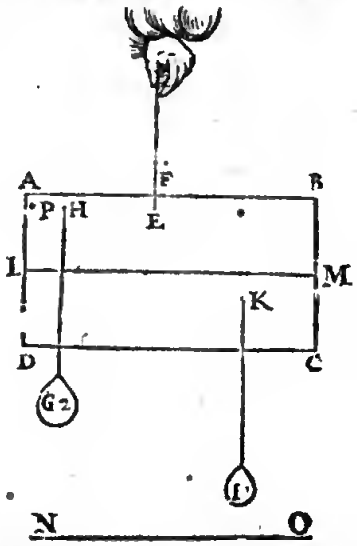
de gravité, comme icy en N, puis menés N D, & E O perpendiculaire sur l'horizon par E, & cerchez quelle raison il y a de D O à O N, laquelle soit de 2 à 1; Parquoy je dis, qu'on doit mettre en D un poids P, de 6 ℔, d'autant que 12 ℔ (de la colomne & les poids G, H,) à P 6 ℔, sont comme 2 à 1: Donc P est le poids requis.

DEMONSTRATION.

Le plus pesant poids 12 ℔ du rayon O N, a telle raison à l'autre de 6 ℔, au rayon O D, comme le grand rayon O D à O N; & ainsi tout pend en equilibre, à l'anse E F, par la 1 proposition: Et par consequent l'axe I K tient ladite disposition.

2 Exemple.

Soit A B C D une colomne de 6 ℔, E poinct stable, E F anse, G poids de 2 ℔ en H, & I de 1 ℔ en K, L M

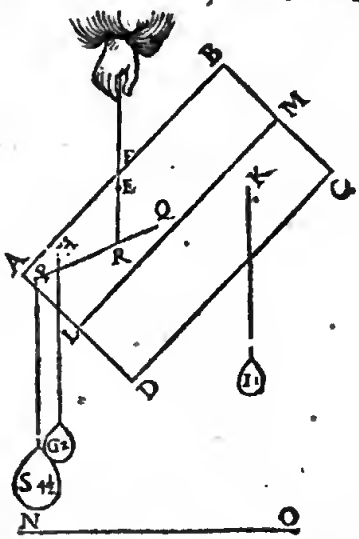


axe parallele à l'horizon N O, & P soit un poinct en la colomne pour le lien monstré. Puis l'axe se tourne (tout sur E) comme en la deuxiesme figure.

Le requis. Il faut trouver un poids pour mettre en P, tenant l'axe L M en telle disposition qu'en la 2 figure.

CONSTRVCTION.

Par l'onziesme proposition on trouvera Q le centre de gravité, & ayant menée la barre P Q, & la perpen-



dicle E R coupant P Q en R: Et ayant recerché quelle raison

raiſon il y a de R Q à R P (ſoit de 1 à 2) j'eſtablis en P un poids S de $4\frac{1}{2}$ lb, aſſavoir ayant telle raiſon au poids de la colomne (jouxte G, I,) faiſant 9 lb, comme 1 à 2; & je dis que S $4\frac{1}{2}$ lb eſt le poids requis.

DEMONSTRATION.

Le majeur poids 9 lb du rayon R Q, a telle raiſon au moindre poids $4\frac{1}{2}$ lb du rayon R P, comme le long rayon R P au plus court R Q; ainſi tout ſe tient en equilibre à l'anſe F E, par la 1 propoſition: & partant l'axe L M ſe tiendra en la diſpoſition donnée, ce qu'il falloit demonſtrer.

Concluſion. Eſtans donc données une colomne & des peſanteurs, &c.

THEOREME VI. PROPOSITION XIII.

VN deprimant & un elevant egaux agiſſent egalement, par angles egaux, aux rayons egaux.

1 Exemple, avec des poids directs.

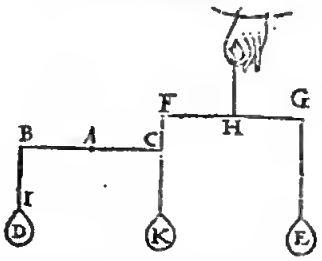
Le donné. Soit A le poinct ſtable de la batte B C; & A B, A C les rayons egaux; item à B eſt eſtably le deprimant direct D, & à C l'elevant direct E, egal à D, ſa barre ſoit F G, & H poinct ferme, H F, H G auſſi rayons egaux, finalement les angles A B I, A C F egaux.

Le requis. Il faut demonſtrer que le deprimant direct D, & l'elevant direct E, agiſſent egalement aux rayons egaux A B, A C.

Preparation. Soit eſtabli un poids K, en C egal à D.

DEMONSTRATION.

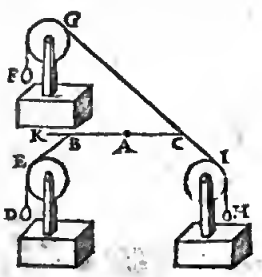
Oſtons E, alors la force de D ſera de tenir les rayons A B, A C en la diſpoſition donnée; car D eſt egal à K, & A B, à A C; oſtons maintenant D & remettons E;



la force de E eſt auſſi de tenir les rayons A B, A C en la meſme diſpoſition: car K & E ſont egaux, & H F & H G: parquoy E, D agiſſent egalement aux rayons A B, A C.

2 Exemple, avec des poids obliques.

Le donné. Soit A le poinct ſtable de l'anſe, & A B, A C les rayons egaux, à B eſt eſtably le deprimant oblique D, ſa ligne de depreſſion oblique ſoit B E, & à C ſoit l'elevant oblique F, egal à D, & ſa ligne d'elevation oblique C G, & puis l'angle A B E ſoit egal à l'angle A C G.



Le requis. Il faut demonſtrer que le deprimant oblique D, & l'elevant oblique F, agiſſent egalement aux rayons egaux A B, A C.

Preparation. Soit en C eſtabli le deprimant oblique H, ſa depreſſion oblique C I, parallele à B E, & C B ſoit prolongée juſques à K.

DEMONSTRATION.

Oſtons F, alors la force de D contre H, eſt de tenir les rayons A B, A C en la diſpoſition donnée: car D eſt egal à H, auſſi les rayons A B, A C, & les angles A C I & K B E. Oſtons maintenant D, & remettons F, la force de F eſt de tenir auſſi les rayons A B, A C en la diſpoſition donnée, puis que H eſt egal à F.

3 Exemple.

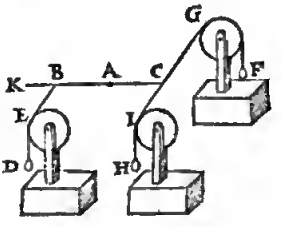
Le donné. Soit A le poinct ſtable de l'anſe, & A B, A C les rayons egaux, & en B ſoit eſtably le deprimant oblique D, ſa depreſſion oblique ſoit B F, & en C, l'elevant oblique F, egal à D, ſa ligne d'elevation oblique C G, & les angles K C G, K B E egaux.

Le requis. Il faut demonſtrer que le deprimant oblique D, & l'elevant oblique F, agiſſent egalement és rayons egaux A B, A C.

Preparation. Soit eſtably en C le deprimant oblique H, egal à D, ſa ligne de depreſſion oblique C I, ainſi que les angles A C I, A B E ſoyent egaux.

DEMONSTRATION.

Oſtons F, il appert que la force de D eſt de tenir les rayons A B, A C en telle diſpoſition donnée; car D, H ſont egaux, & les rayons A B, A C, comme auſſi les angles A C I, A B E. Oſtons maintenant D, & remettons F derechef, alors auſſi la force de F eſt de tenir les rayons A B, A C en telle diſpoſition donnée, à cauſe que H eſt egal à F.



Concluſion. Un deprimant & un elevant egaux, agiſſent egalement, &c.

PROBLEME VIII. PROPOSITION XIV.

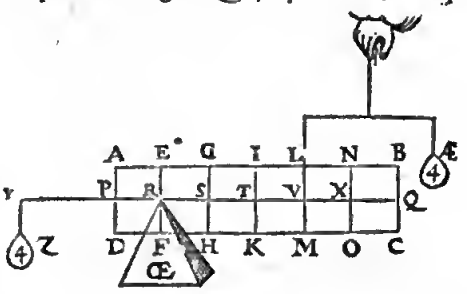
EStant donnée une colomne, comme auſſi deux poincts en ſon axe, l'un ſtable, l'autre mouvant en la plus grande partie: Trouver un elevant direct au poinct mouvant, tenant la colomne en une diſpoſition donnée.

Le donné. Soit A B C D une colomne de 6 lb, de partie comme en la 1 propoſition, & le poinct ſtable ſoit R, le mouvant V, en la majeure partie de l'axe R Q; car il eſt impoſſible que quelque elevant direct puiſſe tenir l'axe en la moindre partie en quelque diſpoſition donnée.

Le requis. Il faut trouver un elevant direct en V, qui tienne la colomne en ceſte diſpoſition.

CONSTRUCTION.

On produira la ligne Q R juſques en Y, ainſi que



R Y ſoit egale à R V: puis on trouvera par la 3 propoſition le poids Z en Y equilibre avec la colomne, iceluy

ſera de 4 ℔, puis que R eſt le poinct ſtable. Parquoy le poids elevant direct requis, qui eſt Æ, ſera de 4 ℔.

DEMONSTRATION.

Veu que le rayon R V de l'elevant direct Æ, eſt egal au rayon R Y du poids Z; & Æ egal à Z, leſquels Æ, Z agiront egalement par la 13 propoſition: mais la force de Z eſt telle (ayant oſté Æ) que de tenir la colomne en telle diſpoſition: Done la force de Æ (ayant oſté Z) tiendra la colomne en ceſte diſpoſition; ce qu'il falloit prouver.

Concluſion. Eſtant done donnée une colomne, & auſſi deux poincts, &c.

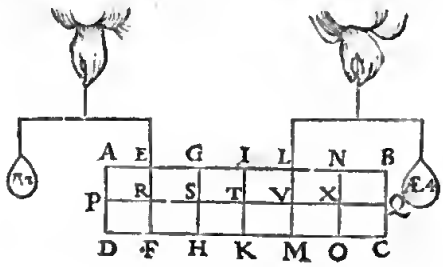
NOTEZ.

On pourroit dire briefvement V R 3, donne R T 2, combien la colomne 6 ℔? viendroit Æ 4 ℔, comme devant, dont la raiſon ſera deduite en la ſuivante 15 propoſition.

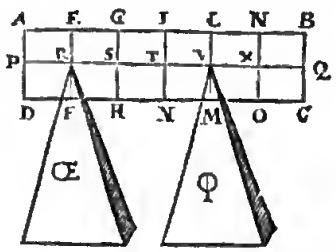
COROLLAIRE I.

Puis que la colomne peſe 6 ℔, & que Æ enleve 4 ℔, il s'enſuit donc que la poincte R de la pyramide OE, en ſouſtient 2 ℔.

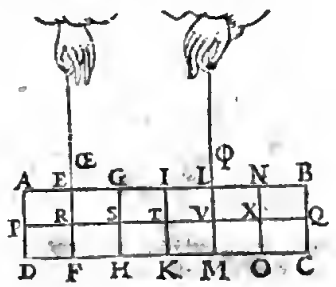
Que ſi on mettoit en R un elevant direct Π, au lieu de la pyramide OE, iceluy Π en eleveroit auſſi 2 ℔.



Ou bien ſi an lieu de Æ, on ſuppoſoit la pyramide Φ, elle ſouſtiendroit 4 ℔, & OE 2 ℔.

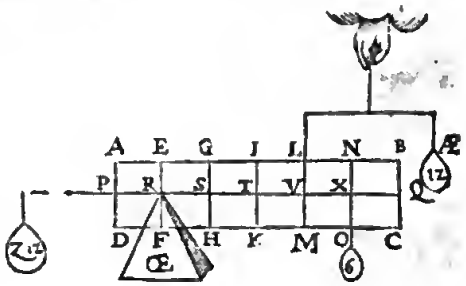


Ou, ſi on ſuſpendoit la colomne par les deux lignes paralleles R OE & V Φ, comme icy, de meſme la ligne OE R ſouſtiendroit 2 ℔, & V Φ 4 ℔.



COROLLAIRE II.

Si on attachoit un poids en la colomne, comme par exemple en X 6 ℔, Z devra peſer 12 ℔, & par conſequent Æ 12 ℔.



THEOREME VII. PROPOSITION XV.

DEux poincts eſtans dans l'axe d'une colomne, l'un ferme, l'autre mouvant: L'elevant direct au mouvant, tenant la colomne en equilibre, a telle raiſon à la colomne, comme la partie de l'axe entre le centre de gravité de la colomne, & le poinct ferme, à la partie de l'axe entre les poincts ferme & mouvant.

DECLARATION.

Il appert en la figure de la 14 propoſition que comme Æ 4 ℔, à la peſanteur de la colomne 6 ℔, ainſi T R à R V: mais declarant la cauſe Mathematiquement, il faut ſçavoir que comme le poids Z au poids de la colomne, ainſi R T à R Y, par la premiere propoſition: Mais Æ eſt egal à Z, & R V à R Y, par l'hypotheſe: comme donc Æ à la colomne, ainſi T R à R V.

Concluſion. Deux poincts donc eſtans dans l'axe d'une colomne, l'un ferme, l'autre mouvant, &c.

THEOREME VIII. PROPOSITION XVI.

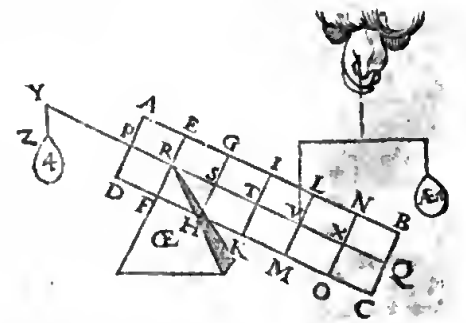
DEux poincts eſtans dans l'axe d'une colomne, l'un ferme, l'autre mouvant: L'elevant direct au mouvant qui peut tenir la colomne en une diſpoſition, la tiendra en toute autre quelconque.

Le donné. Soit la colomne avec ſes poids de la 14 propoſition, changée de diſpoſition ſur le poinct ferme R, comme cy joignant, & Æ 4 ℔ elevant direct.

Le requis. Il faut demonſtrer que l'elevant direct Æ tiendra auſſi la colomne en ceſte diſpoſition.

DEMONSTRATION.

Oſtons Æ, & attachons Z 4 ℔, alors par la 10 propoſition, la colomne ſe tiendra en ceſte diſpoſition;



mais Æ agit en V autant que Z en Y, par la 13 propoſition, parquoy oſtant Z, & remettant Æ, iceluy tiendra auſſi la colomne en telle diſpoſition.

Concluſion. Deux poincts donc eſtans dans l'axe, &c.

THEO-

THEOREME IX. PROPOSITION XVII.

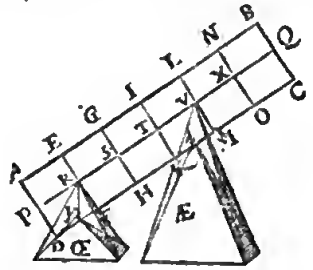
LA colomne repoſant ſur deux poincts en l'axe ; comme les parties de l'axe, entre le centre de gravité & chacun d'iceux poincts, ainſi les peſanteurs de la colomne repoſans ſur les meſmes poincts, d'ordre reciproque.

Le donné. Soit A B C D one colomne peſante 6 ℔, partie ſelon la 1 propoſitioo, repoſant es deox poioćts R, V, ſur les poinctes ou ſommets de OE & Æ.

Le requis. Il faut demonſtrer que comme T R à T V, ainſi la peſanteur qui repoſe ſur le ſommet de Æ au poinct V, à la peſanteur qui repoſe ſur le ſommet de OE au poinct R.

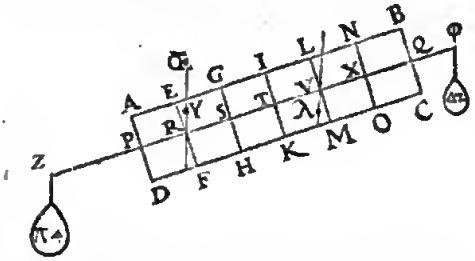
DEMONSTRATION.

TR eſt double à TV par l'hypotheſe, & ſur la poincte de Æ repoſent 4 ℔, & de OE 2 ℔, par le premier corollaire de la 14 propoſition; mais 4 ℔ à 2 ℔ ſont auſſi



doubles : comme donc T R à T V, ainſi le poids repoſant ſur la poincte de Æ, ao poids repoſant ſur la poincte de OE.

Mais pour demonſtrer neceſſairement la generalité de la conſequence : ſoit prolongée V R en Z, tellement que R Z ſoit egale à R V : prenant puis aptes R pour le poinct ferme, alors en Z reviendra Π 4 ℔, pour tenir la colomne en telle diſpoſition, par la 3 propoſition. Or ce qui tient la colomne en V, comme Æ, y fait autant que Π : prolongeant en apres R V juſques en Φ, faiſant V Φ egale à V R, & prenant V, comme poinct ferme : alors en Φ ſe trouvera devoir eſtre Δ, uo poids de 2 ℔, pour tenir la colomne en telle diſpoſitioo par le troiſieſme exemple : mais ce qui en R, tient la colomne, (tour ainſi que OE) y apporte aurant de force que Δ, par la 13 propoſitioo. Donc ſur OE repoſe un faix egal à Δ. Maintenant puis que Π eſt equilibre à la colomne au poinct ferme commuo R, le rayon T R, aura telle



raiſon à l'autre R Z, comme Π à la colomne, par la 1 propoſition : De meſme prenant V pour le poinct ferme, alors le rayon T V aura telle raiſon au rayon V Φ, comme Δ à la colomne, mais R Z eſt touſiours egale à V Φ : Nous avons donc icy deux proportions, chacune de 4 termes, deſquelles 2 termes conviennent entr'eux, aſſavoir les deuxieſme & quatrieſme ; comme,

T R, R Z ; Π, colomne.
auſſi T V, V Φ ; Δ, colomne.

Parqooy T R à T V ſera comme Π à Δ : & puis que Π eſt egal au poids de la colomne, qoi repoſe ſur la poincte V de la pyramide Æ, & de meſme le poids Δ eſt egal à ce faix, qui repoſe ſur la poincte R de la pyramide OE: parquoy comme T R à T V, ainſi le poids qui repoſe ſur la poioćte V, à celuy qui repoſe ſur la poincte R, des pyramides Æ & OE.

Concluſion. La colomne donc repoſant ſur deux poincts en l'axe : comme les parties de l'axe, entre le centre de gravité & un chacun d'iceux poincts, ainſi les peſanteurs de la colomne repoſans ſur les meſmes poioćts, d'ordre reciproque, comme il a eſté propoſé au commencement.

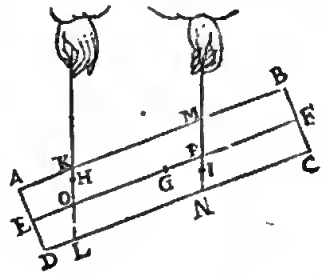
COROLLAIRE.

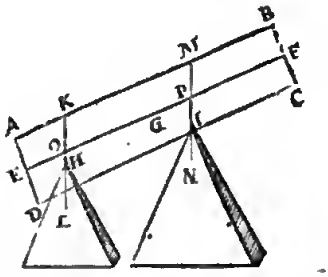
Si les deux poincts ſur leſquels la colomne repoſe, eſtoyent és perpendicles par R & V, les meſmes poids s'y repoſeroyent auſſi bien que devant : Soyent par exemple des perpendiculaires par R & V, & en icelles pris des poincts, comme Y & λ, ſur leſquels ſoit poſé que la colomne repoſe ; il apperr que ſur Y repoſeront 2 ℔, & ſur λ 4 ℔, d'où procede le theoreme ſuivaot.

THEOREME X. PROPOSITION XVIII.

VNe colomne repoſant ſur deux poincts quelconques, comme les parties de l'axe, entre les perpendiculaires paſſantes par iceux poincts & le centre de gravité de la colomne, ainſi reciproquement les poids de la colomne qui repoſent ſur les meſmes poincts.

Le donné. Soit A B C D une colomne, l'axe E F ; G centre de gravité, les deux poincts ſur leſquels la colomne repoſe ſoyent H, I, par où paſſent les perpendiculaires K L, M N, coupans l'axe en O, P : Je dis que





comme G O à G P, ainſi la peſanteur de la colomne qui repoſe ſur le poinct I, à celle qui repoſe ſur le poioct H : dont la demonſtration eſt manifeſte par le corollaire de la precedeote 17 propoſition. Toutesfois pour faire la declaration plus ample de la neceſſité de conſequeoce, ſoit H eſtimé eſtre au lieu de O ; alors le poids repoſant ſur H aura telle raiſoo au poids repoſant ſur P, comme G P à G O, par la 17 propoſition. Suppoſons puis apres que H demeurant ferme, la colomne ſoit abbaiſſée plus bas, autant que de H en O ; cela n'altere en rien le poids par la 3 petition : Semblablement ſera demonſtré que la peſanteut qui repoſe

ſur P, tepoſe auſſi ſur I, & partant comme G O à G P, ainſi ſeront les peſanteurs qui tepoſent ſur I & H.

Concluſion. Une colomne donc tepoſant, &c.

Corollaire.

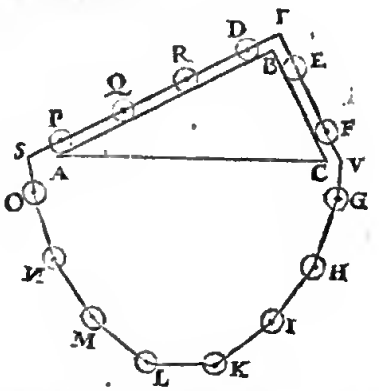
Il eſt manifeſte par ce que devant, que voulant reeognoiſtre la taiſon de la peſanteur repoſant ſur I, à celle qui tepoſe ſur H, qu'on doit à ceſte fin mener les perpendieulaires K L, M N, eoupant l'axe és poincts O, P; & que la raiſon de G O à G P ſeroit la requiſe; ainſi donc, lors que la peſanteur de la eolomne eſt noroire, qu'auſſi ſeront les peſanteurs de celles qui repoſent ſur chacun poinct, tel que H, I.

JUSQUES ICY ONT ESTE declarées les proprietez des peſanteurs directes; ſuivent les proprietez & qualitez des obliques, deſquelles le fondement general eſt eompris au Theoreme ſuivant.

Theoreme XI. Propoſition XIX.

Si un triangle, a ſon plan perpendiculaire à l'horizon, & ſa baſe parallele à iceluy; & ſur un chacun des deux autres coſtez un poids ſpherique, de peſanteur egale; comme le coſté dextre du triangle, au feneſtre; ainſi la puiſſance du poids feneſtre, à celle du poids dextre.

Le donné. Soit A B C un triangle ayant ſon plan perpendieulaire à l'horizon, & ſa baſe A C parallele à iceluy horizon: & ſoit ſur le coſté A B (qui eſt double à B C) un poids en globe D, & ſur B C un autre E, egaux en peſanteur & en grandeur.



Le requis. Il faut demonſtret que comme le coſté A B 2 au coſte B C 1, ainſi la puiſſanee ou pouvoir du poids E à celle de D.

Preparation. Soit accommodé à l'entour du triangle un entour de 14 globes, egaux en peſanteur, en grandeur, & equidiſtans, eomme D, E, F, G, H, I, K, L, M, N, O, P, Q, R, enfilez d'une ligne paſſant par leurs centres, ainſi qu'ils puiſſent tourner ſur leurs ſuſdits centres, & qu'il y puiſſe avoir 2 globes ſur le coſté B C, & 4 ſur B A, alors comme ligne à ligne, ainſi le nombre des globes an nombre des globes: qu'auſſi en S, T, V, ſoyent trois poincts fermes, deſſus leſquels la ligne, ou le filet puiſſe eouler, & que les deux parties au deſſus du triangle ſoyent paralleles aux coſtez d'iceluy A B, B C; tellement que le tout puiſſe tourner libremeut & ſans accrochement, ſur leſdits coſtez A B, B C.

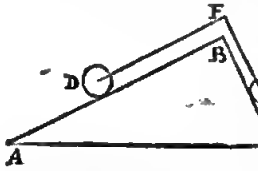
Demonstration.

Si le pouvoir des poids D, R, Q, P, n'eſtoit egal au pouvoir des deux globes E, F, l'un coſté ſera plus peſant que l'autre, donc (s'il eſt poſſible) que les 4 D, R, Q, P, ſoyent plus peſans que les deux E, F; mais les 4 O, N, M, L, ſont egaux aux 4 G, H, I, K; parquoy le coſté des 8 globes D, R, Q, P, O, N, M, L, ſera plus peſant ſelon leur diſpoſition, que non pas les 6, E, F, G, H, I, K, & puis que la partie plus peſante emporte la plus legere, les 8 globes deſcendront, & les autres 6 monteront: Qu'il ſoit ainſi donc, & que D vienne, où O eſt preſentement, & ainſi des autres; voire que E, F, G, H, viennent, où ſont maintenant P, Q, R, D, auſſi I, K, où ſont maintenant E, F: Ce neantmoins l'entour des globes aura la meſme diſpoſition qu'auparavant, & par meſme taiſon les 8 globes auront le deſſus en peſanteur, & en tombant feront revenir 8 autres en leurs places, & ainſi ce mouvement n'auroit aucune fin, ce qui eſt abſurde. Et de meſme ſera la demonſtration de l'autre coſté: La partie donc de l'entour D, R, Q, P, O, N, M, L, ſera en equilibre avec la partie E, F, G, H, I, K; que ſi on oſte des deux coſtez, les peſanteurs egales, & qui ont meſme diſpoſition, comme ſont les 4 globes O, N, M, L, d'une part, & les 4, G, H, I, K, d'autre part; les 4 reſtans D, R, Q, P, ſeront & demeureront en equilibre avec les 2 E, F; parquoy E aura un pouvoir double au pouvoir de D; comme donc le coſté B A 2, au coſté B C 1, ainſi le pouvoir de E, au pouvoir de D.

Concluſion. Si un triangle donc a ſon plan, &c.

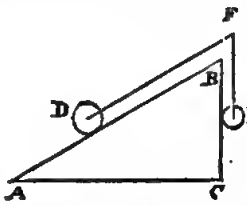
Corollaire I.

Soit A B C un triangle comme devant, & A B double à B C, & ſoit D un globe ſur A B, double à E, qui eſt ſur B C; en F ſoit un poinct ferme, par deſſus lequel la ligne D F E puiſſe couler ſans empeſchement, ainſi que D F, F E ſoyent paralleles aux coſtez du triangle A B C, procedantes des centres des globes; il appert que D, E ſeront en eor en equilibre, puis que cy-deſſus P, Q, R, D, l'eſtoyent à E, F; parquoy comme A B à B C, ainſi le globe D au globe E.



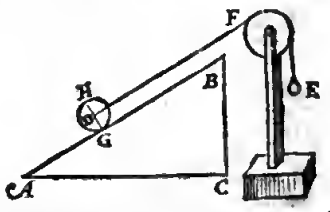
Corollaire II.

Soit maintenant l'un des coſtez du triangle, comme B C (qui eſt moitié de l'autre A B) perpendieulaire à A C, comme cy joignant; le globe D, qui eſt double à E, ſera encor en equilibre avec E, car comme le coſté A B à B C, ainſi le globe D au globe E.



Corollaire III.

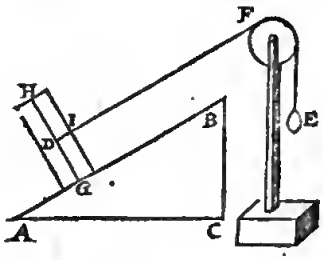
Soient derechef les meſmes poſées, mais au lieu du poinct ferme F, ſoit adaptée une poulie comme icy, ainſi que D F demeure parallele à A B; & que E ſoit un poids de quelle figure que ee puiſſe eſtte, egal en peſanteur à celuy de devant; iceluy avec D, ſeront encor en equilibre, parquoy comme A B à B C, ainſi D à E.



Corol-

Corollaire IV.

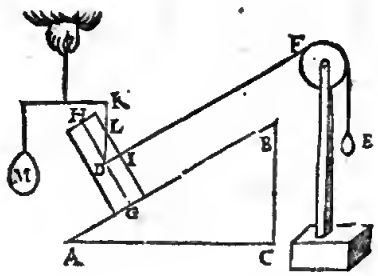
Veu qu'au globe D du troiſieſme corollaire, l'axe par G, comme G H, eſtoit perpendiculaire à A B, ſoit au lieu d'iceluy globe, mis un autre corps, comme icy D,



ayant ſon axe H G perpendiculaire auſſi à A B; & l'elevation oblique D F encore parallele à A B, coupant le coſté de la colomne en I, il appert que comme A B à B C, (dooble comme devant) ainſi la colomoe D au poids E.

Corollaire V.

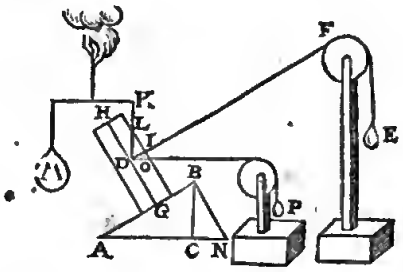
Soit icy menée une perpendieulaire par le centre de la colomne D, comme D K, coupant le coſté d'icelle en L; alors le triangle L D I ſera ſemblable au triangle A B C, car les angles A C B, & L I D ſoot droits, & L D eſt parallele à B C, & D I à A B; parquoy comme A B



à B C, ainſi L D à D I: Mais comme A B à B C, ainſi la colomne au poids E, par le quartieſme corollaire: Donc comme L D à D I, ainſi la colomoe à E: Que ſi eo K D on applique uo elevant ditect M, equilibre avec la colomne, il ſera egal en peſanteur à icelle, par la quatorſieſme propoſitioo: Et finalement comme L D à D I, ainſi M à E.

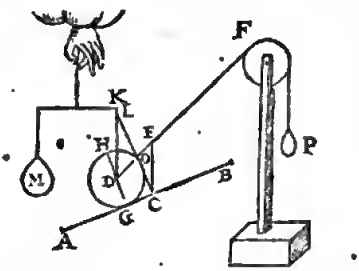
Corollaire VI.

Soit menée B N, coupant A C prolongée en N, & de meſme D O coupaot L I prolongée en O, tellement qoe l'angle I D O ſoit egal à l'angle C B N, puis ſoit appliqué l'elevant ditect P à D O, tenant la colomne eo telle diſpoſition (ayant oſté les pōids M, E) alors d'autant que L D eſt homologue à B A au triangle B A C; & D I, avec B C, il s'enſuit, que puis que B A à B C eſt comme le poids ſur B A au poids ſur B C, par le deuxieſme corollaire; qu'auſſi D L à D I, ainſi le poids appartenant à D L à celuy de D I, c'eſt comme M à E: Semblablemeot les trois lignes L D, D I, D O eſtans homologues aux trois A B, B C, B N; alors B A à B N eſtant comme les peſanteurs y appartenans, qu'auſſi L D à D O ſeroot comme les peſaoteurs y appartenans, c'eſt à dire comme M à P: Et de meſme ſeroit, ſi B N eſtoit de l'autre coſté de la perpendiculaire B C, aſſavoir eotre A B, B C;



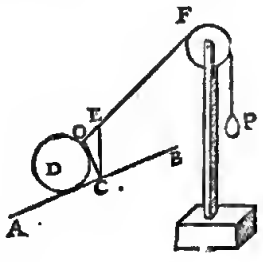
& ſemblablemeot D O eotre D L & D I: Car ceſte proportion n'eſt pas ſeolement lors que l'elevation, comme D I, eſt perpeodiculaire à l'axe, mais eo toute ſotte d'angles.

Ce que deſſus peut aoſſi eſtre eotendu d'uo globe ſur la ligne A B, comme icy joignant, là où nous dirons comme devant: Que comme L D à D O, ainſi M à P, (pourveu que C L ſoit en angles droits ſur A B, c'eſt à dire parallele à l'axe H G du globe D) & partant comme L D à D O, ainſi la peſanteur do globe, à P.



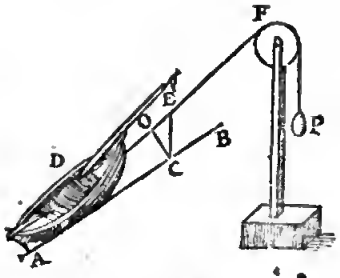
Mais puis que L D, D O ne peuvent pas bonnement eſtre traeées, au dedans du corps du globe, ſoit C E perpendicle, alors on aura un triangle C E O au dehors de ſa ſolidité, ſemblable à L D O: Dont les coſtez homologues ſont L D, C E, auſſi D O, E O; parquoy comme L D à D O, c'eſt à dire C E à E O, ainſi la peſanteur du globe, à P.

Soyent leſdites lignes à part pour plus ample declaratioo, comme cy joignant, où nous dirons que



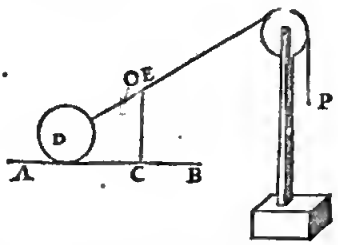
C E eſt à E O, ainſi la peſanteur du globe D à celle de P.

Et cela non pas ſeulement des globes, mais de toute autre ſorte de corps ſolides, coulans ou roulans, comme icy joignant (deſqoels nous traiterons particulierement



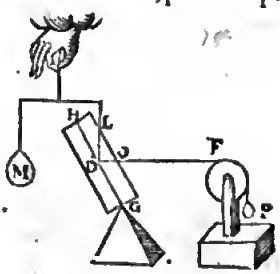
rement en la practique de Statique) où nous dirons auſſi que comme C E à E O, ainſi le poids du corps ſolide D, au poids de P.

Il appert auſſi, que la ligne A B eſtant parallele à l'horizon, comme icy joignant, que C E & C O, couviendront en une meſme ligne, & ainſi n'y aura nulle diſtance entre O, & E, & par conſequent nulle raiſon de C E à E O, ce qui donne à entendre que la moindre peſanteur en P, quelle que ce ſoit, ne pourra eſtre en equi-



libre avec D, mais emportera & fera rouler D (entendant cecy ſelon la maniere de parler és Mathematiques) quelle peſanteur que D puiſſe avoir: D'où s'enſuit que toute peſanteur conduire le long d'un plan horizontal, comme bateaux flottans ſur l'eau, chariots le long des plaines, &c. n'ont pas beſoing ſeulement pour les faire mouvoir, de la force d'une mouche, ſinon qu'à cauſe des empeſchemens, que font l'eau, l'aïr, le frottement des rouës, & le choquement des meſmes contre le pavé mal uny, auſſi le frottement de l'eſſieu dedans le moyen, & choſes ſemblables.

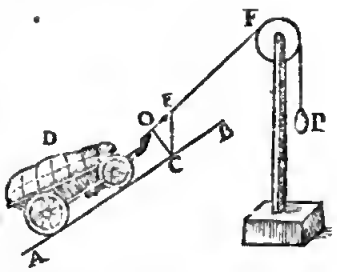
Mais d'autant que le triangle A B N du ſixieſme corollaire, ne cauſe aucun changement en ceſte proportion, oſtons le doreſnavant, prenant G pour puinct fer-



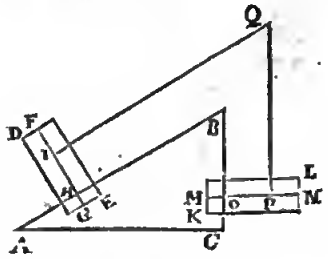
me de la colomne, repoſant comme icy joignant ſur la poincte ou ſommet d'une pyramide, & dira-on encor comme devant, que comme L D à D O, ainſi M à P.

Corollaire VII.

Or afin qu'on voye que ceſte proportion ne conſiſte pas ſeulement en ce que l'elevation directe D L, vient du centre de la colomne, & que le poinct ferme ſoit à l'extremité de l'axe, comme cy-deſſus en G au ſixieſme



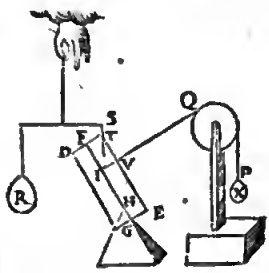
corollaire. Soit A B C un triangle, dont le coſté A B ſoit double à B C, & B C ſoit perpendicle à A C: Et ſoit D E une colomne, dont l'axe P G eſt perpendiculaire ſur A B, & coupant A B au poinct H, de plus ſoit I quelque poinct en l'axe, & K L une autre colomne egale



& ſemblable à la precedente D E, & O un poinct de l'axe touchant B C, & de meſme diſpoſition en ſa colomne que H à la ſienne: ſoit auſſi P un autre poinct de telle diſpoſition à la colomne K L, que I à D E; & Q un poinct ferme, par deſſus lequel la ligne I Q P, puiſſe couler & demeurer parallele à A B C: Alors pour les raiſons deduites à la 19 propoſition des 14 globes, (ce que nous pourrioos auſſi faire avec pluſieurs colomnes;) la puiſſance de diſpoſitioo du poids K L ſera double, à celle du poids D E.

Corollaire VIII.

Soit adapté l'elevant directR, au poioct I du ſeptieſme corollaire; ſa ligne d'elevation directe ſoit I S coupant la colomoe en T; & I Q la colomne en V; & ſoit



X au lieu de la precedente colomne K L, egal à la moitié du poids de la colomne ſuſdite K L; Soit auſſi oſté le triaogle A B C, que la colomne repoſe ſur la poincte H, comme icy: Et pour les precedentes raiſons, comme T I à I V, ainſi R à X. Et ce non pas ſeulement lors que I V eſt perpendicle ſur l'axe F G, mais oblique ainſi qu'il advient: ce qu'oo pourroit auſſi demonſtrer particulierement, n'eſtoit que le tout eſt manifeſté ſuffiſamment par le ſixieſme corollaire.

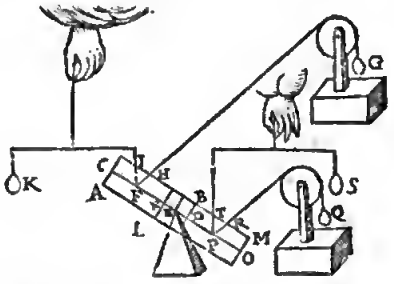
Corollaire IX.

Nous avons declaré ceſte proportion au huictieſme corollaire, là où le poinct mouvant I eſtoit plus haut que le ferme H, & où la ligne d'elevation oblique I V

ſe te-

ſe tenoit du coſté du poinct ferme H ; nous demonſtrerons maintenant que la meſme proportion eſt aux autres diſpoſitions; & premierement où le poinct mouvãt eſt plus bas que le ferme, & là où la ligne d'elevation oblique ſe deſtourne du poinct ferme, en ceſte maniere.

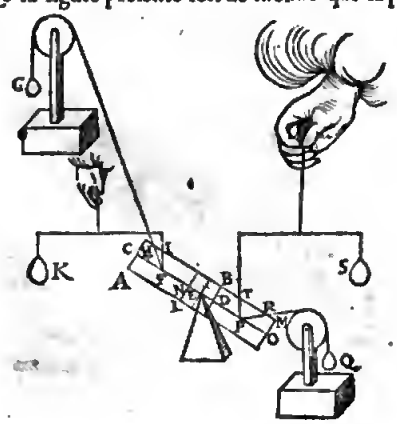
Soit A B une colomne, dont E poinct ferme a l'axe C D, & le poinct mouvant F; auſſi l'elevant oblique qui la tient en telle diſpoſition ſoit G, ſa ligne F H, & F I l'elevation directe, & K ſon poids. Soit L M auſſi une colomne, egale & ſemblable à la colomne A B, ſon axe N O, poinct ferme E, & poinct mouvant P, ainſi que E N & E D ſoyent egales, & E F à E P, auſſi l'elevant oblique Q, egal à G; ſa ligne P R ſoit parallele à F H; auſſi l'elevant droit S ſoit egal à K, ſa ligne



d'elevation directe P T : Ce qu'eſtant ainſi, prenons que A M ſoit une colomne, ſon centre de gravité & poinct ferme ſera E par l'hypotheſe : Oſtons les poids K, G, S, Q, lors la colomne A M tiendra ſur E toute ſorte de diſpoſition qu'on voudra par la 7 propoſition: il demeurera donc ainſi, & les colomnes A B, L M ſeront equiponderantes: remettons les poids Q, G, leſquels attachez de meſme à choſes equiponderantes, & de meſme diſpoſition, alors par la 13 propoſition Q, G agiront egalement à la colomne A M; & partant Q agira tellement à ſa colomne L M, que G à la ſienne A B; mais la peſanteur de G eſt de tenir A B en telle diſpoſition, par le ſixieſme corollaire; donc la peſanteur de Q, ſera de tenir L M en telle diſpoſition; & de meſme K de tenir A B, ainſi donc la peſanteur de S pourra tenir la colomne L M en telle diſpoſition : Or comme I F à F H, ainſi K à G par le huictieſme corollaire : mais T P eſt egale à I F, & P R à F H, auſſi S à K, comme auſſi Q à G : & partant comme T P à P R, ainſi S à Q. D'où ſe conclud, que ceſte proportion eſt auſſi bien aux exemples, qui ont le poinct mouvant P, plus bas que le poinct ferme E, & où l'elevation oblique P R ſe deſtourne du poinct ferme E, lequel eſt là plus haut, & la ligne d'elevation oblique tire du coſté du poinct ferme; comme nous avons dit.

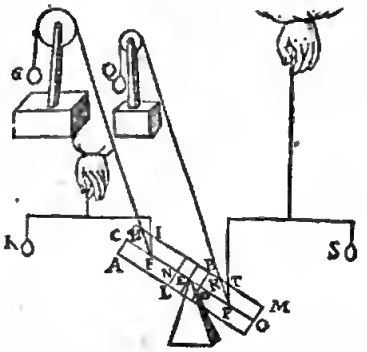
Corollaire X.

Que la figure preſente ſoit de meſme que la precedente, excepté qu'icy F H ſe deſtourne de F I de l'autre coſté, & que l'angle H F C eſt egal à R P O, d'où vient que G agit autant en la colomne A M que Q, & pour les raiſons du neufieſme corollaire G agit autant à la colomne A B, que Q à la colomne L M; maintenant par le neufieſme corollaire T P à P R, ainſi S à Q; & puis que I F eſt egale à T P, & F H à P R, & K à S, & G à Q, alors comme I F à F H, ainſi K à G.



Corollaire XI.

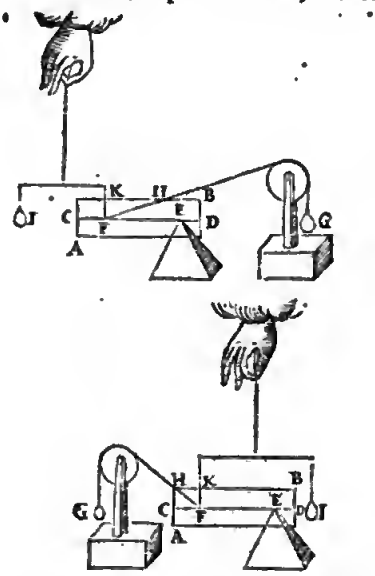
Que la figure preſente ſoit auſſi de meſme que la precedente, excepté qu'icy P R eſt de l'autre coſté de P T, & P R parallele à F H, d'où s'enſuit que Q agit autant que G à la colomne A M, & pour les raiſons du neufieſme corollaire, Q agit de meſme à L M, que



G à A B: Or comme I F à F H, ainſi K à G, par le ſixieſme corollaire; & d'autant que T P eſt egale à I F; & P R à F H, & S à K, & Q à G, alors T P à P R, ainſi S à G : Et pareillement on demonſtrera que ladite proportion eſt aux autres diſpoſitions par leurs contraires.

Corollaire XII.

Or que ceſte proportion convienne auſſi à la diſpoſition, où l'axe eſt parallele à l'horizon, il eſt manifeſte comme s'enſuit : Soit A B une colomne, & l'axe C D parallele à l'horizon, E poinct ferme, F mouvant;



G elevant oblique, tenant la colomne en ceſte diſpoſition, ſa ligne F H, & I elevant droit, tenant auſſi la colomne en tel eſtat ſa ligne F K. Ce qu'eſtant icy poſé, poſons maintenant, s'il eſtoit poſſible, que K F à F H

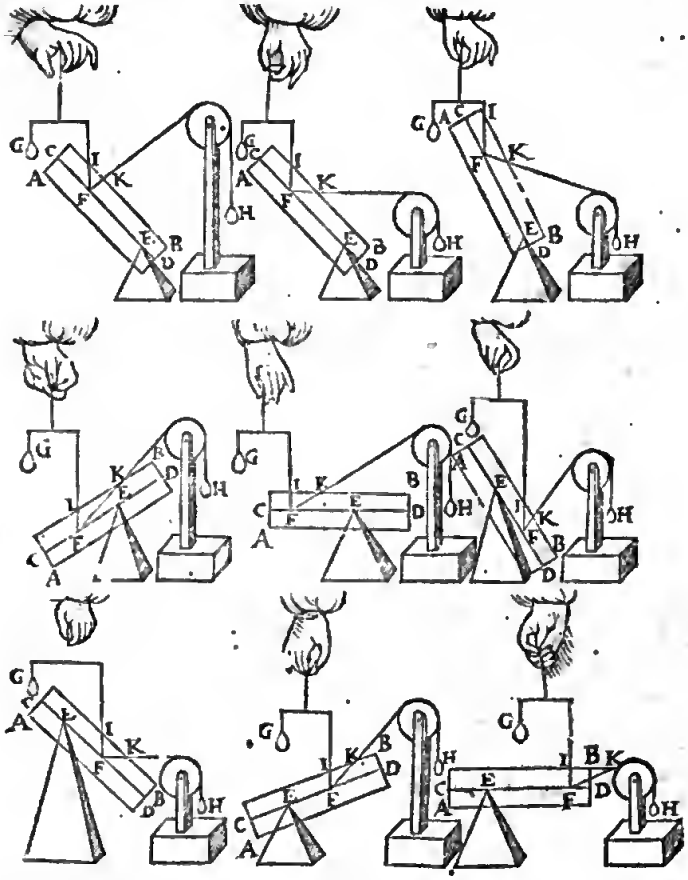
aye une autre raiſon, que I à G : Et par exemple, K F à F H, ſoit comme 1 à 2 ; mais I à G, comme 3 à 7 : Puis ayant abaiſſé la colomne de la premiere figure, ou hauſſé celle de la ſeconde, tant que K F à F H ſoit comme 3 à 7, alors G ſera en equilibre avec la colomne par les precedens cotollaires : Tellement que la colomne eſtant elevée ou deprimée, G y demeurera en equilibre: ce qui eſt manifeſtement impoſſible, comme il ſera auſſi demonſtré Mathematiquement par la 22 propoſition ſuivante. K F donc à F H n'a autre raiſon, que I à G.

De toutes les choſes precedentes nous deſcritons le theoreme ſuivant.

Theoreme XII. Proposition XX.

S'Il y a dans l'axe de la colomne un poinct ferme, & un mouvant, auquel il puiſſe eſtre tenu en quelque diſpoſition par le moyen d'un elevant direct : Comme la ligne d'elevation droite à la ligne d'elevation oblique, ainſi l'elevant direct à l'elevant oblique.

Le donné. Soit A B une colomne, ſon axe C D, E poinct ferme, F mouvant, laquelle ſoit ainſi ſouſtenue par l'elevant droit G, comme auſſi par l'elevant oblique H (lors que G n'y eſt pas) puis l'elevation droite coupe la colomne en I, & l'oblique en K : je dis, que



comme l'elevation droite I F à l'elevation oblique F K, ainſi l'elevant droit G, à l'elevant obliquo H ; ce qui eſt manifeſte par les precedentes.

Concluſion. S'il y a donc dans l'axe de la colomne, &c.

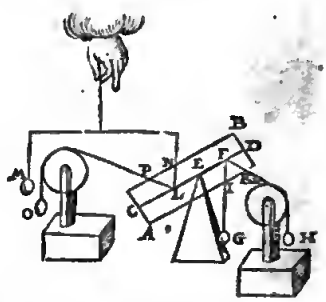
Notez.

Si quelques lignes, comme I F, F K, ne coupoyent pas le coſté de la colomne, on les prolongeta juſques à ce qu'elles le coupent, comme en la derniere figure precedente.

Theoreme XIII. Proposition XXI.

S'Il y a dans l'axe de la colomne un poinct ferme, & un mouvant, auquel il puiſſe eſtre tenu en quelque diſpoſition, tant par un deprimant direct qu'oblique : Comme la ligne de depreſſion droite à l'oblique, ainſi le deprimant droit à l'oblique.

Le donné. Soit A B une colomne, & dans l'axe C D ſoyent les poincts E ferme, & F mouvant, auquel eſtabliſſant deux poids deprimans, comme G direct & H oblique, tellement que chacun d'iceux la puiſſe tenir en ceſte diſpoſition, puis les lignes de depreſſion ſoyent la droite F I & F K l'oblique.



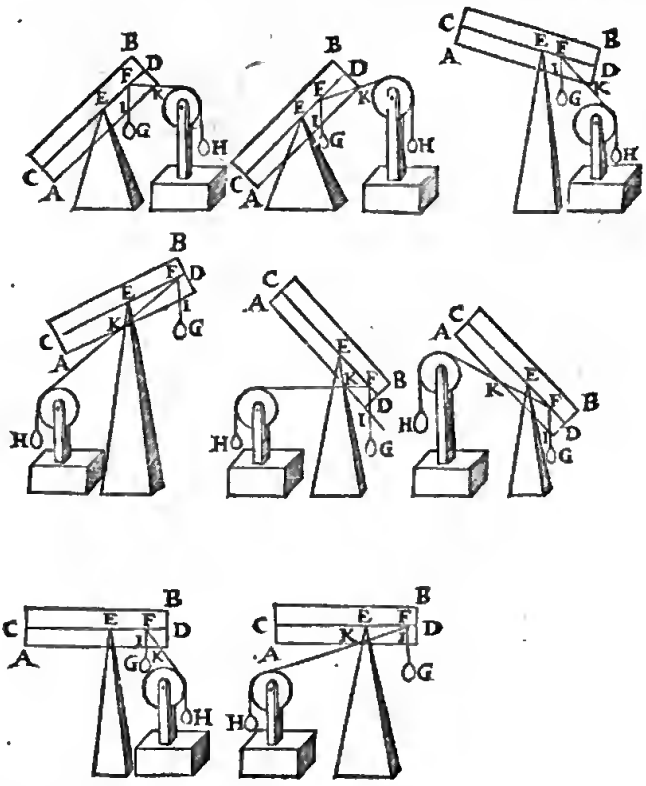
Le requis. Il faut demonſtrer que comme I F à F K, ainſi G à H.

Preparation. Soit E L egale à E F, & eſtabliſſant à L l'elevant directe M, qui puiſſe tenir la colomne en telle diſpo-

diſpoſition, dont L N l'elevation directe : Semblablement un elevant oblique O en L, & L P ſera ſon elevation oblique, tellement qu'il puiſſe auſſi tenir la colomne en telle diſpoſition, & que P L ſoit parallele à F K.

DEMONSTRATION.

Comme N L à L P, ainſi M à O, par la 20 propoſition. Or G & M agiſſent egalement à la colomne par la 13 propoſition, comme auſſi H & O : Parquoy com-



me I F à F K, ainſi G à H, d'autant que I F & L N ſont egales, comme auſſi P L & F K : Et ſemblable ſera la demonſtration des autres diſpoſitions, comme aux figures ſuivantes.

Concluſion. Si dans l'axe de la colomne, &c.

PROBLEME IX. PROPOSITION XXII.

SI dans l'axe de la colomne donnée, y a deux poincts, l'un ferme, l'autre mouvant, auquel y a un poids incognu qui tient la colomne en une diſpoſition donnée : Cognoiſtre ledit poids.

Le donné. Soit A B C D une colomne, peſante 6 ℔, departie comme en la 1 propoſition : Et les poincts donnez, X ferme, S mouvant, auquel y a un poids incognu Y elevant oblique, equilibre avec la colomne, & ſa ligne coupe le coſté de la colomne A B en O E.

Le requis. Il faut trouver combien l'elevant oblique Y peſe.

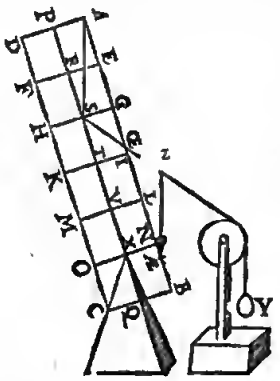
CONSTRVCTION.

On verra quel elevant direct en S, pourroit tenir la colomne en ceſte diſpoſition, lequel ſera trouvé par la 14 propoſition de 4 ℔ : Et puis on cerchera quelle raiſon il y a de quelque perpendicle, comme Z Æ à Z OE, je prens que ce ſoit comme 2 à 1, d'où faudra dire, ſi 2 donne 1, combien l'elevant droit 4 ℔ ? viendra pour Y 2 ℔, & autant peſe-il.

Preparation. Soit menée une perpendiculaire par S, comme A S.

DEMONSTRATION.

Comme A S à S OE, ainſi l'elevant droit à l'oblique Y, par la 20 propoſition ; mais le triangle OE Z Æ eſt ſemblable à OE S A ; comme donc A S à S OE, ainſi Æ Z à Z OE : & partant comme Æ Z 2 à Z OE 1, ainſi l'elevant droit 4 ℔ à Y, qui peſera donc 2 ℔ ; ce qu'il falloit cognoiſtre : Et ainſi de tous autres.



Concluſion. Si donc dans l'axe de la colomne donnée, y a deux poincts, l'un ferme, l'autre mouvant, auquel y a un poids incognu qui tient la colomne en une diſpoſition donnée : cognoiſtre ledit poids.

NOTEZ I.

Nous euſſions peu dire en la conſtruction, A S 2 donne S OE 1, combien l'elevant droit 4 ℔ ? ent venu pour Y 2 ℔ ; mais d'autant qu'on ne peut tracer ces lignes A S, S OE dans le corps ſolide, pourtant auſſi on a mené la perpendiculaire Z Æ exterieurement.

NOTEZ

Notez II.

Il eſt auſſi manifeſte que des 4 termes, comme elevant droit, elevation directe, elevation oblique, & la colomne, ſi 3 ſont cognus, que le 4 quelconque ſera noroire; ce qui ſe peut faire par raiſon inverſe ou alterne.

Theoreme XIV. Proposition XXIII.

Les poids egaux, deſquels les lignes ſont des angles egaux à l'axe à dextre & à ſeneſtre, venans d'un meſme poinct agiſſent egalement à la colomne.

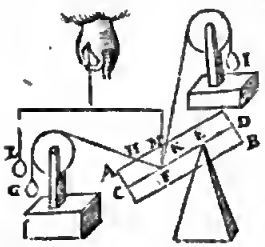
Le donné. Soit A B une colomne, ſon axe C D, auquel il y a un poinct ferme E, & mouvant F, d'où ſont eſtablis diverſement deux poids G, I; deſquels les lignes H F, F K, font des angles egaux C F H, D F K à dextre & à ſeneſtre.

Le requis. Il faut demonſtrer que les poids G, I agiſſent egalement, aſſavoir que ſi G peut tenir la colomne en telle diſpoſition, qu'auſſi ſera I.

Preparation Soit adapté en F un elevant droit I, qui tienne ſeul la colomne en la meſme diſpoſition, que G ſeul.

Demonstration.

D'autant que H K & C D ſont paralleles, & les angles H F C, K F D egaux par l'hypotheſe, il s'enſuit que les lignes H F, F K ſeront egales; & partant qu'elles autont meſme raiſon à une tierce M F; aſſavoir que comme M F à F H, ainſi M F à F K; mais comme M F à F H, ainſi L à G, ou bien L à I (car G & I ſont poſez egaux:) Donc comme M F à F K, ainſi L à I; & par conſequent I ſeul tiendra auſſi la colomne A B en meſme diſpoſitiou que G ſeul, & partant ils agiront egalement en la colomne, & ſemblable ſera la demonſtration és aurres exemples.



Concluſion. Les poids donc egaux, deſquels, &c.

Theoreme XV. Proposition XXIV.

Les poids deſquels les lignes ſont à angles droits ſur l'axe, agiſſent alors le plus ſur la colomne en quelle diſpoſition que ce ſoit.

Le donné. Soit A B une colomne, l'axe C D, le poinct ferme E, le mouvant F, & G un poids, duquel la ligne F H eſt perpendiculaire à l'axe C D; & tenant la colomne en telle diſpoſition; puis ſoit nn autre poids I egal à G, mais faiſant avec ſa ligne K F un angle oblique à l'axe C D, & au meſme poinct F.

Le requis. Il faut demonſtrer que I ne pourra tenir la colomne en telle diſpoſition, comme n'agiſſant pas tant que G, nonobſtant qu'ils ſoyent egaux en poids; pource que ſa ligne K F fait un angle oblique à l'axe.

Preparation. Soit adapté un poids L, elevant direct, tenant la colomne en la meſme diſpoſition, qne fait G.

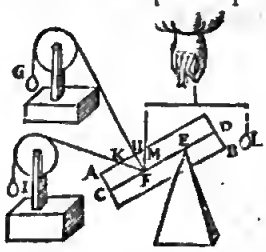
Demonstration.

A. *Tout poids qui a moindre raiſon à L, que ſa ligne, à F M, eſt trop leger pour tenir la colomne en telle diſpoſition, par la 10 propoſition.*

I. *Le poids I a moindre raiſon à L, que K F à F M.*

I. *Le poids I donc eſt trop leger pour tenir la colomne en telle diſpoſition.*

La demonſtration de la mineure eſt telle. Le poids G a telle raiſon à L, que H F à F M; d'autant que G tient la colomne en telle diſpoſition, auſſi L tout ſeul: Et puis que G & I ſont egaux, alors I à L ſera comme H F à F M: mais pource que F H eſt perpendiculaire à C D, ou A M, K F ſera majeure à F H, par la 47 propoſition du premier livre *d Euclide*; & ainſi H F à F M (qui eſt I à L) ſera moindre raiſon, que non pas K F à F M; c'eſt à dire que I a moindre raiſon à L, que ſa ligne K F à F M. Parquoy I ſera trop leger pour tenir la colomne en telle diſpoſition.



Concluſion. Les poids deſquels, &c.

Theoreme XVI. Proposition XXV.

Si une colomne eſt ſuſpendue par deux lignes non paralleles, icelles produictes ſe rencontreront dans la perpendicle de gravité de la colomne.

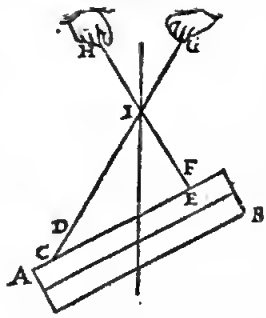
1 Exemple.

Le donné. Soit A B une colomne, ſuſpendue ou attachée aux deux lignes C D, E F; leſquelles produires ſe rencontrent en I.

Le requis. Il faut demonſtret que le poinct I eſt en la perpendiculaire de gravité de la colomne A B.

Demonstration.

L'angle F E C, ou I E C, ou H E C eſt le meſme, auſſi D C E, I C E, ou G C E; parquoy quelques poincts qu'on prenne à chaque ligne H E & C G pour ſuſpendre la colomne, elle ſe tiendra en meſme diſpoſition; mais eſtant ſuſpédue au poinct I, qui eſt un poinct commun és deux lignes C G, H E, la perpendiculaire paſſant par I ſera perpendiculaire de gravité de la colomne; le poinct I ſera donc en ceſte perpendiculaire de gravité.



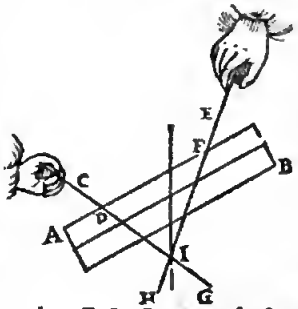
2 Exemple.

Le donné. Soit A B nne colomne attachée aux lignes non paralleles C D, E F, leſquelles produires ſe rencontrent en I.

Le requis. Il faut demonſtrer que I eſt en la perpendicle de gravité de la colomne A B.

Demonstration.

Prenons que D G, F H ſouſtiennent la colomne, leſquelles par la 2 petition ne tompent ny ne plient, elles agiront egalement ſur la colomne, comme C D, E F: car elles tiennent la colomne en la meſme diſpoſition, en une façon auſſi bien qu'en l'autre; & quelques poincts qu'on prenne dans D G, F H pour ſouſtenir la colomne, ce ſera touſiours



rouſiours la meſme choſe; que ce ſoit I poinct commun qui ſouſtienne la colomne, il ſera dans la perpendicle de gravité de la colomne : donc I ſera dans ladite perpendicle de gravité.

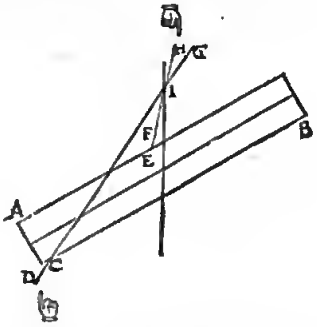
3 Exemple.

Le donné. Soit A B une colomne, comme devant, ſouſtenue par la ligne de depreſſion oblique C D, & d'elevation oblique E F, leſquelles produites ſe coupent en I.

Le requis. Il faut demonſtrer que I eſt dans la perpendicle de gravité de la colomne A B.

DEMONSTRATION.

Prenons que G C pouſſe la colomne, aſſavoir au lieu que C D la tire, que G C la pouſſe en bas : & au lieu de G C, on pourra prendre de C juſques à un poinct ptis à la volonté entre C & G : & auſſi entre E & H, pour



tenir la colomne en meſme diſpoſition, ſoit I commune extremité. La colomne eſt donc tenuë par iceluy en ſa diſpoſition donnée, & attachant la colomne au poinct ſeul I ; telle perpendiculaire par I, ſera perpendicle de gravité, en laquelle eſt I.

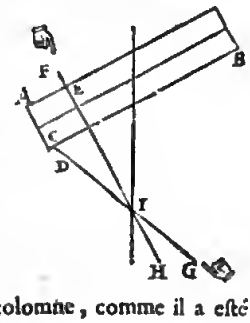
4 Exemple.

Le donné. Soit A B une colomne, tenuë en telle diſpoſition par les lignes obliques, comme C D de depreſſion, & de E F d'elevation ; les meſmes produites ſe rencontrent en I.

Le requis. Il faut demonſtrer que I eſt en la perpendicle de gravité de la colomne A B.

DEMONSTRATION.

Poſons que H E ſuppotte la colomne, laquelle avec la ligne de depreſſion oblique C D I tient la colomne en telle diſpoſition : La colomne donc eſt ſouſtenuë par le ſeul poinct I ; parquoy la perpendicle par I, eſt la perpendiculaire de gravité: donc les lignes C D, F E ſe rencontrent en la perpendicle de gravité de la colomne A B.



Concluſion. Si une colomne eſt ſuſpendue par deux lignes non paralleles, icelles produites ſe rencontreront donc dans la perpendicle de gravité de la colomne, comme il a eſté ptopoſé.

THEOREME XVII. PROPOSITION XXVI.

SI l'une des deux lignes, eſquelles la colomne eſt ſuſpendue, eſt perpendicle ſur l'horizon, l'autre y ſera auſſi perpendiculaire: que ſi l'une eſt oblique à l'horizon, auſſi ſera l'autre : ſi l'une auſſi ſe tourne vers l'autre, l'autre auſſi ſe tournera vers celle-cy : & ſi l'une ſe deſtourne de l'autre, l'autre ſe deſtournera auſſi de celle-cy.

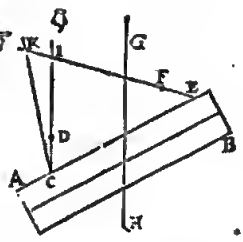
Le donné. Soit A B une colomne pendante à deux lignes, l'une C D perpendiculaire à l'horizon, l'autre E F (s'il eſtoit poſſible) oblique à l'horizon, & G H ſoit la perpendicle de gravité de la colomne.

Le requis. Il faut demonſtter le contenu de la propoſition.

Preparation. Soyent C D, E F produites ſe coupant en I.

DEMONSTRATION.

Si la colomne ſe tient par les lignes C D, E F, elle ſe tiendra par tous les poincts fermes qu'on y pourroit ptendre, d'autant que les angles I C E & I E C ne changent pas : Parquoy ptenant I pour le poinct ferme commun, la colomne demeurera pendue en la meſme diſpoſition, & I C ſera perpendicle de gravité ; ce qui eſt impoſſible, car G H eſt ſa patallele ; & ſemblable ſera la demonſtration lors que E F ſe toutne de l'autre coſté : Si donc I C eſt perpendicle à l'horizon, F E n'y ſera pas oblique, & partant y ſera auſſi perpendicle : Si auſſi E F y eſt oblique, l'autre y ſera auſſi oblique. D'avantage, veu que E F ſe tourne vers le coſté A, l'autre ligne ſe doit tourner vers E F ; car ſoit (s'il eſtoit poſſible) qu'elle s'en deſtourne, comme icy C K, coupant E F en K : tellement que pour les raiſons cy-devant dites, la perpendicle par K ſera la perpendiculaire de gravité ; ce qui eſt plus abſurde que la precedente en I : La ligne donc par C ſe doit tourner vers E F, ne pouvant eſtre parallele à icelle, ny ſe tourner d'autre coſté : De meſme poutroit-on demonſtrer, que ſi E F ſe deſtourne de l'autre, que ceſt autte ſe deſtoutneta de E F.



Concluſion. Si donc l'une des deux lignes, &c.

THEOREME XVIII. PROPOSITION XXVII.

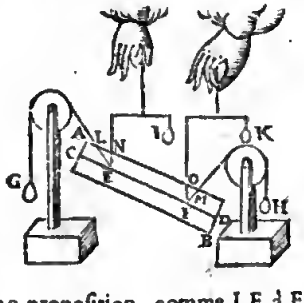
SI une colomne eſt penduë en equilibre à deux elevans obliques : Comme la ligne d'elevation oblique, à la ligne d'elevation droite, ainſi chaque elevant oblique à ſon elevant direct.

Le donné. Soit A B une colomne, ſon axe C D, & deux poincts en icelle E, F, où ſont attachez deux poids obliques elevans G, H en telle diſpoſition, leurs lignes E L, F M ; puis deux elevans directs I, K, leſquels la ſouſtiennent eux deux auſſi en meſme diſpoſition.

Le requis. Il faut demonſtrer que comme L E à E N, ainſi G à I, & que comme M F à F O, ainſi H à K.

DEMONSTRATION.

Prenons F pour poinct ferme, E pour mouvant :



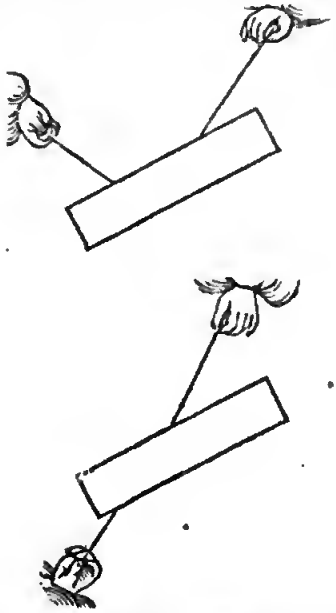
alors par la 20 propoſition, comme L E à E N, ainſi G à I : Ptenons maintenant E pour ferme, & F mouvant ;

vant ; & par ladite 20 propoſition, comme M F à F O, ainſi H à K.

Concluſion. Si une colomne eſt donc pendue en equilibre, &c.

Corollaire.

Il appert que ſi une colomne eſt attachée par deux lignes non paralleles, comme icy joignant, qu'on



ponrra cognoiſtre combien chaque ligne ſouſtiendra, ou de quelle force chaque ligne agira.

Alb. Girard.

Pour trouver quelle peſanteur il vient ſur chaque ligne oblique, ou en quelle raiſon ; Ie dis que les poids G à H ſont en raiſon, comme L E à F M, joinct la raiſon de M O à N L, en la premiere figure precedente ; ou au lieu de dire M O à N L, (en marquant au centre de la colomne la lettre Z) on pourroit dire F Z à Z E ; partant comme G à H, ainſi L E à F M ; joinct la raiſon de F Z à Z E ; ce qui eſt notoire par les 17 & 20 propoſitions : Mais cecy ſe verra plus amplement en la Statique des cordages cy-apres.

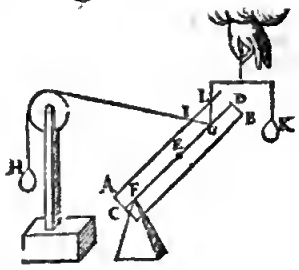
Notez.

Nous avons pris une colomne en pluſieurs exemples des propoſitions de ce livre, comme la plus convenable figure pour declarer noſtre deſſein, auſſi par les poincts ferme & mouvant dans l'axe : Nous demonſtrerons en ceſte derniere propoſition, que les regles deſdites propoſitions ſont generales en toutes figures, & les poincts fermes & mouvans, où ils pourront eſchoir.

Theoreme XIX. Propoſition XXVIII.

Toutes les proportions deſcrites cy-devant de la colomne aux poids qui y ſont attachez, & de leurs lignes : Les meſmes ſont de tout autre ſolide, aux poids y attachez, & de leurs lignes.

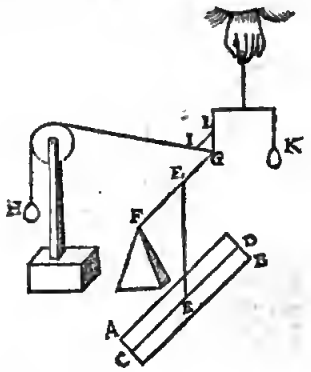
Le donné. Soit pris l'exemple de la proportion mentionnée en la 20 propoſition, en ceſte ſorte. Soit A B une colomne, ſon axe C D, E centre de gravité, F poinct ferme, & G mouvant, auquel ſoit adapté l'elevant oblique H, & le direct K, chacun pouvant tenir la colomne en ceſte diſpoſition, leurs lignes G I, G L : où la proportion eſt, comme I G à G L, ainſi H à K.



Le requis. Il faut demonſtrer que ceſte proportion, n'eſt pas ſeulement pour la colomne A B, mais pour toute autre figure, comme il eſchoit.

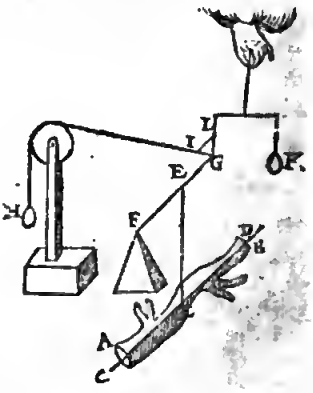
Demonstration.

Abaiſſons la colomne (F G, I L demeurans en leur lieu) tellement qu'elle demeure ſuſpendue en ſon centre de gravité E, dont la diſpoſition ſoit comme icy



joignant : Et par la troiſieſme petition, la colomne ne cauſant aucune alteration aux poincts F, G, tout demeurera encor en equilibre ; parquoy comme I G à G L, ainſi H à K.

Puis ſoit la figure de la colomne changée en une autre irreguliere quelconque, ſeulement que la meſme peſanteur demeure, comme icy A B ; dont E ſoit cen-

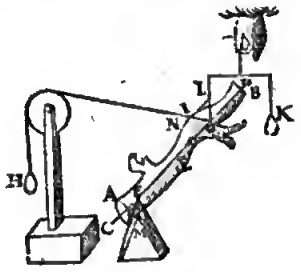


tre de gravité (lequel centre de gravité ſera trouvé mechaniquement comme on verra en la practique ſuivante) ainſi le tout demeure encor en equilibre ; partant comme I G à G L, ainſi H à K, comme devant.

Soit puis apres relevé ledit corps irregulier A B, juſques à ce que la ligne C D ſoit en F G, comme icy, tout demeure encor en equilibre, veu que par la 5 petition le poids plus haut, ou plus bas, n'altere en rien

à ſa

à ſa peſanteur, & partant I G à G L ſera encor comme H à K. La proportion donc de la 20 propoſition n'eſt



pas particuliere pour les colomnes, mais generalement pour toutes ſoliditez regulieres ou irregulieres. Et ſemblable pourra eſtre la demonſtration generale des autres propoſit. qui prennent la colomne pour ſuject.

Concluſion. Toutes les proportions donc deſcrites cy-devant de la colomne aux poids qui y ſont attachez, &c.

Corollaire.

Il eſt notoire auſſi que les poincts donnez, comme F, G, ne doivent eſtre de neceſſité dans la ligne C D, mais où il eſchoit, comme par exemple aux extremitez du corps M, N; car prolongeant la ligne I N, juſques à la ligne droite C D, que je poſe venir en G, & de meſme menant une perpendicle par M, juſques à la ligne C D, que je poſe venir en F, la ſuſdite proportion, aſſavoir I G à G, comme H à K, ſera encor ſemblable.

Fin du premier livre de la Statique.

DEUXIESME LIVRE DE LA STATIQVE,

TRAITANT

De l'invention du centre de gravité.

AV premier livre nous avons pris és exemples une colomne, dont le centre de gravité ſans contredit eſt fort facile à trouver; ce qui n'eſt pas ainſi és autres figures, quoy qu'il ſe puiſſe trouver mechaniquement par une ſimple maniere, comme on verra en la pratique de la Statique, propoſition premiere: Mais la maniere Mathematique eſt toute autre, redigée premierement par eſcrit par Archimedes *és plans, & puis par* Frederic Commandin *és ſolides, à quoy nous adjoindrons les noſtres, & le tout ſelon noſtre ſtyle; leſquelles choſes ſont neceſſaires, tant à l'Hydroſtatique, qu'au traité de la practique ſuivante, & ſeront icy deſcrites & rangées ſous le titre du deuxieſme livre des Elemens Statiques: Nous tiendrons auſſi les definitions des figures pour cognuës.*

PREMIEREMENT DE L'INVENTION DU CENTRE DE GRAVITE DES PLANS.

SI les figures planes avoyent quelque peſanteur, ou ſi on vouloit faire demande particuliere de conceder qu'elles en euſſent à raiſon de leur grandeur, on pourroit proprement parler de leur centre de gravité, de leur diametre de gravité, &c. Mais d'autant qu'elles n'en ont pas, il le faudra entendre Metaphoriquement, & prendre comme par hypotheſe que la peſanteur des plans, eſt à raiſon de leurs grandeuts. Car *Le faux eſt concedé, afin d'apprendre le vray puis apres.*

Theoreme I. Propoſition I.

LE *centre des figures planes, eſt auſſi leur centre de gravité.*

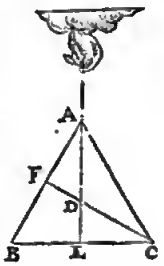
1 *Exemple.*

Le donné. Soit A B C un triangle equilateral, & D le centre de la figure.

Le requis. Il faut demonſtrer que D eſt auſſi le centre de gravité du triangle A B C.

Preparation. Soit menée de A une ligne droite vers le milieu de B C, comme A E, & auſſi de C vers le milieu de A B, la ligne C F.

Demonstration.



Si on ſuſpendoit le triangle par la ligne A E, la partie A E C ſera equiponderante à A E B; car elles ſont egales, ſemblables, & de ſemblable diſpoſition. A E ſera donc diametre de gravité du triangle A B C; & de meſme F C ſera auſſi ſon diametre de gravité: parquoy D ſera centre de gravité du triangle A B C, lequel eſt auſſi centre de la figure.

2 *Exemple.*

Le donné. Soit A B C D un parallelogramme, duquel E eſt centre de la figure.

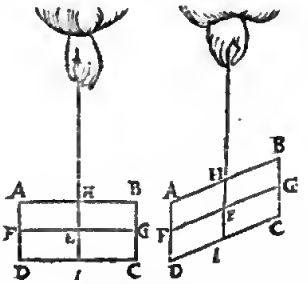
Le requis. Il faut demonſtrer que E eſt auſſi centre de gravité d'iceluy parallelogramme.

Preparation. Soit menée F G des milieux des coſtez oppoſites, & H I ſemblablement.

Demonstration.

Eſtant le parallelogramme ſuſpendu par H I, les parties H I D A & H I C B ſeront equiponderantes, d'autant qu'elles ſont pareilles, c'eſt à dire egales, ſemblables, & de ſemblable diſpoſition; H I ſera donc diametre de gravité de A B C D; Et pour les meſmes

raiſons F G ſera auſſi ſon diametre de gravité. Or ces diametres ſe coupent en E centre de la figure, & en



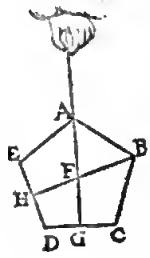
chacun d'iceux diametres eſt le centre de gravité : donc E ſera auſſi centre de gravité.

3 Exemple.

Le donné. Soit A B C D E un pentagone regulier, E centre de ſa figure.

Le requis. Il faut demonſtrer que E eſt auſſi ſon centre de gravité.

Preparation. Soit menée A G, du poinct A vers le milieu de D C, & de meſme la ligne B H du poinct B vers le milieu de D E. Dont la *Demonſtration* eſt manifeſte, & de meſme qu'és precedens exemples. telles auſſi ſeront toutes autres figures qui ont un centre de figure, comme polygones regulliers, cercles, & ellipſes, &c.



Concluſion. Le centre des figures planes donc, eſt auſſi leur centre de gravité ; ce qu'il falloit demonſtrer.

ALB. GIRARD.

Que les cercles, ellipſes, polygones rectilignes reguliers, & entre autres auſſi toutes figures, qui ont un poinct dedans, lequel diviſe toutes les lignes qui y paſſent, en deux egalement, ayent un centre de figure, voire que ce ſoit celuy-là, où les lignes ſuſdites ſe coupent en deux egalement ; ou bien que celuy aux polygones reguliers (voire meſme de nombre impair de coſtez) ſoit celuy du cercle meſme, qui les circonſcrit, ou qui eſt inſcrit dedans, cela eſt notoire, meſme aux plus ignorans de la Mathematique ; mais pour les figures irregulieres, autres que les ſuſdites, quoy que terminées, cela a eſté juſques icy nié, ou du moins tenu pour choſe de difficile deciſion entre les plus relevez : mais il faut recognoiſtre que quand meſme nous ne ſçaurions pas la definition du centre de figure ; que les reguliers, tant plans que ſolides, & quelques irreguliers mentionnez (où le parallelogramme eſt compris) nous monſtrent aſſez que le centre de figure eſt en toute figure terminée, & que la nature par ces eſchantillons nous veut conduire à la cognoiſſance du milieu, qui eſt le lieu, où elle cache ſes ſecrets les plus exquis : Donc tout ce qui eſt terminé a ſon milieu, & centre eſt plus diſtingué que le milieu. Finalement j'eſtime que ce n'eſt pas mal dit, que le centre de gravité eſt auſſi le centre de figure : & au contraire, il n'importe qu'il ſoit aucunefois ſur le circuit, voire aucunefois dehors, comme de l'aunean qui ne fait que la moitié du circuit. Quant à Stevin *il a eſtimé que les triangles irreguliers n'avoyent nul centre de figure, par la diſtinction qu'il fait de la propoſition ſuivante d'avec la precedente : Faut auſſi noter en paſſant, que le centre de generation n'eſt pas le centre de figure ; comme on dit couſtumierement que le centre d'un demi-cercle eſt où le centre du cercle entier eſtoit ; mais c'eſt le centre de generation, & non pas celuy de la figure ny de gravité, lequel nous demonſtrerons cy-apres eſtre dedans la ſuperfice, & la maniere de le trouver Mathematiquement en ſa perfection, comme celuy auſſi de l'hemiſphere, & d'autres figures, qui n'ont encor eſté expliquées par perſonne cy devant.*

THEOREME II. PROPOSITION II.

LE centre de gravité des triangles, eſt en la ligne menée d'un angle, au milieu du coſté oppoſite.

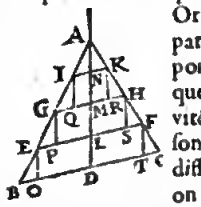
Le donné. Soit A B C un triangle quelconque rectiligne, & menée la ligne A D, d'un angle A vers le milieu du coſté oppoſite B C.

Le requis. Il faut demonſtrer que le centre de gravité du triangle eſt en la ligne A D.

Preparation. Soyent menées les paralleles à B C, comme E F, G H, I K, coupans A D en L, M, N ; puis les paralleles à A D, comme E O, G P, I Q, K R, H S, F T.

DEMONSTRATION.

Les quadrangles I R, G S, E T ſeront parallelogrammes, deſquels les centres de gravité ſont en A D ; d'autant que B D eſtant egale à D C, leurs coſtez ſeront auſſi paralleles à B C ; voire le centre de gravité de la figure compoſée des trois parallelogrammes I T, ſera dans A D :



Or tout ainſi qu'on a inſcrit icy trois parallelogrammes dans A B C, on en pourra faire auſſi une infinité, leſquels auront tous leurs céntres de gravité dans A D, pour les meſmes raiſons ; & tant plus il y en a, tant moins differeront-ils du triangle, veu que ſi on menoit des paralleles à B C par le milieu de AN, NM, M L & LD, achevant les parallelogrammes, ils ne differeront du triangle que de la moitié de la difference precedente : Parquoy on en peut tant inſcrire, que la difference ſera moindre qu'aucune ſuperfice donnée tant petite ſoit-elle, d'où s'enſuit que prenãt A D pour diametre de gravité, la diſpoſition de la peſanteur de la partie A D C differera moins de celle de l'autre partie A D B, qu'aucune quantité qu'on ſçauroit donner ſi petite puiſſe-elle eſtre, d'où nous argumẽterons ainſi.

A. *Lors que deux peſanteurs different, on peut trouver une peſanteur moindre que leurs differences.*

O. *A ces deux peſanteurs A D C, A D B, on ne peut trouver de peſanteur moindre que leur difference.*

O. *Ces deux peſanteurs donc A D C, A D B ne different pas.*

Parquoy A D ſera diametre de gravité, & conſequemment le centre de gravité du triangle y ſera.

Concluſion. Le centre de gravité donc des triangles, eſt en la ligne menée d'un angle vers le milieu du coſté oppoſite ; ce qu'il falloit demonſtrer.

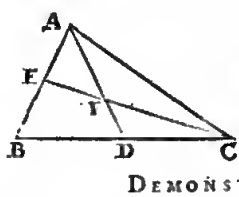
PROBLEME I. PROPOSITION III.

TROUVER le centre de gravité d'un triangle donné.

Le donné. Soit A B C un triangle rectiligne donné.

Le requis. Il faut trouver ſon centre de gravité.

CONSTRUCTION.



On menera A D, de l'angle A vers D le milieu de B C, & de meſme C E, vers le milieu de A B : alors F ſera le centre de gravité.

DEMONSTRATION.

Car puis que le centre de gravité du triangle A B C eſt par la 2 propoſition dans A D, & auſſi dans C E, par la meſme propoſition il ſera en F.

Con-

Concluſion. Nous avons donc trouvé le centre de gravité d'un triangle donné, ſelon le requis.

THEOREME III. PROPOSITION IV.

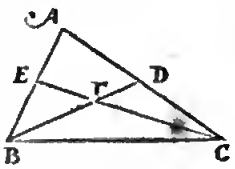
LE centre de gravité d'un triangle diviſe la ligne menée d'un angle vers le milieu du coſté oppoſite en telle ſorte ; que la partie de devers l'angle eſt double à l'autre.

Le donné. Soit A B C un triangle, & de l'angle B eſt menée B D, vers le milieu de A C; & de meſme C E, de l'angle C vers le milieu de A B, tellement que F ſera le centre de gravité.

Le requis. Il faut demonſtrer que C F eſt double de F E.

DEMONSTRATION.

Oſtant la raiſon de E B 1 à B A 2, de la raiſon de C D 1 à D A 1 (c'eſt à dire raiſon $\frac{1}{2}$, de raiſon $\frac{1}{2}$) reſtera raiſon $\frac{2}{2}$, c'eſt à dire que la raiſon de C F à F E eſt de 2 à 1 : par la converſe du 12 chap. du premier livre de l'*Almageſte de Ptolemée.*



Concluſion. Le centre de gravité donc d'un triangle, &c.

ALB. GIRARD.

Celuy qui n'entend pas ceſte maniere de demonſtration doit recourir premierement au lieu cité de Ptolemée, *puis à l'Arithmetique du preſent Autheur vers la fin touchant l'Addition & ſouſtraction des raiſons. Les anciens, comme* Archimedes, Euclides, Apollone Pergée, Eutocius Aſcalonite, Pappus Alexandrio, *&c. ont leurs livres remplis de l'egalité d'une raiſon à deux autres, excepté que ce qu'en a eſcrit* Euclides *és Elemens vulgaires eſt aſſez rare, comme en la 23 propoſition du ſixieſme livre, & en la 5 propoſition du huictieſme livre. Mais il eſt à eſtimer qu'il en a plus eſcrit en ſes trois livres des Poriſmes qui ſont perdus, leſquels, Dieu aidant, j'eſpere de mettre en lumiere, les ayant inventez de nouveau.*

THEOREME IV. PROPOSITION V.

SI on diviſe deux coſtez d'un triangle en trois parties egales chacun : La ligne entre les deux poincts de diviſion, qui ſont pres du troiſieſme coſté, paſſera par le centre de gravité du triangle.

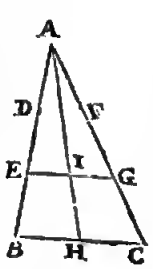
Le donné. Soit A B C un triangle, duquel les deux coſtez A B, A C ſont diviſez chacun en trois parties egales, dont les poincts proches du troiſieſme coſté ſont E, G; & ſoit menée E G.

Le requis. Il faut demonſtrer que E G paſſe par le centre de gravité du triangle A B C.

Preparation. Soit mence A H, de l'angle A vers le milieu de B C, coupant E G en I.

DEMONSTRATION.

Puis que [par la 1 propoſit. du 6 livre d'*Euclides*] A E eſt à E B, comme A G à G C: E G ſera parallele à B C, & partant A I ſera double à I H, auſſi bien que A E à E B; mais A H vient d'un angle vers le milieu du coſté oppoſite ; donc par la 4 propoſition I ſera centre de gravité du triangle.



Concluſion. Si on diviſe douc deux coſtez d'un triangle, &c.

ALB. GIRARD.

Voyez Archimedes *au premier livre des Equiponderans, propoſition 13 & 14, la 15 eſt la 8 propoſition ſuivante de ce livre.*

PROBLEME II. PROPOSITION VI.

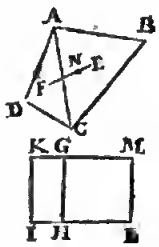
EStant donnée une figure rectiligne plane, trouver ſon centre de gravité.

1 Exemple.

Le donné. Soit A B C D un polygone quelconque.
Le requis. Il faut trouver ſon centre de gravité.

CONSTRUCTION.

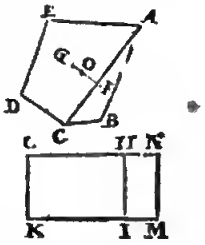
On diviſera la figure en triangles, & ſoyent trouvez les centres de gravité de chacun, par la 3 propoſition, leſquels ſoyent E, F ; alors E F ſera la barre. Puis ayant fait deux parallelogrammes de meſme hauteur, egaux aux deux triangles, chacun au ſien, par la 45 propoſition du premier livre d'*Euclides*; & ſoyent K H egal à A D C, & G L egal à A B C; & ſoit N, ainſi que F N à N E ſoyent en meſme raiſon, que L H à H I; alors N ſera le centre de gravité de la figure totale A B C D.



2 Exemple.

CONSTRUCTION.

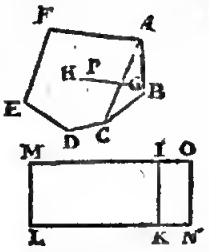
Pour le pentagone irregulier A B C D E, on menera A C, & F centre de gravité du triangle, par la 3 propoſition, & G du quadrangle par le premier exemple; alors la barre G I ſoit diviſée en O, ainſi que G O à O I ſoit, comme le triangle A B C au quadrangle A C D E (ce qui ſe fera par l'aide des parallelogrammes de meſme hauteur H M, L I changeant les parties A B C & A C D E en H M, L I, comme il a eſté dit au premier exemple) alors O ſera centre de gravité de toute la figure A B C D E.



3 Exemple.

CONSTRUCTION.

Et pour le preſent hexagone irregulier ; Soit menée A C, puis ſoyent H, G, les centres de gravité des parties par le moyen du deuxieſme exemple, & de la 3 propoſition, & finalement la barre H G coupée en P, ainſi que G P à P H, ſoit comme le pentagone A C D E F au triangle A B C (ce qui ſe fera par l'aide de la metamorphoſe des parties en parallelogrammes M L, I K, faiſant comme deſſus) alors P ſera le centre de gravité de toute la figure hexagonale.



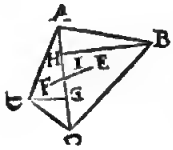
NOTEZ I.

On pourroit bien reſoudre ce probleme ſans changer les parties de la figure donnée en parallelogramme, comme s'enſuit.

4 Exemple.

CONSTRVCTION.

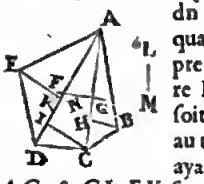
Pour le quadrangle ABCD; ſoit menée AC, puis F, E centres de gravité des triangles ADC, ACB, diviſant la barre FE en I, ainſi que FI à IE ſoit comme BH à DG (perpendieulaires à AC) c'eſt à dire comme le triangle ABC au triangle ADC; alors I ſera le centre de gravité du quadrangle ABCD.



5 Exemple.

CONSTRVCTION.

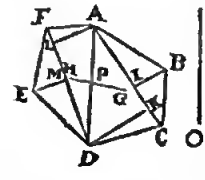
Pour le pentagone irregulier ABCDE, ſoyent menées AC, AD, puis trouvant le centre de gravité du triangle ABC, comme E, & du quadrangle ACDE, par l'exemple precedent: & ſoit F, diviſant la barre FG, en N, ainſi que GN à NF ſoit comme le quadrangle ACDE au triangle ABC, comme s'enſuit, ayant mené BH à angles droits ſur AC, & CI, EK ſur AD; ſoit LM, quatrieſme proportionelle des trois AD, AC, HB; & ſoit GN à NF, comme CI avec EK, à LM: alors N ſera le centre du pentagone.



6 Exemple.

CONSTRVCTION.

Pour l'hexagone ABCDEF, ſoyent menées AC, FD, AD, que le ront ſoit diviſé en triangles, ſur leſquelles ſoyent BI, DK à angles droits ſur AC, & AL, EM ſur FD; puis des trois FD, AC ſeconde, BI & KD, comme tierce; ſoit trouvée la 4 proportionelle NO; & ayant trouvé G centre de gravite du quadrangle ABCD, par le quatrieſme exemple; & H du qnadrangle AFED; ſoit diviſée la barre HG en P; ainſi que les rayons GP à PH ſoyent en telle raiſon, comme AL avec EM à NO; alors P ſera le centre de gravité de l'hexagone.



DEMONSTRATION.

Au premier exemple FN eſt à NE, eſtant comme LH à HI, ou MH à HK, ou le triangle ABC au triangle ACD; alors FN à NE rayons, ſeront comme les triangles ABC à ACD: N donc eſt centre de gravité du quadrangle ABCD; & ſemblable eſt la demonſtration des deuxieſme & troiſieſme exemples: Quant au quatrieſme exemple, les triangles ABC, ACD ſur meſme baſe AC, ſont comme leurs hauteurs BH, DG; & puis que FI à IE, eſt comme BH à DG, qui eſt comme les triangles; alors I ſera centre de gravité dn quadrangle.

Quant an cinquieſme exemple, puis que AD, AC, HB, LM, ſont 4 proportionelles, le rectangle AD, LM ſera egal au rectangle AC, HB, ou à deux fois le triangle ABC:

Parquoy le rectangle AD, LM, eſt egal à deux fois le triangle ABC.

D'avantage il y a deux rectangles de commune hauteur AD, leurs baſes ſont LM, & l'autre EK avec IC, comme une ſeule ligne: & eſtans de meſme hauteur, ſeront comme leurs baſes Donc

Comme LM à EK avec IC baſes;

Ainſi les rectangles AD, LM (ou deux fois le triangle ABC) au rectangle de AD, & EK avec IC: (ou deux fois le quadrangle AEDC.

Aſſavoir, comme LM, à EK avec IC;

Ainſi deux fois le triangle ABC, à denx fois le quadrangle AEDC.

Mais LM, à EK avec IC, ainſi a eſté poſée NF à GN:

Done comme GN à NF, ainſi une fois le quadrangle AEDC à une fois le triangle ABC;

Et partant N ſera le centre de gravité du total; puis que F, G le ſont des parties: Semblable ſera auſſi la demonſtration du ſixieſme exemple.

Concluſion. Eſtant donc donnée une figure rectiligne plane, nous avons trouvé ſon centre de gravité, ſelon le requis.

NOTEZ.

Pendant que cecy eſtoit ſous la preſſe, il m'eſt venu en main le commentaire de *Frederic Commandin* ſur la quadrature de la parabole d'Archimedes, où il deſcrit en la 6 propoſition nne autre maniere de trouver le centre de gravité des figures planes rectilignes, ſi quelqu'un deſire de la ſçavoir, il pourra y avoir ſon recours.

ALB. GIRARD.

Lors que je faiſois la lecture de ce livre, je fis tout mon effort pour recouvrer le commentaire ſuſnommé; toutefois avant que de le pouvoir recouvrer, je me mis à rechercher quelques manieres plus faciles que celles que Srevin *enſeigne icy: (car chercher la quatrieſme proportionelle, c'eſt un peu trop ſuivre la maniere Arithmetique) finalement ayant reüſſy, & depuis recouvert ledit commentaire, je trouvay que la maniere que j'avois de trouver le centre de gravité d'un quadrangle convenoit du tout à la maniere de* Commandin *en ſa figure troiſieſme; (car ſa figure quatrieſme eſt encor autrement) or il enſeigne puis apres une maniere de trouver generalement le centre de gravité des autres polygones, laquelle eſt fort belle, que je mettray icy és exemples 7, 8 & 9, comme s'enſuit, à celle fin de contenter, ceux qui en ſeroyent deſireux.*

7 Exemple.

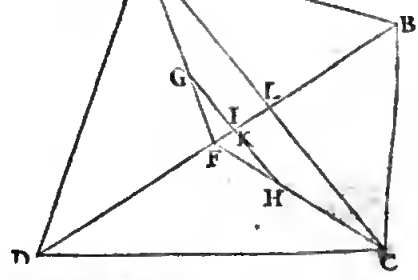
Le donné. *Soit ABCD un quadrangle.*

Le requis. *Il faut trouver ſon centre de gravité.*

CONSTRVCTION.

Celle maniere s'accorde du tout avec la ſienne, comme j'ay dit cy-deſſus:

Soit F au milieu de la diagonale BD, & menant AF, FC, de laquelle FG ſoit le tiers, puis GH parallele à l'autre diagonale AC; & finalement GI egale à KH; alors I ſera le centre de gravité du quadrangle ABCD.



DEMON-

DEMONSTRATION.

D'autant que F G *eſt le tiers de* A F, *laquelle vient de l'angle* A *vers le milieu de* D B, *alors* G *ſera centre de gravité du triangle* A B D, *&* H *du triangle* D C B; *car* F H *eſt à* H C, *comme* F G *à* G A; *d'autant que* G H *eſt parallele à* A C. G H *donc ſera la barre, mais les triangles ſuſdits* A B D *à* D C B *ſont comme* A L *à* L C (*ce qu'on prouve en ce que les perpendicles ſur* D B *des angles oppoſez ſont en meſme raiſon*) *ou comme* G K *à* K H, *ou bien comme* H I *à* I G: *donc* I *ſera le centre de gravité du quadrangle* A B C D, *car* I G *eſt egale à* K H.

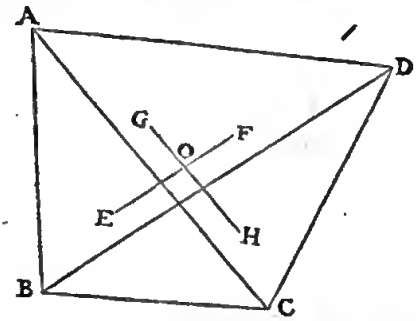
Notez que ſi la diagonale A C *euſt paſſé par* F, *que tout euſt eſté encor plus aiſé.*

8 Exemple.

Le donné. *Soit encorts un quadrangle* A B C D.
Le requis. *Il faut trouver le centre de gravité.*

CONSTRVCTION.

Soyent E, F *centres des deux triangles* A B C, A D C, *&* G, H, *des triangles* A B D, *&* B C D, *les barres ſe coupans*



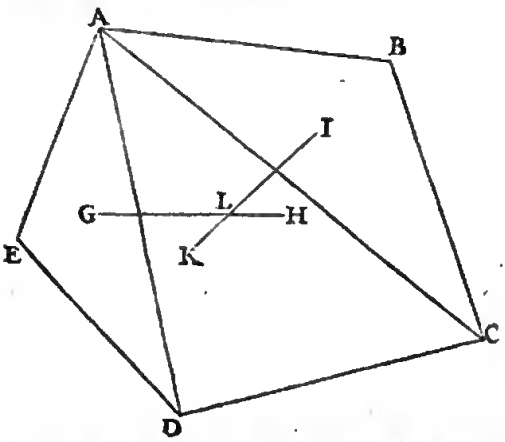
en O, *lequel ſera le centre de gravité du tout; dont la* Demonſtration *eſt manifeſte, d'autant que le centre du tout eſt auſſi bien en* E F, *qu'en* G H.

9 Exemple.

Le donné. *Soit* A B G D E *un pentagone irregulier.*
Le requis. *Il faut trouver ſon centre de gravité.*

CONSTRVCTION.

Ayant mené les lignes A D, A C, *ſoit* G *centre du triangle* A E D, *&* H *du quadrangle reſtant* A D C B *par le precedent exemple; donc le centre du tout, ſera en* G H *barre; Puis ſoit* I



centre du triangle A B C, *&* K *du quadrangle reſtant; alors le centre du tout, ſera en* I K, *mais il eſt auſſi en* G H, *il ſera donc en* L: *dont la* Demonſtration *eſt ſuffiſamment deduite: Et ainſi des autres polygones ſuivans, comme* Commandin *en met encor un exemple de l'hexagone, par l'aide de ce pentagone.*

THEOREME V. PROPOSITION VII.

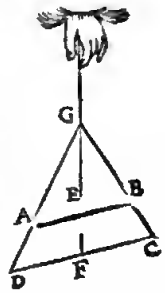
LE centre de gravité du trapeze ayant deux paralleles, eſt en la ligne qui conjoinct les milieux d'icelles.

Le donné. Soit A B C D un trapeze, ayant deux paralleles A B, D C, & la ligne qui conjoinct leurs milieux eſt E F.

Le requis. Il faut prouver que le centre de gravité eſt en E F.

Preparation. Soyent produites les trois lignes, leſquelles ſe rencontreront en un poinct G, à cauſe de la proportion des paralleles.

DEMONSTRATION.



Si le triangle eſt ſuſpendu par la ligne F G, les triangles G D F, G F C ſe contrepeſeront en equilibre, & les triangles A G E & G E B, ce que feront donc auſſi les reſtes, qui ſont qnadrangles A F, & F B; & partant le centre de gravité du trapeze A B C D ſera en E F.

Concluſion. Le centre donc de gravité des trapezes, &c.

THEOREME VI. PROPOSITION VIII.

LE centre de gravité des trapezes, qui ont deux paralleles, diviſe la ligne qui conjoinct les milieux d'icelles en telle ſorte; que la partie vers la moindre parallele, a telle raiſon à l'autre partie, comme deux fois la majeure des paralleles avec une fois la moindre, a deux fois la moindre avec une fois la majeure.

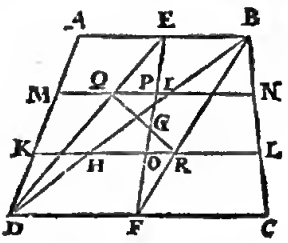
Le donné. Soit A B C D un trapeze, & E F qui conjoinct les milieux des paralleles A B, D C, & ſoit G le centre de gravité.

Le requis. Il faut demonſtrer que E G à G F, a telle raiſon, comme D C 2 + A B à A B 2 + D C.

Preparation. Soyent menées E D, D B, B E, & les paralleles à A B, comme M N & K L, diviſans A B en trois parties egales és poincts H, I; & finalement ſoit menée Q R.

DEMONSTRATION.

D'autant que Q eſt centre du triangle A D B, & R de D B C; alors le centre du tout ſera en la barre Q R; mais il eſt auſſi en E F, par la precedente, ce ſera donc en G: Mais pource que les triangles D B C, A D B,



ſont de meſme hauteur eſtans entre meſmes paralleles, ils ſeront comme leurs baſes D C, à A B; Et puis que les tayons Q G à G R doivent auſſi eſtre en raiſon des triangles, comme D C à A B, ainſi Q G à G R, ou bien P G à G O: aſſavoir,

Comme P G à G O, ainſi D C à A B.

Parquoy comme P G 2 + G O, à P G + G O 2: ainſi D C 2 + A B, à D C + A B 2; aſſavoir, comme E G, à G F: ainſi D C 2 + A B, à D C + A B 2.

Concluſion. Le centre de gravité donc des trapezes qui ont deux paralleles, &c.

ALB. GIRARD.

Comme DC à AB, ainſi PG à GO. Car PG2+GO eſt egale à EG, &c.

PROBLEME III. PROPOSITION IX.

Eſtans donnez les centres de gravité du tout, & de la partie d'une ſuperfice plane, avec leur raiſon ; trouver le centre du reſte.

1 Exemple.

Le donné. Soit ABCD une ſuperfice plane, E ſon centre, & F de la partie BDA, & la raiſon du tout à la partie.

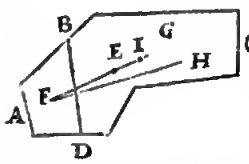
Le requis. Il faut trouver le centre du reſte BDC.

CONSTRVCTION.

On prolongera FE juſques en G, ainſi que FE à EG ſoit comme la partie BDC à l'autre BDA; alors G ſera le centre de BDC.

DEMONSTRATION.

Car d'autant que le centre de BDA eſt F, & du tout ABCD eſt E, celuy du reſte BDC ſera en la prolongée de FE. Car s'il eſt poſſible, ſoit en autre lieu, comme en H, & menée FH; le centre donc du tout ſera en FH, contre l'hypotheſe; car c'eſt en E, ce ne ſera pas donc hors la prolongée de FE, Soit donc, s'il eſt poſſible, entre EG, comme I; alors FE rayon aura plus grande raiſon au rayon EI, que BDC à BDA: ce qui eſt abſurde & contre la 1 propoſition du premier livre; & de meſme on demonſtrera que ce n'eſt pas par delà G; ce ſera donc en G, puis que ce n'eſt en autre lieu.



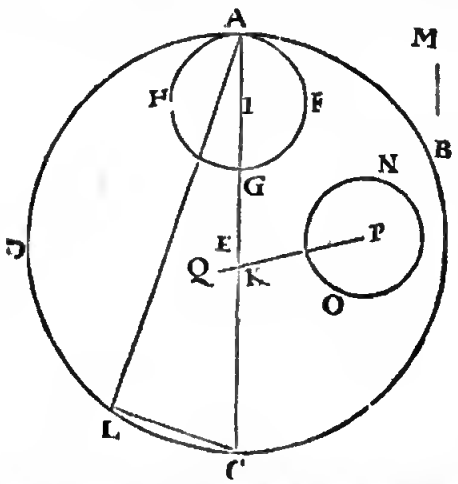
2 Exemple.

Le donné. Soit ABCD un cercle, dont le taid EA, & centre de gravité E, & du cercle (ſa partie) GFAH ſoit I, & AG ſon diametre.

Le requis. Il faut trouver le centre de gravité du reſte, qui eſt le croiſſant ABCDHGF.

CONSTRVCTION.

On prolongera IE juſques à K, ainſi que IE à EK ſoit comme le croiſſant GC au cercle HF; alors K ſera le centre requis: dont la demonſtration ſera comme cy-deſſus. Mais pour trouver la raiſon du croiſſant au cercle, ſoit poſée CL egale au diametre AG, & menée AL; alors le croiſſant au cercle, ſera comme le quarré de AL au quarré de LC; que ſi on la veut avoir en lignes, ſoit M troiſieme proportionelle des deux AL, LC, alors AL à M ſera la raiſon du croiſſant au dit cercle HF; pource que par la 31 propoſition du ſixieſme livre & 2 propoſition du douzieſme livre *d'Euclides*, les cercles ſur les diametres AL, LC ſeront egaux à celuy ſur AC, qui eſt ADC; car ALC eſt un angle droit au demicercle.



ALB. GIRARD.

Il ne falloit pas tant prendre de peine pour trouver la raiſon du croiſſant au cercle HG, car poſant CL egale à AG, une perpendicule de L ſur le diametre AC l'euſt diviſé en la raiſon requiſe.

Que s'il y avoit encor d'autres cercles oſtez du grand ABCD, comme NO: on meneroit PK, & prolongée en Q, ainſi que PK à KQ, ſoit comme le reſte au cercle NO, alors Q ſera le centre du reſte.

Concluſion. Eſtans donnez les centres du tout & de la partie, &c.

THEOREME VII. PROPOSITION X.

LE centre de gravité des paraboles, eſt en leur diametre.

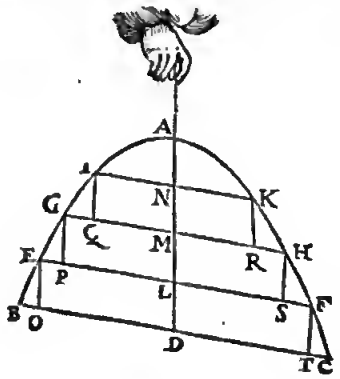
Le donné. Soit ABCD une parabole, & AD ſon diametre.

Le requis. Il faut demonſtrer que ſon centre de gravité eſt en AD.

Preparation. Soyent menées pluſieurs paralleles à BC, comme EF, GH, IK, puis des paralleles à AD, comme IQ, GP, EO, KR, HS, FT.

DEMONSTRATION.

Les quadrangles IR, GS, ET, ſeront parallelogrammes ayans tous leurs centres de gravité en AD, pource



que ladite AD eſtant diametre coupe les ordonnées, comme IK, GH, &c. en deux egalement; & partant le reſte ſe demonſtrera de meſme façon qu'au triangle de la 2 propoſition de ce livre.

Concluſion. Le centre de gravité donc des paraboles ABC eſt en leur diametre AD: ce qu'il falloit demonſtrer.

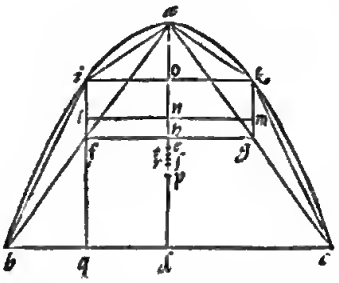
THEOREME VIII. PROPOSITION XI.

EN toutes paraboles, le centre de gravité diviſe leurs diametres en meſme raiſon aux unes comme aux autres.

Le donné. Soyent ABCD, & *abcd*, deux paraboles diverſement diſpoſées, c'eſt à dire que l'angle du diametre aux ordinées de l'une ADB, ſoit inegal à l'angle du dia-

du diametre aux ordinées de l'autre *a d b*, E, *e*, leurs centres de gravité dans leurs diametres A D, *a d*.

Le requis. Il faut demonſtrer, que comme A E à E D, ainſi *a e* à *e d*.



A I B, A K C, leſquels conjoincts par L M coupant A D en N, & I K coupant A D en O: P centre du triangle A B C, prolongeant auſſi I F juſques à Q; les triangles A I B, A K C eſtans touſiours egaux, L M ſera barre, & N centre des deux N, P, ſera auſſi barre, laquelle diviſée en R, en ſorte que les rayons N R à R P ſoyent comme A B C aux deux triangles A I B, A K C, c'eſt comme 4 à 1 (car la parabole eſt au triangle A B C, comme 4 à 3, par la 24 propoſition de la quadrature de la parabole *d'Archimedes*: parquoy, &c.)

Demonstration.

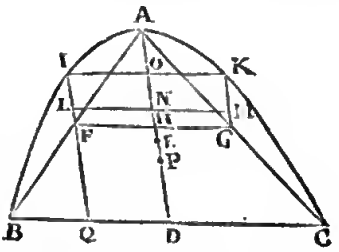
Comme A D à A O, ainſi le quarré de D B au quarté de I O; mais D Q eſt egale à O I, & auſſi moitié de B D (car F eſt au milieu de A B) parquoy puis que le quarré B D, eſt quadruple à celuy de D Q, la ligne auſſi D A ſera quadruple à A O; & ainſi A O, O H, chacune $\frac{1}{4}$ de A D: N H moitié de N O ſera $\frac{1}{12}$ de A D, à laquelle adjouſtée H D $\frac{1}{2}$, N D ſera $\frac{7}{12}$, duquel oſté P D $\frac{1}{3}$, reſtera P N $\frac{1}{4}$. Or N R eſt quadruple à R P; & partant R P ſera $\frac{1}{20}$, auquel adjouſté P D $\frac{1}{3}$, viendra pour R D $\frac{23}{60}$: donc R A le reſte de A D ſera $\frac{37}{60}$: & parrant comme A R à R D, ſera comme 37 à 23. De meſme façon ces figures rectilignes inſcrites és paraboles, ont leurs centres de gravité en leurs diametres, leſquels les diviſent proportionellement; & ſi on inſcrivoit des triangles dans les pentes paraboles, B I, I A, A K, K C, comme on a fait dans les autres A I B, A C K, & tecet-chant le centre de gravité de la figure rectiligne inſcrite totale (poſé que ce ſoit S, & là *s*) nous demonſtrerions comme deſſus, que S, *s* diviſetoyent A D, & *a d* proportionellement: Et en pourſuivant, les inſcriptions ſe trouveroyent touſiours A D, *a d* diviſées proportionellement par un poinct, comme R, S, approchant de plus en plus vers E, & *e*: Et par conſequent les paraboles A B C, *a b c* auront leurs diametres A D, *a d*, diviſez proportionellement par le centre de gravité. Or ſi on poſoit que T, *t* (plus bas que E. *e*) fuſſent leurs centres de gravité, on pourroit inſcrire telle figure dedans icelles, ſelon la precedente maniere, que les centres de gravité des figures inſcrites arrivetoyent en T, *t*, tellement que T, *t* ſeroyent tant centres des paraboles, que des parties inſcrites; ce qui eſt abſurde.

Concluſion. Le centre de gravité donc és paraboles, diviſe proportionellement leurs diametres, ce qu'il falloit demonſtrer.

Alb. Girard.

Quiconques deſire plus ample declaration de ce que deſſus, avec une demonſtration plus parfaite, pourra avoir recours au deuxieſme livre des Equiponderans d'Archimedes.

Preparation. Soyent menées és deux figures AB, AC, & F G paſſant par leurs milieux, & coupant A D en H, puis F I, G K paralleles à A D; & auſſi menées I A, I B, K A, K C; & L, M centres de gravité des triangles



Probleme IV. Proposition XII.

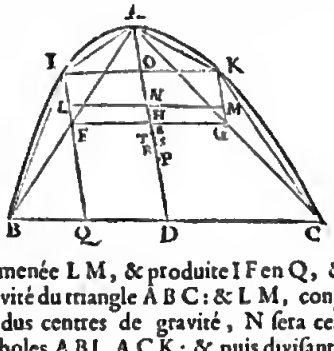
Eſtant donnée une parabole: Trouver ſon centre de gravité.

Le donné. Soit A B C parabole, & A D ſe diametre.
Le requis. Il faut trouver ſon centre de graviré.

Construction.

Soit diviſée A D en E, ainſi que A E ſoit ſeſquialtere à E D: alors E ſera le centre de gravité de la parabole.

Preparation. Soyent menées A B, A C, & F G du milieu à l'autre, F I, K G, paralleles à A D; puis L, M diviſans I F, & K G comme en la parabole totale A E



à E D, & menée L M, & produite I F en Q, & P centre de gravité du triangle A B C: & L M, conjoignant les pretendus centres de gravité, N ſera centre des deux paraboles A B I, A C K; & puis diviſant la barre P N en E, ainſi que les rayons N E à E P, ſoyent comme le triangle A B C aux deux moindres paraboles enſemble, c'eſt comme 3 à 1; que N E donc ſoit à E P, comme 3 à 1; alors E ſera le centre pretendu de la parabole totale; car ainſi A E à E D, eſt comme 3 à 2.

Demonstration.

A O & O H ſont (comme a eſté dit en la 1t ptoposition) chacun $\frac{1}{4}$ de A D; Or comme 3 à 2, ainſi A E à E D, auſſi I L à L F, O N auſſi à N H; patquoy ayant diviſé O H $\frac{1}{4}$ en telle raiſon, comme 3 à 2, la partie N H ſera $\frac{1}{10}$ de A D, où adjouſtant $\frac{1}{2}$ pour H D, viendra N D $\frac{3}{5}$, duquel oſté P D $\frac{1}{3}$, teſtera pour N P $\frac{4}{15}$, lequel par la ptepatation eſt departy en raiſon triple, au poinct E; donc E P $\frac{1}{15}$, à laquelle adjouſté P D $\frac{1}{3}$, viendra E D $\frac{2}{5}$ de A D: patquoy E A $\frac{3}{5}$, & alors A E à E D ſera comme 3 à 2. E donc ſera centre de gravité de la parabole A B C; ce qu'il falloit demonſtrer.

Concluſion. Nous avons donc trouvé le centre de la parabole, ſelon le requis.

Notez.

Il ſemble qu'*Archimedes* ſoit venu à la cognoiſſance de ceſte propoſition par l'une de ces deux manieres: La ptemiere, que faiſant des paraboles materielles pour

faire des mitoirs ardens, ou pour autre exercice, il aye trouvé par experience que les parties du diametre ſont en raiſon ſeſquialtere, tecerchant la certitude de ecla, enmme s'enſuit: D'autant que B A I, B A C ſnnt paraboles, deſquelles les diametres I F & A D ſnnt diviſez prnportionellement par les eentres degravité (comme il a eſté dit cy-devant) parquny I L à L F, eſt comme A E à E D; mais O N eſt egale à I L, & N H à L F; parquny O N aura telle raiſnn à N H, eomme A E à E D. Mais ſi N eſtnit centre des deux paraboles mineures, & P du triangle A B C, il faut que le raynn N E ſoit triple à l'autre E P (car le triangle eſt triple aux deux petites paraboles) d'nù reſulte ceſte prnpoſitinn: *Trouver deux poincts N, E, ainſi que O N, aye telle raiſon à N H, comme A E à E D.* Poſant puis aprés que A E vaut $\frac{3}{9}$ de A D, & E D $\frac{2}{5}$, & recerchant s'il pourrnit y arriver ſelon la maniere precedente, il auroit trnuvé que tnut ennvennit, nu bien s'il n'a pnint cerché en taſtnnnant de la ſnrte par la raiſon ſeſquialtere mentinnnée, mais par l'abondanee de ſcience, il ſemble qu'il ſe ſernit prnpoſé une relle queſtinn Arithmetique. *Il y a deux nombres O H $\frac{3}{4}$, & H P $\frac{1}{6}$; Il faut partir un chacun d'iceux en telle ſorte, que la moindre partie de O H avec la majeure de H P, ſoit triple à la moindre de H P; & que la majeure de O H, aye telle raiſon à ſa moindre, comme la majeure de H P + $\frac{1}{2}$, à la moindre de H P + $\frac{1}{3}$.*

Probleme V. Propositton XIII.

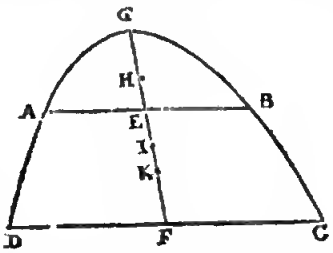
Estant donnée une partie de parabole entre deux ordinées; Trouver ſon centre de gravité.

Le donné. Soit A B C D une partie de parab ole entre deux nrdinées A B, D C, & E F diametre.

Le requis. Il faut trouver le eentre de gravité d'ieelle partie.

Constrvction.

On parachevra la partie, & ſnit I centre du tont, aſſavoir G I à I F, eomme 3 à 2; auſſi H tellement que G H à H E ſoit eomme 3 à 2; done la batre H I ſoit



produite en K, ainſi que H I à I K ſoit comme A C à A G B, alnrs K ſera le centre de gravité de A B C D; dnnt la demnnſtratinn eſt manifeſte.

Concluſion. Eſtant donnée, &c.

Alb. Girard.

Afin que eecy ſe puiſſe faire facilement, je mettray la conſtruction cy-deſſous, car on peut trouver le centre de gravité de la partie de la parabole precedente par la ſnivante proportion, ſans parachever ſa figure.

Le donné. *Soit A B C D la partie de parabole entre deux ordinées, comme eſt la figure precedente.*

Le requis. *Il faut trouver le centre de gravité K de A B C D, par le moyen de la cognoiſſance de la quantité des trois lignes A E, E F, F D ſeulement; pour trouver donc la longneur de F K, on fera ceſte regle de trois.*

Operation.

D F — A E donne $\frac{1}{5}$ de E F,

Combien donnera $\frac{D F q\ 2}{D F + A E} \div \frac{\text{trois fois le cube de } A E}{D F q + D F, A E + A E q}$?

Ce qni viendra ſera la longneur de F K, tellement que le centre de gravité de A B C D ſera cognu.

Exemple en nombres.

Soit A E, 6 : E F, 7 : & D F, 8 : alors 2 me donnent $\frac{7}{1}$, ou bien 10 donnent 7, combien donneront $4\frac{196}{259}$? viendront $3\frac{62}{185}$ pour F K requiſe.

10 donnent 7, combien $4\frac{196}{259}$?

$$\frac{7}{33\frac{33}{37}}$$

F K ſera $3\frac{62}{185}$.

DE L'INVENTION DU centre de gravité des ſolides.

Theoreme IX. Propositton XIV.

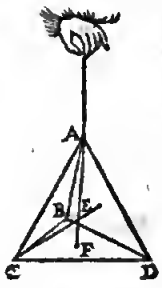
Le centre de figure des ſolides, eſt auſſi le centre de gravité.

Le donné. Snit A B C D un tetraëdre, ſnn centre de figure ſnit E; & l'axe ſoit A F, de A par E juſques à F centre du triangle A B C.

Le requis. Il faut demnnſtter que E eſt auſſi ſon eentre de gravité.

Demonstratton.

Ce retraëdre eſtant ſuſpendu par A F, tout ſera en equilibre, d'autant que tel ſnlide eſt compnſé de 4 pyramides, qui ont leurs baſes és 4 triangles equilateraux d'alentour, & leurs ſnmmets en E, tnutes ſemblables, egales & ſemblablement diſpnſées au regard de A F; le centre donc de gravité ſera en A F, & pour les meſmes raiſnns en C E, ce ſera donc en E: Le meſme auſſi ſe pourra demnnſtrer des ſolides qui ont un centre de figure, enmme reguliers du tout & reguliers meſlés, comme il ſe peut vnir à la fin de la deſcriptinn des corps en la Genmetrie de ces memoires.



Concluſion. Le centre de figure, &c.

Alb. Girard.

Nous avons dit en la premiere propoſition que le centre de gravité, & de figure n'eſt qu'un meſme poinct, & où l'un eſt, l'autre y eſt auſſi, & la maniere de trouver l'un, eſt pour trouver l'autre auſſi. Quant à la propoſition preſente, voyez la 27 propoſition du livre de Frederic Cnmmandin *du centre de gravité des ſolides, où il le demonſtre és reguliers, l'un apres l'autre.*

Theoreme X. Propositton XV.

Le centre de gravité des colomnes eſt au milieu de leurs axes.

1 *Exemple.*

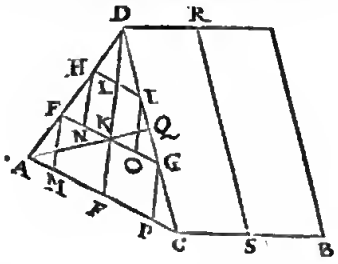
Le donné. Snit A B une colomne triangulaire, ſa baſe A C D.

Le requis. Il faut demnnſtrer que ſnn centre de gravité eſt au milieu de l'axe.

Prepa-

Preparation. Ayant mis la lettre F au milieu de A C, car ce doit eſtre un E, ſoit menée DE; puis FG, HI paralleles à A C, coupans DE en K, L; puis les lignes FM, HN, IO, GP, paralleles à DE; puis A Q, eſtant Q au milieu de D C, & de meſme ſoit figuré le couvercle, puis d'un plan R S parallele à iceluy, ſoit coupée la colomne, ainſi que S ſoit au milieu de C B.

Le plan paſſant par E D R diviſe la colomne inſcrite compoſée des deux parallelipipedes par ſon centre de gravité; car il la diviſe en parties pareilles & de meſme diſpoſition, mais tant plus on y deſcrit de parallelipipedes, & tant moins different-ils enſemble de la colomne A D B; & le compoſé des parallelipipedes aura ſon



centre de gravité dans le plan ſuſdit E D R: On y en pourroit auſſi tant inſcrire, que la difference ſeroit moindre qu'aucune ſolidité donnée, tant petite ſoit-elle, d'où s'enſuit que la diſpoſition du poids A D E differera moins de celuy de D E C qu'aucune quantité ſolide ſi petite puiſſe-elle eſtre, d'où j'argumente.

A. *On peut trouver à deux poids inequilibres une peſanteur moindre que la difference de leur inequilibration.*

O. *On ne peut trouver à ces deux poids, une peſanteur moindre que la difference de leur inequilibration.*

O. *Donc ces poids ne different pas.*

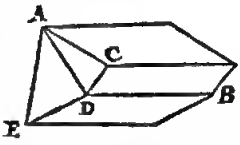
Parquoy le plan par E D R, paſſe par le centre de gravité de la colomne donnée, ou le centre eſt en ce plan, & par les meſmes raiſons eſt au plan par A Q, & ſa correſpondante dans le couvercle: Or la commune ſection de ces deux plans eſt l'axe de la colomne, où ſera le centre de gravité, il ſera auſſi au plan par R S, à cauſe qu'il diviſe le plan en deux parties pareilles, & de meſme diſpoſition; & partant le centre le trouvera au milieu de l'axe.

2 *Exemple.*

Le donné. Soit A B C, une colomne quadrangulaire, ſa baſe eſt C D E A.

Le requis. Il faut demonſtrer que ſon centre de gravité eſt au milieu de l'axe.

Preparation. Soit mené un plan par A D B, diviſant la colomne donnée en deux colomnes triangulaires, leſquelles ont chacune le centre de gravité, au milieu de leur axe par le 15 exemple; parquoy la ligne qui conjoinct leſdits centres ſera barre, & diviſée en ſes tayons; alors le poinct de diviſion ſera le centre de tonte la colomne entiere, lequel eſt au plan parallele à la baſe, qui coupe la colomne en deux parties pareilles, & eſt auſſi au milieu de la ligne qui conjoinct les centres de gravité de la baſe & couvercle, c'eſt à dire au milieu de l'axe. Et ſemblable ſera la demonſtration des autres colomnes.



Concluſion. Le centre donc de gravité des colomnes eſt au milieu de leurs axes; ce qu'il falloit demonſtrer.

Theoreme XI. Proposition XVI.

Le centre de gravité des pyramides, eſt en leurs axes.

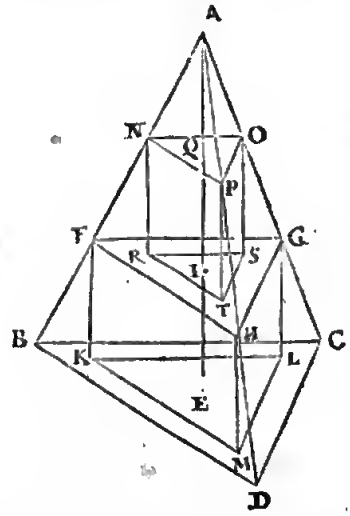
Le donné. Soit ABCD une pyramide, ſa baſe le triangle B C D, & ſon centre de gravité E, & E A ſon axe.

Le requis. Il faut demonſtrer que le centre de gravité de la pyramide eſt en ſon axe.

Preparation. Soit coupée la pyramide A B C D, par un plan F G H, parallele à B C D, & coupant l'axe A E en I: Et menant F K, G L, H M, paralleles à l'axe A E, tellement que les poincts K, L, M, ſont au plan du triangle B C D, de ſorte que F G H K L M eſt une colomne, dont la baſe K L M, eſt pareille & parallele au couvercle F G H, & ſemblable à la baſe B C D. Puis ſoit encor coupée, comme deſſus, par le plan N O P, coupant l'axe en Q, & puis ſoit faite la colomne N O P R S T, aſſavoir N R, O S, P T, paralleles à l'axe E F, & les poincts R, S, T, au plan F G H.

Demonstration.

Veu que les triangles N O P, R S T, F G H, K L M, ſont ſemblables au triangle B C D, dont les poincts Q, I, E, tiennent en iceux, ſemblables poſitions que E en B C D; Q, I, E donc ſont centres de gravité de leurs triangles, d'où vient que I E eſt axe de la colomne F G H, K L M, au milieu de laquelle eſt ſon centre de



gravité, par la 15 propoſition, ſemblablement Q I eſt axe de la colomne N O P R S T; & comme dit eſt, le centre de gravité ſera au milieu de ſon axe; & par conſequent la figure ſolide compoſée des colomnes, aura ſon centre dans A E; ſoit qu'on y en inſcrive tant qu'on voudra, & tant plus on y en inſcrit, tant moins differeront les corps inſcrits de la pyramide, & on en peut tant inſcrire que la difference ſera moindre qu'aucune quantité ſolide donnée, tant petite ſoit-elle: d'où s'enſuit, que poſant A E diametre de gravité de la pyramide, que la peſanteur d'un coſté differera moins de celle de l'autre qu'aucune peſanteur qu'on ſçauroit donner; d'où j'argumente de meſme qu'en la quinſieſme propoſition.

A. *A deux*

A. *A deux contrepoids differens, on peut trouver une pesanteur moindre que leur difference.*

O. *A ces deux contrepoids, on ne peut trouver une pesanteur moindre que leur difference.*

O. *Ces deux contrepoids donc ne different pas.*

Semblable sera la demonstration des pyramides quadrangulaires, &c. rondes ou cones, &c.

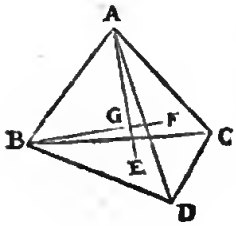
Conclusion. Les centres donc de gravité des pyramides sont en leurs axes.

Probleme VI. Proposition XVII.

Estant donnée une pyramide triangulaire: Trouver son centre de gravité.

Le donné. Soit A B C D une pyramide triangulaire.
Le requis. Il faut trouver son centre, &c.

Construction.



Soyent E, F centres de gravité des triangles B C D, A C D, desquels vers leurs angles solides opposites, soyent menées les lignes A E, B F, se coupans en G, qui sera le centre de gravité de la pyramide donnée.

Demonstration.

Le centre de la pyramide est en A E, & en B F, par la 16 proposition, il sera donc en G.

Conclusion. Estant donnée une pyramide triangulaire, nous avons trouvé son centre de gravité, selon le requis.

Theoreme XII. Proposition XVIII.

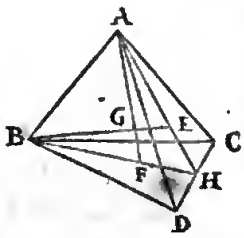
Le centre de gravité de quelconque pyramide, divise l'axe en telle sorte, que la partie vers l'angle est triple a l'autre.

Le donné. Soit A B C D une pyramide triangulaire, A sommet, les axes B E, A F, assavoir que E, F soyent centres de gravité des triangles B C D & A C D, lesquels axes se coupent en G, centre de gravité de la pyramide.

Le requis. Il faut demonstrer que B G est triple à G E.

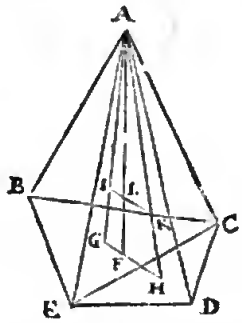
Preparation. Soyent menées de H milieu de D C les lignes H A, H B.

Demonstration.



La ligne A E sera double à E H, & B F à F H; mais B F à F H est raison composée des deux raisons B G à G E, & de E A à A H; [*par la converse du 12 chap. du 1 liv. de l'Almageste de Ptolemée.*] Et puis que B F à F H est raison $\frac{2}{1}$; & E A à A H raison $\frac{2}{3}$; si on oste raison $\frac{2}{3}$ de raison $\frac{2}{1}$, restera raison $\frac{3}{1}$ pour B G à G E, qui sera donc raison triple, assavoir B G triple à G E.

Que si la pyramide estoit quadrangulaire, on procedera à la demonstration comme s'ensuit: Soit A B C D E une pyramide quadrangulaire, sa base B C D E, laquelle se pourra diviser en deux pyramides triangulaires, dont les bases E C B, E C D, les axes A G, A H, (du poinct A aux centres de gravité des bases, G, H,) où seront les centres des pyramides I, K: Le centre donc de la torale sera en I K, & en A F son



axe, c'est donc en L; or I K est parallele à G H, & A K est triple à K H; parquoy A L sera triple à L F: & ainsi des pyramides polygonales.

Que si la pyramide a pour base un cercle (comme le cone) ou une ellipse, on pourra inscrire une pyramide dedans, ayant base avec tant de costez, que la difference sera moindre qu'aucune quantité solide donnée, & l'axe d'icelle sera encor divisée en parties ayans raison triple, comme dessus: Parquoy la distance des centres de gravité du cone & de la pyramide inscrite, sera plus petite qu'aucune longueur donnée, si petite puisse elle estre, d'où j'argumente ainsi:

A. *Entre deux poincts quelconques en divers lieux, peuvent estre trouvez deux poincts, plus pres l'un de l'autre,*

O. *Entre ces deux poincts, on n'en peut pas trouver qui soyent plus pres.*

O. *Donc ces deux poincts ne seront en divers lieux.*

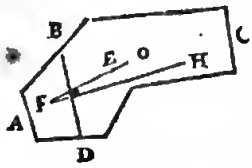
Conclusion. Le centre donc de gravité de pyramide, &c.

Probleme VII. Proposition XIX.

Estans donnez les centres de gravité d'un solide total, & de sa partie, avec leur raison, trouver le centre du reste.

Le donné. Soit A B C D un corps, son centre E, & B D A sa partie, son centre F, & leur raison donnée.
Le requis. Il faut trouver le centre du reste B D C.

Construction.



Soit prolongée F E en G, tellement que F E à E G, soit comme B D C à A B D, alors G sera centre du reste B D C; dont la demonstration sera semblable à celle de la neufiesme proposition precedente.

Conclusion. Estans donnez les centres, &c.

Probleme VIII. Proposition XX.

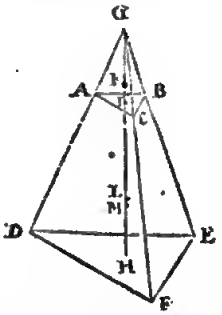
Estant donnée une pyramide tronquée: Trouver son centre de gravité.

Le donné. Soit A B C D E F une pyramide tronquée, son couvercle A B C, & sa base D E F.
Le requis. Il faut trouver son centre de gravité.

Construction.

On parachevra la pyramide tronquée, puis K centre du defaut, & L centre du tout; & menant K L produire

duite en M, tellement que K L à L M, ainſi la tronquee au defaut A B C G : alors M ſera le centre de la



tronquée ; dont la demonſtration eſt manifeſte par la precedente.

ALB. GIRARD.

Quoy que Stevin *n'aye dit en la propoſition, que le couvercle & la baſe ſoyent paralleles, neantmoins il conſtruit comme s'il l'avoit entendu ainſi, a quoy j'ay remedié : or ſi elles ſont paralleles, & IL centre de gravité de la baſe, le centre du couvercle ſera en* G H, *autrement non ; Mais voicy comment doreſnavant on trouvera bien mieux le centre de gravité de toutes pyramides tronquées & des cones tronqués (baſe & couvercle paralleles) ayant ſeulement eſté cogneus.*

I H, *d'un centre de gravité du couvercle* I, *à celuy de la baſe* H.

B, E, *deux lignes homologues, l'une du couvercle, comme* B, *& l'autre* E *de la baſe.*

Puis par la regle de troiſon dira, E $\div$ B *donne* $\frac{1}{4}$ I H,

Combien E $\div$ $\frac{\text{trois fois le cube de B}}{Eq + E\text{ en }B + Bq}$?

Ce qui viendra ſera pour M H : *tellement que* M *ſera le centre de gravité de la pyramide, ou cone tronqué, ayant ſa baſe & couvercle paralleles : Ce qui doit eſtre plus eſtimé pour ſa briefveté & generalité.*

PROBLEME IX. PROPOSITION XXI.

ESTant donné un corps irregulier compris de ſuperfices planes : Trouver ſon centre de gravité.

Le donné. Soit A un polyëdre irregulier.

Le requis. Il faut trouver ſon centre de gravité.

CONSTRUCTION.

On diviſera le ſolide en moins de pyramides qu'on pourra, au pis aller on prendra par regle generale autant de pyramides qu'il y a de ſuperfices à l'entour, ayans leurs ſommets en un poinct dedans où l'on veut. Et ayant trouvé les centres de chacune, on trouvera les centres de chaque deux, diviſant la baſe en ſes rayons, & ainſi conſecutivement ſelon la maniere des polygones irreguliers : excepté qu'icy l'axe de chaque pyramide ſe diviſe en raiſon triple, & aux polygones plans, le diametre de gravité en raiſon double.

Concluſion. Eſtant donc donné un corps irregulier, &c.

THEOREME XIII. PROPOSITION XXII.

LE conoïde parabolique a ſon centre dans l'axe.

On ſçait que cecy eſt certain à ceux qui ſont coupez à angles droits ſur l'axe, nous ne donnerons pas d'exemple, que de ceux qui ſont coupez obliquement ſur l'axe.

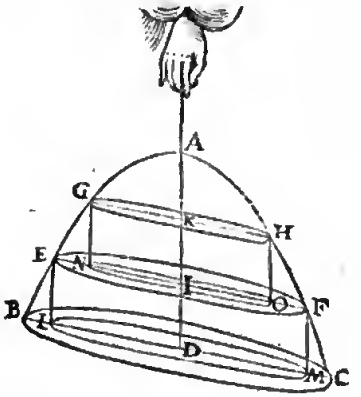
Le donné. Soit A B C un conoïde parabolique, B C ſa baſe, A D ſon axe oblique ſur iceluy.

Le requis. Il faut demonſtrer que ſon centre eſt en l'axe A D.

Preparation. Soit iceluy coupé par deux plans paralleles à la baſe B C, coupans l'axe en I, K, menans les lignes puis apres de G N, E L, H O, F M ; tellement que G H, E F, B C ſeront ellipſes ſemblables ; & puis ſoyent E M, G O, cylindres inſcrits dedans le conoïde parabolique.

DEMONSTRATION.

Car L D, D M eſtans egales (à cauſe de E I, I F) I D ſera axe du cylindre E M ; & partant le centre d'iceluy ſera en E M ; ſemblablement, le centre du cylindre ſera



en K I ; & par conſequent le centre de G M (figure compoſée des cylindres) ſera en K D, c'eſt en A D : Et tant plus on y en inſcrit, & tant moins y a-il de difference entre le conoïde & la figure inſcrite : On pourroit donc rant inſcrite de cylindres, que la difference entre iceux & le conoïde ſera moindre qu'aucune quantité ſolide ſi petite qu'elle puiſſe eſtre : D'où s'enſuit que pendant le conoïde par A D, pris pour diametre de graviré du conoïde, qu'alors les peſanteurs de part & d'autre differeront moins d'equilibrarinn qu'aucune peſanteur donnée tant petite ſoit-elle, ſur quoy j'argumente ainſi :

A. *Quand deux peſanteurs different, on peut trouver un poids moindre que leur difference.*

O. *Or entre l'un & l'autre coſté du conoïde, on ne peut trouver de quantité moindre que leur difference.*

O. *Donc ces deux coſtez ne different pas.*

Parquoy A D ſera le diametre de gravité.

Concluſion. Le centre donc d'un conoïde parabolique eſt en l'axe.

PROBLEME X. PROPOSITION XXIII.

TRouver le centre d'un conoïde parabolique donné.

Le donné. Soit A B C un conoïde parabolique, dont A le ſommet, & A D ſoit l'axe.

Le requis. Il faut trouver ſon centre.

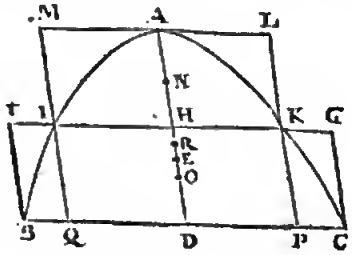
CONSTRUCTION.

On diviſera l'axe A D en E, tellement que A E ſoit double à E D, alors E ſera le centre de gravité du ſolide parabolique ; ce qui a eſté demonſtré par *Frederic Commandin* en la 19 propoſition : dont le ſens eſt deſcrit, comme s'enſuit, ſelon noſtre ſtile.

DEMON-

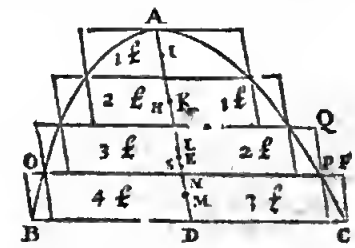
DEMONSTRATION.

Soit coupé iceluy ſolide par un plan FG parallele à la baſe BC, au milieu de l'axe en H; & ſoyent MK, FC deux cylindres circonſcrits à l'entour d'iceluy, leurs centres N, O 1 & 1P cylindre inſcrit, ſon centre



ſera auſſi O. Maintenant comme AD à DH, (c'eſt 2 à 1) ainſi la ſuperfice de la baſe BC à celle qui eſt par IK; alors le cylindre BG à IL ſera comme 2 à 1; & ſoit que BG peſe 2 ℔, & IL 1 ℔: donc NO ſera la barre, laquelle diviſée en ſes rayons, comme en R, ainſi que NR ſoit double à RO; alors R ſera centre des cylindres circonſcrits, & O de l'inſcrit; alors R & O ſeront equidiſtans de E, aſſavoir chacun $\frac{1}{12}$ de AD; ce qui adviendra touſiours ainſi és autres exemples: Mais afin de declarer tout plus apertement, nous y joindrons encor ceſt exemple.

Soyent 4 cylindres circonſcrits coupans l'axe en 4 parties egales, & 3 inſcrits, les centres des cylindres I, K, L, M, & AE encor double à ED. Maintenant comme DA à AN (c'eſt 4 à 3) ainſi la ſuperfice de la



baſe BC, à celle de OP: donc le cylindre BF au cylindre OQ, ainſi 4 à 3; & pour meſme raiſon BF au tiers cylindre, ſera comme 4 à 2; & au quatrieſme, comme 4 à 1: les circonſcrits ſoyent donc 4 ℔, 3 ℔, 2 ℔, 1 ℔: & les inſcrits 3 ℔, 2 ℔, 1 ℔; tellement que par la 2 propoſition du premier livre, le centre des 4 cylindres circonſcrits ſera en L, & des 3 inſcrits en S, equidiſtans de E, chacun de $\frac{1}{24}$ de AD; ces deux poincts donc L, S, viennent de part & d'autre de E, & de meſme intervalle.

Que ſi on circonſcrivoit 8 cylindres, & 7 inſcrits, leſdits poincts viendroyent de part & d'autre de E chacun diſtaot d'iceluy de la $\frac{1}{48}$ de AD.

Et ſi on en circonſcrivoit 16 cylindres, & 15 ioſcrits, leſdits poincts ſeroyent chacun diſtans de E de la $\frac{1}{96}$ de AD: & touſiours ſelon ceſte progreſſion approchant la moitié plus pres l'une des fois que l'autre precedente.

Ce qu'eſtant ainſi, E ſera centre de gravité du conoïde parabolique; car s'il eſt poſſible que ce ſoit dehors, comme entre EL, ou entre ES, alors on pourra prendre de cyliodres à l'inſcription & circonſcription du conoïde, que le centre des circonſcrits ſera plus bas que celuy du conoïde, ou que celuy des inſcrits ſera plus haut que celuy du conoïde; ce qui eſt impoſſible. Et partant ce ne ſera pas en autre lieu qu'en E ce qu'il falloit demooſtrer.

Concluſion. Nous avons donc trouvé le centre d'un conoïde parabolique, ſeloo le requis.

NOTEZ.

On trouvera au triangle, que les parallelogrammes circonſcrits & inſcrits ont meſme raiſon entre eux, comme icy les cyliodres au conoïde parabolique; d'auraot que leur centre de gravité diviſe la ligne du ſommet, vers le milieu de la baſe en meſme raiſon, aſſavoir 2 à 1.

PROBLEME XI. PROPOSITION XXIV.

EStant donné un conoïde parabolique tronqué par un plan parallele à la baſe: Trouver ſon centre de gravité.

Le donné. Soit en la figure ſuivante ABCD un conoïde parabolique, tronqué par un plan AB parallele à la baſe DC.

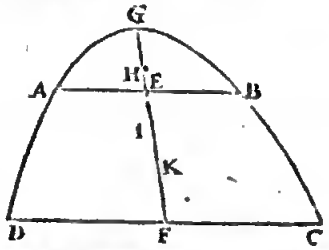
Le requis. Il faut trouver ſon centre de gravité.

CONSTRUCTION.

Ayant parfait le coooïde, y adjouſtant AGB ſon defaut, & trouvant le centre de gravité du tout I, & de la partie H, ſelon la precedente propoſitioo; on trouvera le centre du reſte K, par la 9 propoſition de ce deuxieſme livre; dont la demouſtration eſt manifeſte.

ALB. GIRARD.

Ceſte maniere a auſſi ceſte imperfection qu'il faut remettre ce qui eſtoit retranché; & Stevin prend la propoſicion plus generale, ſans la reſtriction (tronqué par un plan parallele à



la baſe) *veu qu'il l'entendoit ainſi; ce qui a fait que nous l'avons remis en la propoſition, afin qu'il n'y ait point de doute; nous ferons donc la conſtruction plus ſimple, comme s'enſuit.*

Pour trouver le centre de gravité K, on uſera de ceſt organe.

$$\frac{EF, AEq}{DFq + AEq} + EF : \text{ſera pour } KF, 3.$$

On bien, en diviſant EF en trois parties egales; puis derechef la partie du milieu en telle raiſon, comme le quarré de AE, au quarré de DF, diſpoſant les parties reciproquement aux plans paralleles, comme nous avons dit en la 8 propoſition; dont la demonſtration eſt aſſez manifeſte par la correſpondance qu'il y a entre les parallelogrammes inſcrits & circonſcrits au triangle, & les cylindres inſcrits & circonſcrits; ce qui ſuffira icy pour eviter prolixité. I'aurois mis icy comme aux plans, pluſieurs belles inventions fort difficiles touchant le centre de gravité des ſections de cercle, d'ellipſe, & d'hyperbole, & d'autres figures planes; comme auſſi les centres de gravité des ſecteurs ſpheriques, & des ſections tant de la ſphere, que du ſpheroïde & du conoïde hyperbolique & d'autres ſignes ſolides, qui n'ont jamais eſté miſes en lumiere ny inventées de perſonne, & qui pour la grande difficulté qu'elles ont, meritent bien le jour, afin qu'un autre ne prenne la peine de les chercher, & leſquelles pour la conſtruction organique que je leur ay adapté, tant pour l'Arithmetique, que pour la Geometrie & Mechanique, pourroyent rendre un Archimedes deſireux de les voir, meſme apres la ſeconde fois.

Fin du deuxieſme livre des Elemens Statiques.

TROISIESME

TROISIESME LIVRE DE LA STATIQVE,

De la Practique de l'art ponderaire, ou Statique-practique.

AV LECTEVR.

DAutant qu'il ſera parlé en quelques propoſitions de la Practique ponderaire du mouvement des corps, il m'a ſemblé bon, avant que de venir là d'en declarer quelque choſe: Aſſavoir que la Sratique enſeigne ſeulement à mettre en equilibre le mouvant avec l'eſmeu. Et que touchant la peſanteur ou puiſſance, que le mouvant a beſoin d'avoir encor d'avantage, pour faire que l'eſmeu ſe puiſſe mouvoir, (laquelle puiſſance ou peſanteur doit gaigner & ſurpaſſer ce qui empeſche le mouvement de l'eſmeu) la Statique ne monſtre pas la maniere de trouver telle peſanteur ou puiſſance Mathematiquement; pource que l'eſmeu, & ſes empeſchemens n'ont aucune proportion, avec un autre eſmeu, & ſes empeſchemens. Mais pour declarer cela par exemple; Soit qu'un chat chargé, duquel la peſanteur ſoit notoire, doive eſtre tiré ſur une montagne de pente auſſi notoire; Alors la Statique-practique (comme on verra en la 9 propoſition exemple quattieſme) enſeigne quelle puiſſance ou peſanteur ſera equilibre avec ce char, ſans mettre en ligne de compte les empeſchemens des accidens, tels que pourroyent eſtre le frotrement de l'eſſieu dans le moyeu, des rouës contre le pavé mal uny, du char contre l'air, &c. leſquelles puiſſances & empeſchemens la Statique ne monſtre pas, ne conſiſtans point en raiſon, où n'eſtans point proportionelles; pattant nous pourrions demonſtter, & refuter les argumens de ceux, leſquels tombans en erreur, penſent le contraire, n'eſtoit que ce ſera en un autre lieu, comme en l'Appendice ſuivant. Notez auſſi que ceſte cognoiſſance d'equilibration ſuffit, car on ſçait qu'en une balance, où les peſanteurs ſont egales, il ne faut pas grande puiſſance pour l'eſmouvoir, (combien qu'elle ayt auſſi des empeſchemens à ſon mouvement) & ainſi és autres.

Cecy eſt dit touchant l'empeſchement du mouvement, afin que ſi quelqu'un trouvant la force du mouvãt quelque fois plus grande que celle de l'eſmeu, ne penſe que ce ſoit faute en la ſcience, mais que de neceſſité (comme il a eſté dit) le mouvant doit eſtre au deſſus de l'equilibration d'autant peſant, qu'il eſt de beſoin pour forcer les empeſchemens de l'eſmeu. Secondement, afin que perſonne ne ſoit trompée en telle apparence de proportion, ce qui advient tres-aiſement à ceux qui prennent le faux pour le vray.

ALB. GIRARD.

Ie monſtreray comment il faut vuider ceſte queſtion une autre fois au livre du mouvement que je pretends mettre bien toſt au jour: Cependant voyez ce qu'en dit Stevin *en l'Appendice de la Statique, chapitre deuxieſme.*

ARGUMENT.

CEſte Stasique-practique comprendra l'invension Mechanique du plan de gravité, Diametre de gravité, & Centre de gravité. D'avantage la conſtruction d'une Balance tres-parfaite, avec la Declaration de quelqu'unes de ſes proprietez. Auſſi d'un Clavier tres-parfait: Et les proprietez des Leviers, deſquels on s'aide au lieu de force. Les proprietez des peſanteurs que l'on porte; des Guindaxes, de l'Elevation des peſanteurs, & de la force infinie.

PROPOSITION I.

EStant donné un ſolide quelconque, trouver ſon plan de gravité, diametre & centre de gravité mechaniquement.

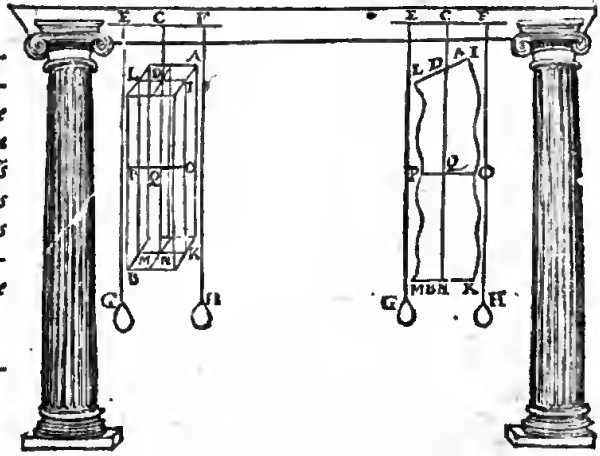
1 Exemple.

Le donné. Soit A B un ſolide quelconque.

Le requis. Il faut trouver ſon plan, diametre & centre de gravité.

OPERATION.

On pendra le ſolide avec la corde C D, & menant la ligne E F par le poinct C, & és deux poincts en icelle E, F, ſoyent attachez des filets de ſoye avec leurs plombs



G, H, comme icy E G, & F H, joignant le ſolide A B: alors le plan par ces deux filets ſera le plan de gravité,

comme paſſant à travers le ſolide par imagination; marquant ces lignes ſur le ſolide, frottant la ſoye de charbon ou de croye, comme font les ſcieurs de bois; & ſoyent icy I K, L M, & de meſme L I, M K; alors le plan L I K M ſera le requis.

Mais pour trouver le diametre de graviré, on tournera le ſolide, afin de marquer un autre plan de graviré, & ainſi on trouvera les poincts D deſſus, & N au deſſous; tellement que D N ſera le diamerre de graviré: Et pour trouver le centre de graviré, on ſuſpendra le ſolide de travers, aſſavoir par O, par lequel on trouvera le diamerre de gravité P O, coupant l'autre en Q: alors Q ſera le centre de gravité du ſolide.

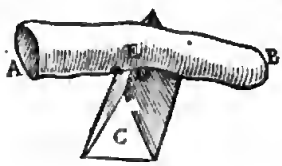
2 Exemple.

Le donné. Soit A B un ſolide comme il peut advenir.

Le requis. Il faut trouver ſon plan perpendiculaire, & centre de graviré mechaniquement.

OPERATION.

On mettra le ſolide A B ſur quelque anglet, ou ſur le tranchant d'un couſteau, l'advançant & reſirant tant qu'il ſoit en equilibre, & ainſi le plan perpendiculaire ſur l'horizon paſſant par la ligne du tranchant D, ſera le plan de gravité. puis trouvant un autre plan, leur commune ſection ſera perpendicle de gravité, & encor un autre plan trouvé coupant ladite perpendicle, ce ſera en ſon centre de gravité. Dont la demonſtration eſt manifeſte par la precedente.



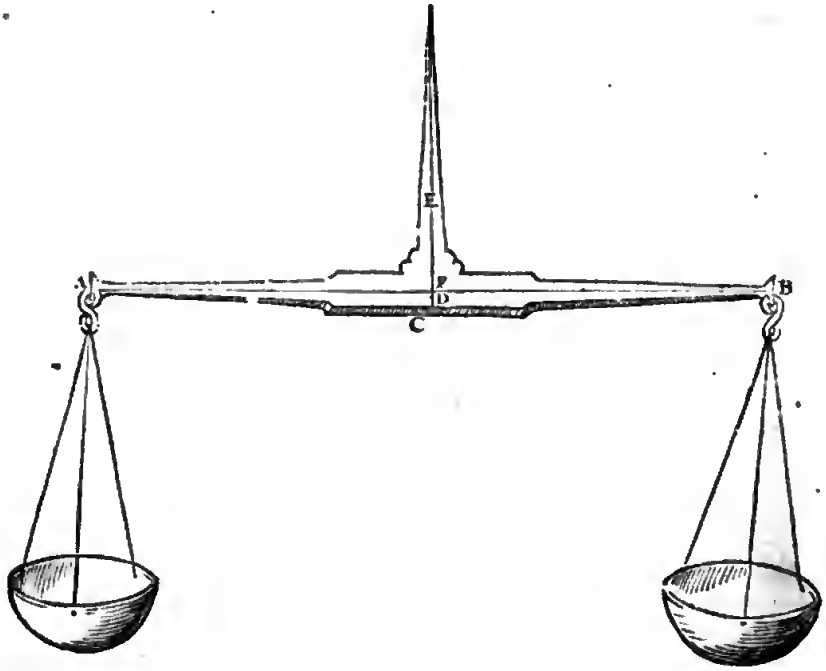
Concluſion. Eſtant donc donné un ſolide quelconque, nous avons trouvé ſon centre de gravité, &c. ſelon le requis.

PROPOSITION II.

Conſtruire une balance tres-parfaite.

CONSTRUCTION.

On marquera premierement C D (perpendiculaire à la longueur de la barre A B,) ſous le milieu de la languette, laquelle doit eſtre preallablement en ſon lieu; puis il faut limer ou oſter d'un & d'autre coſté autant de matiere, que le tout ſe tienne en equilibre ſur C D, poſé deſſus quelque trenchant, & que les rayons A D, D B ſoyent egaux; puis auſſi D E perpendiculaire ſur l'anglet de la barre, (c'eſt ſur la longueur de A B) & poſer la barre ſur une poincte d'acier, & ladite poincte dans D E pour trouver ſa perpendicle de gravite, & poſé que ce ſoit en F; & ayant marqué un poinct ſemblable à l'autre coſté, la ligne compriſe entre deux ſera la perpendicle de gravité de la barre, ſignifiant le taillant de l'eſſieu. Puis ſi les baſſins doivent eſtre attachez à la barre avec des crochets, on diſpoſera les attouchemens des crochets & la barre en telle ſorte, qu'ils ſoyent en ligne droite avec le raillant de l'eſſieu A F B; Or il faut bien entendre ce mot d'attouchement, car c'eſt le lieu precis où les crochets touchent la matiere de la barre; & auſſi ſi on attache les baſſins à la batre, avec autre choſe qu'avec des crochets, on prendra garde ſemblablement aux attouchemens: Alors l'anſe eſtant miſe en ſon lieu, ſi on met dans les baſſins des peſanteurs egales, elles ſe tiendront à toute poſition qu'on



voudra, moyennant que l'eſſieu demeure & repoſe ſur ſon trenchant, par la 10 propoſition du premier livre des Elemens Srariques.

Or que telle balance ſoit tres-parfaite. cela eſt manifeſte par le premier exemple de la 12 propoſition du premier livre ſuſdit, où il eſt demonſtré que E eſtant poinct ferme, on peut attacher un poids en D, tel que l'axe ſe tiendra à telle poſition qu'on voudra; & que ſi le poinct ferme euſt eſté N, aſſavoir le centre de gravité du donné, il n'y auroit aucune peſanteur pour petite qu'elle puiſſe eſtre, qui attachée en D, ne face deſcendre le coſté entierement pour en parler ſelon la perfection Mathemarique: Pareillement auſſi on doit entendre icy, qu'en poſant à l'une ou l'autre de ces peſanteurs egales,

egales, un tres-petit poids, que le coſté où ce ſera, deſcendra incontinent juſques en bas, lequel à grand' peine pourroit faire mouvoir une autre balance.

Que ſi les Ouvriers trouvent trop difficile de cognoiſtre le lieu du tranchant de l'eſſieu, & auſſi l'attouchement des crochets contre la matiere de la barre ſi parfaitement, ils ſe peuvent propoſer ce que deſſus pour but; & s'ils vouloyent auſſi choiſir quelque coſté des deux, auquel on peut tomber n'ayant pas touché à la perfection, ils pourront mettre pluſtoſt les attouchemens des crochets qui ſe font contre la barre, la largeur d'un cheueu plus bas que la ligne A B, que non pas autant plus haut; car eſtant plus haut, tout renverſera, par la 8 propoſition du premier livre, ce qui n'eſt pas idoine pour peſer; car auſſi il pourroit advenir que ce qui ſeroit le plus peſant, paroiſtroit le plus leger, lors que l'axe le long de la barre ne ſeroit parallele à l'horizon, c'eſt à dire à niveau au commencement du balancement, d'autant que tout ſe tourne du coſté où il commence à tourner premierement.

D'autant que les rayons de la barre doivent eſtre egaux en longueur, il eſt certain que ſi l'un d'iceux eſtoit la centieſme partie plus long que l'autre, que telle balance ſeroit fauſſe; car elle ſeroit paroiſtre eſtre en equilibre, ce qui differeroit un pour 100; & ſi l'un d'iceux eſtoit la $\frac{1}{25}$ partie plus long que l'autre, il y auroit difference de 4 pour 100, &c. Car comme le rayon majeur au moindre, ainſi l'un des poids à l'autre, par la 1 propoſition du premier livre.

Notez auſſi que les barres les plus longues, deliees, & legeres, ont un plus grand avantage pour peſer juſtement. Car ſi de deux barres d'egale peſanteur l'une eſtoit plus grande que l'autre; il eſt certain qu'une once, ou un grain, pourroit faire plus d'effort à l'une, que non pas à l'autre, par la propoſition ſuſdite.

Concluſion. Nous avons donc conſtruit une balance tres-parfaite, ſelon le deſſein.

PROPOSITION III.

ESTant propoſée une balance, de laquelle la barre demeure à niveau: Trouver un poids, lequel mis en l'un des baſſins, la barre ſe tienne ſelon quelque diſpoſition donnée.

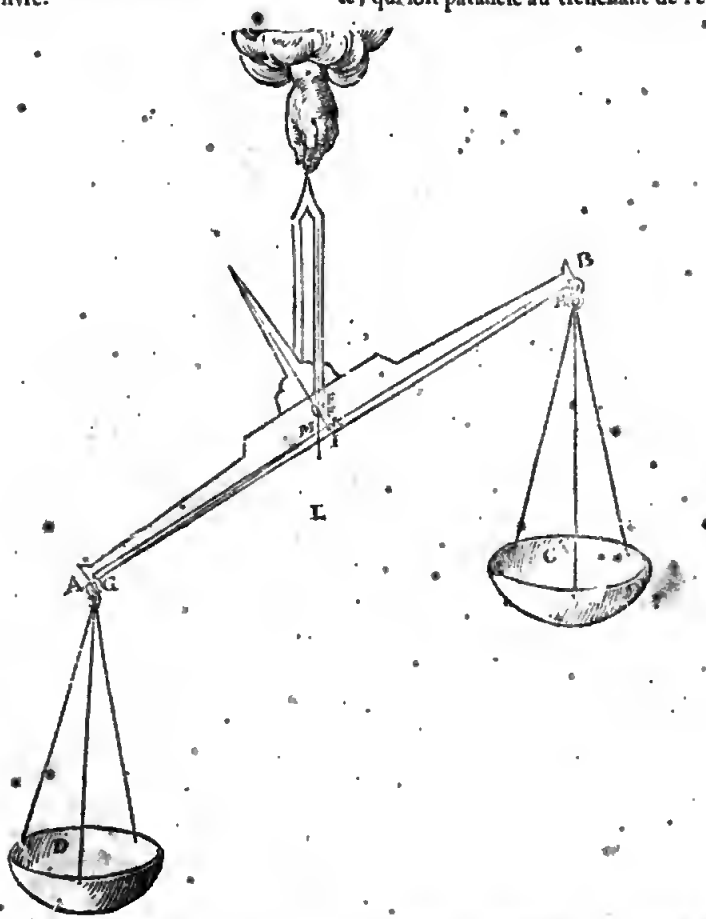
Il arrive ſouvent qu'une balance a ſon mouvement moins libre que l'autre, ſans qu'on ſçache d'où procede la faute, meſme le trenchant de l'eſſieu eſtant auſſi bon que l'autre, on ne ſçait aucunefois trouver la cauſe: Parquoy nous deſcritons icy la raiſon, demonſtrant quel poids on mettra en une telle balance, afin que la barre demeure en diſpoſition donnée.

Le donné Soit la balance A B C D, & le tout eſtant libre, la barre ſe remette au niveau, & E ſoit le trenchant de l'eſſieu.

Le requis. Il faut mettre un poids en D, tel qu'il face diſpoſer la barre en ceſte maniere.

OPERATION.

On oſtera les baſſins, cordes, crochets, & anſes, trouvant le diametre de gravité de la barre avec la languette, qui ſoit parallele au trenchant de l'eſſieu E, par la



1 propoſition de ce livre, & que ce ſoit en F; puis on menera une ligne d'un attouchement à l'autre G H, aſſavoir des attouchemens des crochets contre la barre, & I au milieu; puis on diviſera F I, tellement que les

parties soyent en raison de la pesanteur de la barre & languette, laquelle soit 1 ℔, à la pesaoteur des bassins, cordes & crochets, lesquels je prens aussi peser 1 ℔, & partant K soit mis au milieu de FI; alors K sera le poinct, auquel la balaoce proposée tiendra telle position qu'on voudra; puis menez K G, & la perpendicle par E, comme E L, coupant K G en M: Je dis que le poids qui aura raisoo à 2 ℔ (assavoir de route la balance avec ses dependances, comme il a esté dit) comme M K à M G, sera le requis, lequel mis dans le bassin D, tiendra la balaoce en ceste disposition. Prenaot que M K soit la $\frac{2}{5}$ de M G, alors la $\frac{2}{5}$ de 2 ℔ tiendta la balaoce en ceste disposition; dont la demonstration est manifeste par la 12 proposition du premier livre, mais oeantmoins nous en dirons encore icy quelque chose.

DEMONSTRATION.

D'autant que K est ceotre de gravité du donné, alors la perpendicle par K, sera le diametre de gravité du mesme, & la perpendicle par G, sera le diametre de gravité de ce qu'on a mis dans le bassin D; parquoy la ligne K G entre les deux centres de gravité est la barre Mathematique de gravité des mesmes, & est divisée en M, en sorte que le rayon M G aye telle raison au rayon M K, comme ceste pesanteur à celle-cy: Done la perpendicle par M sera le diametre de gravité, ou anse du roral; & par consequent la barre demeurera en telle disposition: ce qu'il falloit demonstrer.

Conclusion. Estant done proposée une balance, &c.

PROPOSITION IV.

Estant donnée une barre, laquelle avec ses bassins demeure au niveau, mais sans iceux ne peut reposer sur le tranchant de l'essieu: Trouver de quelle pesanteur il faudra faire les bassins, afin que la barre se puisse tenir en telle disposition qu'on voudra.

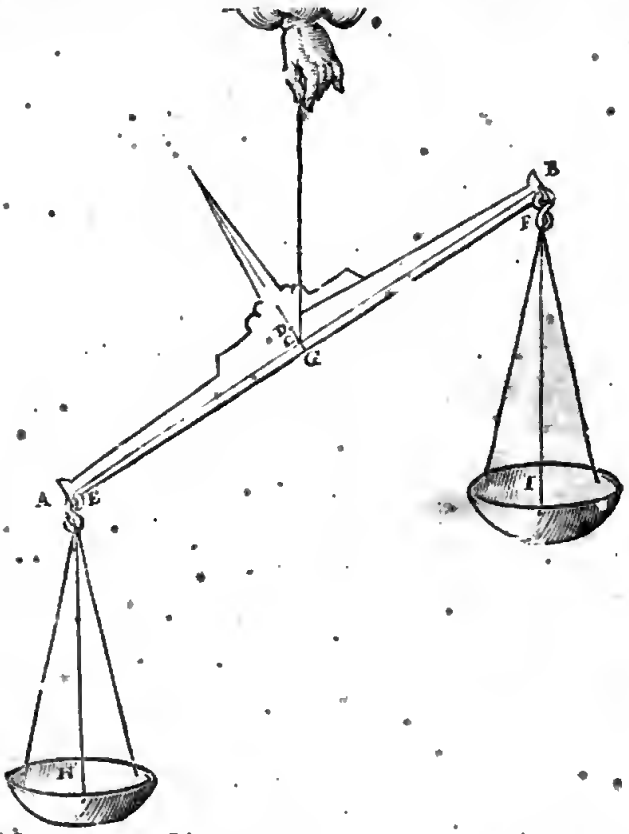
Il y a des barres, qui ne peuvent pas repose sans bassins sur le tranchant de leot essieu, mais bien lors qoe les bassins y sont; dont il nous faut recercher la caose par la practique.

Le donné. Soit A B une barre de la qualité de la proposition, & C tranchant de l'essieu.

Le requis. Il faut trouver à ceste barre des bassins (c'est assavoir avec cordages, & crochets,) de telle pesanteur, qu'ils facent tenir la barre en telle disposition qu'on voudra.

OPERATION.

On trouvera le diametre de gravité de la barre jointe avec la languette, parallele au tranchant de l'essieu C, par la 1 proposition de ce livre, & soit D au dessus de C; d'autant que la barre ne se peut tenir sur C par l'hypothese, & encor moins sous C. Puis soit meoée E F entre les touchemens, assavoir de la barre & des crochets, laquelle de necessité passera sous C; veu qu'elle passera sur C ou dessus, il n'y auroit bassins si pesants puissent ils estre, qui pourroyent faire que la barre se tienne au niveau, & encor moins en toutes les positions qu'on voudra. Puis marquant G au milieu



de E F, on meoera D C G; & comme D C à C G, ainsi la pesanteur des balances H, I, à la pesanteur de la barre; & si C D, C G estoyent egales, alors la pesanteur des bassins, & celle de la barre devroyent estre egales; dont la demonstration est faite en la 10 proposition du premier livre, à quoy nous adjousterons encore cecy.

DEMONSTRATION.

La perpendicle par D, sera la perpendicle de gravité de la barre d'une part, & par G, la perpendicle de gravité des bassins d'autre part: Ainsi G D sera la barre Mathematique: Mais comme le rayon C D à C G, ainsi ceste

ceſte peſanteur à celle-là, par l'hypotheſe : la balance donc ſe tiendra ſur C en telle diſpoſition qu'on voudra; ce qu'il falloit demonſtrer.

Concluſion. Eſtant donc donnée une barre, laquelle avec ſes baſſins, &c.

Notez.

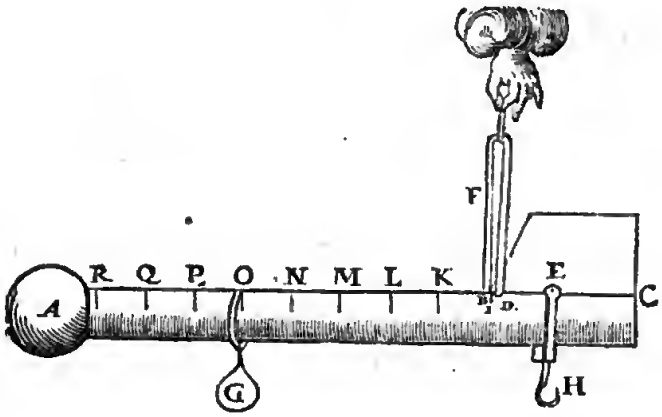
Il appert, que ſi les baſſins eſtoyent plus peſans qu'il n'a eſté dit cy-devant, ou qu'on mette dans les baſſins des poids egaux, alors la barre ne tiendroit pas telle poſition qu'on voudra, mais ſera parallele à l'horizon; parquoy telle balance n'eſt pas la plus parfaite.

Proposition V.

Conſtruire un clavier treſ-parfait.

Operation.

On prolongera le bord ſuperieur A B juſques en C, & dans B C, les deux tranchans des eſſieux D, & E, pourveu que le tranchant de D vienne vers le bas, & de E vers le haut : Puis de l'extremité plus groſſe de la barre vers B C, on en limera ou oſtera tant, que tout balance, & demeure en equilibre en l'anſe F, & qui plus eſt que le tranchant de l'eſſieu D (ayant oſté l'anſe F) demeure le diametre de gravité de la barre corporelle A C. Ce qu'eſtant ainſi, & la meſme barre ſuſpendue à l'anſe, elle ſe tiendra en telle diſpoſition qu'on voudra, tant que l'eſſieu D repoſera ſur ſon tranchant. Puis on verra de quelle peſanteur le curſeur G, & le crochet H ſeront, je poſe que G ſoit 1 ℔, & H une once, ce qui eſt la $\frac{1}{16}$ de G, on poſera 1 en ſorte, que la ligne entre 1 & le tranchant de l'eſſieu D, ſoit egale à la $\frac{5}{16}$ de D E, puis on marquera la longueur D E, (la diſtance des deux eſſieux) de 1 vers A, tant que faire ſe pourra, comme en K, L, M, N, O, P, Q, R : puis on diviſera chaque partie de 1 K, K L, L M, &c. en autant de parties egales que le lieu le permettra, comme en 2, en 4, ou en 8, ou en 16, &c. & alors tout ſera achevé.



Mais ſi l'ouvrier trouve ceſte exactitude difficile & trop laborieuſe, il aura au moins pour but, & taſchera de le faire au plus pres qu'il pourra, mettant toutefois pluſtoſt le tranchant de l'eſſieu D, un cheveu plus haut, que la ligne A C, que plus bas qu'icelle.

Et quant à l'uſage, lors que G eſt pendu en O, & une peſanteur au crochet H; equilibre au teſte, ceſte peſanteur peſera 5 ℔, d'autant qu'il y a de 1 en O 5 diſtances : Et ſi chaque diſtance, comme 1 K, K L, L M, &c. eſtoit partie en 16, chacune denoteroit une once : Comme ſi G eſtoit pendu entre P & Q en la 15 partie de P vers Q; alors ce qui pendroit au crochet H, peſeroit 6 ℔ 15 onces; & ainſi des autres. Or d'autant que ce clavier, avec les poids equilibres de part & d'autre, ſe tiendra en telle diſpoſition qu'on voudra, (poſant que le curſeur G ne s'eſcoule en bas, lors que l'un des deux coſtez deſcend,) & partant ce ſera un clavier treſ-parfait, pour les raiſons deduites en la propoſit. precedente. Quant à la demonſtration, tout eſt manifeſte par la 2 propoſition du premier livre.

Concluſion. Nous avons donc conſtruit un clavier treſ-parfait, ſelon le deſſein.

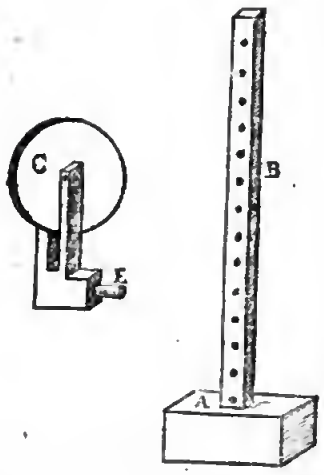
Proposition VI.

Conſtruire la balance oblique.

D'autant que les poids ne ſe meuvent pas ſeulement droit en bas, & droit en haut, mais auſſi de biais, & obliquement, comme en divers exemples cy-devant & cy-apres, il faudroit avoir une balance d'autre façon que les communes, laquelle par diſtinction nous pourrions nommer balance oblique : Leur fin principale eſt de demonſtrer à l'œil, rechercher, & entendre la verité des propoſitions, touchant la proportion deſcrite par voye Mathematique de tels poids obliques au premier livre, afin d'eſtre tant plus certain des choſes qui tirent de là leur fondement, pour ſervir à l'avantage & utilité des hommes.

Operation.

On feta un pied A, avec un reglet deſſus, percé en pluſieurs lieux, comme B, & puis une poulie C, avec une roye à l'entour du bord, où l'on puiſſe faire couler un filet, ayant au milieu un eſſieu D, repuſant de ſes deux bouts dans un pertuis, & puiſſe eſtre attachée à la regle B, mettant la poincte E dans l'un des pertuis d'icelle regle, ſi haut ou ſi bas qu'on voudra, & ſera achevée. Mais ce à quoy on doit bien prendre garde, afin d'eſtre bien exacte, eſt que la poulie & ſon eſſieu de dedans, doivent eſtre tournez enſemble, & le plus delicatement qu'il eſt poſſible, faiſant la poulie fort deliée, & que l'eſſieu ſoit à peu pres auſſi gros que les plans de la poulie, afin d'empeſcher de vaciller, ou toucher la mortaize, & les bouts de l'eſſieu fort deliés. J'en ay fait tourner une de buis pour mon uſage, dont l'eſpeſſeur eſt comme le dos d'un delié couteau, ayant de diametre environ 5 pouces; & l'eſſieu (tournez enſemble



ſemble l'uo avec l'autre) d'yvoire de la groſſeur d'une eſguille de Tailleur d'habits, aſſavoir auſſi deſliée que l'ouvrier la pouvoit tourner.

Proposition VII.

Recercher les proprietez des leviers.

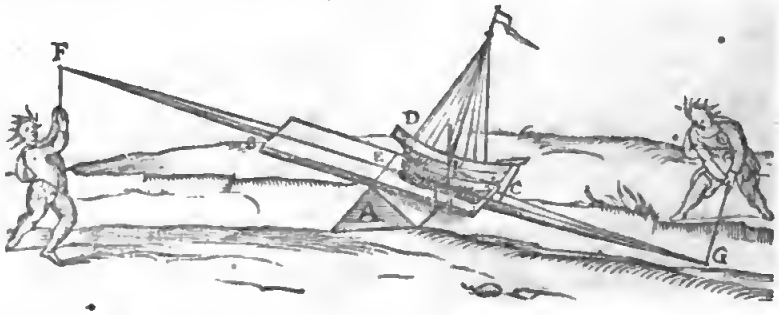
Les hommes ayant remarqué qu'ils agiſſoyent avec plus de force avec des longs leviers, ils s'en ſont puis apres ſervy en pluſieurs affaires, mais cognoiſſans cela ſeulement par experience, & non par raiſoo, il eſt advenu que pluſieurs ouvrages nouveaux ont mal reüſſy, au dam des ouvriers, & au deſavantage & reculement de l'ouvrage. Afin donc de ſçavoir leurs puiſſances devant que commencer à les practiquer, nous en dirons icy quelque choſe, combien que cela ſe puiſſe aiſémeot tirer des propoſitiuns du premier livre; & comme il eſt advenu, que quelques uns ont peoſé qu'il ſeroit meilleur de tranſporter les batteaux par deſſus les doſdanes à force de leviers, & avec moindre frais qu'avec des guiodaxes, ſelon la maniere ordinaire, nous prendrons premierement ceſt exemple pour voir qu'eſt ce qu'il en adviendroit.

1 *Exemple, des leviers à double queuë.*

Le donné. Soit A un doſdane, & B C uo bois plat, ſur lequel le batteau D, peſant 24000 lb, peut repoſer, (cõment on peut cognoiſtre combien peſe un batteau, avec tout ce qui eſt dedans, & ſon equipage, cela ſe trouvera en l'Hydroſtatique en ſon lieu) & E, milieu de B C vienne ſur le milieu du dodaſoe A; B F un des leviers, & C G l'autre egal à B F; & F E de poids egal à E G (quand le batteau n'y eſt pas) & pour tranſporter le batteau, oo tire en F, ou on leve ſeulement en G, ou bien enſemble. Puis ſoit H I la perpendicle, & F E ſoit ſextuple à E H, on requiert de trouver nn cootrepoids en F, ou en G, qui ſoiten equilibre avec le batteau.

Operation.

D'autant que F G eſt comme la barre d'une balance, & E ſon poinct ferme, & H I la perpendicle de gravité; & puis que F E eſt ſextuple à E H; alors le poids du batteau ſera ſextuple au poids attaché à F, tellement que poſant que le batteau peſaſt 24000 lb, comme dit eſt, il faudroit 4000 lb à F: Or s'il y avoit 25 perſonnes,



& que chacune peſaſt 160 lb, ils tiendroyent le batteau en equilibre: Ce qui ſe doit entendre en la diſpoſitioo preſente, mais ſi le batteau eſtoit eſlevé plus haut, K eſtant le centre de gravité, & K L de nouveau, perpendicle de gravité, il faudroit moins que 4000 lb à F, veu que poſant F E ſeptuple à E L, il ne faudroit que $342\frac{8}{7}$ lb, pour tenir le batteau en equilibre.

Notez.

Nous avons propoſé un exemple, lequel ſervitoit en telle occaſion, où le levier devroit eſtre bien grand pour eſtre ſextuple à E H. J'eſtime qu'és grands navires cela ne pourroit pas bien ſucceder, mais ſeulement és batteaux. Il eſt bien vray qu'on ſe ſervitoit de guindaxes en F, G, pour n'avoir beſoing de tant de gens; nous en deſeritons une autre plus facile, en la 10 propoſition ſuivante, & ſuffit d'avoir expliqué, & declaré ceſt exemple comme deſſus, puis qu'en le voulant practiquer, on accommode les choſes ſelon qu'il vient mieux à poinct.

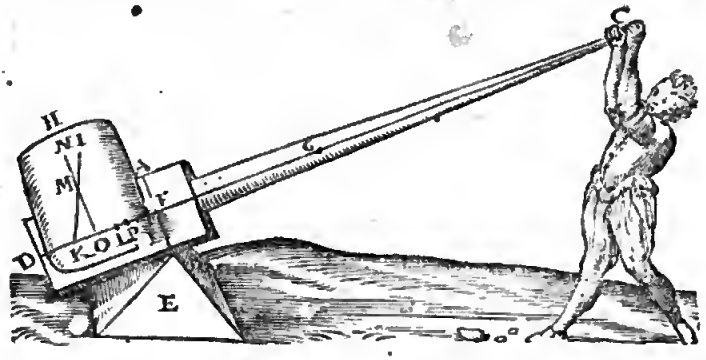
2 *Exemple, des leviers à ſimple queuë.*

Le donné. Soit A B C D un levier, D F, F C inegales ſur l'angler de E le long de A B, coupant D C axe en F, iceluy levier peſant 400 lb, dont le centre de gravité ſoit G, (le plao de gravité perpendiculaire ſur l'axe D C euſt peu ſuffire, comme auſſi és exemples troiſieſme & quatrieſme ſuivants, mais nous prendrons icy le ceotre de gravité pour parler plus proprement) & il y a ſur la partie A B D une peſanteur H de 2000 lb, I K ſa perpendicle de gravité, aſſavoir K en l'axe C D, on demande quelle peſanteur il faudroit en C pour lever H.

Operation.

On trouvera la perpendicle de gravité du poids H & du levier H, comme d'une choſe, ainſi que s'enſuit: Soit partie K G en L, ainſi que G L aye telle raiſon à L K, comme 2000 lb à 400 lb, c'eſt comme 5 à 1, une perpendicle par L ſera leur perpendicle de gravité. Or je poſe que F C ſoit trouvée dodecuple à F L; parquoy F C 12 donne F L 1, combien 2400 lb (aſſavoir du levier

levier A B C D & de H) viendra 200 ℔ pour le poids qui doit eſtre en C, pour eſtre equilibre à H en ceſte diſpoſition; parquoy ſi un homme peſant 200 ℔, tiroit en C auſſi fort que 200 ℔, il ſeroit en equilibre au reſte; ce qu'il faut entendre en la diſpoſition, comme elle eſt preſentement: car prenant M, pour le centre de gravité de H, & la partie A B D s'elevant, C n'aura pas beſoing de 200 ℔; veu que menant N O, perpendi-



culaire à D F, (ou ſur le plan A B D) par le poinct M, tellement que quand ledit plan ſera parallele à l'horizon, N O ſera perpendicle de gravité de H; & diviſant O G en P, ainſi que P G ſoit derechef quintuple à P O, aſſavoir comme 2000 ℔ à 400 ℔, la perpendicle par P ſera alors diametre de gravité du total: Je poſe maintenant que F C ſoit quindecuple à F P, il faudra dire, F C 15, donne F P 1, combien 2400 ℔? viendra 160 ℔, qu'on devra attacher à C, afin de contrepeſer le reſte.

3 *Exemple.*

Combien que la qualité des peſanteurs des choſes qu'on porte ſur l'eſpaule, comme lances & ſemblables longueurs, ſe rapporte aſſez à ce que dit eſt au deuxieſme exemple, nous en ferons neantmoins mention en ce troiſieſme exemple.

Le donné. Soit A un homme, ayant ſur ſon eſpaule B, une lance C D, peſant 12 ℔, dont l'axe eſt C D, & E ſon centre de gravité: & du poinct d'attonchement de la lance & de ſon eſpaule, ſoit menée la ligne B F, perpendicle à l'horizon, coupant l'axe C D en G: Et tirant avec ſa main directement en bas, vient au poinct H en l'axe, & que G H ſoit double à G E.

Le requis. Il faut trouver quelle force c'eſt que la main fait en attirant.

Operation.

D'autant que G H eſt double à G E, la peſanteur en E, qui eſt la lance, ſera double à celle qui eſt en H,

la force que la main fait: Mais la lance peſe 12 ℔, la main donc attirera 6 ℔.

Mais ſi c'eſtoit un ſoldat qui ayt eſté à la picorée, & ayt pendu un chappon I, en K, peſant 3 ℔: tellement que K G ſoit triple à G H; il appert que le butin luy appeſantira la main de 9 ℔, & attireroit 15 ℔ en tout.

On ſuppoſe icy qu'il tire droit en bas la main, mais ſi c'eſtoit obliquement, alors comme la depreſſion directe à l'oblique, ainſi le detrimant directe à l'obliqne, par la 21 propoſition du premier livre des Elemens, d'où tout pourra eſtre cognu.

Alb. Girard.

Mais d'autant qu'il arrive, comme icy, d'autres inconvenients au porteur, qu'à la main, comme ſur l'eſpaule; on demande quel poids il porte ſur ſon eſpaule? ce qui ſervira une fois pour tout, tant icy qu'en autre lieu.

La lance C D *peſe* 12 ℔,
En K, *y a* 3 ℔,
Et la main H *tire* 15 ℔,

Vient en ſomme 30 ℔.

ſur l'eſpaule B, *& ainſi des autres: que s'il mettoit tout à l'equilibre, ſans la main il ne porteroit que la moitié.*

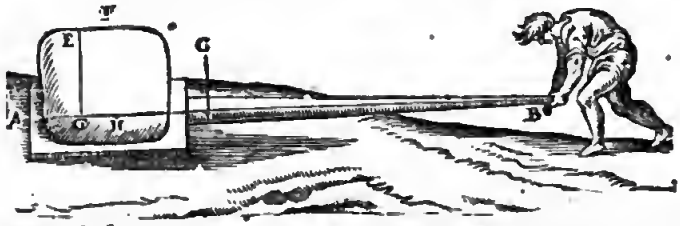
4 *Exemple.*

Nous avons declaré juſques icy les proprietez des leviers à deux bouts, de part & d'autre du poinct ferme.

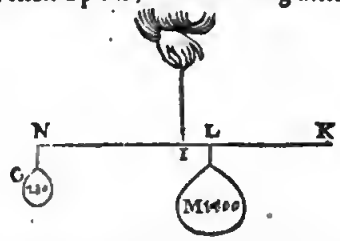
Le donné. Soit A B un levier, ferme en A, & le reſte mouvant, peſant 400 ℔, l'axe A B, & C D diametre de gravité, & A B ſoit 10 pieds de long, ſur lequel eſt un poids de 1000 ℔ E, ſon diametre de gravité F G. L'on demande de quelle force il faut elever le bout B, afin de lever & le levier & le poids E.

Operation.

On trouvera le diametre de gravité du total, partiſſant quelque barre entre les diametres F G, & C D; comme G D en H; tellement que H G à H D ſoit comme 400 ℔ du levier à 1000 ℔ du poids F: (c'eſt comme 2 à 5) Et poſant que A H ſoit 2 pieds, je dis A B 10 pieds, donne A H 2 pieds, combien 1400 ℔ pour le poids tant du levier que du faix? vient 280 ℔: On doit donc mettre une telle force en B, pour eſtre equilibre au reſte, comme ſi on levoit 280 ℔; dont la demonſtration eſt manifeſte par la 14 propoſition du premier livre des elemens.



Mais ſi l'artiſan euſt voulu faire le compte par une cognoiſſance plus exquiſe des principes, il euſt peu faire quelques figures, telles que les Geometres font, afin d'aider à l'imagination : Comme menant cy-deſſous la ligne I K, denotant le levier de 10 pieds; & d'autant que A H eſtoit 2 pieds, & H centre de gravité, je marque L, ainſi que I L denote 2 pieds, attachant M 1400 ℔ à L, & faiſant I egale à I K. prenant I pour le poinct ferme, je recerche quel poids viendra à N, afin qu'il ſoit equilibre à M; ce qui eſt manifeſte par la 3 propoſition du premier livre; car I L, eſt la $\frac{2}{10}$ de I N; parquoy à N ſera la $\frac{1}{5}$ de M, comme O, 280 ℔; & par la 13 propoſition du premier livre, O fait tel effort à N en deprimant, que le meſme poids en K en elevant, veu que I N eſt egale à I K; & ainſi il faudra elever le poids de 280 ℔ en K pour ſatisfaire au requis, aſſavoir pour elever M, & le trouver en equilibre: & ainſi des autres qui ſont de meſme.



Concluſion. Nous avons donc recerché la proprieté des leviers, &c.

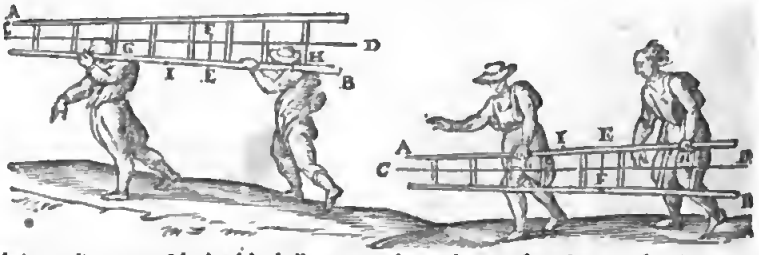
Proposition VIII.

Recercher *les qualitez des fardeaux qu'on porte.*

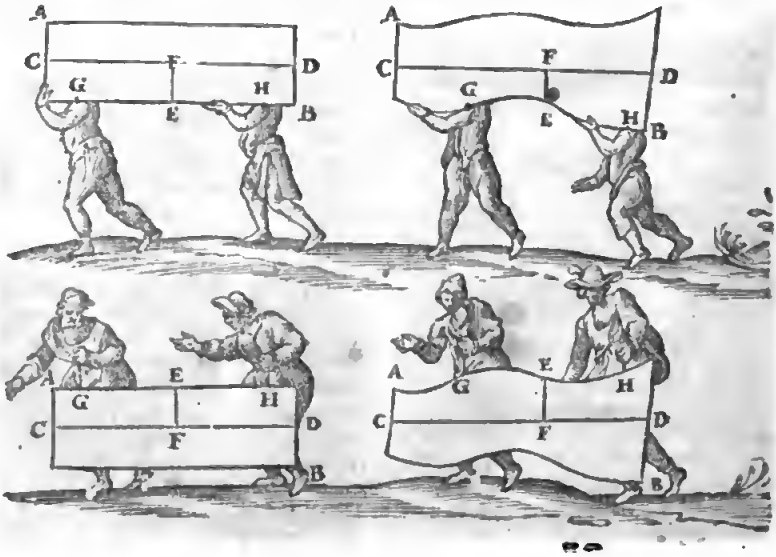
Le donné. Soit A B une eſchelle, plus peſante en un bout qu'en l'autre, laquelle doit eſtre portée de deux hommes, tellement que l'un porte autant que l'autre, aſſavoir chacun la moitié de la peſanteur d'icelle; & ſoit C D ſon diametre, lequel on requiert eſtre parallele à l'horizon.

Operation.

On balancera l'eſchelle ſur quelque angler tranchant, recerchant où elle ſe peut tenir en equilibre, & ſoit en E, y faiſant une marque, ſi on la doit porter ſouventefois de lieu en autre; & menée la perpendicle E F, coupant C D en F, duquel on poſera deux poincts equidiſtants, & de part & d'autre d'iceluy, comme en G, H; car là ils porteront les peſanteurs egales.



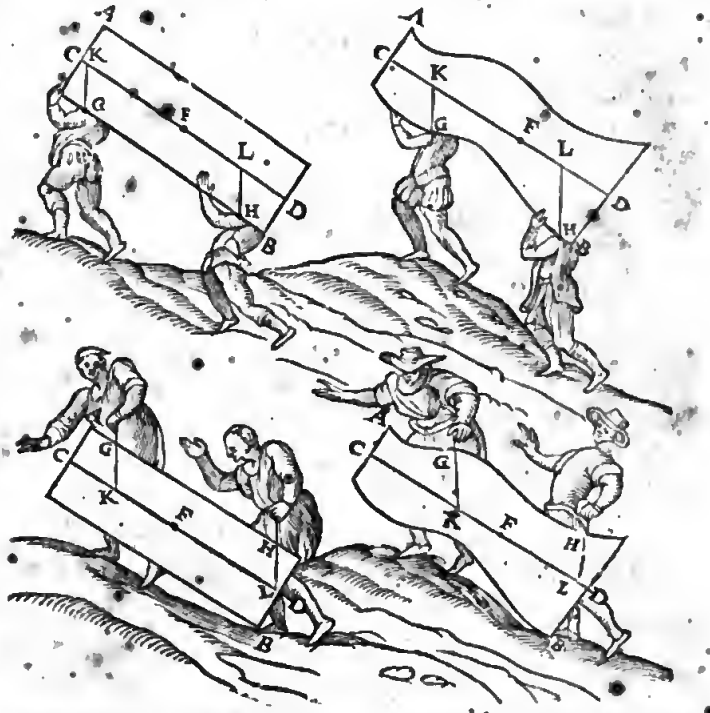
Que ſi on vouloit que l'un portaſt le double de l'autre, on prendra l'une des diſtances HE, double de l'autre EI, alors celuy qui ſera plus pres de EF, comme en I, portera le double de l'autre en H, & ainſi des autres.



Orce

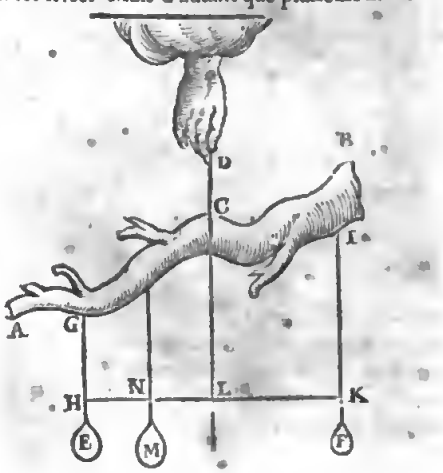
Or ce qui a eſté dit de l'eſchelle, ſe peut auſſi entendre d'autres faix, comme cy-deſſous; trouvant preallablement les lignes CD, par la 1 propoſition de ce livre, lors qu'elles ſont irregulieres; & que les perpendicles par G, & H, coupent CD, és poincts equidiſtants de EF.

Ce que deſſus eſt, lors que CD eſt poſée parallele à l'horizon (c'eſt à dire au niveau) mais ſi elle eſtoit oblique à l'horizon, comme cy-deſſous, quand les porteurs montent ou deſcendent, alors la raiſon des peſanteurs ſe changeroit, mais elle ſeroit toutesfois



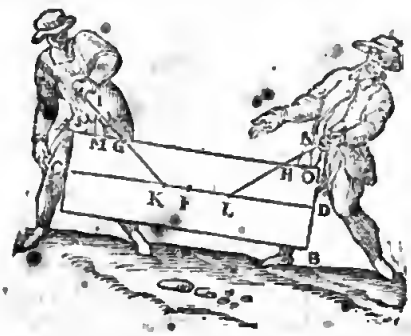
cognuë. Car ſoit pour plus ample declaration, que les porte-faix ayent à monter quelque montagne, comme cy-deſſus.

Ayant mené des perpendicles par les poincts G, H, coupant C D en K, L, ils ne porteront pas autant l'un que l'autre, comme au precedent exemple, veu que F K (és deux figures d'enhaut) eſt majeure à F L, & moindre aux deux de deſſous: Comme auſſi F K à F L, ainſi le poids en H, à celuy de G. D'où s'enſuit que lors que les poincts fermes G, H, ſont au deſſous de C D, que celuy de devant porte le moins; mais au deſſus, il porte le plus. Et que ſi les poincts fermes eſtoyent en C D, qu'ils porteroient touſiours les meſmes poids, tant en pente, qu'en pleine campagne, ce qui eſt du tout manifeſte, par les 14, 15, 16, 17, 18, 27, 28 propoſitions du premier livre. Mais d'autant que pluſieurs manou-



vriers n'entendent, ny ne peuvent mettre leur temps à lire ces propoſitions, qui toutefois voudroyent voir à l'œil quelque raiſon qui les induiſiſt à croire cela, ils pourront prendre un baſton droit & reguliet, ou tortu & irregulier, comme il arrive, tel que A B, le ſuſpendant par un ligament C D en C, puis attachant des poids egaux E, F, au baſton, tellement que les cordages G H, I K, ſoyent equidiſtans de la ligne C D produite en bas, aſſavoir H L egale à L K; le baſton tiendra la meſme diſpoſition qu'auparavant: ce qui ſe fera auſſi, ſi en oſtant E, on y met M double à F, moyennant que K L ſoit auſſi double à L N, d'où s'enſuit neceſſairement ce qui a eſté dit cy-deſſus, & ainſi ils le pourront entendre facilement.

Les lignes és figures precedentes, par leſquelles les porte-faix ſupportoyent les fardeaux, eſtoyent perpendiculaires à l'horizon, que ſi elles y eſtoyent obliques,



comme icy joignant, ils ſouſtiendront un plus grand faix, que le fardeau ne peſe. Et pour ſçavoir combien de

de peſanteur revient à chacun, on menera les perpendicles I M, N O, diſant comme M I à I G, ainſi l'elevaſit direct au poids que l'homme ſouſtient en G; & derechef comme O N à N H, ainſi l'elevant direct, au poids que l'autre homme ſouſtient en H, par la 27 propoſitioo du ptemier livre des Elemeos; & par la 22 du meſme livre on ſçaura combien chacun ſouſtiendra.

Nous mettrions encor d'autres exemples toochant la qualité des fardeaux pottaribles, mais la briefveté nous eo divertiſſant, ceux-cy ſuffiront pour le preſent.

Proposition IX.

Recercher les proprietez des guindaxes, & des peſanteurs attirées.

L'attirant & l'attiré des guindaxes, ſoot propottionaux aux raids de l'axe, & de la rouë. & pour mettre le tout par ordre nous deſcrirons le theoteme ſuivant.

Theoreme.

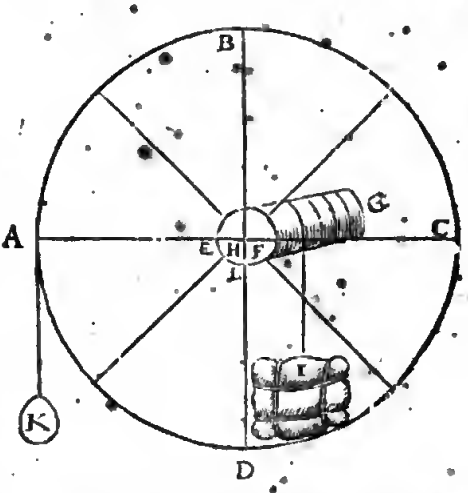
Estant propoſé un guindaxe, & une peſanteur pendue à ſon axe, equilibre au poids, qui eſt mis à l'extremite du raid de la rouë, eſtant ledit raid parallele à l'horizon: Comme le raid de la rouë, au raid de l'axe; ainſi le poids à l'axe, au poids qui eſt a la rouë.

Le donné. Soit A B C D E F G un guiodaxe, ſon axe E F G, & raid E H, & centre H; & I un poids ſuſpendu à iceluy: puis A B C D la rouë, & H A raid parallele à l'horizon, en l'extremité duquel A eſt un poids K, equilibre à I, & L ſoit l'attouchement de l axe, & le lieu où il repoſe.

Le requn. Il faut demooſtrer que comme A H à H F, ainſi I à K.

Demonstration.

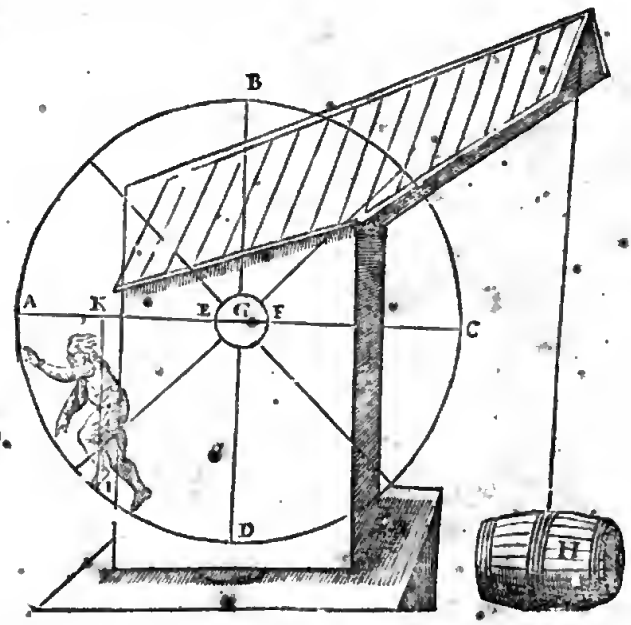
Soit priſe la rouë A B C D comme la batre d'une balance, & B L l'anſe, tellement que le coſte B D A (ayant oſté prealablement les poids K, I,) ſoit equilibre à l'autre coſté B D C. Poſons maintenant que le poids I ſoit attaché au poinct F (car c'eſt tout un) alors comme les rayons A H à H F, ainſi I à K (qui eſt proportion de majeure inegalité) parquoy ſi H A eſt ſextuple à H F, auſſi ſera I à K, aſſavoir que ſi I peſe 600 lb, que



K en peſera 100, que ſi un homme peſoit, où faiſoit autant d effort que 100 lb eo A, il tiendroit I en equilibre, excepté qu'à cauſe de l'attouchement L, c'eſt à dire le froyement de l'axe contre le moyeu, il doit faire quelque effort au deſſus des 100 lb.

2 *Exemple.*

Les proprietez & qualitez des guindaxes, qu'on nomme grues, & autres ſemblables roüages, où l'on fait marcher quelqu'un dedans, ſont aſſez manifeſtes par ce que devant. Soit par exemple A B C D une rouë, A G ſon raid parallele à l'horizon, & G F celuy de l'axe, G ſon eeotre, H un poids à l'axe, & I un homme qui

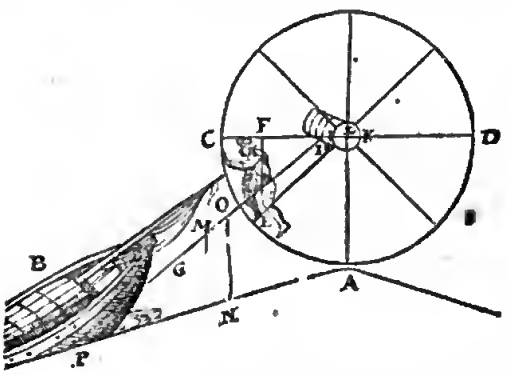


marche dans la rouë, equilibre au poids H, duquel le diametre de gravité eſt I K, pespendicle à A C: Il appert, que comme K G à G F, ainſi le poids H à la peſanteur de l'homme I; & poſé que G K ſoit quadruple à G F, alors le poids H ſera quadruple auſſi à celuy de l'homme I, que ſi l'homme peſoit 150 lb, H peſeroit 600 lb. D'avantage l'homme en ce lieu ne pourra pas eleyer le fardeau, d'autant qu'il y eſt ſeulement en eqoilibre,

libre, mais s'il marche en avant vers A, alors il elevera H, car ainſi G K à G F ſera une raiſon majeure comme devant. Et tant plus on eſt vers A, & tant plus de force a-on pour elever H : dont la raiſon de ces choſes apparoit à la 3 propoſition du premier livre.

3 Exemple.

Voila quant aux poids qu'on eleve directement, comme balles de marchandiſes, & tonneaux qu'on tire des navires par le moyen des grues & autres ſemblables. Mais quant aux poids qu'un tire obliquement, comme on fait les batteaux, lors qu'on les tire an deſſus des doſdaſnes és pays bas, il y a quelque autre raiſon. Soit par exemple A un doſdaſne, B uo batteau qui doit eſtre attiré par deſſus, C D la touë, & C L ſon raid parallele à l'horizon, & de l'axe K L, un homme auſſi qui eſtant en la touë tient le batteau en equilibre, ſon diamette de gravité F E, la corde du batteau à l'axe G H; ſoit auſſi menée la perpendiculaire au plan du doſdaſne, M un poinct d'icelle en la corde; puis la perpendicle O N. Soit maintenant L F ſextuple à L K, & N O triple à O M, & que l'homme peſe 150 ℔. Ce qu'eſtant ainſi, comme L F à L K, ainſi le poids qui peodroit droit

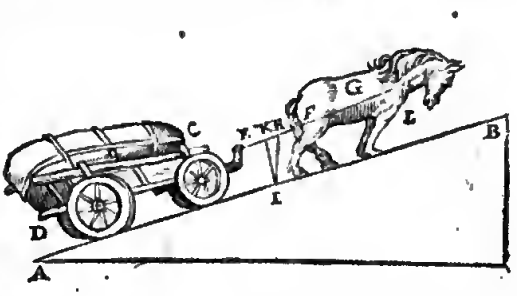


en bas à la corde G H, au poids de l'homme, par le theoreme precedent; mais L F eſt poſée eſtre ſextuple à L K : le poids donc ſuſdit, qui pendroit droit en bas, peſeroit 900 ℔ : Parquoy l'homme fait un tel effurt au batteau B, comme s'il y avoit 900 ℔ attachées à l'axe obliquement; Et alors le poids du batteau a telle raiſon à 900 ℔, comme N O à O M, par la 20 propoſition du premier livre. Mais puis que N O eſt ttiple à O M par l'hypotheſe, le batteau peſera trois fois 900 ℔ (c'eſt 2700 ℔) qui ſont 18 fois la peſanteur de l'homme. Ce qui s'entend lors que le batteau eſt en telle diſpoſition; mais venant plus haut, la corde ſera moins parallele que devant (n'eſtoit qu'on la remette autrement) & partant la ligne M O auroit plus grande raiſon à O N, que non pas maintenant, d'où le contrepoids pour tirer le batteau ſeroit alors plus de 900 ℔ : Et ainſi quiconques voudra conſtruire une rouë & un axe, qui ne ſoit trop grãde ny trop petite, il pourra faire ſon compte propre pour le plus peſant batteau qui y doit paſſer.

Il faut ſçavoir auſſi que l homme E, fait le plus d'effort, lors que la corde G H eſt parallele au plan du doſdaſne P A, par la 24 propoſition du premier livre des Elemens; car alors H G eſt perpendiculaire ſur l'axe du batteau (s'il faut ainſi dire) c'eſt ſur le diametre de gravité du batteau, qui eſt perpendicle ſur P A; tant plus donc G H eſt parallele à P A, tant plus le batteau eſt facile à tirer, & tant moins elle l'eſt, tant moins auſſi y a-il de facilité.

4 Exemple.

Par les choſes ſuſdites il eſt manifeſte, combien de peſanteur un cheval tire plus, en tirant un fardeau le long d'une pente en montant, que ſur la plaine. Soit par exemple A B le plan d'uoe montagne, & C D un chariot, peſant avec tout le reſte 2000 ℔, & E F la corde, G le cheval contrepeſant an chariot. Soit menée auſſi H I perpendicle, & I K à angles droits ſur le plan



de A B : Soit auſſi poſée I H quadruple à H K, il appert par la 20 propoſition du premier livre des Elemens, que comme K H à H I, ainſi le poids de la balance oblique (s'il y en avoit uoe au lieu du cheval) au poids du chariot; mais K H eſt le quart de H I; le poids donc de la balance oblique ſeroit de 500 ℔, qui eſt le $\frac{1}{4}$ de la peſanteur du chariot : Et ainſi la peſanteur du chariot cauſe un tel preſſemeot contre la poitrine du cheval L, qu'un fardeau de 500 ℔ ſur ſon dos le preſſeroit, & cela (c'eſt aſſavoir quand il marche) par deſſus ce qu'il eſt preſſé en tirant le chariot en taſe campagne.

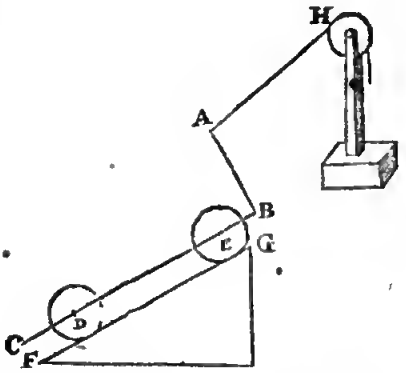
Il eſt auſſi manifeſte par la 24 propoſition du premier livre, & par ce que nous avons dit cy-devant du batteau, que lors que la corde E F eſt parallele au plan A B, que le cheval a plus de facilité, c'eſt aſſavoir ſur un chemin bien uny & dur; mais ſur un chemin mal uny & ſabloneux, la corde doit eſtre plus baſſe par derriere que devant : ce qui n'eſt pas incognu aux chartiers de Hullande par l'experience, car leurs chariots ſont faits à l'advenant, pour lever la corde au derriere, lors qu'ils ont un chemin dur & uny, comme ſur la greve de la mer, & la rabaiſſer és chemins mal unis, ſabloneux, & fangeux. La raiſon eſt, que la corde E F eſtant parallele au chemin, elle ne l'eſt pas aux elevations taboteuſes, leſquelles augmentent le travail du cheval, plus que quand la corde eſt un peu plus baſſe derriere, tellement qu'elle ſemble eſtre uo peu mieux parallele à ces entraves.

NOTEZ.

Quelqu'un pourroit objecter deux raiſons : La premiere, pourquoy nous avons dit cy-deſſus, *Comme K H à H I, ainſi le poids de la balance oblique (s'il y en avoit une au lieu du cheval) au poids du chariot :* Eſtimant qu'on ne devroit dire *au poids du chariot*; mais, *à l'elevant direct du poids du chariot.*

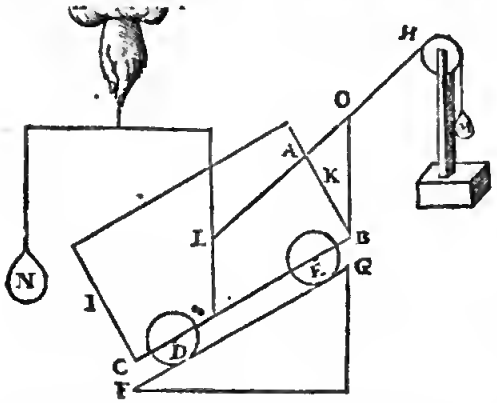
Secondement, pourquoy nous n'avons pas fait de diſtinctions touchant la place de la corde E F, doutant ſi la meſme eſtant produite par le centre de gravité du chariot, cauſeroit une autre poids pour le cheval, que non pas venant plus haut ou plus bas. Pour à quoy reſpondre, & demonſtrer Mathematiquement, que la proportion ſuſdite eſt parfaite : Soit A B C un chariot fait de lignes Mathematiques, dont les touës ſoyent

D, E,



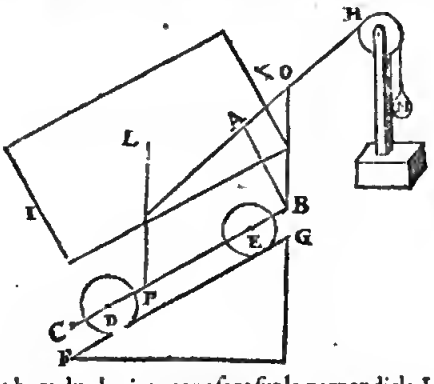
D, E, & F G le chemin, la corde A H du poids oblique qui doit eſtre elevant.

Soit maintenant poſée une colomne ſur le chariot, comme cy-deſſous I K, tellement que H A prolongée, parvienne au centre de la colomne L; & M ſoit un elevant oblique, equilibre avec la colomne: Soit auſſi menée la perpendicle B O, coupant A H en O; ce qu'eſtant ainſi, nous dirons par la 20 propoſition du premier livre, que comme A O à O B, ainſi M à l'elevant



droit N; mais d'autant que N eſt appropriée au centre de gravité L de la colomne I K, N ſera equiponderant à la colomne, par la 14 propoſition du premier livre. Et ainſi nous pourrons dire, comme A O à O B, ainſi M à la colomne; ce qui manifeſte la doute de la premiere objection, lors que A H paſſe par le centre L.

Mais quant à la deuxieſme objection, encore bien que ce ſera la meſme proportion, quoy que H A ne vienne dans le centre L, ſoit elevée la colomne directement hors du chariot, repoſaot ſur la perpendicle L P, comme icy joignant; & par la troiſieſme petition, elle



n'altere en rien ſon poids de deſſus le chariot A B C; & par conſequent M, n'a pas plus à tirer qu'auparavant: Mais H A prolongée vient deſſous L, le centre: venant donc au deſſous du centre, il ne trouvera aucune alteration ny changement en ce qu'il tiroit auparavant. Ce qu'on pourra auſſi prouver ſemblablement H A venant au deſſus de L, c'eſt aſſavoir tirant la colomne du haut en bas au deſſous du chariot: par leſquelles choſes le deſſein eſt manifeſte & demonſtré.

Proposition X.

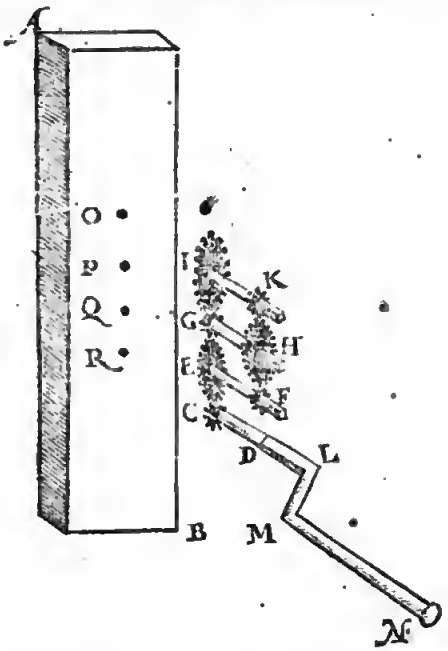
Declarer les qualitez & circonſtances des forces indefinies.

Les hommes conſtruiſent divers inſtruments pour agir avec plus de force, par leſquels ils peuvent augmenter leurs efforts ſans fin; ce que nous appellons en general force indefinie. Et pour declarer ſes qualitez & ſes circonſtances, pourveu qu'on uſe de force par le moyen de quelque inſtrument, on demande combien de temps il faudra pour attirer le poids juſques à un certain lieu, & choſes ſemblables. A ceſte fin je traceray la figure de quelque inſtrument de qualitez ſimples, & tel que par iceluy je puiſſe proprement expoſer mon deſſein, ayant premierement parlé de la force indefinie *d'Archimedes*, ſelon que rapporte *Plutarque* & autres: Aſſavoir que *Hieron* Roy de Sicile ayant fait conſtruire un navire d'une notable grandeur, & d'une façon ſcientifique, pour faire un preſent à *Ptolemeus* Roy d'Egypte: que lors qu'il fut achevé, que les Bourgeois de Syracuſe ne le peutent faire venir en mer; mais qu'*Archimedes* y ayant appliqué ſon inſtrument, qu'on appelle en Gree *Charistion*, que *Hieron*, eſtant meſme ſeſt, l'y attira de la main. Ce *Charistion* (ſelon la figure que *Iacques Beſſon* a mis en lumiere ainſi qu'il l'a trouvé en la Bibliotheque du Roy de France) avoit des eſſieux avec des vis-ſans-fin: Oeuvre certes digne de perpetuelle memoire, lequel nous euſſions icy figuré, puis que nous ſommes ſur ſemblable matiere, n'eſtoit que nous poſons la ſuſdite force indefinie en ſon lieu, comme pouvant plus aiſément declarer mon intention, & la regle generale des proprietez & qualitez des ſemblables, par le moyen d'iceluy: Aſſavoir comme eſtant fort & plus durable, & à meilleur marché: par lequel à temps egaux on pourra faire plus d'effort, il eſt auſſi de forme indefinie, comme eſtoit le *Charistion*. La conſtruction duquel eſt telle.

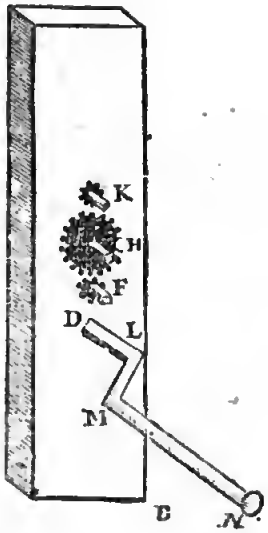
On prendra un bois, comme A B, de grandeur & force, ſelon ce à quoy on le veut mettre en œuvre, puis une eſtoilette de fer, doot le diametre ſoit de trois pouces, ayant ſix dents, à travers laquelle paſſe un axe de fer C D, quarré au bout, excepte qu'il eſt rond de part & d'autre; puis la rouë E ayaor 18 dents, & l'eſtoile F de 6 ſur meſmes axes, pareille à C D, aſſavoir quarrée, où elle paſſe par les rouës, mais ronde de part & d'autre: & ainſi des auttes G H, I K, &c. les eſtoiles eſtans de 6 dents, & les rouës de 18. Mais d'autant que les roüages d'enhaut ſupportent plus de charge que ceux de deſſous, comme il apparoiſtra cy-apres, ils doivent auſſi eſtre plus forts & plus gros à l'equipollant; d'où s'enſuit que les eſſieux eſtans paralleles, la rouë H pourra accrocher F, & non pas K, de meſme auſſi G accrochera I, & non pas E; ce qui doit eſtre ainſi.

En apres on fera le manche L M N en ſorte, que ſa matrice aye un emboiſtement quarré D, egal aux bours quarrez des axes D, F, H, K, pour l'y pouvoir approprier, & ſoit L M un pied de long, tels que ſont ordinairement les manches des pierres à aiguiſer le fer, & autres;

autres; & MN long, comme il ſera dit cy-apres. Puis à la piece de bois AB, ſeront faits 4 trous, eſloignez l'un de l'autre, comme les eſſieux; tellement que O, P, Q, R,



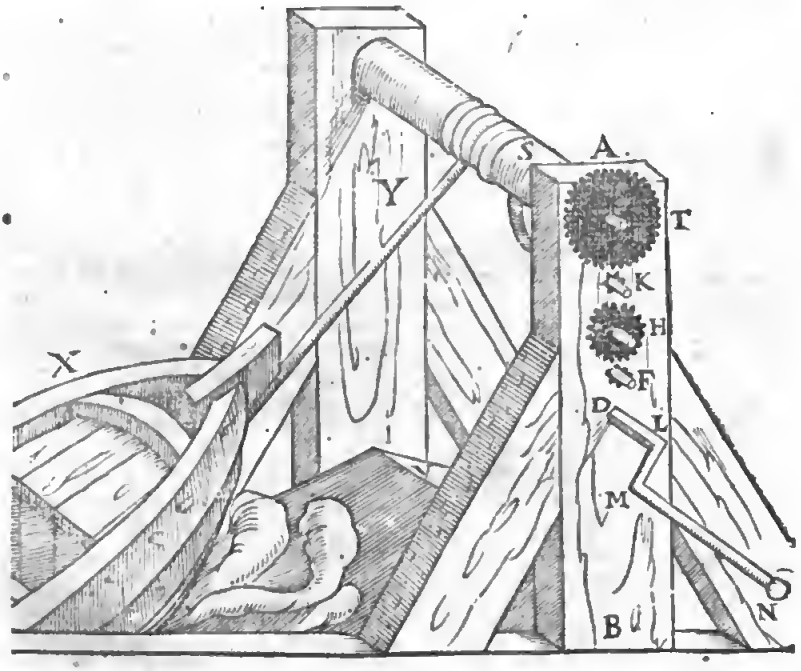
paſſants tout outre; & ce bois de meſme eſpeſſeur, que les entredeux des rouës, afin qu'elles puiſſent eſtre dehors de part & d'autre de l'arbre AB; qu'auſſi les bouts quarrez des eſſieux ſoyent d'environ 3 ou 4 pouces dehors les rouës K, H, F, D: Et oſtant la rouë I, on mettra l'axe IK dans le trou O; & GH en P, de meſme EF en Q, & CD en R; puis on remettra les rouës aux eſſieux par derriere, en ſorte que les dents de F accrocheront ceux de H, & ainſi ceux de C, E; & de G, I; dont la diſpoſition de l'inſtrumét achevé, ſemblable quaſi à celuy qu'on nomme Cricq, eſt telle comme icy joignant.



Or on pourra faire en iceluy plus ou moins d'axes, & la raiſon du nombre des dents, comme icy 6 à 18, ſe pourra changer, le tout ſelon l'exigence, & l'effort qu'on veut faire avec le Cricq.

DE L'USAGE, ET AUTRE dependance du Cricq.

Pour donc declarer l'uſage du Cricq, nous en donnerons un tel exemple, que les autres ſeront aſſez cognus par iceluy, aſſavoir l'elevement des batteaux par deſſus les dodaſnes ou digues; car c'eſt une choſe fort neceſſaire en ces pays, & principalement en Hollande. Soit AB le Cricq, cy-deſſus deſcrit, avec les roüages K, H, F, d'un coſté de l'arbre, & I, G, E, C, de l'autre coſté; & LMN le manche; & Saxe duquelle diametre



ſoit de $1\frac{1}{2}$ pied, paſſant par l'arbre avec une rouë au bout T, ayant, je poſe, 2 pieds de diametre; car il faut qu'elle aye bien autant, excedant le diametre de l'axe S, afin que la rouë interieure I ne touche ladite axe S, & que la rouë T aye 36 dents, ſoit auſſi V le dodaſne, haut de 4 pieds, aſſavoir depuis le ſommet V, juſques au plan parallele à l'horizon, paſſant par le deſſous du batteau lors qu'il flotte encor librement ſur l'eau, &

soit X le batteau. Or pour l'attirer, on tournera le manche L M N, & partant M N sera de telle longueur, que ceux qu'on y voudra faire travailler, s'y puissent aisement mettre de part & d'autre.

La raison qu'il y a d'un tour du manche à celuy de l'axe.

C'est que le manche L M N tourne trois fois, pendant que F tourne une fois; & partant le manche fera 9 tours contre 1 de H, ou 27 tours contre 1 de K, ou bien 162 tours contre 1 de l'axe S; de mesme adaptant le manche en F, il tournera 54 fois contre 1 de S; & en H, il tournera 18 fois contre 1 de S; en K il tournera 6 fois contre une fois S, & en T une fois pour un de S: Mais voulant tourner en l'un d'enhaut, comme en K, on pourra esconduire l'axe de dessous immediatement, lequel est icy G, afin de n'estre point empesche par ceux d'embas.

La raison qu'il y a de la force du mouvant au manche, à la pesanteur attirée, comme le batteau X.

D'autant que L M est un pied de long par l'hypothese, qui est octuple au raid de l'estoille C, alors le poids cause de la roue E sur C, à son contrepoids ou force en M N, sera comme 8 à 1; & par mesme raison, par le poids causé de H sur F, comme 24 à 1; & de I sur G, comme 72 à 1; & de T sur K, comme 216 à 1: Mais la rondeur de l'axe S est en puissance egale à la rondeur de T (je dis en puissance, car en effect le diametre de S est $1\frac{1}{2}$ pied, & de T, 2 pieds: or les dents de T sont sextuples à ceux de K, & partant son diametre sera sextuple en puissance au diametre de K, lequel est de 3 pouces, & de T 18, ou $1\frac{1}{2}$ pied, comme le diametre de S) le poids donc pendant directement à l'axe S, aura telle raison à son contrepoids, ou à la force qui est en M N, comme 216 à 1. On eust peu faire le compte en descendant de S jusques à M N, comme il a esté fait en montant.

La calculation se pourroit aussi faire ainsi: D'autant que M N tourne 162 fois, contre S une fois, comme il a este dit cy-dessus; & puis que le diametre d'un tour de M N au diametre de S, est comme 4 à 3 (car L M est 1 pied, & le raid de S est $1\frac{1}{2}$ pied) alors L M decrira 162 circonferences, qui auront telle raison à la circonference de S, comme 216 à 1; de mesme aussi des raids, comme des circonferences: Et partant par la 1 proposition du premier livre, le poids aura la mesme raison, au poids icy, c'est comme 216 à 1, comme devant. D'où s'ensuit que s'il y avoit en M N une force continuelle, telle que 25 livres pourroyent tirer embas (autant estime-je la force d'un homme, & davantage quand il veut, voire de beaucoup, mais c'est par exemple ce que j'en pose icy) elle pourroit contrepeser 5400 lb (qui est 216 fois 25) qui pendroyent embas à l'axe S: Posant maintenant que le batteau X pese six fois plus que son contrepoids, attaché à S, pendant directement embas, le batteau peseroit alors 32400 lb (ce sont 9 lasts en pesanteur, posant qu'un last pese 3600 lb) ce que 25 lb à M N pourroit attirer.

ALB. GIRARD.

Stevio est un peu obscur au commencement de cest article-cy, lors qu'il veut declarer par parenthese, que c'est bien par puissance, & non par effect, &c. Ie proteste, sauf son honneur, qu'il estoit bien en peine lors qu'il escrivoit cela; car il maintient un erreur: nonobstant je veux croire que cela s'est fait sans qu'il sceut d'où venoit la cause; & c'est qu'ayant posé le diametre de la roue T 2 pieds, qui sont 24 pouces, il ne luy donne que 36 dents, au lieu de 48: Tellement que cela est le fondement de l'erreur, duquel il ne se sçait pas desengager en la parenthese mentionnée, laquelle doit estre effacée, & je ne l'eusse traduite, n'eust esté que tout estoit compté la dessus; & notez particulierement la faute qu'il y a d'abondant là, lors qu'il dit, que puis que les dents de T sont sextuples à celles de K, que partant son diametre sera sextuple en puissance à celuy de K. Or comment cela se pourroit-il faire, veu que les diametres sont en raison octuple; semblablement les circonferences en raison octuple, & partant T devroit avoir 48 dents, si K en a 6; mais il ne luy en donne que 36: On pourra voir comment, en quelle forme, & de quel nombre on pourra faire les dents des vigoureux roüages en mes Mechaniques; car il y a une raison, une consideration, & une invention non vulgaire sur ce subject, mais estant icy en pays estrange, sans Mœcenas, & non sans pertes, avec une grande famille, je n'ay pas le loisir, ny le pouvoir d'escrire icy tout ce qui y pourroit estre convenable.

Combien de tours il faudroit faire faire au manche, pour tirer le batteau de l'autre coste du dodasne.

Ayant posé que le batteau pesast le sextuple de son contrepoids pendu à l'axe S; il s'ensuit par la 19 proposition du premier livre, que la distance du sommet du dodasne le long de la pente, sera aussi sextuple à la hauteur d'iceluy, laquelle a esté posée de 4 pieds; & partant le batteau doit estre attiré 24 pieds; posons d'abondant que ces 24 pieds de cordage se doivent attirer par l'axe S, pour faire venir le batteau au milieu du dodasne, & la circonference de S seulement triple à son diametre (c'est seulement par exemple & à peu pres, car on sçait bien la raison ordinaire) son circuit sera $4\frac{1}{2}$ pieds (car le diametre en a $1\frac{1}{2}$) qui se trouvent $5\frac{1}{3}$ fois en 24 pieds: donc $5\frac{1}{3}$ fois 162 tours de M N, feront 864 tours, que doit faire M N pour tirer le batteau au milieu du dodasne V.

Mais nous estimoos qu'un homme peut faire 1000 tours en M N en un quart d'heure, il attirera donc le batteau pesant 9 lasts en moins d'un quart d'heure: que s'il y avoit trois hommes, ils pourront adapter le manche en F, & l'attireront en $\frac{1}{12}$ d'heure & moins; & s'il y avoit 9 hommes, adaptant le manche M N en H, ils le feront en moins de $\frac{1}{36}$ d'heure. On pourroit aussi accommoder un instrument en Y, comme en AB, & mettre les hommes és deux instruments.

NOTEZ.

Nous avons posé cy-dessus par exemple que le batteau soit regalement facile à attirer, & toutesfois il change selon la diverse disposition; car il est plus difficile à la fin qu'au commencement, pour les raisons deduites au troisiesme exemple de la 9 proposition de ce livre; Parquoy on se servira de cet exemple pour faire son compte en chose semblable.

Quant à ce que les roüages de l'instrument mentionné sont droits les uns sur les autres, on les pourroit mettre en plusieurs autres manieres, selon que l'affaire le requiert.

Declaration de ce qui a esté promis cy devant.

Nous avons dit au commencement de ceste proposition, que ceste force indefinie, estoit (comme nous estimons) de plus longue durée, & de moindre despens que non pas le *Charition*; & qu'on fait plus d'operation en moins de temps: & aussi de force indefinie.

Qu'il soit de plus longue durée, il semble (sauve correction) estre assez manifeste; car en telle affaire que.

deman-

demanderoit-on d'avantage, qu'un fort bois comme il eſt creu, duquel la matiere ſe tient mieux en un, que non pas nn antre de diverſes pieces. Il appert auſſi qu'on en a meilleur marché.

Quant à ce qu'il y faut moins de temps, cela ſe voit aſſez en ce qu'on peut mettre le manche en tel eſſieu des roüages qu'on voudra, ſelon le nombre des mannouvriers qu'on y voudra mettre, mettant le manche plus haut pour les moindres peſanteurs, & plus bas pour les plus grandes; tellement que par un labeur convenant, on avance touſiours à l'elevation ou attraction de la peſanteur propoſée, de quelle grandeur elle puiſſe eſtre; ce qui ne ſe peut faire par le *Chariſtion*, ny par les guindaxes, veu que pour un petit batteau, on met en œuvre és guindaxes ce qu'il faudroit pour nn plus grand, ce qui fait perdre autant de temps: & quand la peſanteur eſt plus grande, il faut prendre plus de gens, ou chevaux, leſquels aucunefois vont à grand' peine, voire s'arreſtent, & ainſi perdent beaucoup de temps: Tellement que les navires ſont ſouventefois endommagez; car les plus grands qu'on tire par deſſus le dodaſne de Leyden, ſont de 13, ou 14 laſts, où en a beſoing de 20 hommes pour marcher dans les roüës pour les attirer, leſquels s'arreſtans aucunesfois tout coy, vont apres tous enſemble, & agiſſent ainſi ſi violemment qu'ils font rompre le navire, ce qui ne ſe fait par le Cricq, lequel attire uniformement & doucement.

Quant à la force indefinie, il faut ſçavoir que le manche eſtant adapté cy-devant en D, a autant de pouvoir qu'auroit un guindaxe ayant 324 pieds de diametre, ce qui ſe peut demonſtrer ainſi: Soit une roüe de 324 pieds de diametre, & S ſon axe de pied & demy de diametre, & partant les raids ſeront en raiſon, comme 216 à 1; & la peſanteur pendue à l'axe, à ſon contrepoids à l'extremité de la roüe, ſera comme 216 à 1, par la 9 propoſition de ce livre: la raiſon eſt auſſi ſemblable de la peſanteur à l'axe S, à ſon contrepoids en M N; ce qui eſtoit à demonſtrer. Or les plus grandes qu'on fait ne peuvent pas eſtre de 30 pieds, d'où s'enſuit de combien le Cricq eſt au deſſus des guindaxes: Il eſt bien vray qu'un homme marchant dans la roüe, n'a pas tant de peine; mais à cauſe des circonſtances ſuſdites, ce n'eſt pas la meilleure maniere. Toutefois ſi quelqu'un ſe vouloit ſervir de ceſte facilité, allant dans une roüe, il pourroit agencer une roüe à dents en l'un des axes D, F, H, K, T, au lieu du manche, mettant auſſi des dens à l'extremité d'un guindaxe, pour faire tourner la ſuſdite, mais ceſt avantage ne vaudroit pas les frais.

Que ſi on vouloit augmenter la force, pour s'enſervir, les deſpens ne ſeroyent pourtant pas perdus; car mettant encor un axe au deſſous de D, triplant les ſuſdits 216; & le manche adapté là, aura la force d'agir avec 1 contre 648, à l'axe S, &c.

Que ſi on faiſoit un Cricq avec 30 axes, & les dents des grands roüages, decuples aux dents des eſtoiles: & L M partie du manche, egal au raid d'une des plus grandes touës (l'inſtrument ne ſeroit pas ſi grand, qu'il ne ſe puiſſe aiſement faire) le poids pendant à l'axe auroit telle raiſon à ſon contrepoids au manche, comme 10000000000000000000000000000000 à 1. Poſant donc que le circuit de la moindre eſtoille ſoit 1 pied, le circuit d'un guindaxe (duquel le circuit de l'axe eſt auſſi 1 pied) ſera pour faire le meſme effort de 10000000000000000000000000000000 pieds: Mais le circuit d'un cercle majeur du globe terreſtre (prenant que le degré ſoit de 480 ſtades, & chaque ſtade de 125 pas geometriques, & chaque pas geometrique de 5 pieds) n'eſt que de 108000000 pieds; voyez donc combien de millions de fois le circuit d'un guindaxe ſeroit plus grãd que celuy de la terre pour faire autant d'effort que le Cricq, ſeulemẽt de 30 eſſieux. Poſons qu'un enfant tourne ſon manche, ayant ſeulemẽt autant de pouvoir qu'une livre pendante, iceluy attireroit un poids de 10000000000000000000000000000000000 ℔ (mais il faut ſçavoir que l'axe ſuperieur ne feroit pas un tour au premier jont) qui eſt un poids plus peſant 4000 fois que toute la terre avec tout ce qui y eſt; ce qui ſe pourroit demonſtrer ainſi. Le circuit de la terre eſt de 108000000 pieds, cõme dit eſt, donc la ſuperficie de la terre ſera moindre que 400000000000000 pieds, & la $\frac{1}{6}$ du diametre eſt moindre que 6000000 pieds, lequel multipliant la ſuperfice ſuſdite de 400000, & ce ſa ſolidité ſera moindre que 2400000000000000000000 pieds cubiques, ſoit qu'un pied peſe 100 ℔, il ne peut pas peſer gueres plus, le meſme globe terreſtre peſera moins que 240000000000000000000000000 ℔, qui ſont en tout plus de quatre mille fois plus que 10000000000000000000000000000000 ℔: ce qu'il falloit demonſtrer.

Nous diſons donc avec raiſon que ceſt inſtrument eſt de force indefinie: Partant lors qu'*Archimedes* diſoit, que ſi on luy monſtroit nn lieu ferme hors la terre, où il peut mettre ſon *Chariſtion*, qu'il attireroit le globe de la terre hors de ſon lieu, quoy que cela ſoit eſtrange, neantmoins cela eſt vray, car s'il n'eſtoit pas ainſi, le poids majeur n'auroit pas telle raiſon au moindre, comme le grand rayon au moindre; ce qui eſt impoſſible par la 1 propoſition du premier livre: Mais pour en parler par exemple, poſant donc que le *Chariſtion*, ou le Cricq, ſoit en telle place, comme dit eſt, & que la terre peſe, comme dit eſt, 2400000000000000000000000 ℔, & qu'un homme à chaque tout du manche eleve 100 ℔, 3 pieds de haut, & le face tourner 4000 tours en une heure, & cela durant le terme de 10 ans, prenant chaque an de 365 jours, il appert qu'il eleveroit lors la terre $\frac{1}{2400000000000000000000}$ partie d'un pied hors de ſon lieu, ce que eſt quaſi $\frac{1}{2400000000000000}$ d'un pied; & combien que ce ne ſoit pas beaucoup, cela ſervira neantmoins à monſtrer la force indefinie de tels inſtruments.

On s'en peut ſervir en pluſieurs manieres, il eſt fort neceſſaire auſſi que chaque navire, on batteau, aye nn Cricq, lequel n'eſt pas grand inſtrument, ny de grand frais, mais de grande force, pour charger, ou deſchatger; pour lever des grandes ancres; d'avantage pour faire des preſſes, comme pour les draps, & choſes ſemblables, plus preſſant que n'a fait jamais preſſe; Pour lever des grandes pierres és edifices, & pluſieurs autres faix, ce que nous pourrions mieux eſclarcir par exemples que de le dire ſimplement, mais il nous ſuffit d'avoir traité icy ſes proprietez.

Fin du troiſieſme livre.

QUATRIESME LIVRE DE LA STATIQVE,

Des Elemens hydroſtatiques.

ARGUMENT.

NOus deſcrirons premierement les definitions des propres mots de cet art, avec les petitions : Puis les propoſitions, dont les 9 premieres declareront, quelques proprietez des corps en l'eau ; les 10, 11, 12, 13, 14 & 15 propoſitions, ſeront touchant la force du preſſement de l'eau contre ſes fonds ou retinacles. Les 16 & 17 propoſitions des longueurs des coſtez neceſſaires, pour avoir tel preſſement de l'eau, qu'on pourroit requerir à l'encontre d'iceux. Les 18, 19 & 20 propoſitions des centres de gravité des preſſemens de l'eau, congregez à l'encontre de ſes fonds ou retinacles. La 21 propoſition pour trouver la quantité de l'eau par ſon poids. La 22 & derniere propoſition, de la proporsion qu'il y a entre la grandeur des ſolides, peſanteurs de matiere, & de leurs poids. Et à la fin ſuivra un Appendice de la practique de l'Hydroſtatique.

DEFINITIONS.

DEFINITION I.

PEſanteur cognue, eſt celle dont la quantité cognue eſt exprimée par pouds cognus.

DEFINITION II.

MAtieres parigraves, ſont celles dont les grandeurs egales ſont auſſi equiponderantes.

DEFINITION III.

MAtiere multigrave, eſt celle qui en comparaiſon d'autres de meſme grandeur, eſt neantmoins plus peſante.

DEFINITION IV.

MAtiere minugrave, eſt celle qui en comparaiſon d'autres de meſme grandeur, eſt plus legere.

DEFINITION V.

ET autant de fois que la multigrave eſt plus peſante (des egales en grandeur) que l'autre, autant de fois eſt-elle dite plus peſante que l'autre, comme dupligrave, tripligrave, &c.

DEFINITION VI.

COrps ſolide eſt celuy qui n'eſt pas liquide, ou fluide, ny qui ne ſe liquifie par dans le liquide dont il eſt queſtion.

DEFINITION VII.

VAſiforme, eſt celuy qui a ſeulement la ſuperfice exterieure du corps qu'il contient ; & duquel il peut eſtre ſeparé par imagination.

DEFINITION VIII.

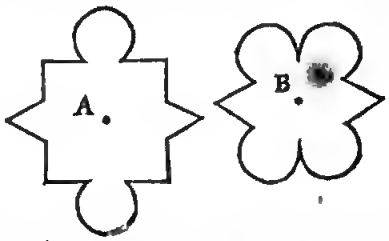
FOnd eſt toute ſuperfice où l'eau ſe repoſe à l'encontre.

DEFINITION IX.

FOnd convenant, eſt celuy duquel chaque deux moitiez conviennent : On pourroit dire que c'eſt celuy, dont tous les diametres ſont coupez en deux egalement par le centre.

DECLARATION.

Comme les cercles, ellipſes, parallelogrammes, & polygones reguliers de nombre pair, & tout autre de quelle mixtion de lignes que ce pourroit eſtre, comme A, B, leſquels ſont coupez en deux egalement par la ligne droite, qui paſſe par le centre, ſont dits fonds convenans, pour les diſtinguer des autres reguliers & irreguliers, leſquels ne ſont pas ainſi coupez en deux egalement par les lignes droites paſſant par leur centre, & partant ſeront appellez autrement que ceux de ceſte definition, aſſavoir fonds inconvenans, comme les triangles & polygones de nom impair. La raiſon de ceſte



definition (comme on verra cy-apres) eſt en ce que les colomnes ayans telles baſes eſtans coupées par un plan diagonal, paſſant par les deux poincts homologues du couvercle & baſe, ſont coupées en deux egalement.

DEFINITION X.

VVide, eſt un lieu où il n'y a nul corps.

DEFINITION XI.

VVidé, eſt un vaſe où il n'y a que de l'air dedans.

ALB. GIRARD.

Il y a d'autres definitions qui ſont neceſſaires, comme celles qui ſuivent, leſquelles j'euſſe mis en leur lieu, n'eſtoit que je ne deſire pas meſler ce que l'auteur dit, avec ce que j'eſcris.

DEFINITION XII.

DIverſigravité, c'eſt quand deux corps ſont d'egale grandeur, & neantmoins peſent diverſement, ou inegalement.

DEFINITION XIII.

QUantigravité, c'eſt la raiſon de la peſanteur de deux corps egaux en grandeur, & inegaux en peſanteur.

DEFINITION XIV.

CReux exterieur du ſubmergeant, c'eſt le creux d'un corps ſolide multigrave à l'eau, lequel creux eſt ſous la fleur de l'eau, & cauſe qu'il flotte.

PETI-

PETITIONS.

PETITION I.

LA peſanteur propre d'un corps, ſoit celle de laquelle il eſt trouvé eſtre peſant en l'air; mais dans l'eau, qu'elle ſoit dite ſa conſtitution en icelle.

PETITION II.

QVe l'eau propoſée, ſoit de tout coſté de peſanteur uniforme.

PETITION III.

LE poids qui ne fait pas enfoncer ſi avant, ſoit dit plus leger: mais plus avant, plus peſant: & qui fait enfoncer egalement, equiponderant.

PETITION IV.

QVe le vàſiforme puiſſe contenir eau, ou autre matiere ſans rompre, ou changer de figure.

PETITION V.

QVe le vaſiforme plein d'eau, puiſſe demeurer vuidé, ayant verſé ſon eau.

DECLARATION.

Demeuret vuidé, n'eſt pas à dire vuide, ſelon la 10 definition, mais bien ſelon l'onzieſme; car alors le poids de l'air y defaudroit.

PETITION VI.

QVe la ſuperfice ſuperieure de l'eau (qu'on appelle ordinairement la fleur d'eau) ſoit une ſuperfice plane, au niveau, c'eſt à dire parallele a l'horizon.

DECLARATION.

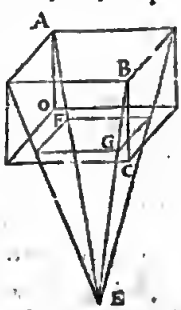
On ſçait que toore la ſuperfice de l'eao eſt ſpherique, oo à peu ptes, & auſſi uoe partie d'icelle, eſt partie ſpherique; mais pource que ſi on ptenoit cy-apres telle ſuperfice eſtre ſpherique, les demonſtrations en ſeroyent plus difficiles, & oe ſerviroyent pas pourtant d'avantage en la practique; & puis que nous ne preoons pas en la practiqoe pour uoe goutte d'eao, pourtant opus delaiſſons auſſi la contradiction, qu'elle apporteroit à noſtre petition, touchant ſa ſupetfice ſuperieure.

PETITION VII.

SI une colomne droite d'eau a ſa baſe & couvercle parallele à l'horizon, & ſa ſuperfice laterale perpendiculaire deſſus (aſſavoir toutes les lignes droites entre les poincts correſpondans du couvercle & de la baſe perpendiculaires à l'horizon) qu'on nous concede que ces perpendiculaires tendent au centre de la terre, & que la baſe & le couvercle, ſoyent parties de la ſuperfice de la terre.

DECLARATION.

Soit A B C D une eau, en figure de colomne droite, A B, C D paralleles à l'horizon, & A D, B C, &c. perpendiculaires deſſus; ſoit auſſi E centre de la terre, duquel menées E F A, E G B, &c. & fait F G ſemblable à D C; cela eſtant ainſi, combien que A D, B C ne teodent pas en E, nous demandons qu'on nous coocede qu'elles y tendent, veo l'inſenſible differeoce qu'on y troove en la practiqoe, n'y ayant que des loogueurs, ſuperfices, & corps qui n'ont aucune raiſon ſenſible aux dimenſions de la terre totale; Eu apres qu'on nous concede qoe A B, C D ſoyent parties de la ſupetfice de la terre, aſſavoir A B, ſi la ſuperfice de la terre eſtoit auſſi eſloignée du centre; & D C, ſi la ſuperfice de la terre eſtoit en apres auſſi eſloignée du centre E.



LES PROPOSITIONS.

THEOREME I. PROPOSITION I.

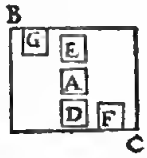
L'Eau propoſée, tient telle poſition qu'on voudra dans l'eau.

Le donné. Soit dans le vaſiforme A, l'eao propoſée, miſe dans l'eau B C.

Le requis. Il faut demonſtrer que l'eau A demeurera là.

DEMONSTRATION.

Si on pouvoit faire aotrement, aſſavoir que A ne demeuraſt là, mais qu'il deſcendiſt où D eſt; alors l'eau qui ſurvient en ſon lieu, deſcendra plus bas, pour la meſme raiſon, & ainſi du reſte; tellement que ceſte eau ſera en perpetuel mouvement, à cauſe de A; ce qui eſt abſurde. Et oo demonſtrera pareillement que A ne montoit, ny ſe moovoit vers aucun coſté; & qu'elle demeurera où on la mettra, ſuit en D, E, F, ou G, ou en autre lieu dans l'eau B C.



Concluſion. L'eau dooc propoſée, ſe peut tenir dans l'eau où on voudra; ce qu'il falloit demonſtrer.

THEOREME II. PROPOSITION II.

VN corps ſolide plus leger que l'eau, ne ſubmerge pas tout, mais une partie demeure dehors.

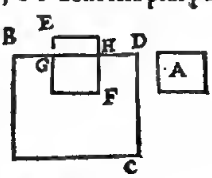
Le donné. Soit le corps ſolide A, plus leger qoe l'eau B C, de laquelle B D eſt la ſuperfice ſuperieure.

Le requis. Il faut demonſtrer que A mis dans l'eao B C, ne ſubmergera pas du toor, mais qu'il y aura une partie d'iceloy au dehors

Preparation. Soit E F on vaſiforme, la partie duqoel dedans l'eau. & remplie d'eau ſoit G F, egale & ſemblable à A, ſa ſuperfice G H ſera en là ſuperfice B D; d'autant que le vaſiforme, n'a nulle peſanteur, ny legereté.

DEMONSTRATION.

Veu que A eſt plus leget que l'eau G F, par l'hypotheſe, & que G F eſt egal à A; G F donc ſera plus peſant que A: Or ſi on vuide G F, & qu'on y mette A, qui y convient par la preparation: alors A eſtant plus leger que l'eau qui y eſtoit, fera que le vaſiforme n'enfoncera pas ſi avaot dedans l'eau, & partant une partie de A ſera dehors l'eau.



Concluſion. Un corps ſolide plus leger que l'eau, ne ſubmergera pas do tout, mais une partie ſera hors d'icelle; ce qu'il falloit demonſtrer.

THEOREME III. PROPOSITION III.

VN corps ſolide multigravé à l'eau ſubmerge juſques au fond.

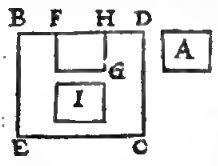
Le donné. Soit A uo corps ſolide plus peſant qoe l'eau; B D le deſſus d'icelle, & le fond E C.

Le requis. Il faut demonſtrer que A dans l'eau B C, ſubmergera juſques au fond E C.

Preparation. Soit F G un vaſiforme remply d'eau, egal & ſemblable à A, le deſſus duquel F H ſoit à fleur de B D.

DEMONSTRATION.

D'autant que A eſt multigrave en cõparaiſon de l'eau F G, & que F G eſt egal en grandeur à A ; A donc ſera plus peſant que F G. Vuidons le vaſiforme F G, & au lieu de l'eau mettons y le corps A, lequel remplira preciſement le lieu par l'hypotheſe : & puis que A eſt plus peſant que l'eau qu'on a jetté, le vaſigrave enfoncera plus de A, que de l'eau F G, par la troiſieſme petition. Nous avons donc demonſtré que A enfoncera : mais que ce ſoit juſqu'au fond, il appert en ce que deſſus a eſté dit ; car on demonſtrera de meſme que A ne ſe pourra tenir comme icy I, mais qu'il enfoncera plus que l'eau au meſme lieu, & partant qu'il ira juſqu'au fond de l'eau.



Concluſion. Un corps donc ſolide multigrave à l'eau, ſubmergera juſqu'au fond ; ce qu'il falloit demonſtrer.

THEOREME IV. PROPOSITION IV.

UN corps ſolide, parigrave à l'eau, ſe tient dans icelle en telle diſpoſition, & lieu qu'on voudra.

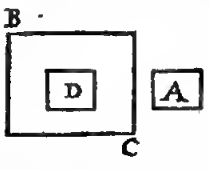
Le donné. Soit le corps ſolide A, parigrave avec l'eau B C.

Le requis. Il faut demonſtrer que A ſe tiendra dans l'eau B C, en tel lieu qu'on vondra.

Preparation. Soit D un vaſiforme plein d'eau, pareil à A.

DEMONSTRATION.

D'autant que A eſt parigrave à l'eau D, & D egal en magnitude à A, alors D ſera equipondetant à A : vuidons l'eau du vaſiforme D, & mettons A dedans, lequel y conviendra, d'autant qu'ils ſont poſez eſtte pareils : Le vaſiforme donc D n'enfoncera pas plus de A, que de l'eau D, par la troiſieſme petition : Mais l'eau D ſe tenoit en tel lieu qu'on vouloit par la 1 propoſition. A donc ſe tiendra dans l'eau B C en tel lieu qu'on voudra.



Concluſion. Un corps ſolide donc, parigrave à l'eau, ſe tient dans icelle, en telle diſpoſition & lieu qu'on voudra ; ce qu'il falloit demonſtrer.

THEOREME V. PROPOSITION V.

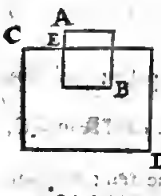
UN corps ſolide, minugrave à l'eau où il git, eſt equipondetant à l'eau de laquelle il occupe le lieu.

Le donné. Soit A B minugrave à l'eau C D, ſur laquelle il flotte, ſon vaſiforme A B, & ſa partie dans l'eau ſoit E B.

Le requis. Il faut demonſtrer que le corps ſolide A B, eſt equipondetant à l'eau, qui eſt egale à la partie E B, qui eſt dans l'eau C D.

DEMONSTRATION.

Oſtons A B corps ſolide du vaſiforme A B, & puis rempliſſons-le d'eau juſques à ce que ledit vaſiforme enfonce dans l'eau, autant comme devant avec le corps ſolide, l'eau de dedans & de dehors eſt touſiours de meſme hauteur, d'autant que le vaſiforme n'a ny peſanteur ny legereté : parquoy l'eau de dedans peſera autant que le corps ſolide A B, par la troiſieſme petition.



Concluſion. Un corps ſolide donc minugrave à l'eau, &c.

ALB. GIRARD.

Les trois propoſitions precedentes ſe pourroyent dire avec plus de perfection, mais il faut un peu, comme on dit, aider à la lettre : car il falloit premierement definir, que c'eſt de corps maſſif, creux interieurement ; & creux exterieurement ſelon l'eau propoſee, &c. Comme par exemple on pourroit faire une inſtance contre la generalité de la 3 propoſit. en ceſte ſorte. Il eſt poſſible qu'un corps ſolide multigrave, non ſeulement à l'eau, mais que le corps plus peſant à toute autre matiere terreſtre, comme l'or fin, puiſſe demeurer ſur l'eau en flottant, tellement qu'une partie ſoit plus haute que la ſieur de l'eau ; il eſt auſſi poſſible qu'il tienne telle place qu'on voudra dans l'eau : Car c'eſt ſelon la figure qu'on luy donnera ; veu que ſi on luy donne la figure d'une hemiſphere creuſe (ou autre ſemblable) il pourra flotter ſur l'eau, ce qui s'appelle creux exterieur du ſubmergeant : telle qu'eſt la 14 definition, d'autant que ſi on le coupe d'un plan à fleur d'eau, on verra de combien il eſt creux exterieurement au deſſous de l'eau ; le reſte eſt facile à entendre.

PROBLEME I. PROPOSITION VI.

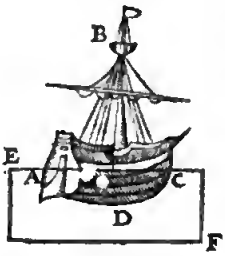
UN corps ſolide de grandeur cognue, flottant ſur l'eau de peſanteur cognue, ayant une partie dehors l'eau : Trouver la peſanteur du corps ſolide entier.

Le donné. Soit A B C D un corps ſolide de telle figure qu'il peut advenir : & E F eau, dont le pied cubique peſe 65 ℔ (autant peſe un pied d'eau de Delft en Hollande, par experience, ſur laquelle nous fondrons les calculations ſuivantes) & la partie ſubmergée du corps ſolide ſoit de 10000 pieds cubiques.

Le requis. Il faut trouver la peſanteur du corps ſolide entier A B C D, & de tout ce qu'il porte.

OPERATION.

On multipliera 10000 par 65 ℔, viendra 650000 ℔ pour le requis ; dont la demonſtration eſt manifeſte par la precedente.



Concluſion. Un corps donc ſolide de grandeur cognue, flottant ſur l'eau de peſanteur cognue, ayant une partie dehors l'eau : trouver la peſanteur du corps ſolide entier, ſelon le requis.

THEOREME VI. PROPOSITION VII.

SI un corps ſolide eſt minugrave à deux eaux diverſigraves : comme la peſanteur de l'eau multigrave, ſera la peſanteur de l'autre eau, ainſi la grandeur ſubmergée du corps ſolide dans l'eau minugrave, à la grandeur ſubmergée dans la multigrave.

ALB. GIRARD.

C'eſt à dire en deux mots : que ſi un corps ſolide eſt minugrave à deux eaux diverſigraves : la quantigravité des eaux ſera reciproque à la ſubmerſion.

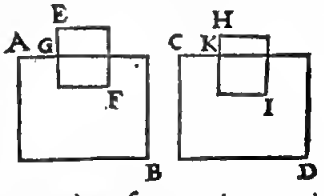
Le donné. Soit A B eau multigrave à l'eau C D, & E F un corps ſolide minugrave aux deux eaux ; lequel mis premierement dans A B, G F ſubmerge, mais en C D, K I ſubmerge.

Le requis Il faut demonſtrer que comme la peſanteur de l'eau multigrave A B, à celle de l'eau minugrave C D, ainſi les grandeurs K I à G F.

DEMONSTRATION.

L'eau multigrave egale à G F, peſe autant que le corps E F, & l'eau minugrave egale à K I peſe autant que

que H I, par la 5 propoſition : mais les corps E F, H I ſont un meſme corps par l'hypotheſe ; l'eau donc de A B, egale à G F, ſera egale à l'eau de C D, egale à K I. Mais par ce qui reſulte neceſſairemẽt de la 5 definition concedée : Eſtans deux corps G F, K I equiponderans, leurs grandeurs ſeront reciproques à leurs quantigravitez, c'eſt à dire à la peſanteur des matieres : parquoy comme les peſanteurs des eaux A B à C D, ainſi les grandeurs K I à G F.



Concluſion. Si un corps ſolide doue eſt minugrave, &c.

Theoreme VII. Propoſition VIII.

Tout corps ſolide, eſt plus leger dans l'eau, qu'en l'air, de la peſanteur de l'eau, egale en grandeur à iceluy.

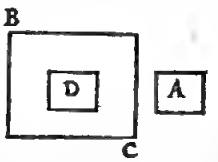
Le donné. Soit A un corps ſolide, & B C l'eau.

Le requis. Il faut demonſtrer que A mis dans l'eau B C. y ſera plus leger qu'en l'air, de la peſanteur de l'eau, egale à iceluy A en grandeur.

Preparation. Soit D un vaſiforme pareil à A.

Demonstration.

Le vaſiforme D plein d'eau, n'eſt dans l'eau B C, peſant ny leger, veu qu'il ſe peut tenir où l'on le met, par la 1 propoſition : parquoy vuidant l'eau D, & y mettant le corps A, qui y conviendra, il ſe trouvera eſtre de la legereté mentionnée, aſſavoir la peſanteur A moins la peſanteur de l'eau vuidée ; mais telle eau eſt egale à A en grandeur ; A donc en l'eau B C ſe trouvera eſtre plus leger, qu'en l'air de la peſanteur de l'eau egale en grandeur à iceluy ; ce qu'il falloit demonſtrer.



Probleme II. Propoſition IX.

Eſtant donnée la quantigravité de l'eau, & du corps ſolide, auſſi la peſanteur dudit corps : Trouver ſa conſtitution dans l'eau.

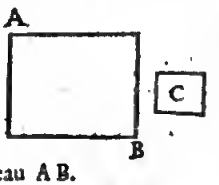
1 Exemple, d'un corps ſolide minugrave à l'eau.

Le donné. Soit A B l'eau, C un corps ſolide peſant 2 ℔, & la quantigravité de l'eau & du corps ſolide ſoit de 5 à 1.

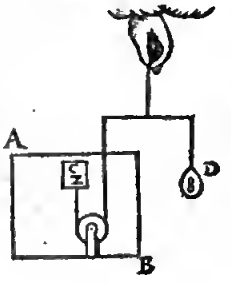
Le requis. Il faut trouver la conſtitution de C dans l'eau.

Operation.

On verra combien un corps d'eau egal à C peſera, & ſe trouvera peſer 5 fois 2 ℔, qui ſont 10 ℔, le meſme ſouſtrait de 2 ℔ (du corps ſolide) reſte moins 8 ℔, c'eſt à dire leger ou elevant 8 ℔, pour C en l'eau A B.



Ce qui ſe pourroit declarer plus apertement, prenant que C ſoit mis en l'eau B A, & D un poids de 8 ℔, comme icy joignant, leſquels ſeront en equilibre.



2 Exemple, là où le corps ſolide eſt multigrave à l'eau, dont l'operation eſt comme devant.

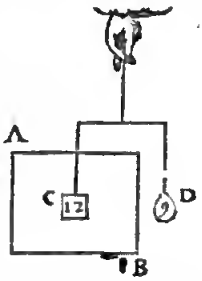
Le donné. Soit la quantigravité de l'eau A B, au corps ſolide C, comme 1 à 4 ; & C peſe 12 ℔.

Le requis. Il faut trouver ſa conſtitution dans l'eau A B.

Operation.

On verra combien un corps d'eau peſera pareil à C, & ſe trouvera le $\frac{3}{4}$ de C 12 ℔, ce ſont 3 ℔, leſquelles oſtées de 12 ℔ de C, reſteront 9 ℔ pour la peſanteur de C dans l'eau.

Ce qu'on pourra entendre ainſi, poſant D 9 ℔, lequel eſt en equilibre avec C 12 ℔ dans l'eau, comme la figure cy-jointe.



Nous pourrions mettre encor un tiers exemple là où l'eau & le corps ſolide ſoyent parigraves, mais il eſt manifeſte qu'un tel corps n'aura ny peſanteur ny legereté dans l'eau, par la 8 prop.

Concluſion. Eſtant donnée la quantigravité de l'eau, & du corps ſolide, auſſi la peſanteur dudit corps ; nous avons donc trouve ſa conſtitution dans l'eau ; ce qu'il falloit faire.

Alb. Girard.

Il y a des lieux qui requierent des noms propres, d'autres s'en peuvent paſſer en uſant de circonlocution. Les Grecs ont bien uſé de compoſition de noms radicaux, afin d'avoir des noms propres, mais neantmoins il ſe ſont ſervi de grandes circonlocutions, comme il eſt notoire à ceux qui y ſont tant ſoit peu verſez : & par exemple, au lieu que nous diſons rayd, pour ſignifier le demidiametre d'un cercle, ils diſent (ligne du centre,) & ainſi au lieu d'autres noms ſouventesfois ; or ſi on ne pouvoit compoſer, il vaudroit mieux inventer des mots equivallans par ſuppoſitions, ou radicaux tout à fait. Stevin *a bien apperceu que le Flamen eſtoit naturellement propre à la compoſition, c'eſt pourquoy il le loue par deſſus les autres langues auſſi ; mais quand il faut faire diſtinction, comme cy-devant en la premiere petition, il faut qu'il y aye de l'induſtrie à l'Inventeur, & du jugement à ſuffiſance au traducteur, pour comprendre l'intention des Autheurs, comme auſſi de la faculté au Lecteur à tonceder ces nouveaux termes, qui ſont ſubſtituez au lieu de ceux qu'il faudroit avoir ; car il faut croire qu'il n'y a langue au monde qui ſoit perfectionnée. Cela eſt cauſe que* Stevin *a inventé un nouveau nom aſſez bizarre en la premiere petition mentionnée ; tellement que celuy qui l'a traduit en Latin, n'a ſceu comprendre ſon intention : Or il le mettoit là pour le ſuivre, ce qu'il n'a bien fait, ny ſon traducteur auſſi, lequel a tourné* Secundum hypotheſin, *ce que nous diſons icy (conſtitution.) Ce qui ſoit dit ſans blaſmer perſonne, mais pour advertir les lecteurs, à ce qu'il leur plaiſe entendre les definitions, & petitions, & les termes nouveaux, alors tout ſera clair, facile, & bien dit ; autrement tout leur ſera obſcur, difficile, & barbare.*

Theoreme VIII. Propoſition X.

Sur le fond de l'eau, parallele à l'horizon, repoſe un poids, egal à la peſanteur de l'eau, qui eſt egal à la colomne, dont la baſe eſt le fond ſuſdit ; & la hauteur, la perpendicle ſur l'horizon entre le fond & la fleur de l'eau.

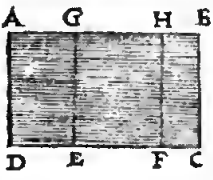
Le donné. Soit A B C D une eau, en figure de parallelipipede rectangle, ſa fleur A B, & E F un fond à niveau, E G la perpendicle entre le fond E F & la fleur d'eau ;

la colomne ſoit celle qui eſt compriſe entre le fond pour ſa baſe E F, & G E hauteur, aſſavoir la colomne G E F H.

Le requis. Il faut demonſtrer que ſur le fond E F repoſe un poids egal à la peſanteur de l'eau de la colomne G E F H.

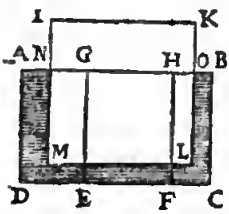
Demonstration.

Si ſur le fond E F repoſe un poids plus grand que G E F H, cela viendra à cauſe de l'eau prochaine: Soit, s'il eſt poſſible, de l'eau A D E G, & H F C B; & de meſme pourra-on dire que ſur le fond D E repoſe plus que l'eau A D E G, & ſur F C plus que l'eau H F C B; tellement que ſur D C repoſera plus que l'eau A D C B; ce qui eſt abſurde, eſtãt iceluy un parallelipipede rectangle. Semblablement on demonſtrera que ſur E F ne repoſe pas moins que G E F H, & par conſequent ſur E F repoſera preciſement un poids egal à la colomne d'eau G E F H.



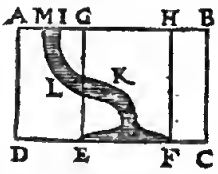
Corollaire I.

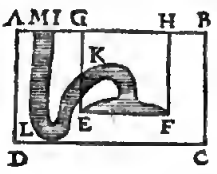
En l'eau A B C D de la 10 propoſition, mettons I L un corps ſolide minugrave à l'eau, c'eſt à dire flottant ſur l'eau, N L dedans, & N K dehors, comme cy-joiguant; alors le ſolide I L, ſera equiponderant à l'eau N O L M, par la 5 propoſition, d'où s'enſuit que le corps I L, avec le reſte de l'eau d'alentour, eſt equiponderant à un corps d'eau, egal à A B C D; parquoy nous dirons encor ſelon la propoſition, que ſur le fond E F, repoſe un poids egal à la peſanteur de l'eau d'une telle colomne que G E F H, de laquelle E F eſt la baſe, & G E perpendicle, entre le fond & la fleur de l'eau pour la hauteur d'icelle: D'où l'on peut conclurre que quand quelque matiere flotte ſur l'eau, qu'elle n'apporte aucun changement au poids que le fond ſouſtient lors que l'eau demeure en la meſme haureur.



Corollaire II.

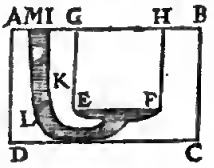
Soit encore en l'eau A B C D, un ou pluſieurs corps ſolides parigraves à l'eau, tellement qu'il n'y aye place que pour l'eau I K F E L M, alors ce corps ne lureharge, ny n'allege le fond E F pas plus que devant: Et partant ſelon la propoſition, ſur le fond E F, repoſe un poids egal à la peſanteur de l'eau, laquelle eſt egale à la colomne, ayant ledit fond pour baſe, & la hauteur egale à la perpendicle ſur l'horizon, qui eſt entre le fond & fleur d'eau.





Corollaire III.

Soit derechef A B C D entierement eau, E F un fond en icelle parallele à l'horizon; alors l'eau pouſſera autant par deſſous, en elevant que par deſſus en abaiſſant; Autrement le plus fort emporteroit le plus foible: ce qui n'arrive pas ainſi, d'autant que tout tient la diſpoſition qu'on luy donne, par la 1 propoſition. Soyent maintenant dedans l'eau quelques corps ſolides parigraves à icelle, & tellement diſpoſez que l'eau I K E F L M pouſſe par deſſous E F, aſſavoir contre le corps ſolide, comme devant contre l'eau, mais l'un contrepouſſoit egalement l'autre: donc contre E F y a un effort qui le pouſſe enhaut, de meſme que la colomne d'eau G E F H pouſſe le meſme fond E F embas, ſelon la propoſition; car la hauteur G E eſt la perpendicle interceptée entre la fleur de l'eau & le fond E F.



Corollaire IV.

Que ſi on mettoit les corps ſolides des deuxieſme & troiſieſme corollaires en leurs lieux, & l'eau vuidée, y ayant une place vuide I K F E L M; alors le fond E F ne portera aucune peſanteur; que ſi on remply le lieu vuidé, avec de l'eau, le fond patira autant d'effort, que lors que le vaiſſeau eſtoit entierement plein d'eau (ayant oſté les corps ſolides.)

Corollaire V.

Mais ſi on oſtoit la matiere inutile des corps ſolides, & s'il n'y en demeuroit pas d'avantage que pour tenir l'eau en ceſte figure; alors le fond E F patira autant d'effort, que s'il y avoit deſſus une colomne d'eau, compriſe ſur le meſme fond comme baſe, dont la hauteur ſoit la perpendicle entre ledit fond & la fleur d'eau.

Concluſion. Sur le fond de l'eau parallele à l'horizon, repoſe donc un poids, &c.

Liſez les eſpreuves deduites en l'Appendice de la practique de l'Hydroſtatique.

Notez.

Nous pourrions auſſi propoſer la 10 propoſition comme s'enſuit:

Svr quelconque fond d'eau, de ſuperfice parallele à la fleur d'icelle, repoſe un poids egal à la peſanteur de l'eau, compriſe dans un ſecteur ſpherique, tronqué par une ſuperfice ſpherique parallele, ou homocentrique à la ſuperfice ſpherique de la terre.

Nous euſſions fait auſſi les demonſtrations comme deſſus, mais nous l'avons delaiſſé pour les raiſons deſcrites en la ſeptieſme petition.

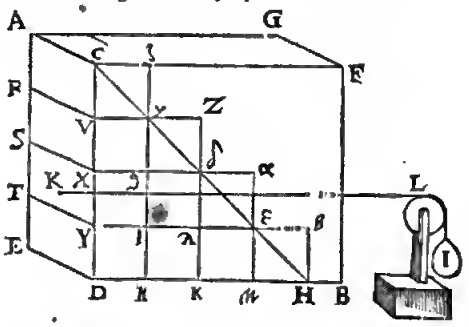
Theoreme IX. Propoſition XI.

Svr un fond convenant, duquel le plus haut poinct eſt à fleur d'eau, repoſe un poids egal à la demi-colomne d'eau, de laquelle la baſe eſt pareille audit fond, & ſa hauteur egale à la perpendicle compriſe entre les niveaux qui paſſent par le plus haut & plus bas poinct dudit fond.

1 *Exemple.*

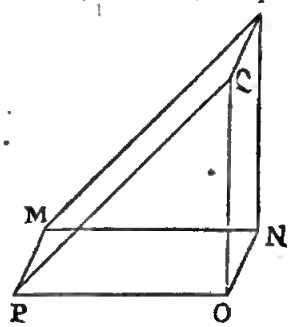
Le donné. Soit A B un vaiſſeau plein d'eau, & le fond A C D E ſoit premierement un parallelogramme, non parallele à l'horizon, comme devant, mais perpendiculaire à iceluy; duquel le plus haut coſté A C eſt à fleur d'eau,

d'eau, & A E ſoit la perpendicle comptiſe entre les deux niveaux qui paſſent par les extremitez plus haute & plus baſſe dudit fond : & ſoit marquée H dans D B, parallele à l'horizon, tellement que D H ſoit egale à D C, & menée C H, tellement que par A C H D E ſoit denotée la demi-colomne, ayant A C D E pour baſe, & D H hauteur egale à A E perpendicle.



Le requis. Il faut demonſtrer que le poids qui repoſe contre le fond A C D E eſt egal à la demi-colomne A C H D E : C'eſt à dire (pour declarer le tout plus amplement) que ſi l'eſtoit un poids oblique, equiponderant A C H D E, & K L corde ſoit parallele à D H, & K centre de gravité de l'effort du pouſſement congregé à l'encontre du fond (lequel centre de gravité ſe trouvera par la 18 propoſition ſuivante) le poids l'equiponderant à l'effort de l'eau tient le fond (poſant qu'il ſoit mobile) en ceſte diſpoſition.

Ou bien pour donner à entendre ce que deſſus autrement, Soit M N O P un fond, pareil à A C D E, aſſavoir M P homologue à A C ; M N à A E, ſur lequel fond M N O P repoſe un corps ſolide M N O P Q, pareil & equiponderant à A C H D E, & Q O (egale à D H) ſoit perpendicle à l'horizon : je dis que le preſſement que M N O P Q fait ſur le fõd M N O P, (aſſavoir preſſant plus vers N O, que vers M P, pource qu'il eſt là plus eſpais & peſant qu'icy) eſt le meſme que l'eau contre le fond A C D E, (aſſavoir pouſſant plus vers E D, que vers A C.)



Preparation. Soit diviſée A E en 4 parties egales par R, S, T, & menées R V, S X, T Y paralleles à A C ; & V Z, X α, Y ε paralleles à D H, coupans C H en γ, δ, ε, & tellement que chacune des lignes γ Z, δ α, ε β, ſoyent egales à V γ. Soit auſſi menée par γ la ligne ζ η, paralleſe à C D, coupant X α en ϑ, & Y β en ι ; de meſme la ligne Z κ par δ, coupant Y β en λ, & ainſi la ligne α μ par ε ; & finalement β H.

Demonstration.

Contre le fond A C V R repoſe plus que rien, car ſi ledit fond eſtoit tout à fleur d'eau, rien ne repoſeroit à l'encontre, mais il vient plus bas, donc il repoſe plus que rien à l'encontre d'iceluy : D'avantage je dis qu'à l'encontre d'iceluy repoſe moins que le corps d'eau A C ζ γ V R, car s'il eſtoit parallele à l'horizon par R V, alors ledit corps y repoſeroit, par la 10 propoſition ; mais il eſt plus haut, & par conſequent il y repoſe moins à l'encontre. Je dis ſemblablement que contre le fond R V X S repoſe plus que le corps d'eau A C ζ γ V R, veu qu'il vient plus bas que V γ, mais ledit corps d'eau eſt egal à R V γ ϑ X S : D'avantage je dis que contre iceluy repoſe moins que le corps d'eau A C ζ ϑ X S, veu que le fond R X eſt plus haut que le fond S X ϑ ; or ledit corps d'eau A C ζ ϑ X S eſt egal à R V Z δ X S ; parquoy contre le fond R X repoſe moins que R V Z δ X S. De meſme contre le fond S Y, repoſe plus que A C ζ ϑ X S ; car il vient plus bas que le fond S X ϑ, lequel corps eſt egal à S X δ λ Y T ; parquoy contre S Y repoſe plus que S X δ λ Y T. D'avantage je dis qu'il y repoſe moins que A C ζ ι Y T, car il eſt plus haut que le fond T Y ι ; or ledit corps A C ζ ι Y T eſt egal à S X α ε Y T, donc contre le fond S Y repoſe moins que S X α ε Y T. Pareillement contre le fond T D repoſe plus que A C ζ ι Y T, car il vient plus bas que le fond T Y ι ; iceluy corps eſt egal à T Y ε μ D E ; parquoy contre le fond T D repoſe plus que T Y ε μ D E. D'avantage il y repoſe moins que le corps A η, car il vient plus haut que le fond E D η ; mais ledit corps A η eſt egal à T Y β H D E ; donc contre le fond T D, repoſe moins à l'encontre que T Y β H D E. Or veu que contre

Le fond { A V, R X, S Y, T D } repoſe plus que { rien, R V γ ϑ X S, S X δ λ Y T, T Y ε μ D E } & moins que { A C ζ γ V R, R δ Z, S ε α, T H β }.

Il s'enſuit que contre le fond entier A C D E repoſera plus que les corps ſuſdits enſemble, qui font le corps inſcrit R V γ ϑ δ λ ε μ D E dans la demi-colomne A C H D E, & que contre ledit fond A C D E entier repoſeront moins que les corps circonſcrits enſemble, qui font le corps A C ζ γ Z δ α ε β H D E, lequel eſt circonſcrit à la demi-colomne A C H D E.

Que ſi on diviſoit le fond A C D E en plus de 4 parties egales, ſoit en 8 ; il appert que les corps inſcrits & circonſcrits ne differetoyent que de la moitié de la difference precedente ; & eſt manifeſte qu'on pourroit partir le fond en tant de parties egales que la difference des corps inſcrits & circonſcrits à la demi-colomne, differetoyent moins qu'aucun corps donoé, ſi petit puiſſe-il eſtre, d'où j'argumeote ainſi.

A. *Toute peſanteur qui differe moins du poids repoſant contre le fond A C D E, qu'on ne ſçauroit donner, eſt egale au poids repoſant contre le fond A C D E.*

I. *Le poids de la demi-colomne A C H D E, eſt une peſanteur differant moins du poids, qui repoſe contre le fond A C D E, qu'on ſçauroit donner.*

I. *Le poids donc de la demi-colomne A C H D E eſt egal au poids qui repoſe contre le fond A C D E.*

2 *Exemple.*

Le donné. Soit encore A B un vaiſſeau plein d'eau, & le fond A C D E d'iceluy ſoit un parallelogramme oblique à l'horizon, A C la plus haute extremité à fleur d'eau A C F G ; lequel ſoit diviſé comme au premier exemple, & ſoit A ν perpendiculaire à l'horizon, juſques au niveau par E D.

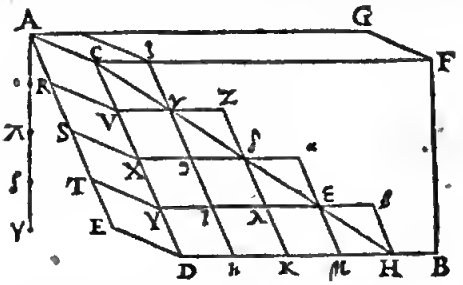
Le requis. Il faut demonſtrer que le poids d'eau qui repoſe contre le fond A C D E, eſt egal à la moiné de la colomne qui a pour baſe le fond A C D E, & hauteur A ν.

Preparation. Soit diviſée A ν en 4 parties egales par les poincts ο, π, ρ.

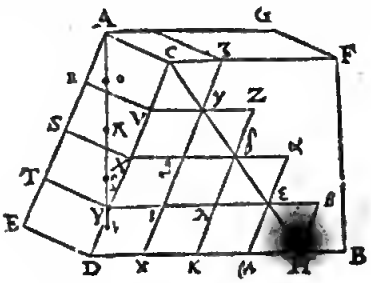
Demonstration.

Contre le fond A V repoſe un poids plus que rien, d'autant qu'il eſt plus bas que le fond A ζ, contre lequel rien ne repoſe : D'avantage il repoſe contre ledit fond

fond A V moins que le corps A γ, d'autant qu'il eſt plus haut que le fond R V γ, ſur lequel repoſe la colomne



A γ par la 10 propoſition, de laquelle A ε eſt hauteur; & ainſi ſe demonſtrera comme en la precedente demonſtration que contre A C D E repoſe autant que la demi-colomne A E D H; (eſtant comme devant D H egale à D C) Or le parallelogramme E H eſt pareil à A C D E; donc la demi-colomne A H eſt egale à la demi colomne ayant pour baſe A D, & hauteur A γ; par-



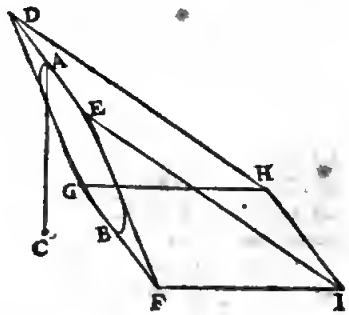
quoy le poids qui repoſe contre A C D E eſt egal au poids de la demi-colomne d'eau, ayant A C D E pour baſe, & hauteur A γ.

3 *Exemple.*

Le donné. Soit A B un fond convenant, je prens, une ellipſe, le plus haut poinct A eſt à fleur d'eau, B le poinct plus bas, par lequel paſſe un niveau, ſur lequel tombe une perpendicle A C.

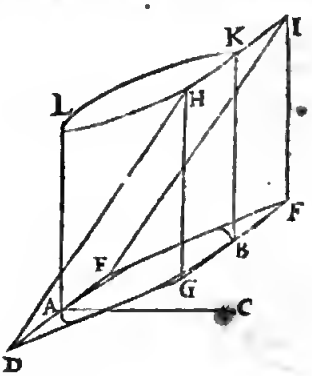
Le requis. Il faut demonſtrer que le poids d'eau qui repoſe contre le fond B A, eſt egal à la moitié de la colomne, dont le fond eſt A B, & hauteur A C.

Preparation. Soit fait un parallelogramme D E F G, à l'entour de l'ellipſe A B, ainſi que D E ſoit à fleut d'eau,



& touche au poinct A, & que G F touche au poinct B: Soit puis apres menée F I egale à F E, & perpendicle à FG, ſur le plan de l'hotizon, & puis parachevé le rectangle F G H I, & menée E J & D H.

Soit puis apres une autre figure pareille, & equiponderante à la precedente, mais en telle ſorte que F I ſoit perpendicle à l'horizon, comme cy-joignant. Et en



ceſte figure ſoit D E F G H I un corps ſolide, repoſant ſur le fond D E F G.

Demonstration.

Tel preſſement que le corps ſolide D E F G H I de la deuxieſme figure, fait contre le fond D E F G, le meſme preſſement ſe fait par l'eau de la premiere figure, contre le fond D E F G, comme il a eſté demonſtré cy deſſus, & partant tel preſſement qui ſe fait contre l'ellipſe A B de la deuxieſme figure, le meſme ſe fera contre l'ellipſe A B de la premiere figure, mais le preſſement ſur l'ellipſe de la deuxieſme figure eſt la demi-colomne (comme nous declarerons cy-deſſous) la baſe de laquelle eſt l'ellipſe, & la hauteur egale à A C (car menant une perpendicle de K, ſur le plan de l'ellipſe, elle ſera egale à A C) & ainſi le preſſement de l'eau contre l'ellipſe A B de la premiere figure, eſt egal à la moitié de la colomne, de laquelle la baſe eſt l'ellipſe, & la hauteur A C.

Mais que le poids repoſant en ceſte deuxieſme figure contre l'ellipſe A B, ſoit egal à la demi-colomne, ayant pour baſe l'ellipſe, & hauteur egalé à A C, cela eſt manifeſte en menant B K egale & parallele à F I: Soit maintenant le deſſous B, de la meſme B K, tourné au circuit de l'ellipſe A B, ſont à l'entour, demeurant touſiours parallele à F I, icelle deſcrira une colomne entre deux baſes A B K L, laquelle eſt coupée par deux poincts homologues diagonalement oppoſites: Mais toute colomne, dont la baſe eſt fond convenant, ſe peut couper en deux egalement par deux poincts diagonalement oppoſites; parquoy la partie de la colomne ſous le plan D E I H, eſt la moitié de la colomne entiere A B K L, repoſant ſur l'ellipſe A B; & auſſi que la colomne A B K L ſoit egale à la colomne qui a pour baſe A B & hauteur A C, il appert en ce que ſa hauteur eſt egale à A C, parquoy le poids repoſant contre l'ellipſe A B eſt egal à la demi-colomne, dont la baſe, eſt l'ellipſe, & la hauteur egale à A C.

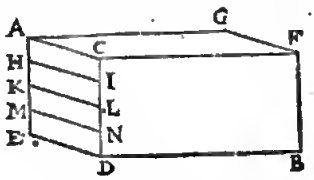
4 *Exemple.*

Nous avons donné cy-deſſus trois exemples, par demonſtrations Mathematiques, & ainſi le fondement eſt tant mieux declaré; toutefois nous ferons encor ceſte demonſtration par nombres, laquelle n'apporte aucun deſavantage à la choſe.

Le donné. Soit A B un vaſe plein d'eau, & A D un fond perpendiculaire à l'horizon, eſtant un quarré, & C D un pied de hauteur, comme auſſi A C, lequel eſt à fleur d'eau, & A F ſoit auſſi long qu'on voudra.

Le requis. Il faut demonſtrer que l'eau repoſant contre le fond A D, eſt egale à la demi-colomne d'eau, ayant

ayant A D pour baſe & A E perpendicle pour ſa hauteur: Or ceſte demi-colomne ſera demi-pied cubique.



Preparation. Soit diviſé le fond en 4 parties egales par les lignes H I, K L, M N, paralleles à A C.

DEMONSTRATION.

Il appert que contre le fond A I repoſe plus que o, car il eſt plus bas que tout à fleur d'eau: D'avantage il repoſe moins à l'encontre que $\frac{1}{16}$ pied; car il eſt plus haut que le fond par H I à niveau: De meſme contre H L repoſe plus que $\frac{1}{16}$, & moins que $\frac{3}{16}$; & contre le fond K N plus que $\frac{3}{16}$, & moins que $\frac{5}{16}$: finalement contre M D, repoſe plus que $\frac{5}{16}$, & moins que $\frac{7}{16}$. Adjouſtant les poids qui ſont plus legers, aſſavoir o, $\frac{1}{16}$, $\frac{2}{16}$, $\frac{3}{16}$, font enſemble $\frac{6}{16}$. De meſme les poids plus legers $\frac{7}{16}$, $\frac{5}{16}$, $\frac{3}{16}$, $\frac{7}{16}$, font enſemble $\frac{10}{16}$. Donc contre A D repoſe plus que $\frac{6}{16}$, & moins que $\frac{10}{16}$, entre leſquels eſt $\frac{2}{3}$ pied, lequel doit eſtre demonſtré repoſer contre A D.

Or comme le fond a eſté diviſé cy-deſſus en 4 parties egales; il ſe pourroit auſſi diviſer en tant qu'on voudroit, & ſoit en 10; alors par les raiſons ſuſdites, les poids trop legers ſeront o, $\frac{1}{100}$, $\frac{2}{100}$, $\frac{3}{100}$, &c. le dernier $\frac{9}{100}$ enſemble ſont $\frac{45}{100}$: Et les poids trop peſants ſont $\frac{1}{100}$, $\frac{2}{100}$, $\frac{3}{100}$, &c. le dernier $\frac{10}{100}$ ſont enſemble $\frac{55}{100}$; contre A D donc repoſe un poids plus que $\frac{45}{100}$, & moins que $\frac{55}{100}$: Or $\frac{2}{3}$ eſt entre deux; & ces termes ſont plus approchans que les ſuſdits, tellement que ſi on coupoit encore le fond en plus de parties, on approcheroit plus pres de $\frac{2}{3}$.

Poſons donc qu'il repoſe contre A D $\frac{1}{1000}$ pied plus, ou moins, que $\frac{2}{3}$, s'il eſtoit poſſible: & partiſſons le fond en 1000 parties egales, alors les poids trop legers ſeront o, $\frac{1}{1000000}$, $\frac{2}{1000000}$, &c. le dernier $\frac{999}{1000000}$, leſquels ſont tous enſemble $\frac{499500}{1000000}$. De meſme les mils trop peſants ſeront $\frac{1}{1000000}$, $\frac{1}{1000000}$, $\frac{3}{1000000}$, &c. le dernier $\frac{1000}{1000000}$, leur ſomme $\frac{500500}{1000000}$; il repoſe donc plus contre A D, que $\frac{499500}{1000000}$ & moins que $\frac{500500}{1000000}$: mais l'un & l'autre eſt moins ou plus que $\frac{1}{2}$ de $\frac{2000}{1000}$; il n'y avoit donc pas tant de difference que le $\frac{1}{1000}$ ſuſdit; & ainſi on demonſtrera touſiours, qu'il y a moins de difference entre le corps qui repoſe contre A D, & $\frac{2}{3}$ pied, qu'aucune quantité qu'on ſçauroit donner; d'où j'argumente ainſi.

A. *Entre un poids quelconque & $\frac{2}{3}$ pied d'eau, s'ils ſont differens, ſe peut trouver un poids moindre que leur difference.*

O. *Or entre le poids qui repoſe contre le fond A D, & $\frac{2}{3}$ pied d'eau, on ne peut donner aucun poids moindre que leur difference.*

O. *Le poids donc qui repoſe contre le fond A D, n'eſt en rien differant de $\frac{2}{3}$ pied d'eau.*

Concluſion. Sur un fond donc conveoant, duquel, &c.

La raiſon pourquoy le $\frac{2}{3}$ demeure touſiours egalement diſtant des deux termes, leſquels en approchent touſiours, ſans que jamais ils y puiſſeot parvenir, eſt contenuë en ce theoreme.

THEOREME.

En une progreſſion naturelle commençant par l'unité, & augmentant de l'unité progreſſivement; la moitié du quarré du dernier, qui eſt le majeur, eſt la ſomme de tous les nombres, mais ſi la ſomme de tous les nombres ſans le dernier.

ALB. GIRARD.

Car c'eſt preciſement la ſomme de tous les nombres, moins la moitié du dernier.

NOTEZ.

On pourroit dire une colomne entiere, au lieu de la demi-colomne mentionoée cy-deſſus, aſſavoir la meſme baſe, mais la $\frac{1}{2}$ perpendiculaire, forme auſſi le theoreme.

Eſtant propoſé un fond convenant dans l'eau, à la fleur de laquelle ſe trouve la plus haute extremité du fond: le poids qui repoſe à l'encontre eſt egal a la colomne d'eau, ayant le meſme fond pour baſe, & la hauteur la demi-perpendiculaire compriſe entre les niveaux qui paſſent par la plus haute & plus baſſe extremité du fond.

Et la derniere partie de ceſte douzieſme propoſition ſera exprimée par ſemblable maniere.

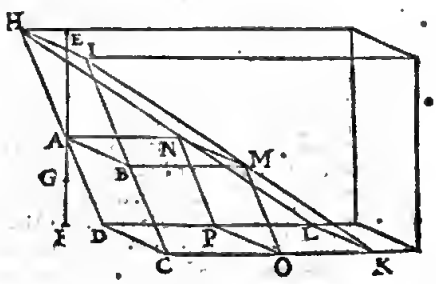
THEOREME X. PROPOSITION XII.

Eſtant un fond convenant dans l'eau ayant ſon extremité ſuperieure, ſous fleur d'eau; le poids qui repoſe à l'encontre eſt egal à la peſanteur de la colomne d'eau, ayant ledit fond pour baſe, & pour hauteur la perpendiculaire entre la fleur d'eau, & le plus haut poinct du fond; & d'avantage la moitié de la perpendicle, depuis le plus haut poinct du fond juſques au niveau paſſant par le plus bas.

1 Exemple.

Le donné. Soit A B C D un fond convenant, comme premierement un parallelogramme, A B ſon coſté le plus haut ſoit au deſſous de la fleur d'eau, parallele, preſuppoſe-je, à l'horizon; & E A ſoit la perpendicle depuis la fleur d'eau, juſques au poinct plus haut du fond A, & A F la perpendicle de A juſques au niveau, qui paſſe par D C: & A G ſoit moitié de A F.

Le requis. Il faut demonſtrer que le poids d'eau contre le fond ABCD, eſt egal à la colomne ſur la baſe ABCD, & hauteur G E.



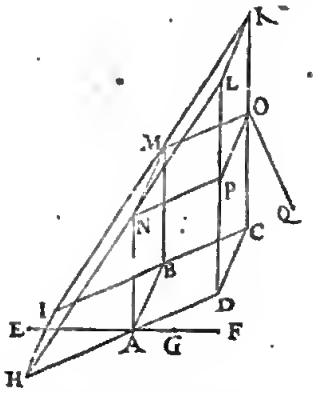
Preparation. Soyent D A, C B, produites juſques à H, I à fleur d'eau: & menée H I. Puis C K à niveau egale à G I, & perpendicle à D C: de meſme D L egale & parallele à C K, &c. Puis A N, B M paralleles à C K rencontrant I K en M, &c.

D'avantage ſoit faite une autre figure, pareille & equiponderante à la precedente eau, mais en ſorte que C K ſoit perpendicle à l'horizon.

DEMON-

DEMONSTRATION.

En la deuxieſme figure le preſſement que cauſe CDHIKL contre le fond CDHI, ainſi en la premiere figure l'eau contre CDHI, comme il a eſté demonſtre en la 11 propoſition, & de meſme tel preſſemeot que cauſe ABCDLKMN en la deuxieſme figure ſur ABCD, ainſi l'eau contre ABCD en la premiere figure, mais ABCDLKMN eſt egal à la colomne ſur la baſe ABCD & hauteur GE, comme nous verrons cy-apres; le poids donc d'eau qui repoſe contre ABCD de la premiere figure eſt egal à la colomoe, dont la baſe eſt ABCD & la hauteur GE.



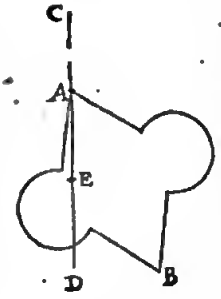
Or que ABCDLKMN ſoit egal à la colomne, ayant pour baſe ABCD, & hauteur EG, il appert en ce qoe ſi on mene OQ perpendiculaire ao plan de ABCD: lors OQ ſera hautent de AO: lequel AO eſt egal à la colomoe ſur ABCD pour baſe & OQ hauteur, mais puis que AH, & OC ſont egales, & les angles HAE, COQ auſſi egaux; & les angles HEA, CQO, droits; alors EA & OQ ſeront egales; & ainſi le corps AO, ſera egal à la colomne ſur ABCD baſe, & hauteur EA: D'avantage le corps MNOPLK eſt egal à la colomne ayant pour baſe POKL, c'eſt à dire MNOP, ou ABCD, & hauteur AG: par le corollaire de l'onzieſme ptopoſition, parquoy ces deux corps faiſans enſemble ABCDLKNM, ſont egaux à la colomne ayant ABCD pour baſe, & EG pour hauteur.

Autre DEMONSTRATION.

Poſant qu'il y ait en l'eau de la premiere figure cy-deſſus, un fond pareil à ABCD, mais à niveau par AB; iceluy ſupportera un ſolide egal à la colomne, ayant ABCD pour baſe, & AE pour hauteur, par la 10 ptopoſitioo: le meſme poids repoſe auſſi & d'avantage ſur les fonds plus bas; eontre ABCD donc repoſe un poids, comme la colomne, ayaot ABCD, pour baſe & pour hauteur AE: Or oſtant l'eau qui eſt au deſſus du fond, aſſavoir que AB ſoit à fleur d'eau; alors il repoſera contre ABCD autant que le eorps MOL, c'eſt à dire une colomne ayant la baſe OL, ou ABCD ſon egale, & AG hauteur; leſquels corps ſont enſemble comme devant, autant que la colomne ſur la baſe ABCD, & la hauteur EG.

2 Exemple.

Soit AB un fond conveoant, ayant ſon plus haut poinct A ſous fleur d'eau C, & AD perpendicle de A ſur le niveau, paſſant par le plus bas poinct B; & prolongée juſques à fleur d'eau C: ſoit E au milieu de AD.



Je dis que le poids qui repoſe contre AB, eſt egal à la peſanteur de la colomne, ayant ledit fond AB pour baſe, & CE pour hauteur: dont la demonſtration ſera comme deſſus.

Concluſion. Eſtaot un fond convenant dans l'eau ayant ſon extremité ſuperieure, ſous fleur d'eau; &c.

NOTEZ.

Nous avons traité cy-devant des poids contre les fonds convenants, avec l'aide des perpendiculaires par les plus hauts poincts des fonds: Mais quand c'eſt un fond inconvenant, le poids ne ſe peot cognoiſtre pât les perpendicles: Il eſt bien vray, que contre iceluy repoſe plus, que s'il eſtoit plus haut ao niveau, qui paſſe par ſon plus haut poinct, c'eſt à dite plus qoe la colomne d'eau ayant pour baſe ledit fond, & haoreur la perpendicle entre la fleur d'eau & le plus haut poinct du fond, mais l'autre partie n'eſt pas egale à la moitié de la colomne, ayant pour baſe le meſme fond, & pour hauteur la perpendiculaire du plus haut poinct du fond, juſques au niveau qui paſſe par le plus bas: la raiſon eſt, que la colomne n'eſt pas eoupée en deux egalement (comme aveo un fond conveoant) par un plan qui paſſe diagonalement paſ deux poincts homologues: mais afin de cognoiſtre le poids contre les foods incontvenants, nous ferons le ptobleme ſuivant.

PROBLEME III. PROPOSITION XIII.

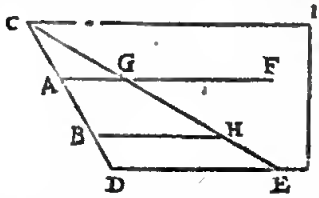
ESTANT dans l'eau un fond plat de figure quelconque; Trouver un corps d'eau equiponderant au poids repoſant contre ledit fond.

Le donné. Soit AB uo fond plat dans l'eau, de figure quelconque.

Le requis. Il faut trouver un eorps d'eau equiponderant au poids qui repoſe cootre AB.

OPARATION.

Je ptoduis le plan de tout coſté indefioiement, coupant la fleur d'eau en C, & de'C je mene une ligne CD, par AB, comme le plan par CD, lequel ſoit perpendiculaire à l'hotizon; ſoit auſſi perpendiculaire ſur le plan du fond AB; puis ayant mene la ligne DE, egale à DC, mais à niveau, & perpendicle ſur la eommune ſection des deux plans, le premier ſuſdit pat le fond AB, l'autre par DE parallele à l'horizon. Puis je mene par C, E, un plao indefiny, perpendiculaire au plan CDE; D'avantage d'un poinct du circuit du fond donné, comme de A, une ligne AF indefinie, touroant le meſme avec le poinct A au circuit du fond, un tout entier demeurant touſiours parallele avec DE, deſcrivant ainſi un corps compris entre les deux parties des plans indefinis, & la ſuperfice faite de la ligne mouvante, comme le corps AGHB: Je dis qu'un corps d'eau egal au corps AGHB, eſt equiponderant au poids qui repoſe contre le fond donné.

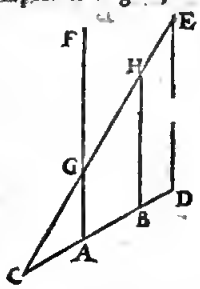


Prepa-

Preparation. Soit deſcrite ceſte ſeconde figure, egale & ſemblable à la premiere, & equiponderante à l'eau, mais en ſorte que la ligne D E ſoit perpendicle à l'horizon.

DEMONSTRATION.

Tel poids qui repoſe ſur A B en la deuxieſme figure, tel auſſi repoſera contre A B de la premiere figure, comme il a eſté demonſtré cy-devant ; mais ſur A B de la deuxieſme figure, repoſe le poids du corps A G H B, parquoy contre le fond A B de la premiere figure, repoſe auſſi un poids egal au corps d'eau A G H B : ce qu'il falloit demonſtter.



Concluſion. Eſtant donc dans l'eau, &c.

THEOREME XI. PROPOSITION XIV.

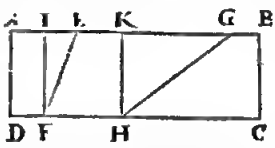
Eſtans deux fonds parallelogrammes de meſme largeur, & egalement profonds dans l'eau, ayans leurs plus hauts coſtez à fleur d'eau : Comme la longueur d'un fond à la longueur de l'autre, ainſi les preſſements d'eau contre iceux.

Le donné. Soit ABCD une eau, où il y aye deux fonds parallelogrammes E F, G H de meſme largeur, & egalement profonds dans l'eau, aſſavoir que les perpendicles I F ; & K H, & leurs hauts coſtez E, G, ſoyent à fleur d'eau.

Le requis. Il faut demonſtrer, que comme la longueur E F, à la longueur G H, ainſi le preſſement de l'eau contre le fond E F, au preſſement contre le fond G H.

DEMONSTRATION.

Le poids de l'eau repoſant contre le fond E F, eſt egal à la demi-colomne d'eau, dont la hauteur eſt I F, & la baſe le plan E F, par la 11 propoſition : De meſme le poids d'eau contre le fond G H, eſt egal à la demi-colomne, dont la hauteur eſt K H, & la baſe le plan G H : mais ces colomnes ſont de meſme hauteur, parquoy elles ſeront en raiſon de leurs baſes : tellement que comme les longueurs E F à G H, ainſi les colomnes ; & par conſequent les demi-colomnes, aſſavoir les peſanteurs d'eau qui repoſent à l'encontre des fonds E F, G H.



Concluſion. Eſtans donc deux parallelogrammes, &c.

PROBLEME IV. PROPOSITION XV.

Si le fond de l'eau, eſt un parallelogramme non parallele à l'horizon, avec ſon plus haut coſté cogneu, & à fleur d'eau, cognoiſſant auſſi la ligne menée du plus haut coſté, perpendiculaire ſur le coſté oppoſite, auſſi cognoiſſant la perpendiculaire entre la fleur d'eau & le niveau paſſant par le coſté plus bas : Trouver le poids d'eau repoſant à l'encontre.

NOTEZ.

Tout parallelogramme non parallele à l'horizon, ayant ſon plus haut coſté à fleur d'eau, eſt ou rectangle, ou oblique, & un chacun d'iceux eſt perpendiculaire ou oblique à l'horizon ; parquoy il y aura 4 divers accidens, pourtant nous en donnerons 4 exemples, tant icy qu'és deux propoſitions ſuivantes : Le premier, d'un rectangle perpendiculaire à l'horizon, duquel les trois lignes, comme l'un des coſtez non-paralleles à l'horizon, & la ligne d'une extremité du plus haut coſté, perpendiculaire au coſté oppoſite d'embas, & la perpendiculaire de la meſme extremité juſques au niveau paſſant par le coſté d'embas, ne ſont qu'une meſme ligne : Le deuxieſme exemple ſera d'un parallelogramme oblique, mais perpendiculaire ſur l'horizon, duquel les deux lignes, comme celle qui vient de l'extremité du plus haut coſté perpendiculaire ſur le plus bas ; & la perpendiculaire de la meſme extremité du plus haut coſté, juſques au niveau paſſant par le plus bas coſté, ſont une meſme ligne : Le troiſieſme exemple ſera d'un rectangle, oblique à l'horizon, dont les deux lignes, comme le coſté non parallele à l'horizon, & la ligne de l'extremité du plus haut coſté, perpendiculaire ſur le plus bas, ſont une meſme ligne : Le quatrieſme exemple d'un parallelogramme oblique, & oblique ſur l'horizon, duquel les trois ligues ſuſdites ſont diverſes.

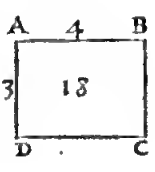
1 Exemple.

Le donné. Soit ABCD un rectangle, perpendiculaire à l'horizon, duquel A B eſt à fleur d'eau, & à 4 pieds, & A D trois pieds.

Le requis. Il faut trouver le poids d'eau, repoſant contre A B C D.

OPERATION.

Je multiplie A D 3, par A B 4, vient 12, lequel je multiplie encor par A D 3, vient 36 ; dont la moitié fait 18 pieds pour le requis : Or tenant que 1 pied peſe 65 lb, alors les 18 pieds peſeront 1170 lb.



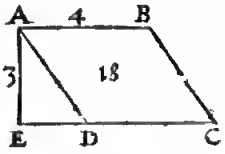
2 Exemple.

Le donné. Soit ABCD un parallelogramme oblique, mais perpendiculaire ſur l'horizon, A B à fleur d'eau eſt 4 pieds, & A E perpendiculaire de A ſur C D, ſoit 3 pieds.

Le requis. Il faut trouver le poids d'eau repoſant contre A B C D.

OPERATION.

Je multiplie A E 3 par A B 4, vient 12, lequel encor multiplié par A E 3, vient 36, dont la moitié eſt 18 pieds ; On peut faire autrement par le quarré de A E par la moitié de A B.



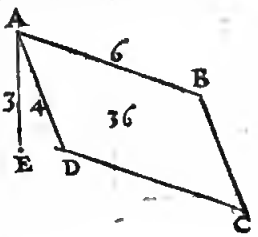
3 Exemple.

Le donné. Soit A B C D un rectangle, oblique à l'horizon, ſon coſté A B à fleur d'eau ſoit 6 pieds, & A D 4 pieds ; mais A E perpendiculaire de A ſur le niveau paſſant par le coſté d'embas, eſt 3 pieds.

Le requis. Il faut trouver le poids d'eau qui repoſe contre A B C D.

OPERATION.

Je multiplie 6, 4, 3, vient 72 ; ſa moitié eſt 36 pieds.



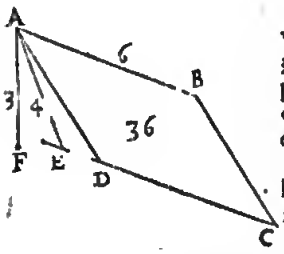
4 Exemple.

Le donné. Soit A B C D un parallelogramme oblique, oblique ſur l'horizon : A B à fleur d'eau 6 pieds,

A E perpeudiculaire ſur D C eſt 4 pieds, & A F à plomb 3 pieds.

Le requis. Il faut trouver le poids d'eau qui repoſe contre A B C D.

OPERATION.



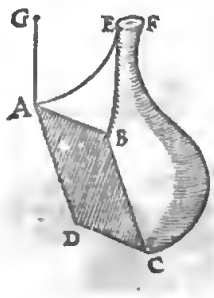
Je multiplie 6, 4, 33 vient 72, ſa moitié eſt 36 pieds d'eau, qui repoſe cootre A B C D: dont la demonſtratioo eſt manifeſte.

Concluſion Eſtant donc le food de l'eau, on parallelogramme non parallele à l'horizon, &c.

COROLLAIRE I.

De ce que deſſus appert, comment on trouvera le poſds d'eao repoſant contre un parallelogramme, lors que le plus haut coſté eſt au deſſous de fleur d'eau; car au poids trouvé comme deſſus, y joignaor la colomne, ayant pour baſe le meſme fond, & hauteur, la perpendiculaire depuis le plus haut coſté juſques à fleur d'eau, alors la ſomme ſera le requis.

Soit par exemple A B C D on parallelogramme oblique à l'horizon, A B ſous fleur d'eau E F G, G A eſt 3 pieds, & A B C D ſoit 20 pieds, & ſi A B eſtoit à fleur d'eau, il y auroit, je prens, 40 pieds d'eau qui repoſeroient à l'encontre; Oo demande combien il y en repoſe deſſus maintenant? Je multiplie A B C D 20, par G A 3, vient 60 pieds, leſquels adjouſtez à 40, font 100 pieds, qui repoſent contre A B C D.



COROLLAIRE II.

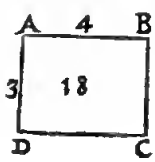
Si le fond plat eſtoit incoovenant, on trouveroit un corps d'eau, equipooderant au poids qui repoſe contre le fond, par la 13 propoſition; le meſme corps fera cognoiſtre la peſanteur requiſe.

PROBLEME V. PROPOSITION XVI.

Si le fond de l'eau eſt un parallelogramme, non parallele à l'horizon, ayant ſon plus haut coſté à fleur d'eau, & cognoiſſant le poids qui repoſe à l'encontre, auſſi la ligne du plus haut coſté perpendiculaire au plus bas coſté, auſſi la perpendiculaire du plus haut coſté, juſques au niveau paſſant par le coſté plus bas: Trouver le coſté plus haut.

1 Exemple.

Le donné. Soit A B C D un rectangle, perpendiculaire à l'horizon, contre lequel repoſe un poids de 18 pieds d'eau, & A B le plus haot coſté ſoit à fleur d'eau & incognu.



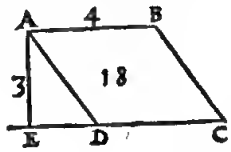
Le requis. Il faut cognoiſtre A B.

OPERATION.

Je diviſe 18 par le quarté de A D 3, viendra 2, ſon double ſera 4 pour A B.

2 Exemple.

Le donné. Soit A B C D un parallelogramme oblique, perpendiculaire à l'horizon, contre lequel repoſe le poids de 18 pieds d'eau, & le plus haut coſté A B ſoit incogno, à fleur d'eau, mais A E perpendiculaire ſur D C ſoit 3 pieds.



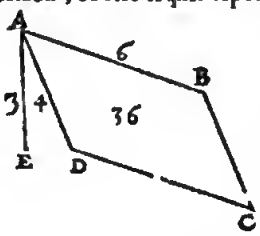
Le requis. Il faut cognoiſtre le coſté A B.

OPERATION.

Je diviſe 18 par le quarté de A E 3, viendra 2, ſon double eſt 4 pieds.

3 Exemple.

Le donné. Soit A B C D uo rectangle, oblique ſur l'horizon, cootre lequel repoſe le poids de 36 pieds d'eau, & A B le coſté plus haut à fleur d'eau ſoit tocognu; mais A D ſoit 4 pieds, & A E 3, à plomb juſques au niveau par D C.



Le requis. Il faut trouver A B.

OPERATION.

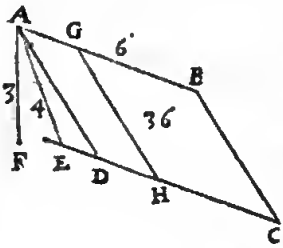
Je multiplie A E 3 par A D 4, vient 12, par lequel party 36, viendra 3 pieds, ſon double ſera A B 6 pieds.

4 Exemple.

Le donné. Soit A B C D un parallelogramme oblique, & oblique ſur l'horizon, contre lequel repoſe le poids de 36 pieds d'eao, & A B incognu, ſoit à fleur d'eau; mais A E 4 pieds, perpendiculaire ſur D C, & A F 3 pieds, à plomb.

Le requis. Il faut trouver le coſté A B.

OPERATION.



Je multiplie A F 3, par A E 4, vient 12, lequel diviſant 36, viendra 3, ſon double eſt 6 pieds: dont la demooſtration eſt manifeſte.

Concluſion. Eſtant donc le fond de l'eau on parallelogramme, &c.

COROLLAIRE I.

Il appert de l'exemple precedent, commeot oo trouvera le plus haut coſté, lors qu'il eſt au deſſous de fleur d'eau; car du poids entiet d'eau repoſant contre le fond, oſté la colomne ayant le fond pour baſe, & hauteur la perpendiculaire du plus haut coſté du fond juſques à fleur d'eau, il reſtera le poids d'eau, repoſant ſur le fond, quand le plus haut coſté eſt à fleur d'eau, d'où il ſera cognu, comme il a eſté enſeigoé cy-deſſus.

Mais pour trouver la colomne qu'il faut ſouſtraire, on prendra une partie do poids entiet, ou de la colomne entiere, en telle raiſon à la meſme colomne entiere, comme la perpendiculaire entre la fleur d'eau & le plus haut coſté du fond, à la perpendiculaire doonée entre la fleur d'eau & le plus haut coſté du fond, avec la moitié de la perpendiculaire entre le plus haut coſté du fond, & le niveau par le coſté plus bas d'iceluy: Comme par la figure du premier exemple de la 12 propoſition, la partie qu'il faut ſouſtraire ſe trouve là: Je dis, E G doone E A, combien le poids dooné? ce qui vient eſt la colomne qu'il faut ſouſtraire.

COROL-

COROLLAIRE II.

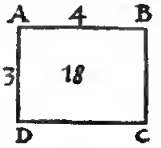
Si on vouloit mener une ligne ſur le fond, qui ſoit parallele à un coſté non parallele à l'horizon ; la longueur neceſſaire du plus haut coſté ſera cognue. Soit par exemple à la figure du quatrieſme exemple precedent, qu'on vueille mener une ligne, comme GH, parallele à AD, ainſi que ſur AGHD repoſe un poids de 18 pieds d'eau. Je voy que le parrie 12 ſoot de 36, qui repoſent à l'encontre, & ſe trouvent $\frac{1}{3}$; parquoy auſſi AG ſera $\frac{1}{3}$ de AB, qui ſont 2 pieds.

PROBLEME VI. PROPOSITION XVII.

ESTant le fond qui eſt dedans l'eau un parallelogramme non parallele à l'horizon, ayant ſon coſté plus haut cognu, à fleur d'eau, comme auſſi le poids qui repoſe à l'encontre, & la perpendiculaire du coſté plus haut ſur le niveau qui paſſe par le coſté le plus bas ; Trouver la perpendiculaire du coſté plus haut ſur le coſté oppoſite.

1 Exemple.

Le donné. Soit ABCD un rectangle, perpendiculaire à l'horizon, contre lequel repoſent 18 pieds d'eau, & AB le coſté plus haut ſoit à fleur d'eau, eſt de 4 pieds.



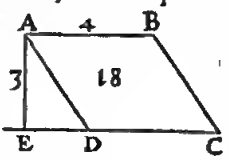
Le requis. Il faut trouver AD.

OPERATION.

Je diviſe 18 par 2, moitié de AB, vient 9, ſa racine eſt pour AD 3 pieds.

2 Exemple.

Le donné. Soit ABCD un parallelogramme oblique, mais perpendiculaire ſur l'horizon, contre lequel repoſent 18 pieds d'eau, & le coſté plus haut AB ſoit 4 pieds, & à fleur d'eau.



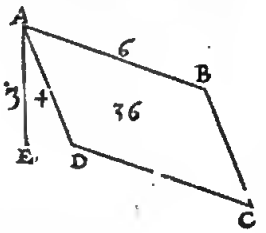
Le requis. Il faut trouver AE.

OPERATION.

Je partis 18 par 2, moitié de AB, vient 9, ſa racine eſt pour AE 3 pieds.

3 Exemple.

Le donné. Soit ABCD un rectangle, mais oblique à l'horizon, contre lequel repoſent 36 pieds d'eau, & AB à fleur d'eau ſoit 6 pieds, auſſi AE perpendiculaire 3 pieds.



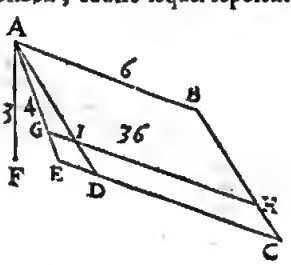
Le requis. Il faut cognoiſtre AD.

OPERATION.

Je diviſe 36 par 3, moitié de AB, vient 12 : le meſme party par AE 3, viennent 4 pieds pour AD.

4 Exemple.

Le donné. Soit ABCD uo parallelogramme oblique, & oblique à l'horizon, eootre lequel repoſent 36 pieds d'eau, & AB le coſté plus hant à fleur d'eau ſoit 6 pieds, & AE ſoit une perpendiculaire de A ſur CD, & AF 3 pieds, perpendiculaire à plomb.



Le requis. Il faut trouver AE.

OPERATION.

Je diviſe 36 par 3 moitié de AB 6, vient 12, le meſme encor par AF 3, viennent 4 pieds pour AE ; doot la demonſtration eſt manifeſte.

Concluſion. Eſtant donc le fond qui eſt dans l'eau, &c.

COROLLAIRE I.

Il s'enſuit comment on trouvera la ligne perpendiculaire du plus hant coſté, ſur le plus bas, lors que le coſté plus haut eſt ſous fleur d'eau, car de tout ce qui repoſe contre le fond, ſi on en oſte la colomne qui a le meſme fond pour baſe, & pour hauteur la perpendiculaire du plus haut coſté, juſqu'à fleur d'eau ; il reſtera le poids d'eau repoſant contre le fond. lors que le plus haut coſté eſt à fleur d'eau, alors elle ſera cognue, comme il a eſté dit cy-deſſus.

COROLLAIRE II.

Que ſi on vouloit mener une ligne parallele au plus haut coſté, en ſorte qu'elle retranche une partie du fond, contre lequel repoſe un poids requis ; alors on trouvera la longueur de la ligne perpendiculaire entre les deux coſtez plus haur & plus bas. Soit par exemple en la figure du quatrieſme exemple, menée une ligne, comme GH, coupant AD en I parallele à AB, tellement que ſur ABHI repoſe un poids de 24 pieds d'eau : Je diviſe 24 par 3, moitié de AB, vient 8 ; puis je trouve deux nombres en raiſon, comme AF à AE, c'eſt 3 à 4, tellement que leur produit ſoit le ſuſdit 8, ces nombres là ſont $\sqrt{6}$ & $\sqrt{10\frac{2}{3}}$, le dernier ſera pour AG ; car de G faiſant GH parallele à AB, alors contre ABHI repoſera le poids de 24 pieds d'eau, par la 15 propoſition.

NOTE 2.

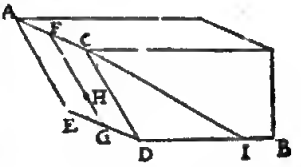
Maintenant, il faut parler du centre de gravité du preſſement de l'eau congregée contre le fond, és ſuivantes 18, 19, 20 propoſitions, ſelon qu'il a eſté mentioooné en l'Argument au commencement de ce livre ; & ſemble ne venir pas mal à propos de parler du fond à niveau, n'eſtoit qu'il n'eſt que trop facile par le moyen du deuxieſme livre des Elemens de la Statique ; partant nous commencerons par les fonds non paralleles à l'horizon, comme s'enſuit.

THEOREME XII. PROPOSITION XVIII.

SI le fond d'une eau n'eſt à niveau, eſtant parallelogramme, duquel le plus haut coſté ſoit à fleur d'eau, & de ſon milieu, au milieu de ſon coſté oppoſite, eſt menée une ligne ; le centre de gravité (du preſſement de l'eau congregé contre le fond) diviſe ceſte ligne de telle ſorte, que la partie haute à la baſſe eſt en raiſon double.

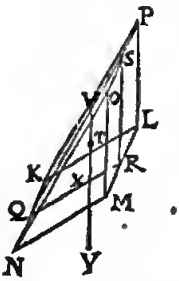
1 Exemple.

Le donné. Soit AB une eau, & ACDE le fond un parallelogramme non à niveau, AC à fleur d'eau, FH double à HG, lors que FG eſt menée du milieu au milieu des coſtez oppoſites.



Le requis. Il faut demonſtrer que H eſt le centre de gravité du preſſement congregé contre le fond.

Preparation. Soit menée CI, ainſi que DI ſoit egale à DC,



& ACIDE ſoit la moitié de la colomne, dont la baſe ACDE, & hauteur la perpendiculaire de A ſur le niveau paſſant par ED; Soit puis apres marqué le corps ſolide KLMNOP, pareil & equiponderant au corps ACIDE, aſſavoir KLMN plan homologue à ACDE, & MO perpendiculaire ſur l'horizon, ſoit homologue à DI, & QR à FG; & de S au milieu de OP, ſoit menée SQ, & SR; ſoit auſſi T centre de gravité du triangle QSR, par lequel ſoit menée VX à plomb.

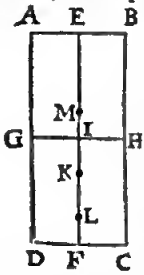
DEMONSTRATION.

Tel preſſement que le corps KLMNOP fait contre le fond KLMN, tel eſt auſſi celuy de l'eau AB contre le fond ACDE, par la 11 propoſition: parquoy comme le centre de gravité du preſſement advient contre le fond KLMN, ainſi adviendra-il au fond ACDE: Or pour venir à la demonſtration, il appert que T eſt auſſi centre de gravité (auſſi bien que du triangle QSR) du corps KLMNOP, par la 15 propoſit. du deuxieſme livre des Elemens Statiques; mais VX eſt perpendiculaire à l'horizon par T, VX donc ſera perpendicle de gravité: parquoy ſi on tire la ligne XY embas, le corps KLMNOP, tiendra ſa diſpoſition donnée, s'il faut ainſi dire, ſur le poinct X, ſur la ligne XY; & ainſi X ſera centre du preſſement du corps, congregé contre le fond KLMN; mais VX eſt à plomb par le centre T, elle ſera donc parallele à SR, & partant elle coupera QR (par la 2 propoſition du deuxieſme livre des Elemens Statiques) ainſi que QX ſera double à XR; mais comme nous avons dit, le centre advient dans le fond ACDE, en telle maniere qu'au fond KLMN; la partie donc d'enhaut ſera double à celle d'embas: ce ſera donc en H, comme il falloit demonſtrer.

2 Exemple.

Pour les raiſons deduites au quatrieſme exemple de la 11 propoſition, nous adjoindrons à la precedente demonſtration Mathematique, ceſte-cy en Arithmetique.

Soit ABCD un fond, & ſoit menée EF par les milieux des coſtez oppoſites; diviſant puis apres le fond en parties egales (que nous nommerons meſures) par lignes paralleles à AB, GH en fait deux: coupant EF en I, ſoit EK double à KF, lequel K doit eſtre demonſtré qu'illec eſt le centre de gravité du preſſement: Prenant donc que cette ABHG repoſe 1 lb, ou poids d'eau, alors contre HCD il y en aura 3 lb: Cela eſtant ainſi, j'eſtime premierement que le centre de ABHG



eſt en I, & celuy de GHCD en F (il eſt certain que c'eſt plus haut) alors IF ſera barre, lequel diviſé en ſes rayons eo telle raiſon que les poids ſuſdits 3 à 1, viendra au poinct L, tellement que FL eſt $\frac{1}{4}$ d'une meſure (c'eſt $\frac{1}{4}$ de IF.) Secondement j'eſtime que le centre de gravité ſoit en E, & de GHCD en I, (il eſt certain qu'ils ſont plus bas) leur commun centre tombera une meſure au deſſus de I, comme en M: il appert donc que le vray centre de gravité eſt entre M & L. Mais comme nous avons diviſé le fond en deux, ainſi ſe peut-il diviſer en infinies parties, deſquelles trouvant deux centres de gravité comme devant, entre leſquels eſt le vray centre: Et par tel moyen on peut touſiours approcher, aſſavoir que L ne parvienne jamais en K, mais demeure touſiours deſſous, & M deſſus, en approchant de plus en plus, ſur cela nous concluerons que K eſt le vray centre. Mais pource qu'il ſeroit difficile de trouver les centres de gravité de tous les fonds, nous en donnerons une matiere plus briefve, deſtivant une progreſſion comme 1, 3, 5, 7, 9, &c. car en telle progreſſion & raiſon, ſont les preſſements des parties egales d'un fond ABCD, par la 15 propoſition. Puis je ſuſcris $\frac{1}{4}$ ſur le deuxieſme nombre (lequel $\frac{1}{4}$ a eſté trouvé cy-deſſus pour FL) comme cy-deſſous:

$\frac{1}{4}$

1. 3. 5. 7. 9. 11.

Puis j'adjouſte 4 (nominateur de $\frac{1}{4}$) avec 5 troiſieſme en l'ordre, font 9, qui eſt nouveau nominateur; puis pour numerateur la ſomme des notes 4 & 1 (de $\frac{1}{4}$) qui ſont 5, que je poſe ſur le 5 troiſieſme en l'ordre de la progreſſion, & ſera comme cy-deſſous.

$\frac{1}{4}$ $\frac{5}{9}$

1. 3. 5. 7. 9. 11.

Et ainſi des autres, comme on verra icy:

$\frac{1}{4}$ $\frac{5}{9}$ $\frac{14}{16}$ $\frac{30}{25}$ $\frac{55}{36}$

1. 3. 5. 7. 9. 11.

Cela eſtant ainſi, on veut par exemple ſçavoir où le poinct L doit eſcheoir lors que le fond eſt diviſé en 5 parties egales; A ceſte fin je regarde quel nombre il y a deſſus le 5 en l'ordre (qui eſt icy 9) qui eſt $\frac{30}{25}$, ou bien $\frac{6}{5}$, d'où s'enſuit que LF ſera (d'un tel fond diviſé en 5 parties egales) les $\frac{6}{5}$ d'une meſure; mais que les meſmes ſoyent moins que $\frac{1}{3}$ de EF, & que leur extremité tombera, comme L ſous K, il ſe demonſtrera ainſi: Les $\frac{6}{5}$ d'une meſure ſont $\frac{6}{5}$ de la $\frac{1}{5}$ de tout, aſſavoir la $\frac{6}{25}$ de EF, leſquels $\frac{6}{25}$ ſont moins que FK, qui eſt $\frac{1}{3}$; car $\frac{6}{25}$ eſt moindre de $\frac{7}{75}$ de la ligne EF, & autant ſera eſluigné le poinct L de K: Or pour trouver le poinct M, j'adjouſte 1 meſure à $\frac{6}{5}$, vient $\frac{11}{5}$ d'une meſure, ou bien $\frac{33}{25}$ de la toute EF, leſquelles $\frac{33}{25}$ ſont plus que $\frac{1}{3}$ de $\frac{8}{75}$ de la ligne EF; & autant ſera M eſloignée de K, aſſavoir $\frac{1}{75}$ plus luing que L n'eſtoit: & ainſi des autres; que ſi on diviſoit le fond ABCD en 40 parties egales, la ligne, comme FL, ſe trouveroit eſtre de $\frac{20250}{1600}$ d'une meſure, qui eſt la quarantieſme de EF, par laquelle on trouveroit les limites plus pres que deſſus, mais jamais ne ſe trouvetoit K; La raiſon de ceſte briefveté des ceotres de gravité des parties ſe trouvera aiſement & bien au long par celuy qui la cerchera en la 2 propoſition du premier livre des Elemens Statiques.

Concluſion. Eſtant donc, &c.

THEOREME XIII. PROPOSITION XIX.

FStant un fond dans l'eau, parallelogramme, non à niveau, & ſon plus haut coſté ſous fleur d'eau, & à niveau, du milieu duquel coſté au milieu de ſon oppoſite on mene une ligne: En icelle ligne eſt le centre de gravité de compreſſion congregée contre le fond; la diviſant entre deux certains poincts, dont celuy d'enhaut eſt centre du fond, l'autre diviſe la ligne totale en raiſon double: Or entre ces deux poincts, ledit centre ſe trouve diviſer l'intervalle, ainſi que la partie inferieure à la ſuperieure eſt, comme la ligne à plomb entre fleur d'eau & le plus haut coſté du fond, à la ligne à plomb entre ledit plus haut coſté, & le niveau qui paſſe ſous ſon coſté oppoſite.

Le donné. Soit ABCD un fund parallelogramme, non à niveau, mais bien ſon plus haut coſté AB, & ſous fleur d'eau G de la diſtance de AG, & AI moitié de la ligne à plomb AH, eſtant H dans le nivean qui paſſe par DC; puis KL qui diviſe par le milieu les coſtez oppoſites, N centre du fund, & LM tiers de KL, aſſavoir KM double à ML, & O entre NM, tellement que comme MO à ON, ainſi GA à AI.

Le re-

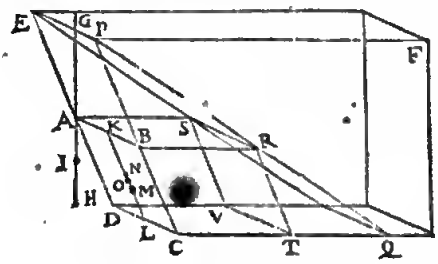
Le requis. Il faut demonſtrer que O eſt centre de gravité de compreſſion congregée contre le fond ABCD.

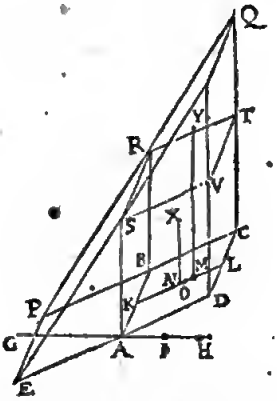
Preparation. Soit CB, & DA auſſi produites juſques à fleur d'eau P, E: & CQ egale à CP, & à niveau, & à angles droits ſur CD; puis BR parallele à CQ, eſtant R en PQ: De meſme AS egale & parallele à BR, puis RT & SV egales & paralleles à BC.

En apres ſoit conſtruit un autre corps pareil & equiponderant au precedent, ainſi que CQ ſoit à plomb, & X ſoit centre de gravité de la colomne ABCDRSTV, & Y centre de gravité du corps RSVTQ: & menées XN, & YM.

DEMONSTRATION.

Veu qu'en la deuxieſme figure X eſt centre de gravité de la colomne AT, & N de ſa baſe ABCD, & que GQ eſt à plomb, auſſi ſera XN qui luy eſt parallele;





& partant N ſera centre de gravité de la compreſſion congregee de la colomne: Or M eſt par la 18 propoſition centre de gravité de compreſſion du corps QRSTV; & partant MN ſera la barre, laquelle eſt diviſée en O, que comme MO à ON, ainſi GA à AI, par l'hypotheſe, qui eſt cõme la colomne ABCDRSTV au corps SRTVQ; parquoy comme la colomne ABCDRSVT au corps SRTVQ, ainſi MO à ON; d'où s'enſuit que O eſt le centre de gravité de compreſſion de la deuxieſme figure, lequel le ſera auſſi là ſemblablement à la premiere figure, pour les raiſons deduites cy-deſſus; O donc eſt centre de compreſſion en la premiere figure.

Concluſion. Eſtant donc un fond, &c.

PROBLEME VII. PROPOSITION XX.

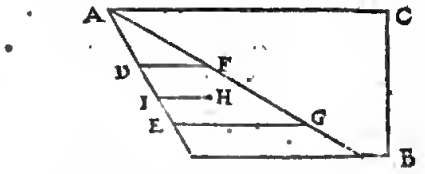
ESTant donné un fond de figure rectiligne plane quelconque; Trouver le centre de compreſſion congregée contre iceluy.

Le donné. Soit AB une eau, dont DE eſt un fond plan rectiligne ſous fleur d'eau AC.

Le requis. Il faut trouver ſon centre de compreſſion congregée à l'encontre d'iceluy.

OPERATION.

On trouvera premierement un corps d'eau equiponderant à la compreſſion contre le fond DE, ſelon la 13 propoſition, lequel ſoit DEGF, trouvant ſon centre de gravité par la 21 propoſition du deuxieſme



livre des Elemens Statiques, lequel ſoit H; puis menant HI parallele à GE, je dis que I ſera le centre de compreſſion requis; dont la demonſtration ſera comme és preeedentes 18 & 19 propoſitions.

Concluſion. Eſtant donné un fond, &c.

PROBLEME VIII. PROPOSITION XXI.

ESTant donnée une quantité incognue d'eau, mais de peſanteur cognue: Trouver ſa quantité par ſon poids.

NOTEZ.

On pourroit meſurer la grandeur de l'eau Geometriquement, comme on fait ordinairement, mais d'autant qu'en perite forme, il eſt plus certain & plus commode par la Statique, & principalement és figures irregulieres.

Le donné. Soit A une eau de figure quelconque, de grandeur incognue, mais de peſanteur cognue, ſelon la 1 definition, comme je prens, que 1 pied d'icelle peſe 65 ℔.

Le requis. Il faut trouver ſa grandeur par ſon propte poids.

OPERATION.

On peſera l'eau, laquelle peſe, je prens, 5 ℔, leſquelles diviſées par 65 ℔, vient $\frac{1}{13}$ pied pour la grandeur requiſe de A.

DEMONSTRATION.

D'autant que A peſe 5 ℔, & qu'un pied d'icelle eau peſe 65 ℔, il s'enſuit que 5 aura telle raiſon à 65, que ſa grandeur à un pied: mais 5 à 65, ainſi $\frac{1}{13}$ à 1; donc $\frac{1}{13}$ pied ſera la graodeur de A.

Concluſion. Eſtant donc donnée une quaotité incognue d'eau, mais de peſanteur cognue: Trouver ſa quaotité par ſon poids.

PROBELME IX. PROPOSITION XXII.

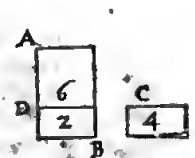
ESTant donnée la raiſon des grandeurs de deux corps, & leur quantigravité, & le poids de l'un d'iceux; Trouver le poids de l'autre.

Le donné. Soit AB l'uo des corps, C l'autre, & la raiſoo de leur grandeur ſoit 3 à 1; leur quantigravité 1 à 2, & AB peſe 6 ℔.

Le requis. Il faut trouver le poids de C.

OPERATION.

Je retranche DB egal à C. & trouve que DB peſe 2 ℔ (comme $\frac{1}{3}$ de AB) mais DB à C eſt en peſanteur, comme 1 à 2; C donc peſera 4 ℔, dont la demonſtration eſt tres-manifeſte.



Concluſion. Eſtant donc donnée la raiſon, &c.

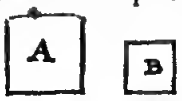
COROLLAIRE.

Il s'enſuit de la precedente que telle addition eſt certaine.

Ingredients { *raiſon de grandeur.* / *raiſon de peſanteur de matiere, icy nommée quantigravité.* }

Somme { *raiſon de peſanteur.* }

D'où eſt manifeſte que l'un des trois termes eſtant incognu, on le pourra cognoiſtre par addition ou ſouſtraction (ſelon la precedente regle) des termes cognus. Mais pour declarer cela par exemple, ſoit que A peſe



		Raiſons.
6 ℔.	4 1/3 ℔.	*Peſanteur.*
5 *pieds.*	2 *pieds.*	*Grandeur.*
4.	7.	*Quantigravité.*

6 ℔, de la grandeur de 5 pieds; & B de la grandeur de 2 pieds; la quantigravité de A à B eſt de 4 à 7. Or pour trouver le poids incognu de B; ayant la grandeur & quantigravité, il faudra adjouſter les raiſons, comme on peut remarquer cy-deſſus; adjouſtant donc raiſon 1/2 avec raiſon 4/7, viendra raiſon 10/7; parquoy 10 donnent 7, combien 6 ℔? viendra pour la peſanteur de B, 4 1/3 ℔.

Secondement, ſi la grandeur de B eſtoit ſeule inengnne, on la trouvera par les deux raiſons, dont l'nne eſt 4/7, qui eſt la quantigravité, laquelle il faut oſter (ſelon la regle cy-deſſus au commencement de ce corollaire) de raiſon de peſanteur 6 à 4 1/3, on 10 à 7, aſſavoir raiſon 10/7, & reſtera raiſon de grandeur de A à B: qui eſt 3/2: parquoy ſi A peſe 5 ℔, alors B en peſera ſeulement 2 ℔.

Tiercement, ſi la qnantigravité eſtoit incognue ſeulement, il faudroit ſouſtraire raiſon de grandeur 3/2 de raiſon de peſanteur 10/7, reſtera raiſon 4/7, qui eſt la quantigravité de A à B: & voila les trois ſortes de queſtions qui peuvent advenir ſeulement.

Ceſte propoſition eſt commnne en toute matiere, mais il ſemble que ſon uſage eſt plus frequent és queſtions qui traitent de l'eau.

Fin du quatrieſme livre.

CINQUIESME LIVRE DE LA STATIQVE,

Commençant la Practique de l'Hydroſtatique.

AU LECTEUR.

IL ſemble fort à propos, aſſavoir que la Practique de l'Hydroſtatique, ſuive les Elemens d'icelle; mais nous avons jugé plus expedient du commencement de la practiquer en effect, & non par eſcriture, & ce pour certaines raiſons: Nonobſtant nous mettrons icy trois propoſitions, leſquelles ſe tirent manifeſtement des precedentes, les ayant nommez commencemens de la practique, d'autant que la paucité ne meritoit le nom de practique ſimplement. Leſquelles, Amy Lecteur, tu prendras en bonne part, s'il te plaiſt, attendant le reſte en ſon temps.

LA peſanteur d'un batteau, avec tout ce qui eſt deſſus, ou de quelque corps flottant ſur l'eau, eſtant aſſez notoire par la 6 propoſition; nous paſſerons ceſte matiere & viendrons à la conſequence de la 7 propoſition ainſi.

PROPOSITION I.

TRouver combien un meſme corps minugrave à l'eau, enfoncera plus en une eau, qu'en une autre plus peſante.

Soit par exemple, qu'on vueille ſçavoir combien un navire enfoncera plus dans la mer devant Catwijck, que dans la riviere du Rhin à Leyden. On recerchera à ceſte fin la qnantigravité des eaux, aſſavoir la douce à la ſalée, comme 42 à 43, ainſi l'ay-je trouvée eſtre en effect au mois de Juillet; car prenant deux corps egaux, celle du Rhin peſoit 4260 grains, mais celle de la mer 4362 grains, ce qui eſt à peu pres de 42 à 43.

Parquoy on dira que la grandeur de la partie ſubmergée du navire dans le Rhin, à la partie ſubmergee dans la Mer, ſera comme 43 à 42. D'où le Geometre pourra juger de combien il enfoncera plus en l'une qu'en l'autre eau: dont la neceſſité de la regle depend de la 7 propoſition des Elemens hydroſtatiques.

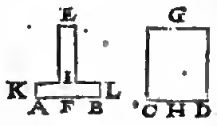
PROPOSITION II.

DEclarer en effect le contenu de la 10 propoſition de l'Hydroſtatique.

Nous avons demonſtré en la 10 propoſition ſuſdite au 5 corollaire, que le fond de l'eau illec E F, n'eſt non plus chargé de beaucoup d'eau que de peu (la hauteur demeurant la meſme) mais egalement: Et d'autant que pluſieurs eſtimeroyent cela eſtre contre nature, nous en deſcritons icy (combien que nous l'ayons deſ-ja demonſtré Mathematiquement) un exemple en practique, par lequel on le pourra entendre, & mieux comprendre.

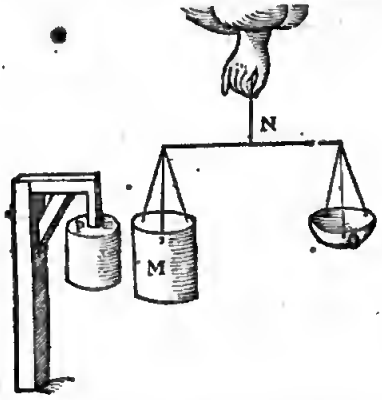
1 Exemple.

Soit le fond A B, pareil à C D, & les hauteurs E F, C H egales, & que l'eau en E I F ſoit moindre qu'en G C D, tellement que E A B ſoit 1 ℔ & G C D 10 ℔, la figure auſſi de G C D ſoit une colomne ronde, ainſi G C D contiendra 10 fois plus d'eau, & ſera autant plus peſante que E A B, ce nonobſtant, l'eau E A B preſſe autant le fond A B, que l'eau G C D



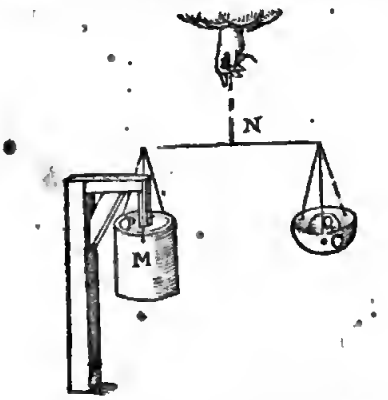
GCD fait le fond CD: ce qui ſe peut demonſtrer par experience ainſi.

Soit MNO une balance, ſes baſſins ſont M, O, deſquels M, ſoit en forme de colomne, pareille au vaiſſeau ſuſnommé GCD, & contiendra 10 ℔ d'eau: Soit



auſſi P un corps de bois ferme & immobile, comme icy joignant, & ſemblable à M, en ſorte qu'il puiſſe entrer en M ſans toucher.

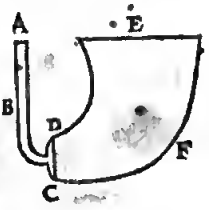
Soit maintenant mis le baſſin en P, comme en la ſeconde figure ſuivante, & dans le baſſin O, ſoit mis le poids Q, de 10 ℔; alors M preſſera le deſſous de P, d'autant que le poids de Q eſt peſant. Je poſe à ceſte heure que le vuide d'entre P, & M ſe puiſſe remplir d'une livre d'eau, aſſavoir d'un corps d'eau egal au corps EAB. Tellement donc que 1 ℔ d'eau en la place vuide, fera deſcendre le baſſin M, & elever O, comme l'experience le monſtrera, auſſi comme la raiſon deſcrite en la ſuſdite 10 propoſition. Donc 1 ℔ d'eau en M, aura autant de force en ceſte maniere, que 10 ℔ dans le baſſin M, ſoit de fer, cuivre, ou autre matiere que ce ſoit. Et pour la meſme raiſon 1 ℔ d'eau fera autant de force que 1000 ℔ d'autre poids. Ce qu'eſtant ainſi, il



y a de l'eau entre le baſſin M & le deſſous de P, contre laquelle le fond de M preſſe autant à l'encontre, qu'il preſſoit par devant contre le deſſous de P, devant que l'eau y ſoit; aſſavoir ſelon le poids de Q, c'eſtoit comme 10 ℔: le fond donc de M preſſe autant contre l'eau, que les 10 ℔ de Q le peuvent; & au contraire, l'eau preſſe autant contre le fond de M, que peuvent cauſer les 10 ℔ de Q: Poſons que l'eau maintenant repoſant contre le fond M ſoit egale à l'eau KLBA, & le reſte eſtant à l'entour de P, egale à l'eau IE; alors l'eau EAB, preſſera autant contre le fond AB, comme ceſte eau contre le fond M; aſſavoir autant comme feroit 10 ℔: mais autant preſſe l'eau dans GCD contre le fond CD: Il s'enſuit donc que les eaux des vaiſſeaux EAB, & GCD, preſſent egalement contre leurs fonds AB & CD, aſſavoir 1 ℔, autant que 10 ℔, & de meſme on pourra faire que 1 ℔ preſſera autant & plus que mille livres.

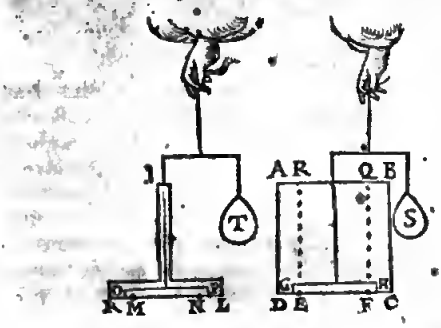
2 *Exemple.*

Suit ABCD un delié canal, & CDEF un grand vaiſſeau ſeparé du petit canal par le fond CD, leſquels remplis tous deux d'eau, en ſorte que les fleurs d'eau ſoyent au meſme plan. Or ſi on oſtoit le foud, & que l'eau CE pouſſaſt plus que l'eau ADC, alors le foible ſeroit place au plus fort, & partant l'eau ADC ſortiroit eſtant en meſme plan, ce qui contredit à l'experience; parquoy la petite eau ADC pouſſe autant contre le fond DC que la grande eau CE.



3 *Exemple.*

Soit ABCD un vaiſſeau plein d'eau, au fond duquel (eſtant à niveau) il y a un pertuis rond EF, ſur lequel eſt une aſſiette de bois le couvrant, minugrave à l'eau; Soit auſſi IKL un autre vaiſſeau de meſme hauteur que l'autre, & un pertuis egal au fond, comme auſſi une aſſiette de bois pareille & equiponderante à l'autre,



bouchant juſtement les pertuis, on trouvera par experience que les aſſiettes ſeront egalement chargées, & ne s'eleveront comme fait ordinairement le bois dans l'eau, mais preſſeront egalement le fond, ce qu'on peut recognoiſtre par experience, en attachant des poids elevans egaux T, S, equiponderans à l'eau que l'aſſiette GH ſupporte, aſſavoir à la colomne d'eau ERQF.

NOTE 2.

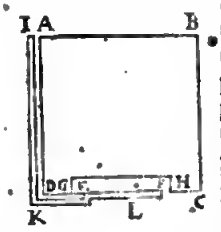
Il eſt evident, que ſi la difference des peſanteurs de l'aſſiette, comme GH, & celle de l'eau de meſme grandeur, ſurpaſſoit la peſanteur de la colomne d'eau EFQR, telle aſſiette ne pourroit repoſer contre le pertuis EF, mais s'eleveroit au deſſus de l'eau.

Que ſi telle aſſiette eſtoit auſſi multigrave en l'eau, comme le plomb, fer, &c. elle preſſeroit le foud autant que la peſanteur de la colomne d'eau EFQR, & au deſſus encor de ce que l'aſſiette peſe plus que l'eau egale en grandeur à icelle.

Mais ſi l'aſſiette eſtoit parigrave à l'eau, il eſt certain qu'elle preſſeroit autant contre le pertuis EF, comme un poids égal à la peſanteur de la colomne d'eau EFQR.

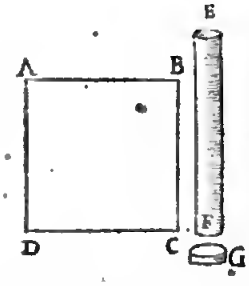
4 Exemple.

Soit ABCD un vaiſſeau plein d'eau, avec un pertuis EF au fond CD, ſur lequel repoſe une aſſiette, mu-nugrave à l'eau, la meſme preſſera le food, comme il a eſté dit cy deſſus. Soit puis apres IKL un petit canal, dont le trou ſuperieur I ſoit de meſme hauteur que AB, & ſon trou inferieur ſoit EF: Et rempliſſant ce canal plein d'eau, ce peu d'eau pouſſera autant contre l'aſſiette par deſſous que la grande eau par deſſus; car alors l'aſſiette GH s'elevera enhaut. Tellement que 1 ℔ d'eau (je poſe qu'autant contienne le canal IKL) fera plus d'effort contre l'aſſiette GH, que non pas 100000 ℔, comme S cy-deſſus; ce qu'on pourroit eſtimer un myſtere en la nature, ſi la cauſe eſtoit incognue.

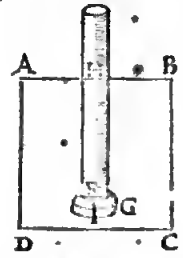


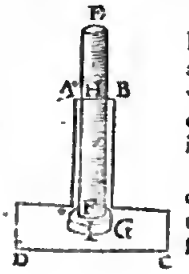
5 Exemple.

Or pour donner un exemple tres-clair ſur les exemples où l'eau pouſſe enhaut contre le fond, comme au troiſieſme corollaire de la 10 propoſition mentionée: Soit ABCD une eau, & EF un canal, G une platine multigrave à l'eau, comme plomb, &c. comme en ceſte premiere figure.



Suppoſant la platine G contre le trou F, le bouchant juſtement, & le canal aioſi joinct à la platine ſoit mis dans l'eau ABCD, je pens, juſques en H, comme icy joignant, la platioe G ne tombera pas au fond comme faict coouſtumieremens le plomb, mais demeurera ſuſpeodue au canal, preſſent à l'encontre de meſme que feroit la colomne d'eau ayant la baſe egale au trou F, & la hauteur HI, moins la difference de la platine G, & le corps d'eau egal à icelle: mais ſi la platine n'eſtoit pas bien joincte au trou, l'eau y entreroit, & la platioe y demeureroit ſuſpendue juſqu'à ce que l'eau entrée ait gaigné le poids ſuſdit.





Mais ſi quelqu'un penſoit que la platine ſe tient plus ſuſpendue au canal en eau large, il pourra voir en effect que c'eſt la meſme choſe en une eau eſtroite, comme icy a coſté.

Concluſion. Nous avons donc declaré la 10 propoſition mentionnée, par effect, ſelon le deſſeing.

Notez.

Quant à l'onzieſme propoſition, par laquelle entre autres, eſt notoire quel effort l'eau fait contre les portes des eſcluſes; Auſſi que l'eau d'un coſté, n'ayant qu'un brin de largeur preſſera autant à l'encontre que le graud Ocean de l'autre coſté, moyennant que les eaux ſoyent de meſme hauteur, ce qui eſtant aſſez clair, ſera obmis.

Proposition III.

Declarer la raiſon pourquoy un homme nageant au fond de l'eau, ne meurt pour la grande quantité d'eau, qui eſt au deſſus de luy.

Soit un homme 20 pieds de profondeur dans l'eau, le pied d'eau peſant 65 ℔, & la ſuperfice entiere de ſon corps 10 pieds: cela eſtant ainſi, 13000 ℔ preſſeront contre ſon corps, par la 10 & 11 propoſition des Elemens Statiques: Partant on pourroit demander, comment il eſt poſſible qu'une perſonne ne creve d'une ſi grande charge? A quoy la reſponſe ſera telle.

A. *Tout preſſement qui bleſſe le corps, pouſſe quelque partie du corps hors de ſon lieu naturel.*

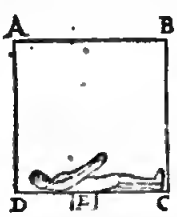
O. *Ce preſſement cauſé par l'eau, ne pouſſe aucune partie du corps hors de ſon lieu naturel.*

O. *Ce preſſement donc cauſé par l'eau, ne bleſſe nullement le corps.*

La mineure eſt manifeſte par l'experience, dont la raiſon eſt, que s'il y avoit quelque choſe qui ſoit pouſſée hors de ſon lieu, il faudroit que cela rentraſt en un autre lieu, mais ce lieu n'eſt pas dehors, à cauſe que l'eau preſſe de tout coſté egalement (quant à la partie de deſſous, elle eſt un peu plus preſſée que celle de deſſus, par la 11 propoſition des Elemens Hydroſtatiques; ce qui n'eſt d'aucune eſtime, d'autant que telle difference ne peut pouſſer aucune partie hors de ſon lieu naturel) ce lieu n'eſt pas auſſi dedans le corps, car il n'y a rien de vuide non plus que dehors; d'où il s'enſuit que les parties s'entrepouſſent egalement, pource que l'eau a une meſme raiſon à l'entour du corps. Ce lieu-là donc n'eſt dehors, ny dedans le corps, & par conſequent en nulle part, ce qui fait que nulle partie n'eſt pouſſée hors de ſon lieu, & partant ne bleſſe nullement le corps.

Ce que pour declarer plus apertement, ſoit ABCD une eau, ayant au fond DC un trou, fermé d'une broche E, ſur lequel fond giſt un homme F, ayant ſon dos ſur E; Ce qu'eſtant ainſi, l'eau le preſſant de tout coſté, celle qui eſt deſſus luy ne pouſſe aucune partie hors de ſon lieu.

Mais ſi on veut voir par effect que cecy eſt la cauſe veritable; il ne faut qu'oſter la broche E; alors il n'y aura aucun pouſſement contre ſon dos en E, comme aux autres lieux de ſon corps; pourtant auſſi ſon corps patira là une compreſſion, voire auſſi forte, comme il a eſté demonſtré au troiſieſme exemple de la 2 propoſition du preſent livre: aſſavoir autant que peſe la colomne d'eau, ayant le trou E pour baſe, & AD hauteur; & aioſi le deſſein eſt demonſtré apertement.



Fin du cinquieſme livre.

APPEN-

APPENDICE
DE LA STATIQVE,

Où ſont inſerées entre autres les refutations des erreurs en la qualité des peſanteurs.

AV LECTEVR.

ME reſſouvenant du meſcontentement que j'eus autrefois és Argumens de quelques Eſcrivains, leſquels pouſſez de leurs paſſions, reprennent les autres avec tel meſpris, & ſi aigrement, qu'ils donnent aſſez à cognoiſtre par là leurs tres-grandes imperfections quant aux mœurs: & que joignant cela, j'avois matiere à ſuffiſance de pouvoir refuter pluſieurs erreurs commis par quelques Eſcrivains quant au faict de la Statique: I'ay eu crainte qu'en la declaration d'iceux, le Lecteur n'en reçoive des meſcontentemens, comme j'en reçeus des autres. Toutefois ſi je les paſſois ſous ſilence, je ſerois cauſe qu'un autre s'y pourroit tromper: mais au lieu de particulariſer les erreurs, il ſuffira qu'és deux premiers chapitres ſuivans leur origine ſoit notée, non pas pour ramoindrir la renommée de ſi excellens autheurs, mais pluſtoſt pour aider à l'augmenter par la recognoiſſance que nous leur devons, comme ayans eſté la cauſe mouvante de leurs ſucceſſeurs, ſans leſquels beaucoup de ſingularitez euſſent eſté envelopées dans le ſilence.

Chapitre I.

Que la cauſe de l'equilibration n'eſt pas cachée ſous les circonferences deſcrites par les extremitez des rayons.

LA raiſon pourquoy les peſanteurs egales, ſuſpendues és rayons egaux, ſont equilibres, eſt cognue par commune ſentence, mais non pas la cauſe de l'equilibration des peſanteurs inegales, és rayons inegaux, proportionaux à icelles: laquelle cauſe ayant eſté recerchée par les anciens, ils ont eſtimé qu'elle eſtoit cachée ſous la deſcription des circonferences deſcrites par les extremitez des rayons, comme il ſe voit en *Ariſtote* en ſes Mechaniques, & ſes ſectateurs: Ce que nous nions par ceſte raiſon.

E. *Ce qui demeure coy eſtant ſuſpendu, ne deſcrit aucune circonference.*
A. *Deux peſanteurs pendues en equilibre ſont coyes.*
E. *Deux peſanteurs pendues en equilibre donc, ne deſcrivent aucune circonference.*

Et partant il n'y a aucune circonference: mais où il n'y a pas de circonference, elle ne ſera pas cauſe de ce qui advient, ainſi donc la circonference n'eſt pas la cauſe de l'equilibration. Or afin de declarer la mineure du ſyllogiſme, le mouvement ou la deſcription des circonferences n'advient là que par accident, comme par le vent, ou pouſſement, &c. Il eſt donc certain qu'elles ne ſont pas la cauſe, mais bien ce qui a eſté demonſtré Mathematiquement en la 1 propoſit. du premier livre. Parquoy ceux qui prennent tels erreurs pour fondement certain, ce n'eſt pas de merveilles, s'ils s'exetçoyent en beaucoup de fauſſes propoſitions, ſans aucune forme d'ordre, ny methode, leſquelles pour eviter prolixité nous ne refuterons, & pour les raiſons cy-deſſus alleguées.

On pourroit auſſi refuter quelques propoſitions de poids obliques deſcrites par *Cardan. lib. 5. de Proportionibus*, où il les penſe deriver de quelques angles de lignes, ou plans; mais que ce ſoit un erreur, il eſt manifeſte par la demonſtration Mathematique d'une autre proportion, comme en la 19 propoſition du premier livre des Elemens Statiques.

Chapitre II.

Que l'eſmeu & ſes empeſchemens n'exiſtent en aucune proportion.

NOus avons dit au Lecteur en la Preface de la Practique de la Statique, que l'eſmeu & ſes empeſchemens ne ſont pas proportionnaux, là où nous avons promis d'en faire quelque demonſtration en apres, ce que nous avons entrepris de faire icy, refutant les Argumens de ceux qui penſent le contraire. *Ariſtote*, au quartieſme livre de la Nature, au chapitre du vuide, & ſes ſectateurs vuellent, que deux corps ſemblables, pargraves, tombans par l'air, comme la peſanteur de l'un à celle de l'autre, ainſi viſteſſe à viſteſſe, aſſavoir ainſi empeſchement à empeſchement: Et que telle ſoit ſon opinion, il le monſtre en divers livres, comme au ſixieſme livre de la Phyſique, & au 1, 2, 3 & 4 livre du Ciel en pluſieurs lieux. *Iean Taiſnier* de Haynaut a eſcrit contre Ariſtote de ceſte matiere-là, voulant auſſi qu'il y ſubſiſte une proportion, toutesfois ainſi que les corps mentionnez paſſent en meſme temps, chemin egal; de laquelle opinion a eſté auſſi *Cardan. lib. 5. de Proportionibus, prop. 110.* Mais l'un ny l'autre n'a atteint le but, ce que nous demonſtrerons par experience, puis apres y adjouſtant la cauſe. L'experience qui refute *Ariſtote*, eſt telle: Qu'on prenne deux balles de plomb (comme le tres-docte *Iean Grotius*, grand recerchenr des ſecrets de Nature, & moy avons fait) l'une decuple à l'aotre en graodeur & peſanteur, les laiſſans cheoir enſemble en meſme temps d'environ 30 pieds de haot, ſur une planche ou ſur quelque autre choſe où on puiſſe aiſement enteodre la cheute, là on ponrra voir manifeſtement que le plus leger ne demeurera pas 10 fois plus long temps au chemin que le plus peſant, mais qu'ils tomberont ſi egalement ſur la planche qo'il ſemble que ce ne ſoit qu'un ſeul coup. De meſme en eſt-il de deux corps egaux en grandeur, mais deeuples en quantigravité, & partant la ptopottion d'*Ariſtote* n'eſt pas bonne. L'experience qui fait contre *Taiſnier* eſt telle. Prenez un poil de cotton, & fort court, & un pacquet de meſme cotton bien lié, peſant 1 lb, & de meſme figure que le petit poil; les laiſſant tomber chacun de 5 ou 6 pieds de haut, & on verra qu'ils ne tombetont pas en meſme temps, comme

me il penſe, combien que le petit poil ſoit plus maſſif que le pacquet, lequel eſt plein d'air; & que ledit pacquet tombera bien 25 fois plus lentement: Semblablement auſſi quant à l'elevation des legeretez, on demoo-ſtreta contre Tuiſuier qu'il n'y a nulle proportion. comme en un verre long & clair plein d'eau, laquelle eſtant eſmeue juſques à ce qu'il y aye beaucoup de bouteilles d'air dedans, puis le tenant coy, les grandes bouteilles s'eleveront viſtement, mais les petites, comme grains de ſable, tres-lentement, à la maniere des limaçons, ce qui eſt loing de temps egaux. Voila quant à l'experieoee, reſte maintenant à parler de la ptoportion, & comment il n'y en a point. Tout corps mouvant a quelque empeſchement de ſe mouvoir, car d'un corps par l'air, c'eſt le touchemeot de ſa ſuperfice & l'air, & partant le majeur des corps ſemblables reçoit bien le plus d'empeſchement, mais d'aurant que les corps ne ſont point en meſme raiſon que leurs ſuperfices (car deux cubes en taiſon octuple, leurs ſuperfices ne ſont qu'en taiſon quadruple) ils ne peuvent avoir raiſon avec leurs empeſchemens: voila pourquoy les corps moindres ont plus d'empeſchement au regard de la proportion, que les corps majeurs, & partaot voot plus lentement.

Et encore bien que les corps ſeroyent en meſme raiſon que leurs ſuperfices; le moyen par lequel les corps paſſent, eſt auſſi contraire à la proportion; ce qui eſt manifeſte lors que deux corps mis en l'eao, l'un flotte, l'autre ſubmerge: & combien qu'il y ait one raiſon d'empeſchement de leurs ſuperfices, toutefois il n'y a nulle raiſon au temps de penetrer parmy le moyen. Quelqu'un me pourroit dire qu'il entend parler de la comparaiſon des choſes pateilles, aſſavoir de celles qui enfoncent. Et je dis qu'à ceux-la il o'y a non plus de proportion; car ſoyent A, B deox corps ſubmergeans, dont A ſoit le plus peſant: Il eſt certain qu'on en peut trouver une infinité d'autres de plus en plus legers, & chacun plus leger que B, qui enfonceront tous. Or chacun d'iceux comparé à A, on viendra inſeoſiblement à ce qui a eſté dit cy-deſſus, c'eſt à dire, en nulle proportion, aſſavoir qo'on approchera de la comparaiſon d'un corps ſubmergeant avec un flottant: Mais ceecy approchant touſiours, & en A, B exiſtant la proportion requiſe, nul de ces corps en nombre infiny, comparé avec A, n'aura ceſte proportion; car ſi elle y eſtoit, elle n'apptoeheroit pas, ce qoi eſt eontre l'hypotheſe: Parquoy comme nous avions entrepris de demonſtrer, le moyen par où paſſent les corps, eſt auſſi uoe choſe qui contredit à la proportion.

Or ayant ainſi demooſtré qu'il n'y a aucune propottioo entre l'eſmeu & ſes empeſchemens, par des exemples rtes-reguliers, où il n'y a qu'un ſimple touchement, de la ſuperfice avec l'air, la raiſon ſera encor plus forte, qu'és exemples irreguliers & de matieres differentes, il n'y aura aucune ptoportion, comme és inſtruments de bois, de fer, &c. ceux-cy ſont enhuilez & engraiſſez, ceux-la ſont alterez ſelon le temps, comme le bois s'enfle en l'humidité, & devient plus maſſif eſtant ſec, & l'autre s'enrouille, ce qui cauſe une legereté ou peſanteur és inſtruments. Et partant on ne ſe doit aocunement fonder ſur ceſte reſſemblaoce de proportioo, comme il a eſté dit en la Preface ſuſmentionnee de la Statique, tenant poor erreurs ce que *Cardan au 5 livre des Proportions*, & autres Aurheurs en diſeot, ſe contentant de la cognoiſſance de l'equilibratioo du mouvant & de l'eſmeu, laquelle eſt aſſez ſuffiſante pour declarer noſtre deſſein.

Chapitre III.

Que la Statique, eſt une ſcience liberale particuliere de Mathematique.

Il eſt bien vtay, que pour les noms, leſquels n'obſcurciſſent pas la choſe, on fait ſouventesfois des queſtions inutiles, eotre leſquelles quelques uns pourtoyent penſer qu'on y pourroit mettre celle-cy; mais d'autant que nous appellerons la Statique par cy par là une ſcience liberale particuliere, il nous en faudra dooner icy quelque raiſoo en peu de mots. D'aotant que la matiete des nombres, eſt autre choſe que celle des grandeurs, c'eſt à bon droit que leurs principes ſont diſtinguez, & chacune tenue pour une ſcience à part, comme Arithmetique & Geometrie, afin qu'on les puiſſe deſcrire plus ptoptement, & avec meilleure intelligence. Secondement, d'autant que leurs accidens profonds ne nous ſoot pas connus de oature, mais ſeulement par les rapſodies de ceux qui par leurs diligentes eſtudes nous en ont delaiſſé des memoires; qu'elles ſont auſſi nommées ſciences, ou arts liberaux, d'autant qu'elles ſont fort profitables. Tiercement, puis qoe leur certitude eſt ſi grande au pris des autres, on les appelle fort proprement ſciences Mathematiques, comme ſi on vouloit qu'elles ne perſuadaſſent ny n'inſinuaſſent pas par raiſons probables, mais qu'elles forçaſſent en demonſtrant. Il en eſt de meſme de la Statique, en partie pource que ſa matiere eſt diverſe des deux autres, aſſavoir des nombres & grandeurs; en partie auſſi qu'elle ne leur cede en tien en ſubtilité; car entre autres arguments elle eſt venuë des dernieres en lumiere. Finalement conſiſtant du commencement juſques à la fio, en demonſtration ſi manifeſte, elle peut eſtre dite par meſme droit une des ſcieoces liberales particuliere.

Quelqu'un me pourroit objecter, que ſes figures ſymboliſent avec celles de la Geometrie, & que pour ceſte raiſon elle en eſt une eſpece: Je reſponds que l'Arithmetique a des ſemblables accidens, car quels theoremes a-elle, qui ne ſoyent tirés de la Geometrie? voire meſme la Geometrie ne ſe ſçauroit paſſer de l'Arithmetique: Ne voit-on pas en la Geometrie, que l'une figure ſera double à l'autre, ou que trois ſuperfices ſeront egales à une ſeule? d'où s'enſuit que les propoſitions Geometriques ne ſe peuvent paſſer des nombres, combien que ce ſoyent des ſciences diverſes, & partant qu'on en peut dire autant de la Statiqoe.

D'avantage en l'Optique & Catoptique, qui ne ſont point arts Mathematiques peculiers, mais un genre de Geometrie, il y a d'autre raiſon qu'en la Statique, & fort diſſemblable; car en la Statique le ſubject, ou la matiere eſt peſanteur, non moindre que le nombre & la meſure (ſuivant le commun proverbe, que tout conſiſte en nombre, poids, & meſure) en ſubſtance quelconque à la grande utilité des hommes, mais des ſoſdites il n'en eſt pas ainſi. Parquoy comme nous voulions demonſtrer cy-deſſus, la Statique eſt une des ſciences Mathematiques liberale.

Chapitre IV.

Que quelques propoſitions demonſtrées cy-devant par les nombres, le ſont auſſi Mathematiquement.

Les demooſtrations ſont diſtingnées par les Doctes en Mathematiques & Mechaniques, & ce non ſans raiſon; car celles-la ſont generales, & donnent raiſon tout à faict, pourquoy la choſe qu'on veut demonſtrer eſt telle; mais celles cy oe demonſtrent ſeulement que la figure dont eſt queſtion, & ſpecialement par les nombres.

bres. Comme ſi voulant demonſtrer qu'au triangle rectangle l'hypoteuuſe peut autant que les deux autres coſtez, on ne prenne que le triangle de 3, 4, 5, en monſtrant qu'il eſt rectangle, & que 25 (quarré de l'hypothenuſe) eſt egal à 16 & à 9. Ainſi faiſant on n'a demonſtré la verité qu'en ceſte figure-là ſeulement, & pour en avoir la vraye certitude, il en faudroit demonſtrer autant de tous les triangles rectangles, chacun en particulier, & encor que ce ne ſeroit jamais fait, on n'auroit pas entendu pourquoy cela doit eſtre ainſi en tout, parquoy telle demonſtration s'appelle Mechanique: Mais celle qu'*Euclides* fait en la 47 propoſition du premier livre, eſt generale & ſuffit pour tout, & par bonne raiſon eſt appellée Mathematique. Or là deſſus on me pourroit objecter, pourquoy j'ay demonſtré les 4, 11, 12, & 18 propoſitions du deuxieſme livre des Elemens Statiques par nombres? La reſponſe eſt, qu'il y a deux manieres de demonſtrer par nombres; dont l'une, comme termes, declare ſeulement les raiſons & proportions des parties de la figure propoſée, laquelle eſt la maniere Mathematique, car elle s'eſtend ſur toutes les eſpeces, & en monſtre la cauſe; mais l'autre maniere non celle qui ne touche que la quantité: De la premiere *Eutochius* commentateur d'*Apollone* fut la 11 propoſition du premier livre des Elemens Coniques parle ainſi: *On ne doit trouver eſtrange que ceſte demonſtration eſt faite par nombres, d'autant que telles eſtoyent les demonſtrations des anciens, eſtans plus Mathematiques qu'Arithmetiques, à cauſe de la proportion: Notez auſſi que le requis eſt Arithmetique; car premierement les proportions, la quantité des proportions, & les multiplications ſont des nombres; ſecondement des grandeurs par les nombres, ſelon le proverbe,* τῶν γὰρ μαθημάτων δοκεῖ εἶμεν ἀδελφά; *aſſavoir que les diſciplines Mathematiques ſemblent eſtre ſœurs.* Quelqu'un pourroit objecter que *Ptolemée, Archimedes, Apollone, Commandin, Regiomonte*, & pluſieurs autres, n'ont uſé de nombres en ſemblables propoſitions comme icy. Sur quoy je reſpons que tout ainſi qu'ils diſent que les termes ſont en raiſon double, ou triple, que de meſme l'on peut auſſi dire en raiſon expoſée par nombres, comme dodecuple, ainſi que A D à D R en la 23 propoſition ſuſdite, & de leur raiſon 37 à 23, comme A R à R D de la ſuſdite 11 propoſition, & ainſi des autres; car telles lignes n'ont autre raiſon. Or pource qu'en la recerche de la proprieté de telles figures on uſe de nombres, leſquels comme certaine demonſtrance, nous conduiſent à la cognoiſſance de la choſe avec facilité; il eſt donc neceſſaire, comme on voit, d'en uſer, afin qu'entre autre choſe on ne vienne à obſcurcir ce qui eſtoit ſi manifeſte à l'inventeur. Car telle demonſtration eſt directement Mathematique, qui declare le deſſein par les cauſes; ce que nous avions entrepris de demonſtrer.

Quant à ce que quelques uns ne trouveroyent pas eſtre ſelon la maniere des demonſtrations Mathematiques, aucunes du premier livre des Elemens Statiques & Hydroſtatiques, à cauſe que les peſanteurs ſont exprimées par nombres, mais les prendroient pour Mechaniques, ils ſçauront qu'elles peuvent voirement eſtre telles, mais que c'eſt pour plus ample declaration, veu qu'elles ont eſté aupatavant demonſtrées telles Mathematiquement, aſſavoir qu'elles ſuivent leur vraye demonſtration, ne ſervant d'autre choſe que d'eſclarciſſement des precedentes, comme le premier exemple de la 1 propoſition du premier livre, où la propoſition eſt demonſtrée par nombres, & poids cognus.

Chapitre V.

Contenant la declaration de la 8 propoſition des Elemens Hydroſtatiques.

IL a eſté dit en la ſuſdite 8 propoſition, *Que tout corps ſolide, eſt d'autant plus leger dans l'eau, qu'en l'air, qu'emporte la peſanteur de l'eau egale à iceluy.* D'où quelqu'un voudroit tirer en conſequence, que *Tout corps ſolide eſt d'autant plus leger dans l'argent-vif, qu'en l'eau, qu'emporte la peſanteur de l'argent-vif egal à iceluy.* Ou bien ainſi: *Que tout corps ſolide eſt d'autant plus leger dans l'eau qu'en l'huile, qu'emporte la peſanteur de l'eau egale à iceluy:* Et ainſi des autres, leſquelles conſequences neceſſaires ſembleroyent du commencement eſtre contre l'experience. Car une livre de plomb ne ſera (ſelon la maniere ordinaire) pas plus legere dans l'eau qu'en l'huile, qu'emporte la peſanteur de l'eau egale à iceluy, mais ſeulement plus legere que la difference des deux corps d'eau & d'huyle egaux à iceluy. Toutefois regardant de plus pres, & poſant les choſes, comme on dit, *ceteris paribus*, le tout ſe trouvera eſtre en ſon extreme perfection. Car il faut remarquer qu'en la premiere petition des Elemens Hydroſtatiques, on requiert que *la peſanteur des corps en l'air ſoit dite eſtre leur propre.* Et en la cinquieſme que *le vaſiforme plein d'eau, eſtant icelle oſtée demeure vuide*, c'eſt à dire plein d'air ſelon la 11 definition; partant prenant que les deux moyens argent-vif & eau ſoyent en la place des autres, qui ſont l'eau & l'air, aſſavoir l'argent-vif au lieu de l'eau, & l'eau au lieu de l'air; On poutra faire de telles petitions, *Que la propre peſanteur des corps ſoit celle qu'ils ont en l'eau. Auſſi le vaſiforme plein d'argent-vif, eſtant vuidé demeure plein d'eau.* Alors les propoſitions ſuſdites au commencement ſeront veritables. Et prenant le cas qu'un homme ſoit bien profondement ſous l'eau ayant une balance, de l'or auſſi & de l'argent-vif, que l'eau luy ſoit comme à nous l'air; alors il eſt certain que l'or ſera d'autant plus leger dans l'argent-vif qu'en l'eau, qu'emporte la peſanteur de l'argent-vif egal à iceluy. Il eſt bien vray que ſi l'on prenoit, que *La vraye peſanteur des corps dans le vuide ſoit leur propre*, comme il eſt en ſimple apparence, on pourroit dire que *Tout corps eſt d'autant plus leger en l'eau, qu'au vuide, qu'emporte la peſanteur d'eau egale à iceluy.* Mais remarquant les circonſtances de noſtre maniere vulgaire à peſer (à laquelle la Theorie doit touſiours aſpirer) ne ſe fait pas au vuide, mais en l'air, il ſera donc plus à propos de dire ſelon la premiere maniere que la propre peſanteur des corps eſt faite en l'air: Et au regard d'icelle la 8 propoſition ſuſdite, & celles qui s'en enſuivent, ſont en leur extreme perfection, comme nous avions entrepris de declarer.

Fin de l'Appendice.

ADJON-

ADJONCTION
DE LA STATIQVE,

Sommaire de ceſte adjonction de Statique.

APres la premiere deſcription de la Statique, me ſont venuës au devant diverſes matieres de la qualité des peſanteurs : leſquelles euſſent peu eſtre inſerées en leur lieu entre les precedentes en une ſeconde edition, mais d'autant qu'apres icelle on en pourroit encor trouver d'autres ſemblables, qui pourroyent avec autant de raiſon eſtre inſerées entre les precedentes, que celles-cy, tellement qu'il y auroit à chaque fois du changement ſans fin. Et combien que cela ſeroit fort neceſſaire, toutesfois pour le peu de loiſir que d'autres affaires me donnent, la choſe n'a peu reüſſir : pourtant ceſte adjonction aura ſix parties :

La premiere de la Spartoſtatique, ou des cordages.
La ſeconde des Poulies, ou Trochleoſtatique.
La troiſieſme des peſanteurs au ſommet du flottant ou des Acrobariques.
La quatrieſme de la compreſſion des freins, ou Chalinothlipſe.
La cinquieſme de l'Hydarolcie ou attraction d'eau.
La ſixieſme de l'Aëroſtatique, ou poids de l'air.

PREMIERE PARTIE
DE
L'ADJONCTION
DE LA STATIQVE,

TRAITANT

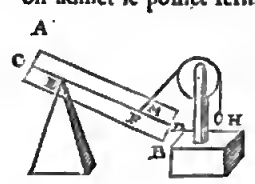
De la Spartoſtatique, ou de l'artpondéraire par Cordages.

Sommaire de la Spartoſtatique.

NOus avons deſcrit és trois dernieres propoſitions du premier livre de la Statique, la qualité des peſanteurs qui ſont ſuſpenduës à deux lignes, attachées au ſolide, en deux lieux divers. Mais d'autant que les peſanteurs peuvent eſtre ſuſpenduës, en d'autres manieres aux lignes, meſme qu'on requiert de ſçavoir quel effort chacune d'icelles fait, nous en avons fait ce preſent traité à part, l'ayant pour ceſte cauſe denommé Spartoſtatique, dont le ſommaire eſt, qu'il a eſté demonſtré en la 27 propoſition du premier livre, que lors qu'une colomne eſt ſuſpenduë en equilibre contre deux elevans obliques, qu'alors comme l'elevation oblique à l'elevation directe, ainſi l'elevant oblique à l'elevant droit : De là nous tirerons diverſes conſequences, au lieu deſquelles on euſt peu former des propoſitions, ce qui a eſté delaiſſé pour eviter prolixité, & auſſi pource qu'elles ſons aſſez manifeſtes conſequences l'une de l'autre.

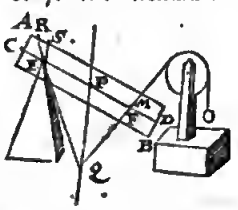
PREMIER COROLLAIRE
de la 27 propoſition du premier livre de la Statique.

SI en la figure de la 27 propoſition du premier livre, on admet le poinct ferme icy E, au lieu du poids oblique G illec : il appert que ſur ce poinct ferme, y aura une peſanteur egale au poids G, & cela ſelon une telle obliquité contre E, que l'elevation oblique L E le monſtre.



COROLLAIRE II.

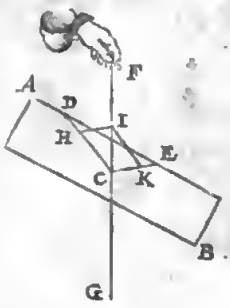
Si à la ſuſdite 27 propoſition on produit les deux elevations obliques, juſques à ce qu'elles ſe rencontrent, il eſt manifeſte par la 25 propoſition, que le poinct de conjonction viendra dans la perpendiculaire de gravité du corps : Parquoy ſi on deſiroit ſçavoir quelle compreſſion oblique vient ſur E, (poinct ferme du premier corollaire) je mene du centre du corps P la perpendicle de gravité P Q, rencontrant la produite de M F en Q, duquel on mene Q E R ; & ainſi on dira que la compreſſion oblique ſur E eſt de R vers E, & pour ſçavoir de combien E R ſera elevation oblique, & E S directe ; par leſquelles le tout eſt manifeſte.



COROL-

Corollaire III.

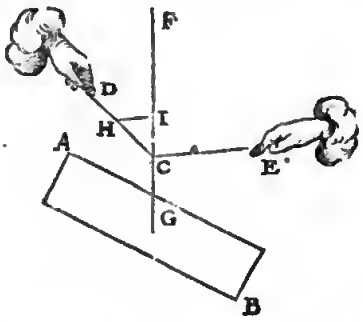
Or pour venir à la declaration de la qualité des pesanteurs ſuſpenduës par cordages, ſoit AB une colomne, de laquelle C ſoit le centre, ſuſpenduë à deux lignes CD, CE (venans dudit centre C) és poincts fermes D, E, leſquels ſeront diametres de gravité par la 5 definition: parquoy menant HI entre DC, CF, parallele à CE, alors par la 13 definition, CI ſera elevation droite, CH oblique; tellement que comme CI à CH, ainſi ceſt elevant direct à l'elevant oblique: mais l'elevant direct de CI eſt egal au puids de la colomne: Donc comme CI à CH, ainſi le poids de la colomne entiere, au poids qui avient en D; & de meſme maniere trouvera-on le poids qui advient en E, en menant de I juſques à CE, la ligne IK, parallele à DC; & diſant, comme l'elevation droite CI à l'elevation oblique CK, ainſi le poids de la colomne, au poids qui advient ſur E.



Mais CK eſt touſiours egale à HI; parquoy il n'eſt pas beſoing de mener ceſte ligne derniere IK, car ſans cela les termes neceſſaires ſont cognus au triangle HIC, avec lequel on dira: comme CI à CH, ainſi le poids de la colomne, au poids qui advient ſur D. D'avantage CI à IH, ainſi le poids de la colomne, au poids qui advient ſur E. Derechef comme CH à HI, ainſi le poids qui advient ſur D, au poids qui advient ſur E.

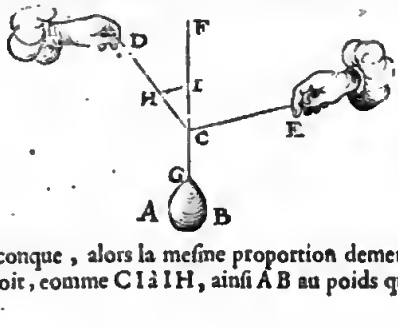
Corollaire IV.

Er pour proceder plus avant, ſoit AB la colomne abaiſſée, comme cy joignant, & par la troiſieſme petition, il n'y a en cela aucune alteration, & partant la meſme proportion que deſſus y ſera encore.



Corollaire V.

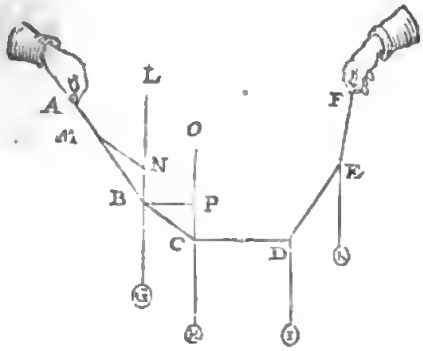
Soit maintenant au lieu de la colomne precedente, un corps d'egale peſanteur à icelle, de figure & matiere quelconque, alors la meſme proportion demeurera; aſſavoir, comme CI à IH, ainſi AB au poids qui advient en E. Derechef comme CH à HI, ainſi le poids que D ſouſtient, à celuy que E ſouſtient.



D'icy eſt manifeſte, que s'il y avoit à la ligne DCE comme cordé, un poids AB cognu, & les angles FCD, FCE, auſſi cognus, qu'on pourra dire quel poids advient ſur chaque partie, comme DC, CE.

Corollaire VI.

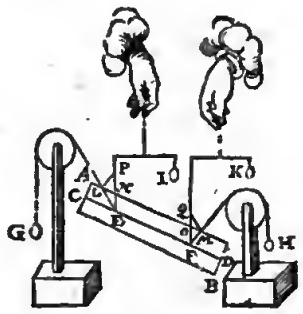
Mais s'il y avoit pluſieurs poids ſuſpendus en one meſme ligne, comme icy la ligne ABCDEF, ſes poincts fermes extremes A, F, à laquelle ſont ſuſpendus 4 poids cognus, G, H, I, K; il eſt manifeſte qu'on peut dire quel effort ils font à la corde, à chacune de ſes parties AB, BC, CD, DE, EF: Car par exemple, produiſant GB enhaut vers L, & MN parallele à BC: Je dis BN donne BM, combien le poids G? viendra l'effort qui eſt fait à AB.



Detechef BN donne MN, combien le poids G? ce qui viendra ſera l'effort qui eſt fait à BC.

Soit encore HC produite juſques en O, & BP parallele à CD: Je dis alors, CP donne CB, combien le poids H? Ce qui en ſortira ſera pour la force qui eſchoit ſur BC, d'où s'enſuit, qu'il faudra trouver le meſme qu'à BC cy-deſſus. De ces choſes, & de pluſieurs autres S. Excel. a trouvé que la practique s'accorde du tout avec la Theorie.

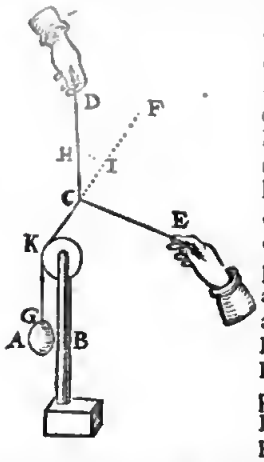
La proportion de la 27 propoſition peut encor eſtre autrement expoſée, que cy-deſſus, d'où s'enſuit une operation plus facile. Soit par exemple la figure de la 27 propoſition, où eſt dit, que comme l'elevant oblique au direct, ainſi chaque elevant oblique à ſon elevant direct. Mais pour dire cecy d'une autre maniere, d'où reſulte une operation plus facile: Soit menée entre les elevations droite, & oblique une ligne, comme LP, parallele à FM: Ce qu'eſtant ainſi, je dis maintenant, que comme l'elevation directe, à l'elevation oblique, ainſi la peſanteur de la colomne entiere, à ſon elevant oblique;



oblique ; aſſavoir comme E P à E L, ainſi le poids de la colomne, à G. Derechef, comme E P à P L, ainſi le poids de la colomne, à H. Selon laquelle maniere, l'invention des termes incognus eſt plus facile, qu'auparavant. Notez auſſi qu'au lieu de L P, on euſt peu mener une ligne entre l'autre elevation droite, & ſon elevation oblique, comme M Q, ce qui ſeroit la meſme choſe ; car comme P E à E L, ainſi Q F à F M, à cauſe que les triangles F M Q & L P E ſont pareils, veu que Q F eſt parallele à P E, & M F à L P : & auſſi que F O eſt egale à E N.

Corollaire VII.

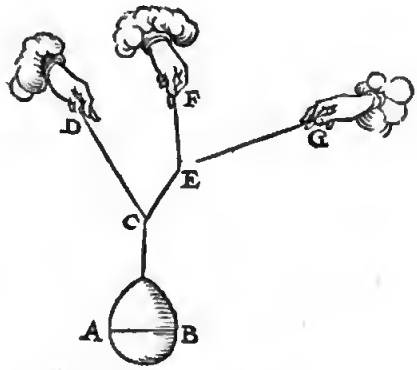
Il a eſté parlé juſques icy des poids ſuſpendus à deux lignes : cy-apres nous traiterons des peſanteurs qui ſont ſuſpenduës à pluſieurs lignes. A ceſte fin ſoit priſe icy la ligne du cinquieſme corollaire, ſeulement que la ligne C G vienne deſſus une poulie K ; & combien que K C F ſoit une ligne droite, neantmoins elle eſt oblique à l'horizon : Et que le poids A B ſoit le meſme que devant, auſſi les angles D C F, F C E de meſme ; il appert, que comme au 5 corollaire, on pourra dire, comme C I à C H, ainſi le poids A B au poids qui eſchoit en D : D'avantage comme C I à I H, ainſi le poids A B au poids qui eſchoit en E. Derechef comme C H à H I, ainſi le poids qui eſcheoit en D, à celuy qui eſchoit en E.



Il appert d'icy, que ſi à la ligne D C E comme corde, on avoit ſuſpendu un poids A B, qu'on pourroit dire, quelle peſanteur il eſcheoit ſur chacune partie DC, CE.

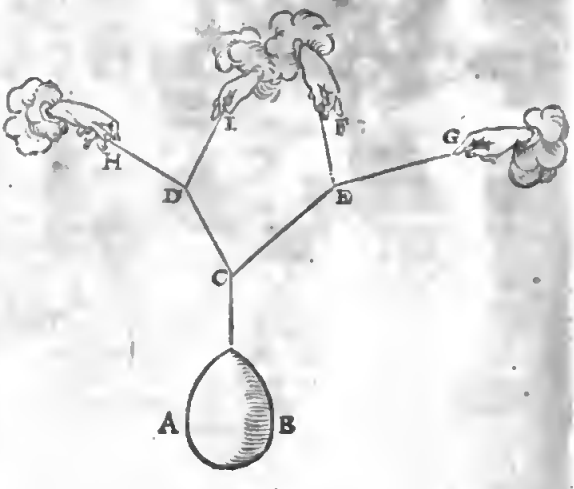
Corollaire VIII.

Si un poids eſtoit ſuſpendu à trois lignes, comme cy-deſſous, le poids A B pendant aux deux lignes CD, CE, mais C E à deux autres E F & F G ; tellement que le le poids A B ſoit ſuſpendu à 3 lignes C D, E F, E G, on



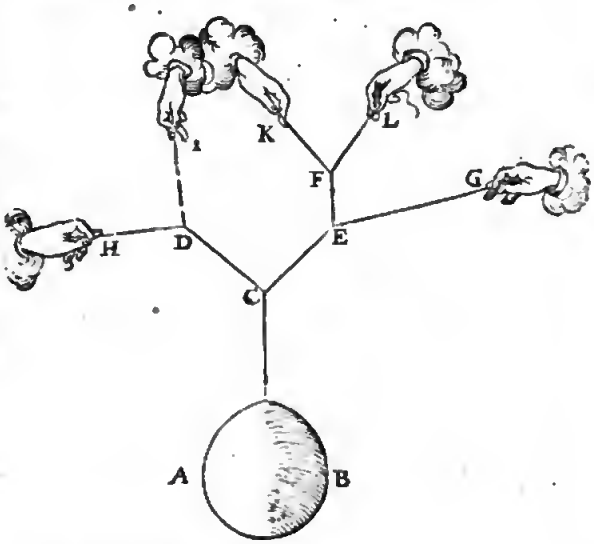
pourra ſçavoir quel poids eſchoit ſur chacune ligne des trois. Car par le cinquieſme corollaire eſt manifeſte ce qui eſchoit ſur C D, ou C E. Mais ayant cognu quel effort eſt fait à C E alors par le ſeptieſme corollaire on ſçaura ce qui eſchoit aux deux lignes E F, E G.

Mais ſi on en attache encor deux autres à la ligne CD, comme D H, D I cy-deſſous, il appert que le poids qui appartient à une chacune d'icelles lignes, ſeroit cognu



comme és deux autres de l'autre coſté, E F, E G ; & partant combien à chacune des 4 lignes, ſoyent qu'elles ſoyent en meſme plan, ou non.

Notez auſſi que les lignes C E F & C E G, & ſemblables, ſont un angle en E, & ne peuvent pas eſtre droites ; car C E F faiſant quelque effort, il faut que G E cauſe une curvité en E, faiſant auſſi quelque effort.



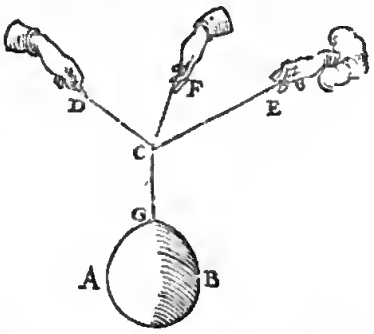
Que ſi on adjoignoit encor deux autres lignes à E F, comme icy, on fera comme devant pour ſçavoir quel effort il eſchoit à chacune d'icelle, & par conſequent és 5 lignes D H, D I, F K, F L, E G, & ſemblablement des autres.

Corollaire IX.

Il a eſté traité juſques icy d'un poids, comme A B ; ſuſpendu à une ligne qui vient juſques à C, à laquelle ſont adjoinctes deux autres C D, C E : Mais ſi à C eſtoyent attachées 3 lignes, la Theorie eſt alors autrement ; car alors ces 3 lignes ne doivent eſtre en meſme plan, comme icy, d'autant qu'on ne ſçauroit rien conclurre de certain, veu que ſi on coupoit, ou retranchoit

infi-

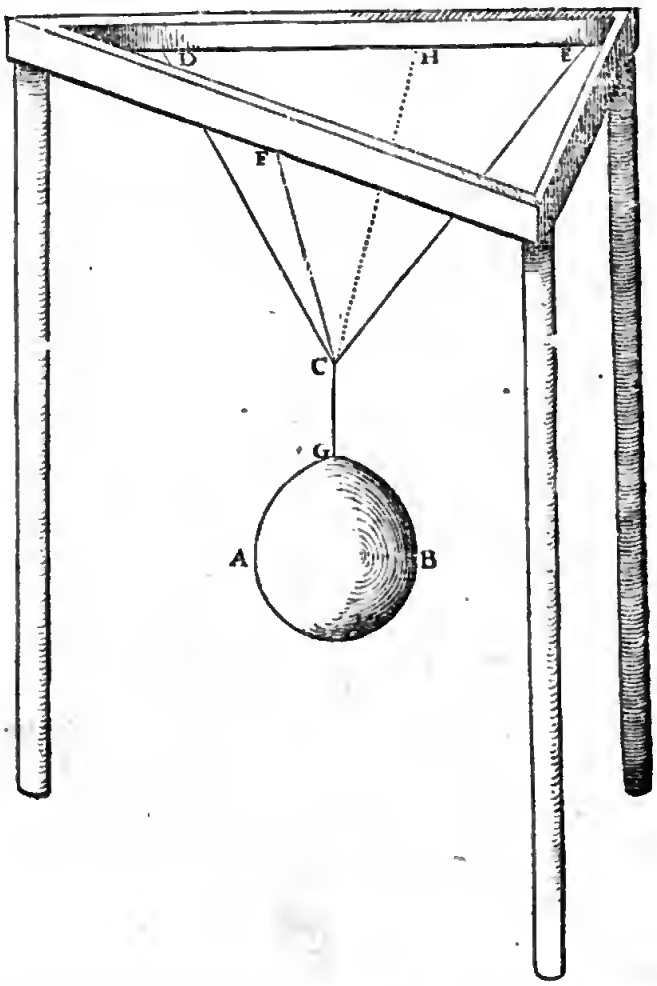
CF, la meſme diſpoſition des lignes CD, CE demeurera, aſſavoir les angles GCD & GCE de meſme,



combien que leſdites lignes CD, CE ſoostienneot plus qu'auparavant, devant que FC ſoit retranchée; car elle allegeoit les deux autres d'autant, que ſa force pouvoit importer: & puis que CF peut faire effort en infinies diverſitez, l'une plus grande que l'autre, d'où s'enſuit que telle figure n'a aucune concluſion certaine, comme auſſi j'avois entreptis de declarer.

Corollaire X.

Que ſi les trois lignes ſuſdites eſtoyent en plans divers, la ptopoſition n'autoit qu'one cooeluſion, & icelle cognuë; car ſoit AB un poids ſuſpeodu aux trois lignes CD, CE, CF, en divers plans, alors pour trouver le polds que chaque ligne ſouſtient, comme CF; ſoit CG ligne à plomb, à laquelle eſt ſuſpendu AB, & CH commune ſection des plans DCE & GCF: poſant donc que le poids AB ne ſoit ſuſpendu qu'és deux lignes FC, CH, (ayant retranché les autres DC, CE) il appert que l'angle GCF demeurera le meſme angle, qu'il eſtoit devant le retranchement des lignes DC, CE; & l'effort fait à CF demeore eneor le meſme, partant le poids que CF ſupporte, ſera notoiſte par le cinquieſme corollaire; & de meſme ſe trouvera le poids que chacune des lignes DC, CE ſupporte.



Il eſt evident que ſi à quelque ligne, ou à chacune de 3, eſtoyent annexées deux autres lignes à la maniere du huictieſme corollaire, qu'oo pourroit ſçavoir quel poids chacune attirera.

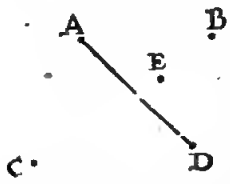
Alb. Girard. Corollaire XI.

Il eſt auſſi certain que ſi à quelque ligne, ou à chacune eſtoyent annexées 3 autres lignes à la maniere du 10 *corollaire, aſſavoir en divers plans, qu'on pourroit cognoiſtre quel poids chacune tirera.*

Corollaire XII.

Que ſi on poids eſtoit ſuſpendu à 4 lignes, comme au 10 eotollaire à 3, la propoſition n'auroit point de concluſien eertaine. Car ſoit ABCD iehnographie

des 4 poiocts ſuperieurs des 4 lignes, auſquelles le poids eſt ſuſpendu : la perpendicle de gravité d'iceloy viendra en la ligne A D, ou dehors, dedans le triangle A D B, ou dedans le triangle A D C (car hors le quadraogle A B C D, ou à ſa circonfetence, cela eſt impoſſible) & ſi c'eſt dans la ligne A D, il appert que le poids qui eſchoit aux deux lignes, ſoos les poincts B, C, peuvent bien alleger le poids qoe ſouſtiennent les lignes ſous les poincts A, D ; mais les lignes ſous B, C ne changent pas la diſpoſition eſtaos oſtées, parquoy il n'y a aucune concluſion certaioe. Que ſi ladite perpendicle de gravité eſchoit dans le triangle A D B, comme ao poinct E, il appert que l'effort que fait la ligne de C, n'altere la diſpoſition, & ainſi il n'y aura poinr de certaine concluſion.



Il faut encor noter cecy, que ſi la propoſition, n'a point de certaine concluſion à 4 lignes, comme au precedent 12 corollaire, combien moins à 5, 6 ou d'avantage, auſſi que ſi la propoſition n'a oulle certaine concluſion à 3 lignes en meſme plan, comme au 9 corollaire, combien moins à 4, 5, ou d'avaotage de lignes?

NOTEZ.

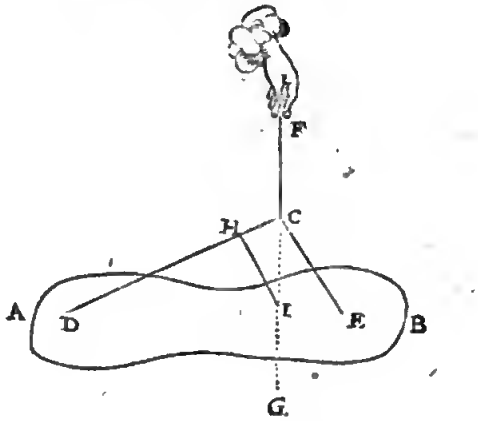
Un corps peut eſtre ſuſpendu à 3 lignes d'autre façon que deſſus au 10 corollaire, aſſavoir que les lignes ſoyent attachées au corps meſme en divers lieux, tellement qu'eſtans produites, elles ne ſe rencontrent en meſme poinct, comme il doit advenir de neceſſité à deux lignes par la 25 propoſitioo du premier livre : Mais comment il faut trouvet le poids qui eſchoit ſur chacune ligne des trois ; y ayant penſé, je n'ay trouvé en ceſte deſcription aucune maniere pour trouver le tequis, quant à ce que je feray one autre fois, ou que qoelqu'autre y trouvera, ou non, le temps l'apprendra.

ALB. GIRARD.

Quant à ce que Stevin *dit cy-deſſus, combien que je n'aye encore rien recerché, il ſe peut faire que les trois lignes ne ſe rencontrent à meſme poinct, comme lors que deux ſont attachées paralleles, ou s'eſtroiſiſſant par enhaut (car on les peut attacher pres l'une de l'autre à la poultre ſouſtenant, & arriere l'une de l'autre au corps ſuſpendu) neantmoins je croy d'abord, que le plan perpendiculaire à l'horizon, paſſant par une des trois laquelle on voudra, & par le poinct de rencontre des deux autres (ce qui me ſemble eſtre poſsible, excepté quand deux lignes ſont paralleles, comme dit eſt) que ce plan paſſera par le centre de gravité du corps ſuſpendu : Mais il faut ſçavoir que* Stevin *dit à propos, des lignes au lieu de cordes, & qu'il a bien veu qu'elles ne ſont pas en lignes droites eſtans eſtenduës, ſinon que la ſeule corde perpendiculaire à l'horizon ; car les autres cordes laſches ou fort eſtenduës, ſont lignes paraboliques, (comme j'ay autrefois demonſtré, environ l'an 1617.) ainſi que je demonſtreray cy-apres. à la fin du corollaire ſuivant, ce qui viendra icy fort à propos pour l'ornement de ceſte Spartoſtatique.*

COROLLAIRE XIII.

Il a eſté parlé juſques icy des poids ſuſpeodus à une ligne venant d'un poinct d'où pluſieurs lignes procedent, tendantes vers divers lieux : D'où s'enſuit auſſi qu'on pourra trouver l'effort de chaques lignes attachées ao cootraire, aſſavoir que le corps eſtant attaché à pluſieurs lignes, qui ont un nœud commun, d'où elles deſcendent, lequel eſt au boot de la ligne à plomb comme auſe. Soit par exemple, A B one peſaoteur ſuſpeoduë à deux lignes D C, C E, ſe rencontrant au nœud, ou poinct C, au bout de la ligne à plomb F C : Pour trouver le faix que chacune ſupporte ſoit produite F C



plus bas vers G, & de quelque poinct en D C, comme H, ſoit H I parallele à C E : Alors je dis que comme C I à C H, ainſi le poids A B au poids, qoi eſchoit en D. D'avantage comme C I à I H, ainſi le poids A B, au poids qui advient ſur E. Detechef comme C H à H I, ainſi le poids qui eſchoit en D à celuy qui eſchoit en E ; dont la demonſtration eſt manifeſte par le cinquieſme corollaire.

ALB. GIRARD.

Pour retenir cecy plus aiſement & plus briefvement, on pourroit dire, que comme C I, I H, H C, *ainſi le poids* A B, *l'effort de* C E, *& l'effort de* C D.

Les proprietez qoe nous avons dit advenir aux figures des 8, 9, 10 & 12 corollaires, adviennent auſſi és figures telles qu'au 13 corollaire.

ALB. GIRARD.

Pour ſatisfaire à ma promeſſe qui precede le dernier corollaire, & n'ayant pas le loiſir toutefois de mettre icy la copie de ma demonſtration entiere, je la donneray un autre fois au public, avec mes autres œuvres, moyennant l'aide de Dieu, lors que la recerche des ſciences ſera plus recommandable, qu'elle n'eſt à preſent.

Fin de la Spartoſtatique.

DEUXIES-

DEUXIESME PARTIE DE L'ADJONCTION DE LA STATIQVE,

TRAITANT

Des Poulies, ou de la Trochleoſtatique.

Sommaire de la Trochleoſtatique.

APres que SON EXCELLENCE *euſt leu un livre intitulé* Delle fortificationi di Buonaiuto Lorini, *& illec veu un traité touchant les poulies, & ce ſeulement par elevations perpendiculaires à l'horizon, par le moyen des forces attirantes du haut en bas directement, ce qui n'arrive pas touſiours en la practique, il a eſté quant & quant deſireux de ſçavoir la proprieté de celles qui ne s'elevent ny ne s'abaiſſent perpendiculairement, afin d'avoir la cognoiſſance parfaite d'icelles, qui eſt neceſſaire pour ſçavoir quelle force eſt requiſe pour elever quelque peſanteur. Tellement que s'eſtant exercé en la Statique precedente, & en la premiere partie de ceſte Adjonction, par laquelle les proprietez des poulies peuvent eſtre aiſement compriſes, joint que s'eſtant auſſi addonné à la recerche des meſmes, c'a eſté bien à propos donc de les joindre à ſes memaires Mathematiques, comme s'enſuit.*

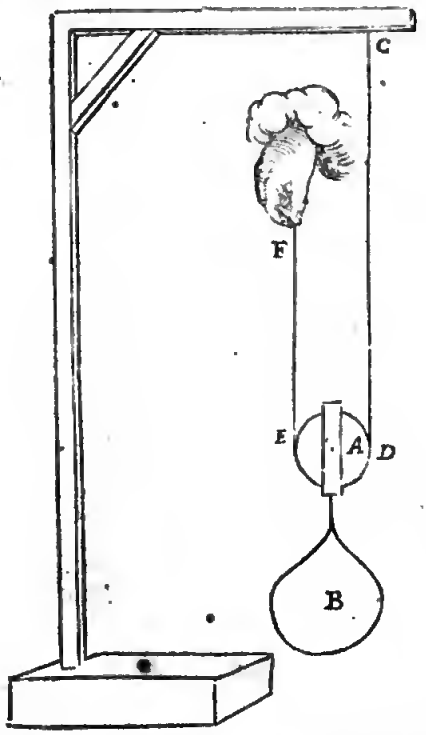
PROPOSITION.

REcercher la qualité des peſanteurs elevées par le moyen des pouliës.

Avant que de venir à la choſe, nous dirons en general, que lors que nous parlerons d'un poids donné, nous entendrons le poids ſuſpendu, & celuy des pouliës d'embas, quant au poids des cordes nous n'en traiterons point, & partant nous prendrons qu'elles n'ayent aucune peſanteur, afin de n'amener en avant que la qualité des pouliës ſimplement.

1 Exemple des poids, & forces directes.

Soit en ceſte premiere figure A une poulie, à laquelle eſt attachée la peſanteur B, & la corde C D E F, dont les

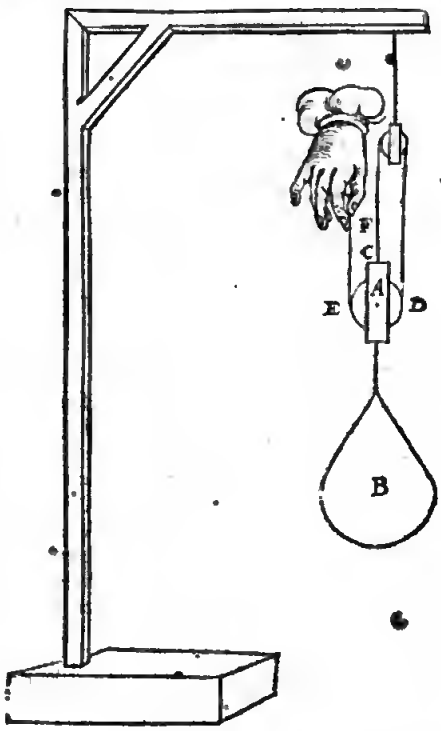


parties C D, E F ſoyent paralleles, aſſavoir toutes deux à plomb. Ce qu'eſtant ainſi, il eſt certain que le poids B eſt ſuſpendu à deux cordes, chacune ſouſtenant la moitié d'iceluy, à cauſe que la poulie tire egalement à l'une comme à l'autre; Tellement que ſi quelqu'un venoit à examiner la peſanteur B de ſa main en F, tenant le poids en ceſte poſition, il ſouſtiendroit la moitié de B, d'où appert qu'il eſt plus facile de tirer un poids avec une poulie ainſi, que ſans poulie. Car on tient pour regle generale en Mathematique, que

Comme l'eſpace de l'agent, à l'eſpace du patient:
Ainſi La puiſſance du patient, à la puiſſance de l'agent.

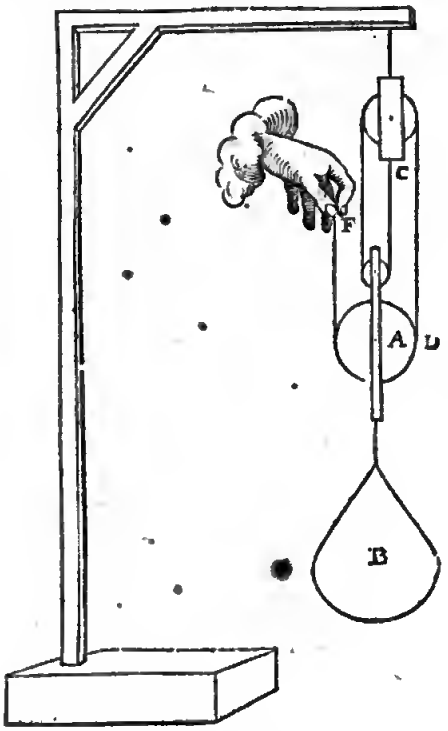
Car la main en F, (icy agent) s'elevant de 2 pieds; le poids B, (lequel eſt icy patient) n'eſt elevé que 1 pied, & ce pour raiſon manifeſte.

Par les choſes ſuſdites en la premiere figure avec une poulie, ſe peut entendre la proprieté de l'attirement par l'aide de deux poulies, comme en la deuxieſme figure,



ou C eſt l'autre extremité de la corde : car le poids B, ſuſpendu à trois cordes, chacune ſupportera le tiers d'iceluy poids B, aſſavoir la main en F ne ſentira que le tiers du poids donné.

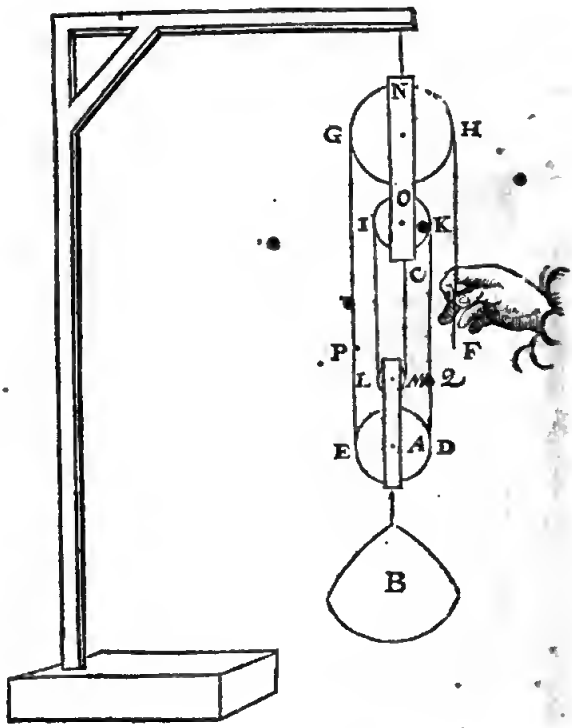
D'avantage ſi on y adjouſte encore une poulie, comme en ceſte troiſieſme figure, le poids B ſera ſuſpendu



à quatre cordes ; & pattant la main en F ne ſupportera que le quart du poids donné B ; d'où s'enſuit aſſez claitement la proprieté des poulies en plus grand nombre.

Il faut noter qu'il arrive ſouuent qu'on attire en-haut les peſanteurs, comme icy la main en F attire en-haut, mais on applique encor une poulie pour en tirant embas, faire elever le poids B, comme en ceſte quatrieſme figure : Mais ceſte poulie ne ſert ſeulement qu'à cela, ſans qu'elle allege le poids ny apporte aucune alteration à iceluy, comme les autres, pource que le poids B n'eſt ſuſpendu qu'à 4 cordages, comme en la troiſieſme figure, d'ou l'on peut voir que quand meſme la corde paſſeroit au deſſus de 100 telles poulies, qu'elles n'allegeroyent aucunement la main F.

Que ſi on en veut voir la preuve, il ne faut qu'attacher un contrepoids en F au lieu de la main comme agent en ceſte quatrieſme figure eſtant le quart de la peſanteur qu'il faut elever, qui ſera trouvé en equilibre, s'il n'y a quelque faute de l'obſervateur : Or le poids à elever eſt le poids B, la poolie inferieure A, & le poids cauſé du cordage. Pour declarer la peſanteur du cordage, ſoyent D & E les poincts d'attouchemens de la corde & de la poulie A, auſſi G, H, les attouchemens des cordages & la poulie ſuperieure ; item L, M les attouchemens de la poulie L M ; & puis N le milieu de la partie du cordage G N H, & O de I O K, auſſi C l'autre extremité de la corde ; puis marquez P, ainſi que GP ſoit egale à H F, auſſi K Q à I L ; alors N G P contrepeſe N H F, & I L contrepeſe K Q ; touchant



C M elle n'apporte aucun changement, tellement que le poids donné eſt ſurchargé des poolies E D, L M, & encordes trois portions de corde Q D, & des deux demicercles L M, E D.

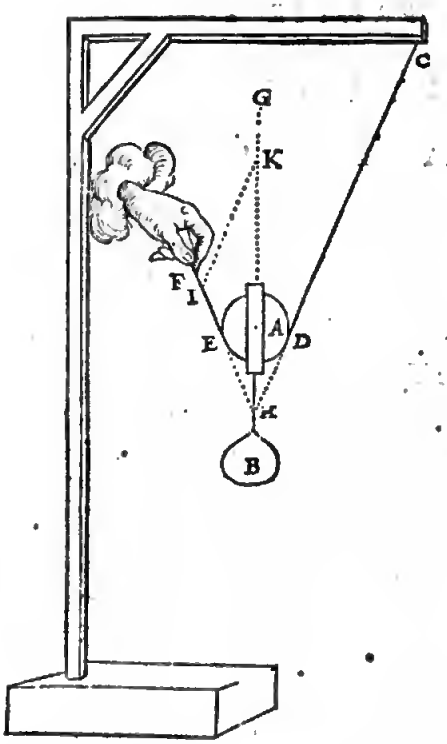
Notez auſſi quand on attire quelque poids avec des poulies, & que la partie de la corde attirée demeure ſuſpenduë ſans toucher le pavé, que l'ageot a moins de peſanteur à tirer, aſſavoir autant que ladite corde ſuſpenduë peſe.

2 *Exemple, des poids & forces obliques.*

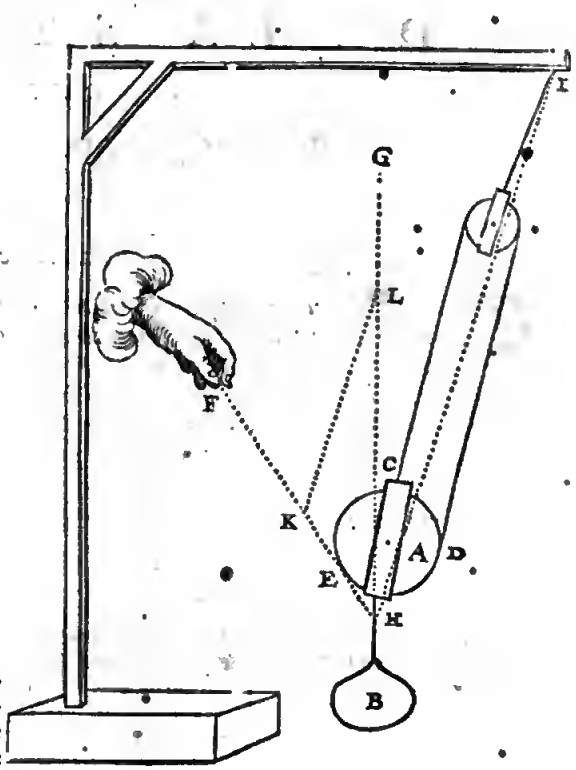
Soit ceſte figure ſemblable à la premiere du premier exemple, excepté que la main en F tire obliquement, de laquelle l'effort ſe cognoiſtra auſſi par le cinquieſme corollaire de la premiere partie de ceſte adjonction : Car ſoit produite B H juſques en G, & F E, C D auſſi, leſquelles ſe doiveot rencontrer dans un poinct en la ligne B G : Puis ayant choiſi uo poinct en F E, comme I, ſoit I K parallele à D C ; alors I K, I H ſeront egales, d'autant que pour cauſe notoire, l'angle F H C eſt coupé en deux egalement par H G, lors qu'il n'y a qu'une poulie, comme icy : finalement,

Comme ces 3 lignes l'une à l'autre (K H, K I, I H) ainſi les peſanteurs (d B. qui eſchoit ſur C D. qui eſchoit en F.)

Mais



Mais y ayant plus de poulies, assavoir 2, 3, ou d'avantage, on pourroit cognoistre les efforts, comme s'ensuit. Soit icy une figure de mesme que la deuxiesme du premier exemple, seulement diversifiée en ce qu'elle soit oblique; les efforts seront cognus par le cinquiesme corollaire de la premiere partie de ceste Adjonction: car produisant la ligne à laquelle le poids est suspendu jusques à G, aussi F E jusques en H, & du poinct I, où la poulie superieure est attachée, soit menée H I; puis d'un poinct K en la ligne F H soit K L parallele à H I: alors je dis, que comme K H à H L, ainsi l'effort qui est fait à la main, au poids donné: Mais K H est en tous les exemples, où il y a deux poulies comme icy, tousjours egale à la moitié de K L; parquoy l'effort qui vient sur F, est la moitié de l'effort qui eschoit en I: & ainsi il eschoit autant de pesanteur sur l'une des trois cordes, que sur l'autre, assavoir la tierce partie d'un poids, qui a telle raison au poids donné, comme L H à H K; ce qui fait qu'en tels exemples on pourra dire KH donne HL, combien le poids donné? Le tiers de ce qui viendra sera pour l'effort qui est fait à la main F, & aussi pour celuy qui advient sur chacune des deux autres cordes.



Tellement que s'il y avoit 4 poulies, il faudroit prendre le quart de ce qui viendroit à la regle de trois susdite, & ainsi des autres.

La raison pourquoy K L cy-dessus devoit estre menée parallele à H I, plustost qu'à une autre des deux cordes, est evidente par ce qui a esté fait semblablement ès deuxiesme & troisiesme corollaires de la premiere partie de ceste Adjonction, car la perpendicle de gravité du tour, passe par le poinct H. duquel les lignes se doivent mener pour faire la calculation.

Conclusion. Nous avons donc recerché la qualité des pesanteurs elevées par le moyen des poulies, selon le dessein.

Fin de la Trochleostatique.

TROISIESME PARTIE
DE
L'ADJONCTION
DE LA STATIQVE,
TRAITANT
Des Acrobariques, ou des pesanteurs au sommet du flottant.

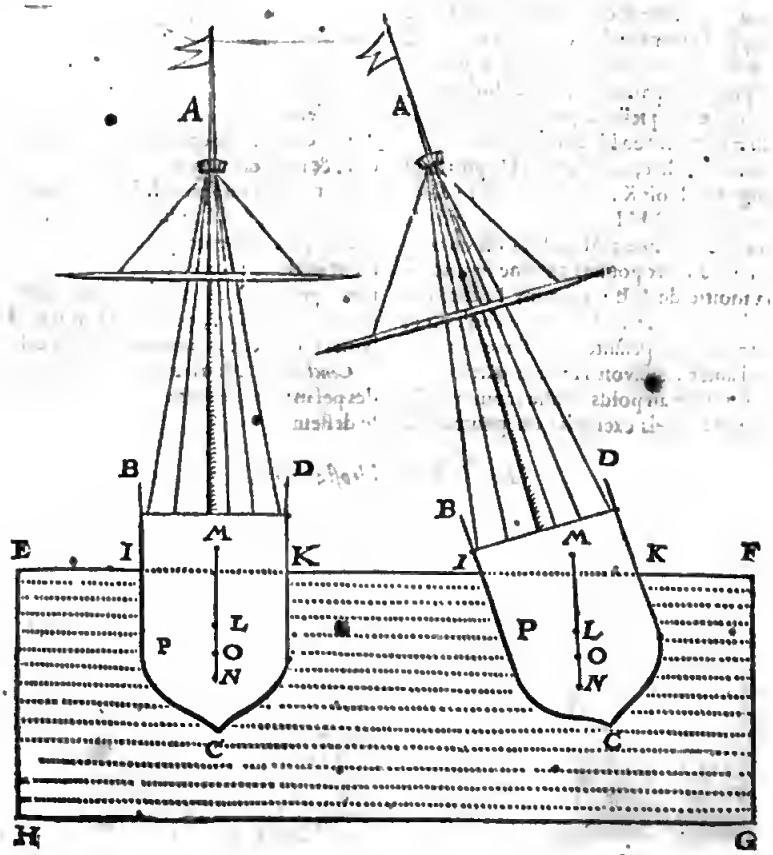
Sommaire de ce Traité.

Comme on vouloit appareiller des petits batteaux avec des eschelles elevées dedans iceux d'environ 20 pieds de haut, pour y faire monter des soldats, on revoqua en doute, si la force du sommet flottant le pourroit endurer; car il pourroit advenir que le batteau renverseroit, & partant celuy qui seroit monté en haut viendroit à tomber dant l'eau; à ceste fin pour en estre plus certain, on en fit l'espreuve d'un. Ce qui me convia à rechercher s'il ne seroit pas possible de le sçavoir par calculations Mathematiques, devant que d'en venir à l'experience en grand volume, supposant figure & pesanteur, & puis venir de là, à la practique. Pour ceste cause nous avons descrit le theoreme suivant, & ce seulement des corps flottans sur l'eau, & non pas sur terre ferme, lesquels renversent lors que le centre de gravité n'a nul pied.

THEOREME.

VN corps flottans sur l'eau, prend telle position, que son centre de gravité est en la perpendicle de gravité du creux d'eau qu'il occupe.

Le donné. Soit ABCD, un corps, flottant sur l'eau, le dessus de laquelle soit EF, & enfoncé jusques en IK; ainsi que le creux de l'eau soit I, C, K, & L centre de gravité d'iceluy creux, sa perpendicle de gravité MLN, & O centre de gravité du corps ABCD.



Le re-

Le requis. Il faut demonſtrer que O (centre de gravité de A B C D) eſt en la perpendicle de gravité M N du creux d'eau I C K.

Demonstration.

Oſtons le corps A B C D, & ſeignons que le creux I C K demeure en la meſme figure; Et pour plus ample declaration, que ledit creux ſoit un vaſiforme, ſelon la ſeptieſme definition de l'Hydroſtatique; puis qu'il ſoit remply d'eau; & d'autant que l'eau tient dans l'eau telle diſpoſition qu'on veut, par la 1 propoſitioo de la ſuſdite Hydroſtatique, alors le vaſiforme demeurera auſſi en telle diſpoſition, & eſt autant chargé de ceſte eau que du corps A B C D, & en meſme diſpoſition; mais le centre de gravité de ceſte eau eſt auſſi celuy du creux, ou du vaſiforme, aſſavoir L; & partant le corps A B C D, doit avoir ſon centre de gravité dans la perpendicle de gravité du vaſiforme M N: Autrement s'il eſt poſſible qu'il ſoit dehors, comme au poinct P, ce qui ne peut advenir ſans alteration de figure du creux I C K; car ayant telle diſpoſition, & O eſtant le centre de gravité du corps par l'Hypotheſe, il aviendroit que le corps changeroit de poſition, & que le centre venant en P, alors B deſcendroit, & D s'eleveroit que C auſſi tourneroit vers K, ce qui ſeroit contre l'Hypotheſe, & prendroit un autre creux que celuy dont eſt queſtion. Parquoy le centre de gravité du corps eſt en M N, aſſavoir ſus, deſſous, ou dedans le centre du creux L.

Concluſion. Un corps donc flottant ſur l'eau prend telle diſpoſition que ſon centre de gravité eſt en la perpendicle de gravité du creux de l'eau qu'il occupe; ce qu'il falloit demonſtrer.

Corollaire I.

Il appert que quand le centre de gravité du corps eſt deſſus celuy du creux de l'eau, que le ſommet flottant eſt chargé, & que tout renverſe (c'eſt aſſavoir s'il n'eſt ſouſtenu) juſqu'à ce que ſon ceorre ſoit dans la perpendicle de gravité du creux de l'eau: Comme par exemple, un baſton coutbé flottant ſur l'eau, ſi on met deſſus ce qui eſtoit deſſous, il ne ſe tiendra pas comme cela, mais ſe retournera comme devant, d'autant que le centre de gravité du baſton n'eſt dans la perpendicle de gravité du creux de l'eau, deſſous le centre de gravité d'iceluy creux.

Corollaire II.

Il eſt evident que mettant quelque poids dans un batteau, ou quelque vaiſſeau ayant changé de place dans iceluy, que le creux change auſſi de figure, & le centre de gravité d'iceluy creux change de lieu.

Corollaire III.

Il eſt auſſi manifeſte, que mettant une peſanteur ſous le plan de gravité (parallele à l'horizon) du creux de l'eau, qu'icelle peſanteur cauſe plus de fermeté au cours du navire, & au ſommet d'iceluy; & au contraire, la peſanteur eſtant miſe an deſſus dudit plan de gravité (à niveau) telle peſanteur ſurcharge le ſommet du navire, tellement qu'il en eſt moins ferme.

Notez.

Si les deux centres de gravité, du batteau & du creux de l'eau, eſtoyent faciles à trouver, il eſt certain qu'on pourroit ſçavoir devant l'experience par le moyen de la conſtruction Mathematique, quelle diſpoſition un batteau, navire, ou autre vaiſſeau tiendroit ſur l'eau, & s'il ſe tiendroit droit ou oblique, & ſi l'eau entreroit par les bords ou non, comme il eſtoit requis de ſçavoir en ce traité: mais d'autant que la recerche du centre de gravité des divers corps qui ſont communement dans un navire, il ne ſemble pas que ce ſoit choſe propre pour s'en pouvoir ſervir en tel exemple, ains ſervira ſeulement pour en ſçavoir la raiſon & la proprieté; comme il pourroit bien ſervir à autre choſe, ſi ce n'eſtoit pas à ce que deſſus, ſinon que quelqu'un vouluſt prendre la peine de trouver les centres de gravité, & ainſi ſe ſervir de ce que deſſus.

Fin des Accrobariques.

QUA-

QUATRIESME PARTIE
DE
L'ADJONCTION
DE LA STATIQVE,
TRAITANT
De la Chalinothlipſe, ou de la compreſsion & aſpreté des Freins.

Sommaire de l'Aſpreté des freins.

SON EXCELLENCE, s'eſtant dés ſon jeune aage juſques à preſent, diligemment exercé au maniement des chevaux, & avec ce encor fueilleté les eſcrits de ceux qui ſont plus renommés, tant anciens, que modernes, & s'eſtant abbouché pour ce ſubject avec les plus experimentez; n'a toutesfois peu trouver en iceux contentement, touchant la raiſon de l'Aſpreté des freins, j'entens fondentellement, ce qui advient au raccourciſſement & rallongement des parties du mords, & partant telle incertitude empeſche de bien regir un cheval. Tellement que ceſte maniere entre autres luy donna envie de s'excercer en la Statique precedente, eſperant par là pouvoir mieux comprendre la raiſon de cecy, à quoy il eſt parvenu finalement, faiſant faire les brides & mords, non à l'aventure, comme auparavant, mais avec une certitude des longueurs neceſſaires: Ce que j'ay inſeré, comme s'enſuit, en ſes memoires Mathematiques ſous le titre de la Chalinothlipſe, *afin auſſi que d'autres ayent comme une matiere eſbauchée pour traiter d'icelle, avec plus de perfection.*

DEFINITIONS.

LEs noms ordinaires des parties qui ſont à noſtre deſſein ſeront deſcrits comme s'enſuit.

DEFINITION I.

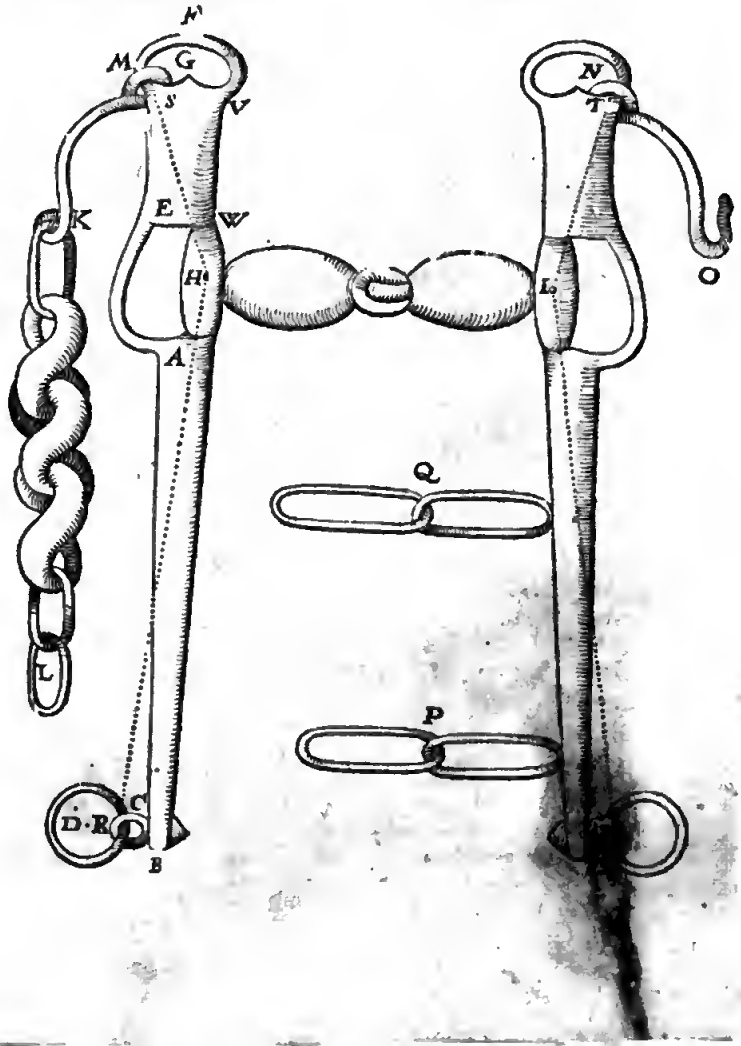
AB. *Branche; ou partie inferieure de la branche.*

DEFINITION II.

C. *Boulon de la branche.*

DEFINITION III.

D. *Boucle.*



DEFI-

DEFINITION IV.

E F. *Partie ſuperieure de la branche, ou hauteur de l'œil.*

DEFINITION V.

G. *L'œil.*

DEFINITION VI.

H I. *Le mords.*

DEFINITION VII.

K L. *Gourmette.*

DEFINITION VIII.

K M. *L'es.*

DEFINITION IX.

N O. *Crochet, ou agraphe de la gourmette.*

DEFINITION X.

P, Q. *Deux entrechaiſnes.*

DEFINITION XI.

BRide aſpre, ou parties d'icelle aſpres, ſont celles qui preſſent le mords contre la gencive d'embas, & la gourmette contre le menton. Et bride foible, eendre, ou laſche, qui fait preſſer foiblement.

DECLARATION.

Encore bien que quand on tire la bride, elle cauſe pluſieurs preſſements, aſſavoir (outre ce qui a eſté dit contre les gencives, & le menton,) des entrechaiſnes contre la poitrine, & des boucles contre les boulons des branches: toutefois on entend par ce mot d'Aſpte, le preſſement rude du mords contre la gencive d'embas, & de la gourmette contre le menton, comme eſtans les principaux preſſemeos qui peuvent contraindre le cheval, & qui le poignent: tellement que poor raddoucir ceſte ponction, il approche la teſte de la poictrine, & tient le col courbé: Car ſuppoſant que le menton par l'attirement de la bride approche d'une paume vers le cheval, il peut gauchir ceſte punction & anneantir ceſte compreſſion en courbant le col. C'eſt auſſi ceſte compreſſion qui le fait reculer, peoſant par ce moyen amoindrir l'effort qu'il ſent, ce qu'il penſeroit eſtre augmenté en matchant en avant. Cecy eſtant donc l'Aſpreté, la bride, ou ſes parties ſont dites aſpres, on foibles, ſelon le plus ou le moins de compreſſion; aſſavoir bride aſpre ou foible: branche aſpre, branche foible; & finalement hauteur de l'œil aſpre ou foible.

DEFINITION XII.

LEs curvitez des branches ſont appellées coudes, *en flamend* keeren, *en Alemand* wronghen.

DECLARATION.

Les branches ſont faites droites ou courbes; droites, comme en la premiere figure: & courbes, comme en la ſuivante, avec une curvité ſe tournant de X vers Y; de Y vers Z, & de Z vers *a*, leſqoelles on appelle pour ceſte cauſe coudes des branches.

LES DEFINITIONS ſuivantes ſont nouvelles.

DEFINITION XIII.

LE poinct du milieu R, de l'attouchement de la boucle D, contre le boulon des branches, eſt dit touche de boulon.

DEFINITION XIV.

LE poinct du milieu S, de l'attouchement de l'es, contre l'œil, le poinct auſsi du milieu T, de l'attouchement de l'agraphe contre l'œil, lors que le cheval eſt bridé, nous les nommons touches de l'œil.

DEFINITION XV.

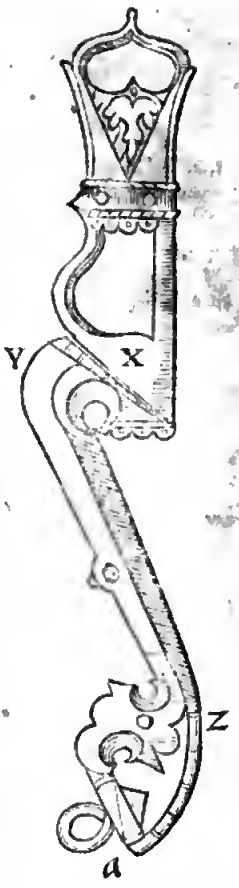
LE poinct H de l'axe du mords venant au milieu de l'olive, ſur lequel l'axe tourne, nous le nommons le pole du mords.

DEFINITION XVI.

L'Angle R H S compris des deux lignes, dont l'une vient de la touche de boulon R, juſqu'au pole du mords; & l'autre dudit pole, juſqu'à la touche de l'œil; nous le nommons angle des touches.

DEFINITION XVII.

BRide d'eſpreuve, eſt celle qui ſert pour eſprouver quelle bride il faut à quelque cheval que ce ſoit, afin d'en faire une qui luy ſoit propre.



La forme & les circonſtances de la bride d'eſpreuve ſera deduite cy-apres en ſon lieu.

PROPOSITION I.

QVe les coudes des branches ne cauſent nulle aſpreté, grande ou petite.

SON EXCELLENCE, tenant pour certain qne la commune opinion de pluſieurs eſt contre raiſon de croire que les coudes des branches aident à l'aſpreté ou foibleſſe, demeuraos les trois poincts R, H, S, en leur lieu, dit au contraire comme s'enſuit: Soyent és branches droites precedentes A B, attachées ou adaptées par des vis, des barres de fer, qui ſoyent en forme de grands coudes: Si on dit que telle adaptation apporte du changement quant à l'aſpreté ou foibleſſe, ce ne pourra eſtre que par une vertu occulte, comme en la pierre d'aymant, ou en choſes ſemblables, ce qui eſt abſurde. Quant à ce qu'on pourroit objecter, que cela ſe monſtre par experience, le meſme ſe pourra auſſi refuter par experience. Et quant aux Piqueurs, & faiſeurs de mords, leſquels pourroyent dire ſelon le commun proverbe, *Qu'il faut croire un chacun és choſes de ſon art:* On les refutera pareillemeor, par ce qu'ils ſe veulent meſler de juger de la Statique, n'y cognoiſſans rien, où il ſe peut demonſtrer que le changement arrive par celuy des trois poincts ſuſdits R, H, S: mais demeurans les meſmes en leur lieu, & les deux lignes imaginaires R H, H S, avec l'angle R H S, qoe l'aſpreté demeurera auſſi de meſme: excepté, pour en parler proprement, que le fer annexé appeſantira d'avantage la bride, ce qui n'eſt à propos; & ſi on y prenoit garde de pres, il adviendra.

viendra auſſi bien au deſavantage de ce qu'ils veulent, qu'à l'avantage.

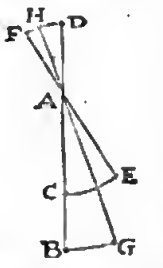
Notez auſſi, que la ligne de la hauteur de l'œil, comme cy-devant V W, ne peut eſtre admiſe à aucun fondement certain, mais bien la ligne H S; car l'uoe des hauteurs d'œil, ayant l'œil plus large que l'aintre, cauſe changement, & incertitude à la choſe.

Concluſion. Les coudes donc ne cauſent nulle alteration à l'aſpreté, ou foibleſſe des branches: ce qu'il falloit demonſtrer.

Proposition II.

Les branches les plus courtes ſont les plus aſpres.

On peut rendre raiſon de ceey en deux ſortes: L'une, qu'avec egaux attiremens de bride, la gourmette acquiert plus de mouvement avec les branches courtes, qu'avec les longues. Pour en donner exemple, ſoit A B une branche longue, & A C une plus courte, ayant une meſme hauteur d'œil A D, & D la touche d'œil: d'avantage ſoit par l'attirement des reſnes, la touche de boulon C de la branche plus courte, parvenuë en E, faiſant l'arc C E; la touche d'œil D viendra alors en F, deſcrivant l'arc D F; ſoit puis apres fait autant d'attraction des reſnes, comme devant à la branche plus longue, aſſavoir faiſant l'arc B G egal à l'arc C E, alors la touche d'œil viendra en H, faiſant l'arc D H, lequel eſt moindre à l'arc D F, & en meſme raiſon à iceluy la moindre branche A C, à la majeure A B: Parquoy la gourmette eſtant attachée à l'œil, acquiert par attractions egales des reſnes plus de mouvement par les branches courtes, que par les longues. Mais le frequent mouvement, ou elevation de la gourmette, apporte plus d'aſpreté; parquoy les branches plus courtes ſont plus aſpres que les longues.



L'autre raiſon eſt, la figure courbe du col du cheval, lequel cauſe que les entrechaiſnes des courtes branches ſont plus eſloignées de la poictrine du cheval, que les longues: d'où s'enſuit qu'on peut attiter plus loing les reſnes des courtes branches que les reſnes des longues branches, ce qui cauſe notoitement plus d'aſpreté.

Notez.

Quelqu'un pourroit demander, comment cecy ſe peut accorder avec les regles de Statique, laquelle dit, que les plus longs leviers peuvent faire le plus d'effort; car prenant B D pour le levier, & A B la partie plus longue, où eſt l'ageot, A l'hypomochlion, ou le poinct ferme, tellement qu'il ſemble, que cecy eſt contraire à cela: mais c'eſt qu'il n'eſt pas icy queſtion de l'effort de la main du cavaletice: car pour faire egal effort à la touche d'œil, il eſt certain qu'il aura plus de peine avec une courte branche, qu'avec une longue: Mais la queſtion eſt ſeulement, que quand on tire aſſez, leſquels ſont plus aſpres les courtes ou les longues.

Concluſion. Les branches les plus courtes ſont donc les plus aſpres.

Alb. Girard.

Si on conſidere bien ceſte dicte deduite en ceſte note precedente, & ce que j'ay eſcrit apres le troiſieſme exemple de la 7 propoſition de la Statique-practique cy-devant, on verra aiſement la ſolution de ceſte doute; car il faut diſtinguer l'effort fait de la main icy & là; & ce que là l'eſpaule du ſoldat patit, comme auſſi icy les gencives, & le menton du cheval.

Proposition III.

A plus grande hauteur de l'œil, eſt auſſi la plus aſpre.

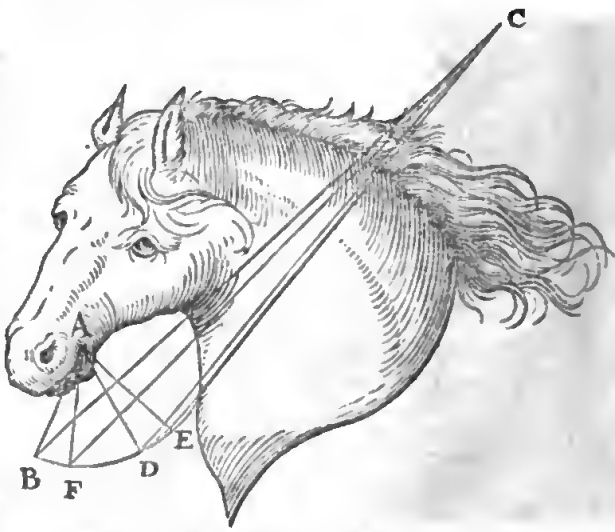
La raiſon eſt, que par ſemblables attrayemens des reſnes de la btide, on fait plus d'effort avec la gourmette par le moyen d'une plus grande hauteur de l'œil, qu'avec une petite. Car par exemple, ſoit A B une une hauteur d'œil plus grande que A C, & que leurs diverſes touches d'œil ſoyent B, C, ayans une meſme branche A D: D'avantage par l'attraction des reſnes, ſoit la touche de boulon D parvenuë en E, & les touches des yeux, comme B viendra en F, & C en G, deſcrivans les aros C G moindre, & B F plus grand; car comme C A à A B, ainſi C G à B F; parquoy la gourmette à l'œil B (de la plus grande hauteur) fait plus d'effort qu'à l'œil C, combien que ce ſoit avec une meſme attraction des reſnes; & partant cauſe plus d'aſpreté. Quant à ce qu'on pourroit douter, comment il ſeroit poſſible d'agir plus (l'ageot eſtant en D) par une longue extremité A B de levier, qu'avec une moindre, & qui ſemble eſtre contraire aux regles de la Statique: La raiſon de cecy eſt manifeſte par la ſolution de ſemblable doute en la note precedente.

Concluſion. La plus grande hauteur d'œil donc, eſt auſſi la plus aſpre: ce qu'il falloit demonſtrer.

Proposition IV.

A touche de boulon plus eſloignée de la poictrine du cheval cauſe plus d'aſpreté.

Le donné. Soit A l'axe du motds, A B une branche, B C les reſnes de la bride, B la touche du boulon; D'avantage ſoit A D une autre branche egale à A B; D C l'une des reſnes, D la touche du boulon, plus ptes de la poictrine du cheval que B.



Le requis. Il faut demonſtrer que la touche de boulon B la plus eſloignée de la poictrine du cheval, cauſe plus d'aſpreté que D.

Prepa-

Preparation. Soit ſur le poinct A, comme centre, deſcrit l'arc B D E de l'intervalle A B : puis par l'attirement des reſnes ſoit l'une des touches de boulon B parvenue en F ; & l'autre D en E par le meſme attrayement, aſſavoir que les arcs B F, D E ſoyent egaux.

DEMONSTRATION.

D'autant que B C eſt plus longue que F C, d'autant la main en C, s'eleve plus haut, eſtant la touche du boulon en F, qu'en B ; ſemblablement, d'autant que D C eſt plus longue que E C, d'autant la main en C, s'eleve plus haut eſtant la touche du boulon en E, qu'en D : mais E C differe plus de D C, que non pas F C de B C : Et partant autant qu'il y a de difference entre leſdites deux differences, d'autant s'eleve plus la main en tirant la touche D en E, que non pas de B en F ; mais le mouvement ou l'arc B F eſt egal au mouvement un à l'arc D E, par la preparation : parquoy la main en C va plus haut en mouvant la touche D, que B, en les faiſant mouvoir egalement ; Et par conſequent, ſi la main tiroit egalement haut, elle feroit plus mouvoir B, que D ; mais faiſant plus mouvoir B, elle fait auſſi plus mouvoir l'œil, & conſequemment la gourmete, que ne fait pas le petit monvement de D vers E. Il s'enſuit donc finalement, que la main s'elevant egalement en tirant B, & D, qu'elle fera plus monvoir la gourmete en tirant B, qu'en tirant D, & conſequemment qu'elle fotcera plus le cheval, ſelon la propoſition.

NOTEZ I.

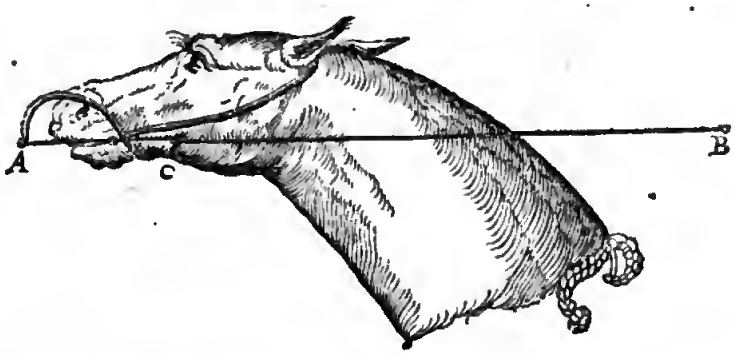
Veu que l'angle A D C eſt moins oblique que A B C, lequel eſt fort aigu, ce qui fait que la main agit plus ſur la branche A D que ſur A B, par le corollaire de la 24 propoſition du premier livre de la Statique. Ce qu'on eſtimeroit faire contre ce qui a eſté demonſtré, n'eſtoit que la ſolution ſe peut faire comme en la note de la 2 propoſition, aſſavoir que ce n'eſt pas qu'on demande qu'elle force fait la main C, mais bien en hauſſant egalement, quelle aſpreté eſt la plus grande en B ou en D.

NOTEZ II.

Joignant la cauſe d'aſpreté mentionnée, celle-cy ſe trouve encor, que la touche de boulon plus loing de la poictrine, cauſe plus d'aſpreté en ce qu'on peut mouvoir d'avantage, qu'eſtant plus pres, d'autant que les entrechaiſnes venans contre la poictrine du cheval l'attraction des reſnes. & l'aſpreté auſſi finiſſent, (eſtant beſoing d'autant de mouvement.)

NOTEZ III.

Il arrive que quelques chevaux ſe deſpeſtrent de l'effort de la bride en levant la teſte enhaut, comme la figure preſente le monſtre : tellement qu'on ne les peut regir, mais ils courrent où ils veulent, & comme ſi c'eſtoit à bride avalée ; ce qui ſemble eſtre contre la regle precedente, pource que la bride devroit eſtre plus aſpre, puis que les branches ou touches de boulon,



ſont plus eſloignées de la poictrine. A quoy on reſpond que quand les reſnes A B ſont bandées, & ſont paralleles à la ligne imaginaire qui paſſe par la touche du boulon A & le pole du mords C, comme la figure le monſtre, alors l'attraction des reſnes ne pent cauſet aucun mouvement à la hauteur de l'œil, ny elever la gourmette, & par conſequent il n'y a nulle aſpreté ; voire quand on tireroit de force le motds vers ſoy, cela ne cauſe point l'aſpreté mentionnée, veu que ſi A eſtoit un peu plus elevé, alors tant plus on tireroit, & tant plus la gourmette ſeroit laſche ; tellement que c'eſt une exception de la ptopoſition.

PROPOSITION V.

LEs gourmettes les plus courtes ſont auſſi les plus aſpres.

Il faut ſçavoir, que la ponction du mords commence lors que la gourmette commence à preſſer le menton : Ce qui monſtre aſſez clairement le contenu de la propoſition, d'autant que tant plus la gourmette eſt longue, & à tant plus grand eſpace la main ſe doit elever ; tellement que par un meſme hauſſement de main les plus courtes gourmettes ſeront les plus aſpres : ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTEZ.

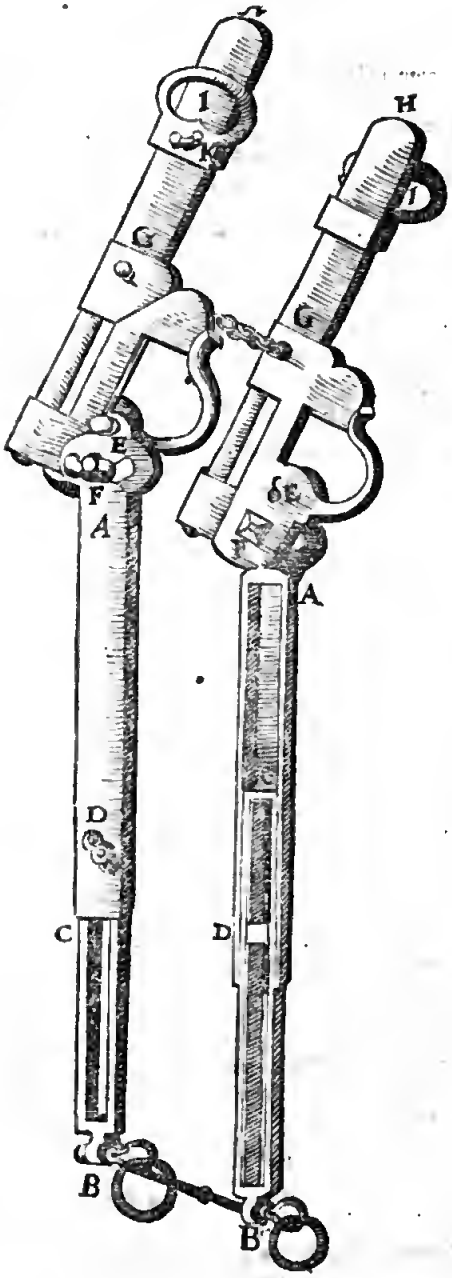
Nous avons dit cy-devant en la 5 ptopoſition, que la ponction du mords commence lors que la gourmette commence à preſſer le menton, toutefois il y des chevaux qui ſentent bien quelque autre ponction, voire meſme des mords ſans gourmette, ſelon qu'ils ſont tendres de bouche, ou à cauſe de la façon des mords dont les uns ſont plus rudes que les autres, mais il n'y a point de regle à une choſe ſi irreguliere, & de ſi peu de certitude.

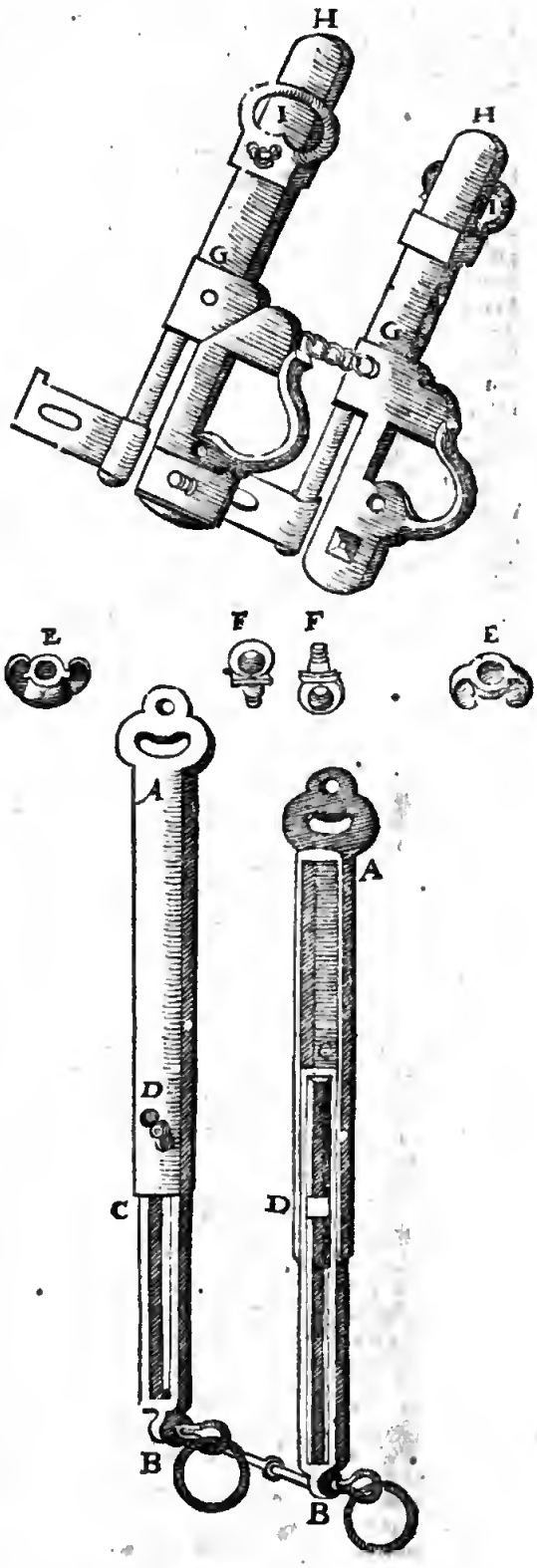
PROPOSITION VI.

FAire une bride d'eſpreuve, & par icelle une bride ordinaire.

Nous avons declaré ce que c'eſtoit de bride-d'eſpreuve en la 17 definition : nous parlerons icy de la façon d'icelle, comme elle eſt pourtraite en la figure ſuivante, où A B denotent les deux branches, leſquelles ſe peuvent raccourcir & allonger par le moyen de pieces coulantes C B, qu'on peut affermir par les vis D : leſquelles branches tournent ſur un eſſieu E, pour faire un tel angle avec la partie ſuperieure qu'on voudra, avec les vis F pour les retenir, les parties ſuperieures G H ſont

d'eſpeſſeur uniforme, de la plus grande langueur qu'on mette en uſage. Les yeux I ſe peuvent poſer où l'on voudra, coulans le long de HG, & une vis K pour les retenir : Tellement que les parties ſuperieures & inferieures ſe peuvent faire longues ou courtes, comme on veut.





Nous avons deſcrit juſques icy la conſtruction de la bride d'eſpreuve, en ſon total, les pieces conjoinctes ; mais pour plus ample declaration nous parlerons des pieces en particulier, les lettres demeurants comme devant.

Voicy la figure de celle que SON EXCELLENCE a fait faire, laquelle il trouva en effect fort propre : toutefois ſi on trouvoit moyen de la ramelioter, il eſt raiſon que celle-cy cede alors.

DE

De la conſtruction d'une bride, par le moyen de la bride d'eſpreuve.

Ayant adapté le mords à la bride d'eſpreuve, ſelon que le cheval le doit avoir, on agencera les branches & les parties ſuperieures de telle longueur qu'on cuide qu'elles doivent eſtre; on verra s'il y faut faire quelque changemeot, lequel peut adveoir au tout, ou en l'une des ces quatre parties, aſſavoir changement en la longueur des branches, ou eo la longueur des parties ſuperieures, (c'eſt la hauteur de l'œil) ooverture de l'angle de touche, ou à la longueur de la gourmette, ce qui ſe peut faire aiſement avec grande certitude ſans deſbrider le cheval, voire ſans deſcendre d'iceluy: Finalement ayant trouvé ce qu'on requiert, on oſtera la bride d'eſpreuve, & on eo fera uoe de ſervice, avec telornement, figure, parures, & coudes qu'oo voudra, pourveu ſeulement que les trois poincts principaox demeurent, faiſans on tel angle, & telles longueurs comme à la bride d'eſpreuve; auſſi qne les entrechaiſnes gourmette, & mords viennent de meſme comme devant: ce qu'eſtaot ainſi, la bride de ſervice vieodra à ptopos & fera les meſmes effects que la bride d'eſpreuve, comme SON EXCELLENCE a auſſi trouvé par experience.

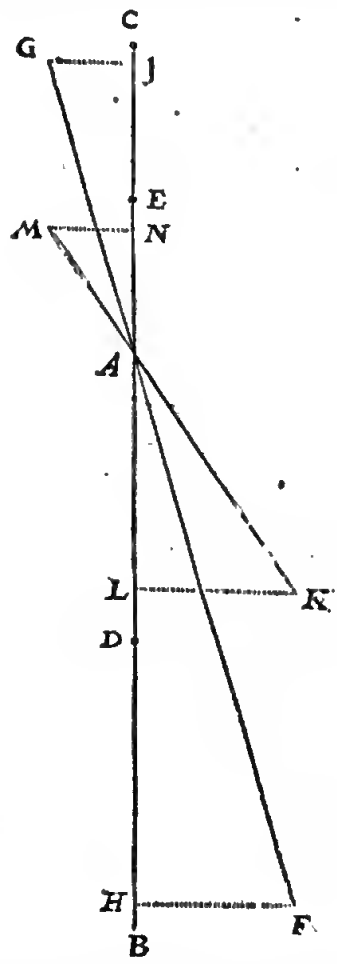
Certains eſcrivans de ceſte maniere, font des brides où l'on peut mettre diverſes branches de diverſes manieres de coudes, les unes plus courbes que les autres; mais la touche du boulon venant touſiours au meſme lieu, les coudes plus ou moins courbés ne font aucune alteratioo, comme il a eſté dit en la premiere ptopoſition: Ou bien pour dire autrement, la touche de boulon venant à on autre lieu, alors la curvité majeure ou moindre des branches, o'eſt pas la cauſe dn changement qu'on ttouve au regime des chevaux, veu que c'eſt le changement de place de la touche de boulon: D'où procede que faute de cognoiſtre les cauſes, on trouve telle difficulté, & que peu ſe ttouveot qui puiſſent bien façonner les parties de la bride.

Concluſion. Nous avons donc fait une bride de ſervice par le moyeo de la bride d'eſpreuve, ſelon le requis.

NOTEZ.

Quelqu'un ſe rememorant la qualité des peſanteurs de toutes les ſortes, pourroit dire que quand par egale attraction de la main, on fait mouvoir egalement la gourmette, ſoit par des branches longues ou coottes, comme il pourroit advenir, que neantmoins il s'enſuit uoe meſme aſpreté. Et pour deduire cecy plus clairement, faiſant deus brides d'angles egaux de touches, & les gourmettes auſſi laſches à l'une comme à l'autre, auſſi les branches & hauteurs des yeux proportionelles, toutefois plus courtes en l'une qu'en l'autre; la gourmette aura autant de mouvement en l'une qu'en l'autre, avec attraction egale de la main. & par conſequent une meſme aſpreté: ce que je declaretay par uoe figure, comme s'enſuit.

Le donné. Soit A B une longue branche, A C directement à icelle ſoit une longue partie ſuperieure, & A D une branche coutte, & A E ſa partie ſuperieure eourte: & que E A à A D ſoit eo meſme raiſon, comme C A à A B: Soit auſſi A F egale à A B, & F H perpeodicle à A B; comme auſſi G I; ſemblablement A K egale à A D, aioſi qne la perpendicle K L ſoit egale à F H; item A M (production directe de A K) egale à A E, & M N perpendicle à B C: Ce qu'eſtant ainſi, alors ſi on attire B en F la boucle, ainſi que F A ſoit la diſtance de l'attraction; & D de la branche courte en K, & L K diſtance de l'attractioo; & ſemblablement le reſte comme eo la figure C en G, &c. alors F H & L K ſont tenues pour les attractions de la main aux reſnes, pource qu'elles y



ſont egales, & I G, M N, pour l'attirement des gourmettes, comme y eſtant auſſi egales: Ce qu'eſtant ainſi, il faut demonſtrer que G I & M N ſeroot egales, d'où s'eofuit qo'il yaura une meſme aſpreté, cõme il a eſté dit.

DEMONSTRATION.

Les ttiangles A K L, A M N ſont ſemblables; & partant

Comme K A à A M, ainſi K L à M N.

Les ttiangles A F H, A I G ſoot ſemblables; & alors,

Comme F A à A G, ainſi F H à G I.

Mais F A à A G, ainſi K A à A M: parquoy

Comme K A à A M, ainſi F H à G I.

Et pource que F H & K L ſont egales par l'hypotheſe.

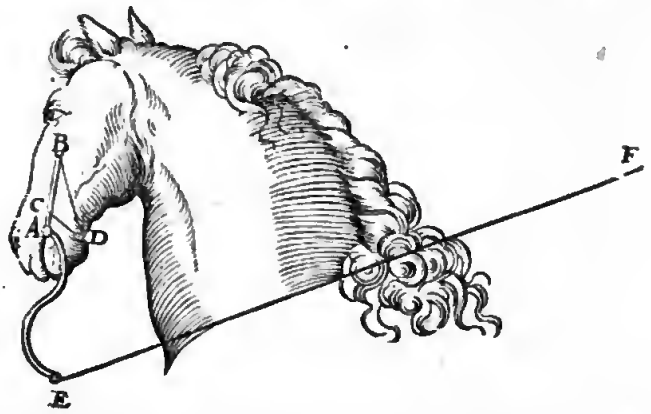
Comme A K à A M, ainſi K L à G I.

Tellemeot que G I & M N les quattieſme termes ptoportionaux des meſmes trois, aſſavoir de M N en la premiere ptoportion & G I en ceſte derniere, & partant ſeront egales.

Ot les gourmettes eſtant ainſi egalement attirées, d'où l'oo pontroit penſet eontte raiſon qu'elles cauſent des aſpretez egales; ee que oous deduirons iey uo peu amplement.

L'experience monſtre, comme auſſi qnelques uns eſcrivent, que les parties ſuperieures longues, font lever

la reſte à quelques chevaux plus que les contres : Dont Son Excellence tient que la raiſon eſt relle. Soit A B une grande partie ſuperieure, & A C une moiodre, & B D, C D leurs gourmettes, deſquelles B D fair qne l'angle A B D eſt plus ſerré que l'angle A C D ; & partant la gourmette C D preſſe le menton plus directement que B D, laquelle B D preſſe en elevant, ce qui fait que le cheval voulant eviter ceſte ponction,



leve la teſte en haut : Ce qu'aucuns pourtoyent penſer eſtre general à tous chevaux ; ce qui tooresfois repugne à l'experience, & entre autre à ce qo'eſcrit le Sieur *de la Broüe* au rtoiſieſme livre duquel l'inſcriprion eſt telle ;

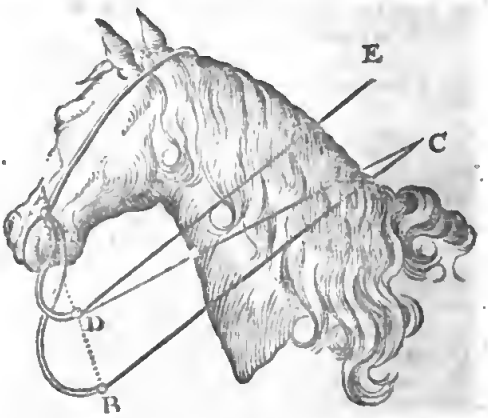
Occaſions pour leſquelles on doit faire l'œil de la branche plus haut ou plus bas que la meſure ordinaire.

J'ay auſſi ouy affermer à Son Excellence, qu'elle, avoit trouvé par experience, que le rallongemenr de la partie ſuperieure faiſoit baiſſer la teſte à d'aucuns chevaux, & la faiſoit hauſſer à d'autres : Ce qu'elle alors, comme plusieurs, rtouvoient eſtrange : mais conſiderant eela puis aptes plus exactement par l'aide de la Statique rtouva qué la cauſe eſt relle, en ce que les ponctions du mords, & de la gourmerre, ſont contraires, en ce que par le mords preſſant ſur les gencives d'embas, fait baiſſer la teſte au cheval qui veut eviter ceſte ponction ; & celle de la gourmette preſſant an deſſous du menron luy fair lever la reſte enhaut, leſquelles choſes venant en meſme temps, alors la ponction plus grieve cauſe plus d'effect en cela : Car quelques chevaux ſont tendres de gencive & rudes de menton ; & les autres au contraire rendres au menton, & durs de gencive, d'où s'enſuit que par le rallongement de la pattie ſuperieure (laquelle cauſe aſpretés comme il a eſté dit eo la 3 propoſition) un cheval hauſſera la teſte un autre la baiſſera : Mais pour en patler generalement, tout ptolongement de partie ſuperieure eſt plus idoine à faire lever la teſte qoe l'abaiſſer comme dir eſt, combien que le contraire puiſſe advenir pour evirer plus grande conponction, és gencives.

Deſquelles choſes ſe pourroit conclure, qn'és chevaux, leſquels riennent la teſte aſſez haut, & qui n'ont les geocives trop tendres, on pourtoit ſe ſervir de parties ſuperieures contes, avec une goutmette plus ſerrée ; d'autant plus qne les longues ſuperieures, & goutmette plus laſche, rirant fort tout d'un eonp le mords & la gourmette gaſtent plus la bouche d'un cheval, que les courtes parties ſuperieures, & gourmette ſerées, leſqoelles à l'inſtant de l'attraction ſont plus douces, & toutefois donnent puis apres aurant d'aſpreté. Auſſi que les gourmettes trop longues, comme B D, gliſſent plus aiſement de la priſe du menton, qui cauſetoit que le cheval n'auroit nulle contrainte à quoy les courtes, comme C D, ne ſoor ſubjettes.

Notez encor que o'eſtant contraint de choiſir des longues parties ſuperieures, pour faire lever la teſte du cheval, (ce qui advienr lors qu'il n'eſt pas plus tendre és gencives qu'au meoton) on poutra prendre des parties ſuperieures fort courtes. & les branches au mieux qu'on pourta, puis apres augmenrer oo diminuer l'aſpreté à ſoo plaiſir, par le raccourciſſement ou rallongemenr de la gourmette.

Et d'autant que Son Excellence a fondé ees proprietez bien avant, je deſcriray encor icy quelques aurres inegalitez enrre les brides ſuſdites, avec des branches & parties ſuperieures proportionelles.



Soit à ceſte fin A B une longue branche, & A D une courte, (leurs reſnes B C & D E) proportionelles à leurs parties ſuperieures. Combien que ces deux brides cauſent les aſpretez egales, toutesfois il appert que la main qui attire ne demeureroit en meſme lieu ; car tirant B, elle ſera alors en C, & tirant en D, elle devra eſtre en E (pour faire que la ſuſdite egalité demeure) ainſi que D E ſoit parallele à B C ; autrement attirant D vers C, la ligne C D fait nn autre angle à A D, que D E ; ce qui cauſe du changement, aſſavoir moins d'aſpreté en C qu'en E.

Fin de l'aſpreté des freins.

CINQUIES-

CINQVIESME VOLVME

TRAITANT

DE L'OPTIQUE.

ARGUMENT DE L'OPTIQUE.

NOus deſcrirons trois livres de l'Optique : Le premier de la Scenographie : Le deuxieſme des Elemens Catoptriques : Le troiſieſme des Refractions.

ALB. GIRARD.

Le troiſieſme livre, qui traite des Refractions, ne ſe trouve pas, & n'a eſté imprimé cy-devant.

PREMIER LIVRE
DE L'OPTIQVE,
De la Scenographie, dite vulgairement Perſpective.

AU LECTEUR.

SON EXCELLENCE *s'exerçant ſouventefois à tirer des plans, & profils de forteresſes, leſquelles il ordonnoit és Provinces de ſon Gouvernement, a trouvé utile de s'exercer auſſi en la troiſieſme eſpece, à ſçavoir en l'ombragement, dit autrement Scenographie, & principalement en celuy des paiſages, avec citez, rivieres, chemins, & bois ſituez en iceux, pour par cela plus facilement, l'occaſion ſe preſentant, declarer aux autres ſon intention, il ſe ſervit à ceſte fin pour inſtructeurs, des plus adroits peintres qu'il peut trouver. Mais pource que l'accourciſſement des lignes, & changement des angles, ſe faiſoient à l'œil, & comme par conjecture, il ne s'en eſt (combien qu'il peut avoir ſon uſage utile) contenté, ains a voulu deſigner une figure propoſee ombrageable parfaitement par cognoiſſance des cauſes, & avec ſa demonſtration Mathematique. Or depuis quelques années ença, ayant deſcrit pour moy une* Architecture, *à l'exercice de laquelle, ſelon la commune opinion de pluſieurs, & ſinguliercment celle de* Vitruve *au ſecond chapitre de ſon premier livre, eſt profitable à l'Architecte, la cognoiſſance Scenographique, j'examinay plus amplement qu'auparavant divers Autheurs traitans de ceſte matiere, & en fis ſelon mon ſtyle une deſcription, laquelle* SON EXCELLENCE *ayant veu, & corrigé les imperfections, leſquelles communement ſe trouvent és premieres inventions, ayant auſſi parfaitement entendu la reigle generale pour enombrer toute choſe propoſee ombrageable, & enombrageant à ſon contentement, j'ay adjouſté ceſte deſcription à ſes* Memoires Mathematiques, *pour les raiſons amplement deduites au commencement de ceſte œuvre.*

ARGUMENT.

OUtre ſix theoremes ſervans de fondement & demonſtration à la choſe, ſeront deſcrits 8 problemes, deſquels le premier eſt la 5 propoſition de l'invention de l'ombre d'un poinct ombrageable donné dedans le pavé, avec le vitre à angle droit ſur le pavé. La 6 propoſition de l'invention de l'ombre d'un poinct ombrageable donné deſſus le pavé, avec le vitre à angle droit ſur iceluy. La 9 propoſition de l'invention de l'ombre d'ombre d'un poinct ombrageable donné à angle oblique ſur le pavé. La 10 propoſition de l'invention d'un poinct ombrageable donné, le vitre eſtant parallele avec le pavé. En la 11 propoſition on y trouve par les propoſitions precedentes l'ombre de toute figure ombrageable donnée. Puis s'enſuit en la 12, 13, & 14 propoſition, l'invention de l'œil de certaines ombres données, pour les voir en leur perfection. Mais pour declarer plus ouvertement l'ordre precedent par dichotomie, nous en deſcrirons encores ceſte table :

Au traicté de ceſt ombragement ſe cerche
- l'ombre des poincts ombrageables, le vitre eſtant ſur le pavé
  - à angle droit, là où on trouve l'ombre d'un poinct ombrageable
    - dedans le pavé en la 5 propoſition.
    - deſſus le pavé en la 6 propoſition.
  - poinct à angle droit, à ſçavoir
    - à angle oblique en la 9 propoſition.
    - avec le pavé parallele en la 10 propoſition

  Et par tous ces preecedens, on trouve l'ombre d'une figure ombrageable donnée à la 11 ptopoſition.
- la place de l'œil, pour voir en perfection l'ombre donnée d'une figure ombrageable en la 12, 13, & 14 propoſition.

Le reſte des propoſitions eſtant theoremes, ſervent de fondement & demonſtration aux problemes ſuſdits.

ADVERTISSEMENT A CEUX QUI SE VEULENT ADDONNER à la practique de la Scenographie ou de l'ombragement.

D'Autant qu'au traicté ſuivant de l'ombragement, ſe reneontrent plus de propoſitions & deſcriptions qu'il n'eſt beſoin pour la practique d'ombragement, ſervantes de declaration aux cauſes, & demonſtration qu'iceluy ombragement mechanique, produit le vray ombre de l'ombrageable : S'enſuit qu'il pourroit eſtre difficile à ceux qui veulent ombrager en effect, d'en choiſir ce qui proprement, & ſeulement leur ſert pour l'actuel ombragement : Pour ceſte fin nous diſons icy, que celuy qui voudroit tout croire ſans demonſtration (ce qui ne ſemble convenable à un bon Mathematicien, quand meſme ce ne ſeroit qu'à intention d'entendre puis apres les demonſtrations) ou autrement ſi quelqu'un, qui une fois pour tout a bien entendu les demonſtrations, & ſe fie ſur la choſe, puis apres voudroit ombrer en effect, pourroit commencer premierement au deuxieſme exemple de la 5 propoſition operée mechaniquement, où ſe monſtre l'ombragement d'un poinct ombrageable dedans le pavé : Et au ſecond exemple mechanique de la 6 propoſition, l'ombragement d'un poinct ombrageable deſſus le pavé, chacun avec un vitre à angle droit ſur le pavé ; car par la cognoiſſance de l'ombragement de deux tels poincts, on vient à l'ombre de toute ligne ombrageable donnée, en quoy conſiſte l'entier ombragement. Mais on ſe ſouviendra des abbreviations qu'on acquiert en l'operation, declarées apres l'onzieſme propoſition en ſix membres. Quant à l'ombragement par poſition du vitre à angle oblique ſur le pavé, ou parallele avec iceluy, tel ombragement ſemble rarement requis, de ſorte que l'exercice d'iceluy n'eſt gueres neceſſaire pour le premier : Combien toutefois que nous en deſcrirons des exemples en ſon lieu pour la parfaite cognoiſſance de l'entier ombragement.

DEFINITIONS.

Definition I.

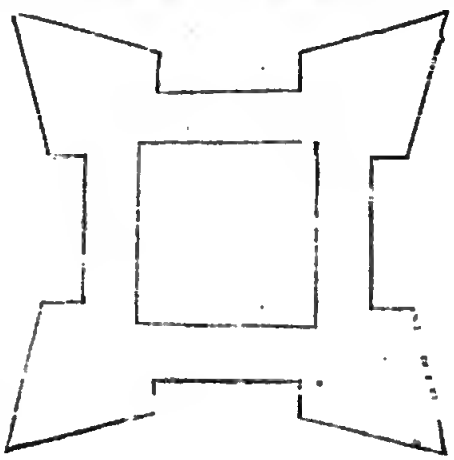
OMbragement c'eſt un plat pourtraict des choſes hauſſées, apparoiſſant hauſſé.

La perſpective, comme genre, a diverſes eſpeces, relles que ſont Catoptrique, Ombres refractes, Aſtrolabes, Quadrants au Soleil, l'Ombragement, & pluſieurs auttes, qui ont entre eux quelque communauté au perſpectif Mais comme leurs effects tendent à diverſes fins, ils requierent conſequemment diverſe maniere d'operation, chaque eſpece eſtant comme un art particulier diſtinctement nommé & deſcrit par ordre. Entre iceux nous nous propoſons icy la Scenographie : Or pour declarer manifeſtement par exemple les proprietés d'icelle, poſé que quelqu'un voye un edifice par un vitre net, egal, plat, & reluiſant, par lequel ſe voyent toutes choſes comme elles ſont, ſans variation, & ſi ſur la figure apparoiſſante, laquelle proprement n'eſt point dedans le vitre, on matquoit une figure qui y demeureroit : Icelle figure matquée platte, & approiſſante hauſſée, ſeroit le vray ombragement d'iceluy edifice, veu d'icelle place. Mais parce que tels pourtraits ne ſont pas tous requis ſur le vitre, ou matieres tranſparentes, meſmement qu'on les veut avoir plus nets, qu'ils ne ſe pourroient faire de la ſorte ; en outre que les edifices & choſes leſquelles ou veut pourtraire, ne ſont parfois point repreſentees en ſubſtãce devant noſtre veuë, mais ſeulement en l'imagination, on a trouvé certaines regles, par leſquelles on peut matquer juſtement les ombres des choſes ombrageables, avec leurs accouteiſſemens, allongemens, & changemens ſur leur propre meſure ombrée : Or la deſcription d'icelles, laquelle eſt ici noſtre eõception, s'appelle Ombragemẽt.

Definition II.

VN corps eſtant coupé avec un plan horizontal, tellement qu'en iceluy aparoiſſent les communes ſections du meſme plan, & des plans elevez, leſquelles y ſont dedans, ou de faict, ou par imagination : ceſte figure apparoiſſante eſt nommée Ichnographie, ou plan.

Soient par exemple les lignes de la figure ſuivante, denotans les communes ſections du plan horizontal, &



des

des plans elevez de l'interieure, & exterieure eſcarpe des rempars d'une forteresſe, avec quatre boulevarts, ſur un champ plan, & egal.

Ceſte figure s'appelle Ichnographie, ou plan, qui vaut autant à dire, que pourtraict du fondement, ſur lequel on veut baſtir quelque choſe, comme icy les rempars.

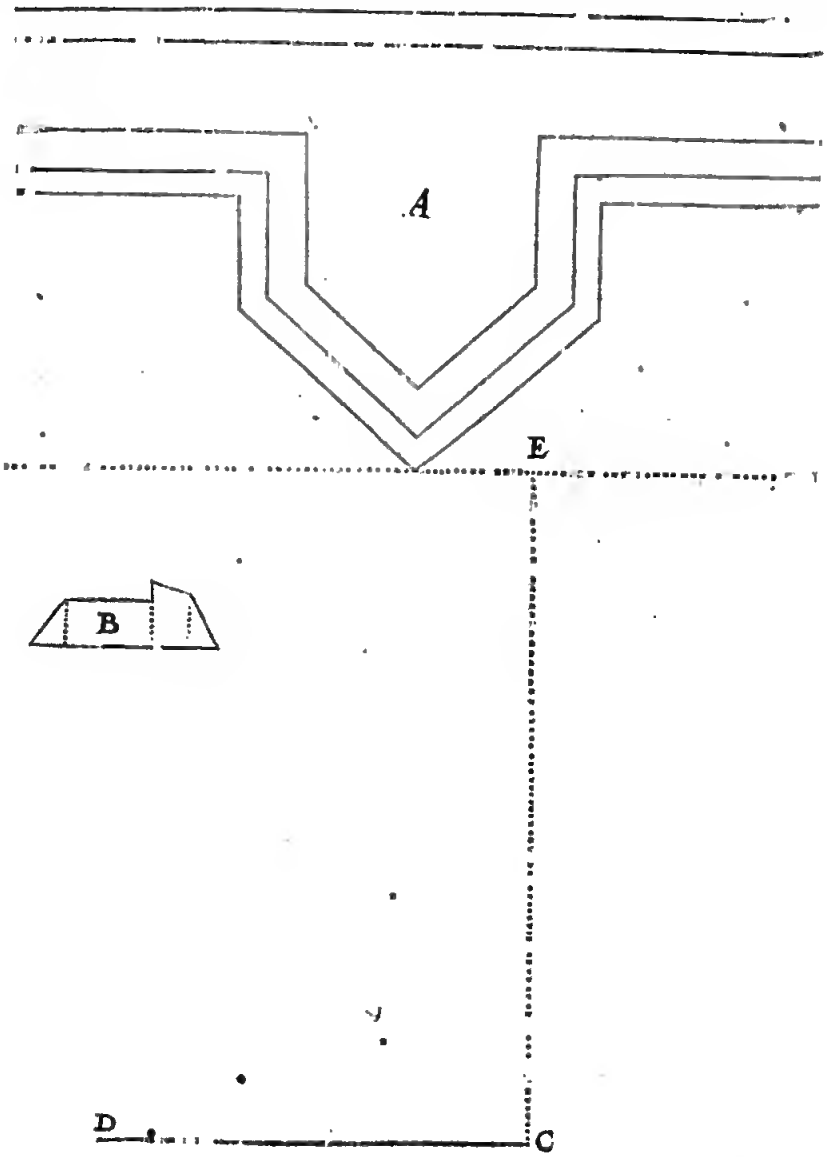
Mais pource qu'en iceluy on ne voit encores la hauteur, meſure, & forme d'iceux rempars elevez, il y a une troiſieſme eſpece de pourtraicture de ceſte qualité.

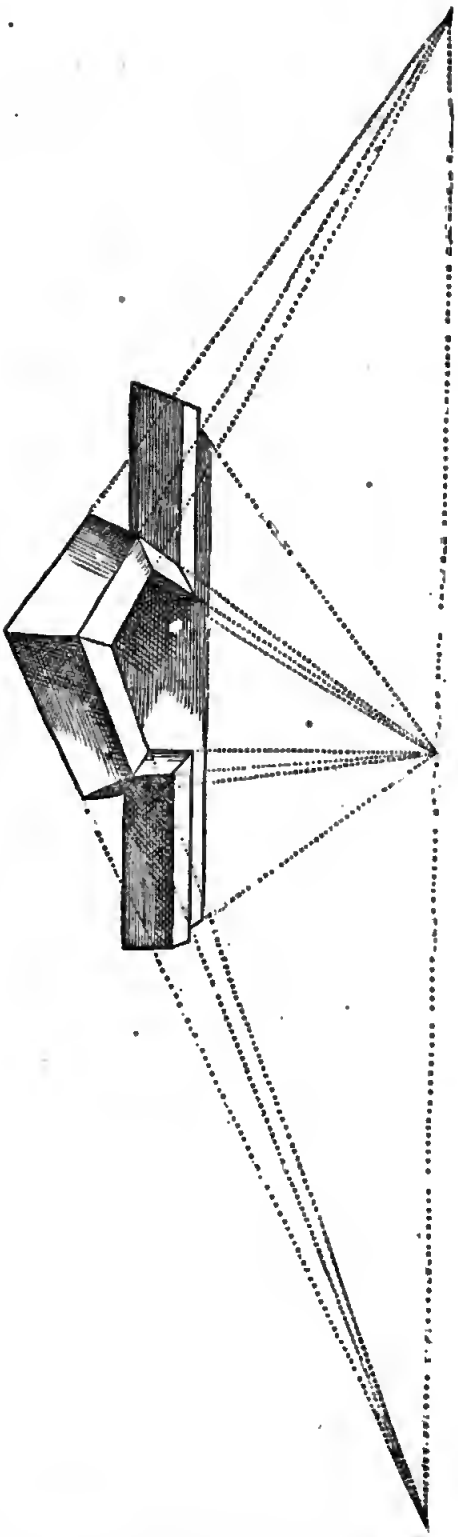
Definition III.

VN corps eſtant coupé avec un plan à angle droit ſur l'horizon, de ſorte qu'au meſme plan apparoiſſent les communes ſections d'iceluy, & des ſuperfices, leſquelles actuellement ou par imagination le coupent: ceſte figure apparoiſſante s'appelle Orthographie, Profil, ou Relief.

Soit pour exemple le rempart, lequel on feint ſur le plan de la 2 definition, coupé avec un plan à angle droit ſur l'horizon, & les ſections qu'en font les autres plans, ſont telles: A B ſection du plan horizontal, B C ſection du plan de l'eſcarpe exterieure, C D ſection du vertiee, D E ſection du plan du parapet, E F ſection du plan de l'allée, F A ſection du plan de l'eſcarpe interieure: Or le plan comprins en ces lignes, comme A B C D E F, eſt nommé Otthographie, Profil, ou Relief, d'autant que c'eſt une pourtraicture dreſſée debout. Et comme nous avons mis icy l'exemple d'une forteresſe, s'entendra le ſemblable auſſi des autres ſtructures, & choſes, leſquelles on peint, ou enombre.

Mais pour parler maintenant de la difference, & proprietez des ſuſdites trois eſpeces de pourtraicture, il faut ſçavoir que plan & profil, ſont idoines pour par iceux baſtir une ſtructure de figure & meſure requiſe: Comme par exemple, ſi quelqu'un dit qu'il veut baſtir un fort de telle forme & grandeur que les figures precedentes demonſtrent, on peut par icelles (l'eſchelle y eſtant adjouſtée, ſelon la couſtume) parvenir à ſon deſſeing: Mais non pas ainſi avec la figure ombragée, parce qu'elle n'a point les lignes, & angles proportionaux avec le requis; Mais elle a ceſte proprieté, qu'elle demonſtre pourquoy





le fort eſtant fait, il apparoit ou apparoiſtra à la veuë. Il faut auſſi ſçavoir que le plan & profil ſont neceſſaires au parfait ombragement : Par exemple, comme SON EXCÉLLENCE voulut enombrer un certain boulevart, rempli entierement de terre, ſur une courtine droite, il ſe propoſoit le plan icy comme A, duquel les ouvrages elevez, comme rempars, & parapets y venants deſſus, ſont denotez par le profil B; en outre C denote le pied, ſur lequel eſt imaginée une ligne, comme ligne de ſpectateur, egale à CD, & à angle droit ſur le pavé, (ce qui eſt icy ſur le plan de la fueille) & au bout de ceſte ligne eſtoit la place de l'œil en l'air, d'où il voulut qu'on viſt le boulevart, & ſuivant ceſte poſition il en fit le preſent ombragement, lequel tiré de ſon pourtraict fut taillé en bois, & imprimé comme on voit icy à coſté. Mais pour mettre l'œil devant l'ombre ſur ſa deuë place, dont l'invention eſt enſeignée cy-devant, on imagineroit ſur le poinct F une ligne droite egale à C, & à angle droit ſur le plan de la fueille; Car au bout d'icelle appliqué l'œil, on voit l'ombre en ſa perfection.

DEFINITION IV.

NOus nommons l'ombrageable, ſelon lequel ſe fait l'ombragement : Et iceluy ombragement achevé, ſon ombre.

Comme un poinct, ligne, ſuperfice, ou corps, ſelon lequel ſe fait l'ombragement, eſt nommé en general l'ombrageable, & en particulier, poinct ombrageable, ligne ombrageable, ſuperfice ombrageable, corps ombrageable : Mais l'ombragement fait ſelon chacun d'iceux, s'appelle leur ombre.

DEFINITION V.

PAvé eſt le plan, ſur lequel eſt dreſſé, ou git une figure ombrageable.

DEFINITION VI.

OEil c'eſt un poinct, qu'on poſe faire l'office de l'œil voyant.

DEFINITION VII.

LIgne de Spectateur, c'eſt une ligne droite de l'œil juſques au pavé, & ſon extremité dedans le pavé ſe dit pied.

Puis que la ligne perpendiculaire de l'œil, juſques au pavé ſur lequel eſt dreſſé un edifice, ou figure ombrageable, a ſimilitude avec la longueur du Spectateur, elle eſt appellée ligne de Spectateur, & ſon extremité dedans le pavé ſe nomme auſſi pied, pour la ſimilitude qu'elle a avec iceluy.

DEFINITION VIII.

MEſure de Spectateur, c'eſt une ligne egale à la ligne de Spectateur.

D'autant que la vraye ligne du ſpectateur eſt dreſſee ſur le pavé, par la 7 definition, & que pour imiter cecy ptoprement, il faudroit marquer ſur les fueilles des livres prinſes comme pavé, des lignes dreſſées ſur le plan d'icelles fueilles, ce qui difficilement ſe pourroit faire, & avanceroit bien peu la doctrine; il eſt ſouvent neceſſaire de marquer ſur le plan de la fueille la longueur de telle ligne, laquelle n'eſtant point la propre ligne du Spectateur meſme, ains ſeulement la meſure d'icelle, nous la nommons meſure de Spectateur.

DEFINITION IX.

VItre, c'eſt un plan infini entre l'œil, & la figure ombrageable, dedans lequel on poſe que l'ombrageable repreſente ſon ombre.

Veu qu'au lieu du vitre, dont nous avons parlé en la note de la 1 definition, on feint un plan, dedans lequel on poſe apparoiſtre l'ombre de l'ombrageable, ce plan pour le diſtinguer d'autres plans, eſt nommé vitre.

DEFINITION X.

VItrebaſe, c'eſt la commune ſection du vitre, & du pavé.

DEFI-

Definition XI.

Rayon c'eſt la ligne droite procedante de l'œil.

Definition XII.

Poinct de conjonction, eſt celuy dedans lequel ſe conjoignent les ombres prolongées de diverſes lignes ombrageables droites & paralleles.

Les lignes ombrageables droites & paralleles eſtant prolongées, ne ſe peuvent aſſemblér par la 35. definition d'Euclide, mais bien leurs ombres prolongées, quand elles ne ſont paralleles de leur ombrageable, comme il ſera declaré en la 3 propoſition. Or la conjonctiou d'icelles ſe dit poinct de conjonctiou.

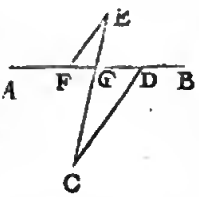
Definition XIII.

Et telles lignes, leſquelles s'aſſemblent ainſi au poinct de conjonction, ſont appellées lignes de conjonction.

Definition XIV.

Vne ligne droite tirée dedans le pavé du pied juſques à la vitrebaſe, ſe dit ligne de pavé: & ſon attouchement dedans le vitre, attouchement de la ligne de pavé.

Soit par A B denotée la vitrebaſe, C le pied, duquel eſt tirée la ligne droite C D juſques à la vitrebaſe, icelle C D s'appelle ligne de pavé, & ſon attouchement D dedans le vitre, attouchemeut de la ligne de pavé.



Definition XV.

Et ſtant d'un poinct ombrageable donné au pavé, tirée une infinie parallele avec la ligne de pavé: la ſection d'icelle en la vitrebaſe, nous la nommons ſection premiere de la vitrebaſe.

Soit E dedans la figure de la 14 definition un poinct ombrageable, duquel eſt tiré un plan infini E F parallele avec D C, coupant la vitrebaſe A B en F, icelle ſection F nous nommons premiere ſection de la vittebaſe.

Definition XVI.

Et ſtant d'un poinct ombrageable donnée au pavé. tiré une ligne droite juſques au pied: la ſection d'icelle en la vitrebaſe, nous nommons ſection ſeconde de la vitrebaſe.

Soit en la figure de la 14 definition, du poinct ombrageable donné E, tiré la ligne droite E C de E juſques au pied C, coupant la vittebaſe A B en G, icelle ſection nous la nommons ſeeõde ſection de la vittebaſe.

PETITIONS.

Petition I.

Que le poinct naturel ombrageable, ſon ombre en un vitreplan naturel, & l'œil naturel, ſoient en une ligne droite.

Un poinct naturel ombrageable, ſon ombre en un vitreplan naturel, & l'œil naturel, ne ſont neceſſairement en une ligne droite, d'autant que nous ne voyons aucune choſe eſſentielle, ains tant ſeulement l'ombre d'icelle, poſſible ſur une autre place, ce qui ſe prouve ainſi: Quelqu'un preſſant de coſté ſon œil, fait que ce qu'il voit, reeule bien loing de la place, ou il le voyoit ſans preſſer: Et combien qu'aucuns ayent la veuë telle, qu'ils ne puiſſent appercevoir ce changemẽt qu'à grand' peine, voite point du tout, aucuns neantmoins le voyent tres-bien. Je l'ay trouvé en effect exceder 33 degrez, car auſſi grand eſtoit l'angle entre les deux ombres, l'une veuë de l'œil preſſe, l'autre du libre: Mais la vraye choſe demeure en ſa place, pouttant ce qui s'eſloigne tant de ſon lieu, n'eſt pas la choſe eſſentielle meſmes, ains ſeulement l'ombre d'icelle: Laquelle ombre eſtant avec ſon ombre dedans le vitre naturel, & l'œil naturel, en ligne droite, certes la vraye choſe eſtant veritablement comme dit eſt, à un autre lieu, ne peut avec les autres deux eſtre en ligne droite. De là s'enſuit que quand par le mot, *poinct ombrageable*, on entendoit l'ombre veuë du poinct eſſentiel, qu'alors le poinct ombrageable, ſon ombre en un vitreplan naturel, & l œil naturel, ſeroient en une ligne droite, ſans que de cela il faut quelque petition. Mais d'autant que pour le preſent autre eſt l'opinion vulgaire, nous avons voulu demander cecy pour n'eſtre reprins de ceux qui cy-apres pourront mieux entendre la choſe.

Quant à ce que quelqu'un pourroit repliquer à ce que nous avons dit cy-devant, que quand l'œil eſt libre ſans preſſement, qu'alors l'ombre veuë couvre juſtement la matiere eſſeutielle, & ſont enſemble comme une meſme choſe; dequoy s'enſuit qu'en tel regard avec le moe poinct ombrageable, eſtant enteudu le poiuct naturel ombrageable, qu'iceluy avec ſon ombre dedans le vitre, & l'œil, ſont en une ligne droite, ſans qu'il en faille faire demande. Sur cecy on reſpond, que pluſieurs yeux non preſſez, voyent l'ombre à une autre place que là où eſt la choſe eſſentielle, comme les yeux des louches qui voyent deux choſes pour une, ou ceux qui ſont ſeulement louches d'un œil: Et combien que certains yeux moins louches, apperçoivent moindre difference entre l'ombre & la choſe eſſentielle, & les yeux du tout droits nulle; neantmoins conſiderant que de la parfaite droiture ne ſe peut faire parfaite preuve, (car deux yeux de ſemblable diſpoſition peuvent avoir chacun vice à la veuë, ſans toutefois que pour cela ils voyent deux ombres pour une) ſi ſemble-il que la demande eſt aſſez fondée en taiſon. Notez encore que par diverſes autres occaſions que par l'œil, les ombres reculent de leur choſe eſſentielle, comme celles qu'on preſume voir dedans l'eau; car oncques homme ne vit non ſeulement dedans l'eau quelque choſe eſſentielle, mais auſſi ne vit la meſme ombre, laquelle il en peut voir en l'air, mais une autre à une autre place: Ce qui appert en cela, qu'un jetton, ou autre choſe, giſent ſur le fond d'un vaſe vuide, de ſorte qu'on ne puiſſe voir le jetton, on pourra parler plus proprement l'ombre d iceluy jetton, à caoſe du bord du vaſe, & que plus on rempliſt le vaſe avec de l'eau, on void le jetton comme il ſemble manifeſtement: Mais ce n'eſt point le jetton eſſeutiel, ni auſſi l'ombre qu'on peut voir en l'air, mais une autre ombre caoſée par l'eau Et de meſmes ſe comportent les lumieres celeſtes, les ombres deſquelles ſe voient ſur l'horizon, devant que les lumieres eſſentielles ſoient deſſus, ce qui eſt une autre ombre cauſée par les vapeurs aerieuſes. On trouve pluſieurs autres divers changemens de ces ombres comme par le feu, par vitres obliques, & autres matieres reluiſantes comme miroirs: Mais puis que le traicté de telles choſes ſe rapporte plus proprement aux catoptriques, nous l'avons adjouſté là & obmis icy.

Petition II.

Que un poinct, ligne, ou plan ombrageable, donné au vitre, ſerve auſſi pour ſon ombre.

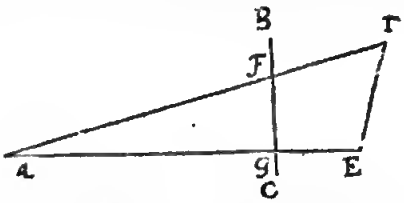
S'ENSUIVENT LES

PROPOSITIONS.

THEOREME I. PROPOSITION I.

LA ligne droite entre deux ombres des poincts ombrageables, eſt ombre de la ligne droite ombrageable entre les meſmes deux poincts ombrageables.

Le donné. Soit A l'œil, la ligne droite B C le vitre veu de coſté, D & E deux poincts ombrageables, & D E la ligne druite entre deux ſoit la ligne ombrageable:

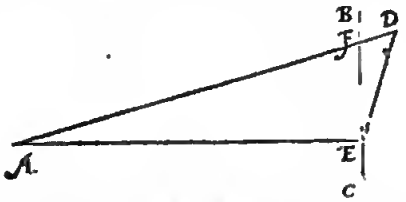


Puis tirant les lignes A D, A E, elles traoſperçent le vitre eo F & G, leſquels ſoot par la premiere petitioo ombres des poincts ombrageables D & E.

Le requis. Il faut demooſtrer que la ligne F G eſt ombre de l'ombrageable D E.

DEMONSTRATION.

Comme le poinct ombrageable D, a pour ombre F, & le poinct ombrageable E pour ombre G; ainſi faut-il manifeſtement que tout poinct ombrageable entre D & E, aye ſon ombre entre F & G, & par conſequeot la ligne F G eſt ombre de l'ombrageable D E.



Mais ſi l'un des poincts ombrageables, comme E, eſtoit poſé dedans le vitre comme icy joignant, il ſera par la deuxieſme petition ſon ombre propre, & F E ſera maoifeſtement ombre de D E.

Concluſion. La ligne droite donc entre deux poincts ombrageables, eſt ombre de la ligne droite ombrageable entre les meſmes deux poincts ombrageables; ce qu'il falloit demonſtrer.

THEOREME II. PROPOSITION II.

LEs lignes paralleles ombrageables, eſtant veuës par le vitre qui eſt parallele avec les paralleles: Leurs ombres dedans le vitre ſont auſſi paralleles.

Quand le vitre n'eſt point parallele avec les lignes paralleles ombrageables, leurs ombres o'y apparoiſſeot point paralleles, comme il ſera demonſtré en la 3 propoſition: Mais que le coortaire advienne quand le vitre eſt parallele avec les lignes ombrageables, nous le demonſtretons icy.

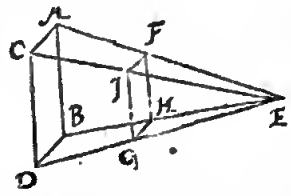
Le donné. Soieot A B & C D deux lignes paralleles ombrageables, E l'œil, & par F G tende le vitre parallele avec les deux paralleles A B & C D.

Le requis. Il faut demonſtrer que les ombres de A B & C D ſont pareillement paralleles dedans le vitre.

Preparation. Soient tires les deox lignes A C, B D, & les quatre rayons E A, E B, E C, E D, comprenans la pyramide E A B D C, & tranſperçans le vitre en H, F, I, G.

DEMONSTRATION.

Que F H ſoit ombre de l'ombrageable A B, & I G de C D, appert par la premiere propoſition. Mais qu'icelles deux ombres F H, I G ſoient auſſi paralleles ſe demonſtre ainſi: D'aotant qoe la pyramide E A B D C eſt coupée avec on plan H F I G parallele de la baſe A B C D, il faut que la ſection ſoit ſemblable à la meſme baſe A B C D: Partant F H G I eſt ſemblable à A B C D, dedans lequel F H eſtant homologue avec A B, & I G avec C D, eſtant en outre A B avec C D pareillement parallele, faot que H F ſoit auſſi avec G I parallele.



Concluſion. Les lignes paralleles ombrageables doncques eſtant veuës par le vitre qui eſt parallele avec les paralleles: Leurs ombres dedans le vitre ſont aoſſi paralleles; ce qu'il falloit demonſtrer.

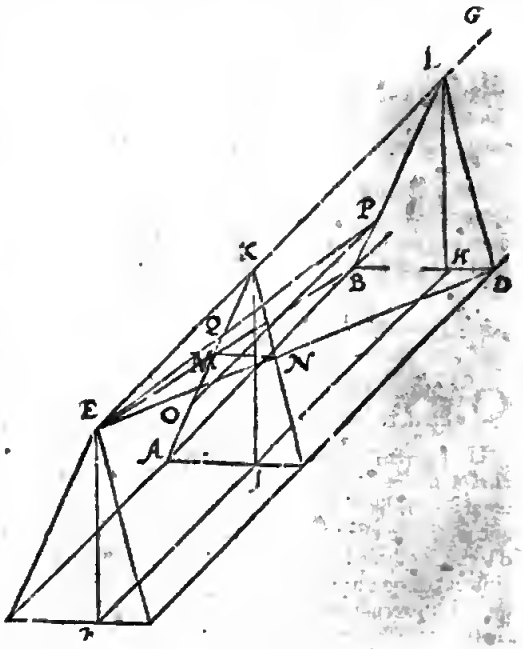
CONSEQVENCE.

Il appert par le precedent, qu'un plan ombrageable parallele du vitre, donoe touſiours uoe moindre ombre ſemblable au plan ombrageable.

THEOREME III. PROPOSITION III.

LEs lignes paralleles ombrageables eſtant veuës par le vitre qui n'eſt parallele avec les paralleles, & leurs ombres eſtant prolongées en iceluy, elles conjoignent en un meſme poinct du rayon qui eſt parallele avec l'ombrageable parallele, & icelles ombrageables eſtant pareillement paralleles avec le pavé, leur poinct de conjonction vient auſſi haut deſſus le pavé comme l'œil.

Le donné. Soyent A B & C D deus lignes paralleles ombrageables, E l'œil, F le pied, entre leſquels eſt tirée la ligne de ſpectateur E F, & hors de l'œil E l'infinie E G parallele avec A B denoraot un rayon: Plus, la ligne F H parallele avec A B coupant A C en I, & tou-



chant B D en H: Puis I K avec H L toutes deux paralleles & egales avec F E, & ſoit par A C K tiré un vitre qui n'eſt

n'eſt point parallele avec les paralleles AB & CD, deſquelles la vitre baſe ſoit AC; & les ombres des lignes ombrageables AB, CD appatniſſantes dedans le vitre infini ſnnt AM, CN, par la 1 propoſition.

Le requis. Il faut demonſtrer qn'icelles AM, CN eſtant prolongées, cnnjnindrnnt en un meſme pninct du raynn EG, à ſçavoir en K (qui eſt par la 12 definirinn le pninct de conjonction) auſſi haut deſſus le pavé, comme l'œil.

Preparation. Soit par les trnis pninets E, A, B, tiré un plan infini; pareillement un plan infini par les trois poincts E, C, D.

DEMDNSTRATION.

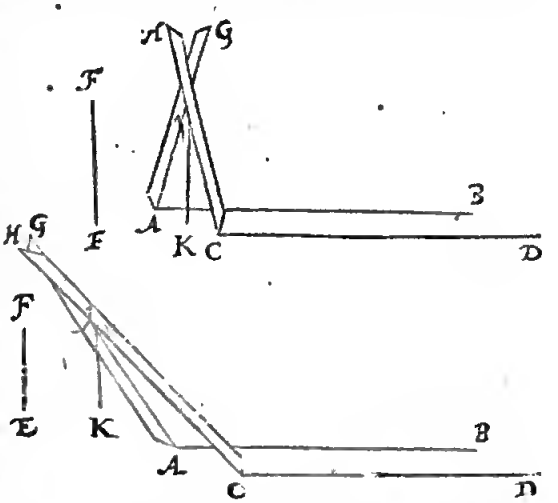
D'autant que les deux plans infinis par EAB & ECD s'entrecoupent au poinct E, il faut que leur ſectinn ſnit parallele avec AB; Pnurtant EG eſt neeeſſairement cnmmune ſectinn d'iceux plans. Ce qu'eſtant ainſi, les quatre pninets E, A, B, L, ſont tous en un meſme plan, comme ſnnt auſſi en un meſme plan les quarre poincts E, C, D, L. Apres, pnurce que AM eſt ombre de la ligne nmbrageable AB, laquelle par le dnnné eſt veuë de l'œil E, il faut que AM ſnit au meſme plan où eſt AB: Mais AB eſt au plan infini par EAB; pourtant AM eſt auſſi au meſme plan: Elle eſt auſſi dedans le vitre infini par le dnnné, pnurtant la ligne prnlnngée AM tnuche la ligne EL (entant que cnmmune ſection des deux plans) en K: Mais que la prolnngée CN dnive pareillement venir juſques au meſme pninct K, ſe demonſtre ainſi: CN eſt (pour les taiſons qui ſnnt declarées de AM) dedans le plan infini par ECDL, pareillement dedans le vitre infini ACK; pnurtant la ptnlongée CN doit tencontrer en quelque endroit la commune ſection EG des deux plans infinis: Soit, s'il eſtoit pnſſible, en quelque pninct entre K & G, nu entre K & E: Mais tnus tels poincts ſont hors le vitre, pourtant la ligne drnite CN eſtant dedans le vitre, & drnitement prolongée, viendrnit à s'eſtendre dehnrs le vitre, ce qui eſt impnſſible. Mais ſi elle vient plus haut ou plus bas que la ligne EG, elle devroit courir hors le plan infini ECDL, ce qui pareillement ne ſe peut faire. AM doncques & CN eſtans prolongées, ſe conjoignent en un meſme poinct du raynn EG. Quant à ce que le pninct de conjnnction K, vient auſſi haut deſſus le pavé que l'œil E, appert en ce que KI & EF ſont paralleles, entre les paralleles EK, FI.

Nnus avnns demonſtré juſques icy que les ombres AM, CN eſtant prnlongées, ſe conjnignent en un meſme pninct, & ce de deux lignes nmbrageables AB, CD, leſquelles giſent dedans le plan ABCD: Mais pour declarer la generalité de la propoſitinn ſur toutes paralleles auſſi en un autre plan, ſoit prolongée une ligne ombrageable OP parallele avec AB. mais deſſus icelle AB en un autre plan que ABCD, & eſtant le poinct O, je pnens, en AM; & P en LB: Puis ſoit tirée EP coupant AK en Q. Ce qu'eſtant ainſi, il eſt nntoire que comme AM eſt ombre de AB, qu'ainſi il faut que OQ pareillement ſoit ombre de OP. Mais que le meſme OQ prolnngée s'aſſemble auſſi au poinct de conjonction K, eſt manifeſte.

Concluſion. Les lignes doncques paralleles ombrageables, eſtant veuës par le vitre qui n'eſt parallele avec les paralleles, & leurs nmbres eſtans prnlnngées en iceluy, ſe conjoignent en un meſme pninct du rayon qui eſt parallele avec les nmbrageables paralleles, & icelles ombrageables eſtans pareillement paralleles avec le pavé, leur pninct de conjnnctinn vient ſi haut deſſus le pavé comme l'œil; ce qu'il falloit demonſtrer.

NDTEZ.

Si quelqu'un vnulnit voir en effect, enmme meſmes SON EXCELLENCE a fait, le contenu du precedent theoteme, pourra faire ainſi: Il tirera deux lignes paralleles avec de la croye, cordes tenduës, ou choſes ſemblables, ſur un pavé uni horizontal: Leſquelles denx lignes paralleles ſnnt denotées avec AB, CD; Puis EF ſignifie la longitude de la ligne du Spectateut, de laquelle F denote l'œil du Spectateur; plus ſont dreſſees deux regles de bnis ſur les paralleles, enmme la regle AG, & CH, ſe crnifant recipranquement au poinct I; de ſorte que le meſme pninct I eſt de telle hauteur deſſus le pavé comme l'œil F, ainſi que IK eſt egale avec EF. Ce qu'eſtant ainſi, il verra que la ligne fiducielle AI, vient drnitement devant AB, & CI devant CD: Ce qui ſe trnuve ainſi en toutes diſpoſitions droites ou obliques où on met les regles, vnire & ſi la ligne perpendiculaire ne tombe de I juſques à K entre les deux paralleles, mais autre part loing de la, comme en la ſeconde figure. On verra auſſi qu'encore qu'il ſeroit pnſſible



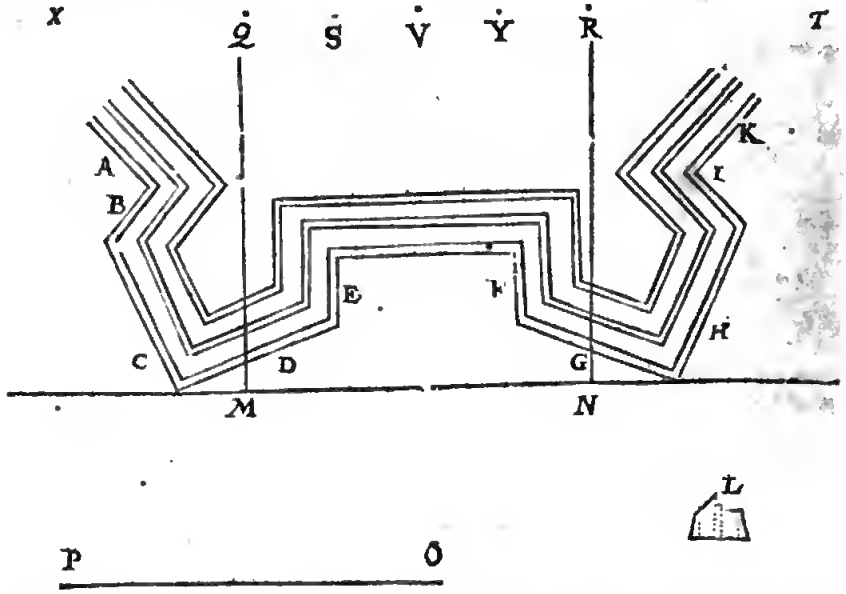
de prolonger infiniment les deux nmbrageables paralleles AB, CB, qn'elles s'accordetoient nnnobſtant avec la ſuſdite ligne fiducielle, & demeureroient couvertes ſnus icelle. Mais ſi on avance le poinct du croiſement I, plus haut ou bas que l'œil du ſpectareur F, ou qu'autrement qu'nn mette l'œil de coſté de I, ainſi que la ligne drnite de F juſques I ne ſoit parallele avec AB, il eſt impoſſible de voir accorder icelles lignes fiducielles toutes deux enſemble ſur les ſuſdites paralleles. Cecy eſtant ainſi entendu, & qu'on ſe prnpoſe par imagination, que les deux lignes fiducielles AI, CI ſnient apparoiſſantes en un vitre, comme nmbres prolnngées de AB, CD, on voit comment leur conjonction ſe fait ſur un meſme poinct, qui eſt au poinct de conjonction, auſſi haut deſſus le pavé cnmme l'œil. En ceſte ſorte on trouve auſſi le meſme, mettant les regles ſur autres lignes ombrageables paralleles avec AB, és plans plus haut nu bas que le plan ABDC. Deſquelles choſes les cauſes ſont mathematiquemẽt demonſtrées en la ſuſdite 2 propoſit.

THEOREME IV. PROPOSITION IV.

ESTans diverſes parties de lignes ombrageables paralleles, leſquelles ſont auſſi paralleles avec le pavé, mais non paralleles avec le vitre, & l'une partie des paralleles non parallele des autres: Leurs divers poincts de conjonction ſont tous egalement hauts deſſus la vitre baſe.

Le

Le donné. Soit A B C D E F G H I K le plan de la partie d'un fort regulier dedans le cercle inſcriptible, ayant 8 bouleverts, deſquels ceſte partie en comprend deux, L ſuit le profil, M N la vitrebaſe, le vitre de laquelle à angle droit ſur le pavé tend par les deux poincts extremes des bouleverts, qui eſt auſſi parallele avec la grande courtine entre deux, O eſt le pied, O P meſure du Spectateur, egale à la ligne du Spectateur imaginée à angle droit ſur le pavé. Les temparts ont ſix lignes: La premiere denote l'extremité de l'eſcarpe exterieure: De là juſques à la ſeconde ligne eſt la largeur de l'eſcarpe: Juſques à la troiſieſme, la largeur du paraper: Juſques à la quatrieſme, la largeur du bancquet: Juſques à la cinquieſme, la largeur du chemin ſur le rempart: Juſques à la ſixieſme, la largeur de l'eſcarpe interieure, de laquelle on peut voir en l'orthographie ou profil L plus



manifeſte declatation. En ceſte Ichnographie ou plan ſont ſept diverſes parties de lignes droites paralleles, mais l'une partie non parallele avec l'autre. La premiere partie des douze lignes, à ſçavoir ſix de la grande courtine A, avec les ſix de l'eſpaule I, leſquelles ſont paralleles avec les lignes A, d'autant que c'eſt une partie d'un octogone tegulier: La ſeconde partie des douze lignes, à ſçavoir ſix de l'eſpaule B, & ſix de la grande courtine K: La troiſieſme partie, ſix paralleles de C: La quatrieſme, ſix paralleles de D: La cinquieſme douze paralleles de E avec F: La ſixieſme, ſix paralleles de G: La ſeptieſme, ſix paralleles de H. Quant aux ſix paralleles de la grande courtine, qui ſont paralleles avec le vitre M N, leurs ombres prolongées n'ont pas de poinct de conjonction par la 2 propoſition. Sur toutes les ſuſdites lignes ſont imaginées les ombrageables egales & paralleles avec icelles, mais chacune auſſi haute deſſus le pavé comme le profil le demonſtre: Tellement qu'il y a ſept telles parties des lignes, ayant dedans le vitre qui eſt imaginé à angle droit ſur le pavé par M N ſept divers poincts de conjonction, leſquels ſont icy deſignez ſur le pavé avec Q, R, S, T, V, X, Y, auſſi loing de la vitrebaſe M N comme ils en viennent au vitre, à ſçavoir Q comme poinct de conjonction des ombres prolongées de l'ombrageable deſſus A & I: Et R poinct de conjonction des ombres prolongées des ombrageables deſſus B & K; & ainſi par ordre des autres.

Le requis. Il faut demonſtrer qu'iceux ſept divers poincts de conjonction ſont egalement haut deſſus la vitrebaſe.

Preparation. Soient tirées des poincts de conjonction Q & R, deux lignes à angle droit ſur la vitrebaſe, leſquelles ſont Q M, R N. Mais puis qu'elles ſont dedans le pavé auquel eſt la donnée Ichnographie, qui toutefois proprement devroient eſtre au vitre à angle droit ſur le pavé deſſus la vitrebaſe M N; prennons doncques par imagination, que ſur M N ſoit dreſſé tel vitre, & que les lignes Q M, R N ſoient tournées en haut, tournantes ſur les poincts M, N, tant qu'elles ſoient à angle droit ſur le pavé dedans le vitre.

Demonstration.

D'autant que Q eſt poinct de conjonction des paralleles deſſus A & I, eſtant avec la ligne Q M à angle droit ſur le pavé par la preparation, & que par la 3 propoſition le poinct de conjonction Q ſoit auſſi haut deſſus le pavé, que l'œil deſſus le pied O, qui eſt autant comme O P, il faut que Q M ſoit egal à O P. Et par ſemblables raiſons on demonſtrera que R N eſt pareillement egale à O P; parquoy auſſi Q M & R N ſont egales, & par conſequent les deux poincts de conjonction Q & R ſont egalement haut deſſus le pavé. Le ſemblable ſera demonſtré de tous poincts de conjonction.

Concluſion. Eſtant doncques diverſes parties de lignes ombrageables paralleles, leſquelles ſont auſſi paralleles avec le pavé, mais non paralleles avec le vitre, & l'une partie des paralleles non parallele des autres: Lors divers poincts de conjonction ſont tous egalement hauts deſſus la vitrebaſe; ce qu'il falloit demonſtrer.

Probleme I. Proposition V.

Eſtant donné un poinct ombrageable dedans le pavé, le vitre à angle droit ſur le pavé, le pied, & la ligne du Spectateur: Trouver ſon ombre.

1 *Exemple par operation Mathematique.*

Le donné. Soit A un poinct ombrageable dedans le pavé, B C la vitrebaſe, le vitre de laquelle eſt imaginé à angle droit ſur le pavé, D le pied, ſur lequel par imagination

gination nous prenons estre erigée une ligne de Spectateur egale à la mesure de Spectateur D E, à l'angle droit sur le pavé.

Lerequis. Il faut trouver l'ombre du poinct ombrageable A.

OPERATION.

Pour le premier je tire du pied D, jusques à la vitrebase B C, la ligne de pavé D F, ainsi qu'il advient, hormis qu'en cas qu'icelle ligne de pavé soit prolongée, ne tende par le poinct ombrageable A, dequoy la raison sera declarée cy-apres.

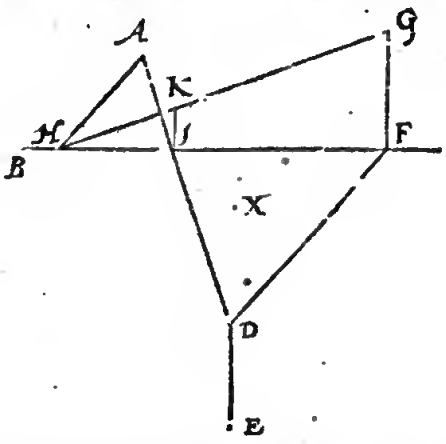
Pour le second, de l'attouchement de la ligne de pavé F, la mesure de Spectateur F G à angle droit sur la vitrebase B C, & egale à la mesure de Spectateur D E.

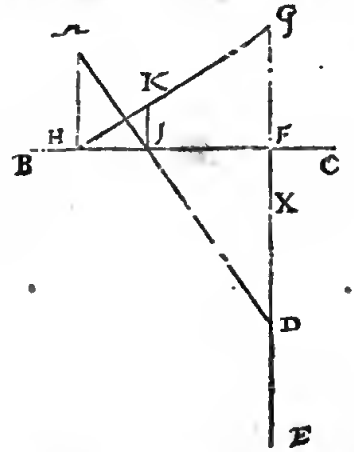
Pour le troisiesme, du poinct ombrageable donné A, la ligne A H parallele avec la ligne de pavé D F, coupant la vitrebase B C en H, comme premiere section.

Au quatriesme, la ligne G H, laquelle icy & au suivant je nomme ligne de conjonction, d'autant qu'elle est en l'operation de l'ombragement, ou qu'on enombre des paralleles, comme ligne de conjonction, le poinct de conjonction de laquelle G, & ayant en soy l'ombre de A H.

Au cinquiesme, la ligne du poinct ombrageable A jusques au pied D, coupant la vitrebase B C en I, comme sa seconde section.

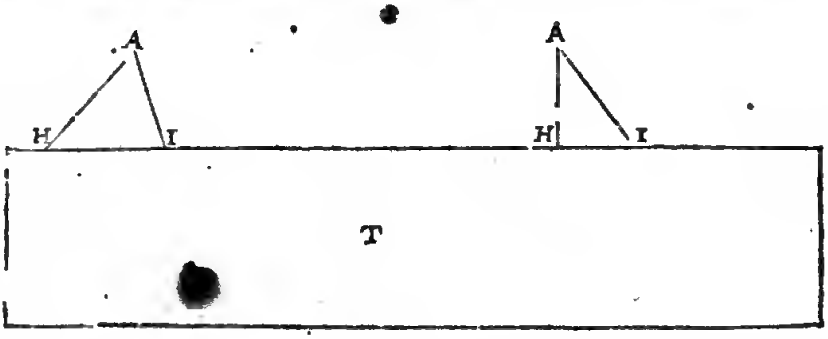
Au sixiesme, de la seconde section I une ligne à angle droit sur la vitrebase B C, jusques à ce qu'elle rencontre la ligne de conjonction G H, qui soit en K.





Ce qu'estant ainsi, je dis que le poinct K est l'ombre requise du poinct ombrageable A, ce qu'on entendra ainsi : Posé que le plan dedans lequel est l'ombre K comme au vitre, soit par imagination separable du pavé, & tournant sur la vitrebase B C comme axe, soit mis à angle droit sur le pavé, qu'aussi pareillement soit dressée à angle droit sur le pavé la ligne E D ; demeurant le poinct D ferme, & venant E en l'air comme œil : Ce qu'estant ainsi, je dis qu'alors l'œil E, le poinct K, & le poinct ombrageable A, sont tous trois en une ligne droite, & pourtant K ombre de A.

Preparation de la demonstration. Veu que la susdite separation du vitre & pavé par imagination pourroit estre obscure, nous la separerons actuellement comme s'ensuit : Soient les deux figures precedentes encore remarquées, mais tellement que par l'aide de double papier la figure qui s'entend devoir venir dedans le vitre, se puisse separer de la figure dedans le pavé, qu'on puisse aussi dresser debout la mesure de Spectateur D E donnée dedans le pavé, comme ligne de Spectateur tournant le vitre sur la vitrebase B C comme axe, & la ligne de Spectateur sur le pied D, afin de pouvoir ainsi mettre le vitre & la ligne de Spectateur toutes deux sur le pavé, lesquelles je suppose estre ainsi dressées en effect.



DEMONSTRATION.

D'autant que le vitre, auquel est K, & la ligne de Spectateur D E, sont maintenant tous deux à angle droit sur le pavé par la preparation, je dis que la ligne droite de l'œil E par le vitre jusques au poinct ombrageable A transperce le mesme vitre en K comme ombre de A, qui se demonstre ainsi : Le rayon imaginé de E jusques à G, est parallele avec D F, & D F parallele avec H A, par le troisiesme article de l'operation ; parquoy E G est parallele avec H A, & pourtant G est poinct de conjonction de l'ombre prolongée de l'ombrageable H A

par la troiſieſme ptopoſition ; parquoy il faut que l'ombre de HA ſoit en la ligne de conjonctioo GH, & pourtant eſt auſſi l'ombre de A en H G : elle eſt auſſi dedans le plan infini tendant par A E D, mais iceluy plao coupe H G en K, pourtant K eſt l'ombre de A.

NOTEZ.

Il eſt dit au premier article de l'operation que la prolongée ligne de pavé D F ne peut reodre par le poinct dooné A ; la raiſon eſt qoe faiſant autrement, l'attoument de la ligne de pavé, & H premiere ſection de la vitrebaſe tomberoient au troiſieſme article rouſiours en un meſme poioct, par lequel on ne parvient à aucune coneluſion : Dont encores eecy s'enſuit : quaod on tire la ligne de pave D E, ainſi que l'attouchement de la ligne de pavé tombe fort pres de la premiere ſection de la vitrebaſe H, l'operatioo mechanique aura là peu de certitude. quoy que cooſiderée mathematiquement elle ſoit la meſme.

Briefveté ſur l'operation.

Si dedans le pavé eſtoient deux ou pluſieurs poincts ombrageables donnez, comme A, tombans tous enſemble eo une meſme ligne droite, on peut premierement pour brieveté tirer la ligne A H par iceux deux ou pluſieurs poincts, & la ligne de pavé, comme D F parallele avec icelle ; afin que les deux lignes, comme AH, G H demeureot les meſmes en l'inveotion de l'ombre de chaqoe poinct ombrageable.

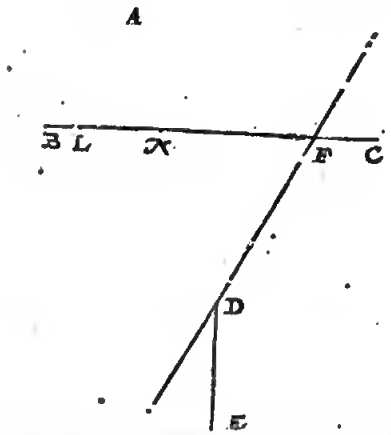
2 Exemple par operation mechanique.

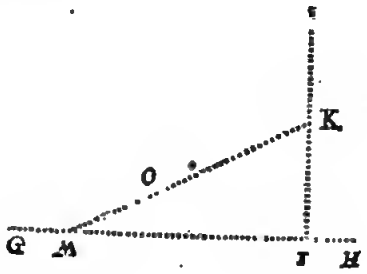
Quand on ne marque pas l'ombre d'un poinct ombrageable dedans un plan particuliet comme vitre, mais au pavé meſme, comme il a eſté fait cy-devant pour la demooſtrarion mathematique, & que pluſieurs poioots ſont à ombrager ; leurs ombres ſeroient fort obſcureies avec les poioots ombrageables, & autres lignes de l'operatioo : Pour à quoy obvier, oous declareroos comment on marque l'ombre eo l'actuel ombragemeot ſur un plan particulier comme vitre.

Le donné. Soit à ceſte fioeneores A un poinct ombrageable dedans le pavé, B C la vitrebaſe, le vitre de laquelle eſt imaginé à angle droit ſur le pavé, D le pied, ſur lequel par imaginatioo nous prenons eſtre dreſſée une ligne de Spectateur egale à la meſure de Spectateur D E, laquelle ligne de Spectateur eſt comme le vitre auſſi à angle droit ſur le pavé.

Le requis. Il faut trouver l'ombre do poioct A.

Preparation de l'operation Mechanique. Je tire du pied D, juſques à la vitrebaſe B C la ligne de pavé D F comme il advient, horſmis qui ſi ceſte ligne de pavé eſtoit prolongée elle ne tendroit pas par le poinct ombrageable dooné A : Apres on prolonge icelle ligne de pavé aſſez loing de deux coſtez, pour ſur icelle pouvoit faire l'operation ſuivante : Puis je tire ſur on autre plan, dedans lequel comme vitre je requiers l'ombre, la ligoe occulte G H comme vitrebaſe, marquant en icelle le poinct I, comme homologue avec F, puis la ligne occulte I K à angle droit ſur la vitrebaſe G I, & de telle ſorte que la meſme I K, comme meſure de Spectateur au vitre, ſoit egale à la donnée meſure de Spectateur D E. Soit puis apres la meſme meſure de Spectateur I K aſſez prolongée.





Ceſte preparation eſtant une fois ainſi faite, nous declarerons maintenant par ce poinct ombrageable dooné A dedans le pavé, eomment ſe marquent au vitre tous les poioots ombrageables doonez dedans le pavé, & cela pat ſix articles.

L'operation mechanique.

Premierement je mets l'un des pieds du compas ſur le poinct ombrageable donoé A, l'autre eo la prolongée ligne de pave D F, de ſorte que la ligne droite imagioée de l'un des pieds do compas juſques à l'autre, vienne quaſi ſelon le jugemeot de l'œil à angle droit ſur la meſme prolongée ligne de pavé D F, & demeurant alors iceluy pied immobile ſur A, on deſcrit avec l'autre uo petit arc occulte, lequel touchant la ligne proloogée de pavé D F ſans couper, j'ay ſur le compas la loogueur deſirée.

Ao ſeeood, demeurant le compas en ſon ouverture, je mets l'on des pieds en ſa prolongée ligne de pavé DF, l'autre dedans la vitrebaſe B C, & tellemeot que la ligne eotre les deux pieds du compas viene derechef, quaſi ſelon le jugement de l'œil, à angle droit ſur la prolongée ligne de pavé D F ; l'eſſayaot avec un petit arc occulte comme devant, & l'autre pied tombe lors par exemple à L, comme premiere ſection.

Au troiſieſme, je prens avec le compas la longueur de l'attouchemeor de la ligne de pavé F juſques à la premiere ſection L, & la tranſporte de l'attouchement de la ligne de pavé du vitre I vers G dedans la vitrebaſe, laquelle tombe, je prens à M, comme premiere ſection.

Au

Au quatrieſme, je tire l'occulte ligne de conjonction du poinct de conjonction K, juſques à la premiere ſection M.

Au cinquieſme, je mets une regle droite ſur le pied D & le poinct ombrageable A, laquelle regle coupant la vitrebaſe B C en N, comme ſeconde ſection, je prens lors avec le compas la longueur depuis icelle ſeconde ſection N, juſques à l'attouchemẽt de la ligne de pavé F.

Au ſixieſme, je mets alors l'un des pieds du compas en la prolongée meſure de Spectateur I K, l'autre eo la ligne de conjonction K M, mais en ſorte que la ligne imaginée entre les deux poincts du compas, tombe quaſi ſelon le jugement de l'œil à angle droit ſur la prolongée meſure de Spectateur I K, m'en aſſeurant par un petit arc occulte en la prolongée I K, comme au premier article, & l'autre pied tombe alors dedans la ligne de conjonction K M, par exemple juſques à O, pour ombre requiſe. Dont la demonſtration eſt manifeſte par la demonſtration precedente du premier exemple.

Concluſion Eſtaot doncques donné un poinct ombrageable dedans le pavé, le vitre à angle droit ſur le pavé, le pied, & la ligne de Spectateur, nous avons trouvé l'ombre ſelon le requis.

Probleme II. Proposition VI.

Eſtant donne un poinct ombrageable deſſus le pavé en l'air, la vitre à angle drois ſur le pavé, le pied, & la ligne de Spectateur: Trouver ſon ombre.

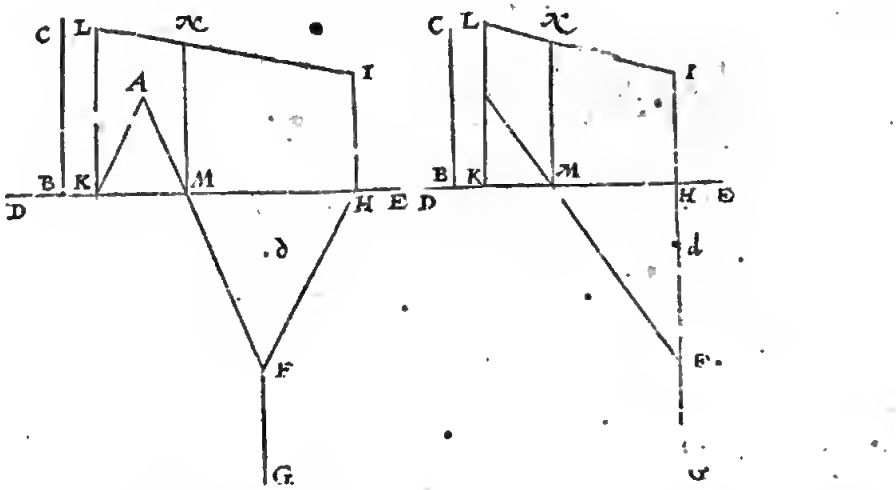
1 *Exemple par operation Mathematique.*

Le donné. Soit A un poinct dedans le pavé, ſur lequel eſt imaginée une ligne droite egale à B C, & à angle droit ſur le pavé, dont le poinct ſupreme eſt le poinct ombrageable deſſus le pavé en l'air: Puis ſoit D E la vitrebaſe, le vitre de laquelle eſt imaginé à angle droit ſur le pavé, F eſt le pied; ſur lequel par imagination nous prennons eſtre dreſſée une ligne de Spectateur, egale à la meſure de Spectateur F G, à angle droit ſur le pavé.

Le requis. Il faut trouver l'ombre du poinct ombrageable, c'eſt de l'extremité de la ligne de A egale à B C, & à angle droit ſur le pavé.

Operation.

Au premier, je tire du pied F juſques à la vitrebaſe D E, la ligne de pavé F H, ainſi qu'il advient, horſmis que ſi ceſte ligne de pavé eſtoit prolongée, elle ne tendroit pas par le poinct donné A, pour les raiſons deduites à la 5 propoſition.



Au ſecond, de l'attouchement de la ligne de pavé H, la meſure de Spectateur H I à angle droit ſur la vitrebaſe D E, & egale à la meſure de Spectateur F G, tellement que I eſt poinct de conjonction.

Au troiſieſme, du poinct donné A, la ligne A K parallele avec la ligne de pavé H F, coupant la vitrebaſe D E en K, comme ſection premiere.

Au quatrieſme, K L egale à la donnée B C, & à angle droit ſur la vitrebaſe D E.

Au cinquieſme, la ligne de conjonction I L.

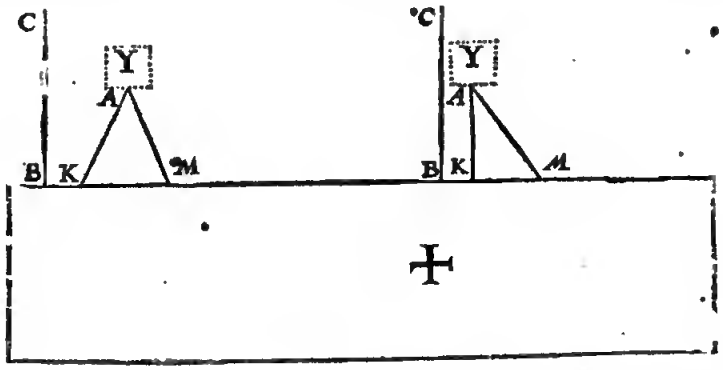
Au ſixieſme, la ligne du poinct douné A juſques au pied F, coupant la vitrebaſe D E en M, comme ſection ſeconde.

Au ſeptieſme, de la ſection ſecoude M, une ligne à angle droit ſur la vitrebaſe D E, juſques à tant qu'elle rencontre la ligne de conjonction I L, qui ſoit en N.

Cecy eſtant ainſi, je dis que N eſt l'ombre requiſe du poinct ombrageable donné, ce qu'on entendra ainſi: Prenant que le plan dedans lequel eſt N, comme au vitre, ſoit ſeparable par imagination du pavé, & tournant ſur la vitrebaſe D E comme axe, ſoit mis à angle droit ſur le pavé: Que pareillement ſoit dreſſée à angle droit ſur le meſme pave la ligne F G, demeurant le poinct F fermé, & venant G dedans l'air comme l'œil: Puis ſur le poinct A une ligne egale à B C pareillement à angle droit ſur le pavé, de ſorte que l'extremité d'icelle ſignifie le poinct ombrageable: Ce qu'eſtant ainſi, je dis qu'alors l'œil G, le poinct N, & iceluy poinct ombrageable, ſont tous trois en une ligne droite, & pourtant N eſt l'ombre requiſe.

Preparation de la demonſtration. Parce que la ſuſdite ſeparation imaginée du vitre & du pavé pourroit eſtre obſcure, nous la ſeparetons actuellement comme s'enſuit: Soient les deux figures precedentes encores marquées, ainſi que par l'aide du papier double lequelle la repre-

repreſente, s'entende devoir venir dedans le vitre, puiſſe eſtre ſeparée de la figure dedans le pavé, qu'on puiſſe auſſi dreſſer la donnée meſure de Spectateur F G dedãs le pavé, comme ligne de Spectateur, & pareillement uoe ligne ſur A, egale à B C, comme A O, tournant le vitre ſur la vittebaſe D E comme axe, & la ligne de Spectateur F G ſur le pied F, & A O ſur le poinct A, afin de pouvoir ainſi dreſſer le vitre, ligne de Spectateor, & ligne A O, à angle droit ſur le pavé, leſquels je prens icy actuellemeot eſtre ainſi mis.



DEMONSTRATION.

D'autant que le vitre dedans lequel eſt N, la ligne de Spectateur F G, & la ligne A O, ſont tous trois à angle droit ſur le pavé, je dis que la ligne droite de l'œil G par le vitre juſques au poinct ombrageable O, tranſperce le meſme vitre en N, comme ombre de O, ce qui ſe demonſtre ainſi : Le rayon imaginé de G juſques à I, eſt parallele avec F H, & F H parallele avec A K, par le troiſieſme article de l'operation, & A K avec l'imaginée O L : parquoy G I eſt parallele avec l'imagioée O L, & pourtant I eſt poinct de conjonction de l'ombre prolongée de l'ombrageable L O par la 3 propoſition; parquoy il faut que l'ombte de O ſoit en la ligne de conjonction I L, & pourtant l'ombre de O eſt auſſi en I L : Elle eſt auſſi au plan infini tendant par F G, mais iceluy plan coupé I L en N; partant N eſt l ombre de O.

Briefveté ſur l'operation.

Si dedans le pavé eſtoient deux ou pluſieurs poincts donnez, comme A, tombans tous en une ligne droite, on peot pour briefveté premierement tirer la ligne A K, par iceux deux ou pluſieurs poincts, & la ligne de pavé, comme F H, parallele avec icelle, afin que les autres lignes, comme K L, tombent toos en la meſme K L, ou eo ſa prolongée.

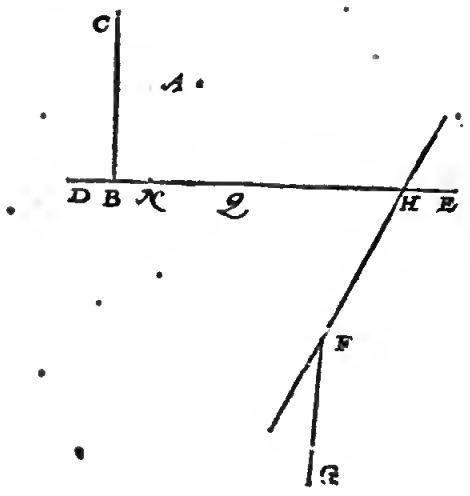
2 Exemple avec operation mechanique.

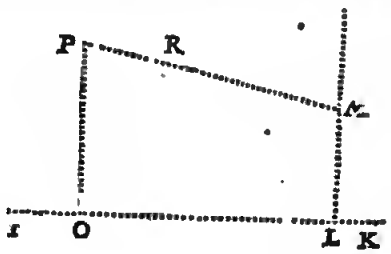
Les meſmes raiſons qui en la cinqoieſme propoſition m'ont pouſſé à deſcrire un ſecond exemple avec operation mechanique, m'en ont fait mettre icy ſemblablemeor uo ſecond.

Le donné. Soit derechef A ùn poioct dedans le pavé ſur lequel s'imagine eſtre dreſſée une ligne droite egale à B C, & à angle droit ſur iceluy pavé, de laquelle ligne le poinct ſuperieur eſt le poinct ombrageable deſſus le pavé en l'air; ſoit encore D E la vittebaſe, le vitre de laquelle s'imagine à angle droit ſur le pavé, F le pied, ſur lequel par imagination nous prennons qoe dreſſée une ligne de Spectateur, egale à la meſure de Spectateur F G, à angle droit ſur le pavé.

Le requis. Il faut trouver l'ombre du poioct ombrageable, lequel eſt l'extreme poinct de la ligoe ſur A egale à B C, & à angle droit ſur le pavé.

Preparation de l'operation Mechanique. J'açoit que ceſte preparation ſoit totalement ſemblable à la preparation de l'operation mechanique de la 5 propoſitioo, toutes





fois

fois d'autant qu'il y a quelque differeoce és lettres ſignifiantes, & que joignant cela elle ſerve pour imiter en l'actuel ombragement, nous la deſcritons encore au long pour plus grande commodité & eſclairciſſement, comme s'enſuit: Je tire du pied F, juſques à la vittebaſe D E la ligne de pavé F H comme il advient, excepté que ſi ceſte ligne de pavé eſtoit prolongée elle oe tendroit pas par le poinct dooné A, & ſoit icelle ligne de pavé, aſſez prolongée des deux coſtez, pont pouvoir faire ſur icelle l'operation ſuivante: Pois je tire ſur un autre plan, dedans lequel comme vitre je requiers l'ombre, la ligne occulte I K comme vittebaſe, marquant en icelle le poinct L, comme homologue avec H; puis la ligne occulte L M à angle droit ſur la vittebaſe I K; de ſorte qu'icelle L M, comme meſure de Spectateur dedans le vitre, ſoit egale à la donnée meſure de Spectateur F G: Soit puis apres la meſme meſure de Spectateur L M aſſez prolongée.

Ceſte preparation ainſi une fois faite, nous declareroos maintenant par ce poinct ombrageable donné deſſus le pavé en l'air, comment les ombres de tous poincts ombrageables deſſus le pavé en l'air, ſe marquent au vitre, & cela par ſept articles.

Operation mechanique.

Premietement je mets l'un des pieds du compas ſur le poinct donoé A, l'autre en la ptolongée ligne de pavé F H, tellement que la ligne droite imagioées de l'un des pieds du compas viene quaſi ſelon le jugement de l'œil à angle droit ſur la meſme ptolongée ligne de pavé F H, & demeurant lors l'un des pieds ſur A immobile, on deſcrit avec l'autre un petit arc occulte, lequel touchant la ptolongée ligne de pavé F H ſans couper, j'ay ſur le compas la longueur requiſe.

Au ſecond, le compas demeurant en icelle ouverture, je mets l'un des pieds en la proloogée ligne de pavé F H, l'autre en la vittebaſe D E; & tellement qne la ligne entre les deux pieds du compas, viene derechef ſelon le jugement de l'œil, quaſi à angle droit ſur la ptolongée ligne de pavé F H, l'eſſayant avec uo petit arc occulte comme devant, & l'autre pied tombe lors par exemple dedans N, comme premiere ſection.

Au troiſieſme, je prens avec le compas la longueur de l'attouchement de la ligne de pavé H, juſques à la premiere ſection N, & la tranſporte de l'attouchement de la ligne de pavé L vers I en la vittebaſe, laquelle tombe, en O, comme premiere ſection.

Au quatrieſme, je tite de la premiete ſection O, la ligne occulte O P à angle droit ſur la vittebaſe I K, & egale a la hauteur donnée B C.

Au cinquieſme, je tire une ligne de conjonction occulte du poinct de conjonction M juſques à P.

Au ſixieſme, je mets une regle droite ſur le pied F & le puinct donné A, laquelle regle coupe la vittebaſe DE en Q, comme ſeconde ſection: Puis je prens avec le compas la longueur de la meſme ſeconde ſectioo Q, juſques à l'attouchement de la ligne de pavé H.

Au ſepnieſme, je mets alors l'un des pieds du compas en la ptolongée ligne de Spectateur L M, l'autre eo la ligne de coujonction M P; mais en ſorte que la ligne imaginée entre les deux pieds du compas viene quaſi ſelun le jugement de l'œil à angle droit ſur la ptolongée meſure de Spectateur L M, m'aſſeurant par la deſcription d'un petit arc occulte en la proloogée L M, comme au premier article, & l'autre pied tombe lors en la ligne de conjonction M P, je ptens en R pour ombre requiſe; dequoy la demonſtration eſt manifeſte par la precedente operation du ptemier exemple de ceſte propoſition.

Concluſion. Eſtant doncques donné un poinct ombrageable deſſus le pavé en l'air, le vitre à angle droit ſur le pavé, le pied, & la ligne de Spectateor, nous avons trouvé l'ombre, ſelon le requis.

Juſques icy nous avons deſcrit les propoſitions de l'invention de l'ombre d'un poinct ombrageable où le vitre eſtoit à angle droit ſur le pavé, mais les deux propoſitions ſuivantes ſerviront à l'invention de l'ombre d'un poinct ombrageable, là où le vitre ſera à aogle oblique ſur le pavé.

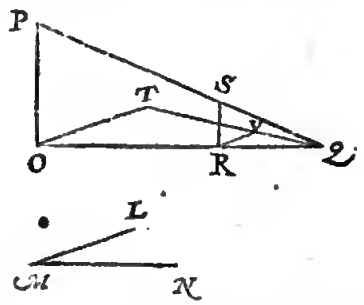
Theoreme V. Proposition VII.

TOurnant le vitre ſur la vittebaſe comme axe, & la ligne de Spectateur ſur le pied, tellement qu'elle demeure touſiours parallele d'une ligne, laquelle eſt dedans le vitre à angle droit ſur la vittebaſe. L'ombre d'un poinct ombrageable dedans le pavé, demeure dedans le vitre touſiours en une meſme place.

Le donné. Soit en la prepatation de la demonſtration de la 5 ptopoſition le vitre B C G, & la ligne de Spectateur D E, toutes deux dreſſées à angle droit ſur le pavé; & alors H ſera l'ombre du poinct ombrageable A, veu de l'œil E, comme il eſt demonſtré: Puis ſoit tourné le vitre en bas, tant qu'il face un angle ſur le pavé egal à ceſt angle L M N, le meſme ſoit fait avec la ligne de Spectateur D E, tellement qu'elle demeure parallele avec I K, c'eſt, comme en la propoſition, parallele avec une ligne, laquelle eſt à angle droit dedans le vitre ſue la vittebaſe.

Le requis. Il faut demonſtret que K en icelle derniere poſition, demeure ombre du poinct ombrageable A, & ce en la meſme place du vitre, à ſçavoir que le rayon de l'œil E juſques A tendra par K.

Preparation. Pour ne parler obſcurement de la ligne imaginée dedans l'air, ſoit par ceſte O P deſignée ſignifiée la ligne de Spectateur D E, quand elle eſt à angle droit ſur le pavé, qui eſt icy à angle droit ſur O Q comme ligne de pavé, au lieu d'icelle ligne de pavé D A, & ceſte R S à angle droit ſur la meſme ligne de pavé O Q



ſignifie icelle ligne I K dedans le vitre à angle droit ſur ladite ligne de pavé D A: Plus ſoit ce poinct Q, au lieu du poinct ombrageable A, & P Q ſoit le rayon tranſperçant le vitre R S en S, comme ombre de Q veuë de l'œil P. Apres ceſte poſition ſoit faite la ſeconde, à ſçavoir O P tourné en bas, tellement que l'œil P ſoit venu juſques à T; de ſorte que l'angle T O Q ſoit egal à l'angle donné L M N: Soit puis apres tiré le rayon T Q, puis R V pareillement avec O T, juſques à ce qu'elle touche T Q, ce qui eſtant ainſi, je dis que la ligoe R V tombe egale à R S, d'où s'enſuivta, & ſe demonſtreta, ce qui doit eſtre prouvé en ceſte propoſition.

DEMONSTRATION.

Il eſt notoire, que comme au triangle O P Q, la ligne O P à R S, ainſi Q O à Q R; Et comme au triangle O T Q, la ligne O T à R V, ainſi Q O à Q R: Tellement que les deux lignes O P, R S, & auſſi les deux lignes O T, R V ſont avec deux meſmes lignes proportionelles; & pourtant proportionelles entre elles, c'eſt comme O P à R S, ainſi O T à R V. Et par raiſon alterne inverſe, comme O T à O P, ainſi R V à R S. Mais O T eſt egale avec O P; pourtant R V eſt auſſi egale avec R S. De ſorte que la ligne de Spectateur O P deſcendue juſques à O T, & le vitre R S auſſi autant, c'eſt juſques à R V, le rayon T Q rend par le meſme poinct du vitre, à ſçavoir V, par lequel tendoit le rayon P Q, à ſçavoir par S: car S & V ſignifient le meſme poinct du vitre, parce que R S & R V ſont egalement longues; & par conſequent l'ombre du poinct ombrageable Q ne change dedans le virre de place: Mais V eſt icy en telle qualité, comme là K en la ſeconde poſition par le donné; pourtant K demeure en la ſeconde poſition ombre du poinct ombrageable A, & ce au meſme lieu du vitre.

Concluſion. Tournant donc le vitre ſur la vitrebaſe comme axe, & la ligne de Spectateur ſur le pied, tellement qu'elle demeure touſiours parallele d'une ligne laquelle eſt dedans le vitre à angle droit ſur la vitrebaſe: L'ombre d'un poinct ombrageable dedans le pavé, demeure dedans le vitre touſiours ſur une meſme place; ce qu'il falloit demonſtrer.

CONSEQVENCE.

Ayant demonſtré cy-deſſus, que quand le vitre & la ligne de Spectateur rournent paralleles comme devant, qu'alors le rayon de E juſques à A rend touſiours par K: De là s'enſuit que le vitre & la ligne de Spectateur eſtans tournées juſques au pavé, tellement que E ſoit venu juſques à X, il faut que les trois poincts X K A ſoient alors en une ligne droite: Dequoy encores s'enſuit, qu'on pourroit trouver l'ombre K par plus facile voye que de la precedente operation de la 5 propoſition: A ſçavoir ſans qu'on tire les deux lignes I K, A D; mais ſeulement A X; dont la ſection, en la ligne de conjonction G H ſeroit l'ombre requiſe: Mais conſiderant la regle commune, laquelle eſt plus commodement imitée en l'operation mechaoique ſelon la premiere maniere, nous nous y arreſteroos.

Notez encore que conſideré que l'ombre de tout poinct ombrageable dedans le pavé, demeure touſiours en une meſme place du vitre, quand le vitre & la ligne de Spectateur tournent enſemble ſur la vitrebaſe comme axe, de là s'enſuit que l'ombre de toute figure platte ombrageable dedans le pavé, demeure touſiours la meſme & en une meſme place du vitre, quand le vitre & la ligne du Spectateur roornent enſemble.

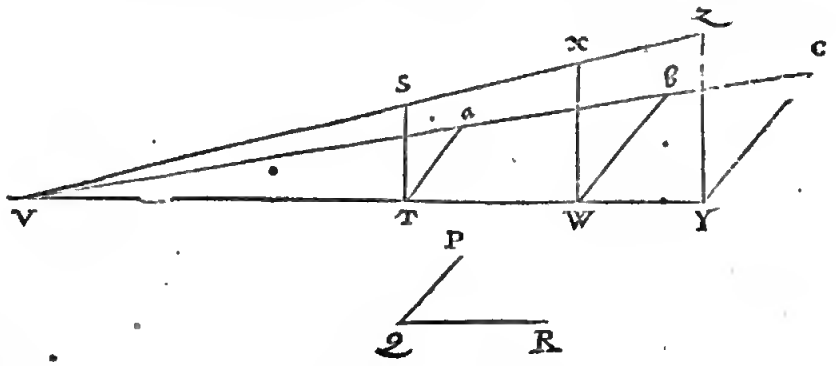
THEOREME VI. PROPOSITION VIII.

TOurnant le vitre ſur la vitrebaſe comme axe, & la ligne de Spectateur ſur le pied, avec la ligne entre le poinct ombrageable deſſus le pavé & le pavé, tellement qu'elles demeurent touſiours paralleles d'une ligne, laquelle eſt dedans le vitre à angle droit ſur la vitrebaſe: L'ombre du poinct ombrageable deſſus le pavé, demeure dedans le vitre touſiours ſur une meſme place.

Le donné. Soient en la preparation de la demonſtration de la 6 propoſition le vitre D E I N L, la ligne de Spectateur F G, avec la ligne A O, toutes trois dreſſées à angle droit ſur le pavé, & alors N ſera l'ombre du poinct ombrageable O, veuë de l'œil G, comme il eſt demonſtré là. Puis le vitre tourné en bas juſques à ce qu'il face ſur le pavé un angle egal à ceſt angle P Q R, & le ſemblable ſoit fait avec la ligne de Spectateur F G, auſſi avec la ligne A O; de ſorte qu'elles demeurent toutes deux paralleles avec M N, c'eſt, comme il eſt dit en ceſte propoſition, parallele d'une ligne laquelle eſt dedans le vitre à angle droit ſur la vitrebaſe.

Le requis. Il faut demonſtrer que N en ceſte derniere diſpoſition, demeure ombre du poinct ombrageable O, & cela au meſme lieu du vitre, à ſçavoir que le rayon de l'œil G juſques à O, tendra par N.

Preparation. Afin de ne parler en termes obſcurs des lignes imaginées en l'air, ſoit par S T ſignifiée la ligne de Spectateur F G quand elle eſt à angle droit ſur le pavé, c'eſt icy à angle droit ſur T V, comme ligne de pavé, au lieu d'icelle ligne de pavé F A: Et ceſte W X à angle droit ſur icelle ligne de pavé T V, ſigoifie la ligne M N dedans le vitre à angle droit ſur ceſte ligne de pavé F A:



Soit puis apres ceſte Y Z au lieu d'icelle A O, & S V ſoit le rayon tranſperçant le vitre W X en X, comme ombre de Z veuë de l'œil S. Apres ceſte poſitioo premiere ſoit faite la ſeconde, à ſçavoir T S rourné en bas, tellement que l'œil S ſoit venu juſques à *a*; de ſorte que l'angle *a* T V ſoit egal à l'angle donné P Q R: Plus ſoit tiré le rayon *a* V, puis W *b*, & Y *c*, toutes deux paralleles avec T *a*.

DEMONSTRATION.

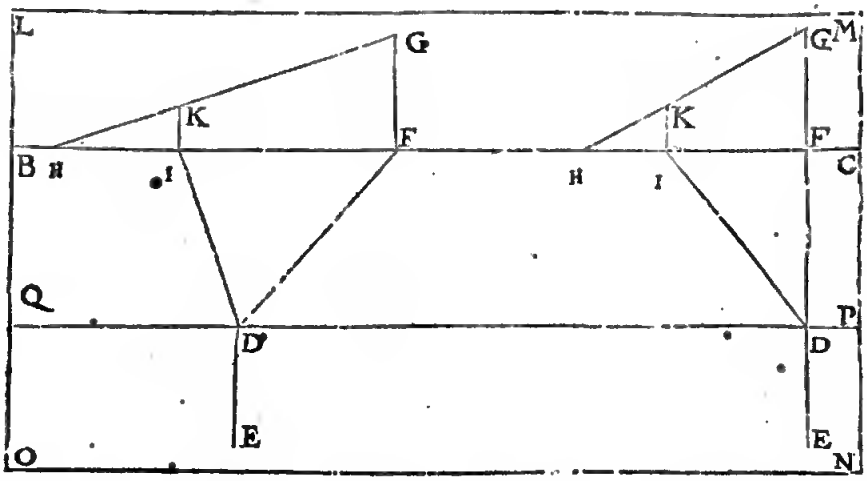
W *b* tombe egal à W X par la demonſtration du premier exemple, & pour meſme raiſon Y *c* tombe auſſi egal avec Y Z, de ſorte que la ligne de Spectateur T S deſcenduë juſques à T *a*, & le vitre W X auſſi autant, qui eſt juſques W *b*, & Y Z juſques à Y *c*; alors le rayon tend de *a* juſques au poinct ombrageable *c*, par le

AV RELIEUR.

Le Relieur de livres ſe ſouviendra que ce quadrangle ſigné LMNO, doit eſtre coupé par ſes quatre lignes LM, MN, NO, OL, & qu'alors le quadrangle BCPQ, ſe doit coller ſur le quadrangle marqué T à la 529 page, du premier livre des Perſpectives, mais ainſi que les deux quadrangles LMCB, PNOQ, ſe peuvent dreſſer debout, & remettre embas quand on veut.

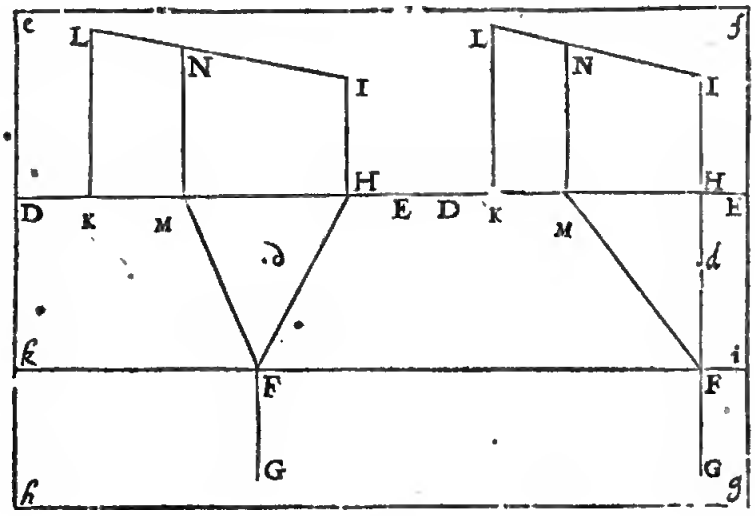
AENDEN BOUCKBINDER.

Den Boeckbinder ſal ghedencken dat deſe vierhouck gheteyckent LMNO *uytgeſneden moet vvorden, door de vier linien* LM, MN, NO, OL, *en dat alſdan den vierhouck* BCPQ *gepapt moet zyn op den vierhonck geteyckent* T *inde* 529 *zyde vant eerſte bouck der Deurſichtige, maer alſo datmen de vvvee vierhoncken* LMCB, *en* QPNO *mach rechts over-eynde ſtellen, en vvederom alſmen vvil plat neder-leggen.*



Semblablement ſe doit couper ce quadrangle *efgh*, par les quatre lignes *ef, fg, gh, he*, & alors faut il coller le quadrangle DE*ik* ſur le quadrangle ſigné + à la 532 page du premier livre des Perſpectives, mais ainſi que les deux quadrangles *ef*ED, & *kigh*, ſe peuvent dreſſer debout, & remettre embas quand on veut.

Deſgelycx moet uytgeſneden vvorden deſe vierhouck efgh, *door zyn vier linien* ef, fg, gh, he, *en alſdan moet den vierhouck* DEik *gepapt zyn op den vierhouck geteyckent* + *inde* 532 *zyde vant eerſte bouck der Deurſichtige, maer alſoo datmen de vvvee vierhoncken* efED, *en* kigh, *mach over-eynde ſtellen, en vvederom alſmen vvil plat neder-leggen.*



Encorè ſe couperont ces deux petits quadrangles chaſcun ſigné *l*O, & les petits quarrez ſignez *l* ſe colleront ſur les petits quarrez ſignez Y, accordant le poinct inferieur de la ligne *l*O ſur le poinct A, pour iceux papiers ſemblablement dreſſer debout, & remettre embas quand on veut.

Noch ſalmen uyt-ſnijden deſe tvvee cleene vierhouexkens elex geteyckent lO, *en de viercantkens gheteyckent* l, *ſalmen pappen op de viercantkens gheteyckent* Y, *paſſende t'onderſte der lini* Ol *opt punt* A, *om die papierkens ock recht over-eynde te mogen ſtellen, en vvederom alſmen vvil plat neder-leggen.*

Digitized by Google

le meſme poinct de vitre, à ſçavoir *b*, par lequel tendoit le rayon SZ, nommement par X; car X & *b* ſignifient le meſme poinct du vitre, d'autant que X W & *b* W ſont egalement longues : Et conſequemment l'ombre du poinct ombrageable Z ne change de place dedans le vitre; Mais *b* eſt icy en telle diſpoſition comme illec N en la ſeconde poſition par le donné; pourtant N demeure en ceſte ſeconde poſition ombre du poinct ombrageable O, & ce dedans la meſme place du vitre.

Concluſion. Tournant donc le vitre ſur la vitrebaſe comme axe, & la ligne de Spectateur ſur le pied, avec la ligne entre le poinct ombrageable deſſus le pavé & le pavé, tellement qu'elles demeurent touſiours paralleles d'une ligne, laquelle eſt dedans le vitre à angle droit ſur la vitrebaſe : L'ombre du poinct ombrageable deſſus le pavé demeure dedans le vitre touſiours ſur une meſme place; ce qu'il nous falloit demonſtrer.

Conſequence.

Ayant demonſtré cy-deſſus, que quand le vitre, la ligne de Spectateur, & la ligne A O, touroent paralleles à la maniere comme deſſus, qu'alors le rayon de G juſques O tend touſiours par N : De là s'enſuit que le vitre, la ligne de Spectateur, & la ligne A O, eſtant tournées juſques au pavé, de ſorte que G ſoit venu juſques à *d*; & O juſques à *e*, il faut alors que les trois poincts *d*, N, *e*, ou G, N, O, ſoient en une ligne droite; d'où s'enſuit qu'on pourroit trouver l'ombre de N par une autre maniere, que par la precedente operation de la 6 propoſition, en ceſte ſorte : On tirera une ligne du poinct donné A juſques à *e*, egale à BC, & paralleleavec HI: puis tirant *d e*, leur ſection en la ligne de conjonction ſeroit ſon ombre requiſe : Mais conſiderant la regle generale, laquelle s'imite commodement en l'operation mechanique ſelon la premiere maniere, nous nous y arreſterons.

Notez encores : D'autant que la ligne depuis le poinct ombrageable en l'air juſques au pavé, doit tourner parallele avec le vitre & la ligne de Spectateur, pour voir l'ombre de ce poinct à une meſme place du vitre, s'enſuit que ſi la ligne depuis le poinct ombrageable en l'air juſques au pavé, demeuroit dreſſée debout quand les autres deux tournent paralleles, que l'œil verroit l'ombre du poinct ombrageable changer de place, & conſequemment tous edifices immobiles, les choſes auſſi elevées ſur le pavé changent leurs ombres dedans le vitre, ce que ne font les figures ombrageables dedans le pavé, comme nous avons dit en la conſequence de la 7 propoſition.

Probleme III. Propositon IX.

Etant donné un poinct ombrageable, le vitre à angle oblique ſur le pavé, le pied, & ligne de Spectateur : Trouver ſon ombre.

D'autant que le poinct ombrageable peut eſtre dedans le pavé ou deſſus, nous en deſcrirons deux exemples.

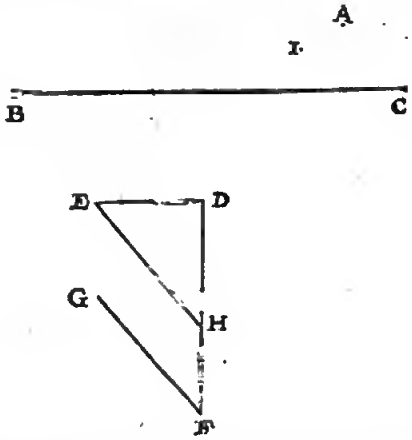
Premier exemple avec le poinct ombrageable dedans le pavé.

Le donné. Soit A un poinct ombrageable dedans le pavé, BC la vitrebaſe, D le pied, ſur lequel par imagination nous prenons que ſoit dreſſée une ligne de Spectateur à angle droit ſur le pavé, & egale à la ligne de Spectateur DE, laquelle je mets icy parallele avec BG : Puis ſur ED eſtant tirée à angle droit la ligne DF auſſi longue qu'il adviendra, & ſur icelle FG, faiſant l'angle DFG : Alors l'angle d'inclination du vitre ſur le pavé vers A, eſt egal au meſme angle DFG.

Le requis. Il faut trouver l'ombre du poinct ombrageable A.

Operation.

Je tire de l'œil de la ligne de Spectateur E, une ligne droite juſques à H en DF, ou, s'il eſtoit beſoing, en ſa prolongée, & parallele avec GF : Ce qu'eſtant ainſi, je prens maintenant H pour pied, EH pour meſure de



Spectateur, la ligne de Spectateur de laquelle ſoit à angle droit ſur le pavé : Puis je prens que le vitre duquel la vitrebaſe BC, viene pareillement à angle droit ſur le pavé, & avec tel donné cerchant l'ombre de A ſelon la maniere de la 5 propoſition, elle ſe trouve, je prens, romber en I, lequel I je nomme l'ombre requiſe.

Demonstration.

Si la ligne de Spectateur n'avoit eſté egale avec ED, mais egale avec HE, & à angle droit ſur le pavé : Si pareillement le vitre n'avoit eſté à angle oblique ſur le pavé, mais à angle droit, il eſt manifeſte par l'operation de ceſte propoſition, qu'alors I ſeroit la vraye ombre de A: Mais quand le vitre & la ligne de Spectateur tournent ſemblablement un meſme chemin, comme eſtant venu de la ſuſdite rectitude d'angle ſur le pavé, à ceſte obliquité d'angle, l'ombre I demeure touſiours ſur une meſme place par la 7 propoſition : Pourtant l'œil de la ligne de Spectateur, de laquelle la meſure de Spectateur HE voit l'ombre requiſe en I : Mais ceſt œil E de la meſure de Spectateur HE, eſt deſcendu au meſme lieu de l'œil donné de la ligne de Spectateur dont la meſure de Spectateur DE; pourtant l'œil donné voit l'ombre requiſe dedans le vitre comme au lieu de I.

2 Exemple avec le poinct ombrageable deſſus le pavé.

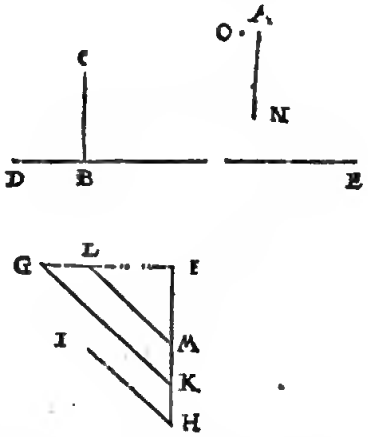
Le donné. Soit A un poinct dedans le pavé, ſur lequel eſt imaginée une ligne droite egale à BC, & dreſſée à angle droit ſur le meſme pavé, de laquelle le poinct extreme eſt le poinct ombrageable deſſus le pavé en l'air : Soit puis apres DE la vitrebaſe, F le pied, ſur lequel nous prenons par imagination que ſoit dreſſée une ligne de Spectateur à angle droit ſur le pavé, & egale à la meſure de Spectateur FG, laquelle je tire touſiours parallele avec DE : Puis eſtant ſur FG tirée à angle droit quelque ligne FH, auſſi longue comme il advient, & ſur icelle tirée HI, faiſant l'angle FHI, alors l'angle d'in-

d'inclination de la vitrebaſe ſur le pavé vers A, eſt egal au meſme angle FHI.

Le requis. Il faut trouver l'ombre du poinct ombrageable.

Operation.

Je tire de l'œil de la meſure de Spectateur G, une ligne droite juſques à K en FH, ou s'il eſtoit beſoing dedans ſa prolongée, & parallele avec IH: Je marque puis apres en FG, ou ſi la choſe le requeroit dedans ſa prolongée, le poinct L, de ſorte que FL ſoit egale à BC: Je tire puis apres de L une ligne droite juſques à M en FH, ou s'il eſtoit beſoing en ſa prolongée, & parallele avec IH; puis A N egale & parallele avec FM, à ſçavoir



vers le meſme lieu où tendoit la ligne de F vers N, car ſi M venoit ſur l'autre coſté de F, il faudroit que N vint auſſi autant ſur l'autre coſté de A: Ce qui eſtant ainſi, je prens maintenant K pour pied, KG pour meſure de Spectateur, la ligne de Spectateur de laquelle ſoit à angle droit ſur le pavé: Puis je prens LM au lieu de BC, à ſçavoir pour ligne laquelle miſe ſur le poinct N à angle droit ſus le pavé, que ſon extremité ſoit priſe pour le poinct ombrageable: Puis je prens que le vitre, la vitrebaſe duquel eſt DE, viene pareillement à angle droit ſur le pavé, & avec tel donné cerchant l'ombre do poinct ombrageable ſelon la maniere de la 6 propoſition, elle ſe troove, je prens, romber en O, laquelle je dis l'ombre requiſe: Dont la demonſtration eſt comme celle du premier exemple.

Concluſion. Eſtant doncques donné un poinct ombrageable, le vitre à angle oblique ſur le pavé, le pied, & ligne de Spectateur, nous avons trouvé ſon ombre, ſelon le requis.

Consequence.

Si au premier exemple H, ou au ſecond M, venoit de l'autre coſté du pied donné (ce qui advient quand le vitre s'ineline vers le Spectateur) & ſi elles venoient juſques à la vitrebaſe, il eſt notoire qu'on ne ſçauroit parvenir à quelque ombre du poinct ombrageable, à cauſe qu'il ſeroit on donné abſurd, comme eſtant l'œil dedans le vitre.

Mais s'il advient que ces deux poincts comme H ou M, vieunent plus avant que dedans le vitre, il s'enſuivroit ſemblable impoſſibilité. pource que l'œil ne pourroit voir le poinct ombrageable derriere le vitre.

Si au ſecond exemple N venoit juſques à la vitrebaſe DE, ce ſeroit un ſigne evident que le poinct ombrageable A ſeroit donné dedans le vitre, & pourtant il ſerviroit pour ſon ombre par la 2 petition.

Mais ſi N venoit plus avant que dedans la vitrebaſe DE, il eſt notoire qu'alors on ne pourroit parvenir à quelque poinct ombrageable, comme le vitre venant contre raiſon derriere le poinct ombrageable.

Il eſt auſſi manifeſte que le pied donoé peut venir dedans la vitrebaſe, ou derriere icelle, & le meſme poinct ombrageable, dedans auſſi & derriere le poinct ombrageable, moyennant que les ſuſdits poincts, comme H, M, ou N, ne viennent comme dit eſt.

Probleme IV. Proposition X.

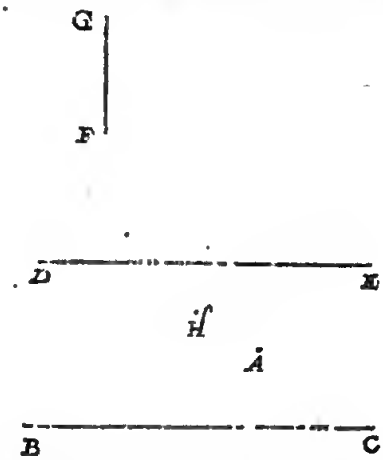
Eſtant donné un poinct ombrageable, le vitre parallele avec le pavé, le pied, & la ligne de Spectateur: Trouver ſon ombre.

Le donné. Soit A un poinct ombrageable dedans le plan de la fueille, & ſur la ligne droite BC ſoit imaginé un plan comme pavé à angle droit ſur le plan de la fueille: Soit de meſmes imaginé ſur la ligne droite DE un vitre parallele avec ledit pavé, puis ſoit imaginée ſur F une ligne droite egale à FG, pareillement à angle droit ſur le plan de la fueille, & le poinct extreme d'icelle ligne ſoit l'œil, duquel par imagination tirant une ligne à angle droit ſur le pavé, (laquelle doit eſtre egale à la ligne imaginée de F, à angle droit ſur BC, comme meſure de Spectateur) elle ſervira pour ligne de Spectateur.

Le requis. Il faut trouver l'ombre du poinct ombrageable A.

Operation.

Je delaiſſe la ligne de Spectateur imaginée & donnée, & le pavé qui ſe diſoit imaginé ſur BC, à angle droit ſur le plan de la fueille, & prens le plan de la fueille meſme pour pavé, & la ligne ſur F egale à FG, & à angle droit ſur le plan de la fueille pour ligne de Spectateur:



Ce qu'eſtant ainſi, A eſt maintenant un poinct donné ombrageable dedans le pavé, & le vitre duquel la vitrebaſe DE vient à angle droit ſur le pavé, par iceluy trouvé l'ombre de A par la 5 propoſition qui ſoit H, je la di l'ombre requiſe.

Demonstration.

Le poinct ombrageable demeurant, le vitre, & l'œil, ſur une meſme place, il eſt notoire que l'ombre pareillement demeure eo une meſme place du vitre, car le changement de la ligne de Spectateur & pavé que nous avons fait en l'operation, ne donnent point de change-

ment

ment de la placé à l'ombre : Tellement que l'ombre trouvée doit eſtre la requiſe.

Concluſion. Eſtant donc donné un poinct ombrageable, le vitre parallele avec le pavé, le pied, & la ligne de Spectateur, nous avons trouvé ſon ombre, ſelon le requis.

Probleme V. Propoſition XI.

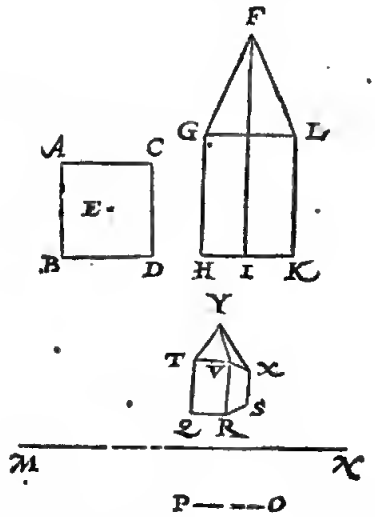
Eſtant donnée une figure ombrageable, le vitre, le pied, & ligne de Spectateur : Trouver leur ombre.

Le donné. Soit à ombrer une figure ombrageable de ceſte qualité : Sur la baſe quadrangulaire A B C D, de laquelle le centre E marqué dedans le plan de la fueille comme pavé, on preone que ſoit dreſſée une tour de laquelle le profil F G H I K, eſtant un plan parallele avec le coſté anterieur de la tour, lequel plan coupe icelle tour par le milieu, de ſorte que ſur chacun des poincts A, B, C, D, vient une ligne egale à G H, ou L K, & ſur le centre E, une ligne egale à F I, & toutes cinq à angle droit ſur le pavé, & du poinct ſuperieur de la ligne, dreſſée ſur E, viennent quatre lignes juſques aux poincts ſuperieurs des ſuſdites lignes dreſſées ſur A, B, C, D ; de ſorte que ceſte tour conſiſte d'un quadrangle rectangle corporel, avec une pyramide quadrangulaire ſur iceluy : Soit puis apres M N la vitrebaſe, de laquelle le vitre eſt imaginé à angle droit ſur le pavé, O le pied, ſur lequel nous prenons par imaginatiou eſtre dreſſée une ligne de Spectateur egale à la meſure de Spectateur O P, à angle droit ſur le pavé.

Le requis. Il faut trouver l'ombre de ceſte figure ombrageable.

Operation.

Je cerche les trois ombres des trois poincts ombrageables dedans le pavé B, D, C, leſquelles trouvées par la 5 propoſition, je prens eſtre Q, R, S ; Puis je cerche les trois ombres des trois poincts deſſus le pavé, à ſçavoir à la fin des trois lignes, leſquelles par le donné ſont imaginées eſtre dreſſées ſur B, C, D, chacune egale à la



ligne G H, & à angle droit ſur le pavé, leſquelles par la 6 propoſition ſont trouvées, je prens T, V, X : Puis je cerche l'ombre do poinct deſſus le pavé, à l'extremité de la ligne, laquelle par le donné eſt imaginée eſtre dreſſée ſur E egale à I F, & à angle droit ſur le pavé, laquelle par la meſme 6 propoſition ſe trouve, je prens Y : Je tire auſſi les dix lignes Q T, R V, S X, Y T, Y V, Y X, Q R, R S, T V, V X. Ce qu'eſtant ainſi, je dis que la figure comprinſe entre ces lignes eſt la figure requiſe.

Demonstration.

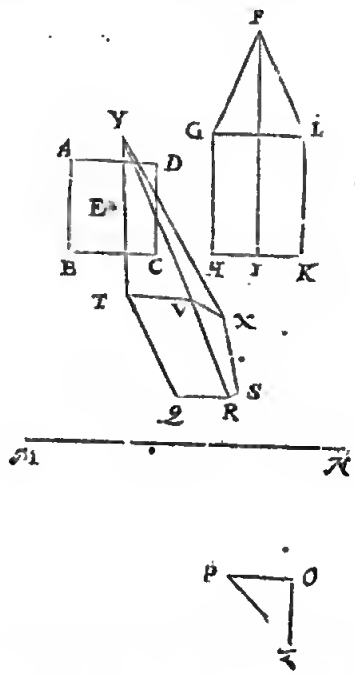
Les ſept poincts Q, R, S, T, V, X, Y, ſont ombres des trois B, C, D, dedans le pavé, avec les quatre y venant deſſus par l'operation, & les lignes entre ces poincts, ſont ombres des lignes ombrageables entre iceux poincts ombrageables par la 1 propoſition ; parquoy il faut que celle-cy ſoit l'ombre requiſe.

Quant à l'ombre de la ligne ombrageable venant ſur A, egale à G H, & à angle droit ſur le pavé, pareillement de la ligne, laquelle de là tend juſques au ſommet de la tour, avec encor les quatre autres ; veu qu'elles ne ſe peuvent voir par matieres non tranſparentes ou diaphanes, elles ne ſont icy ombrées. Mais celuy qui ſe voudroit propoſer que la matiere eſt diaphane, il pourroit trouver l'ombre d'icelles lignes comme des autres, & lors l'ombre de la tour ſeroit comme icy joignant.

Notez.

Puis qu'on peut voir en ceſt exemple l'ombragement de toute ligne, plan, & corps donné, il n'eſt pas beſoing d'en deſcrire des propoſitions particulieres.

Mais veu que le vitre peut eſtre ſur le pavé autrement qu'à angle droit, nous en toucherons quelque peu, & ce par exemple : Prenant que le donné ſoit comme devant, excepté que le vitre, duquel la vitrebaſe M N, n'eſt pas à angle droit ſur le pavé comme là, mais à angle oblique inclinant vers la figure ombrageable, de ſorte qu'avec le pavé il face un angle egal à ceſt angle O Z P : Pour en avoir l'ombre, on cerchera l'ombre des ſuſdits ſept poincts ombrageables par la 9 propoſition,

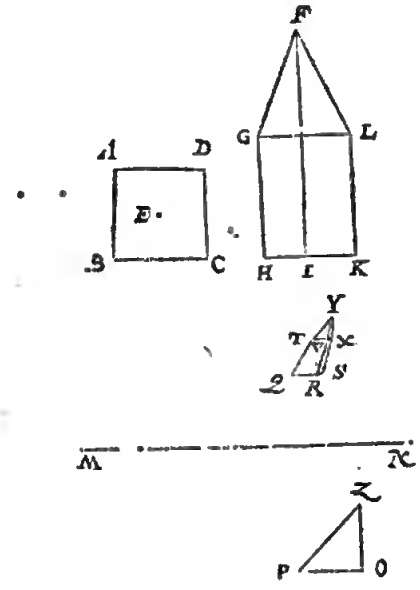


& tirant entre iceux les lignes ſelon qu'il appartient, on aura une ombre telle que celle qui eſt icy marquée, dedans

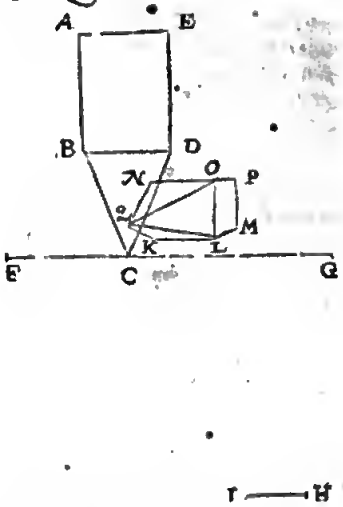
dans laquelle l'ombre de la partie rectangulaire de la tour ombrageable, devient plus large en haut qu'embas, car T V eſt plus longue que Q R.

Ptenant encore, que le donné ſoit comme devant, excepté que le vitre duquel la vitrebaſe M N s'eneline maintenant vers l'œil, tellement qu'il face avec le pavé un angle egal à ceſt angle O Z P. Pour en avoir l'ombre, on cerchera les ombres des ſuſdits ſept poincts ombrageables par la 9 propoſition, & tirant entre iceux les lignes ſelon qu'il appartient, on aura une ombre telle que celle qui eſt icy marquée, en laquelle l'ombre de la partie rectangulaire de la tour ombrageable, devient plus eſtroite en haut qu'embas, car T V eſt plus court que Q R.

Mais pour donner auſſi exemple du vitre parallele avec le pavé, ſoit de techef A B C D E le profil de la tour giſant avec ſa baſe quadrangulaire ſur le pavé imaginé par A E à angle droit ſur le plan de la fueille, & le vitre, duquel la vitrebaſe F G tendant par l'extremité de la tour C, ſoit parallele avec le ſuſdit pavé, c'eſt auſſi à angle droit ſur le plan de la fueille. Soit puis apres ſur le poinct H dedans le plan de la fueille, imaginée une ligne droite egale à H I, & à angle droit ſur le plan



d'icelle fueille, & à la fin d'icelle ligne ſoit l'œil : Ce qu'eſtant ainſi, & pour trouver maintenant l'ombre, je fais comme en l'operation de la 10 propoſition, prennant que le plan de la fueille ſoit le pavé, H le pied, H I la meſure de Spectateur egale à la ligne de Spectateur, laquelle vient à angle droit ſur ce pavé : Puis, que la tour giſt d'un coſté ſur iceluy pavé ainſi poſé, de ſorte que ſur les quatre poincts A, B, D, E, viennent quatre lignes egales à A E, & à angle droit ſur le pavé; puis une ligne ſur C, egale à la moitié de A E, l'extremité de laquelle ligne ſignifie le ſommet de la tour, tellement qu'entre iceux poincts imaginant des lignes ſelon qu'il appartient, elles ſont la tour corporelle ombrageable donnée : De laquelle pour avoir l'ombre, on cerche les ombres des poincts viſibles comme de B, D, E, avec les autres trois y venants deſſus, & auſſi du poinct de deſſus C : leſquels trouvez par la 5 & 6 propoſition



ſoyent K, L, M, N, O, P, Q : Puis tirant des lignes entre deux ſelon qu'il appartient, il en provient l'ombre, telle qu'elle eſt icy marquée : Dont la demonſtration eſt manifeſte par l'operation.

Concluſion. Eſtant donc donnée une figure ombrageable, le vitre, le pied, & ligne de Spectateur, nous avons trouvé leur ombre, ſelon le requis.

NOTEZ.

Es problemes precedens la ligne de Spectateur donnée, avec la ligne du poinct ombrageable juſques au pavé, à touſiours eſté priſe à angle droit ſur le pavé : Le poinct ombrageable auſſi a touſiours eſté mis dedans ou deſſus le pavé, & l'œil touſiours deſſus le pavé : Nonobſtant il peut advenir, que quelqu'un pourroit penſer, que deux telles lignes ſeroient données à angle oblique ſur le pavé, & le poinct ombrageable deſſous le pavé, & l'œil dedans le pavé, ou deſſous; dont ſe ponroient cauſer pluſieurs diverſitez non mentionnées és ſuſdites propoſitions : Sur cela on reſpond, que ſi les ſuſdites deux lignes eſtoient données à angle oblique ſur le pavé, on en pourroit tirer d'autres à angle droit, & operer au lieu des données : Car cela ne cauſe aucun changement de lieu à l'ombre requiſe dedans le vitre. Mais ſi le poinct ombrageable eſtoit donné dedans le pavé, & l'œil auſſi là dedans, ou deſſous, on peut ſous le plus bas de ces deux poincts poſer ou imaginer un autre pavé parallele avec le donné, prolongeant juſques là, la ligne de Spectateur, & la ligne du poinct ombrageable juſques au pavé; prennant puis apres le pavé & les lignes prolongées pour les données, & cerchant par icelles l'ombre ſelon les regles precedentes, on a le requis.

Mais pour parler de cecy par exemple naturel, poſons que quelqu'un comme Ombrageur ſur une montagne, ſoit ſes pieds plus hauts que ayant l'edifice qu'il veut ombrer, & prenant pour pavé le plan ſur lequel il ſe tient, il eſt notoire que la figure ombrageable donnée viendroit alors deſſous le pavé : Mais je dis qu'en tel accident il peut s'imaginer un autre pavé encore le plus bas que l'edifice, prennant apres la ligne de ſon œil juſques à ce pavé pour ligne de Spectateur; car chaque poinct ombrageable avec la ligne de Spectateur eſt alors deſſus le pavé en telle qualité que quelques uns des precedens problemes, laquelle maniere eſtant ſuivie en la recerche de l'ombre, il n'eſt pas beſoing pour telle diverſe poſition, de deſcrire diverſes nouvelles regles.

Quant aux ombres des lignes obliques, leſquelles ne ſont cy-devant deſcrites : Je dis que comme leurs grandeurs

deurs en la Geometrie ne ſe meſurent mathematiquement, mais mechaniquement, auſſi pres que la choſe le requiert, ainſi telles ombres ne ſe depeignent mathematiquement, ains on parvient par l'ombragement de pluſieurs poincts en lignes obliques, à peu pres du requis, juſques à ce qu'il ſemble ſuffire à la veuë.

DES BRIEFVETEZ ET CERTITUDES SVR L'OPERATION DE L'OMBRAGEMENT.

Nous avons ſuffiſamment declaré és precedentes propoſitions la maniere de trouver l'ombre de tout poinct ombrageable donné; parquoy la regle genetale de l'ombragement de toute figure ombrageable donnée eſt manifeſte, comme on peut voir en l'onzieſme propoſition: Mais d'autant qu'il ſeroit penible és grands ouvrages de trouver en telle ſorte les ombres de tous poincts & lignes ombrageables, nous deſcrirons maintenant ſix divers articles des briefvetez & ſeuretez, qui ſelon les circonſtances ſe peuvent rencontrer aux operations.

Article I.

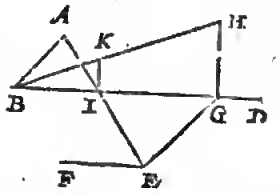
Il faut neceſſairement qu'en l'ombragement d'une figure ombrageable, on ſe propoſe touſiours au donné, que le vitre tende par la partie anterieure, comme plan, ligne, ou poinct de la figure ombrageable; parce que cela n'a alors beſoing d'ombragement, à cauſe qu'il ſert pour ſon ombre propre par la 2 petition. Mais d'autant que quelqu'un pourroit penſer, qu'en l'actuel ombragement il viendroit ſouvent mal à propos, de prendre le plan d'une figure ombrageable, comme d'un grand edifice pour ſon ombre, à cauſe que l'ombre, pour eſtre marquée ſur du papier, ſeroit trop grande, nous en feſons plus ample declaration. Soit pour exemple à ombrer quelque edifice, le faiſte duquel eſt de la hauteur de 100 paulmes, & le Spectateur diſtant de là 300 paulmes, ayant devant ſoy un vitre eſſentiel de trois paulmes de l'œil, tellement qu'il ſoit parallele avec ledit faiſte, lequel on voit par le vitre, dedans lequel doit venir l'ombre de la hauteur d'une paulme. Or cecy eſtant le donné, & le requis une ombre egale & ſemblable avec celle qui eſt veuë dedans le vitre, les lignes de 100 & 300 paulmes, qu'il y a de l'œil juſques à la figure ombrageable ſeroient trop longues, pourroit dire quelqu'un, à fin d'eſtre convenablement tirees ſur du papier: Comment doncques en fera-on? Ainſi: On s'imaginera avoir devant ſoy quelque petite boiſſure corpotelle de l'edifice, le frontiſpice duquel eſtant dedans le vitre, ſoit haut de la ſixieme paulme, & le reſte ſelon qu'il appartient: Icelle boiſſure prinſe pour figure ombrageable, & en tirant un plan & profil, & en outre l'ombrageant ſuivant la regle, on a le requis, ſans qu'il faille prendre peine à en ombrer le frontiſpice; car on le remarque egal & ſemblable à celuy du ſolide.

Article II.

D'autant qu'il y a quelque briefveté en l'invention des ombres de certaines lignes droites, leſquelles ſont paralleles avec le pavé, nous en deſcrirons quelques exemples. Le premier ſera d'une ligne dedans le pavé, l'une des extremitez de laquelle vient dedans le vitre, l'autre la dehors. Le ſecond d'une ligne dedans le pavé, les deux extremitez de laquelle viennent toutes deux dehors le vitre. Le troiſieſme d'une ligne deſſus le pavé, l'une des extremitez de laquelle vient dedans le vitre, l'autre dehors. Le quatrieſme d'une ligne deſſus le pavé, les deux extremitez de laquelle viennent hors le vitre.

1 *Exemple.*

Soit premietement A B une ligne ombrageable droite dedans le pavé, touchant du poinct B la vitrebaſe C D, de laquelle le vitre eſt à angle droit ſur le pavé, E le pied, ſur lequel on feigne que ſoit dreſſée une ligne à angle droit ſur le pavé, & egale à la meſure de Spectateur E F. Or pour en trouver l'ombre, je tire la ligne de pavé E G parallele avec B A, mais il faut eõſiderer (ce qui ſe devra entendre auſſi bien des trois exemples ſuivants de ceſt article, que ſur ceſtui-cy) que les trois poincts donnez E, B, A, ne peuvent eſtre en une meſme ligne droite, pour parvenir à la briefveté que nous deſirons en l'operation, car alors en tirant de E G paralleles avec B A, on ne pourroit parvenir à ſolution, comme il eſt declaré en la marque de la 5 propoſition. Puis G H à angle droit ſur C D, & parallele avec E F; apres H B & A E coupant C D en I, & I K à angle droit ſur C D, touchant H B en K: Ce qu'eſtant ainſi, K B eſt l'ombre requiſe de A B: Car B dedans le vitre eſt ſon ombre propre par la ſeconde petition, & K ombre de A par la 5 propoſition; & pourtant la ligne K B ombre de A B par la 1 propoſition. La briefveté enſuivant, eſt, que tirant E G parallele avec A B, la partie de la ligne de conjonction de B juſques à K demeure l'ombre requiſe, là où faiſant autrement, il faudroit tirer une nouvelle ligne pour ombre.



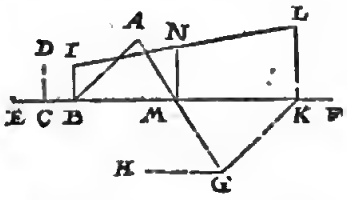
2 *Exemple.*

Soit ſecondement A B une ligne ombrageable droite dedans le pavé, ne touchant point la vitrebaſe C D, le vitre de laquelle eſt à angle droit ſur le pavé, E le pied, ſur lequel on s'imagine que ſoit dreſſée une ligne de Spectateur à angle droit ſur le pavé, & egale à la meſure de Spectateur E F. Pour en trouver l'ombre, je tire A B juſques à la vitrebaſe en G; puis la ligne de Spectateur E H parallele avec G A; puis H I à angle droit ſur C D, & egale avec E F; apres I G, & A E coupant C D en K, & K L à angle droit ſur C D, touchant I G en L; puis B E coupant C D en M, & M N à angle droit ſur C D, touchant I G en N: Ce qu'eſtant ainſi, L N eſt manifeſtement l'ombre requiſe de A B. La briefveté de cecy eſt, qu'en produiſant A B juſques à G, & le reſte comme deſſus, qu'alors les deux poincts A, B, ſont ombragez par une ligne de pavé E H, une meſure de Spectateur H I, & une ligne de conjonction I G, là où autrement ombrageant chaque poinct A, B, en particuliet, il faudroit tirer de chacun deux telles lignes.

3 *Exemple.*

Soient au troiſieſme A, B, deux poincts dedans le pavé, & encores deux poincts chacun auſſi haut ſur iceux que C D eſt longue, venant l'un des poincts deſ- laquelle

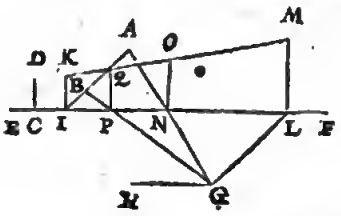
ſus B dedans le vitre, & la ligne entre ces deux poincts, laquelle doit eſtre parallele du pavé, ſoit la ligne ombrageable donnée; puis ſoit le vitre à angle droit ſur le pave, ſa virrebaſe ſoit E B F, & G le pied. ſur lequel par imagination eſt dreſſée une ligne de Spectateur à angle droit ſur le pavé, & egale à la meſure de Spectateur G H. Or pour en trouver l'ombre, je tire B I à angle droit ſur E F, & egal à C D: puis G K parallele avec B A, & de l'attouchement de la ligne de pavé K, la meſure de Spectateur K L à angle droit ſur E F, & egale à G H: Puis L I & A G coupant E F en M; puis M N à angle droit ſur E F, touchant la ligne de conjonction I L en N.



Ce qu'eſtant ainſi, I N eſt l'ombre requiſe: Car le poinct I eſtant dedans le vitre, eſt ſon ombre propre, par la 2 perition, & le poinct N ombre du poinct deſſus A, par la 6 propoſition; pourtant la ligne entre deux, comme N I, eſt par la 1 propoſition ombre de la ligne deſſus A B. La briefveté qui en procede, eſt que tirant G K parallele avec B A, la partie de la ligne de conjonction de I juſques à N demeure l'ombre requiſe, là où faiſant autrement, il faut tirer une ligne nouvelle pour ombre, puis une autre ligne, comme B I, & encore une autre, comme B A.

4 Exemple.

Soient au quatrieſme A & B deux poincts dedans le pavé, chacun auſſi haut que C D eſt longue, venans tous deux dehors le vitre, & la ligne entre ces deux poincts, laquelle doit eſtre parallele avec le pavé, ſoit la ligne ombrageable donnée: Apres, le vitre eſt à angle droit ſur le pavé, ſa vitrebaſe ſoit E F, & G le pied, ſur lequel on s'imagine que ſoit dreſſée une ligne de Spectateur à angle droit ſur le pavé, & egale à la ligne de Spectateur G H. Or pour en trouver l'ombre, je produis A B juſques à ce qu'elle touche la vitrebaſe en I: Puis I K à angle droit ſur E F, & egale à C D; puis G L parallele avec I A, & de l'attouchement de la ligne de pavé L, la ligne de Spectateur L M à angle droit ſur E F, & egale à G H; puis M K & A G coupant E F en N, apres N O à angle



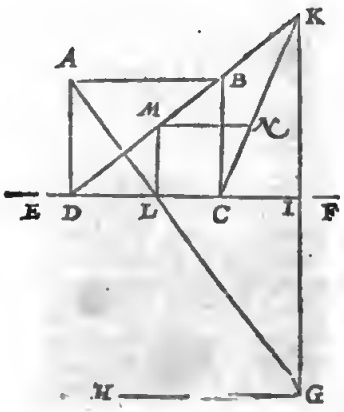
droit ſur E F, & touchant M N en O; puis B G coupant E F en P; apres P Q à angle droit ſur E F, & touchant M K en Q. Ce qu'eſtant ainſi, O Q eſt l'ombre requiſe: Car O eſt ombre du poinct ombrageable deſſus A, & Q du poinct ombrageable deſſus B, par la 6 propoſition; & O Q ligne entre ces deux poincts, doit eſtre ombre de l'ombrageable A B, par la premiere propoſition. La briefveté qui en procede ſe peut voir quand on enombre au long chaque poinct ombrageable à part, ſelon la maniere de la 6 propoſition, ſans produire A B ne G H parallele avec icelle.

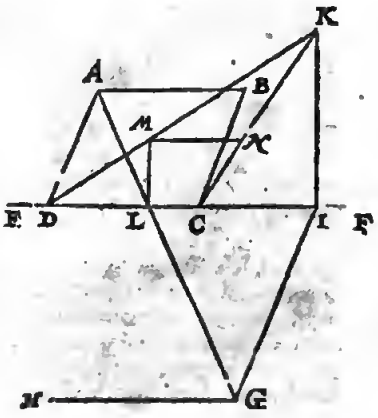
ARTICLE III.

Il provient briefveté & certitude en l'œuvre, en feignant que les lignes ombrageables paralleles, leſquelles ſont paralleles avec le vitre, ayent pareillement leurs ombres paralleles par la 3 propoſition. Mais paralleles ombrageables, leſquelles avec le vitre ne ſont paralleles, qu'elles ayent pareillement leurs ombres non paralleles, & eſtant produites, qu'elles ſe joignent en un poinct par la 3 propoſition. La cauſe de ceſte briefveté, eſt qu'en cerchant les ombres des poincts ombrageables donnez, il n'eſt pas beſoing de pourſuivre touſiours tous les ſix articles de l'operation de la 5 propoſition, ou les 7 articles de la 6 propoſition, ains ſeulement un ou deux d'iceux, voire quelquefois pas un.

1 Exemple.

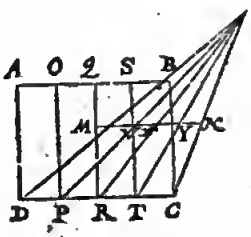
Pour declarer par exemple ces briefvetez, ſoit A B C D un quadrangle parallelogramme ombrageable dedans le pavé, par le coſté D C, duquel rend la vitrebaſe E F, G eſt le pied, ſur lequel par imagination eſt dreſſée une ligne de Spectateur egale à la meſure de Spectateur G H, & à angle droit ſur le pavé.

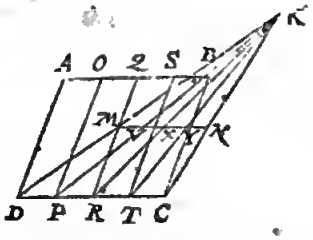




Pour declarer les briefvetez provenantes de cecy en l'invention de l'ombre, nous deſcrirons premierement la totale operation comme s'enſuit: Je tire premierement la ligne de pavé G I parallele avec D A, & de l'attouche-

touchement de la ligne de pavé I, la meſure de Spectateur I K egale à G H, & à angle droit ſur la vitrebaſe E F; puis les lignes K D, K C, & A G, coupant E F en L; apres L M à angle droit ſur E F, & touchant K D en M, puis M N parallele avec C D, & touchant K C en N: Cecy eſtant ainſi, le quadrangle M N C D eſt manifeſtement l'ombre requiſe de A B C D. La briefveté conſiſtante en cecy, eſt entre autres qu'on n'y a point cerché l'ombre N du poinct ombrageable B, ſelon la maniere de la 5 propoſition, car produiſant M N juſques à ce qu'elle rencontre K C, comme en N, il falloit que N fut l'ombre de B, & la ligne M N ombre de A B pour ceſte raiſon: Eſtans K D, K C lignes de conjonction, & le poinct M ombre de A, par la 5 propoſition; & que là deſſus l'ombre M N doit eſtre ainſi parallele avec l'ombre D C, comme l'ombrageable A B avec l'ombrageable D C par la 2 propoſition, il faut que M N ſoit ombre de A B, & N de A.





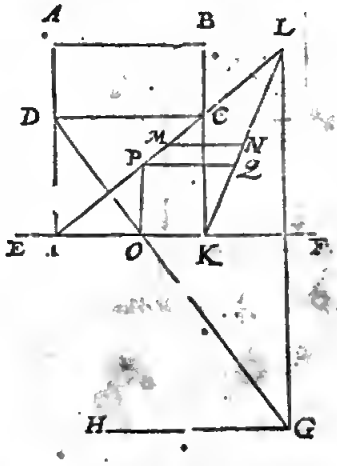
Pour trouver les ombres d'icelles lignes, on ne fait que tirer K P, K R, K T, coupant M N aux trois poincts V, X, Y: Car les trois lignes comprinſes au quadrangle M N C D, comme V P, X R, Y T, ſont manifeſtement les ombres requiſes; à ſçavoir V P de O P, & X R de Q R, & Y T de S T.

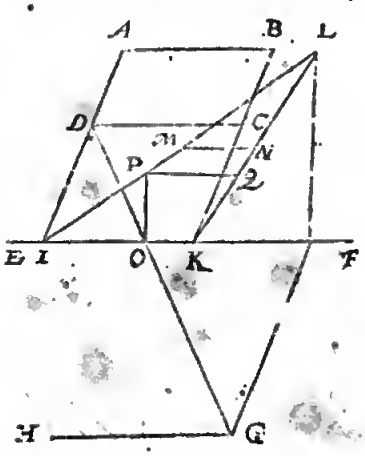
2 *Exemple.*

De plus remarquables briefvetez ſe rencontrent encore quand le quadrangle parallelogramme ombrageable a en ſoy pluſieurs lignes paralleles avec les coſtez declinans. Soit pour exemple M N C D derechef ombre de A B C D, K le poinct de conjunction, & le reſte comme deſſus, horſmis que le quadrangle ombrageable A B C D, aye maintenant en ſoy trois lignes paralleles avec A D, comme O P, Q R, S T.

3 *Exemple.*

Mais pour donner auſſi exemple quand le vitre tend hors d'un coſté du quadrangle parallelogramme parallele avec le coſté, ſoit derechef A B C D un quadrangle parallelogramme ombrageable dedans le pavé, duquel le coſté D C eſt parallele avec la vitrebaſe E F, & G le pied, ſur lequel par imagination eſt dreſſee une ligne de Spectateur egale à la meſure de Spectateur G H. Pour en trouver l'ombre par briefveté, je produis A D & B C tant qu'elles touchent la vitrebaſe en I & K: Je trouve puis apres l'ombre du quadrangle A B K I, comme cy-devant celle de A B C D a eſté trouvée, laquelle ombre (prennant L pour poinct de conjonction) ſoit M N K I:

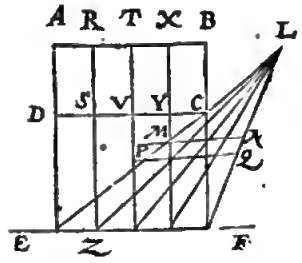


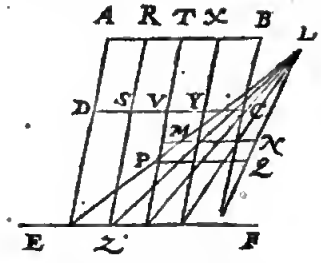


Puis, comme l'on a trouvé icy l'ombre M N de l'ombrageable A B, de meſme ſorte on trouvera l'ombre de l'ombrageable D C: C'eſt que je tire D G coupant E F en O, puis O P à angle droit ſur E F, & touchant L I en P; puis P Q parallele avec M N, & touchant L K en Q: ce qu'eſtant ainſi, le quadrangle M N Q P, eſt manifeſtement l'ombre requiſe de l'ombrageable A B C D.

4 *Exemple.*

Mais ſi la figure ombrageable avoit des lignes paralleles avec les coſtez s'eſloignans, la briefveté de l'operation qui alors en advient eſt telle: Soit derechef M N Q P cy-deſſous l'ombre de A B C D, L le poinct de conjonction, & le reſte comme deſſus, excepté que le quadrangle ombrageable A B C D aye maintenant en ſoy trois lignes paralleles avec A D, à ſçavoir R S, T V, X Y: Pour trouver l'ombre d'icelles lignes, on produira ceſdites trois lignes, juſques à la vitrebaſe E F, comme R S Z, & ainſi avec les autres deux: Puis trois lignes du poinct de conjonction L, juſques à ces trois attouchemens en la vitrebaſe; car les trois lignes lors comprinſes dedans le quadrangle M N Q P, ſont manifeſtement l'ombre requiſe des ombrageables R S, T V, X Y.

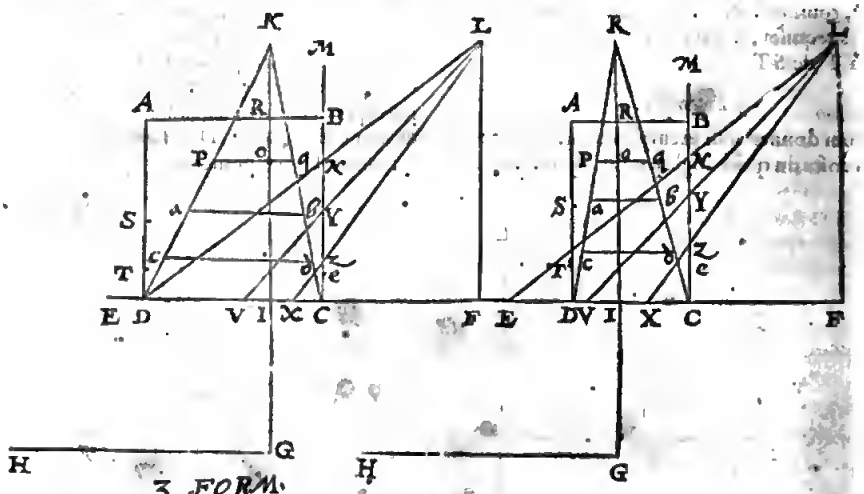




5 *Exemple.*

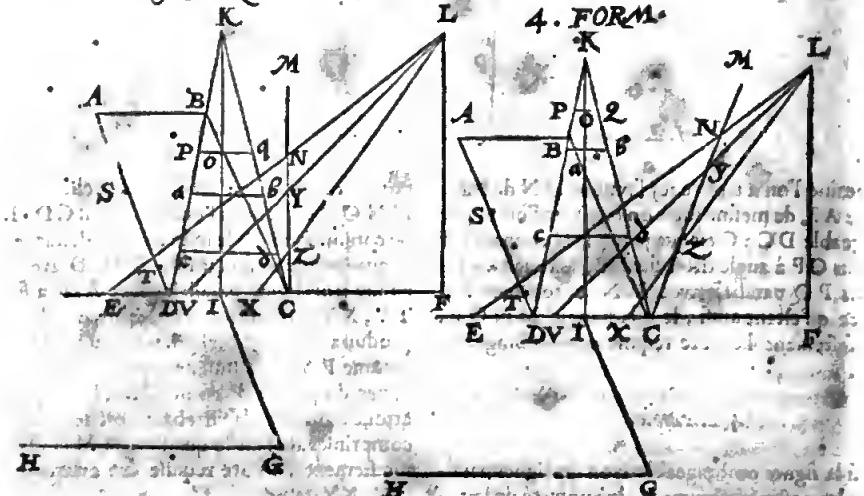
Quoy que noſtre intention fut de diverſes manieres d'operations choiſir une ſeule, a ſçavoir celle qui nous ſembleroit la plus briefve & commode, toutefois nous adjouſterons encore aux quatre exemples precedens ce cinquieſme, avec quelque variation en la maniere de l'operation, parce qu'au troiſieſme chapitre de l'appendice nous en toucherons un mot.

Or donc pour venir à la choſe, nous mettrons icy quatre figures: La premiere avec un quarré ombrageable donné: La ſeconde avec un ombrageable rectangle plus long d'un coſté: La troiſieſme avec un quadrangle parallelogramme obliqu'angle, & tous trois avec le vitre à angle droit ſur le pavé par un coſté du quadrangle ombrageable: La quatrieſme figure avec le vitre à angle oblique ſur le pavé, auſquelles quatre figures ſervira une meſme deſcription. Soit donc A B C D un quadrangle parallelogramme ombrageable dedans le pavé, par le coſté duquel D C tend la vitrebaſe E F, G eſt le pied, ſur lequel par imagination eſt dreſſée une ligne de Spectateur egale à la meſure de Spectateur G H, & à angle droit ſur le pavé; puis ſoit tirée la ligne de pavé G I parallele avec D A, & de l'attouchement de la ligne de pavé I, la meſure de Spectateur I K, egale à G H, & à angle droit ſur la vitrebaſe E F; puis la ligne de conjonction D K, C K. L'operation eſt faite juſques icy comme au commencement du premier exemple de ce troiſieſme article: Mais pour trouver maintenant l'ombre de A B ſelon la maniere de noſtre deſſein, je marque en la vitrebaſe E F, le poinct F, de ſorte que C F eſt egale à la ligne venant de G à angle droit ſur E F, ce



3 FORM.

4. FORM.



qui

qui en la 1 & 2 figure eſt G I, en la 3 & 4 elle s'imagine: Puis F L egale & parallele avec I K: Apres je marque en la vitrebaſe E F le poinct E, tellement que C E eſt egale à la ligne venant de C à angle droit ſur A B, ou ſur ſa prolongée; ce qui en la 1 & 2 figure eſt C B, en la 3 & 4 figure elle eſt imaginée. Puis je tire C M, faiſant ſur E F un angle egal à l'angle qu'on prend faire le vitre ſur le pavé: Je tire puis apres le coupant C M en N, & je prens alors la longueur C N l'appliquant en la ligne, I K de I juſques O, & tirant par O la ligne P Q parallele avec A B, à ſçavoir P, en la ligne de conjonction D K, & Q en la ligne de conjonction C K. Cecy eſtant ainſi, je dis que la ligne P Q eſt l'ombre de A B, & P Q C D l'ombre du quadrangle A B C D.

Preparation. Soit marquée dedans la premiere & ſeconde figure le poinct R, comme ſection commune de I K ou ſa prolongée, & A B ou ſa prolongée.

Demonstration.

D'autant qu'en la premiere & ſeconde figure C F eſt egale à la ligne I G, & C E à C B, qui eſt auſſi à I R, s'enſuit que E F eſt egale à G R, & F L à la ligne de Spectateur, laquelle eſt ſur le poinct G à angle droit ſur le pavé; parquoy le triangle E F L eſtant droit à F, eſt egal & ſemblable au triangle imaginé entre l'œil R, & G, eſtant droit à G. Apres, d'autant que I G eſt egale à C F, il faut que L E coupe la ligne C M en N, auſſi haut deſſus C, comme le rayon de l'œil R tranſperce le vitre deſſus I: Pourtant C N eſt la vraye longueur, laquelle doit eſtre de D C juſques à l'ombre A B; mais icelle longueur eſt entre D C & P Q par l'operation; pourtant P Q eſt en ſa competente diſtance de D C. Leurs extremitez P, Q, ſont auſſi dedans les lignes de conjonction D K, C K, pourtant P Q eſt la vraye ombre de A B.

Par ce qui a eſté demonſtré en la 1 & 2 figure, on peut aſſez facilement entendre la conſequence des ſemblables en la 3 & 4 figure: car ſi on tire une ligne de G à angle droit ſur A B, ou ſur ſa prolongée, elle ſera egale avec E F, d'où on voit aſſez la conſequence du reſte.

Notez.

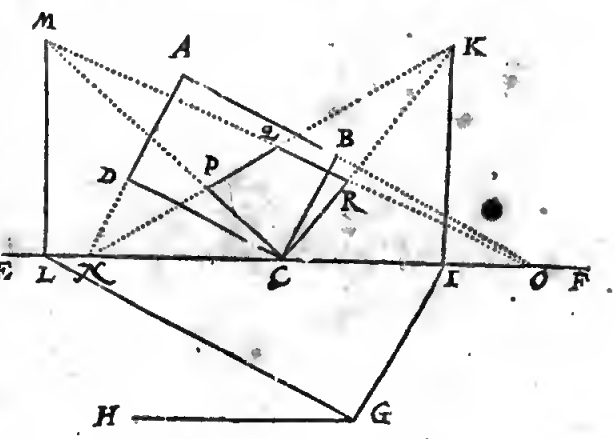
Mais s'il falloit trouver les ombres de quelques autres lignes ombrageables paralleles avec A B, cela ſe peut par briefveté faire ainſi: Soient entre A B & D C par imagination encores deux lignes ombrageables egales & paralleles avec A B, & tendantes par les poincts S, T, qui ſont marquez en A D. Pour trouver l'ombre d'icelles lignes, je marque en C E les deux poincts V, X, tellement que C V eſt egale avec la ligne de S juſques à E F à angle droit ſur icelle, & C X egale avec la ligne de T à angle droit ſur E F; je tire puis apres L V, & L X, coupant M C en Y & Z: Apres je marque au quadrangle P Q C D la ligne *a b*, auſſi haute deſſus D C que de Y juſques à C; pareillement la ligne *c d* auſſi haute deſſus D C que de Z juſques C, & j'ay manifeſtement le requis.

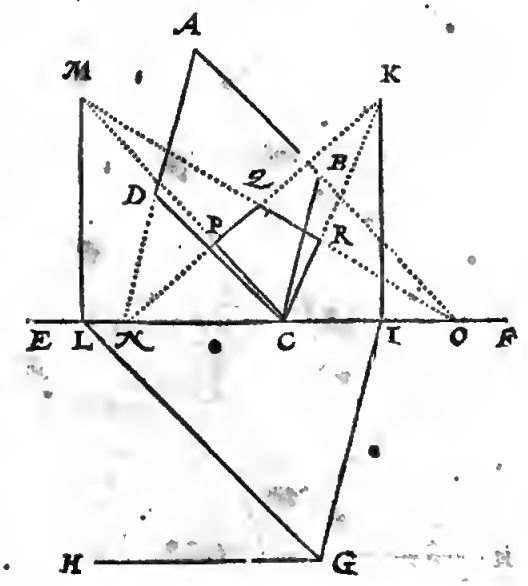
Nous avons deſcrit juſques icy des exemples où le vitre tend par l'un des coſtez du quadrangle ombrageable, mais pour donner auſſi exemple là où il tend hors d'un coſté parallele avec iceluy, ſoit aux deux premiers quadrangles rectangles ombrageables A B T *e* un quadrangle ombrageable, tendant le vitre par E F parallele avec A B, & le reſte du donné ſoit comme deſſus.

Pour trouver maintenant l'ombre de A B, on produira A T, & ſon coſté oppoſite B *e*, tant qu'ils touchent E F, comme en C & D: Puis poſant que A B C D ſoit la figure ombrageable donnée, on trouve P Q ombre de A B comme deſſus; Et puis poſant encore T *e* C D comme ſi elle eſtoit la figure ombrageable donnée, on trouve de meſme façon l'ombre de l'imaginée T *e* & on a le requis. Dont la demonſtration eſt manifeſte par la precedente.

6 Exemple.

Nous parlerons maintenant de la briefveté lors que le vitre tend non parallele avec chacun des quatre coſtez: Soit à ceſte fin A B C D un quadrangle rectangulaire ombrageable, E F la vitrebaſe non parallele avec chacun des quatre coſtez, & tendant le vitre à angle droit ſur le pavé par un des poincts, comme par C, & G eſt le pied, ſur lequel par imagination eſt dreſſée une ligne de Spectateur egale à la meſure de Spectateur G H: Pour avoir l'ombre d'icelny quadrangle A B C D, on pourroit trouver l'ombre d'un chacun des poincts A B D ſelon la regle generale de la 5 propoſition, tirant puis apres des lignes de l'un des poincts à l'autre; mais on les peut avoir par voye plus briefve, comme s'enſuit. Je tire la ligne de pavé G I parallele avec C B, & K I à angle droit ſur E F & egale à G H; puis la ligne de pavé



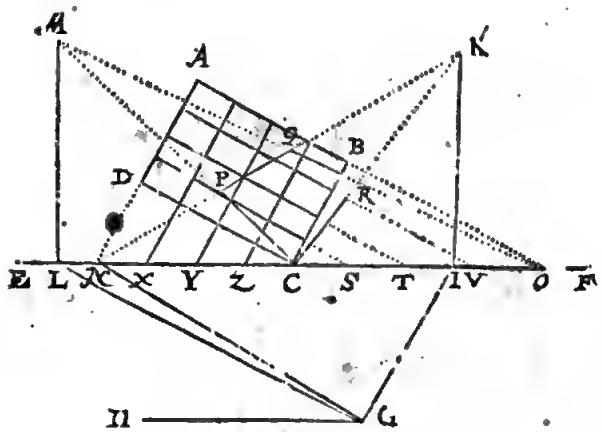


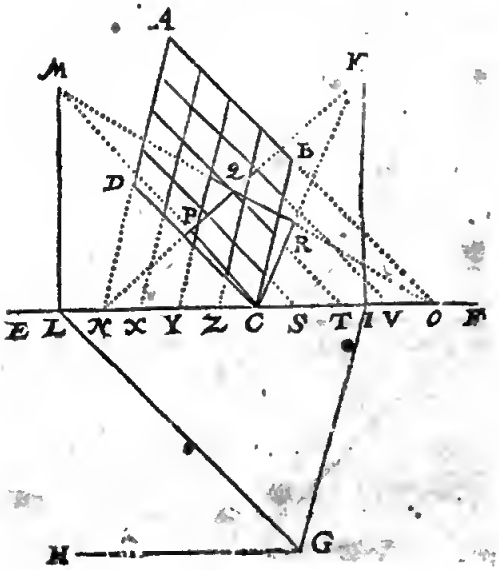
G I parallele avec C D, & ſur E F la meſure de Spectateur L M egale à G H; apres je produis A D juſques à la vitrebaſe en N, & A B juſques à la meſme vitrebaſe en O; apres K N, K C, & M C coupant K N en P;

puis M O coupant K N en Q, & K C en R. Ce qu'eſtant ainſi, le quadrangle Q R C P eſt l'ombre requiſe de l'ombrabeable A B C D; car M O, M C ſont lignes de conjonction des ombres de A B, D C; & K N, K C, des ombres de A D, B C: pourtant les ombres de A B & D C ſont dedans les lignes de conjonction M O, M C, & les ombres de A D, B C, dedans les lignes de conjonction K N, K C: parquoy Q R & P C ſont ombres de A B, D C; & Q P, R C ombres de A D, B C; & par conſequent le quadrangle Q R C P ombre du quadrangle ombrageable A B C D.

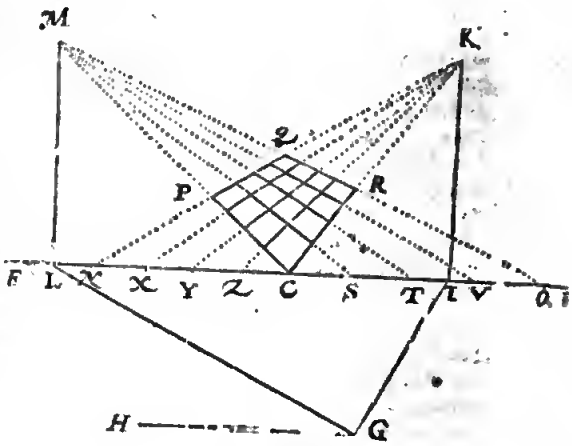
7 Exemple.

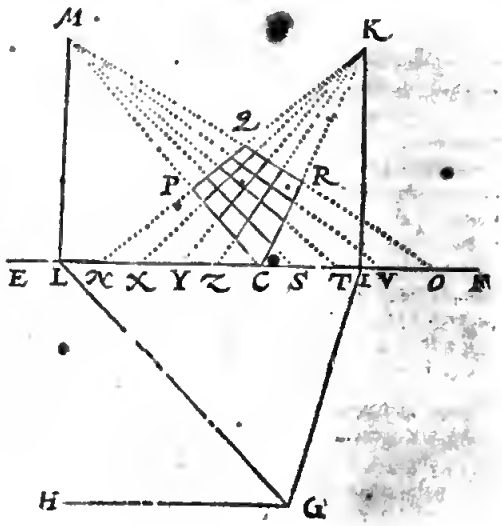
Mais s'il y avoit eu l'ombrageable quadrangle parallelogramme des lignes paralleles avec les coſtez, leurs ombres ſe trouvent pareillement par briefveté. Soient par exemple au quadrangle ombrageable A B C D, trois lignes paralleles avec A B, & trois autres lignes paralleles avec A D: Ce qu'eſtant ainſi, on en fait l'operation comme deſſus, & ſur cela on produit encore les ombrageables données tant qu'elles touchent la vittebaſe E F, comme entre C & O aux trois poincts S. T, V; mais entre C & N aux trois poincts X, Y, Z, & la figure eſt alors comme cy-deſſous.





Je tire puis apres les ſix lignes M S, M T, M V, K X, K Y, K Z; & alors les lignes eomprinſes dedans le quadrangle Q R C P (lequel quadrangle pour plus ample

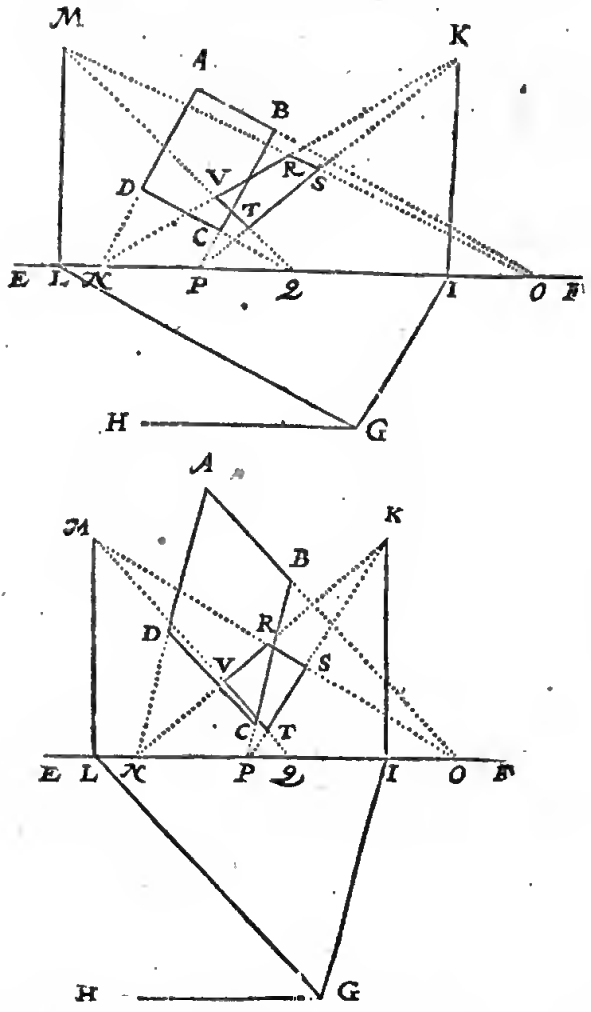




eſclairciſſement, nous remarquerons encore ſans le quadrangle ombrageable donné) ſont les ombres requiſes des ombrageables paralleles dedans le quadrangle A B C D.

8 Exemple.

Soit maintenant la vittebaſe E F hors du quadrangle parallelogramme ombrageable A B C D, ſans le toucher, comme cy-deſſous, où G ſignifie le pied, G H meſure de Spectateur, laquelle, comme auſſi le vitre, eſt parallele ſur le pavé: Or ſuivant l'operation avec les poincts I, K, L, M, N, O, comme deſſus, puis produiſant B C & C D, tant qu'elles touchent la vittebaſe E F en P, & Q, & tirant M O, M Q, K N, K P; alors le quadrangle comprins entre les interieures parties des quatre lignes, comme R S, T V, eſt l'ombre



bte requiſe, dont la demonſtration eſt manifeſte par la precedente.

9 *Exemple.*

Mais ſi le quadrangle ombrageable A B C D avoit des lignes ombrageables paralleles avec l'un & l'autre coſté, pour trouver leurs ombres par briefveté, on feroit comme deſſus, à ſçavoir on produiroit ces lignes juſques à la vittebaſe E F; puis les lignes venans de M juſques à tels attouchemens tombans entre Q & O, & de K juſques à tels attouchemens entre P & N; car les parties d'icelles lignes comprinſes dedans le quadrangle R, S, T, V, ſeroient pour les raiſons precedentes l'ombre requiſe.

10 *Exemple.*

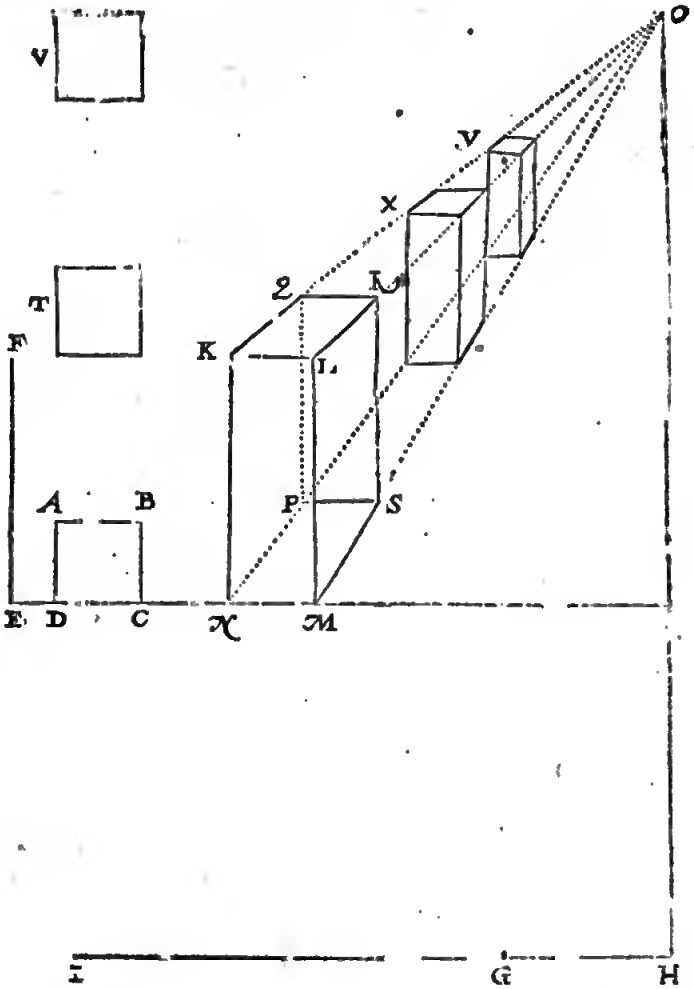
Il ſe peut auſſi rencontrer briefveté en l'ombragement de quadrangles rectangles ſolides: Et pour en parler par exemple, ſoit A B C D l'ichnographie ou plan d'un rectangle ſolide, duquel la hauteur E F, & le vitre tend par le plan anterieur, duquel la baſe D C, le pied ſoit G, ſur lequel par imagination eſt dreſſée une ligne de Spectateur à angle droit ſur le pavé, & egale à la meſure de Spectateur H I. Or pour faire l'operation, je marque ſur un autre vitre (pour ne meſler l'ombre avec le plan donné) K L, M N, comme ombre du quadrangle qui vient dedans le vitre, à ſçavoir duquel la baſe N M eſt egale avec D C, & la hauteur N K egale à E F; Puis je trouve par la 5 ou 6 propoſition le poinct de coujonction O, d'icelny je tire O M, O N, O K, O L, comme lignes de conjonction des ombres prolongées des ombrageables, telles que ſont D A, C B, & celles qui y viennent deſſus. Or pour parfaire maintenant le reſte des ombres requiſes, je n'ay qu'à cercher l'ombre du poinct, tel qu'eſt A, laquelle ombre ſoit P, qu'on trouve mainrenant ſeulement par les deux derniers articles de l'operation de la 5 propoſition: Puis on prodnit P Q parallele avec N K, juſques à ce qu'elle touche la ligne de conjonction O K; apres Q R parallele avec N M, juſques à ce qu'elle ronche la ligne de conjonction O L; apres R S parallele avec L M, juſques à ce qu'elle touche la ligne de conjonction O M: Et finalement S P, laquelle s'il n'y a faute en l'operation, ſera neceſſairement parallele avec L M, par la 2 ptopoſition; & pour les raiſons deduites en icelle 2 propoſition, P Q & R S doivent eſtre paralleles avec N K, L M, & Q R avec N M; de ſorte que K L M N P Q R S eſt l'ombre requiſe.

Mais puis que ceſte ombre eſt marquée d'un rectangle corporel, comme eſtant de matiere diaphane, tellement qu'on peut voir les lignes poſterieures, comme P Q, P S, P N; c'eſt à ſçavoir que quand on ſe propoſe que le corps n'eſt point diaphane, on ne tirera pas ſi on veut ces trois lignes; & en tel cas on eut pen au lieu du

poinct P, trouvet le poinct Q, & pour ſuivre le reſte comme il appartient.

11 Exemple.

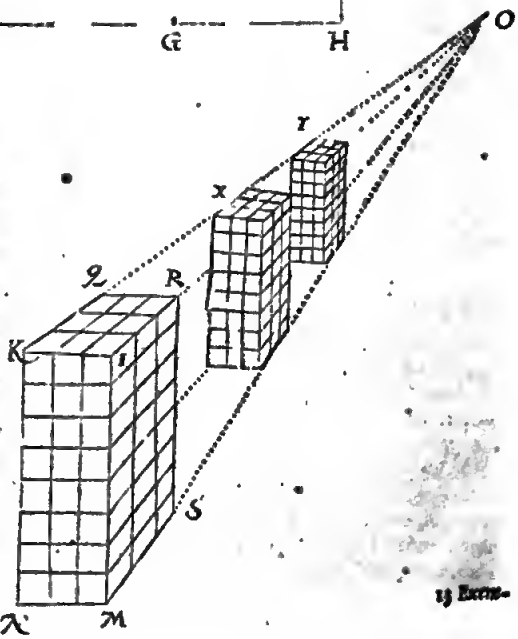
Mais ſi derriere l'ombrageable rectangle corporel donné, eſtoient dreſſez pluſieurs autres rectangles corporels, egaux & ſemblables avec iceux tels que ceux deſquels les ichnographies ſont les quattrez T, V; tellement que les deux coſtez T & V ſoient en la ligne droite tendant de D par A, l'invention de leurs ombres eſt pareillement facile, car trouvant le poinct X comme deſſus eſt dit de Q, & procedant avec iceluy, on a l'ombre requiſe à X : Et par meſme voye on trouve l'ombre à Y.



12 Exemple.

Mais ſi dedans le ſuſdit rectangle corporel ombrageable eſtoient pluſieurs autres lignes paralleles avec les coſtez, leurs ombres ſe pourroient tirer par briefvete: Comme par exemple, prenant qu'aux coſtez plus courts ſoient marquez trois poincts, deſquels ſoient tirées des lignes paralleles avec les coſtez plus longs: Pareillement dedans les coſtez plus longs ſept poincts, deſquels ſoient tirez des paralleles avec les coſtez plus courts.

Pour trouver l'ombre d'icelles paralleles, il ne faut que tirer les lignes de O juſques aux poincts ſuſdits, & puis toutes les autres comme la figure ſuivante le demonſtre; moyennant que les paralleles avec K L au quadrangle K R ſe trouvent, comme il eſt dit cy-devant au troiſieſme article; & que des extremes poincts d'icelles lignes dedans L R, ſont tirées des lignes paralleles avec R S.



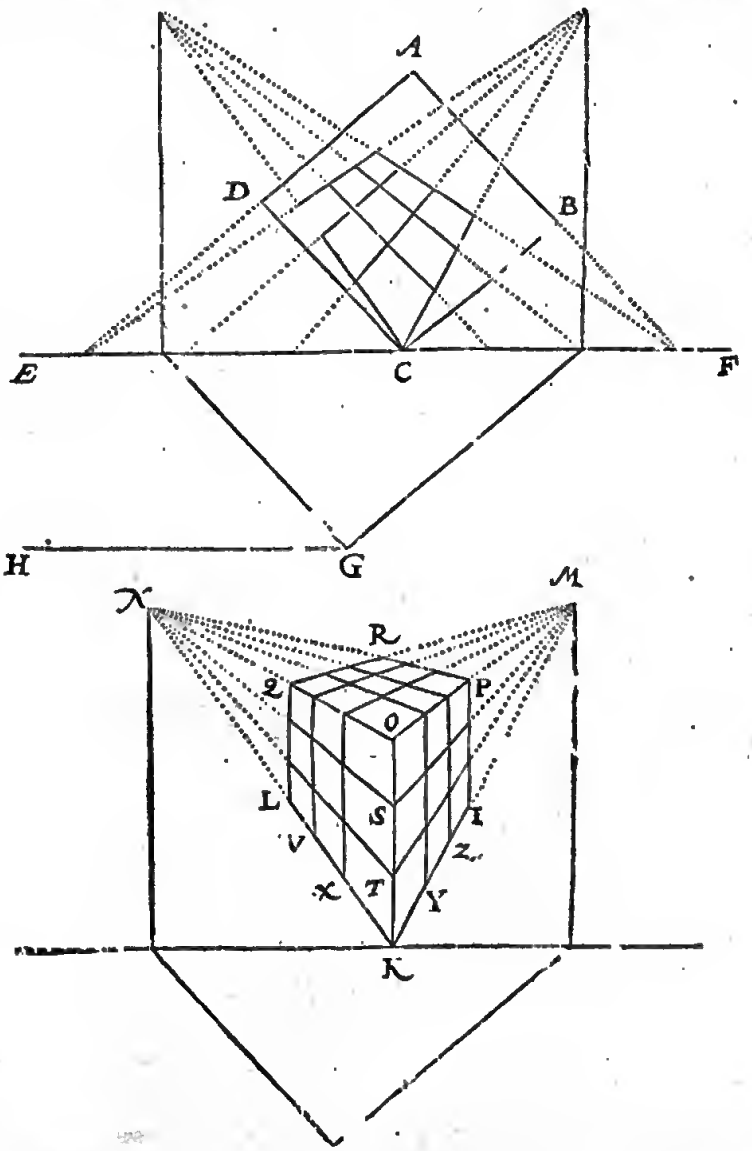
13 Extre-

13 Exemple.

Si le vitre n'eſtoit parallele avec le plan du rectangle corporel, comme cy-devant, ains non parallele, il y en provient auſſi des briefveretz remarquables. Soit pour exemple ABCD un rectangle, je prens un quarré, comme plan dedans le pavé, ſur lequel eſt imaginé un rectangle corporel de la haureur qu'eſt la longueur d'un des coſtez d'un quarré, à ſçavoir un cube; & par l'angle C tend le virre EF à angle droit ſur le pavé, & G eſt le pied, ſur lequel on feigne que ſoit dreſſée une ligne de Spectateur à angle droit ſur iceluy pavé, & egale à la meſure de Spectateur GH: Pour marquer l'ombre de ce cube, je trouve pour le premier, comme deſſus, l'ombre de la baſe, ou des trois poincts viſibles B, C, D, leſquels ſont, je prens, comme en la ſeconde figure ſuivante I, K, L; Et K, I, M, l'une des lignes de conjonction, de laquelle le poinct de conjonction eſt M; l'autre ligne de conjonction eſt KLN, dont le poinct de conjonction N; & ſur le poinct K, qui vient dedans le vitre, je tire le coſté du cube qui eſt dedans le vitre, comme KO egale à AB; puis du poinct de conjonction M, la ligne de conjonction MO, & NO; puis IP, & LQ paralleles avec KO, venant P en MO, & Q en NO: Puis MQ. & NP coupant MQ en R: Ce qu'eſtant ainſi, je dis que la figure RPIKLQO eſt l'ombre requiſe du cube donné.

14 Exemple.

Mais ſi le cube donné eſtoit ſur chacun quarré des lignes paralleles avec les coſtez, les ombres d'icelles ſe peuvent auſſi trouver avec briefveté. Par exemple, les poincts extremes d'icelles lignes paralleles dedans KO ſoyent S, T, & les poincts extremes des ombres de telles lignes dedans KL, trouvez dedans la baſe comme devant, ſont V, X; & dedans KI ſont Y, Z: Je tire puis apres les lignes de V & X paralleles avec KO, juſques en QO, & de là en avant juſques à M; puis de Y & Z

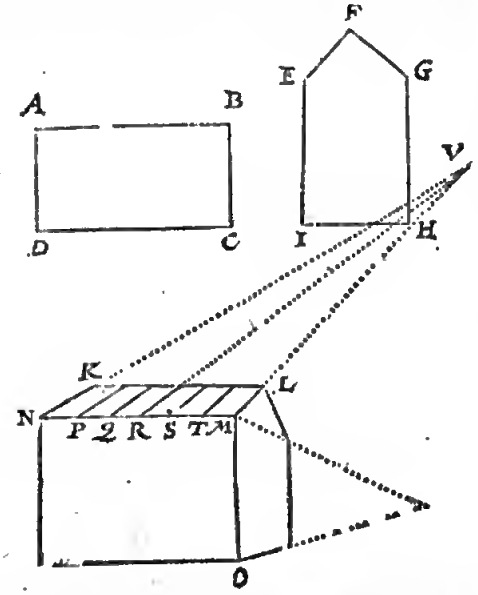


parallele avec KO, juſques en MO, & de là en avant juſques à N; puis NS, NT, MS, MT: Ce qu'eſtant ainſi, les lignes comprinſes és trois quadrangles ſont manifeſtement les ombres requiſes des lignes ombrageables paralleles données ſur les quarrez du cube. A ces ſuſdits exemples de rectangles corporels on en

pourroit encore adjouſter quelques autres de grands edifices, mais eſtimant que par cecy l'intention de la briefveté eſt aſſez entenduë, venant en telles paralleles, à ſçavoir qui avec le pavé ou vitre ſoient paralleles, nous nous contenterons de ceux-cy, & ce d'autant que quiconques s'exerce en la practique d'enombrer, remarque de ſoy-meſme pluſieurs briefvetez leſquelles n'ont affaire d'enſeignement de bouche.

Article IV.

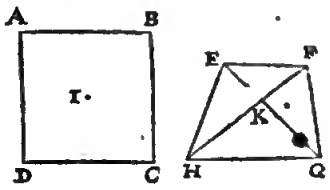
Il ſe rencontre auſſi briefveté en l'ombragement des lignes ombrageables paralleles, leſquelles ne ſont paralleles avec le pavé, ny auſſi avec le vitre. Pour en donner exemple, ſoit A B C D le plan d'une maiſon, le profil de laquelle, comme eſtage anterieur ou poſterieur, ſoit E F G H I, tellement que I H eſt egale & convient avec C B, & viene le vitre ſur le pavé à angle droit par D C: A cecy eſtant encore donné le pied, & ligne de Spectateur, & en eſtant fait l'ombragement ſelon qu'il appartient, il en eſt provenu, je prens, l'ombre, de laquelle le toict ſoit le quadrangle K L M N: Ce plan du toict n'eſt en la figure ombrageable poinct parallele avec le pavé, ny avec le vitre: Au meſme toict ombrageable ſont cinq lignes paralleles equidiſtantes des extremes, par les intervalles deſquelles ſont ſignifiées des planches,



plomb, tuilles, ou choſes ſemblables dont on couvre les maiſons, les bouts de telles lignes viennent dedans la ligne M N, comme és poincts P, Q, R, S, T. Or pour trouver facilement les ombres d'icelles lignes, je prolonge N K & M L, tant qu'elles ſe rencontrent l'une l'autre en V, comme poinct de conjonction: puis je tire V P, V Q, V R, V S, V T, qui toutes doivent couper K L. Cecy eſtant ainſi, je dis que les cinq lignes venant dedans le quadrangle K L M N ſont les ombres requiſes; dequoy la demonſtration eſt manifeſte.

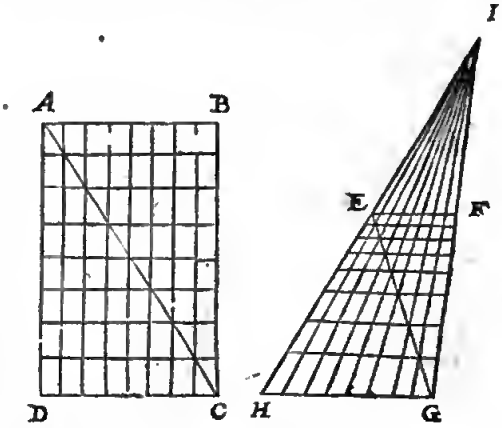
Article V.

Nous pouvons rencontrer briefveté nous ſouvenant du contenu de la premiere propoſition, à ſçavoir que la ligne droite entre deux ombres de poincts ombrageables, eſt ombre de la ligne ombrageable droite entre iceux deux poincts ombrageables: Pour en donner exemple, ſoit A B C D un parallelogramme ombrageable, duquel l'ombre trouvée ſoit E F G H: A cecy on requiert encores l'ombre du centre I de A B C D: Pour faire cecy avec briefveté, je produis les deux lignes droites E G, F H, & là où elles s'entrecoupent, comme



en K, eſt l'ombre requiſe du poinct ombrageable I: Car par la ſuſdite 1 propoſition E G eſt ombre de l'imaginée A C, & F H de l'imaginée B D: Mais la commune ſection d'icelles deux lignes imaginées advient en I, partant le centre du quadrangle A B C D eſt en l'imaginée A C, il eſt auſſi en l'imaginée B D; parquoy il faut auſſi que ſon ombre ſoit dedans E G, & auſſi en F H, & pourtant K eſt l'ombre requiſe.

Nous pouvons encore rencontrer une autre qualité de briefveté, laquelle nous declarerons ainſi: Soit A B C D un quadrangle ombrageable parallelogramme, par lequel d'un coſté ſont tirées autant des lignes paralleles avec A D, comme de l'autre coſté en ſont tirées de paralleles avec A B, ce qui ſoit à chaque coſté ſept, & ſur chaque coſté egalement diſtantes l'une de l'autre, & le vitre tend par D C, comme vitrebaſe: De ce quadrangle ombrageable A B C D, ſoit E F G H l'ombre trouvée, tellement que G H ſoit diviſé en ſept parties comme D C: Puis H E & G F eſtant prolongées s'aſſemblent en I comme poinct de conjonction, duquel ſont tirées ſept lignes juſques aux ſuſdits ſept poincts entre G H, tellement que les parties d'icelles lignes comprinſes dedans le quadrangle E F G H, ſont ombres des lignes ombrageables, leſquelles dedans le quadrangle A B C D viennent de haut en bas. Mais pour trouver maintenant les ombres des ſept lignes ombrageables entre A B & B C paralleles avec icelles, je tire E G



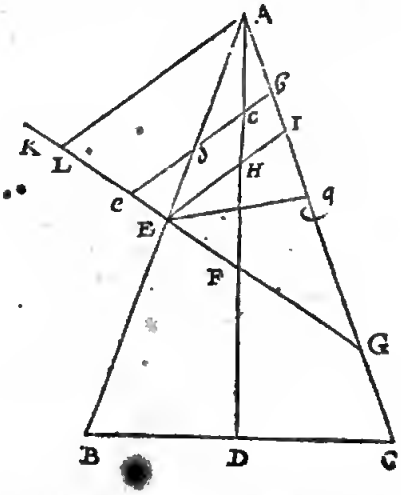
coupant les ſept lignes qui ſont tirées de I juſques en la ligne G H, & par leurs communes ſections je tire ſept paralleles avec G H, finiſſant d'un coſté en E H, & d'autre coſté en F G; leſquelles ſept lignes ainſi trouvées par briefveté, je dis qu'elles ſont les ombres requiſes. Ce que pour demonſtrer, ſoit premierement tirée la ligne droite A C, de laquelle il faut que E G ſoit l'ombre, par la 1 propoſition; d'autant que le poinct G eſt

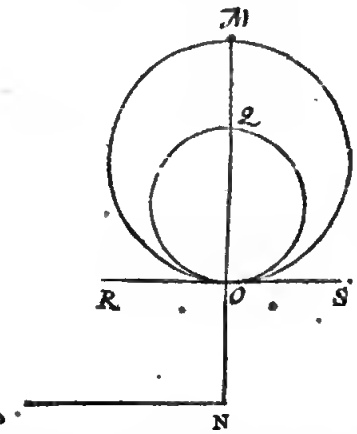
eſt ombre de C, & E de A, & toutes les communes ſections d'icelle E G, & des lignes de I juſques en G H, doivent par la ſuſdite 1 propoſition eſtre ombres des communes ſections ombrageables de A C, & des lignes venantes de haut en bas. Mais d'autant que par icelles communes ſections ombrageables tendent les autres paralleles ombrageables, il faut que leurs ombres tendent auſſi par les communes ſections en E G, & conſequemment les lignes par icelles ſont les ombres requiſes.

Article VI.

Nous pouvons auſſi rencontrer briefveté en l'ombragement d'aucuns cercles ombrageables, car le cercle ombrageable eſtant parallele avec le vitre, ſon ombre eſt pareillement un cercle par la 2 propoſition: Parquoy eſtant trouvée l'ombre du diametre ombrageable, & fut icelny deſcrit un cercle, on a l'ombre requiſe.

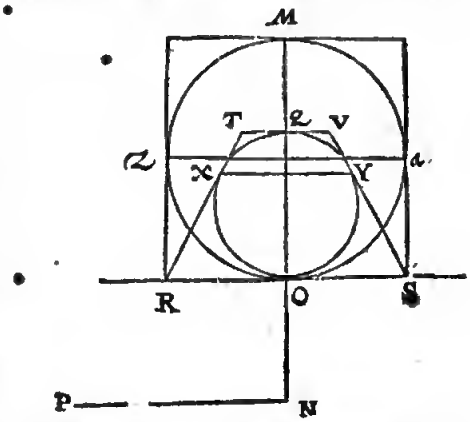
Mais quand le cercle ombrageable n'eſt point parellele avec le vitre, l'ombre peut ſelon la qualité du donné eſtre un cercle. Pour en declarer la raiſon, je prens premierement pour cogneu le traicté des cones autant qu'il eſt icy neceſſaire, & je dis ainſi: Soit A B C un conoidal, dont le moindre diametre de la baſe eſt B C, & le moindre triangle A B C, l'axe A D. Ce conoidal eſt coupé avec un plan E F G à angle droit ſur le moindre triangle A B C, & par l'axe en F: Icelle ſection de conoidal E F G peut eſtre une ellipſe ſemblable à la baſe, ou d'eſpece plus longue ou plus courte, ou bien un cercle parfait, & cela ſelon la longueur du plus grand diametre. Or prenant que ceſte ſection ſoit un cercle, ſoit tirée ſa ſection oppoſée E H I, laquelle on a quand l'angle A H I eſt egal à l'angle A F E: Et comme ceſte ſection oppoſée eſt touſiours ſemblable avec l'autre, il faut qu'elle ſoit auſſi un cercle, de ſorte qu'iceluy conoidal a deux ſections qui ſont cercles, comme E F G, & ſa ſection oppoſée E H I. Or prenons maintenant que le cercle E F G ſoit un cercle ombrageable veu de coſté, A l'œil, & par E H I un plan comme vitre entre deux, auquel vitre eſtant pareillement un cercle, il peut advenir, comme nous avons dit, que le cercle ombrageable n'eſtant point parallele avec le vitre, l'ombre toutefois ſoit un cercle. Or pour venir maintenant à l'exemple de tel ombragement, je produis G E aſſez avant,





comme juſques à K & la deſſus A L parallele avec I E, tellement que A L ſignifie la ligne de Spectareur, & le poinct L le pied; Ce qui eſtant ainſi, je tire ſur un autre plan la ligne M N egale avec G L, marquant en icelle le poinct O; tellement que M O ſoit egale avec G E; je deſcris ſur icelle, comme diametre le cercle M O, je tire puis apres N P egale à L A; apres je mets en O M le poinct Q; tellement que O Q ſoit egale à E I, deſcrivant ſur iceluy le cercle O Q, lequel eſtant trouvé ainſi avec telle briefveté, je dis que c'eſt l'ombre requiſe du cercle O M. Pour declarer cecy plus amplement, ſoit tirée par O la ligne R S, à angle droit ſur M N, comme vitre baſe. Ce qu'eſtant ainſi, je dis comme s'enſuit: Le cercle O M demeurant dedans le pavé, mais le vitre dedans lequel tourne O Q ſoit R S, comme axe, ſoit tourné d'enhaut tant qu'il face un angle ſur le pavé egal à A L G, tournant pareillement N P ſur N, juſques à ce que comme ligne de Spectateur elle eſt parallele avec le diametre Q Q, alors l'ombre, à ſçavoir le cercle O Q, ſera de l'œil veu convenir avec le cercle ombrageable O M, dont cy-devant nous avons declaré la demonſtration & cauſe. Il eſt auſſi notoire par la 7 propoſition, que le meſme cercle O Q demeure ombre du cercle O M eſtant tout angle que le vitre fait ſur le pavé, pourveu que la ligne de Spectateur ſoit touſiours parallele avec le diametre O Q.

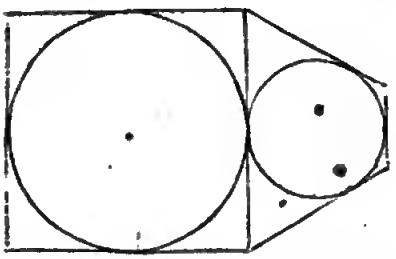
Mais ſi quelqu'un vouloit voir quelque preuve mechanique de cecy, il pourroit mettre le cercle ombrageable, comme M O, dedans un quarré, comme cy-deſſous, & l'ombre d'iceluy quarré eſtant trouvée, lequel ſoit T V S R, les quatre coſtez touchent le cercle



aux poincts O, X, Q, Y, ce qui eſt ſigne de certitude. Et ſi on veut s'enquerir plus avant, on peut tirer le diametre du cercle ombrageable Z a à angle droit ſur O M, l'ombre

l'ombre trouvée duquel ſoit X Y, laquelle venant entre les deux ſuſdits poincts de l'attouchement, m'aſſeurent que les deux poincts ombrageables de l'attouchement Z, *a*, viennent dedans l'ombre circulaire O Q, à leur place competente. Et ſi on poſe un autre poinct ainſi qu'il advient dedans le circuit du cercle ombrageable, & qu'on trouve que ſon ombre vienne touſiours dedans la circonference (ce qu'il faut trouver, s'il n'y a faute en l'operation mechanique) par cela on voit ce que nous avions entrepris de declarer.

Si on poſe la ſuſdite ombre de l'autre coſté de S R, comme cy-deſſous, il eſt notoire qu'iceux deux quadrangles avec les cercles qui ſont dedans, ſont ombres



d'uo cube ombrageable, ayans deſcrit de chaque coſté un cercle, duquel (l'œil poſé en lieu competent) on voit deux coſtez.

Es exemples cy-devant deſcrits, le vitre a touché le cercle ombrageable: Mais pour donner exemple là où tel attouchement n'advient point, ſoit tirée dedans le cone precedent la ligne *b c d e* parallele avec I H E, comme vitre veu de coſté, coupant le cone de *b* juſques à *d*, & l'axe en *c*, & le pavé K G en *e*, lequel vitre ne touche maintenant le cercle E G. Cela eſtant ainſi, la ſection *b d* eſt comme I E, ou E G un cercle. Pour en ombrer tel cercle, on produira alors la vitrebaſe, comme R S, auſſi loing du poinct O que de E juſques à *e*, & on trouvera l'ombre comme de O M, laquelle devra venir egale à *b d*, & marquant ſur icelle un cercle, il eſt notoire qu'il ſera l'ombre requiſe.

Mais ſi la ſection du cone n'eſtoit parallele avec I E, ny avec E G, comme je prens la ſection E *g*: Il eſt notoire qu'il faut que ce ſoit un cercle, ou ellipſe, le diametre plus grand ou plus petit de laquelle eſt E *g*.

Il ſe faut auſſi ſouveoir, qu'iceluy quadrangle T V S R ſignifiant l'ombre, a telle qualité, qu'il eſt impoſſible d'en deſcrite une ellipſe touchant les quatre coſtez, mais doit neceſſairement eſtre un cercle parfait.

Il eſt ootoire par ce que devant, que quand telle ombre quadrangulaire d'un quarré ombrageable avec un cercle y deſcrit, eſt telle, qu'on peut deſcrire en la meſme ombre quadrangulaire un cercle touchant les quatre coſtez, qu'iceluy cercle doit eſtre l'ombre de ſon cercle ombrageable: Auſſi que quand telle ombre quadrangulaire d'un rectangle ombrageable avec nne ellipſe y deſcrite, eſt telle, qu'oo en peut deſcrire un cercle toochant les quatre coſtez, qu'iceluy cercle eſt ombre de ſon ellipſe ombrageable.

DE L'INVENTION DE L'OEIL.

Or ayant juſques icy deſcrit la maniere de l'ombragement, reſte maintenant à parler de la eognoiſſance où il faut poſer l'œil poor voir en ſa perfection l'ombre ſignée: Qui eſt, comment on trouvera le poinct en l'air, que l'ombrageur en ombrageant s'eſtoit propoſé pour œil. Or pour en parler plus amplement par exemple, il eſt notoire qu'on fait des peioctures, leſquelles veuës par devant apparoiſſent treſ-difformes, ne reſſemblant ce qu'elles doivent ſignifier, mais ces peioctures veuës de coſté, par certain petit trou ordonné pour cela; monſtrant la place de l'œil, elles ſemblent fort belles: Et ainſi on entendra que les ombres, leſquelles ſont faites parfaitement ſelon l'art, ont on rel lieu, auquel poſé l'œil, la peincture ſe voit en perfection. Or ſi à toutes peinctures ou ombres on mettoit un rel trou, il ne ſeroit beſoing de le cercher: Mais cela n'eſtant en uſage; nous en deſcrirons ce qui nous en vieot maintenant à la memoire, comme s'enſuit.

Problema VI. Proposition XII.

Eſtant donné un plan de quatre ou pluſieurs coſtez, qui eſt plan d'un plan ombrageable donné, ſur lequel le vitre face en l'ombragement un angle egal à un angle donné, & ayant icelle ombre pour le moins un coſté ou ligne entre deux angles parallele avec la vitrebaſe: Trouver l'œil.

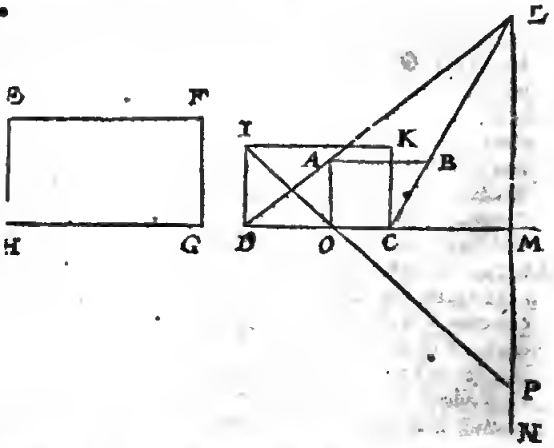
1 *Exemple de l'ombre d'un quadrangle rectangle ombrageable parallelogramme.*

Le donné. Soit le quadrangle A B C D, ayant deux coſtez paralleles A B & C D, ombre de l'ombrageable parallelogramme rectangulaire E F G H, au plan infini duquel le vitre en l'ombragement eſtoit à angle droit: Icelle ombre A B C D a deux lignes, à ſçavoir A B, C D, tirées entre deux angles, leſquelles ſelon le requis de la propoſition neceſſairement doivent eſtre paralleles avec la vitrebaſe par la 2 propoſition.

Le requn. Il faut trouver l'œil.

Operation.

Il faut ſçavoir premierement que ceſte operation ſe fait par voye reverſe de la 5 propoſition de l'invention de l'ombre par l'œil donné, avec le reſte: Ce qui eſtant dit en commun, nous viendrons à la choſe. Veu que A B C D eſtant ombre d'un quadrangle ombrageable a deux paralleles, comme A B avec D C, & que D C eſt ombre du coſté, comme H G, par le donné, il falloit en l'ombragement que le vitre tendiſt par l'un des coſtez E F, H G, ou parallele avec iceluy, par la 3 propoſition: Mais qu'il aye tendu ainſi qu'il advenoit, nous prendrons icy, & és ſemblables ſuivans, comme ſi touſiours il tendoit par un des coſtez; d'autant qu'il donne on



meſme œil, comme nous eſprouveroos en la demonſtration. Or pour ſçavoir maintenant par quel coſté, je te-

je regarde apres la plus grande des deux paralleles A B, D C, qui eſt D C, laquelle eſtant ombre de la ligne H G par le donné, le vitre tendoit par l'un des coſtés, comme H G. Cecy eſtant ainſi, je marque ſur D C, comme homologue avec H G, le quadrangle I K C D, ſemblable au quadrangle E F G H. Puis je prenduis D A & C B tant qu'ils ſe rencontrent l'un l'autre au poinct de conjonction L; puis L M comme meſure de Spectateur à angle droit ſur D C, ou ſur ſa prolongée comme vittebaſe, & l'infinie M N parallele avec K C; puis A O à angle droit ſur la vittebaſe D M, & de I par O une ligne tant qu'elle rencontre l'infinie M N comme en P; puis dreſſant ou imaginant ſur le poinct L une ligne egale à P M, & à angle droit ſur le vitre, le bout de ceſte ligne eſt l'œil requis.

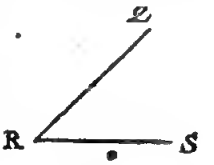
DEMONSTRATION.

Soit par imagination le vitre avec l'ombre A B C D, & le ſurplus, qu'on ſuppoſe eſtre marqué dedans le vitre, ſeparable du pavé, tournant iceluy vitre ſur la vittebaſe D M comme axe, de ſorte qu'il eſt à angle droit ſur le pavé, c'eſt auſſi à angle droit ſur le quadrangle ombrageable I K C D: Puis ſoit ſur P dreſſée une ligne de Spectateur egale à la meſure de Spectateur M L, & parallele avec icelle: Ce qu'eſtant ainſi, l'œil au bout de ceſte ligne de Spectateur voit l'ombre A B C D convenit alors avec ſon rectangle ombrageable I K C D; de ſorte que l'œil eſt illec en ſa place competente. Mais le poinct au bout de ceſte ligne & de la ſuſdite ligne egale à P M à angle droit ſur le vitre, eſt un meſme poinct; pourtant l'œil eſt trouvé ſelon le requis.

Mais quelqu'un pourroit dire maiſtenant, que la choſe eſt prinſe cy-deſſus, comme ſi en l'ombragement le vitre euſt tendu par l'un des coſtez de la figure ombrageable, lequel, peut eſtre, eſtoit loing de là, parallele avec D C: Sur cecy on reſpond, que l'œil eſtant devant l'ombre A B C D à ſa competente place, & que du meſme œil on tire ou imagine quatre lignes infinies, par les quatre poincts A, B, C, D, qui comprennent une pyramide quadrangulaire infinie, de telle qualité, que quand on la coupe par D C, avec un plan à angle droit ſur le vitre, la ſection eſt comme I K C D, & toutes les autres ſections paralleles avec ceſte premiere ſection, & plus loing de l'œil, ſont plus grandes que la premiere, mais ſemblables à icelle, & de chacune de ces ſections diverſes, A B C D eſt manifeſtement l'ombre veuë de l'œil à une meſme place: Pourtant quand on deſire l'œil d'une des autres ſections, on le peut à cauſe de briefveté & ſeureté touſiours chercher de ceſte ſection, laquelle touche le vitre, ou ce qui eſt le meſme, du vitre qui touche le coſté anterieur ombrageable comme deſſus, & on a le requis.

NOTEZ.

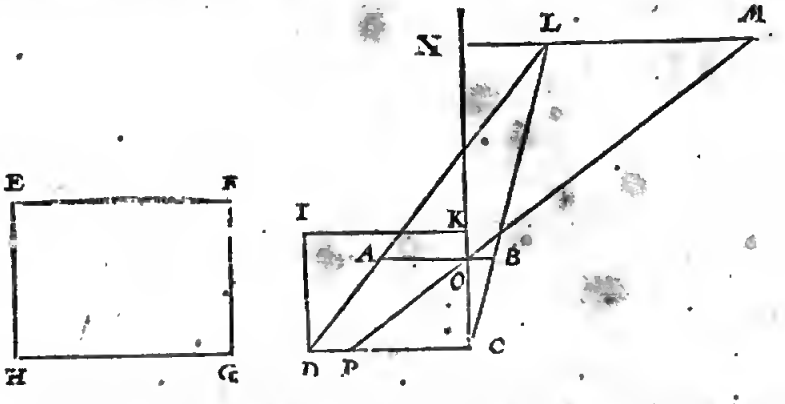
Nous avons poſé au precedent exemple le vitre à angle droit ſur le plan infini de la figure ombrageable, ou bien autrement, poſé le vitre donné à angle droit ſur le pavé: Mais ſi ſur iceluy il ſe faiſoit un angle oblique egal, je prens, à ceſt angle Q R S, ayant le vitre incliné vers l'ombre, comme la ligne Q R s'incline vers R S: En tel cas on fera l'operation comme devant, comme ſi le vitre eſtoit donné à angle droit ſur le pavé, trouvant P M, pour ainſi mettre une ligne egale à P M ſur le poinct L, excepté qu'elle ne doit venir à angle droit ſur le vitre, comme deſſus, mais face ſur icelle un angle egal à l'angle donné Q R S, moyennant que ladite ligne egale à P M, ſoit dedans le plan imaginé qui eſt à angle droit ſur la vittebaſe D M, & qui eſt auſſi à angle droit ſur le vitre. Notez encores que ce que nous avons dit derriere ce premier exemple du vitre à angle oblique ſur le pavé, le ſemblable s'entendra auſſi ſe pouvoit faire aux exemples ſuivans de ceſte matiere, là où à cauſe de briefveté le vitre ſera ſeulement donné à angle droit ſur le pavé.



Autre maniere d'operation.

Comme l'operation precedente eſt faite par voye reverſe de l'invention de l'ombre derriere la 11 propoſition du premier exemple du 3 article des briefvetez; ainſi on peut auſſi faire une operation par voye contraire du 5 exemple d'iceluy troiſieſme article.

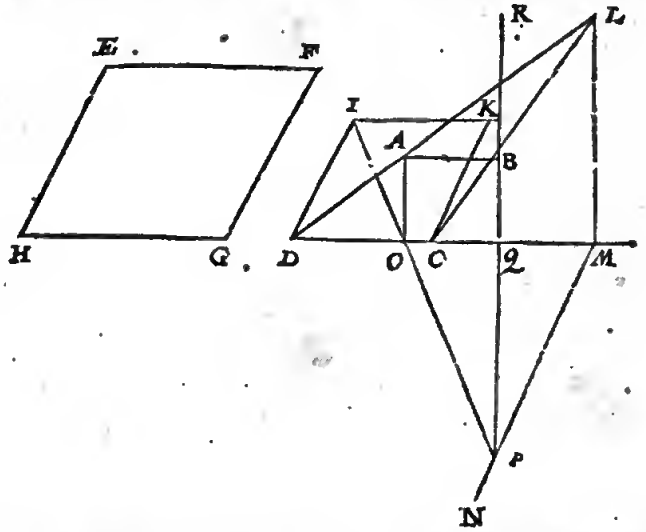
Ce que pour declarer ſoit A B C D l'ombre, E F G H la figure ombrageable, & le reſte comme deſſus. Or pour en trouver l'ombre, je marque ſur D C, comme homologue avec H G, le quadrangle I K C D, ſemblable au quadrangle E F G H; puis je produis D A & C D, tant qu'elles s'aſſemblent en L; puis l'infinie L M parallele avec D C, coupant C K, ou ſa prolongée en N, & je produis A B s'il eſt beſoing, tant qu'elle rencontre N C en O, & je marque en la ligne C D, ou ſa prolongée le poinct P; tellement que C P ſoit egale à C K; puis je tire de P par O une ligne droite tant qu'elle rencontre l'infinie L M, ce qui ſoit en M; apres je mets ſur le poinct L une ligne egale à M N à angle droit ſur le pavé. Ce qu'eſtant ainſi, l'extremité d'icelle ligne doit eſtre l'œil requis, dont la demõſtration eſt manifeſte, parce que nous avons fait une operation reverſe à celle de l'invention de l'ombre au 5 exemple du 3 membre des briefvetez.



2 Exem-

2 Exemple de l'ombre d'un quadrangle ombrageable parallelogramme à angle oblique.

Le donné. Soit en la figure ſuivante le donné & l'operation comme au premier exemple, excepté que le quadrangle ombrageable eſt icy à angle oblique : Apres qu'eſtant tirée I O P, on ne dreſſera point de ligne ſur L egale à P M comme là ; mais eſtant tirée ladite I O P, on tirera encores P Q à angle droit ſur la vitrebaſe D M, & on produira icelle P Q juſques en R, tellement que Q R ſoit egale à M L ; puis ſur le point R dreſſant ou imaginant une ligne egale à P Q à angle



droit ſur le pavé, le bout d'icelle ligne eſt l'œil requis, dont la demonſtration eſt manifeſte par la precedente de la 1 propoſition.

La raiſon pourquoy au premier exemple la ligne P Q R n'eſtoit tirée comme en ce ſecond, eſt que R viendroit touſiours manifeſtement dedans L, & pourtant ſeroit inutilement tirée.

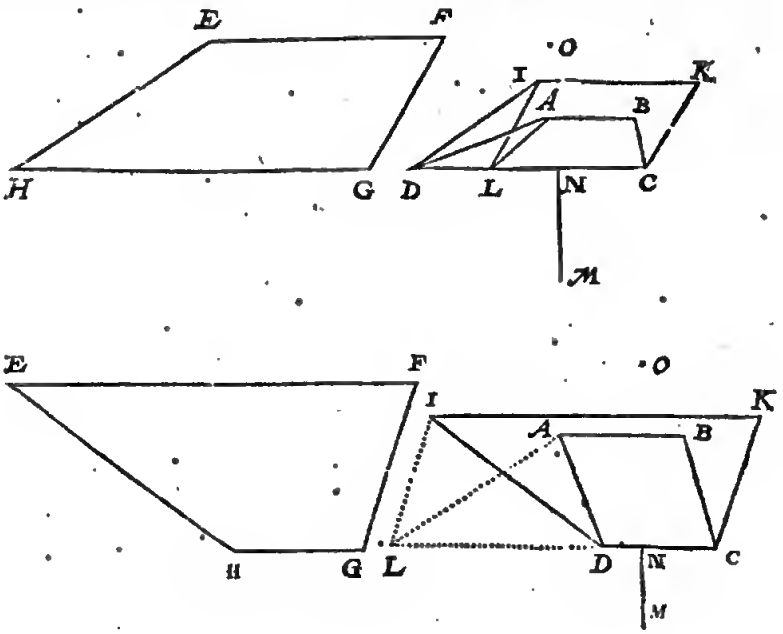
3 Exemple de l'ombre d'un quadrangle ombrageable ſeulement à deux coſtez paralleles, leſquels en l'ombragement eſtoient paralleles avec le vitre.

Le donné. Soit A B C D ayant deux coſtez paralleles, comme A B & C D ombre du quadrangle ombrageable ayant ſeulement deux coſtez paralleles, comme E F, H G, leſquels en l'ombragement eſtoient paralleles avec le vitre, ſur le plan infini duquel quadrangle E F G H, le vitre avec le coſté D C eſtoit en ombrageant à angle droit, & ayant eu en l'ombragement le coſté homologue avec H G, (l'ombre duquel eſt D C) parallele avec le vitre.

Le requis. Il faut trouver l'œil.

OPERATION.

Soit qu'en l'ombragement le plan ombrageable E F G H vienne avec le coſté H G dedans le vitre ou non, je me propoſe neantmoins (pour les raiſons declarées en la demonſtration du premier exemple) qu'avec tel coſté il y venoit dedans, de ſorte que D C eſt



auſſi

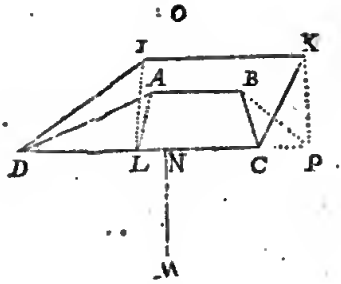
auſſi bien ombré comme ombrageable du coſté homologue avec HG : Ceey eſtant ainſi, je tire ſur DC, comme homologue avec HG, le quadrangle IKCD ſemblable avec le quadrangle EFGH; puis apres de I juſques à DC ou ſa prolongée la ligne IL parallele avec KC, puis AL. Ce qu'eſtant ainſi, ABCL eſt ombré du quadrangle parallelogramme IKCL, comme nous demonſtrerons cy-deſſous : D'iceluy cerché l'œil, ſe trouve par le ſecond exemple de ceſte propoſition au boot, je prens, de la ligne egale à MN, poſé ſur le poinct O à angle droit ſur le vitre, lequel je dis eſtre l'œil requis.

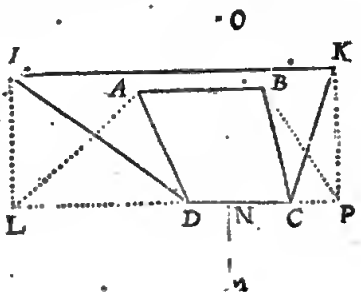
DEMONSTRATION.

Nous avons dit en l'operation que ABCL eſt ombre du quadrangle IKCL, & pour en faire declaration je dis aioſi : Le poinct A du quadrangle ABCL, eſt ombre du poinct I du quadrangle IKCL, & le poinct L en la vittebaſe eſt ombre de ſoy-meſme par la ſeconde petition; & pourtaot AL eſt ombre de IL par la 1 propoſition : Mais AB eſt ombre de IK, & BC de KC: pourtant le quadrangle ABCL eſt ombre du quadrangle IKCL, & conſequemment l'œil trouvé de ABCL faut auſſi qu'il ſoit l'œil de ABCD, d'autant que l'ombre totale & ſa partie n'ont point des yeux divers.

NOTEZ.

L'operation ſe pourroit auſſi faire autrement, prenant un rectangle au lieu du parallelogramme ombrageable quadrangulaire IKCL, ce qui ſe fait ainſi : Je remarque la figure precedente IKCD, comme cy-deſſous, & tire de I & K deux lignes IL, KP à angle





droit ſur DC, ou ſur ſa prolongée; puis AL avec BP, & pour les raiſons declarées en la demonſtration precedente, le quadrangle ABPL eſt ombre du quadrangle rectangle ombrageable IKPL : Pourtant d'iceluy cerché l'œil par le 1 exemple, on le trouvera ao meſme lieu comme deſſus, à ſçavoir au bout de la ligne egale à MN, dreſſée ſur le poinct O à angle droit ſur le vitre.

4 *Exemple de l'ombre d'un quadrangle ombrageable ſeulement à deux coſtez paralleles, leſquels en l'ombragement n'eſtoient paralleles avec le vitre.*

Le donné. Soit ABCD ombre d'un plan ombrageable, comme du quadrangle ombrageable EFGH, ayant ſeulement deux coſtez comme EH, FG paralleles, leſquels en l'ombragement n'eſtoient paralleles avec le vitre, ſur le plan infini duquel quadrangle EFGH, le vitre avec le coſté DC en l'ombragement giſoit à angle droit, & avoit eu eo l'ombragement le coſté homologue avec HG duquel l'ombre eſt DC, parallele avec le vitre.

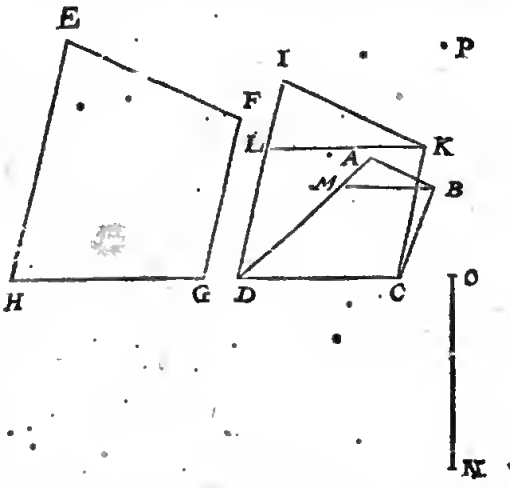
Le requis. Il faut trouver l'œil.

OPERATION.

Soit qu'en l'ombragement le plan ombrageable EFGH, vienne avec le coſté HG dedans le vitre ou non, je me propoſe (pour les raiſoos declarées au premier exemple) qu'avec tel coſté il venoit dedans. tellement que DC eſt auſſi bien ombre comme ombrageable du coſté homologoe avec HG : Ceey eſtant aioſi, je marque ſur DC, comme homologue avec HG, le quadrangle IKCD, ſemblable au quadrangle EFGH; puis KL egal & parallele avec CD, puis de B juſques à AD la ligne BM auſſi parallele avec CD : Ce qu'eſtant aiuſi, MBCD eſt ombre du quadrangle parallelogramme LKCD, comme nous demonſtrerons cy-deſſous; pourtant cerché l'œil d'iceluy MBCD, il ſe trouve par le 1 exemple de ceſte propoſition au boot, je prens, de la ligne egale à NO, dreſſée ſur le poinct P à angle droit ſur le vitre, lequel je dis eſtre l'œil requis.

DEMONSTRATION.

Nous avons dit en l'operation que MBCD eſt ombre du quadrangle ombrageable parallelogramme LKCD; ce qoe pour declarer je dis ainſi : Veu que AD eſt ombre de ID par le poſé, il faut que l'ombre du poioct L ſoit



en AD, elle doit auſſi eſtre en BM; car comme KL eſt parallele avec le vitre, & que de B ombre du poioct K, eſt tiré BM parallele avec KL, il faut que l'ombre de KL ſoit en l'infioie BM par la 2 propoſition, & poortaot MB eſt ombre de LK, & par conſequent le quadrangle

drangle M B C D ombre de L K C D ; & pourtant trouué l'œil de M B C D, c'eſt l'œil de A B C D, d'autant que la partie de l'ombre n'a autre œil que l'ombre totale.

NOTEZ.

Par ce que nous avons dit en l'operation à la fin du troiſieſme exemple, eſt notoire qu'on pourroit auſſi faire l'operation en tirant des deux poincts L & K deux perpendiculaires ſur D C, trouvant apres l'ombre d'un quadrangle rectangle par le 1 exemple.

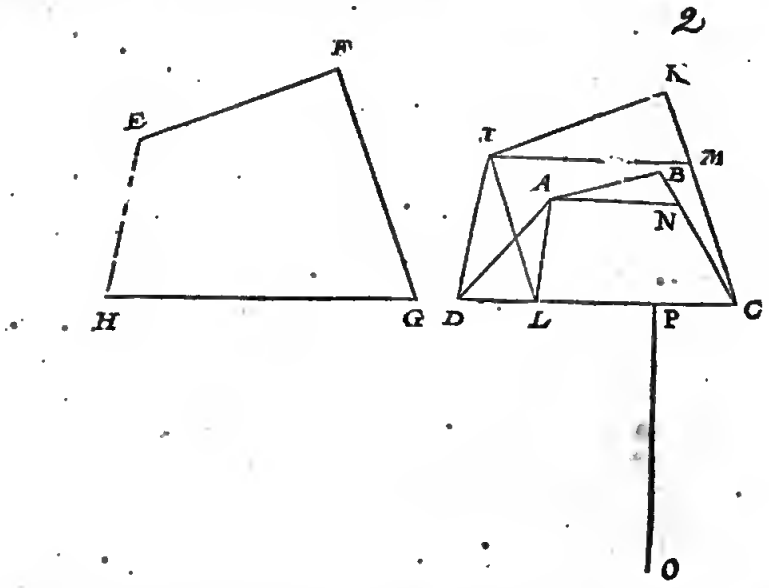
5 Exemple de l'ombre d'un quadrangle ombrageable avec deux coſtez non paralleles, & les anterieurs ſeulement paralleles avec la vitrebaſe.

Le donné. Soit A B C D l'ombre d'un plan ombrageable ſemblable à l'ombrageable quadrangle E F G H, ayant deux coſtez non paralleles, & ſur le plan infini duquel, le vitre eſtoit en l'ombragement avec le coſté D C à angle droit, & ayant eu en l'ombragement le coſté homologue avec H G, duquel l'ombre D C ſoit parallele avec le vitre.

Le requis. Il faut trouver l'œil.

OPERATION.

Soit qu'en l'ombragement le plan ombrageable E F G H vienne avec le coſté homologue de H G dedans le vitre ou non, ce nonobſtant je me propoſe (pour les raiſons declarées au 1 exemple) qu'avec tel coſté il venoit dedans, tellement que D C eſt auſſi bien ombre que ombrageable de l'homologue avec H G : Cecy eſtant ainſi, je marque ſur D C, comme homologué avec H G, le quadrangle I K C D, ſemblable au quadrangle E F G H ; puis de I deux lignes, l'une comme I L parallele avec K C, & venant L en D C ou ſa prolongée, l'autre I M egale & parallele avec L C ; puis L A, & de A juſques à B C la ligne A N parallele avec I M : Ce qu'eſtant ainſi, A N C L eſt ombre du parallelogramme I M C L, comme nous demonſtretons cy-deſſous : Pourtant cerché l'œil d'iceluy A N C L, il ſe trouve par le ſecond exemple de ceſte propoſition au bout, je prens, dè la ligne egale à O P, dreſſée ſur le poinct Q à angle droit ſur le vitre, lequel je dis eſtre l'œil requis.



DEMONSTRATION.

Nous avons dit en l'operation que A N C L eſt ombre de l'ombrageable parallelogramme I M C L, mais pour en faire declaration je dis ainſi : D'autant que le poinct A du quadrangle A B C L, eſt ombre du poinct I, du quadrangle I M C D, & le poinct L en la virrebaſe eſt ombre de ſoy-meſme par la deuxieſme petition ; pourtant A L eſt ombre de I L par la 1 propoſition : Puis d'autant que B C eſt ombre de K C par le poſé, il faut que l'ombre du poinct M ſoit en B C, & auſſi en A N ; car veu que I M eſt parallele avec le vitre, & que de A ombre du poinct I, eſt tirée A N parallele avec I M, il faut que l'ombre de I M ſoit en l'infinie A N, par la 2 propoſition ; & pourtant A N eſt ombre de I M, & N C de M C, & par conſequent le quadrangle A N L C, ombre de I M C L ; & par conſequent l'œil trouvé de A N C L, doit auſſi eſtre l'œil de A B C D, car l'ombre totale n'a autre œil que ſa partie.

NOTEZ.

Par ce que nous avons dit à la fin du troiſieſme exemple, eſt notoire qu'on pourroit auſſi faire l'operation tirant des deux poincts I & M deux lignes pendiculaires ſur D C, trouvant puis apres l'ombre d'un quadrangle parallelogramme par le 1 exemple.

6 Exemple de l'ombre d'un quadrangle ombrageable, duquel le coſté exterieur eſt ſeulement parallele avec la vitrebaſe.

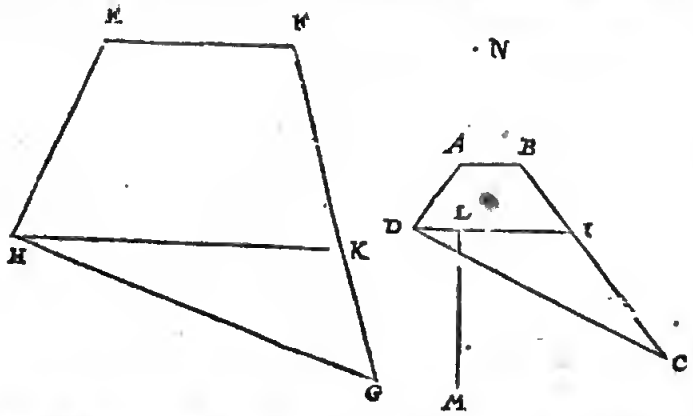
Au precedent 4 & 5 exemple le coſté anterieur de l'ombrageable quadrangle a eſté parallele avec le vitre, mais pour declarer la generalité de la propoſition és quadrangles, deſquels le coſté poſterieur eſt ſeulement parallele avec la vitrebaſe, ſoit A B C D ombre d'un quadrangle ombrageable E F G H, ayant quatre coſtez non paralleles, & ſur le plan infini, duquel le vitre avec le poinct C, eſtoit en l'ombragement à angle droit, & ayant eu en l'ombragement le coſté poſterieur E F, duquel l'ombre A B eſt parallele avec le vitre.

Le requis. Il faut trouver l'œil.

OPERA-

OPERATION.

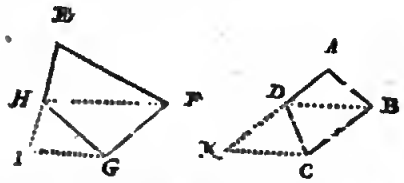
Je tire DI parallele avec AB, & I venant en BC, puis HK parallele avec EF, & K venant en FG: Ce qu'eſtant ainſi, il eſt notoire que ABID eſt ombre de EFKH, ayant deux coſtez ombrageables, comme EF avec HK; pourtant d'icelle ABID cerché l'œil, ſe trouve par le troiſieſme exemple de ceſte propoſition



au bout, je prens, de la ligne egale à LM, dreſſée ſur le poinct N à angle droit ſur le vitre, ce qui eſt manifeſtement l'œil requis.

7 Exemple d'un quadrangle ombrageable, ayant ſeulement entre deux angles oppoſites une ligne imaginée parallele avec la vitrebaſe.

En cas que l'ombre ſoit d'un quadrangle, comme cy-deſſous ABCD ombre de EFGH, tellement que la ligne imaginée DB ait eſté parallele avec la vitrebaſe, il eut fallu qu'icelle HF ent eſté auſſi parallele avec icelle; pourtant il eſt notoire qu'alors on devroit tirer HF,



puis EH infiniement avant vers I, & GI parallele avec FH, pareillement DB; puis AD infiniement avant vers K, & CK parallele avec BD, & qu'alors DBCK ſeroit ombre de HFGI, de laquelle trouvé l'œil par le troiſieſme exemple, on aura le requis.

8 Exemple d'un plan ombrageable rectiligne ayant plus de quatre coſtez.

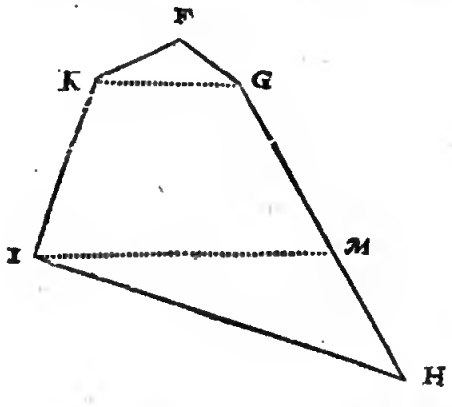
Eſtant donnée l'ombre avec la figure ombrageable, laquelle a plus de quatre coſtez, & le reſte ſelon le contenu de la propoſition; pour en trouver l'œil, on choiſira dedans iceluy plan ombrageable quatre poincts angulaires, de ſorte qu'entre iceux ſoient imaginées ou tirées quatre lignes, faiſans quelque quadrangle idoine, duquel un coſté en l'ombragement eſtoit parallele avec le vitre. Semblablement on tirera entre les ombres d'iceux quatre poincts quatre lignes droites, & le quadrangle comprins entre icelles ſera ombre des autres, pourtant trouvãt l'œil d'icelles par un des exemples ſuſdits ſelon la qualité du quadrangle ombrageable qu'on a auſſi acquis, on aura auſſi l'œil de l'ombre totale.

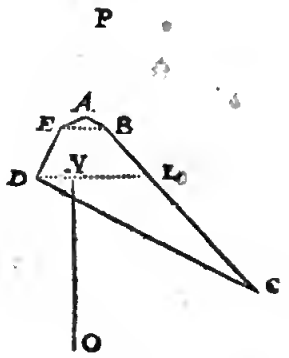
Soit pour exemple ABCDE l'ombre d'un pentagone ombrageable FGHIK, ſur le plan infini duquel le vitre eſtoit avec le poinct C en l'ombragement à angle droit, & ayant eu la ligne droite imaginée de K juſques à G en l'ombragement parallele avec le vitre.

Le requis. Il faut trouver l'œil.

OPERATION.

Je tire EB comme ombre de KG, & ſa parallele DL, venant L en BC, puis IM parallele avec KG, & venant M en GH: Ce qu'eſtant ainſi, il eſt notoire que EBLD eſt ombre de KGMI, ayant les deux coſtez





paralleles, comme KG avec IM, pourtant cerché l'œil d'iceluy EBLD, ſe trouve par le 3 exemple de ceſte

propoſition au bout de la ligne egale, je prens, à N O dreſſée ſur le poinct P à angle droit ſur le vitre, il eſt manifeſtement l'œil requis.

Concluſion. Eſtant donc donné un plan de quatre ou pluſieurs coſtez qui eſt plan d'un plan ombrageable donné, ſur lequel le vitre face en l'ombragement un angle egal à un angle donné, & ayant icelle ombre pour le moins un coſte ou ligne entre deux angles, paralleles avec la vitrebaſe, nous avons trouvé l'œil, ſelon le requis.

NOTEZ.

S'il eſtoit notoire quel angle fait en l'ombragement ſur la vitrebaſe quelque coſté de la figure ombrageable, il eſt manifeſte que par la maniere precedente ſeroit trouvé l'œil de toute ombre donnée d'un plan rectiligne; parce que toute ligne droite tirée d'un angle de l'ombre parallele avec la vitrebaſe, eſt ombre de la ligne tirée de ſemblable angle dedans la figure ombrageable, pareillement parallele avec la vitrebaſe.

Mais veu qu'il arrive rarement qu'en telles ombres données tel angle ſoit cognu, cela ſeroit peu uſité en la practique: Mais quand la figure ombrageable donnée a pour le moins deux coſtez ombrageables, ou deux lignes paralleles, leſquelles ſont ou peuvent eſtre tirées entre les angles, il y a moyen d'y parvenir par une autre voye, dont nous deſcirons la propoſition ſuivante.

PROBLEME VII. PROPOSITION XIII.

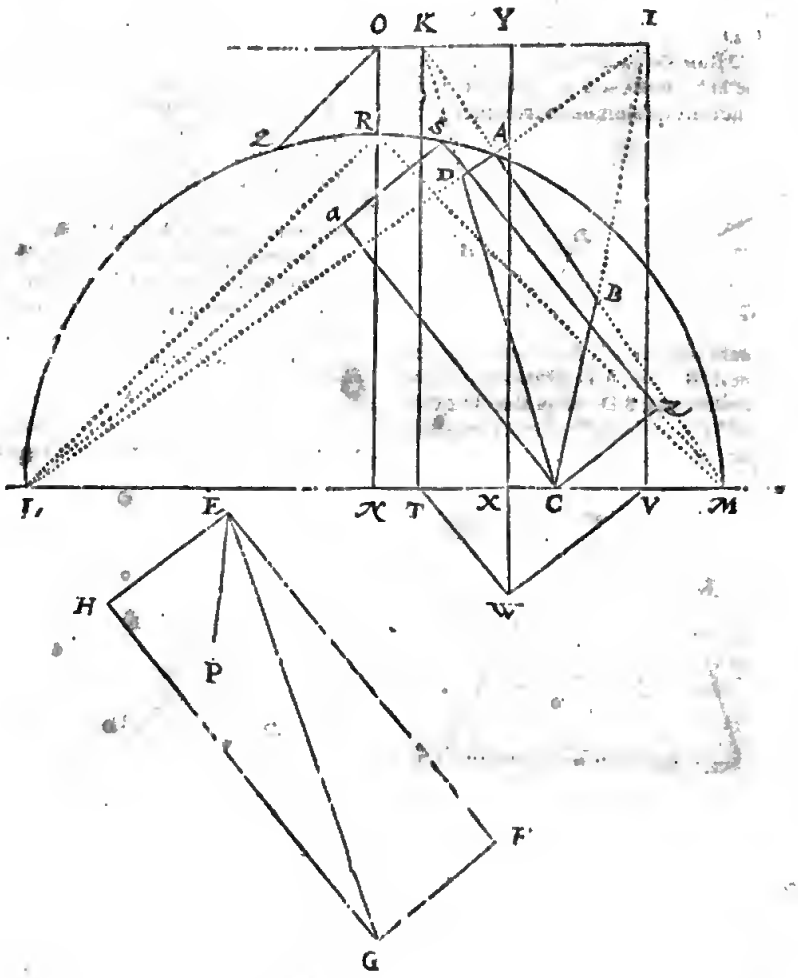
ESTant donné un quadrangle parallelogramme, qui eſt ombre d'un plan ombrageable, ſur lequel le vitre en l'ombragement face un angle egal à un angle donné; & eſtant icelle ombre ſans aucun coſté ou ligne, laquelle entre deux angles eſt parallele avec la vitrebaſe, mais ayant la figure ombrageable pour le moins deux coſtez paralleles, ou deux lignes qui ſont ou ſe peuvent tirer paralleles entre les angles: Trouver l'œil.

Le donné. Soit A B C D une ombre ſans aucun coſté ou ligne, laquelle entre deux angles eſt parallele avec la vitrebaſe, & cela de l'ombrageable parallelogramme E F G H, ſur lequel le vitre en l'ombragement eſtoit à angle droit.

Le requis. Il faut trouver l'œil.

OPERATION.

Je produis D A & C B tant qu'elles s'aſſemblent en I; pareillement B A & C D s'aſſemblans en K; puis I K, & une infinie par C parallele avec I K, comme L M, ſignifiant la vitrebaſe; apres je produis A D juſques à ce qu'elle touche icelle infinie en L; ſemblablement je produis A B touchant icelle infinie en M, & je marque au milieu de L M le poinct N, & de N je tire l'infinie N O à angle droit ſur L M, puis E P; de ſorte que l'angle H E P eſt egal à l'angle P E F; puis je tire de l'infinie N O quelque ligne comme O Q, tellement que l'an-



gle Q O N

gle QON ſoit egal à l'angle HEP ; puis de L juſques en l'infinie NO, la ligne LR parallele avec QO, laquelle deſcrive par les trois poincts L, R, M un arc ; là où eſt à conſiderer, que quand l'angle, comme HEF, eſt droit comme icy, qu'alors le centre du cercle, ſur lequel ſe deſcrit l'arc, tombe en N, & iceluy angle eſtant aigu, alors il y tombe deſſus en NR ; mais eſtant obtus, il y tombe deſſous en la prolongée RN. Apres je tire EG, puis des deux poincts C & M je tire deux lignes juſques à un meſme poinct de l'arc, comme juſques au poinct S, de ſorte que l'angle CSM eſt egal à l'angle GEF, (mais il faut ſçavoir que l'operation mathematique de l'invention de ceſt angle, ne m'eſtoit pas venue en la penſée, lors que je deſcrivois ceſte matiere ; pour la mechanique elle ſe peut faire entre autres, en coupant un angle de papier egal à GEF, ayant les coſtez EG, EF aſſez longs, & ceſt angle de papier rellement poſé que les coſtez, comme EF, EG, touchent les deux poincts C, M, & le poinct extreme comme E dedans le circuit, qui ſe peut faire en le tournant d'un & d'autre coſté : Il faut auſſi ſçavoir que tel attouchement du poinct extreme du papier, ſe peut faire ſeulement (c'eſt aſſavoir mathematiquement) dedans le poinct S ; car de là vers M, iceluy poinct vient hors le circuit, & de S vers L il vient par tout dedans le demi-cercle. Nous avons mis icy ceſte operation mechanique pluſtoſt que de n'en point mettre, d'autant que pluſieurs qui y prendront plaiſir, pourront chercher l'opetation mathematique) puis LS ; apres de K & I deux lignes KT, IV, à angle droit ſur l'infinie LM ; puis VW parallele avec SL, & de T juſques en l'infinie VW la ligne TW parallele avec SM ; puis WX à angle droit ſur LM, & je produis WX juſques à Y en KI, je mets puis apres ſur le poinct Y une ligne egale à WX à angle droit ſur le vitre : Ce qu'eſtant ainſi, je dis qu'au bout d'icelle ligne eſt l'œil requis.

Preparation. Soit tirée de C juſques en SM la ligne CZ parallele avec LS, pareillement de C juſques en SL la ligne C*a* parallele avec MS, puis RM.

DEMONSTRATION.

L'angle LRN eſt egal à l'angle MRN, & l'angle HEP eſtant egal à LRN par l'operation, eſt pareillement egal à l'angle PEF ; pourtant l'angle LRM eſt egal à l'angle HEF. Mais l'angle LSM (venant dedans iceluy arc LRM) eſt egal au meſme angle LRM, pourtant l'angle LSM eſt egal à l'angle HEF ; puis l'angle CSZ eſt egal à l'angle GEF, & comme GF eſt parallele avec HE, & GH avec FE ; ainſi CZ avec *a*S, & C*a* avec ZS : pourtant le quadrangle SZC*a*, comme quadrangle ombrageable, eſt ſemblable au quadrangle EFGH, & de ce quadrangle SZC*a*, W eſtant le pied, ou autrement l'œil au bout de la ligne egale à WK, dreſſée ſur le poinct Y à angle droit ſur le vitre, ABCD eſt l'ombre, comme les lignes de la figure le demonſtreut, eſtans conformes à l'operation de l'invention de l'ombre au *6* exemple du troiſieſme article des brefvetez. Mais eſtant AB, CD ombre veuë de tel œil, il faut que ceſt œil ſoit auſſi le requis.

Concluſion. Eſtant donc donné un quadrangle parallelogramme qui eſt ombre d'un plan ombrageable ſur lequel le vitre en l'ombragement face un angle egal à un angle donné, & eſtant icelle ombre ſans aucun coſté ou ligne, laquelle entre deux angles eſt parallele avec la vitrebaſe ; mais ayant la figure ombrageable pour le moins deux coſtez paralleles, ou deux lignes qui ſe peuvent tirer paralleles entre les angles, nous avons trouvé l'œil ſelon le requis.

ALB. GIRARD.

Il eſt aiſé à croire que l'Autheur a fait des choſes ſans comparaiſon plus difficiles, que ce qu'il obmet icy, d'autant que l'operation mathematique ne luy venoit pour lors au devant, comme il le confeſſe en l'operation, mais voicy comme il faut faire.

Voulant flechir des poincts C, M, un angle vers la circonference LAM, egal à l'angle GEF, il ne faut que faire une ſection ſur CM, capable d'un angle egal à GEF, comme enſeigne Euclides en la 33 propoſition du troiſieſme livre des Elemens, qui la coupera en S.

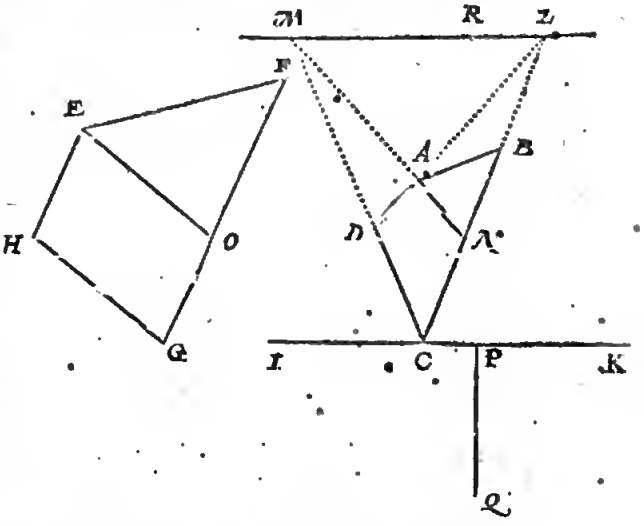
PROBLEME VIII. PROPOSITION XIV.

ESTant donné un plan à quatre coſtez ou plus, qui eſt ombre d'un plan ombrageable ſur lequel le vitre en l'ombragement faiſoit un angle egal à un angle donné, & eſtant icelle ombre ſans aucun coſté ou ligne qui eſt entre deux angles parallele avec la vitrebaſe : mais ayant la figure ombrageable au moins deux coſtez paralleles, ou lignes paralleles, leſquelles entre les angles ſont ou peuvent eſtre tirées ; & outre cela eſtant cognu l'angle qui face quelque coſté de l'ombre donnée en l'ombragement ſur la vitrebaſe : Trouver l'œil.

Ceſte 14 propoſition differe en cela de la 13, qu'elle eſt generale ſur tous plans polygones ; mais d'autre part il faut ſçavoir quel angle en l'ombragement faiſoit ſur la vitrebaſe quelque ligne, ce qui n'eſtoit pas neceſſaire au troiſieſme exemple, pource que la vitrebaſe ſe trouvoit par l'ombre donnée : Mais veu que tel angle ſe cognoit ſouvent aux ombres propoſées ou en peincture par quelques autres lignes circonſtantes, leſquelles on fait venir ſur la vitrebaſe à angle droit, il peut advenir que l'invention de l'œil de telles ombres aye ſon uſage en la practique, parquoy nous la deſcrivons.

1 Exemple de l'ombre d'un quadrangle ombrageable, ayant ſeulement deux coſtez paralleles.

Le donné. Soit ABCD l'ombre de la figure ombrageable dedans le pavé, de laquelle les deux coſtez HE, GF ſont paralleles ; mais les deux autres GH, FE, non paralleles, & l'angle D ſuit ombre de H, & le vitre aye eſté en l'ombragement à angle droit ſur le plan ombrageable, & parallele avec IK, laquelle (ſoit qu'en l'ombragement elle y paſſe ou non) je fais tendre icy par le poinct C, tellement que l'angle que quelque coſté,



je prens, D C faiſoit en l'ombragement ſur la vittebaſe, eſtoit egal avec l'angle D C I.

Le requis. Il faut trouver l'œil.

OPERATION.

Je produis D A & C B tant qu'elles s'aſſemblent en L, & tire par L l'infinie L M, parallele avec K I; puis je produis C D tant qu'elle rencontre l'infinie, ce qui ſoit en M; & de M par A une ligne tant qu'elle rencontre C L, ce qui ſoit en N; puis de E juſques en F G la ligne E O parallele avec G H. Cecy eſtant ainſi, A N C D eſt ombre du parallelogramme E O G H, duquel trouvant l'œil par le 1 exemple de ceſte propoſition, qui ſoit au bout de la ligne egale à P Q, dreſſée ſur le poinct R à angle droit ſur le vitre, on a le requis; dont la demonſtration eſt manifeſte par l'operation reverſe de l'invention de l'ombre au 6 exemple du 3 article des briefvetez.

2 *Exemple de l'ombre d'un plan ombrageable rectiligne comme il advient, mais ayant pour le moins ſelon le contenu de la propoſition deux coſtez ou lignes paralleles, qui ſont, ou peuvent eſtre tirées entre les angles.*

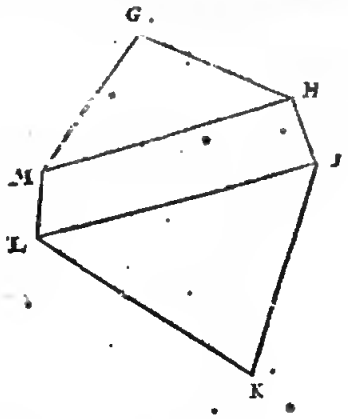
Le donné. Soit A B C D E F l'ombre de la figure ombrageable G H I K L M, ainſi qu'il advient; mais ayant les lignes imaginées ou tirées entre les angles M, H, & I, L paralleles, c'eſt M H parallele avec L I, & l'angle A ſoit ombre de G; puis que le vitre aye eſté à angle droit ſur le plan ombrageable, & ſa vittebaſe parallele avec N O; de ſorte que l'angle que quelque coſté, je prens, E D faiſoit en l'ombragement ſur la vittebaſe, ſoit egal avec l'angle E D N.

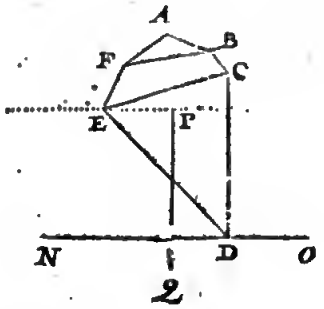
Le requis. Il faut trouver l'œil.

OPERATION.

Veu que l'angle F eſt ombre de M, & B de H, je tire F B: Pareillement d'autant que l'angle E eſt ombre de L, & C de I, je tire E C; ce qu'eſtant ainſi, le quadrangle F B C E eſt ombre du quadrangle ombrageable M H I L, ayant deux coſtez paralleles, duquel l'œil trouvé par le premier exemple, tirant la vittebaſe par E parallele avec N O, & le reſte comme en iceluy premier exemple, on trouve l'œil au bout de la ligne, je prens, egale à P Q, dreſſée ſur le poinct R à angle droit ſur le vitre, & on a le requis: Dequoy la demonſtration eſt manifeſte.

Concluſion. Eſtant donc donné un plan à quatre coſtez ou plus, qui eſt ombre d'un plan ombrageable ſur lequel le vitre en l'ombragement faiſoit un angle egal à un angle donné, & eſtant icelle ombre ſans aucun





2

coſté ou ligne qui eſt entre deux angles parallele avec la vittebaſe: Mais ayant la figure ombrageable au moins deux coſtez paralleles, ou lignes paralleles, leſquelles entre les angles ſont ou peuvent eſtre tirées, & outre cele eſtant cognu l'angle qui face quelque coſté de l'ombre donnée en l'ombragement ſur la vittebaſe, nous avons trouvé l'œil, ſelon le requis.

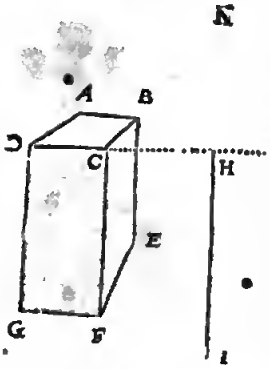
CONSEQVENCE.

Veu que les ombres des corps conſiſtent toutes en plans, s'enſuit que l'œil d'un de ces plans eſtant trouvé par les regles precedentes, qu'on a l'œil du corps entier, fors les ombres, leſquelles en l'ombragement eſtoient paralleles avec leurs figures ombrageables, car eſtant conſiderées particulierement, elles peuvent avoir l'œil par tout, parce qu'eſtans comme dedans le vitre, elles ne reçoivent aucune variation par changement de place de l'œil) voire auſſi de toutes autres ombres circonſtantes des figures ombrageables appliquées à ce corps, & appartenantes à iceluy. Mais afin que tout ſoit plus manifeſte, nous en donnerons exemple comme s'enſuit.

Le donné. Soit A B C D E F G l'ombre d'une colomne quarrée ombrageable, egale à la colomne dont la hauteur D G, & coſté de la baſe G F, & le vitre eſtoit en l'ombragement parallele avec le plan, comme D C F G, entre la baſe & le couvercle, & ceſte ombre a dedans ſoy les ombres des trois plans comme il appert.

Le requis. Il faut trouver l'œil.

OPERATION.



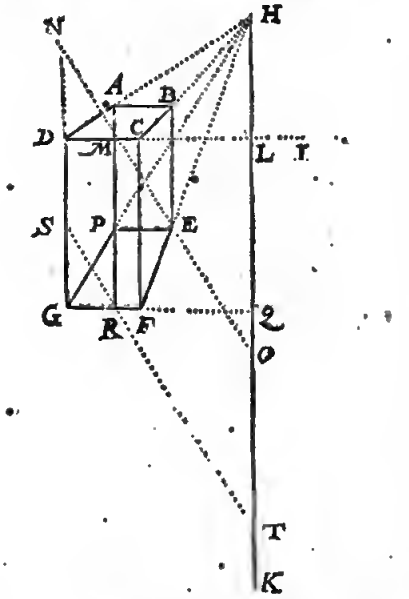
Je me propoſe en marquant, que le vitre tendoit (ſoit que l'ombrageur en l'ombragement l'ait poſé ainſi ou non) par le parallelogramme D C F G, avec lequel en l'ombragement il eſtoit parallele; & prenant le couvercle ombrageable, duquel l'ombre A B C D comme s'il giſoit ſur le pavé, je trouve l'œil par le premier exemple de la 12 propoſition, comme au bout de la ligne egale, je prens, à H I dreſſée ſur le poinct K, à angle droit deſſus

deſſus le vitre, lequel œil il faut qu'il ſoit auſſi œil de l'entiere figure ombrageable.

NOTEZ I.

Nous avons prins en l'operation que le couvercle ombrageable, duquel l'ombre A B C D gist ſur le pavé, & ſuivant tel poſé trouvé l'œil: Mais d'autant que cela n'eſt proprement le pavé, & que quelqu'un pourroit douter de la ſolution, nous en ferons declaration.

Soit A B C D E F G une colomne quartée, comme deſſus, mais tranſparente, dedans laquelle ſont encore marquées les lignes ſuivantes: D A & C B ſont prolongées tant qu'elles s'aſſemblent en H, & D C qui eſtoit prinſe comme vitrebaſe, eſt infiniement prolongée vers I, ſur laquelle eſtant tirée l'infinie à angle droit H K, elle coupe D I en L; puis je tire A M à angle droit ſur D I; & prolongeant G D juſques à N, de ſorte que D N ſoit egale à D C; puis de N par M une ligne droite tant qu'elle rencontre H K en O; apres ſur le poinct H dreſſant une ligne egale à O L, & à angle droit ſur le plan dedans lequel eſt l'ombre, le bout d'icelle eſt l'œil, comme il ſe trouvoit en l'opetation precedente.



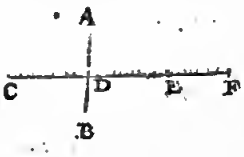
Mais pour demonſtrer maintenant que ceey eſt auſſi bien le vray œil, que l'œil trouvé par l'operation ſur le propre pavé, ſoient produites G H & F E, leſquelles doivent tomber en H; puis je tire E P parallele avec F G, & verſant P en G H, tellement que P E F G ſignifie l'ombre de la baſe ombrageable au propre pavé.

Pour trouver l'œil de ceſte ombre P E F G, je fais comme deſſus, produiſant la vitrebaſe G F tant qu'elle rencontre H K en Q, & P R à angle droit ſur la vitrebaſe G Q, & je marque dedans G D le poinct S, tellement que G S eſt egale à G F, puis de S par R une ligne tant qu'elle rencontre H K en T; puis dreſſant ſur le poinct H une ligne egale à T Q, & à angle droit ſur le plan dedans lequel eſt l'ombre, Il faut que le bout de ceſte ligne ſoit manifeſtement l'œil: Mais que ce bout, & le bout de la ligne, ſelon la premiere ſolution, ſoit tout un meſme poinct, s'enſuit de ce que T Q eſt egal à O L; ce qui ſe demonſtre ainſi: A M eſtant prolongée, elle tend par P juſques à R, tellement que du triangle rectangle S G R, le coſté G R eſt egal à D M, & G S egale à D N, par l'operation; & pourtant le troiſieſme coſté N M eſt egal & parallele avec S R, & leurs lignes prolongées, comme M O & R T, aux deux triangles rectangles M O L, R T Q ſont auſſi neceſſairement egaux & paralleles, comme auſſi ſont M L avec R Q, & conſequemment comme nous avons voulu demonſtrer O L avec T Q.

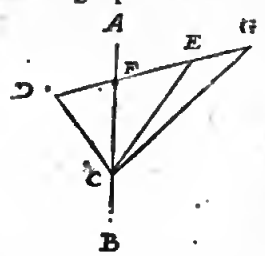
De là eſt aſſez manifeſte qu'on peut trouver en telle ſorte le meſme œil par les autres deux ombres quadrangulaires B E F C, A P G D, à ſçavoir par B E F C, prenant l'infinie dedans laquelle eſt F C pour vitrebaſe: Mais par le quadrangle A P G D, prennat l'infinie dans laquelle eſt G D pour vitrebaſe; car par icelle trouvant la ſuſdite ligne qui doit eſtre dreſſée ſur H, elle ſera auſſi egale avec O L ou T Q. De ſorte que de telles ombres quadrangulaires on peut choiſir les plus commodes, & deſquelles l'operation mechanique eſt la plus ſeure.

NOTEZ II.

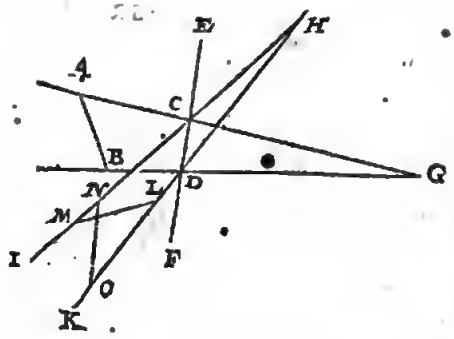
Veu que quelqu'un pourroit douter, pourquoy l'invention de l'œil n'a eſté icy commencée par exemples, l'ombre eſtant un poinct, ligne, ou triangle, nous en declarerons la raiſon, qui en general eſt, qu'elles n'ont pas une ſolution certaine, mais infinies. Ce que pour declarer plus amplement, & premieremẽt du poinct; ſoit A B un vitre veu de coſté, C un poinct ombrageable, D ſon ombre; puis ſoit tiré de C par D la ligne C D E, & prennant E pour œil, il eſt notoire qu'il pourra ſervir pour œil de C. Mais C D E prolongé juſques à F, alors F ſe pourra par meſme raiſon prendre pour œil de C, & ainſi d'infinis autres.



Quant à la ligne, je dis ainſi: Si l'une des extremités de la ligne ombrageable eſt dedans le vitre, l'autre dehors, l'ombre du poinct extreme qui en eſt dehors, ſe voit en la meſme place du vitre par divers yeux infinis, comme il eſt dit cy-deſſus, & l'autre bout eſtant dedans le vitre, ſon ombre ne change point de place par poſition de l'œil en divers lieux; & pourtant l'ombre de telle ligne peut eſtre veuë de diverſes places infinies. Ce que pour declarer par exemple: Soit A B le vitre veu de coſté, C D une ligne ombrageable, l'une des extremitez de laquelle C eſt dedans le vitre, l'autre extremité D dehors, E l'œil, duquel tirant le rayon E D, il tranſperce le vitre A B en F, comme ombre de D, & F C eſt l'ombre de l'ombrageable D C. Mais pour demonſtrer maintenant que ceſte F C peut auſſi ſervir d'ombre à D C veu d'un autre œil que E, ſoit D E prolongée juſques à G, lequel poinct G prins pour œil, il volt F C encores pour ombre de D C, & ainſi avec infinis autres.

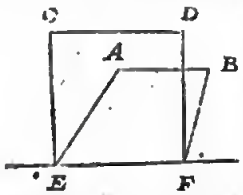


Mais la ligne ombrageable eſtant totalement hors le vitre, comme je prens A B, de laquelle l'ombre C D eſt dedans le vitre E F veu de coſté, & G l'œil, je dis que tout poinct de qualité, comme H, prins pour œil, alors C D peut eſtre ombre d'infinies autres lignes ombrageables egales à A B. Car tirant de H par C & D, deux lignes, comme H C I & H D K, & entre icelles appliquant les lignes L M, N O, egales à A B, icelles



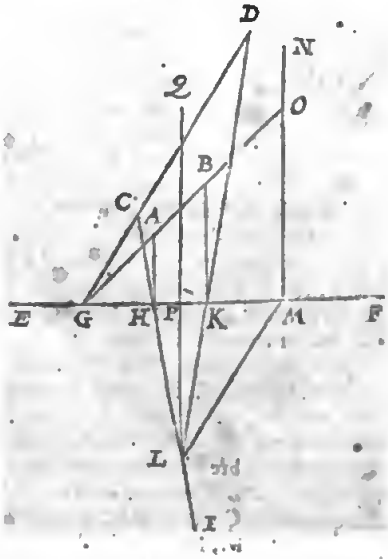
L M & N O ſont manifeſtement lignes ombrageables, deſquelles l'ombre C D, & conſequemment l'ombre C D peut avoir infinie multitude d'yeux.

Bien eſt vray que ſi on donnoit la ligne ombrageable en ſa place poſée, qu'alors on ne pourroit remettre l'œil ſans avoir variation de l'ombre. Mais puis qu'il advient rarement que la ligne ombrageable ſe mette dedans le vitre, deſſous, pres, ou dedans l'ombre, avec telle ſignification, il ne ſemble pas que l'invention de l'œil par telle maniere ſoit fort requiſe. Toutefois pour declarer



en paſſant comment on feroit ſi tel accident advenoit, ſoit A B ombre de l'ombrageable C D, laquelle ombre A B eſtãt parallele avec la vittebaſe E F, ſoit ainſi veuë qnand le vitre eſtoit à angle droit ſur la vittebaſe, & l'ombrageable C D giſant dedans le pavé à icelle place donnée, pareillement parallele de E F, & cela neceſſairement, parce que G D en eſt parallele. Or pour en trouver l'œil, je tire des deux poincts C & D ſur E F deux lignes quelconques paralleles, comme C E, D F, juſques à la vittebaſe E F; Ce qu'eſtant ainſi, je cerche l'œil de ceſte donnée A B F E, de l'ombrageable C D F E ſelon la maniere de la 13 propoſition, & j'ay le requis.

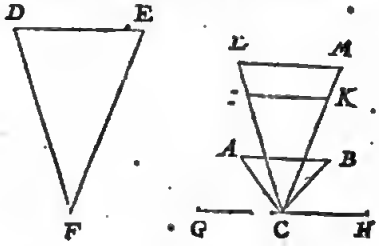
Mais ſi l'ombre n'eſtoit parallele avec la vittebaſe, comme je pretens ceſte ligne A B, ombre de l'ombrageable C D, non parallele de la vittebaſe E F, pour trouver



l'œil on ſera ainſi: Je produis D C & B A, tant qu'elles s'aſſemblent dedans la vittebaſe en G; (il faut qu'elles s'aſſemblent en la vittebaſe ſi le donné eſt vetitable, à ſçavoir que A B ſoit vraye ombre de C D, en la maniere que deſſus) Je tire puis apres A H à angle droit ſur E F, & de C poinct ombrageable de l'ombre A, je tire par H l'infinie C I; pareillement B K à angle droit ſur E F, & de D poinct ombrageable de l'ombre B par K la ligne D L, rencontrant l'infinie C I en L; puis L M paralelle avec G D, & touchant la vittebaſe E F en M, apres l'infiuie M N à angle droit ſur icelle vittebaſe, & je produis G B juſques à C en l'infinie M N, la touchant en O; puis L P Q à angle droit ſur la vittebaſe E F, & la coupant en P, auſſi tellement que P Q eſt egale à M O: Cecy eſtant ainſi, on dreſſera le poinct Q par une ligne egale à L P, & faiſant ſur le vitre tel angle que le vitre ſur le pavé, & l'extremité de ceſte ligne eſt manifeſtement l'œil requis.

Quant au triangle, il a auſſi des ſolutions infinies, car ſi un coſté eſt dedans la vittebaſe, il ne varie point par le mouvement de l'œil, ce que ne font auſſi les autres deux lignes, quand l'œil ſe meut dedans le rayon infini de l'ombrageable poinct angulaire par ſon ombre, de ſorte que l'ombre entiere du triangle demeure alors ſans variet, couvrant touſiours le triangle ombrageable, & convenant avec iceluy. Il faut entendre le ſemblable du triangle qui a le coſté plus proche parallele avec la vittebaſe, parce qu'en la recerche de l'œil on peut faire tendre par icelle le vitre.

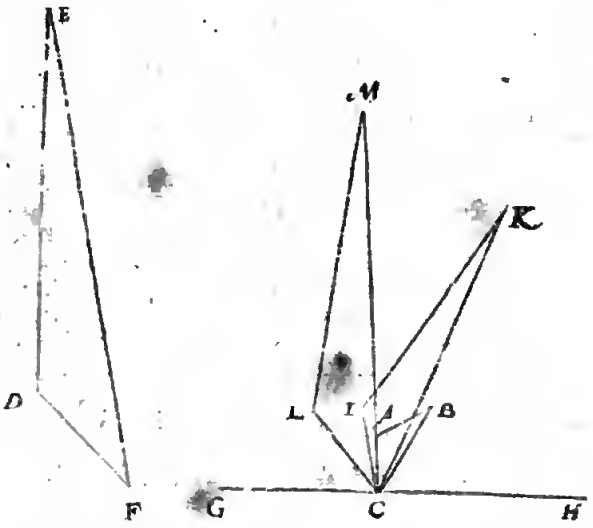
Mais ſi le coſté plus loing du triangle ombrageable, eſtoit parallele avec la vittebaſe, l'œil pareillement peut venir en divers lieux infinis: Ce que pour declarer par exemple, ſoit A B C l'ombre d'un triangle ombrageable egal avec D E F, puis A B eſt le coſté plus loing parallele, je pretens, avec la vittebaſe G C H, le vitre de laquelle en l'ombragement eſtoit à angle droit ſur le plan de la figure ombrageable: Soient maintenant du poinct C tirées les deux lignes C I, C K, & I K, tellement que



le triangle I K C ſoit egal à D E F: Soit puis apres C I prolongée juſques à L, & C K juſques à M, puis L M parallele avec I K, qui ſera auſſi bien le triangle L C M, comme I C K, ſemblable avec D E F: Cecy eſtant ainſi, il eſt manifeſtement poſſible que l'œil ſe pourra mettre en telle ſorte qu'on verra les deux poincts A, B (moyennant qu'on ſuppoſe A B C eſtre au vitre à angle droit ſur le pavé) convenir avec les deux poincts I, K, comme ombres d'iceux, & A B C ſera lors ombre de l'ombrageable I K C. Il eſt auſſi manifeſtement poſſible l'œil ſe pouvoit mettre encores à une autre place, de ſorte qu'on verra les ſuſdits deux poincts A, B, convenir avec les deux poincts L, M, comme ombres d'iceux; & alors ſera A B C l'ombre de la figure ombrageable L M C, laquelle eſtant auſſi bien que I K C ſemblable avec D E F, chacune ſert pour figure ombrageable donnée: Tellement que l'ombre A B C peut eſtre veuë de deux divers yeux, & par conſequent d'infinis yeux.

Le

Le ſemblable s'eotendra auſſi du triangle ſans aucunes paralleles avec la vitrebaſe : Soit pour exemple A B C l'ombre d'un triangle ombrageable ſemblable avec D E F, & le coſté A B parallele, je ptens, avec la vitrebaſe G C H, de laquelle le vitre en ombrageant eſtoit à angle droit ſur le plan de la figure ombrageable; Soient maintenant tirées du poinct C les deux lignes C I, C K, & I K, tellement que le triangle I K C ſoit ſemblable avec D E F, & ombre de A B C : Soit puis apres marqué ſur une autre place le triangle L M C, ſemblable auſſi à D E F, mais plus grand que I K C, & ce en telle place qu'on puiſſe voir la ligne ombrageable L M convenir avec ſon ombre A B : Ce qu'eſtant ainſi, les mots de la declaration ſur la figure ptecedente, ſerviront auſſi à ceſte-cy, & on conclurra finalement que A B C peut eſtre ombre d'infinis triangles ombrageables, ſemblables avec D E F, veu de divers yeux.

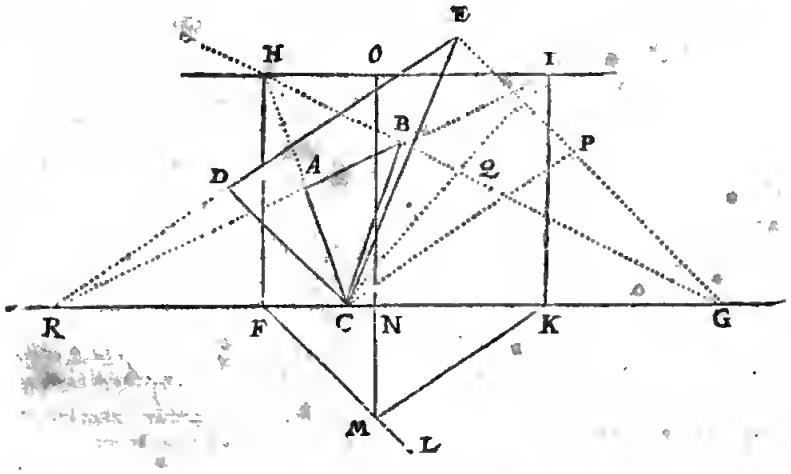


Mais ſi le triangle ombrageable eſtoit donné au lieu où il eſtoit en l'ombragement, il en vient ſeulement une ſolution. Dequoy pour parler par exemple, ſoit le triangle ABC l'ombre du triangle ombrageable D E C, & F G la vitrebaſe, le vitre de laquelle venoit ſur le plan ombrageable à angle droit. Pour en trouver l'œil, je tire de E juſques à la vitrebaſe la ligne E G, parallele avec D C, & de G par B l'infinie G B H, & je produis C A rencontrant l'infinie en H, & par H l'infinie H I parallele avec F G; apres je produis A B tencontrant icelle infinie en I, & des deux poincts H & I deux lignes à angle droit ſur F G, comme H F & I K; puis l'infinie F L parallele avec D C, & K M parallele avec E D, & touchant F L en M, puis M N à angle droit ſur F G, & je ptolonge icelle M N juſques à O en H I, puis je mets ſur O une ligne egale à N M, & à angle droit ſur le vitre, le bout d'icelle ligne eſt l'œil tequis.

Preparation de la demonſtration. Je tire C B egale & parallele avec D E, apres C L coupant G H en Q, & je ptoduis E D avec B A s'aſſemblant neceſſairement en la vitrebaſe G F, qui ſoit en R.

Demonstration.

Ceſte preparation ainſi faite, on voit une figure de meſme qualité que celle du 6 exemple du 3 membre des



briefvetez, là où il appert que A B Q C eſt ombre du triangle ombrageable D E P C, & par operation reverſe il eſt manifeſte que l'œil doit venir comme eſt dit cy-deſſus.

ADVER-

ADVERTISSEMENT DES FAVTES.

VEu que quelques fautes ſe peuvent appercevoir du premier regard en quelques ombres données, & que ceſte ſcience ſerve auſſi bien pour s'en garder en ombrageant, que pour bien juger des ombres faites; nous en deſcirons ces cinq regles ſuivantes.

I.

Si on trouvoit que les ombres de trois ou pluſieurs poincts ne giſent en ligne droite, leſquels poincts ombrageables on ſçait notoirement geſir en ligne droite, on eſt aſſeuré par la premiere propoſition qu'il y a faute en l'ombragement.

II.

Quand nous voyons des lignes en quelque ombre, leſquelles nous ſçavons devoir eſtre ombres des lignes ombrageables paralleles, & paralleles avec le vitre, leſquelles ombres toutefois ne ſont de faict tirées paralleles; de là on peut conclurre que l'ombragement eſt mal fait, en eſtant aſſeuré par la 2 propoſition.

III.

Si les ombres des plans ombrageables, leſquelles nous ſçavons devoir eſtre paralleles avec le vitre, n'eſtoient ſemblables à leur figure ombrageable, ſoit qu'elles conſiſtent en lignes droites ou obliques, on ſçait qu'il y a faute par la 2 propoſition.

IV.

Quand en quelque ombre nous voyons des lignes que nous ſçavons devoir eſtre ombres de lignes ombrageables non paralleles avec le vitre, leſquelles ombres eſtans prolongées ne s'aſſemblent toutefois en un meſme poinct, de là on peut juger que l'ombragement eſt mal fait, dont la demonſtration ſe tire de la 3 propoſit.

V.

Quand nous voyons en quelque ombre des lignes, leſquelles nous ſçavons devoir eſtre lignes de diverſes parties de lignes paralleles ombrageables, leſquelles avec le pavé pareillement ſont paralleles, mais non paralleles avec le vitre, & l'une des parties non parallele de l'autre: Si tous les poincts de conjonction d'icelles diverſes parties ne venoient en une ligne droite, de là on peut juger que l'ombragement eſt mal fait, dont la cauſe eſt apparente par la 4 propoſition.

APPENDICE.

POur pareille raiſon qu'à la fin du traicté des Triangles & d'autres livres nous avons mis un Appendice, principalement pour ne point meſler la doctrine avec les diſputes, ſelon qu'il eſt dit là plus amplement: Pour meſme raiſon auſſi nous deſcrirons à la fin de l'ombragement precedent ceſt Appendice.

1 *Chapitre, ſur la premiere definition du mot ombragement.*

Ombragement s'appelle en la premiere definition, plat pourtraict des choſes hauſſees appatoiſſant hauſſé; mais on enombre bien un plan ſur le pavé, lequel n'eſtant elevé ou hauſſé, quelqu'un pourroit dire, (comme auſſi diſoit SON EXCALLENCA eſtant parvenu juſques à la lecture d'icelle definition, & cognoiſſant par experience la vertu des definitions és arts libetaux) que cela n'eſt pas comptins en ceſte definition: Sur quoy on reſpond, que comme on dit que la perſonne occupée à baſtir une partie d'une maiſon, s'excerce en l'architecture, d'autant que par la conjonction de telles parties finalement on attend une maiſon: Ainſi on peut dire que la perſonne occupée à marquer une partie d'une ombre appatoiſſant hauſſee, s'exerce en l'ombragement appatoiſſant hauſſé; pource que par la conjonction de telles parties, eſt attendue une ombre apparoiſſant hauſſee: Et par conſequent conſiderant la fin principale à quoy rend l'œuvre de l'ombrageur, il ſemble que la definition contenant que l'ombragement des choſes hauſſees eſt un plat pourtraict apparoiſſant hauſſé, ne declare pas improprement que c'eſt ombragement.

2 *Chapitre, ſur la definition du nom poinct de conjonction.*

Ce qu'en la 12 definition nous nommons poinct de conjonction, quelques uns devant nous l'ont appellé poinct horizontal, & œil: Quant au poinct horizontal, d'autant que tels poincts en la conjonction des ombres prolongées des paralleles, leſquelles avec l'horizon ne ſont paralleles, viennent deſſus ou deſſous l'horizon, le poinct horizontal ne peut par tout proprement eſtre nom commun. Quant au nom œil, il eſt certain que l'œil ne vient là dedans le vitre. Touchant ce que l'intention pourroit eſtre que c'eſt un poinct vers lequel l'œil ſe dirige pour voir l'ombre en ſa perfection, & que pour telle ſignification on le nomme œil, cela auſſi ne va de pied ferme, car il y a des ombres qui ont pluſieurs divers tels poincts, dont quelques uns ſont egalement hauſſes deſſus l'horizon, autres plus haut ou plus bas, & ſouventefois pas un d'eux n'eſt le poinct vers lequel l'œil eſt dirigé, comme on peut voir au precedent: De ſorte que tant le nom œil que l'autre, eſt impropre. Les inconveniens procedans de ces noms impropres ſont entre autres, que les Ombteurs parlans des proprietez de l'ombragement, ne s'entendent pas (ſauf correction) les uns les autres, ni eux-meſmes: Les uns diſans que l'ombre peut avoir pluſieurs yeux: Les autres, veu que la choſe ombrageable en l'ombragement ſe voit ſeulement d'une place, il n'y devroit avoir qu'un œil: Les autres penſans moderer ce different, diſent qu'en l'ombragement il ne faut par tout parfaitement ſuivre l'art: Mais le fondement bien conſideré, les noms impropres ſont cauſe de tel erreur. Ce conſideré, nous avons nommé ce poinct, poinct de conjonction, comme eſtant nom commun, & à mon advis de ſignification aſſez commode.

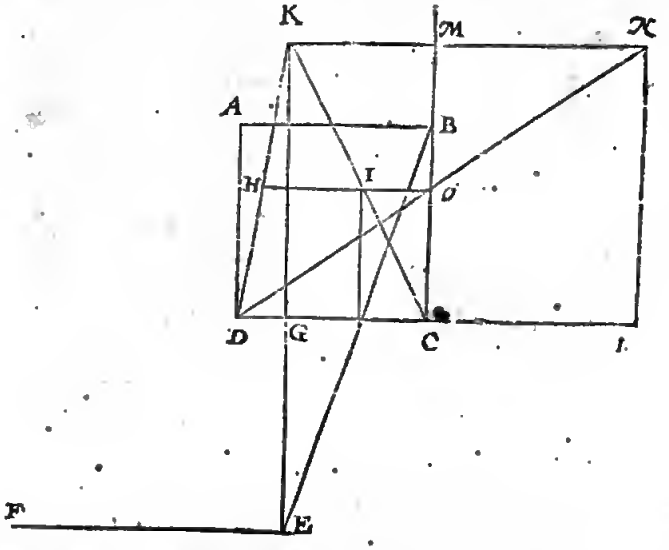
3 *Chapitre, de l'impropre ſignification des lignes, deſquelles on uſe en matiere de l'ombragement.*

Puis qu'il y a en uſage une commune maniere d'ombragement avec les noms impropres appliquez ſur lignes & poincts par leſquels il ſemble difficile de pouvoir parvenir à la ſolide cognoiſſance de l'ombragement, nous en ferons quelque declaration.

Soit

Soit A B C D nn qnarré ombrageable, E le pied, ſur lequel on feigne que ſoit dreſſée une ligne de Spectateur egale à la meſure de Spectateur E F, & le vitre rende par D C à angle droit ſur le pavé; ſoit puis apres tiré E G à angle droit ſur D C; & de ce donné ſoit trouvée l'ombre H I C D du quarté ombrageable A B C D, ſelon la maniere du premier exemple, au troiſieſme article des briefvetez derriere la 11 propoſition, & K ſoit poinct de conjonction des prolongées D H, C I.

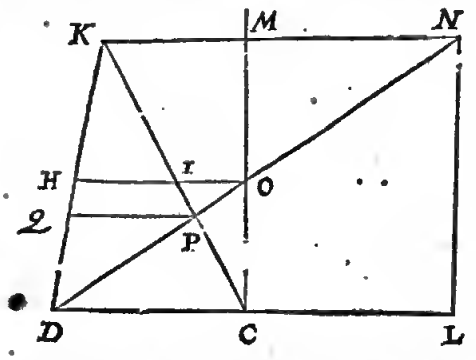
Mais puis que la ligne H I ſe peut encore trouver par une autre briefveté laquelle eſt declarée au 5 exemple du meſme article, à ſçavoir qu'on produit la ligne D C



juſques à L, de ſorte que C L ſoit egale à G E; puis apres C B infiniement vers M, & L N egale & patallele avec G K, puis N K, N D conpans C M en O, & de O une parallele avec C D, laquelle tende par I H comme il eſt là demonſtré: Or en ceſte figure ils nomment C L *ligne du plan*, qui vaut autant à dire que ligne de pavé, N l'œil, L le pied, N L la pendiculaire, qui vaut autant que ligne de Spectateur, M N ligne de diſtance. On reſpond à cecy, qu'encore bien que ces lignes & poincts ayent quelque convenance avec les lignes & poincts qui ſignifient proprement telle choſe (car C L eſt egale à la propre ligne de pavé G F, & L convient avec le pied E, & N avec l'œil, & ainſi des autres) que ces noms toutesfois ne ſont pas idoines à la parfaicte cognoiſſance de la Scenographie.

Pour declarer cecy plus clairement par exemple, marquons ceſte derniere maniere d'invention de l'ombre ſeule, à leur mode comme cy-deſſous.

Poſé maintenant que quelqu'un diſe avec ceſte figure ainſi: Il y a un quarré dont le coſté eſt D C, & L le pied, N l'œil, L N ligne de *Spectateur*; Par cecy on requiert l'ombre du quarré ombrageable, dont le coſté



eſt D C: Or pour en venir à l'operation, je dis que le Scenographe ne ſçait pas certainement le lieu du poinct de conjonction K, à ſçavoir s'il doit tomber en ce lieu, ou plus loing de N, ou plus pres. Secondement, tel quarré qui ſe voit ainſi hors de N comme œil, ne peut monſtrer ſon ombre H I C D en telle diſpoſition qu'elle ſe rencontre icy, à ſçavoir avec le coſté D C du quarré ainſi en bas. Pourtant les ſuſdites lignes & poincts ne ſont pas ce dont ils ont le nom, il ne ſemble pas auſſi qu'il ſoit utile de leur attribuer tels noms, pour quelque reſſemblance qu'ils ayent avec les vrais: Mais ſi pour eviter erreur, on vouloit prendre garde à celuy qui procede d'un tel fondement, on trouvera entre autres en *Serlio* vers le commencement de ſon ſecond livre, premierement qu'il eſt luy meſme incertain des noms d'icelles lignes, ne ſuivant point fermement ſes propres definitions: Secondement, qu'il tire de P commune ſection des lignes N D, C K, une ligne, comme P Q, parallele avec C D; coneluant que Q P C D, auſſi bien que H I C D, eſt l'ombre du quarré donné, leſquelles ombres toutefois ont ceſte difference, que H I C D ſe voit en un vitre eſtant perpendiculairement ſur le pavé, comme C M qui eſt perpendiculaire ſur D L: Mais l'ombre Q P C D ſe voit en un vitre à angle oblique ſur le pavé, avec telle declinaiſon que C K a ſur D L: Et que puis apres ſur l'ombre de tel pavé veu par un vitre obliquement ſur le pavé ſe met l'ombre de profit qui vient ſur iceluy pavé, mais veu par un vitre obliquement ſur le pavé, il ſe fait quelque meſlange, lequel combien qu'il puiſſe eſtre agreable à la veuë, ce n'eſt pas toutefois ombre ſelon l'art, ou ſelon le requis du propoſé.

4 *Chapitre, de la diſtance de l'œil au vitre.*

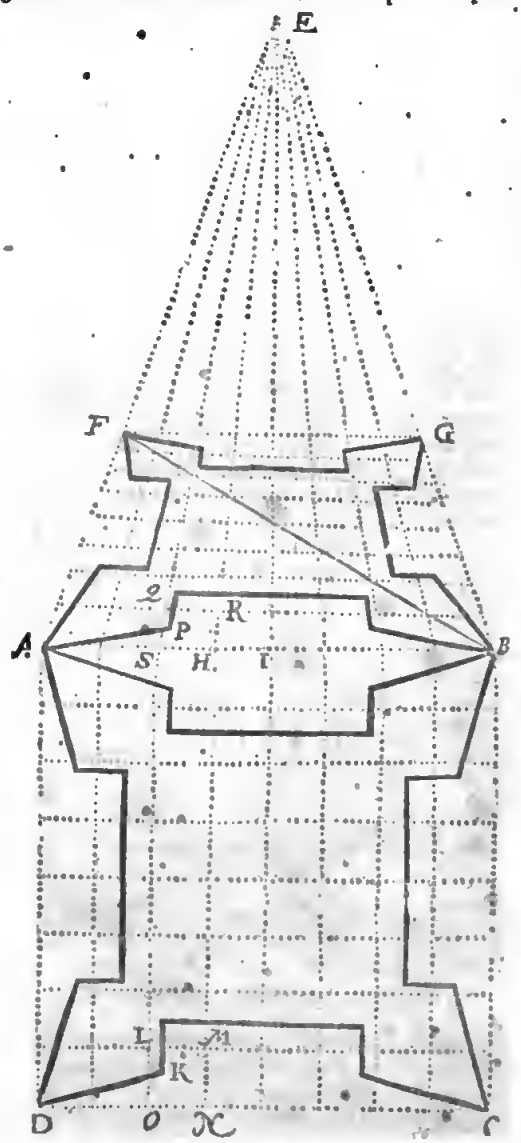
La poſition de la diſtance de l'œil juſques au vitre eſt fort libre en l'ombragement, quelques uns en deſcrivent quelque regle, comme la raiſon de la diſtance à la largeur de l'ombre, ſe peut commodement prendre de 3 à 2. Mais cecy ne peut eſtre ainſi defini, car il y a des ombres qui ſont ſi petites, que quand on mettroit l'œil en telle raiſon ſi pres, il ne ſeroit poſſible d'en veoir quel-

quelque choſe avec jugement. Pourtant quand ſelon la grandeur de l'ombre, on le met en telle diſtance où l'ombre ſe voit commodement de la pluſpart des hommes (car l'un voit de plus ptes que l'autre) cela ſemble eegle plus ferme.

Quant à ce qu'és precedentes figures nous avons ſouvent mis l'œil plus ptes du vitre, que pour veoir de là commodement l'ombre, cela s'eſt fait par exemple, car ſi on l'eut mis de diſtance comme il appartient. les figures euſſent ſouvent eſté plus grandes que les fueilles n'euſſent peu comprendre.

5 *Chapitre, de l'ombragement par quarrez.*

Il y a une maniere d'ombrager en uſage, qui ſe fait deſſus la figure ombrageable, ce que pour declarer par exemple, ſoit A B C D le plan d'un fort avec quatre boulevars, pour avoir l'ombre d'iceluy, on tire là deſſus quelques quarrez egaux ainſi: Ayant tiré les deux lignes droites A B, D C, avec quelques lignes entre deux d'egale diſtance les unes des autres, comme par exemple



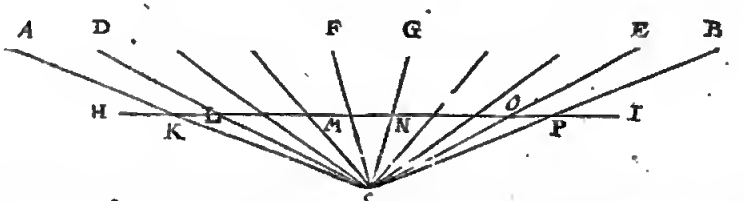
ſept, ſemblablement A D, & B C, auſſi avec ſept lignes paralleles entre deux, alors ſur le plan du fort viennent 8 fois 8 quarrez, qui ſont 64: Puis je tire A E, B E comprenant le triangle A B E, auquel je tire quelque ligne comme F G pârallele avec A B, tellement que le quadrangle F G B A ſe prend pour ombre de l'ombrageable quarré A B C D, dedans laquelle ombre quadrangulaire F G B A, noſtre deſſein eſt de marquer l'ombre du plan ombrageable donné. Pour y parvenir, je tire entre E A & E B ſept lignes, aux ſept poincts qui viennent entre A & B, comme E H, E I, & ſemblables, puis je tire B F coupant icelles autres ſept lignes comme appert, & par leurs communes ſections encore ſept lignes paralleles avec A B, & aura ce quadrangle F G B A auſſi 64 quadrangles, chaque quadrangle eſtant ombre de ſon concordant quarré ombrageable de l'entier quarré A B C D. Cecy eſtant ainſi, je voy que le boulevart ombrageable dont la poincte A, aura ſon ombre à F, & le boulevare ombrageable à D, ſon ombre à A, & ainſi des autres. Or pour commencer maintenant l'ombragement d'un boulevart, comme à D, je voy où tombe ſa face, comme D K, & j'appercoy que le poinct K tombe dedans le troiſieſme quarré depuis D vers C marquant L M N O, & en telle poſition qu'il tombe là, en ſemblable poſition ſe met auſſi le poinct P au troiſieſme quadrangle depuis A vers B marquant Q R H S, comme quadrangle concordant avec le quadrangle L M N O: C'eſt à dire, que ſi K vient au milieu, par exemple, entre les deux coſtez L M, O N, & ſur une ſixieſme, par exemple, de la longueur qu'il y a entre L O & M N, il faudra alors auſſi que P vienne au milieu entre les deux coſtez Q R, S H, & ſur une ſixieſme de la longueur qu'il y a entre Q S, & R H, & faiſant le ſemblable avec toutes les autres lignes, on aura l'ombre comme il appert. Mais cecy eſtant une maniere d'ombragement mechanique, nous ne l'avons voulu meſler entre les propoſitions mathematiques, ains ſeulement declaree ce qui s'en fait par aucuns en la practique.

6 *Chapitre, de la parfaite imitation de l'art.*

Il y a de bons maiſtres ombrageurs, qui tiennent qu'en l'ombragement il ne faut pas entierement imiter les regles de ceſt art, mais qu'il faut aucunefois faire quelque choſe plus agreable devant les yeux, qui aille contre la regle; & en donnent exemple, diſant que quand quelqu'un eſt devant & pres le milieu d'un longue feſte, avec des piliers de l'un des bouts juſques à l'autre, les piliers qui ſont au milieu, ſe monſtreront plus diſtants les uns des autres, que ceux qui ſont aux bouts; toutefois, diſent-ils, il ne faut pas imiter en ombrageant telle apparence, mais mettre iceux piliers tous egalement diſtants l'un de l'autre, ſelon la vulgaire maniere qui ſe voit par tout en uſage, car ſi le contraire ſe faiſoit, à ſçavoir qu'on mit iceux piliers inegalement diſtants comme ils apparoiſſent, ce ſeroit un ombragement deſagreable. Mais tout cecy eſt faux, à cauſe que tels piliers eſtant mis en l'ombre egalement diſtants l'un de l'autre, & l'œil naturel auſſi en ſon lieu, ils acquirent d'eux-meſmes le competent apparent approchement, que les vrais piliers ombrageables acquerrent par apparence.

Mais pour en parler par exemple encore plus clairement, poſé que les poincts cy-deſſous entre A & B, ſignifient les baſes des ſuſdits piliers ombrageables, dedans le feſte d'un baſtiment, & l'œil au milieu devant iceluy ſoit C, lequel œil verra apparemment les extremes piliers A & D, ou B & E, plus pres l'un l'autre que les piliers du milieu, comme E & G, à cauſe que l'angle A C D ou B C E, eſt moindre que l'angle F C G: Soie main-

maintenant tirée la ligne H I, comme vitre parallele avec le rang des piliers A B, & coupant les lignes qui tendent de C vers les piliers aux lieux comme ſe voit, à ſçavoir A C, D C, F C, G C, E C, B C, aux poincts K, L, M, N, O, P, & ſeront icelles communes ſections en la ligne H I, comme ombres des piliers toutes egalement diſtantes les unes des autres, comme les piliers ombrageables entre A & B; Cecy eſtant ainſi, on voit



que les piliers qui ſont entre H & I egalement diſtants l'un de l'autre, aequereot leur compereur approchement veu de C; Car K C L, ou A C D, eſt tout un meſme angle, qu'eſt M C N, ou F C G, O C P ſemblablement, ou E C B: De ſorte que les Ombrageurs en telle poſition de piliers entre H & I egalement diſtants l'un de l'autre, ne font point contre la regle de Scenographie, comme ils cuident eux-meſmes, mais on doit faire ainſi pour ombrager parfaictement.

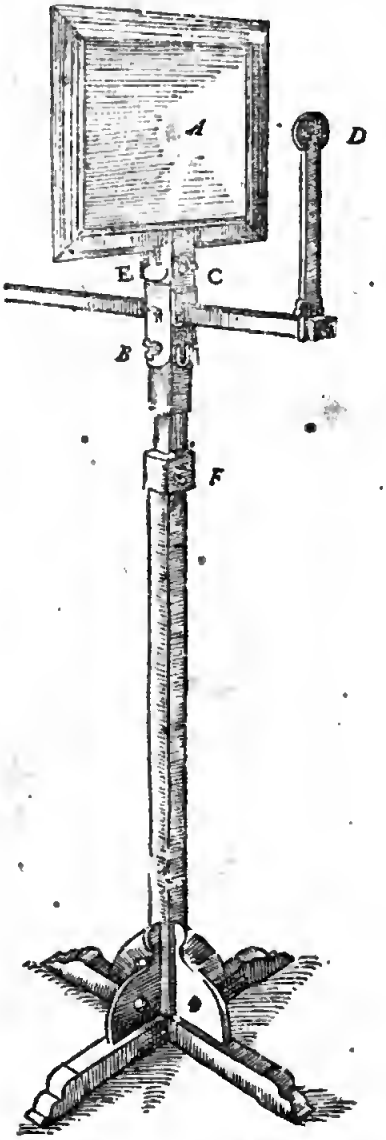
Il eſt bien vray qu'on voit quelquefois des ombres, comme d'hommes, animaux, & ſemblables, faites par un libre traict de main, leſquelles ſont plus agreables que autres operées laborieuſement ſelon les regles des perſpectives, mais cela à une autre raiſon, à cauſe que telles lignes n'argüent ainſi l'une l'autre, comme font les lignes paralleles és edifices; car ſi un cheval leve le pied un doigt plus haut ou plus bas, ou qu'un homme s'abaiſſe un doigt plus ou moins, il n'importe gueres de ſçavoir ſi certainement comment la choſe doit eſtre.

Notez encore, que comme les lignes obliques des animaux, ſe marquent plus agreablement & facilement par un libre traict à la main, de celuy qui l'a bien apprins, que par invention de pluſieors poincts, ainſi au contraire en pourtraict d'edifices, les lignes droites (en quoy conſiſte principalement l'ombragement des edifices) ſe peuvent tirer plus commodement & plus nettement le long d'une regle ſelon les preceptes des perſpectives, que par un libre traict de main.

7 *Chapitre, du vitre.*

J'ay leu quelque part, & cela à ce qui me ſemble en *Albert Durer*, lequel voulant declarer la qualité de l'ombragement, dit qu'on peut voir la choſe ombrageable par un vitre plat, & imprimer en l'imagination que ce qu'on voit ainſi dedans le vitre y eſt depeinct, car cela eſt vrayement la parfaicte ombre veuë par l'œil d'iceluy lieu. Ceſte deſcription de l'ombre (laquelle cy-devant nous eſmouvoit de definir le vitre) a ſemblé ſi commode à Son Excellence, qu'il ne s'eſt voulu ſeulement imaginer telle ombre peinte en un vitre, mais l'a voulu tirer in iceluy par effect, faiſant preparer à icelle fin un vitre en la maniere que demonſtre la figure cy adjouſtée, là où A ſignifie le vitre, qui eſtoit d'un grand miroir de criſtalin, tournant ſur la charniere B, pour le mettre auſſi droit ou oblique qu'on veut, & ſe fiche avec un vis C, le trou par lequel on voit eſt D, qui ſe peut couler plus pres & plus loing du vitre, & fiche avec le vis E: Le vitre ſe peut auſſi mettre plus haut & plus bas, & puis ficher avec le vis F.

Nous avons voulu deſcrire ceſte qualité de vitre (dedans lequel Son Excellence tiroit des ombres tant d'hommes que d'autres choſes, tellement qu'il ſemble qu'on peut dire en verité, qu'il n'eſt pas poſſible de tirer des poſtures d'hommes ſi parfaictement à l'œil ſans vitre) afin que ſi quelqu'un eſtoit deſireux d'un ſemblable, il puiſſe prendre cecy pour exemple, amendant ſelon ce qu'il pourroit appercevoir les defauts,



afin qu'il puiſſe ſervir à la parfaicte cognoiſſance de l'ombragement. J'eſtime auſſi que cela a aydé Son Excellence, pour appercevoir & corriger quelques imperfections qui eſtoyent en mon premier deſſeing de ceſte Scenographie, comme entre autres la regle generale de l'invention de l'œil des figures om-

brageables, qui oe touchent le vitre avec eoſté oi poinct, ce que nous avions premierement obmis, eomme eſtaot choſe obſcure.

Puis il eſt advenu qu'en l'invention de l'œil, j'avois deſcrit quelques propoſitions, eſquelles la figure ombrageable comme donnée, eſtoit miſe comme elle avoit poſée en l'ombrageant, par laquelle l'invention de l'œil eſtoit plus facile. Mais SON EXCELLENCE conſiderant la choſe plus attentivement, dit qu'il y avoit en eecy de l'imperfection, parce que le ſemblable ne ſe tencontre point en la practique; car on ne met point és peinctures telle figure ombrageable en leur lieu pres de leurs ombres. Ce qu'ayant veu eſtre fondé en raiſon, nous avons changé ces propoſitions, & en avons mis d'autres en leur place, comme il ſe peut veoir cy-devant.

8 *Chapitre, de l'invention des ombres par nombres.*

SON EXCELLENCE s'imaginant qu'il eſtoit poſſible que par nombres donnez cognus d'une figure ombrageable, on ſçauroit dire de quelle grandeur tomberoient les coſtez & angles de leur ombre, nous eo deſcrirons quelque exemple calcolé par SON EXCELLENCE, à cauſe qu'il appartient à ceſte matiere, & que c'eſt, comme il me ſemble, une nouvelle maniere de calcul.

Le donné. Soit A B C D un quarré ombrageable au pavé, chaque coſté eſtant de 2 pieds, & le coſté D C prolongé juſques à E, aioſi que C E face 3 pieds: Puis de E tiré à angle droit ſur D E la ligne E F de 4 pieds, F ſignifie le pied, ſur lequel s'imagioe une ligne de ſpectateur perpendiculairement ſur le pavé de 5 pieds, & le vitre tendo par D C à angle droit ſur le pavé.

Le requis. On veut ſçavoir de quelle longueur ſera chacun des trois autres coſtez de l'ombre, avec la grandeur des quatre angles, en quelle diſtance auſſi ſont l'one de l'autre les deux coſtez paralleles.

Preparation. Afin que l'imagination aye en l'operation un ſubject pour s'appuyer, nous en ferons ceſte preparation: Soit E F prolongée juſques à G, ainſi que E G eomme meſure de ſpectateur face les 5 pieds donnez de la ligne de ſpectateur, puis ſoyent tirées D G, C G, A F, eoupantes D E en H, puis H I perpeodiculairement ſur D E, & touchant D G en I; apres I K parallele avec D E, & tombaot K eo C G, puis K N perpeodiculairement ſur D E. Cecy eſtant aioſi, le quadrangle I K C D ſera ombre du quadrangle ombrageable A B C D, duquel il nous faut trouver la longueur des coſtez, & grandeur des aogles, auſſi la ligne I H, comme diſtance entre les deux coſtez paralleles I K, D C: Puis A B & I K ſont prolongées juſques à L & M, touchant avec iceux poioets L, M, la ligne F G.

OPERATION.

Veu que L F eſt parallele avec A D, & A L avec D H, il faut que le triangle A L F ſoit ſemblable au triangle A D H, & leurs coſtez homologues proportiooaux, pourtant je dis, F L 6, donoe L A 5, combien A D 2? fait pour D H $1\frac{2}{3}$.

Iceux tirez de D E 5, reſte pour H E, qui eſt auſſi pour I M $3\frac{1}{3}$.

D E 5, donne E G 5, combien I M $3\frac{1}{5}$ deuxieſme en l'ordre? fait pour M G $3\frac{1}{5}$.

Iceux tirez de G E 5, reſte pour M E, qui eſt auſſi pour K N, & pour la requiſe I H $1\frac{2}{3}$.

G E 5, donne E C 3, combien M G $3\frac{1}{3}$ troiſieſme en l'ordre? fait pour M K 2.

Leſquels tirez de I M $3\frac{1}{5}$ troiſieſme en l'ordre, reſte pour la requiſe I K $1\frac{2}{3}$.

Le triangle I H D a trois termes cognus, à ſçavoir I H $1\frac{2}{3}$ quatrieſme eo l'ordre, D H $1\frac{2}{3}$ premier en l'ordre, & l'angle I H D droit: Avec cecy cerchez les trois autres termes incognus, ſe trouvent par la 5 propoſitioo des triangles plats, à ſçavoir le coſté requis I D $\sqrt{\frac{10}{9}}$.

L'angle requis I D H 45 degr.

Et l'angle D I H 45 degr.

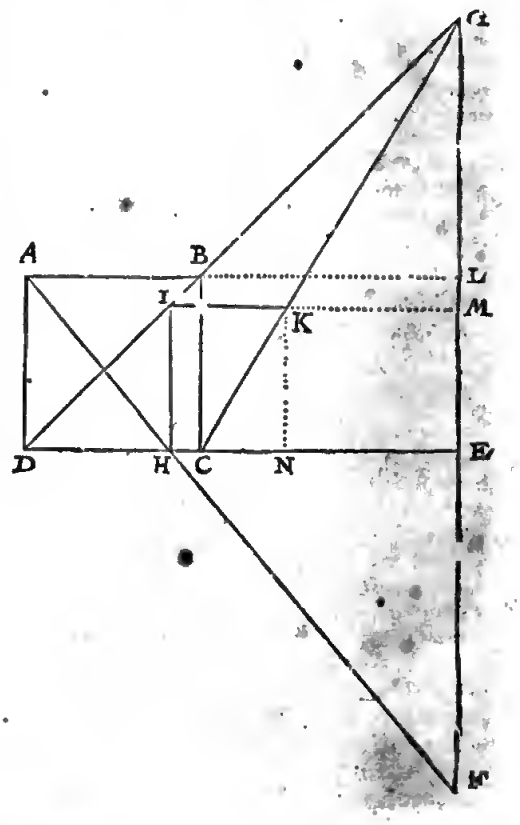
Auquel adjouſté l'angle H I K 90 degr. vieot pour l'angle requis D I K 135 degr.

G E 5, doone E C 3, combien K N $1\frac{2}{5}$ quatrieſme en l'ordre? fait pour N C 1.

Le triangle K N C a trois termes cognus, à ſçavoir K N $1\frac{2}{3}$ quatrieſme eo l'ordre, N C 1 onzieſme en l'ordre, & l'angle K N C droit, avec cecy cerchés les autres trois termes ioeognus, ils ſe trouvent par la 5 propoſition des triangles plats, à ſçavoir le coſté requis C K de $\sqrt{\frac{28}{9}}$.

Et l'angle K C N 59 degr. 2 ①, leſquels ſouſtraicts de 180 degr. reſte pour l'angle requis K C D 120 deg. 58.

Et l'angle N K C de 30 degr. 58 ①, leſquels ſonſtraicts de l'angle I K N 90 degr. reſte pour l'angle requis I K C 59 deg. 2 ①.



Fin de la Scenographie.

DEUXIES-

DEUXIESME LIVRE.

DE L'OPTIQVE,

TRAITANT

Des Catoptriques ou des Reflexions.

Traduit en Francois, & illustré d'annotations par
ALBERT GIRARD *Mathematicien.*

AU LECTEUR.

VNe fois entr'autres, je me mis à rechercher les effects de la Catoptrique selon les escrits d'Alhazen *& de* Vitellon, *& trouvay qu'il n'y avoit entre plusieurs propositions de superfices courbes, aucune certitude és conclusions, & plusieurs fautes quant & quant : Tellement que je m'addonnay à escrire de mesme matiere sur d'autres fondemens, ven qu'*Euclides *en ses* 17 *&* 18 *propositions en pose d'autres, que ceux que* Alhazen *&* Vitellon *suivent en matiere de reflexion des superfices courbes, lesquelles comme fondemens vaciles, causent la ruine de ce qui est basty dessus : Tellement que je les ay inserez icy, d'autant que* SON EXCELLENCE *les a aussi reveus, ne l'ayant voulu conseiller à suivre ces autres-là, mais de prendre ces elemens pour principes necessaires à ceste fin, lesquels il a aussi remis en meilleur estat selon la coustume qu'il a de prendre garde de pres à ce à quoy il s'exerce, comme s'ensuit.*

SOMMAIRE.

APres sept definitions & deux petitions, suivront neuf propositions : Et finalement un Appendice, contenant les Arguments lesquels selon nostre coustume, nous separons ordinairement des principes.

DEFINITIONS.

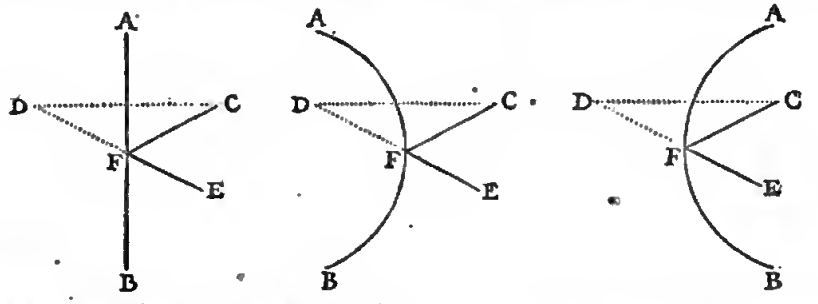
DEFINITION I.

ELemens Catoptriques sont ceux, lesquels declarent les raisons de la forme des images, causées par la presence des corps devant les miroirs.

DEFINITION II.

TOute superfice Mathematique, en laquelle on se propose que soit la qualité des miroirs, nous la nommons aussi un miroir.

Pour en parler naturellement, toote superfice reluisante comme de voire, acier, eau & choses semblables, peuvent estre aussi ptises pour mirgirs; Mais en ce traicté Mathematique, oous posons des sujects Mathematiques, les prenans icy pour miroirs : lesquels oous nommons miroirs plats ayaot la superfice platte, & miroirs spheriques ceux qni l'ont aussi spherique, & ainsi des miroirs cooiques, ou cylindriaques, quand les superfices sont coniques ou cylindriaques. D'avantage miroir convexe, est quand la supetfice coovexe agit comme uo miroir ; & mitoit concave, quaod la supetfice contave fait l'acte de miroir. Par exemple soient A B trois sortes de mitoirs, comme plats, convexes, & con-



caves, prenans leurs supetfices catoptriques du costé de E, œil & C, visible.

DEFINITION III.

POinct visible, est celuy duquel on peut voir l'image par le miroir.

Soit és trois figutes de la deuxiesme definitioo devant chaque mitoir C, dont l'image au miroir soit eo D, & pois que C peut estre veu dans le miroir, oous appellons C poinct visible.

DEFINITION IV.

OEil est un poinct, lequel on suppose faire l'office de l'œil.

Comme és troisiesmes figures de la deuxiesme definition le poinct E, lequel nous prenoos faire l'office d'œil, assavoir à voir D, image du poinct visible C: nous nommons donc E œil.

DEFINITION V.

RAyon, & rayon du visible, sont les lignes droites de l'œil, & du visible jusqu'à l'image.

Comme és trois figures precedeotes les lignes droites ED, CD sont dites rayons, assavoir ED rayon simplement, & CD rayon do visible.

DEFINITION VI.

POinct de conversion est la commune section du miroir & du rayon.

Comme és figures precedentes, la commune section de AB, & du rayon ED est F : lequel poinct F nous appellons poinct de cooversion, doot la raison apparoistra en la septiesme definition suivante.

Definition VII.

Flexion, ſont les deux lignes droites du poinct de converſion, vers l'œil & le poinct viſible : celle qui eſt vers l'œil eſt dite flexion oculaire, & l'autre flexion viſible.

Soit menée F C és figures precedentes, alors les deux lignes du poinct de converſion F vers l'œil E, comme F E, & vers le poinct viſible C, comme F C, ſont enſemble dites flexion : (comme ſi une ligne droite ſe plioyt C F E) en particulier auſſi F E flexion oculaire, qui eſt auſſi le rayon : F C flexion viſible, & le poinct F poinct de converſion ; tout ainſi que ſi une balle eſtant jettée de C en F, elle commençaſt en iceluy F, à ſe tournet vers E, tellement que F eſt le poinct de converſion, qui eſt à dire tournement, d'autant que c'eſt là que la converſion ſe fait.

Alb. Girard.

I'adjouſteray encor icy ces trois definitions.

Definition VIII.

Reflexion, eſt dit en general de l'acte, tant de la puiſſance de la veuë, que del'office du miroir, & de la viſion du viſible, lequel requiert d'eſtre illuminé.

Definition IX.

Angle de reflexion, eſt celuy qui eſt fait egalement de part & d'autre de la ligne de flexion & du miroir.

Comme és trois figures precedentes, l'angle B F E, ou A F C, (leſquels ſont egaux comme l'Autheur dira en la 4 propoſition ſuivante) de part & d'autre de la flexion C F E, & du miroir A F B.

Definition X.

Image Catoptrique, eſt la repreſentation du viſible à l'œil, laquelle ſemble eſtre veuë directement, quoy que non, maiseſt faite moyennant le miroir par le flechiſſement du rayon contre iceluy, & d'autant plus ſemblable au viſible que la ſuperfice du miroir eſt plane.

C'eſt choſe certaine que l'image catoptrique D, ſemble eſtre en autre lieu que n'eſt le viſible C ; la cauſe eſt, que nous penſons que les choſes que nous voyons ſoyent directement où nous addreſſons noſtre veuë. Or quand un miroir eſt en ſa perfection n'ayant rien de diaphane, mais eſtant bien poly (c'eſt a dire ſans angles) il doit eſtre inviſible de luy meſme ; Et puis que ce que nous ſçavons de plus certain, eſt ce que l'experience nous monſtre ; d'où s'enſuit qu'en un tel miroir noſtre veuë nous trompera, d'autant qu'en le regardant, nous ne le voyons pas, mais ſa viſion nous repreſente autre choſe ſelon la diſpoſition d'iceluy & de la veuë : Mais comment dira-on, un tel miroir doit eſtre inviſible ? c'eſt pource que nous voyons ſeulement les objects par la diſcontinuité qui y eſt, laquelle la lumiere nous monſtre, & en un mot nous ne voyons rien ſans reflexion & diſcontinuité ; car ſi tout eſtoit poly comme un miroir en perfection & ſans diſcontinuité, nous ne verrions que la lumiere ſeulement, ſi on voyoit quelque choſe : un miroir parfaict eſt donc inviſible, comme les choſes diaphanes infinies & ſans couleur ; & partant les plus experimentez penſent voir directement en iceluy, ce que le miroir leur deſcouvre, en menant noſtre rayon viſuel que nous luy addreſſons, ſelon qu'il le reçoit.

PETITIONS.

Petition I.

Le poinct viſible poſé devant le miroir plat, qu'on nous concede de dire qu'il eſt autant diſtant du miroir, que ſon image : Que le rayon auſſi du viſible eſt perpendicle ſur le miroir.

Soit G au miroir plat de la deuxieſme definition la commune ſection d'iceluy miroir & du rayon du viſible D C : On demande qu'il ſoit permis de dire que G C eſt egale à G D, que D C auſſi eſt à angle droit ſur A B : car qui en veut faire l'eſpreuve le pourra faire avec deux ſtations, comme on meſure les diſtances inaccеſſibles, ſelon la 2 propoſition du deuxieſme livre de la practique de Geometrie. Quant au rayon du viſible qu'il ſoit perpendiculaire ſur le miroir plat, il ſe recognoiſtra tel, ſi on poſe l'œil meſme pour viſible & œil tout enſemble, on verra avec une eſquerre que le rayon ſera perpendiculaire au miroir.

Alb. Girard.

Il eſt auſſi certain, que le rayon du viſible eſt auſſi perpendiculaire ſur le miroir courbe ; & auſſi que le viſible & ſon image ſont egalement diſtans du poinct de converſion en tous miroirs, ſelon ce que nous avons dit en la 10 definition : & que le rayon du viſible, duquel parle Stevin ne ſert qu'aux miroirs plats, d'autant que quand bien meſme le viſible & le miroir ſeroyent immobiles, l'image ne le ſera point, ſi l'œil ſe meut comme és miroirs plats ; mais és miroirs courbes, l'image change de place auſſi bien que l'œil, & partant on ne ſçauroit cognoiſtre ſon lieu par deux ſtations, comme és plats ; veu que l'image change de lieu ſelon le changement de ſtation : és miroirs donc courbes, diverſes perſonnes verront l'image en divers lieux, ou bien diverſes images d'un meſme viſible en meſme temps.

Petition II.

Par la commune ſection de la ſuperficie du miroir, & le plan où ſont l'œil, le viſible & ſon image, ſoit entendu le miroir donné.

Soit A B la ligne (en la deuxieſme definition) de commune ſection de la ſuperfice du miroir, & du plan où les trois poincts C, D, E ſont : On demande qu'on concede qu'avec la ligne A B, on entende le miroir propoſé.

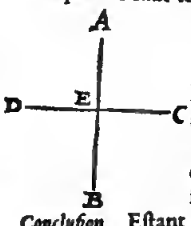
S'ENSUIVENT LES PROPOSITIONS.

Probleme I. Propoſition I.

Eſtant donné un miroir plat indefiny, & un poinct viſible, trouver ſon image.

Le donné. Soit A B un miroir plat indefiny, & C un poinct viſible au devant.

Le requis. Il faut trouver ſon image.



Construction.

On menera C D perpendiculaire à A B, coupant iceluy en E ; ainſi que E D, ſoit egale à C E : Je dis que D ſera l'image requiſe ; dont la demonſtration eſt manifeſte par la 1 petition.

Concluſion. Eſtant donc donné un miroir plat indefiny, &c.

Corollaire.

D'autant que la ligne conſiſte en une infinité de poincts, & que l'image d'un chacun peut eſtre trouvée par la 1 propoſition precedente, il s'enſuit que la deſcription de l'image de toute ligne en un miroir plat eſt notoire. Soit par exemple A B un miror plat, & C D une ligne courbe, en laquelle ſoit marquée une infinité de poincts, comme C, E, F, G, D, &c. & ayant trouvé leurs images H, I, K, L, M, &c. comme

deſſus,

deſſus, alors la ligne menée par la pluralité infinie des poincts H, I, K, L, M, ſera l'image tequiſe. D'avantage d autant que la ſuperfice de tout corps, conſiſte en une infinité de lignes, & de meſme les corpsd'une pluralité infinie de ſuperfices; il s'enſuit comment on pourra deſcrire l'image de tout corps quelcõque en un plat miroir.

Probleme II. Proposition II.

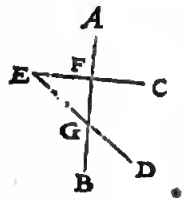
Estant donné un plat miroir indefiny avec un poinct viſible, & l'œil: Trouver le poinct de converſion.

Le donné. Soit A B un plat miroir indefiny, C le poinct viſible, D l'œil.

Le requis. Il faut trouver le poinct de converſion.

Construction.

On trouvera l'image de C, comme E, par la 1 propoſition: aſſavoir C E perpendiculaire à A B, & E F egale à F C; puis menée E D, coupant A B en G, lequel G je dis eſtre le poinct de converſion.



Demonstration.

D'autant que E eſt l'image du viſible C, par la 1 propoſition, & D, l'œil par l'hypotheſe, E D ſera le rayon par la cinquieſme definition, & partant G converſion par la 6 definition.

Concluſion. Eſtant donc donné nn miroir plat indefiny, avec un poinct viſible & l'œil, nous avons trouvé le poinct de converſion, ſelon le requis.

Theoreme I. Proposition III.

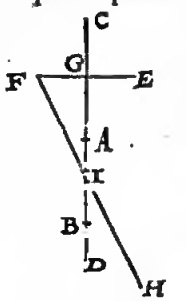
Le poinct viſible & ſon image, ſont equidiſtans du plan du plat miroir produit.

Le donné. Soit A B un plat miroir, duquel le plan produit indefiniement ſoit C D, & E le poinct viſible, ainſi que E F perpendiculaire à C D, ne paſſe pas par le miroir A B, & E F coupe C D en G.

Preparation. Soit priſe C D entierement pour un miroit, & ayant poſé quelque œil, comme H, voyant l'image F, par le poinct de converſion I, au miroir A B.

Demonstration.

C D eſtant donc uo plat miroir, F image de E, alors E & F ſeront equidiſtans de G, par la premier petition: Oſtons maintenant les parties du miroir A C, B D, n'y demeurant que le miroir A B: ce qu'eſtant ainſi, l'œil H voit encor l'image F, veu que le poinct de converſion I ne reçoit aucune alteration en cecy: Tellement que E & F demeureront equidiſtans du plan du plat miroit produit indefiniement.



Concluſion. Le poioct viſible & ſon image done, ſoot equidiſtaos de la production du plat mitoir: ce qu'il falloit demonſtrer.

Theoreme II. Proposition IV.

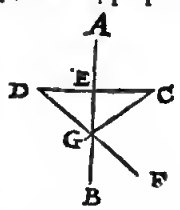
La flexion (du poinct viſible, & de l'œil) fait ſur le plat miroir des angles egaux.

Le donné. Soit A B nn plat miroir, & C poinct viſible, D image, C D rayon du viſible coupant A B en E, F l'œil, D F rayon: G poinct de converſion, G C flexion du viſible, & G F oculaire.

Le requis. Il faur demonſtret que l'angle C G A eſt egal à l'angle F G B.

Demonstration.

Ven que E G eſt à angle droit ſur D C, les triangles D G E, E G C ſeront de la condition de la 4 propoſition du premier livre des Elemens *d'Euclide*, aſſavoir deux coſtez D E, E G egaux aux deux coſtez C E, E G (par la premiere petition) & l'angle egal à l'angle en E; parquoy le reſte ſera egal au reſte, comme icy l'angle D G E, ou bien par la 15 propoſition du premier livre, B G F egal à C G E.



Concluſion. La flexion donc fait ſur le miroir des angles eganx; ce qn'il falloit demonſtrer.

Theoreme III. Proposition V.

Estant un miroir ſpherique, & un poinct viſible, duquel une ligne indefinie eſt menée par le centre du miroir: L'image en ceſte ligne, & le poinct viſible ſont equiſtans du miroir.

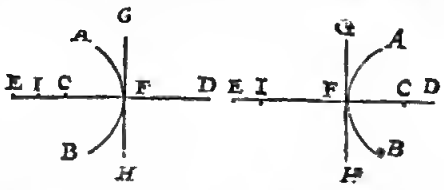
Le donné. Soyent A B deux miroirs ſpheriques, l'un convexe, l'autre coocave, C les centres, D poincts viſibles, par C ſoit menée D E indefinie coupaot le miroir en F.

Le requu. Il faur demonſtrer qne l'image dans la ligne D E, eſt autaot diſtante du miroir F, qne le poinct viſible D.

Preparation. Soit menée le plat miroir G H par le poinct F, & perpendiculaire ſur C F, puis marquant le poinct I, ainſi que I F ſoit egale à F D.

Demonstration.

D'autant que C F eſt perpendiculaire ſur G H, alors G H touchera la ligne A B au poinct F, tellement que F ſera un poinct commun des miroirs plat & ſpherique, par lequel poinct, le viſible D apparoiſt: Parquoy



l'image auſſi en l'un & l'autre mitoir, ſera en un meſme lieu. Or l'image du plat eſt I par la 1 propoſition: l'image done du ſpherique ſera auſſi en I: & pource que I au plat eſt autant diſtant de F, que D; pourtant auſſi l'image du miroir ſpherique A B, eſt autaot eſloignée d'iceluy miroir ſpherique A B (c'eſt à dire du poinct F) que ſon poinct viſible D.

Autre Demonstration.

Soit le miroir ſpherique A B reduit & remis en plat mitoit G F H, ainſi qu'ils ſoyent en un meſme plan; alors I ſera l'image commune és deux miroirs, du viſible D, par la 1 ptopoſition, & F commune ſection des miroirs, & de D I rayon du viſible; Or prenons que le miroit plat reptenne ſa premiere forme ſpherique A B, alors l'image I demeurera encor en ſon lieu, puis que les poincts qui la cauſent F, D, demeurent en leurs lieux: & partant I ſera l'image de D au mitoit ſpherique A B.

Concluſion. Eſtant donc un miroir ſpherique, &c.

Notez.

Il eſt ſeulement parlé cy-deſſus de l'image en la ligne D E; car c'eſt autre choſe des autres images qui peuvent eſtre d'un nombre infiny au miroir ſpherique, comme on verra cy-apres.

PROBLEME III. PROPOSITION VI.

ESTANT donné un miroir ſpherique, le poinct viſible, & l'œil lequel puiſſe voir l'image: Trouver le poinct de converſion.

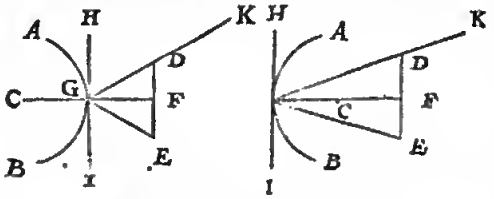
1 Exemple, où le poinct viſible & l'œil, ſont equidiſtans du centre du miroir ſpherique.

Le donné. Soit A B un miroir ſpheriqne, ſon centre C, & D le poinct viſible; mais E l'œil, leſquels D & E ſont equidiſtans du centre C.

Le requis. Il faut trouver le poinct de converſion.

OPERATION.

On meneta D E, & C F vers ſon milieu, coupant A B en G: lequel eſt le poinct de converſion requis.



Preparation. Soit menée G D, G E, & H I, touchant A B eo G, comme plat miroir.

DEMONSTRATION.

D'autant que D F eſt egale à F E, & les angles en F droits; les triangles G F D & G F E conviendront en tout, veu que G F eſt commun, & partant les angles D G F & E G F ſeront egaux; & pource que H I eſt perpendiculaire à C F, d'autant qu'elle touche A B en G, les angles F G H & F G I ſeront egaux, eſtans droits, & auſſi les reſtans H G D & I G E; d'où s'enſuit que G eſt poioct de converſion du miroir plat, par la 2 propoſition: & puis que G eſt poinct commun tant en l'un des miroirs qu'en l'autre, & ainſi G ſera auſſi poioct de converſion du ſpherique; ce qu'il falloit demonſtrer.

2 Exemple, où le poinct viſible, & l'œil ne ſont equidiſtans du centre du miroir ſpherique.

Le donné. Soit le poinct viſible maintenant en la figure precedente K, plus loing du centre C, que n'eſt l'œil E.

Le requis. Il faut trouver le poinct de converſion.

NOTEZ.

Puis que pas une maniere Geometrique, en ceſte deſcription ne m'eſt venue en la memoire, je la conſtruiray mechaniquement.

ALB. GIRARD.

L'autheur dit qu'il n'avoit rencontré en ceſte deſcription aucune maniere Geometrique: Il y a toutesfois une operation Geometrique fort facile, que j'euſſe mis icy, n'euſt eſté pour d'autres empeſchemens; c'eſt un probleme ſolide, c'eſt à dire qu'il ne peut pas eſtre conſtruit par la ligne droite, & la circulaire.

On menera deux lignes K G, E G, telles que le requis ſoit auſſi precis, que l'œil le puiſſe juger à ſa perfection, a ſçavoir menant par C & G la ligne C G F; que ſi l'angle K G F eſt coupé en deux egalement, G ſera le vray poinct cetché; dont l'operation eſt manifeſte.

PROBLEME IV. PROPOSITION VII.

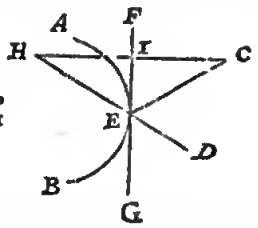
ESTANT donné un miroir ſpherique & le poinct viſible, l'œil auſſi, lequel puiſſe voir l'image: Trouver l'image.

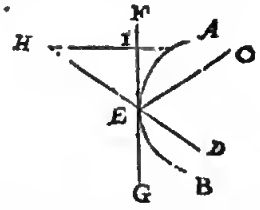
Le donné. Soit A B un miroir ſpherique, C poinct viſible, D l'œil, poovant voir l'image.

Le requis. Il faut trouver l'image.

OPERATION.

On trouvera le poinct de converſion par la 2 propoſition, lequel ſoit E, tirant la ligne droite F G, tellement





qu'elle touche l'arc A B en E, puis C H perpendiculaire à F G; & faiſant I H egale à I C, je dis que H ſera l'image requiſe.

DEMONSTRATION.

D'autant que F G touche l'arc A B en E, F G ſera perpendiculaire ſur le diametre du miroir qui paſſe par E, lequel diametre couperoit l'angle C E D en deux parties egales; & partant l'angle C E F ſera egal à l'angle D E G; & pourtant H eſt l'image requiſe du plat miroir, par la 1 propoſition: Et d'autant que le poinct E eſt commun és deux miroirs, s'enſuit que le meſme H ſera auſſi l'image du miroir convexe; autrement ſi ce n'eſtoit là, il faudroit que la matiere à l'entour de E en ſoit la cauſe, ce qui eſt impoſſible, veu qu'elle n'y apporte aucune alteration. H eſt donc l'image requiſe, ce qu'il falloit demonſtrer.

Concluſion. Eſtant donc donné un miroir convexe, le poinct viſible, & l'œil pouvant voir l'image, nous avons trouvé l'image ſelon le requis.

PROBLEME V. PROPOSITION VIII.

ESTANT donné un miroir de figure quelconque, le poinct viſible, & l'œil pouvant voir l'image: Trouver le poinct de converſion.

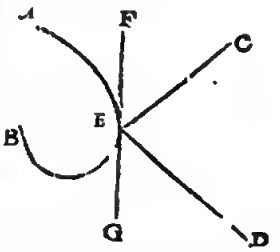
Le donné. Soit A B un miroir courbé irregulier quelconque, C le poinct viſible & D l'œil.

Le requis. Il faut trouver le poinct de converſion.

NOTEZ.

Tout ainſi que pas une operation Mathematique ne m'eſt venuë en memoire au deuxieſme exemple de la 6 propoſition, je conſtruiray auſſi maintenant celle-cy par voye mechanique, comme s'enſuit.

OPERATION.



Je marque un poinct E dans le miroir où il me ſemble qu'il doit arriver, menant par iceluy la ligne touchante F G; puis du meſme je mene E C, E D. Que ſi les angles C E F & G E D ſont egaux, le poinct E ſera le vray poinct, autrement il en faudra choiſir un autre juſques à ce qu'on aye trouvé que leſdits angles ſoyent egaux, & ainſi on trouvera le vray poinct de converſion; dont la demonſtration eſt manifeſte par l'operation.

Concluſion. Eſtant donc donné un miroir de figure quelconque, &c.

PROBLEME VI. PROPOSITION IX.

ESTANT donné un miroir de figure quelconque, le poinct viſible, & l'œil pouvant voir l'image: Trouver l'image.

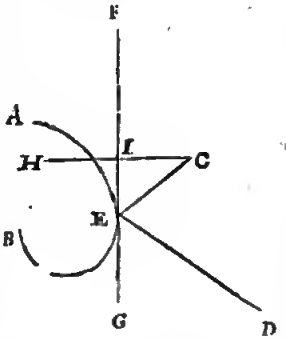
Le donné. Soit A B un miroir courbe irregulier quelconque, C le poinct viſible, & D l'œil.

Le requis. Il faut trouver l'image.

OPERA-

OPERATION.

On trouvera premierement le pninct de conversion par la 8 propnsitinn, lequel snit E; & F G comme mirnir plat (ayant servi à trouver ledit pninct E) puis soit menée C H perpendiculaire à celle. & I H egale à I G; alors H sera l'image requise.



DEMONSTRATION.

D'autant que les miroirs plat & courbe ont le poioct E cómun, & que H est l'image du miroir plat; il s'ensuit que le mesme H sera aussi l'image du miroir courbé A B.

Conclusion. Estant donc donné un miroir courbe irregulier comme il advient, le visible, & l'œil qoi puisse vnir l'image, nous avons trouvé l'image, selon le requis.

COROLLAIRE.

La maniere de trouver l'image de quelque poinct visible que ce snit estant notoire par ceste 9 proposition, il s'eosuit aussi qu'nn poorra trouver l'image de quelque ligne, superfiee, & corps que se puisse estre, & ce par l'inveotion d'une infinité d'images de pninct visibles, puis de là l'invention des images des lignes, puis des plans, puis finalement des corps.

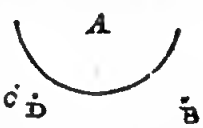
APPENDICE.

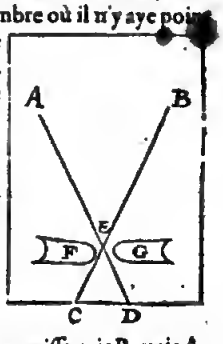
Contenant comment les propositions d'Euclides, d'Alhazen *& de* Vitellon, *avec celles de leurs sectateurs, lesquelles enseignent à trouver les images és miroirs courbes, sont malfondées, & que par consequent elles sont fausses.*

Tout ainsi que nous avons deduit en l'Appendice, à la fin du livre des triangles spheriques, les erreurs des escrivains, nous en fernns aussi le mesme icy.

L'invention de la vraye place où l'image apparoist, est une des ptincipales matieres de la Catoptrique, laquelle est cognue communement és plats mirnirs, mais nonpas és courbes; car *Euclides* és 17 & 18 propnsitions; Alhazen és 3, 6 & 16 proposit. du 5 livte; & *Vitellon*, en l'nnzieſme prop. du 6 livre, oot eu opinion que l'image estoir en la eommune section du rayon, & de la ligne indefinie du visible vers le ceotre du miroir spherique; ce qui est absurde par la 7 prop. de ce livre, nù il est demonstré par vnye Mathematique que l'image est autrepart.

L'experience qui les fir fallir est telle: c'est que si on met un plat miroir esloigné du visage autant qu'un spherique, il semble à voir des deux yeux que l'image du spherique approche plus pres de sa superficie, qoe oe fait l'autre; ce qu'oo peut mieux remarquer és miroirs ordinaires, qui ont des petites cócavitez le lnog du bnrd par derriere, qui font apparoistre des mirnirs spheriques, posant le miroit tellement que le spherique vienne à l'endroit du nez de la grande image, nn verra que la petite image est plus pres que la grande, *(car d'autant que sa dimension s'estend, autant cache-elle la grande image, ce qui seroit au contraire, si elle estoit plus esloignée.)* [voyez à la fin tnuchant ceey.] Et est encor plus certain, lors qu'on regarde le bnut du nez de l'image, car alors nn a les deux prunelles tournées l'une vers l'autre; tellement qo'nn est plus louche qui si on regardnir eeluy de la grande image; & partant les deox lignes de la veuë, vers le boot du nez de l'image dn spherique, sont dedans les deux lignes de la veuë vers le bour du nez de l'image du plat; d'où l'oo peut conclurre, que l'image du spherique est plus pres de sa superfice, que celle du plat, par la 21 prop. du 1 livre *d'Euclides*. Ot cela semblant estre ainsi, ils ont enclud qo'il estoit comme il sembloit, mais noos estans mieux fournis de l'une & l'autre, reengnoissons qu'il y a faute en l'experience, & de la tromperie, d'autãt qu'elle repugne aux regles fondamentales; ce qui se decouvre ainsi. Lors qu'nn regarde qoelque image des deux yeux, comme par exemple do bout du nez, comme cy-dessus, chaque œil a son poioct de conversion particulier, mais il ne voit qu'une image, assavnir l'œil droit vnit l'image au costé gauche, & l'œil gauche voit l'image au costé droit; tellement que par deux divers poincts de conversion on vnit deux diverses images, lesqoelles sont proprement plus esloignées des yeux que la commone section des rayons des yeux, & toutesfois il semble que l'image soit en icelle section. Il y a deux choses à remarquer eo ce que nous avnns dit; l'une est, qu'il y a deux images en divers lieux; l'aotre, qu'il semble la en cõmune section des rayons que ce snit une mesme image. La premiere appert ainsi par effect: Prenez un miroir convexe, comme A, & une chandelle allumée, dont B snit la flamme en une chambre où il n'y ait point d'autre lumiere, (pour preodre on exemple plus certain) les deux yeux du spectateur C, D, assavoir D plus pres du miroir que C, tellement qu'il faudra vnir de travers & à costé pour voir l'image, tenant la chandelle en la main dnite, toutesfois d'un autre costé du mirnir, qoe les yeux; mais en snrte que les deux images ne soyent au plan qoi passe par les yeux C, D; ce qui se fait facilement en elevant, ou abaissant la chandelle: Ce qo'estant ainsi, on verra distinctement les deux images de la flamme, lesquelles oo oe peut pas remettre l'une sur l'autre, mesme en regardant louche, comme nn peut faire en regardant droit vers le miroir convexe, pource qu'elles ne snnt en mesme plan que les yeux, veu qu'eo regatdant louche nn ne change pas de plan; car ce seroit contre nature que l'uo regardast enhaut, l'autre embas. Nous avnns donc demnnstré qu'avec deux yeux on vnit dans le miroir spherique deux images diverses, reste à monstrer qo'elles sembleot n'estre qu'ooe seule image en la emmune section des rayons: Soyent posées sur une table deux chandelles A, B, de mesme hauteur, d'environ 1 ou 2 pouces, en une chambre où il n'y aye point d'autre luminaire, puis de l'autre costé de la table on marquera deux poiocts C, D, de la distaoce des deux yeux de l'observateur, menaot les lignes D A, C B se coopans en E, nù l'oo mettra nne espingle ou une esguille toute droite debout, posant és angles A E C, B E D quelques obstacles, comme des livres F, G, ou autre chose, tellemeot que l'œil C ne puisse voir la flãme A, mais bien B; que l'œil aussi en D ne puisse voir B, mais A; puis on disposera les yeux és poincts C, D, regardant l'espingle F; alors on verra que les deux flammes A, B, semblenn'estre qu'une seule flãme, & icelle au poinct E;

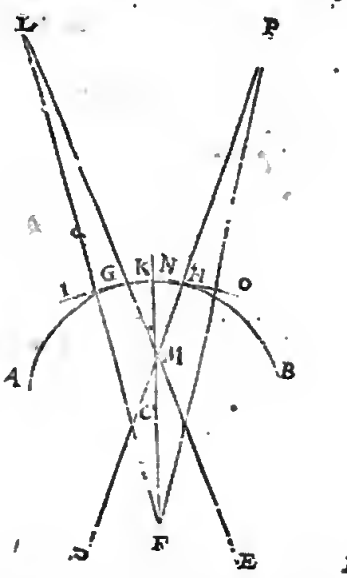


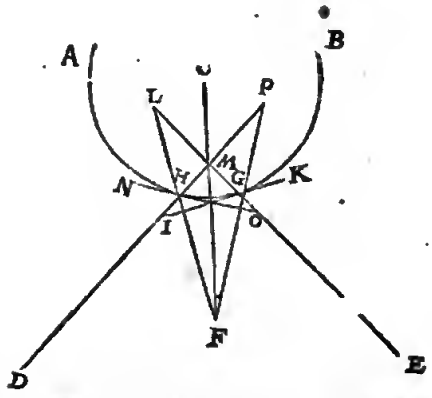


car

car A ne peut apparoiſtre à D, hors la ligne A D, ny ſemblablement B à C, que le long de la ligne B C, leſquelles ne ſe coupent qu'eo E; lequel eſt le ſeul lieu de telle apparence. Or il en eſt de meſme de l'exemple des miroirs ſpheriques; car cõme nous n'avons veu qu'une flamme pour deux, ao poioct de ſection E en autre lieo que les vrays; ainſi on ne voit qu'une image pour deux, aux miroirs ſpheriques, & ce en autre lieu, que les vrays.

Leſquelles choſes ſoyent declarées par exemple par les choſes meſmes, ſoit A Bun miroir ſpherique, ou deux, l'on eo foſſe, l'autre eo boſſe, aſſavoit concave & convexe, leurs ceotres C, deux yeux d'obſervateur D, E; & F le bout de ſon nez; item G poinct de converſion de F, E; & H de F, D, auſſi I K un plat miroir touchant le ſpherique en G, & F L à angles droits ſur I K, ainſi que L I ſoit egalé à I F; alors L ſera l'image de F, veu de l'œil E, par la 7 propoſition de ces Elemens, F L rayoo du viſible, mais E L rayon de l'œil, par la 5 definitioo. Soit maintenant menée la ligne par C F, coupant L E en M, puis ſoit P F, perpendiculaire au plat miroir N O touchant le ſpherique en H, faiſant O F, O P egales: alors P ſera l'image du viſible F, veu de l'œil D, & F P rayon du viſible, P D rayoo de l'œil coupant le diametre par F C auſſi en M; Or ooiez icy que L, P ſont deux images, leſquelles appatoiſſent fauſſement eſtre en M, & ainſi ils ont eſté trompez en ce qu'ils oot poſé & peoſé que l'image eſtoit au poinct M, qui eſt, comme nous avons dit cy-deſſus, la commune ſection du rayoo viſuel L E,





& la ligne droite indefinie du poinct viſible F, par le centre C; par leſquelles choſes la cauſe de l'erreur eſt declarée: car des ſuſdites 3, 6 & 16 propoſitions des miroirs concaves & convexes d'*Alhazen* en ſon 5 livre, il ſe rencontre és miroirs creux & convexes, tant des cyliodres que des cones; aſſavoir és 4, 7, 8, & 10 propoſitioos do meſme 5 livre que *Vitello* comprend és 36 & 37 propoſitions de ſon 5 livre, leſquels ptincipes ſont tous faux, & deſquels une quantité de fauſſes propoſitions ſont derivées, comme entre autres celles qui traitent que l'image és miroirs creux eſt eo l'air, ce qui advient pour d'autres raiſons qo'ils ne diſent, deſquels nous parlerons peut eſtre en la Catoptrique pratique. Quant à ce que l'image de F, au miroir coocave apparoiſt & ſemble fallacieuſement eſtre en M, hors le miroir, entre la ſupetfice d'iceluy & l'œil, le tout ſe recognoiſt mieux lors qu'oo oe regarde que d'un œil. Quand auſſi on regardetoit des deux yeux, telle apparance oe pourroit eſtre derriere la veuë, ou autrepart en l'air, tellement que le mitoir ne ſoit derriere l'image apparaoe, comme ils concluent. En ſomme les propoſitions qu'ils ont faites tant des images au dedans qu'au dehors le miroir, ſont autant d'erreurs, n'eſtant baſties que ſur principes erronez.

ALB. GIRARD.

I'ay enclos cy-deſſus de parentheſes ( ) & eſcrit en autres characteres ces mots au commencement de ceſt Appendice, ainſi (car d'autant que ſa dimenſion s'eſtend. &c.) *ce qui eſt abſurdement conclu par l'Autheur, ne ſçachant pas qu'és miroirs de verre ou de criſtal la ſuperfice anterieure ne cauſe pas ceſte grande reflexion qu'on y remarque, mais la poſterieure où la fueille eſt iointe, car l'anterieure cauſe ſeulement une reflexion obſcure imperceptible, ce qu'on apperçoit aux deux images d'eſpingles qu'on voit dãns le miroir, n'y en ayant qu'une ſur le bord du chappeau; or celu eſtant ainſi, comment ſeroit. il poſſible (y ayãnt une petite foſſette à la ſuperfice poſterieure, laquelle fait l'office d'un miroir convexe ou en boſſe) que le miroir plat que deſſaut où le miroir courbe eſt, puiſſe agir & faire reflexion n'y eſtant pas, mais un autre eſtant ſubſtitué en ſon lieu; & de là tirer concluſion que l'image du plat miroir eſt derriere l'image du ſpherique, puis qu'elle n'apparoiſt pas, diſant que l'autre la couvre! Quant à l'opinion de l'Autheur elle eſt bonne, combien qu'elle ſoit contraire à* Euclides, Alhazen & Vitellon, *excepté qu'il ſemble poſer une exiſtance viſible pour l'image; mais il faut dire ainſi (conteignant ce diſcours avec les definitions que nous avons miſes cy-deſſus, & principalement avec la dixieſme,) que la veuë nous trompe avec le miroir, en ce qu'il nous ſemble que nous voyons ce que nous avons nommé l'image devant nous directement; & neantmoins il n'y a image qui tienne, nous voyons le vray obiect, mais non pas directement comme il apparoiſt, ny auſſi tel qu'il eſt, ſi le miroir n'eſt plat en perfection, mais nous monſtre les choſes autrement qu'elles nous devroyent apparoiſtre de ſimple viſion; finalement on recueille d'icy que pour figurer l'image, qui nous ſemble fallacieuſement apparoir devant nous (& notez ceſte maniere de parler) qu'il faut prolonger le rayon viſuel autant derriere le miroir, commençant au poinct de converſion, que l'obiect viſible eſt diſtant de meſme poinct de converſion ſans nous ſervir en cela de plats miroirs touchants, comme fait* Stevin: *mais nous parlerons, s'il plaiſt à Dieu, de cecy plus amplement en un traité entier de l'Optique, ſans oublier les refractions que l'Autheur à icy obmiſes, quoy qu'il ait promis auparavant de le faire.*

Fin du deuxieſme livre de l'Optique.

SIXIESME

SIXIESME VOLVME

TRAITANT DE LA

FORTIFICATION.

Contenant trois parties, aſſavoir:

I. La Caſtrametation.
II. La Fortification par Eſcluſes.
III. La Fortification.

LA CASTRAMETATION.

ARGUMENT.

CEſte Caſtrametation ſera de deux ſortes: La premiere de la maniere dont on a uſé és Camps des Tres-puiſſants Seigneurs, Meſſeigneurs les Eſtats, *ſelon que requirent leurs moyens & autres circonſtances, de laquelle ſeront eſcrits trois Chapitres. La deuxieſme de la maniere accomplie, comme les Romains, eſtans tres-grands & puiſſants, ont jadis logé, dont je traicteray au quatrieſme Chapitre. Mais pour declarer en brief le contenu deſdits quatre Chapitres, il faut premierement conſiderer, que devant qu'on vienne à la meſure, on doit ſçavoir ce que ſignifie Caſtrametation, dont le premier ſera tel:*

I. CHAPITRE, contenant la definition ou deſcription de la Caſtrametation.

Cognoiſſant ce qu'on entend par la Caſtrametation, il faut devant que de la commencer, ſçavoir ce qui y doit eſtre logé: pour ceſte fin il faut deſcrire certaines liſtes qui ſeront comprinſes en ce Chapitre ſuivant.

II. CHAPITRE des Lyſtes, contenant ce qui doit eſtre logé en un Camp propoſé.

En apres s'enſuit la maniere de meſurer ſous telle ſuſcription:

III. CHAPITRE, de la maniere de marquer ou meſurer un Camp.

Finalement ſuivra le Chapitre ſuſdit de la maniere de la Caſtrametation accomplie, avec la ſuſcription comme s'enſuit:

IV. CHAPITRE, de ce que ſelon mon opinion, ſeroit utile & neceſſaire, à la forme durable d'un Camp qui pourroit continuellement demeurer le meſme.

Et pour plus grand eſclairciſſement, nous mettrons à chaque Chapitre ſon argument, comprenant les ſuſcriptions des articles d'iceux.

I. CHAPITRE,

Contenant la definition ou deſcription de la Caſtrametation.

ARGUMENT DE CE I. CHAPITRE.

LA qualité de la Caſtrametation ſe declarera en ce premier Chapitre en onze articles.

Le premier article de la forme de loger en general, avec la forme du Camp des Romains.

Les autres Articles ſont des parties du Camp qui ſe deſcrira en ce traicté, à ſçavoir:

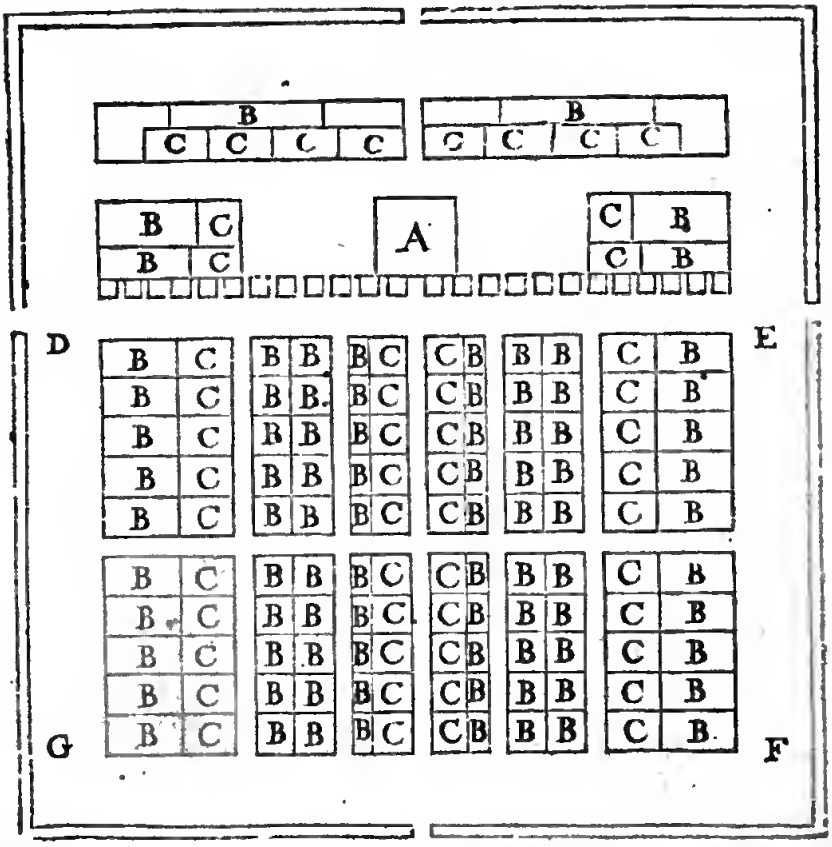
Le 2. de la forme des logis d'une Compagnie d'Infanterie.
Le 3. de la forme des logis d'un Regiment d'Infanterie.
Le 4. de la forme des logis d'une Cornette de Cavallerie.
Le 5. de la forme des logis d'un Regiment de Cavallerie.
Le 6. de la forme du quartier de SON EXCELLENCE.
Le 7. de la forme du quartier du General de l'Artillerie.
Le 8. de la forme du quartier des Officiers, qui ſe logent enſemble en ce Camp.
Le 9. de la forme du quartier des Chariots.
Le 10. de la forme du Marché.
Le 11. de la forme du Camp en ſon entier.

I Article.

De la forme de loger en general, avec la forme du Camp des Romains.

POur declarer premierement la cauſe pourquoy ce logement en campagne ſe nomme Caſtrametation, il faut ſçavoir qu'il ſe fait par une diſtribution de logis, d'une abondante metation ou meſurement par tout le Camp, parquoy les Romains le nommoyent proprement, *Caſtrametatio*, c'eſt à dire meſurement de Camp, tellement qu'en les imitant, je retiendray ce nom. Or pour venir à la deſcription des proprietez de la Caſtrametation, il faut ſçavoir premierement, qu'encore bien que diverſes perſonnes s'imaginent divers ordres, les uns mieux que les autres; ſi eſt-ce toutesfois qu'il y a quelque choſe de commun, à quoy on doit aſpirer ſelon l'opinion des plus experts en mariere de guerre: Ce que deſcrit Xenophon en peu de mots, recitant la maniere du logement de Cyrus, dont le ſens eſt tel: A ſçavoir, que le General du Camp pour eſtre egalement eſloigné de tous coſtez, doit loger au milieu du Camp, ayant pres de luy les Officiers qui ne ſont point Soldats, avec le train de la munition de guerre, vivres & bagage: Puis, que tout cecy doit eſtre environné de la Cavallerie, & à l'entour d'icelle l'Infanterie, à cauſe qu'elle eſt plus toſt qu'eux en armes, & preſte à combatre contre une ſubite ſuprinſe de l'ennemy, & que les chevaux des Reytres doivent eſtre ſellez & bridez, & eux meſmes armez: En outre les gens de pied ſont plus idoines pour defendre & empeſcher les avenues des ennemis venans paſſer à l'impourveu les trenchées & parapets du Camp, tandis que la Cavallerie ſe prepare: Mais Xenophon deſcrit ceſte regle ſi generale, qu'on n'en peut tirer des plans ſelon la maniere que Cyrus s'en ſervoit en effect.

Il y a encore un ordre de Caſtrameration que Tamerlan a obſervé, lequel ſemble avoir eſté fort ſingulier, deſcrit en langue Arabique par Alhazen au 5 Chapitre, & tranſlaté en François par l'Abbé de Mortemer, lequel, pour la diſtinction de certains cinq autres Camps, ſe nommoit le Camp Imperial, comprenant continuellement 60000 pietons & 40000 chevaux: auquel Tamerlan voulut, que le premier nombre, ſur lequel on commanderoit en l'infanterie fut de 10, puis de 100, apres de 1000, & finalement de 10000. Outre cela il y avoit encore les gardes du General, contenant 4000 hommes de pied, & 2000 chevaux, qui logeoient alentour de ſa perſonne, puis encore 25000 ouvriers és retrenchemens & fortification du Camp; car il ne ſe tenoit jamais dans les Villes, mais il falloit touſiours loger en Hyver & Eſté en campagne, tant en temps de paix que de guerre; & ſe retirant d'un lieu en un autre, il ſe retrenchoit par tout: Ce Camp ſervoit touſiours pour eſtre preſt à la haſte, là où il eſtoit beſoing, pour renforcer auſſi & redreſſer les cinq autres Camps eſtans venus en deſordre, leſquels eſtoyent en Sorie, China, Cambalu, Moſcovie, & Cheronneſe, chacun de 40000 gens de pied, & 20000 chevaux, mais non pas touſiours en campagne comme l'Imperial,



ains ſeulement quand il eſtoit neceſſaire: Mais puis que quelque deſordre arriva en ce Camp Imperial, que Tamerlan fit redreſſer par Axalla, cela demonſtre qu'il y avoit certaine regle ſur la maniere de camper, veu que ce delogement de place à autre duroit continuellement, avec une meſme multitude de gens, & touſiours reparti en meſme ordre, & qu'outre cela Tamerlan print fort ſoigneuſement garde à l'ordre en general; mais

mais la forme n'en eſtant point declarée, nous n'en pouvons rien dire de certain ny de particulier.

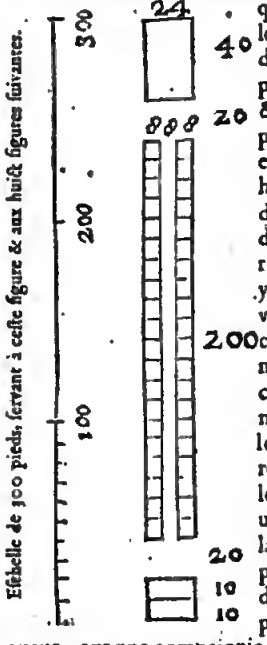
Mais Polybe deſcrit plus diſtinctement la Caſtrametation des Romains, tellement que divers Autheurs en ont tiré des plaos, deſquels ceux de Pattice, du Duc d'Urbin, Robertello, des Chonlx, & de Lipſius ſont tombez entre mes mains, d'entre leſquels j'ay choiſi & marqué la figure de Lipſius, pour ſervir d'exemple, en laquelle le quadrangle A ſignifie le logis du General, dit Pretoire; les quadrangles marquez par B, ceux des gens des pied par C la Cavallerie, le reſte c'eſt le marché, treſorerie, ruës & autres quattiers d'Officiers n'eſtaot point Soldats; dont je paileray cy-apres plus particulieremēt, me contentant d'avoir traité icy eo general de la maniere du loger des Romains, pour mieux declarer ce que le mot de Caſtrametation ſignifie.

Cecy eſtant entendu, il faut ſçavoir que SON EXCELLENCE ordonnoit au commencement à chaque Soldat environ autant de place que faiſoient les Romains, laiſſant ordonner & haſtir à chacun ſelon le temps & la ſaiſon leors huttes comme ils l'entendoyent, ſans les aſtraindre à quelque regle: Mais les Colonels & Capitaines s'en plaignoyent, diſans qu'il eſtoit impoſſible de loger leurs gens en ſi petite place, ce qu'auſſi l'experience monſtra en effect. Polybe ne deſcrivant pas la partition des logis en chaque manipule ou enſeigne, ains parle ſeulement des quadrangles. SON EXCELLENCE en ordonna ſelon ce qu'il luy ſembloit que la guerre de ce temps requerroit, lequel ordre eſtoit tel, qu'eux ayans moindre circuit qu'ils n'avoyent eu au paravant, diſoyent avoir aſſez de place, & eſtre commodement logez: En outre il a formé une regle ſur les autres quartiers, dont je deſcriray les figures és articles ſuivans, à fin que le Lecteur eſtant preparé, il puiſſe comprendre plus facilement ce dequoy on parle, & à quoy finalement on pretend de parvenir.

II ARTICLE.

De la forme des logis d'une enſeigne d'Infanterie.

POor une compagnie de 100 Soldats on ordonne deux files de huttes, & pour chaque file la longueur de 200 pieds, & la largeur de 8 pieds. & une ruë entre deux large de 8 pieds, en laquelle les huttes ont leurs portes ou ſorties: Le Capitaine a devant ces huttes on



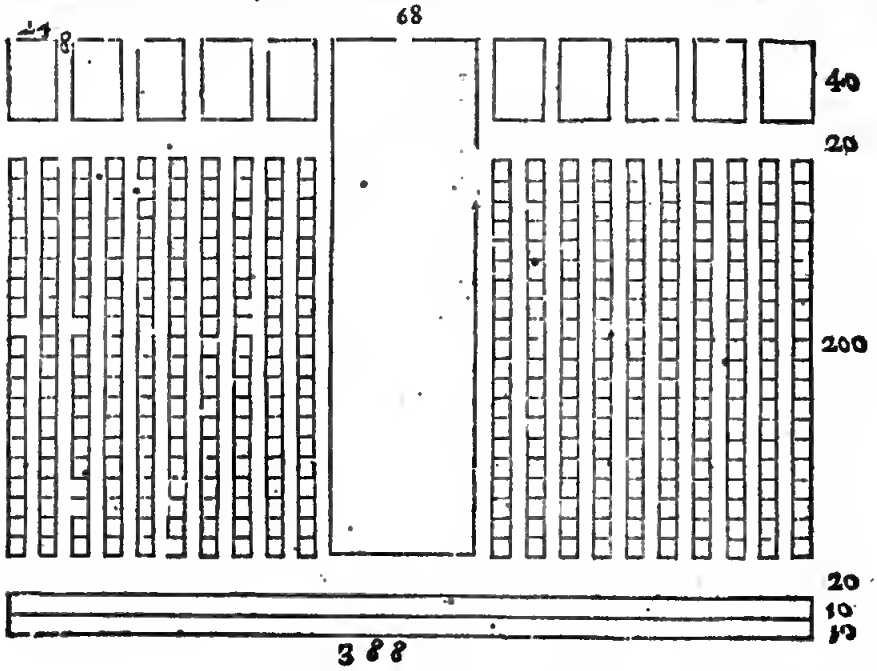
quadrangle auſſi large que le front de ſa compaignie de 24 pieds, & long de 40 pieds, & une ruë entre luy & ſes Soldats, large de 20 pieds: Derriere ces Soldats eſt un quadrangle pour les huttes des Vivandiers, large de 24 pieds, & long de 20, duquel la moitié de derriere eſt une place vuide, pour y faire des puits, où les Vivandiers d'icelles huttes cuiſent leurs viandes, comme auſſi les Soldats d'icelle compaignie voulans cuiſiner eux-meſmes; car on ne leur permet point de le faire pres de leurs huttes, pour le peril du feu: Puis il y a une ruë entre ces huttes & la gendarmerie, large de 20 pieds, en laquelle les huttes des Vivandiers ont leurs portes ou iſſues: Et la longueur pour une compaignie eſt en tout 300 pieds, & la largeur 24; dont la figure ci joignant ſert de plus ample declaratiou.

Ceci eſt pour une compaignie de 100 hommes ou environ, mais il faut ſçavoir que pour de plus grandes compaignies, le nombre des files ſe change; comme pour 150 hommes ou environ, trois files, pour 200 ou environ quatre files, & ainſi des autres à l'advenant.

III ARTICLE.

De la forme des logis d'un Regiment d'Infanterie.

POſe qu'un regiment contiene 10 compaignies, chacune de 100 hommes, auquel le Colonel ſe loge au



milieu entre les Capitaines, cinq de chaque coſté, & chaque compagnie de meſme forme qu'il eſt dit a 2 Article, & entre chaque deux compagnies une rue large de 8 pieds, dans laquelle les dos des huttes ſont à l'oppoſite l'un de l'autre, faiſans proprement à la commodité des Soldats, le front du parc du Colonel fait 68 pieds, & le derriere autant de longueur qu'il eſt beſoin, le reſte eſt en partie pour les huttes du Miniſtre, Clerc, Barbier, & autres qui ne ſont point Soldats; & le ſurplus pour les chariots & charettes des Vivandiers du regiment: Ceſte place vuide au milieu du regiment eſt auſſi fort propre contre le feu, pour le faire arreſter, & préſerver l'autre moitié. Les huttes des Vivandiers ſont auſſi ordonnées derriere les regiments, pour ceux qui y veulent venir, ſans qu'ils ſoyent contraints de ſe loger ſur le Marché, à cauſe que quelques Soldats y vont prendre journellement leur repas: où y achetent leur entretenement à credit. Il y a auſſi des Soldats du regiment, deſquels les femmes & enfans ou autres des leurs ſuivent le Camp comme Vivandiers, qui deſirent loger pres du regiment de leurs Maris ou Peres, tellement que tant les uns que les autres ſont mieux accommodés que s'ils eſtoyent ſeparez. Il y a auſſi des Marchands, Fourbiſſeurs, Selliers, Eſpetonniers, Mareſchaux, Boulangers, Bouchers, Couſturiers, Cordonniers, & autres gens de meſtier, dont aucuns ſuivent certains regimens pres deſquels ils deſirent loger, d'autres qui choiſiſſent le Marché, ce qui eſt libre à un chacun; d'autant que le meſme ſe fait és Villes, pour la commodité des Bourgeois, là où chacun demeure, ou ſur le Marché, ou en telle ruë qu'il veut. Mais il faut noter que le lieu deſtiné pour les huttes des Vivandiers eſtant plein, qu'on n'en peut point mettre d'autres contre l'ordre, comme il ſera dit plus particulierement au ſixieſme Article du 3 Chapitre.

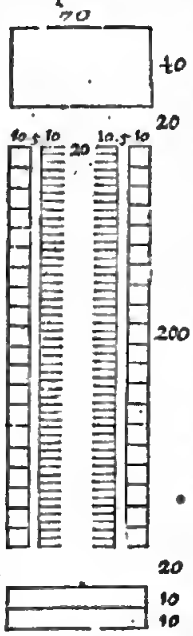
Il n'a eſté parlé cy-devant que d'un regiment de 10 compagnies, mais il faut noter que ſelon une plus grande ou moindre quantité de compagnies, le regiment doit eſtre plus large ou plus eſtroict, le Colonel demeurant touſjours au milieu, excepté quand les compagnies ſont de nombre impair, car alors il y a une compagnie plus d'un coſté que d'autre.

Notez encore que lors qu'on veut loger la Cavallerie, les Chariots, & le Camp entier dans le retrenchement, il advient que les regimens d'Infanterie, ſelon l'ordre precedent, ne ſont baſtans pour garnir les places d'alarme, & pour emplir le reſte: Mais en telle occurrence on peut prendre la longueur des files des huttes de 100 pieds ſeulement, laquelle eſtoit ci-deſſus de 200, donnant à chaque compagnie quatre files mais tout le reſte comme cy-devant; car par ce moyen les regimens deviennent quaſi une fois auſſi larges.

IV Article.

De la forme des logis d'une cornette de Cavallerie.

POur une cornette de 100 chevaux on ordonne deux files de huttes, & pour chaque file une place longue de 200 pieds, & large de 10 pieds: entre ces huttes viennent deux files de chevaux, deſquelles la place eſt large de 10 pieds, & longue comme des huttes de 200 pieds; de ſorte qu'ayant 50 chevaux de chaque coſté, chaque cheval a 4 pieds; Et chaque cheval a la teſte tournée vers la hutte de ſon Maiſtre, demeurant entre les chevaux & les huttes une ruelle de 5 pieds, en laquelle les huttes ont leurs portes ou iſſue: Et entre les deux files des chevaux y a une rue large de 20 pieds, le Capitaine a à la teſte un quadrangle auſſi large que



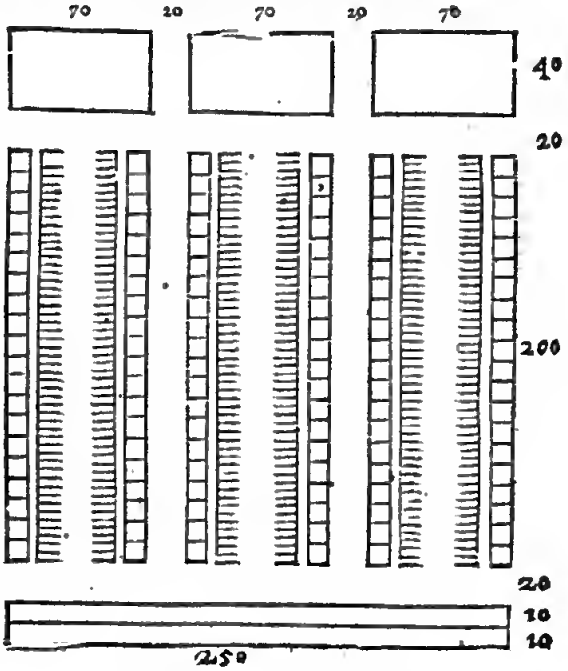
ſa compagnie, de 70 pieds, & long de 40, avec une rue entre luy & la Cavallerie, large de 20 pieds: Derriere ceſte Cavallerie il y a un quadrangle pour les huttes des Vivandiers, large de 70 pieds, & long de 20, avec une rue entre icelles huttes & la Cavallerie, large de 20 pieds, en laquelle les huttes ont leurs portes ou iſſue: La cornette eſt longue en tout de 300 pieds, & large de 70. Notez encore que ceſt ordre des chevaux ayans la teſte vers les huttes & une ruelle entre deux de 5 pieds, a eſté faite par l'advis des Rittmaiſtres, & au contentement des Cavalliers, pource que par ce moyen chacun peut mieux avoir l'œil ſur l'avoine qu'il donne à ſon cheval, depeur qu'elle ne ſoit empruntée de ſes voiſins. Ce qui eſt dit ſert de declaration à la figure cy-jointe.

Il n'eſt icy parlé que d'une cornette de 100 chevaux, mais il faut noter que le nombre des rues des huttes s'augmente pour des plus groſſes compagnies, ſelon qu'il eſt requis.

V Article.

De la forme des logis d'un regiment de Cavallerie.

QVelques regimens de Cavallerie ſe font icy de trois cornettes, & d'autres de quatre; ſoit par exemple icy une de trois, chaque cornette contenant 100 chevaux: Et que ces cornettes, ſuivant chacune la forme du 4 Article, ſe mettent toutes trois l'une joignant



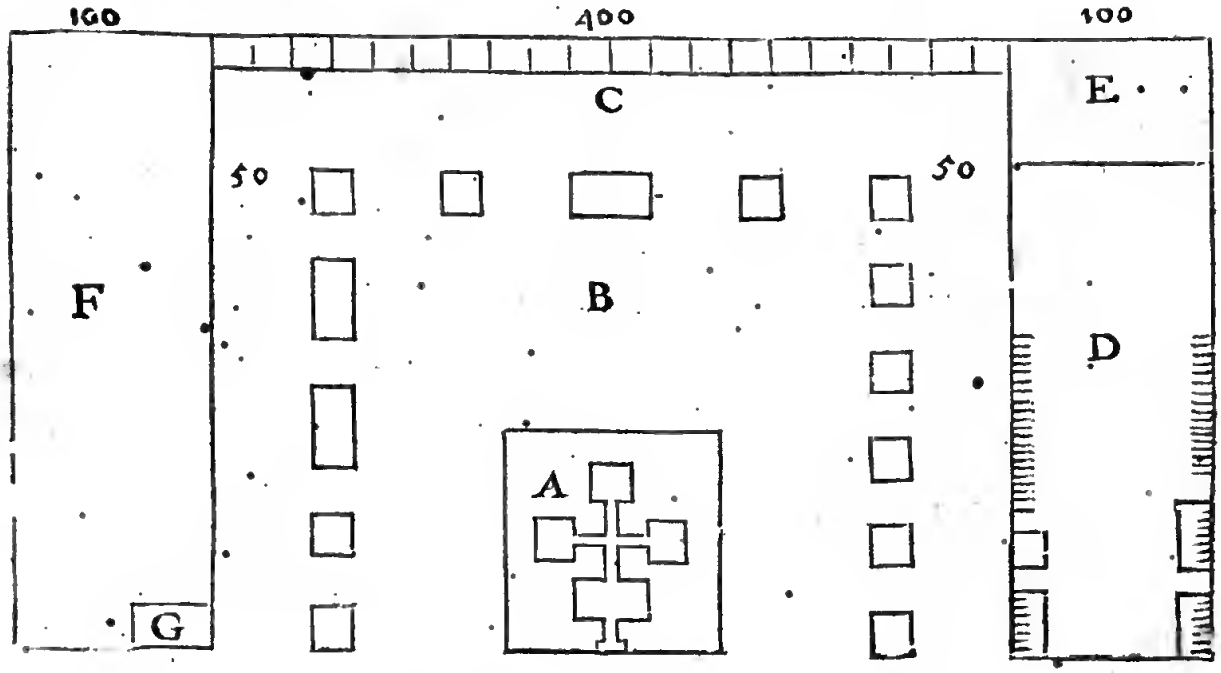
l'autre,

l'autre, demeurant une rue entre les deux large de 20 pieds, en laquelle les huttes viennent dos contre dos pour la particuliere commodité des Cavalliers: Le parc du Colonel eſt celuy do milieu : Et parce qu'un tel Colonel eſt icy tousjoors un des Capitaines, qui n'a non plus de bagage que les autres, on ne luy donne auſſi non plus de place. Ce tegiment eſt long en rond comme les precedents de 300 pieds, & large de 250, dont la figure cy-devant ſert de plus ample declaration.

VI Article.

De la forme du quartier de Son Excellence.

ON preud un quadrangle de la longueur des autres quartiers de 300 pieds, & large de 600, auquel les parties ſe mettent touſiours en ceſte façoo. Le quadrangle A comprend les Tentes de Son Excellence: Les autres moindres quadrangles ſignifient des Tentes, comme celle du Maiſtre d'Hoſtel, du Secretaire, la Sale des Gentils-hommes, la Sale commune, la Cuiſine, le Gardemanger, la Boureillerie, le Gardelinge; & le reſte pour d'autres perſonnes. La place B entre ces Tentes, & la Tente A, eſt un grand parc vuide où les domeſtiques de la Cour s'aſſemblent, ſe pourmeinent, joüent de l'eſteuf, & s'exercent. C ſont les huttes des Deſpenſiers, Boureilliers, Gardemanger, Titeur de bierre, Tireor du vin, Vallets de Sales, & autres ſerviteurs : Entre ces hurtes le Cellier de vin, & celuy de bierre ſoot auſſi fouïs en terre, D eſt l'Eſcurie, E les chevaux des Gentils-hommes, F les Chariots au ſervice de la Cour, G eſt le Corpsdegarde de la Garde de Son Excellenca.



VII Article.

De la forme du quartier du General de l'Artillerie.

POur cecy ſe preud un quadrangle de meſme longueur que les aottes, qui eſt de 300 pieds, & large de 480, aoquel les parcs quadrangulaires ſoot de telle ſignification que s'enſuit,

A pour le General de l'Artillerie.

B pour ſoo Lieutenaot avec ſes Gentils-hommes de l'Artillerie.

C le Magazin de l'Artillerie, avec ſoo Commis, Contreolleur & Conducteurs.

D le Magazin de la Munition de guerre, avec ſes Commis, Contreolleur & Conducteors.

E les Ingenieurs avec leurs Conducteors, Contreolleurs de la fortification, & leurs Conducteurs, Commis & Clerc.

F le Maiſtre Conneſtable, avec ſes Canonniers, Maiſtre des feux artificiels, avec ſes Conducteurs, Petardier, & Maiſtre des batteries.

G le Maiſtre Charpentier, ſon Lieutenant avec ſes Charpentiers, Faiſeur de chariots, Mareſchaux, Maiſtre des Gabions, Harniceurs, Cuvelier, Prevoſt de l'Artillerie avec ſes Sergeans, & le Chirurgieo de l'Artillerie.

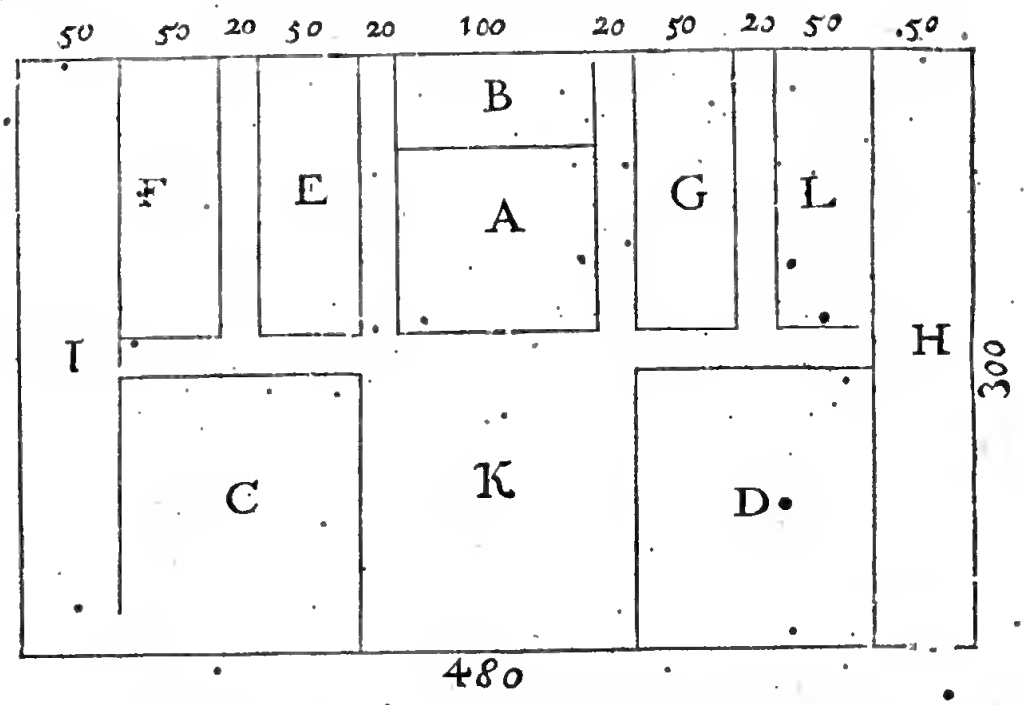
H les Marelots pour tiret le Caoon de place à autre.

I les Pionniers & Mineurs.

K une place commune ſervant pour aſſembler les gens & chariots qui y ont à faire.

Entre ces parcs il y a des rues latges de 20 pieds, à fin qu'un chacun puiſſe commodement aller & venir à ſon logis, tant à cheval, en chariot qu'à pied.

L une place vuide pour les choſes qui arrivent à l'improveu.



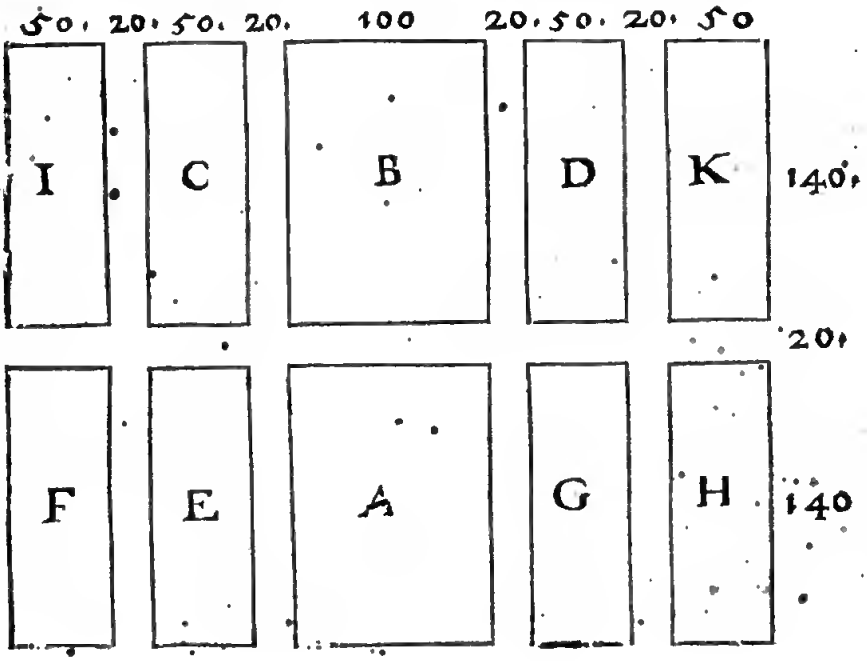
VIII Article.

De la forme du quartier des Officiers qui logent enſemble en ce Camp.

ON prend pour cecy un quadrangle long comme les autres de 300 pieds, & large de 480, auquel les parcs quadrangulaires ſont de relle ſignification que s'enſuit.

A du General de la Cavallerie.
B du General de l'Infanterie.
C du Lieutenant du General de la Cavallerie.
D du Commiſſaire & Quartiermaiſtre de la Cavallerie.
E du Preſident Fiſcal, du Greffier du conſeil de guerre.
F du Prevoſt General.
G du Sergeant Major.
H du Quartiermaiſtre General, & du Commis de l'argent.
I des Commiſſaires des Monſtres.
K des Miniſtres, Medecin, & Chirurgien de la Cour.

Entre ces parcs ſont des rues larges de 20 pieds, tellement que chacun peut commodement aller & venir à ſon logis, tant à cheval, en chariot, qu'à pied.



Notez.

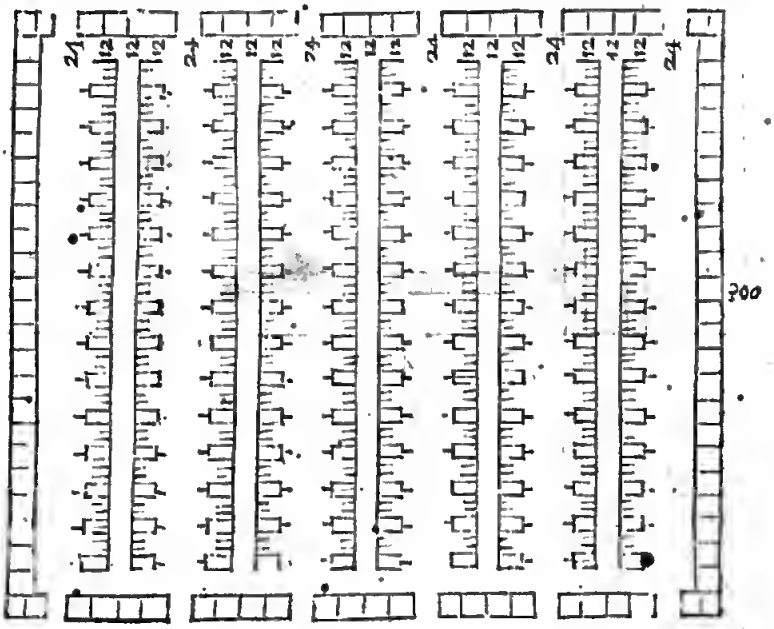
NOTEZ.

Veu que le General de la Cavallerie, ſon Lieutenant, le Commiſſaire, & le Quartiermaiſtre ſont logez en ce quartier des Officiers, quelqu'un pourroit demandet pourquoy les Colonels, Capitaines, & autres Officiers de la Cavallerie n'y ſont pas auſſi logez, ou bien, puis qu'on met ceux-cy pres de leurs chevaux, pourquoy on n'y ordonne point auſſi les autres? La raiſon eſt, que leur commandement & exercice s'eſtendant generalement ſur la Cavallerie, & non pas ſur un regiment particulier, comme celuy des Colonels, il n'eſt pas neceſſaire qu'ils ſoyent logez pres de quelque regiment particulier, mais en un quartier proche le milieu de toute la Cavallerie, afin d'eſtre par tout quaſi en egale diſtance: Le meſme ſe doit auſſi entendre des Officiers de l'Infanterie, & de tous les autres mis en ce quartier; car leur charge s'eſtend par tout le Camp en general. Quant aux Officiers generaux, comme ceux de l'Artillerie, de la Munition de l'Artillerie, de la Munition de guerre, des vivres, & des chariots, il ne faut pas qu'ils doyent logez icy, mais chacun pres de ſon Magazin ou pres de ce dont il a la charge.

IX. ARTICLE.

De la forme du quartier des Chariots.

ON prend auſſi un quadrangle pour les chariots, auſſi long que les autres de 300 pieds, & large ſelon que la quantité des chariots qui ſont au Camp propoſé le requiert; laquelle largeur ſe prend icy par exemple de 348 pieds. En ce parc ſe mettent les chariots par files, le dos l'un contre l'autre, une ruelle de 12 pieds demeurant entre deux, en laquelle les Chartiers peuvent mettre leur fourage; mais il y a entre chaque couple de files une rue large de 24 pieds, par laquelle on entre &



ſort hors du quartier. Aux quatre coſtez du quartier ſont les huttes des Vivandiers, qui ſuivent les chariots, longues de 12 pieds. On donne pour un chariot, qui a trois chevaux, une place longue de 12 pieds, qui eſt la longueur du charlot, & pour la largeur 18 pieds, à ſçavoir 6 pieds pour la largeur du chariot (car les eſſieux ſont de $5\frac{1}{2}$ pied) & 12 pieds pour les trois chevaux. Il faut auſſi noter que les Chartiers ordinairement ne veulent point des huttes, logeans deſſus ou deſſous leurs chariots; mais ceux qui en veulent avoir, les peuvent faire derriere leurs chariots en la ruelle large de 12 pieds. Selon les ſuſdites meſures en un quadrangle large de $348\frac{8}{9}$ pieds, & long de 300, ſe peuvent mettre dix files chacune environ de 14 chariots, faiſant en tout 140. Et combien qu'il y en ait beaucoup d'avantage en ſervice, ceux là demeurent pres de ceux auſquels ils ſervent. Ce qui eſt dit cy-deſſus, donne icy plus grande clairté à la figure ſuivante.

NOTEZ.

On met bien auſſi les chariots plus pres qu'il n'a eſté dit cy-deſſus, comme ſe touchans quaſi l'un l'autre, & alors il y en a trois fois autant en une file, à ſcavoir 42 chariots; mais il en provient de l'incommodité en deux ſortes. Premierement, pource que les trois chevaux ne ſe peuvent mettre commodement devant leur chariot, n'ayant que $5\frac{1}{2}$ pied de largeur. Secondement, pource que les rues entre les chariots eſtans remplies de chevaux, elles ſont alors trop eſtroictes pour y paſſer avec ſes chariots & chevaux, ſi ce n'eſt qu'on les ordonne beaucoup plus larges, mais il faut alors plus de place que ſelon la premiere maniere, qui eſt bien la plus commode.

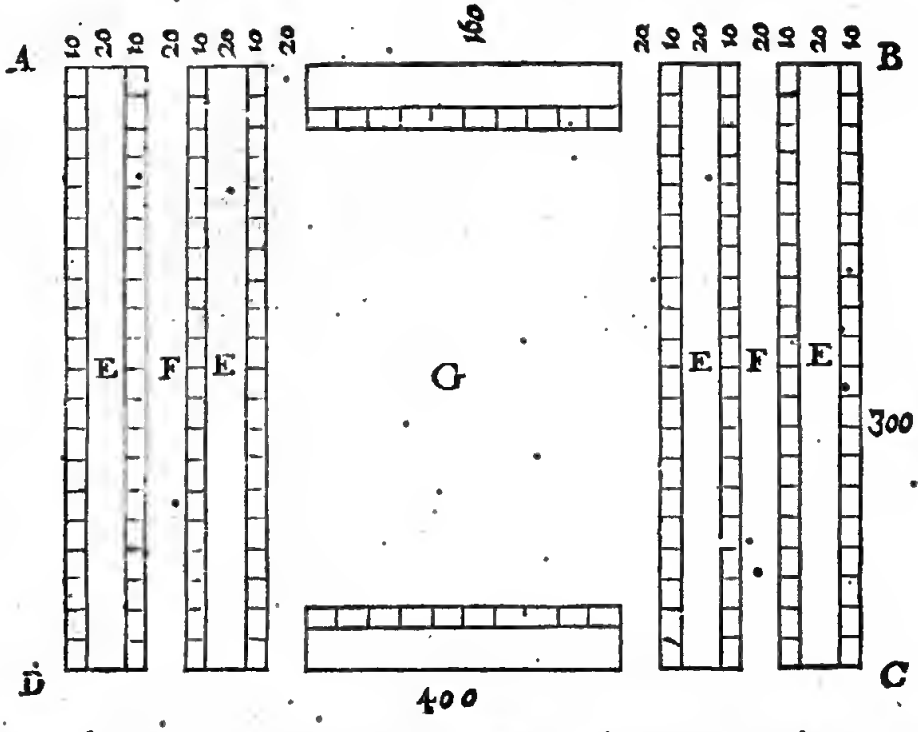
X ARTICLE.

De la forme du Marché.

ON prend pour le Marché un quadrangle, comme A B C D, long de A juſques à D, comme les autres quartiers de 300 pieds, & large comme A B, de 400: Là deſſus s'ordonnent divers couples de files de huttes, dont les places ſont longues de 300 pieds, larges de 10, & une place entre deux large de 20 pieds, comme E, vers laquelle viennent les dos de huttes: Il n'y a point de chemin commun par ces places, comme par les rues, mais elles ſervent à y faire des puits ou des cheminées pour y cuiſiner, & à autres particulieres commoditez des huttes: En chaque paire de files des

huttes il y a une rue large de 20 pieds, comme F, & au milieu de toutes les files des huttes un Marché, comme G, large de 200 pieds, comme la figure ſuivante le demonſtre plus clairement.

Il faut encore ſçavoir que les gens qui ſont logez ſur le Marché, ſe diviſent en Boutiquiers, Greffiers, Bouchers, & Taverniers, chaque ſorte en des files particulieres, & ſur la place du grand Marché les plus riches



Boutiquiers, comme Merciers & Marchands de drap de ſoye & d'autres marchandiſes de grand valeur. On fait auſſi diſtinction en la diſtributioo des Tavernes, ordonnant les logis booneſtes l'un pres l'autre, & les Bordeaux pres de leurs ſemblables.

NOTEZ.

Il y a encore deux quartiers, l'uo pour les Seigneurs eſtrangers, l'autre pour le Magazin des vivres, deſquels je ne mets point icy de figures, pource qu'on donne ſeulement aux Seigneurs eſtrangers un quadrangle long comme les autres quartiers de 300 pieds, & large ſelon que leur train le requiert, dedans ils ordoonent & mettent leurs tentes, huttes & parc comme bon leur ſemble : Et le meſme ſe fait au General des vivres : & celuy de l'Artillerie avec tous les chariots y appartenans, ſe mettent ſelon l'ordre des chariots declaré au neufieſme Article.

XI ARTICLE.

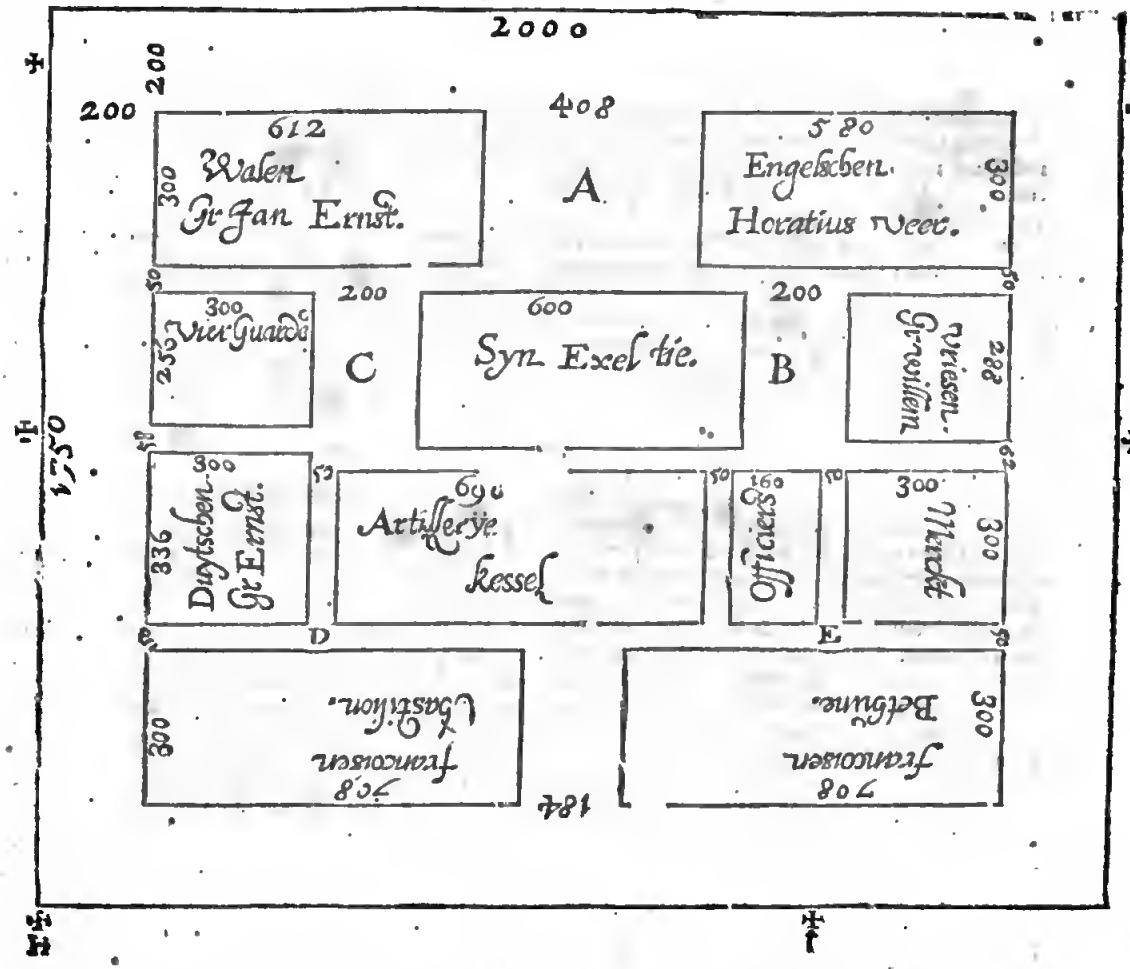
De la forme du Camp entier.

S'Il y avoit en chaque compagnie de noſtre Camp egal nombre d'hommes, & en chaque regiment egal nombre de compagnies; & en un Camp, égal nombre de regimens, comme entre les Romains, SON EXCELLENCE ordonneroit les regimens de l'Infanterie & de la Cavallerie touſiours de meſme forme, & d'egale grandeur de place, logeant les Picquiers de chaque compagnie en l'une des deux files de huttes, les Mouſquettaires en l'autre file, & les huttes ſelon l'ordre que les Soldats auroyent en leur files, donnant au Camp touſiours une meſme forme: Mais veu qu'en ce temps il n'y a icy ny ailleurs, à ce qu'il me ſemble, une telle puiſſance & reſolution qu'eſtoit celle des Romains, pour tenir les Compagnies, Regimens & Camps touſjours regulierement complets, s'enſuit que quelque bonne regle ſur un ordre non accompli, peut avoir mainteuant plus d'uſage que ſur un ordre accompli; pourtant je metray icy joignant les precedentes regles des parties d'un Camp, encore une declaration de la regle qu'on obſerve en nos Camps entiers, avec l'inegalité qu'ils ont, prenant pour exemple entre autres le Camp des *Tres-puiſſants Seigneurs les Eſtats Generaux* devant Juliers de l'An 1610, par lequel on pourra comprendre mon intention.

Tous les quartiers ſont repreſentez en ceſte figure, chacun avec ſon eſcriteau & la quantité des pieds de front, quant à longueur de chacune d'icelle elle eſt de 300 pieds, de ſorte qu'il n'eſt pas beſoing d'en faire quelque autre declaration. On peut veoir en la figure de Camp, ce qui eſt dit deſſus, & à quoy on doit pretendre, à ſçavoir que les quartiers interieurs, n'eſtant point de Soldats, ſont environnez de l'Infanterie logée le long des places d'armes ſelon l'ordre de la precedente regle commune, excepté que le Marché eſt mis à l'oppoſite de ladite place d'armes, mais comme le plan ne ſe poivoit ſigner plus commodement, il a eſté ainſi reſolu. La place vuide A, ordonnée par regle generale devant le quartier de SON EXCELLENCE, ſert pour ceux qui ont journellement affaire à la Cour : les places vuides B, C, eſtoyent gardées pour mes Seigneurs le *Comte Guillaume*, & le *Comte Henri*, qui y devoient loger, leſquels n'y vindrent point. Il eſt encore à noter que les rues par la largeur du Camp, comme D E deviennent droictes, & d'egale largeur de 50 pieds, à cauſe que tous les quartiers ſont d'egale longueur, à ſçavoir de

de 300 pieds, ce qui autrement ne succederoit point ainsi; dequoy comme aussi des autres circonstances, je parleray plus amplement en la designation du troisiesme Chapitre.

Quant à ce qu'on ne trouve point icy de quartiers pour diverses parties du Camp, comme pour la Cavallerie, Artillerie, & Chariots, j'en declareray la cause au premier Article du 3 Chapitre, estimant que j'ay assez suffisamment declaré par ceste figure du Camp & de ses parties precedentes, comme aussi du Camp des Romains, ce que signifie la Castrametation, ce qui avoit esté proposé en ce premier Chapitre.



II CHAPITRE.

Des Listes, contenant ce qui doit estre logé en un Camp proposé.

ARGUMENT DE CE II CHAPITRE.

DEvant que de venir au mesurement des quartiers, il est besoing qu'on sçache ce qui doit estre logé en chaque quartier, pour en ordonner la grádeur neeessaire selon qu'il appartient, pour laquelle fin on livre au Castrametateur les copies des Listes appartenantes à cela, lesquelles au Camp de Juliers en l'An 1610 (que je prendray pour exemple) estoyent comme s'ensuit:

1 *Liste des Officiers du Camp.*
2 *Liste des regiments d'Infanterie.*
3 *Liste des regiments de Cavallerie.*
4 *Liste de l'Artillerie.*
5 *Liste de la Munition de guerre.*
6 *Liste des Chariots.*
7 *Liste des Batteaux, pour charger la Munition de guerre.*

I LISTE.

Des Officiers du Camp.

SON EXCELLENCE.
Le *Comte Henri de Nassau* General de la Cavallerie.
Son Lieutenant General Marquette.
Le *Comte Ernest* General de l'Infanterie.
Le Sergeant Major General Sedlenisski.
Le Commissaire General de la Cavallerie Stakenbroue.
Le Quartiermaistre General Solem.
Le Prevost General.
Le President du Conseil de guerre.
L'Advocat Fiscal.
Le Greffier.
Le Commis de l'argent.
Le General des Chariots Doublet.
Son Lieutenant.
Le Quartiermaistre General de la Cavallerie Lievé Cije.
Le Prevost des Navires Kranendonc.
Le Medecin du Camp.
Les Chirurgiens.
Les trois Ministres de la Cour.

Notez.

NOTEZ.

Il y a encore d'autres Officiers, comme de l'Artillerie, de la Munition de guesre, des Vivres, & des Navires; mais veu qu'on a eſgard en ceſte liſte aux Officiers qu'on ordonne au Camp eu un quartier particulier, & que les autres logent anpres de ce dont ils ont l'adminiſtration, ils ne ſont pas mis en ceſte Liſte.

II LISTE.

Des regiments de l'Infanterie.

Les François.

LE Regiment de Chaſtillon eſt de 19 compagnies, deſquelles (ſelon la commiſſion) la compagnie Colonelle eſt de 200 hommes, un compagnie de 100, & 17 chacune de 80, qui ont 40 files de huttes, le front de 708 pieds, & 1660 Soldats.

La maniere pour calculer ces 40 filet de huttes, & le front, eſt telle: On ordonne pour chaque compagnie de 100 hommes ou environ (comme il eſt dit au deuxieſme Article du premier Chapitre) deux files de huttes, pour environ 150 trois files, pour environ 200 quatre files, & ainſi des autres: Or ſuivant ce qui a eſté dit, les 19 compagnies auront 38 files, & encore deux d'avantage; parce qu'il y a une compagnie de 200 teſtes, faiſant comme il eſt dit, 40 files, à quoy adjouſtant encote 40, à cauſe des ruës qui ſont entre les files (comme on peut veoir plus clairement en la figure du 3 Article du premier Chapitre) font enſemble 80, chacune de 8 pieds, faiſant 640 pieds, & adjouſtant 68 pieds pour le front du logis du Colonel, vient enſemble comme dit eſt cy-deſſus pour le front du regiment 708 pieds: Et ainſi ſe trouvent les files & fronts des autres regiments ſuivantt. Quant aux 1660 Soldats, on les adjouſte encote, pour par ces nombres faire le calcul combien chaque regiment doit fouïr, quand il faut retrencher le Camp, dont il ſera parlé particulierement au 5 Article du troiſieſme Chapitre.

Le regiment de Bethune eſt de 19 compagnies, dont la compagnie Colonelle eſt de 200 hommes, il y a une compagnie de 100, & 17 chacune de 80, qui ont 40 files de huttes, le front de 708 pieds, & 1660 Soldats.

Les Allemans.

Le regiment du *Comte Erneſte* eſt de 6 compagnies, dont la compagnie Colonelle eſt de 200 hommes, trois compagnies chacune de 200, une de 150, & une de 100, qui ont 21 files de huttes, le front de 336 pieds, & 1050 Soldats.

Les Valons.

Le regiment du *Comte Iean Erneſte* eſt de 16 compagnies, dont la compagnie Colonelle eſt de 200 hommes, deux compagnies chacune de 100, & 13 chacune de 70, qui ont 34 files de huttes, le front de 612 pieds, & 1310 Soldats.

Les quatre Gardes.

Une garde de 250 hommes, deux chacune de 200, & une de 150, leſquelles (eſtans ſans place de Colonel) ont 16 files de huttes, le front de 256 pieds, & 800 Soldats.

Les Friſons.

Le regiment du *Comte Guillaume* eſt de 8 compagnies, dont la compagnie Colonelle eſt de 200 hommes, 7 compagnies chacune de 80, leſquelles (eſtans ſans place de Colonel) ont 18 files de huttes, le front de 288 pieds, & 760 Soldats.

Les Anglois.

Le regiment de Horatio Veer eſt de 15 compagnies, dont la compagnie Colonelle eſt de 200 hommes, & les 14 compagnies chacune de 80, qui ont 32 files de huttes, le frunt de 580 pieds, & 1320 Soldats.

Le regiment de Cecil eſt de 10 compagnies, dont la compagnie Colonelle eſt de 200 hommes, & les 9 compagnies chacuné de 80, qui ont 22 files de huttes, le front de 352 pieds, & 920 Soldats.

Le regiment de Halas eſt de 10 compagnies, dont l'une eſt de 90 hommes, quatre compagnies chacune de 80, & cinq chacune de 70, leſquelles (eſtans ſans place de Colonel) ont 20 files de huttes, le front de 320 pieds, & 760 Soldats.

Les Eſcoſſois.

Le regiment de Cheee eſt de 10 compagnies, dont l'une eſt de 100 hommes, 3 compagnies chacune de 90, & 6 chacune de 80, qui ont 20 files de huttes, le front de 388 pieds, & 850 Soldats.

Le regiment de Henryſon eſt de 19 compagnies, dont l'une eſt de 100 hommes, & 18 compagnies chacune de 70, qui ont 38 files de huttes, le front de 656 pieds, & 1360 Soldats.

III LISTE.

Des regimens de la Cavallerie.

LE regiment du *Comte Henri* eſt de trois cornettes, dont l'une eſt de 250 chevaux, l'autre de 150, & la troiſieſme de 70, qui ont 10 files de huttes, & le front de 430 pieds.

La maniere de calculer ces 10 files de huttes eſt ſemblable à la precedente de l'Infanterie. Quant au front de 430 pieds, il eſt fait comme s'enſuit: Chaque couple de files de huttes a (comme il ſe peut voir en la figure du 4 Article du premier Chapitre) 70 pieds, & pontant les cinq couples de files font cinq fois 70, qui montent à 350 pieds, & puis les 4 rues qui viennent entre deux chacune de 20 pieds, faiſant 80 pieds, font enſemble pour le front d'iceluy regiment, comme deſſus, 430 pieds: Et ainſi on trouvera les fronts de tous les autres regimens ſuivans de la Cavallerie. Quant à la quantité des Cavalliers en chaque regiment, on n'en fait icy aucun calcul comme de l'Infanterie, à cauſe qu'on ne les employe point pour retrencher le Camp.

Le regiment de Marquette eſt de 4 cornettes, dont l'une eſt de 100 chevaux, & trois chacune de 70, qui ont 8 files de huttes, le front de 340 pieds.

Le regiment de Stakenbroue eſt de 4 cornettes, dont l'une eſt de 100 chevaux, une de 85, & deux chacune de 70, qui ont 8 files de huttes, & le front de 340 pieds.

Le regiment de Waghemans eſt de 3 cornettes, chacune de 70 chevaux, qui ont 6 files de huttes, le front de 250 pieds.

Le regiment de Ryhoven eſt de 3 cornettes, chacune de 70 chevaux, qui ont 6 files de huttes, le front de 250 pieds.

Le regiment de Marcelis Bacx eſt de 4 cornettes, chacune de 70 chevaux, qui ont 8 files de huttes, le front de 340 pieds.

Le regiment de la Salle eſt de 3 cornettes, chacune de 70 chevaux, qui ont 6 files de huttes, le front de 250 pieds.

Le regiment de Smeltzing eſt de 3 cornettes, chacune de 70 chevaux, qui ont 6 files de huttes, le front de 250 pieds.

Le

Le regiment de Quaer eſt de 3 cornettes, chacune de 70 chevaux, qui ont 6 files de hurtes, le front de 250 pieds.

Le regiment du *Comte Iean* eſt de 3 cornettes, chacune de 70 chevaux, qui ont 6 files de hurtes, le front de 250 pieds.

Le regiment de Iean Back eſt de 3 cornettes, chacune de 70 chevaux, qui ont 6 files de hurtes, le front de 250 pieds.

IV Liste.

De l'Artillerie.

Pieces d'Artillerie.

4 Canons entiers accomplis ſur leurs affuſts.
8 demy-Canons accomplis ſur leurs affuſts.
3 Pieces de campagne accomplies ſur leurs affuſts.

Poudre, Balles & Meiche.

153120 ℔ de Poudre.
3000 Balles de Canon entier.
6020 Balles de demy-Canon.
40 Boites de fer blanc pour le Canon entier.
20 Boites de fer blanc pour le demy-Canon.
1200 Balles de 12 ℔.
3000 ℔ de Meſche.

Affuſts & autres Chariots d'Artillerie en proviſion.

2 Affuſts de Canons entiers.
4 Affuſts de demy-Canons.
1 Affuſt pour Pieces de campagne.
8 Chariots de faix.
20 Avantrains.
2 Rouës de Canon entier.
3 Rouës de demy-Canon.
1 Roue de Pieces de campagne.
5 Rouës d'Avantrains.
2 Rouës de derriere de Chariots de faix.
1 Traiſneau pour paſſer les mares.

Inſtruments d'Artillerie, dont on ſe ſert en tirant.

45 Culieres.
45 Houſſes.
45 Eſcouvillons.
4 Culieres à balles embraſées.
4 Crocs à balles embraſées.
20 Barils à bourſe, pour y mettre la poudre, avec leurs marteaux de bois & eſquelles.
90 Corriers de bois.

Chevres avec leur dependences.

2 Chevres accomplies.
5 Eſcrines.
2 Cordes de Chevron.
2 Teſtes de Chevre.
8 Rouëlles de metal.
4 Moines.
8 Leviers.
4 Conets pour guinder à trois rouës.
4 Conets pour guinder à deux rouës.

Harnachures de limon.

41 Outils de limon accomplis.
41 Cordes de limon.
900 Ridelles.
450 Colliers.
60 Barres ferrées.

Bois neceſſaire à l'Artillerie.

150 Swalpes, qui ſont certaines petites poutres qu'on met deſſous les planches des licts.
54 Sappins de 10 aunes.
200 Planches de ſappin.
200 Petits ſappins.
500 Clayes.

Outils à main.

50 Honës.
50 Pelles.
50 Coignées.
50 Serpes.
22 Picqs.
22 Beſches.
80 Leviers de bois.
18 Pieds de chevre de fer.
2 Hies à main.
8 Barres à porter la poudre.
4 Bierres à porter la poodre.

Clous.

4000 Cloos de 7 pouces.
1000 Clous de 6 pouces.
2000 Clous de 5 pooces.
3000 Clous de moindre graodeur.
6000 Clous de moindre grandeur.
8000 Clous encore de moindre grandeur.
Toutes ſortes de Chevilles, d'eſſieux, d'Affuſts, & d'Avantrains.

De la Lumiere.

200 ℔ Chandelles.
12 Lanternes de bois.
4 Toooeaux de roreches.
4 Falots.

Des Cordages.

2 Cordes entieres pour tirer le Canon.
3 Demy-cordes pour tirer le Canon.
22 Cordes pour gouverner les Pieces.
20 Cordes poor tirer les Navires avec des chevaux.
3 Cordes à col, avec leſquelles les hommes tireot les Navires.
2 ℔ du fil à voille ou chegros.
6 ℔ de la fiſſelle ponr raccommoder les cordages.

Diverſes choſes.

1000 ℔ de fer pour les Mareſchaux.
1 Meſure de houlleou charbon de terre.
Outils de Mareſchaux.
Outils de Charpentier.
80 Coovertures de poil.
140 Peaux de Mooron.
6 Seaux de cuir.
570 Paniers quatrez.
400 ℔ de graiſſe.
6 Boites à mettre de la graiſſe.

Chevaux de traict pour tirer les Pieces d'Artillerie.

Pour 4 Caoons entiers ſur leurs chariots de faix, ayant chacun 22 chevaux, fait 88
Pour 8 demy-Canons, chacun de 18, fait 144
Pour 3 Pieces de campagne, chacune de 10, fait 30
Pour 6 Affuſts de Canons entiers, chacun de 8, fait 48
Pour 4 Affuſts de demy-Canons, chacun de 6, fait 24
Pour 2 Chariots de faix, chacun de 2, fait 4

Pour

Pour 8 Avantrains, chacun de 2, fait	16
Pour 6 Chariots qui portent les pontons	48
Pour 8 Chariots à Moulin.	48
Pour la proviſion	40
Somme des chevaux pour tirer l'Artillerie	490

Les Officiers de l'Artillerie.

Le General de l'Artillerie Keſſel.
Son Lieutenant Grenu.
Le Controlleur de l'Artillerie Monier.
Le Commis de l'Artillerie Wrenbrouc.
10 Gentils hommes de l'Artillerie.
25 Conducteurs.
6 Ingenieurs; à ſçavoir, Hillebrant Smits, Oom Kees, Lambert Cornelisz. Arent Arentsz. Raef Dexter, Samuel Kloor, ayant chacun deux Conducteurs.
2 Controlleurs des Fortifications, l'un Nicolas vander Mijl, l'autre Henric Schoutens, chacun avec leurs Conducteurs, Commis & Clerc.
Le Maiſtre Canonnier, Joos de Nol.
36 Canonniers.
Le Maiſtre des feux artificiels, avec deux Conducteurs.
Le Petardier.
2 Maiſtres des Batteries.
Le Maiſtre Charpentier, Proot.
Son Lieutenant, Simon Gerbrantsz.
12 Charpentiers.
2 Faiſeurs de chariots.
2 Mareſchaux.
1 Faiſeur de gabions.
2 Hatniceurs.
1 Tonnellier.
Le Prevoſt de l'Artillerie, avec ſes Sergeans.
Le Chirurgien de l'Artillerie.
Le Commis des chevaux de traict à tirer l'Artillerie.
Ses 11 Conducteurs departis comme s'enſuit: un à chacun des 6 Canons, un à chacune des 3 Pieces de campagne, un pour les Affuſts & Avanttrains; & un pour chevaucher de l'un à l'autre.
2 Capitaines des Pionniers, Jean Melchiorſen, & Jean Meliſſen.
100 Pionniers, 50 pour chaque Capitaine.
Le Capitaine des Mineurs, Gille Louet.
25 Mineurs.
4 Capitaines de Navire.
240 Matelots, 60 pour chaque Capitaine.

NOTEZ.

C'eſt à ſçavoir qu'en tels Articles qu'eſt departie ceſte Liſte, & que telle conſequence qu'ont les parties, que ſemblable ſera celle des Liſtes qui ſe feront en apres chaque année, ou auſſi ſouvent qu'il adviendra; car cela eſt plus commode que de les mettre ſans certain ordre, pour faire auſſi des Liſtes nouvelles, avec moindre peine & plus d'aſſeurance d'y rien mettre, à fin que ceux à qui la choſe touche, puiſſent facilement examiner la concordance d'une Liſte du temps preſent avec la precedente; à ſçavoir, ſi toutes choſes neceſſaires y ſont deſcrites ſans aucun defaut, ou ſi on n'y a rien mis de trop, ſi on a pris la quantité de poudre, balles, meſches, & autres choſes neceſſaires, ſelon le requis des pieces comme on faiſoit aux autres années avec bonne deliberation: Si auſſi l'on s'eſt ſouvenu d'y adjouſter ce qu'on trouvoit y manquer en la precedente fois. Toutes leſquelles choſes ſe font plus facilement par telle egale conſequence de parties, qu'en l'examinant par une faſcheuſe ponctuation des parties.

Notez, qu'encore bien qu'il ſoit dit que toutes les Liſtes ſuivantes auront un tel ordre que ceſte-cy a, il n'eſt point dit pourtant, qu'elles doivent avoir toutes les parties des precedentes, car encore qu'il y en defaille pluſieurs, (comme cela doit avenir neceſſairement en aucunes Liſtes) ce neantmoins elles peuvent avoir ledit ordre que celles-cy, juſqu'à la fin: En outre on ſuppoſe que l'amendement de l'ordre eſt touſiours libre.

Ce que j'ay dit icy de ceſte Liſte de l'Artillerie, s'entend auſſi des Liſtes ſuivantes de la Munition de guerre, des Chariots, Navires, & autres, eſquelles il y a beaucoup de diverſitez.

V LISTE.

De l'Amunition de Guerre.

De la Poudre, Balles & Meſches.

45000 ℔ de poudre à Mouſquets.
45000 ℔ de balles à Mouſquets.
45000 ℔ de Meſches.

Des Armes.

200 Mouſquets.
300 Longues piques.
50 Demy piques.
50 Rondaches.

Des Outils à main.

10000 Honës.
2000 Pelles ferrées.
1000 Beſches.
500 Picquets.
1200 Coignées.
600 Coignées à main.
600 Serpes.
4 Leviers de fer.

Du Bois.

1600 Planches de ſappin.
25 Planches de ſappin ſiées en deux.
1500 Petites perches de ſappin.
100 Sappins de 10 aunes.
100 Sappins de 12 aunes.

Des Clous.

2000 de 7 pouces.
2500 de 6 pouces.
3000 de 5 pouces.
20000 Clous de moindre grandeur.
20000 Clous encore de moindre grandeur.
10000 Clous encore de moindre grandeur.
10000 Clous encore de moindre grandeur.

De Lumiere.

100 ℔ de Chandelles.
8 Lanternes de bois.
2000 Torches.
6 Fallots.

De diverſes autres choſes.

1000 Brouëttes accomplies.
100 Eſſieux.
30 Ponts de jone, avec leurs cordes.
50 Couvertures de poil.
100 Paniers quarrez.
600 Sacs à terre.
30 Rouëlles de bateau.
100 Banderolles pour ſigner les quartiers.
10 Cordes à tirer l'Amunition contre le cours de l'eau.

1200 ℔

1200 lb de toute ſorte de cordes.
8 Formes de 12 trous à faire des balles de Moſquet.
8 Cullieres à fondre du plomb.

Les Officiers de la Munition de Guerre.

Le Commis Bom.
20 Conducteurs.

VI Liste.

Des Chariots.

ON ſuivra en ceſte partirion l'ordre des Liſtes precedentes, à ſçavoir: En premier lieu, les chariots pour les Officiers du Camp: en ſecond, pour l'Infanterie: en troiſieſme, pour la Cavallerie: en quatrieſme, pour l'Artillerie: en cinquieſme, pour la Munition de guerre: en ſixieſme, pour les Vivres.

Les Chariots pour les Officiers du Camp.

Pour	Son Excellence.	66
	le *Comte Henri de Naſſau* General de la Cavallerie.	30
	ſon Lieuteoant le General Marquette.	6
	le Sergeant Major General Sedleniſki.	3
	le Commiſſaire General de la Cavallerie Stakenbroue.	2
	le Quartiermaiſtre General Solem.	1
	le Prevoſt General.	3
	l'Advocat Fiſcal & Greffier.	2
	le Commis de l'argent.	2
	le General des chariots Doublet, ſon Lieutenant, Conducteurs, Faiſeurs de chariots, Mareſchaux & cordages.	7
	le Quartiermaiſtre General de la Cavallerie Lieveo Cijs.	1
	le Prevoſt des Navires Cranendonc.	1
	les deux Chirurgiens du Camp.	2
	les trois Miniſtres.	3
	Somme des chariots des Officiers du Camp	129

Le Chariots pour l'Infanterie.

Pour	le Colonel Chaſtillon.	6
	ſon Lieutenant Colonel & Sergeant Major.	2
	le Chirurgien & Prevoſt.	1
	19 Capitaines.	19
	le Colonel de Bethune.	6
	ſon Lieutenant & Sergeant Major.	2
	le Chirurgien & Prevoſt.	1
	19 Capitaines.	19
	le Lieutenant Colonel du *Comte Erneſt.*	1
	le Sergeant Major & Quartiermaiſtre.	1
	le Chirurgien & Prevoſt.	1
	6 Capitaines.	6
	le Colonel *Comte Iean Erneſte.*	5
	ſon Lieutenant Colonel.	1
	ſon Sergeaot Major & Quartiermaiſtre.	1
	ſon Chirurgien & Prevoſt.	1
	16 Capitaines.	16
	4 Capitaines des 4 Gardes.	4
	le Lieutenant & Port'enſeigne de la Garde de Son Excellence.	1
	les armes de ladite Garde.	1
	le Lieutenant Colonel des Friſons.	2
	le Sergeant Majot & Quartiermaiſtre.	1
	8 Capitaines.	8
	12 Capitaines du regimeot de Veet.	12
	2 Capitaines du regiment d'Ogle.	2
	le General Cecil.	12
	deux Colonels, à chacun 4 chariots, fait	8
	3 Lientenans Colonels, à chacun 2 chariots, fait	6
	3 Sergeans Majors, à chacun 1, fait	3
	3 Quartiermaiſtres, chacun 1, fait	3
	3 Prevoſts, chacun 1, fait	3
	2 Miniſtres, chacun 1, fait	2
	le Chirurgien Maiſtre James.	2
	52 Capitaines.	52
	le Commiſſaire des chariots.	1
	Somme des chariots de l'Infanterie	212

Les Chariots pour la Cavallerie.

10 Colonels de la Cavallerie, à chacun 1 chariot, fait 10
Le Lieutenant & Cornette de la compagnie de Son Excellence. 1
Pour les Armes. 1
Somme des chariots pour la Cavallerie 12

Les Chariots pour l'Artillerie.

40000 lb de Poudre, ſur chaque chariot 4 tonneaux, fait	59
800 Balles de Canon entier, ſur chaque chariot 20, fait	40
1600 Balles de demy-Canon, ſur chaque chariot 40, fait	40
40 Boëttes de fueille de fer pour des Canons entiers	2
60 Boëttes de fueille de fer pour des demy-Canons	2
Pour les equipages neceſſaires aux trois pieces de campagne de 12 lb.	8
Cullieres, Houſſes, Eſcouvillons, Corriets, Leviers de bois & de fer.	2
4 Chievres.	4
Outils de limon, Colliers & Ridelles.	4
Cordes.	3
Barres ferrées, Leviers de fer & de bois.	2
Harniçeure.	2
Houës, Pelles, Coignées, &c.	1
114 Planches.	14
40 Sommiers de Sappin.	4
50 Planches de Sappin.	2
100 Clayes d'oſier.	5
Pour les ouvrages artificiels de feu.	2
Pour les Petarts.	2
Somme des chariots pour l'Artillerie	198

Les Chariots pour les Officiers de l'Artillerie.

Pour	le General de l'Artillerie Keſſel.	1
	Son Lieutenant Grenu.	1
	le Controlleur de l'Artillerie Moniet.	1
	le Commis de l'Artillerie.	1
	les Gentils-hommes.	2
	6 Ingenieurs, chacun un chariot.	6
	2 Cootrolleurs de la Fortification.	2
	le Maiſtre Conneſtable.	1
	12 Caoonniers.	2
	le Maiſtre d'ouvrages de feu.	1
	le Petardier.	1
	le Maiſtre des batteries.	1
	le Maiſtre Charpentier.	1
	12 Charpentiers.	2
	2 Faiſeurs de chariots.	1
	2 Mareſchaux.	1
	le Prevoſt de l'Artillerie.	1

Pour
- le Chirurgien de l'Artillerie. 1
- le Maiſtre des Ponts. 1
- le Commis des chevaux à tirer l'Artillerie 1
- 2 Capitaines des Pionniers. 2
- le Capitaine des Mineurs. 1
- 4 Capitaines de Navires. 4

Somme des chariots pour les Officiers de l'Artillerie 41

Somme pour l'Artillerie en tout 239

Les Chariots pour la Munition de Guerre.

Pour
- 20000 lb de Poudre 20
- 20000 lb de Balles de plomb. 20
- 20000 lb de Meſche. 20
- Mouſquets avec les fournitures, Piques longues, Rondaches, Caſquets, Formes, Cuilliers. 7
- 9000 Hooës, & 500 Pelles. 20
- 400 Beſches, 200 Pics, 400 Coignées, 300 Coignées à main, 300 Serpes. 6
- Clous de toute ſorte. 1
- 100 lb de Chandelles, 12 Lanternes, 2000 Torches, 6 Falots. 2
- 100 Brouëttes. 4
- 10 Ponts de joncs avec leurs cordes. 5
- 100 Paniers quarrez, & 100 Banderolles à marquer les quartiers. 1
- le Commis Bom & ſes Conducteurs. 2

Somme des chariots pour la Munition de Guerre 108

Les Chariots pour les Vivres.

Pour
- les Vivres. 242
- le Commiſſaire des Vivres Kien. 1
- ſes Conducteurs. 1

Somme des chariots des Vivres 244

Somme des Sommes des Chariots.

Des Officiers du Camp.	119
De l'Infanterie.	212
De la Cavallerie.	12
De l'Artillerie.	239
De la Munition de Goerre.	108
Des Vivres.	244
Somme de tous les chariots	944

VII Liste.

Des Navires.

ON ſuivra en ceſte departition l'ordre des Liſtes precedentes, à ſçavoir en premier lieu, les Navires pour les Officiers du Camp : En ſecond, pour l'Infanterie : En troiſieſme, pour la Cavallerie : En quatrieſme, pour l'Artillerie : En cinquieſme, pour l'Amunition de l'Artillerie : En ſixieſme, pour la Munition de Guerre : En ſeptieſme, pour les Vivres : En huictieſme les Pontons : En neufieſme des Navires pour diverſes choſes.

Les Navires pour les Officiers du Camp.

- Pour Son Excellence. 20
- Pour le *Comte Henri*. 12
- Pour le Sergeant Major General. 1
- Pour le Quartiermaiſtre General. 1
- Pour le Prevoſt General, avec ſes Sergeans, & les Matelots. 1
- L'Advocat Fiſcal, avec le Greffier du Conſeil de guerre, en une Navire de munition.
- Pour le Commis de l'argent. 1
- Pour le General des chariots, avec ſes Conducteurs. 1
- Pour les deux Chirurgiens du Camp & Apothicaire. 1

Sommes des navires des Officiers du Camp 38

Notez.

Il y a encore des Officiers, comme ceux de l'Artillerie, de la Munition de Guerre, des Vivres, & des Navires, mais veu que ceux-cy s'accommodeur és Navires chargés de ce dont ils ont l'adminiſtration, ils n'ont point beſoing d'autres Navires particuliers.

Les Navires pour l'Infanterie.

- Pour deux regimens François, à chacun trois Navires, faiſans 6
- Le regiment des Allemans du *Comte Erneſt*. 1
- Le regiment des Walons. 2
- Le regiment des quatre Gardes. 1
- Pour les armes & le bagage de la Garde. 1
- Le regiment des Friſons. 1
- Le regiment des Anglois. 2
- Les Anglois marchans avec le *Comte Henri*. 2
- Le regiment Eſcoſſois. 2
- Le regiment du Lieutenant Colonel Meetkercken. 1

Somme des navires de l'Infanterie 19

Les Navires pour la Cavallerie.

- Chaque regiment de la Cavallerie a un Navire, ce qui monte à 11
- Pour les armes & bagage de la Cavallerie de la compagnie de Son Excellence. 1

Somme des navires de la Cavallerie 12

Les Navires pour l'Artillerie.

Ces Navires ſont de trois ſortes : La premiere pour les Officiers reſortiſſants ſous l'Artillerie : La ſeconde pour les pieces d'Artillerie, avec leurs Affuſts & chariots : Et la troiſieſme pour la Munition de l'Artillerie.

Les Navires pour les Officiers reſortiſſants ſous l'Artillerie.

- Le General de l'Artillerie. 1
- Les Ingenieurs, Controlleurs & Conducteurs des Fortifications, & des ouvrages. 1
- L'Ingenieur Arent Arentſz. 1
- Le Maiſtre Conneſtable avec tous les Canoniers. 1
- Le Maiſtre Charpentier General pour luy & ſes Charpentiers. 1
- Le Commis des chevaux pour tirer l'Artillerie, avec ſes Conducteurs & outils. 1
- Les Faiſeurs de chariots, Mareſchaux, Cordiers, avec leurs materiaux. 1
- Deux Capitaines de Pionniers, Faiſeurs de feux, & Petardiers. 1

Somme des navires pour les Officiers reſortiſſants ſous l'Artillerie 8

Les

Les Navires pour les pieces d'Artillerie, avec leurs Affusts & chariots.

Ces pieces d'Artillerie avec leurs Affusts & chariots sont mises en des Ponrons, qui seront descrits cy-apres an penultiesme Article de ceste Liste des Navires.

Les Navires pour la Munition de l'Artillerie.

960 Tonneaux de poudre en quatre Kerveels, faisant 4
3000 Balles de 48 lb en quatre Damloopers. 4
6000 Balles de 24 lb en quatre Damloopers. 4
Pour les Perarts & outils y appartenants un Damlooper. 1
Pour les Cordages, Mesches, Boëttes de fueille de fer, & autres choses, un Kerveel. 1
Pour 500 Clayes & quelques Paniers, un Kerveel. 1
150 Swalpes, & quelques Paniers, un Kerveel. 1
200 Planches de Sappin, 200 petits Sappins, un Navire. 1
Pour quelques Cordages, Colliers, Cullieres, & autres choses, un Navire. 1
1200 Balles de 12 lb, une Kague, faisant 1

Somme des navires pour la munition de l'Artillerie 19

Somme des navires de l'Artillerie en tout 27

Les Navires pour la Munition de Guerre.

45000 lb de Poudre.
45000 lb de Balles de Mousquets.
45000 lb de Mesche.
50 Couvertures de poil.
8 Formes.
8 Cuillieres.
Ce que dessus est chargé en 4 Navires, chacun de 20 last, & dans un Damlooper, qui font ensemble 5

200 Mousquets.
800 Piques.
50 demy-Piques.
50 Rondaches.
12 Lanternes.
100 lb de Chandelles.
6 Falots.
2000 Torches.
Toure sorte de Clous.
100 Banieres à marquer les quartiers.
600 Sacs à terre.
10 Cordes à tirer.
12000 lb de Cordes.
30 Rouëlles de Navire.
100 Paniers quarrez.
Ce que dessus est chargé en un Damlooper, faisant 1

30 Ponts de jonc, avec les cordes y appartenantes, chargées en une Navire de 20 last, & en un Damlooper, font ensemble 2

10000 Houës.
2000 Pelles.
1000 Besches.
500 Pics.
1200 Coignées.
600 Coignées à main.
600 Serpes.
Ce que dessus est chargé en trois Damloopers, faisans 3

1000 Brouëttes.
100 Rouës.
100 Essieux.
25 Planches de Sappin siées en deux.
Ce que dessus est chargé en trois Navires, chacun de 20 last, faisans 3

1500 Planches de Sappin.
1500 petits Sappins.
200 Sommiers de Sappin.
10 Cordes à virer le Canon.
4 Leviers de fer.
Ce que dessus est chargé en trois Navires, chacun de 20 last, faisans 3

Somme des navires pour la Munition de Guerre, de 11 à 20 last, & 6 Damloopers, qui font ensemble 17

Les Navieres pour les Vivres.

Ces Navires estoyent en nombre. 66

Les Pontons.

Dixsept Pontons pour les Pieces d'Artillerie, avec leur dependence, faisant 17
Un grand Ponron à passer les Rivieres, faisant 1
Un petit Ponron, faisant 1
Six Nasselles pour les perits Pons, avec leurs chariots & harnachemens de chevaux, faisant 6
Un Paetschip pour charger les basteaux, chariots, & outils. 1

Somme des Pontons 26

Les personnes des Ponrons qui s'accommodent tous dans leurs Navires, sont comme s'ensuit : Le Maistre des Ponrons : Son Lieutenant : 83 Matelots de Ponrons, departis en ceste sorte : Sur 15 grands Pontons en chaque Ponton 4 : Sur 2 moindres Ponrons 3 en chacun : 3 Sur le grand Ponron à passer les Rivieres 12 Sur le petit Ponron : Un à chacune des 6 Nasselles : 3 Sur le Paetschip : 3 Avec les Charpentiers de Navires.

Navires pour diverses choses.

Le Commis de Navires, avec ses Conducteurs. 1
Un Navire & quatre Kagues pour les Conducteurs des Navires & les Commis, avec les autres choses se recontrans à l'impourveu. 5
Six Kagueschuren pour aller & venir tant pour les Messagers que pour les Soldats blessez, faisant 6

Somme des navires à diverses choses 12

Somme des Sommes des Navires.

Des Officiers du Camp.	38
De l'Infanterie.	19
De la Cavallerie.	12
De l'Artillerie.	27
De la Munition de Guerre.	17
Des Vivres.	66
Ponrons.	26
De diverses choses.	12

Somme de tous les navires 217

NOTEZ.

Il y a outre les precedentes Liſtes (qui en ceſte matiere peuvent aſſez ſervir d'exemple) encore quelques autres, mais il ne me ſemble pas neceſſaire de les deſcrire en particulier, ains il ſuffit d'en faire ceſte narration:

Premierement le Camp ſe diviſe ordinairement en trois parties, comme en avantgarde, bataille, & arriere-garde, qui ont chacune leur Liſte tant de l'Infanterie, que de la Cavallerie, ayant chacune aucunefois (auſſi bien en marchant qu'en l'aſſiegement & environnement des Villes) une partie du train, comme de l'Artillerie, Munition d'icelle, Munition de Guerre, & des Vivres: auſſi des Officiers de telle qualité qu'il y a au Camp entier: Et entre autres on ordonne ſur chacune d'icelles trois parties un Caſtrametateur avec ſes aydes, qu'on eſlit d'entre les Ingenieurs, auſquels on livre les Liſtes, ſelon leſquelles ils ſe gouvernent, & eſtans de forme comme les precedentes, il n'eſt pas beſoing de les deſcrire au long. Il y a encore une Liſte des Perſonnes de la Cour, qui doivent eſtre logées, avec encore deux autres des Chariots & Navires de SON EXCELLENCE, mais on en a ſeulement mis leur ſomme aux Liſtes des Chariots & Navires precedentes. Il y auroit encore ſelon le commun uſage des Camps, une Liſte des Vivres: Mais parce que nous ſommes communement bien fournis de Vivres par Navires des Vivandiers & Marchands, & que là deſſus on s'attend ſur ce qu'on ſçait qui ſe pourra recouvrir des Villes prochaines, quand il en eſt beſoing, il n'y a icy aucunes Liſtes des Vivres qui ſoient dignes d'eſtre deſcrites.

III CHAPITRE.

De la maniere de marquer ou meſurer un Camp.

ARGUMENT DE CE III CHAPITRE.

CE troiſieſme Chapitre aura ſix Articles:

Le 1 Article, comment il faut marquer des quartiers quadrangulaires de Camp ſur du papier, pour les imiter en traçant ſur la campagne.

Le 2 Article, du meſurement des quartiers quadrangulaires du Camp ſur la campagne, qui ſe fait par le Caſtrametateur, avec ſes aydes.

Cecy eſtant fait la partition des files des huttes & des ruës ſe doit marquer par chaque Quartiermaiſtre en ſon regiment; car il ſeroit impoſſible au Caſtrametateur de le bien faire en auſſi peu de temps qu'il en eſt requis, tellement que ce troiſieſme Article ſuivant traictera de ceſte matiere.

Le 3 Article, du meſurement des places neceſſaires aux files des huttes, & ruës entre icelles, qui ſe fait par chaque Quartiermaiſtre en ſon regiment.

Cecy eſtant accompli, il faut que la partition des huttes ſoit marquée par chaque Sergeant en ſa compagnie; car il ſeroit impoſſible au Quartiermaiſtre de le bien faire en auſſi peu de temps qu'il eſt requis, tellement que ce quatrieſme Article ſuivant traictera de ceſte matiere.

Le 4 Article, de la partition des huttes en leurs files, par chaque Sergeant en ſa compagnie.

Le 5 Article, comment il faut des places d'Armes, foyer des trenchées, & calculer combien chaque regiment doit fournir.

Le 6 Article, contenant une admoniſtion à fin que ce qui eſt bien marqué & baſti, ſoit entretenu en bon ordre.

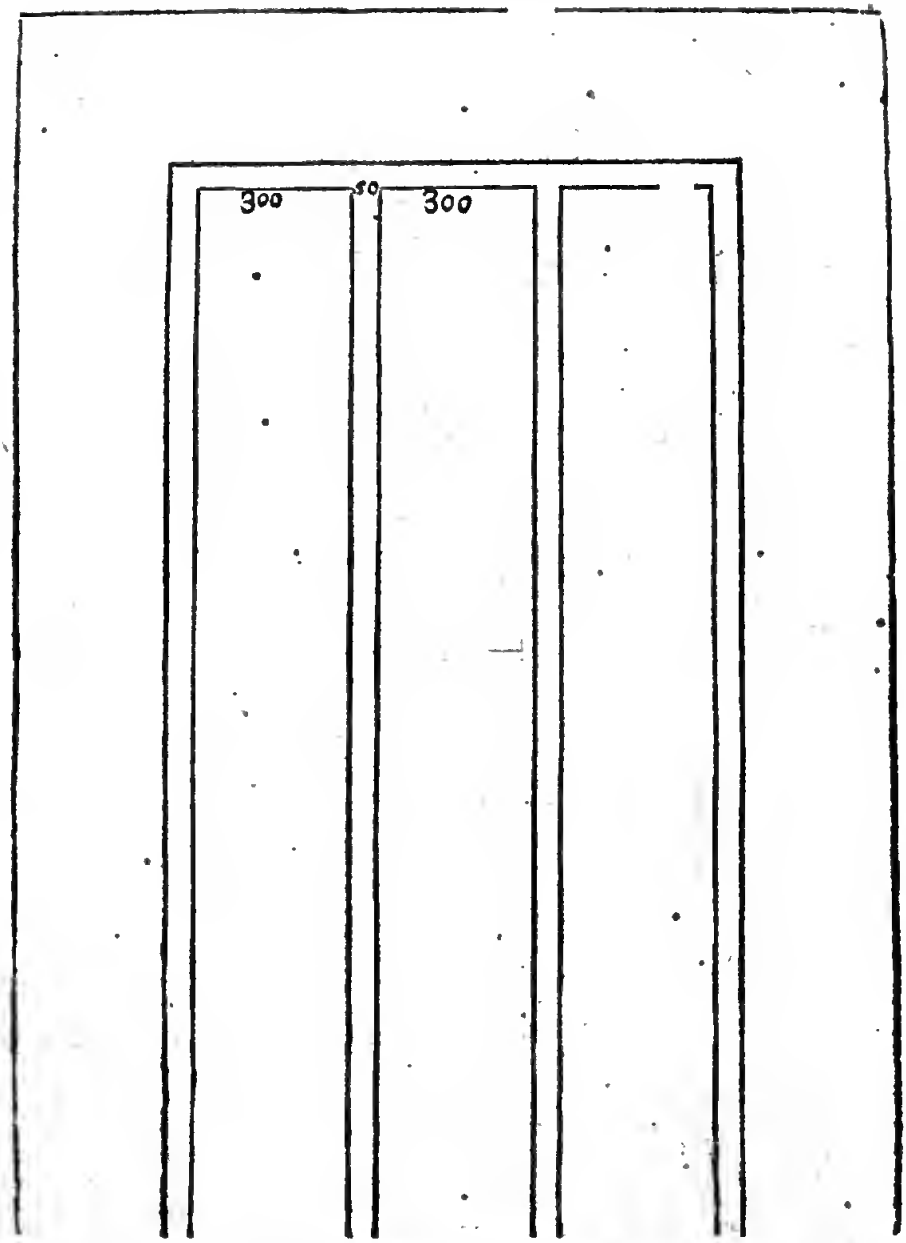
I ARTICLE.

Comment il faut marquer des quartiers quadrangulaires de Camp ſur du papier, pour les imiter en traçant ſur la campagne.

VEu qu'il faut conjoindre divers quartiers en ce Camp, à ſçavoir onze troupes d'Infanterie, & encore onze regiments de Cavallerie, comme il ſe peut voir en la 1 & 2 Liſte du 2 chapitre, avec encore les autres quartiers y appartenans, ce ſeroit choſe difficile de les marquer, & deſigner à la haſte en bon ordre ſur du papier, ſi on n'en avoit ordonné quelque bonne regle; principalement quand il le faut faire à la haſte, comme il advient ſouvent qu'apres avoir recognu la place, il faut incontinent camper. La regle inventée pour cecy eſt telle: On marque chacun des ſuſdits quartiers ſur un petit quadrangle d'une fueille de carte, leſquels ſe coupent en ſorte qu'ils ayent la commune longueur de 300 pieds, & la largeur comme la Liſte le demonſtre. Comme par exemple, pour le regiment de Chaſtlilon ayant 300 pieds de longueur,

& 708 de largeur, on coupe ſelon certaine eſchelle un petit quadrangle de telle longueur & largeur, laquelle on eſcrit deſſus avec le nom du Colonel, comme cy joignant, & ainſi des autres. Ces petits papiers des quartiers eſtans ainſi tous coupez & preparez, on les met & remet juſques à ce qu'on les voye ſelon noſtre deſir. Et pour faire cela, avec encore plus de commodité, on tire ſur un papier quelques lignes paralleles, entre leſquelles ſont comprinſes les communes largeurs de 300 pieds, avec les ruës de 50 pieds, comme la figure ſuivante demonſtre, afin de mettre là deſſus en ordre leſdits quartiers.

Cecy

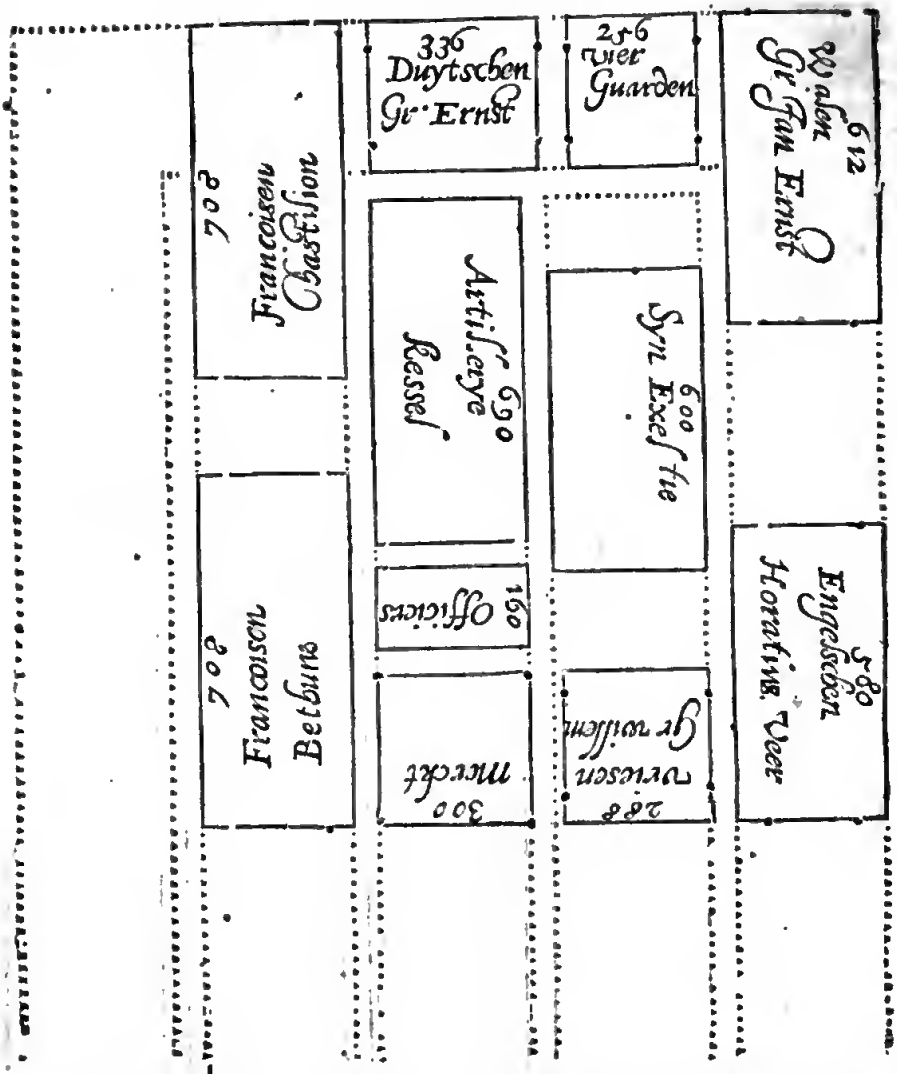


Cecy eſtant ainſi preparé, je viendray maintenant à la deſignarion ſur le papier, prenant pour exemple la figure qui ſe faiſoit pour le Camp devant Juliers, là où le lieu eſtant recognu, SON EXCELLENCE print reſolution de loger hors de ce Camp là Cavallerie avec les chariots, les Anglois auſſi & Eſcoſſois ſous le General de Cecil; tellement que les petits quadrangles de papier de ces quartiers en eſtant ſeparez, le teſte ſe mit en ordre ſur le ſuſdit papier reglé, & monſtré à SON EXCELLENCE, lequel les remettant, ſelon ſon opinion, ils giſoyent par reſolution comme cy-deſſus.

Mais il faut noter qu'en mettant & ordonnant ces quartiers, on voit quelquefois que ſi aucuns d'iceux eſtoyent plus larges ou plus eſtroicts, que ne portent les meſures marquées ſur les petits papiers, que l'ordre du Camp ſe pourroit faire plus propre: en tel cas quelques quartiers, qui le permettent, ſe peuvent prendre un peu plus larges ou plus eſtroicts, comme ceux des Chariots, Marché, Artillerie, Vivres, Seigneurs eſtrangers, & place vuide devant le quartier de SON EXCELLENCE; car ils ne ſont ſi preciſement calculez, qu'ils ne puiſſent eſtre un peu plus larges ou eſtroicts: Mais les regiments de l'Infanterie & de la Cavallerie, les quartiers de SON EXCELLENCE & du General de l'Artillerie, requierent de demeurer en leurs meſures poſées.

Et ſuivant le precedent ordre des petits papiers ainſi mis, on marqua lors la figure ſur du papier, avec les places d'armes alentour de la gendarmerie, laquelle eſtoit comme la figure de l'onzieſme Article du premier Chapitre.

Notez qu'encore bien que ceſte maniere de marquer ſoit facile, que SON EXCELLENCE fait commu-



nement preparet diverſes figures devant que venir au lieu, l'une avec la Cavallerie & tout le reſte en un retranchement, l'autre ſans la Cavallerie ou ſans quelques autres quartiers; à fin que ſi la reſolution ſe faiſoit ainſi, on en fut ponrveu, deſquelles figures on en pourroit mettre encore icy quelques unes, mais eſtimant que la choſe eſt aſſez entendue par le precedeot, je paſſeray outre.

II Article.

Du meſurement des quartiers quadrangulaires des Soldats en le campagne, qui ce fait par le Caſtrametateur avec ſes aydes.

APres avoir eognu par le precedent plan ſur le papier, comment ſera la figure ſur le Camp, on commence premierement à marquer les quadrangles ou quartiers de l'Infanterie, à quoy on y apporte environ 150 Banieres de quartiers, ou autant qn'on voit eſtre neceſſaire; ce ſont des baſtons peincts, longs environ de 9 pieds, chacun avec une banderolle pour les mettre ſur les angles des quartiers: Et l'oo deffend à ſon de Tambour, & ſur peine de punition corporelle de les arracher: Car il y a quelques années lors qu'on ne faiſoit pas cela, qn'il eſtoit impoſſible que les marques des quartiers y demeuraſſent, à cauſe que chacun ayant alors à faire du bois pour hutter, les autres baſtons oon peincts ou marquez eſtoyent tirez On deffend auſſi à tous de venir en ceſte place, pendant qu'on marque les quartiers, excepté eeux qui y ſont ordonnez: Car quand par cy-devant cela o'eſtoit point deffendu, on ne ſçavoit faire les quartiers, pour l'empeſchement des hommes, chariots, chevaux, paille, & du bois, qu'on y apportoit pour hutter.

Notez encore qu'on a trouvé neceſſaire de ſe ſervir au Camp d'une meſure commone, à ſçavoir d'one verge departie en pieds & poulces, qo'on nomme la meſure du Camp, à cauſe que les Entrepreneurs d'ouvrages, Ingenieurs, Controlleurs de Fortification, Charpeotiers, & autres venants de diverſes Villes & Païs, avoyeot chacun une meſnre laquelle eſtoit en uſage en leur Ville, fort differentes les nnes des autres, dont s'enſuivoyent pluſieurs abſurditez.

Le Caſtrametareut eſt encore ſuivi de tous les Quartiermaiſtres des regiments, à fin qo'un quadrangle eſtant marqué, il le or ſoit monſtré.

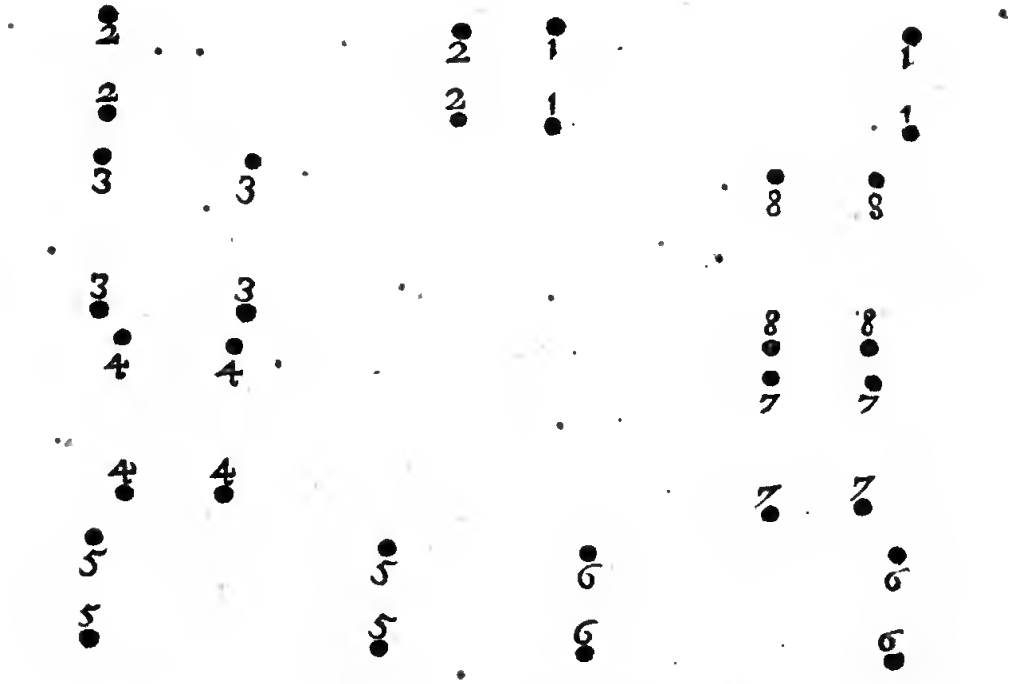
Cecy eſtant entendu, on met les quatre Banieres à marquer les quartiers de chaque regiment ſur le Camp, ſelon

ſelon que la precedeote figure en papier le requiert, comprenant des rectangles quadrangulaires, longs de 200 pieds, pour la gendarmerie. Lequel ſe fait par le moyen de la croix arpentrique, & par le meſurement des longueurs ſelon la maniere vulgaire des Arpenteurs: ce qu'eſtant aſſez cognu aux Ingenieurs, il n'eſt pas beſoing d'en dooner plus particuliere inſtructioo; on pourroit faire ſeulemeot quelque advertiſſement de briefveté, à ſçavoir que de quatre coſtez des quadrangles il n'en faut meſurer qu'uo ou deux, là où un des coſtez du Camp commence, car le reſte ſe fait plus commodement par le trimarquement & ſecours de la croix arpentique, comme il leur eſt aſſez cognu.

Notez encore que les quatre Baoieres d'on regiment ſe marquent de nombres, qu'on y taille avec des lettres, comme I, V, & X, qui avec des etens droits ſe peuvent facilement tailler; à ſçavoir les quatre Baoieres du regiment qu'on marque le premier, chacun d'un I, du deuxieſme chacuo de deux II, & ainſi des autres, ce qui ſe fait pour evirer quelques difficultez; d'une part, pour ce que les Quartiermaiſtres meſmes, à cauſe de la grande multitude de Banieres, vieonent quelquefois en diſpute & diſſention entre eux de leurs propres quartiers: Et d'autre part, afin qoe ſi oo demande au Caſtrametateur (qui eſcrit tels oombres ſur ſon papier comme il y a auſdites Banieres) ou à quelque autre apres qnelque quartier, il le puiſſe monſtrer incontioent ſans aller au lieu.

Si toſt qu'un regiment eſt ainſi marqué, oo le monſtre à ſon Quartiermaiſtre pour le garder.

Mais routes les Banieres de l'Infanterie de ce Camp propoſé eſtant miſes, elles ſont eo tel ordre que demooſtre la figore ſuivante, là où ſe peut voir combien il eſt neceſſaire de marquer les Banieres par des nombres taillez ſur icelles comme deſſus, pour cognoiſtre ſeuremeot chaque quartier.



III Article.

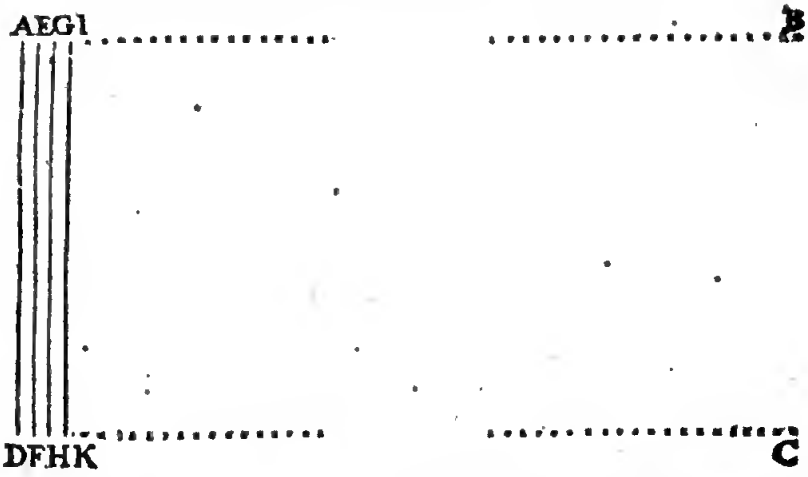
Du meſurement des places neceſſaires aux files des huttes, & ruës entre icelles, qui ſe fait par chaque Quartiermaiſtre en ſon regiment.

AYaot traité de la maniere que doit obſerver le Caſtrametateur eo marquant & meſurant, reſte à parler de celle des Quartiermaiſtres chacuo eo ſon regiment, ce que le Caſtramerateur, comme il eſt dit en l'argument de ce Chapitre, ne peut pas effectuer eo auſſi peu de temps qu'il eſt requis icy.

Doncques le Quartiermaiſtre aura devant luy un plan de ſon regiment, comme celuy du troiſieſme Article du premer Chapitre, pour en troover routes les longueurs neceſſaires s'il ne les ſçavoit aſſez par memoire, une meſure auſſi de Camp longue au moins de 8 pieds, & certaines cordelles pour s'en ſervir comme il ſera dit.

Ayant ainſi pourveu au lieu de ſon quartier, lequel ſoit entre les quatre Banieres A B C D, ſignifiant le quadrangle des logis des Soldats, il partit au long d'une cordelle rendue, la longueur A B de 8 en 8 pieds, comme ſoo plan demonſtre, fichant à chaque poinct un rameao oo petit baſton, ce qui eſt ſignifié par les poincts entre A & B: Il fait auſſi ſemblable partitioo ao bout de derriere comme de D à C.

Eſtant venu juſques là, il faut maintenant que les Sergeans faſſeot la partirioo des bottes de la gendarmerie, door il ſera parlé au quarrieſme Article, mais cependaot les Quartiermaiſtres marquent les logis des Capitaines devant la gendarmerie, & les hottes des Vivandiers derrierie la gendarmerie, comme le demonſtre la figure ſuſdite du troiſieſme Article ao premier Chapitre.



IV Article.

De la partition des huttes en leurs files, par chaque Sergeant en ſa compagnie.

LE meſurement des Quartiermaiſtres eſtant achevé comme deſſus, s'enſuiveot les partitions des huttes par les Sergeans, chacun en ſa compagnie, eè que le Quartiermaiſtre comme il eſt dit en l'argument de ce Chapitre, ne peut pas effectuer en auſſi peu de temps qu'il eſt icy requis.

Le Setgeant doit ſçavoir (à quoy le Quartiermaiſtre luy doit aſſiſter) combieo de huttes ou à peu pres il faut pour ſa compagnie; ce qu'il peut ſçavoir pat la Caſtrametation ptecedeote, ou ſi c'eſt pout la premiere fois, en demandaot aux Soldats, qui ſont ceux qui voudront loget ſeuls, oo avec des Camarades; en qu'oy faut noter qu'on donne à chaque Soldat, ou à chaque troupe de Camarades, aotant de largeuf qo'ils deſitent, mais de longueut, qui eſt depuis le front jûſques ao dettiete, precilement 8 pieds, ny plus ny moins: & on ttouve icy commnnement par experience que 100 Soldats ont aſſez de deux files de huttes; poorce qu'ils ne font point volontiers leurs huttes plus grandes qu'il n'eſt beſoing. Mais ſi le eontraire ſe rencontroit en quelques compagnies (comme il pourroit advenir par beaucoup de Soldats qoi ont femmes & enfans, on peut donner une moindre place, à ceux qni en demandent trop; ou ſi la neceſſité le requiert, leur donner une file de huttes d'avantage. Or le nombre des huttes ainſi ttouvé, ſe partira en deux, metrant à chaqne coſté environ egal nombte, en telle diſtance les uoes des autres, que les places vuides entre deux ſoyent quaſi egales; il faut auſſi ſçavoir, qu'il y doit touſiouts avoir une hutte à ehaque bout des files, à fin que la figute de chaque eompagnie, & auſſi de tout le tegiment ſoit touſiouts un teetangle, & que les ruës an long d'icelles ſoyent d'egale largeur & droites. Il faut auſſi notet que les deux premieres huttes de chaque compagnie ſont pour le Lieutenant & Port'enſeigoe, à ſçavoir celle du Lieutenant à eoſté droit, l'autte à gauche, & les deux dernieres huttes pour les deux Setgeans, à fin qne comme en marchant ils ſont les derniets, qu'ainſi en logeant ils ayent auſſi les dernietes huttes.

Les Sergeans donc ſçachans à quoy il leut faut ptendre garde, on marque les huttes comme s'enſuit: Chaque Setgeant qui a deux files de huttes, met quatre cotdeiles tenduës entre les marques miſes pat le Quartiermaiſtre, entte leſquelles doivent venit les huttes, comme en la precedente figute du trioſieſme Article les quatre eotdelles A D, E F, G H, I K, & pour marquer chaque hutte, il fiche en terre quatre petits baſtons, ſignifians les quatre coings, & aioſi le Sergeant a parachevé de marquer.

En aptes, il eſt encore requis que chaqne Sergeant en ſa compagnie aye ſoing & face en ſorte qne les Soldats ne hutient poiot hors des limites qui leur ſont doonées: Et chaque Quartiermaiſtre que les Sergeans facent leur devoir: Et chaque Capitaine que ſa eompagnie ſoit bien regulierement logée: Et chaque Colonel que ſon regiment puiſſe ſervir d'exemple à tous les autres: Car ainſi la Caſtrametation pourra procedet par tout en bon ordte: A qooy les Officiers ſuſdits ſe doivent addonnet diligemment, parce que chacun d'eux eſpere ou doit eſperet de parvenir ao ſopteme degté, à quoy la cognoiſſance de bien & regulierement loger eſt tenne pour ehoſe fort neceſſaire, comme il a eſte dit cy-deſſus amplement.

Pat ce qu'a eſté dit juſques icy de la maniete de marquer & meſurer le quartier d'un tegiment d'Infanterie, on peut aſſez entendte qu'il en eſt de meſme des regiments de Cavallerie. Quaot à la maniete de matquer les autres qnartiers, comme celuy de Son Excellence, du General de l'Artillerie, des Officiers du Camp, Chariots, & Matché, dont les figures ſont delatées aux 6, 7, 8, 9 & 10 Articles du ptemier Chapitte, veu qu'il ne faut marquer de chacun qn'une figute de peu d'ouvrage, & qu'il y à des Ingenieurs qui entendent bien leut fait; & qu'il peuvent eſtre expediez auſſi toſt que les qnattiers de la gendarmerie, il n'eſt pas beſoin d'en donnet une particuliere inſtruction.

Le tout eſtant ainſi meſuté & marqué, on maode à ceux auſqoels on avoit defendu d'y eſtre preſens, que chacon peut venit ptendte place.

V Article.

Comment il faut marquer les places d'armes, rayer les trenchées, & calculer combien chaque regiment doit fouir.

CEſte façon de matquet des places d'armes en tayant des trenchées, ſe fait par un Ingenieur avec ſes Conducteurs, accompagné de 50 ou 60 Pionniers qui foüiſſent les rayes, le long des meſches tandues, faiſant deux lignes droites, à 6 pieds l'une de l'aotte, pour la largeur du foſſé, dont l'Interieur eſt a06 pieds diſtant des logis des Capitaines, tellement que les 200 pieds demeu-

demeurent pour la largeur des places d'armes, & 6 pieds pour l'eſpeſſeur du parapet.

Notez qu'encore bien que cy-devant on ait mandé aux gens du Camp, que chacun peut venir prendre ſa place, cela n'empeſche point à ces marques, veu que ce ne ſont que deux lignes droitez, aſſez eſloignées de la gendarmerie.

Les ſuſdits rayons eſtans ainſi marquez, il reſte de faire le calcul combien de pieds de retrenchement chaque regimẽt doit fouïr, ce qui au Camp des *Tres-puiſſants Seigneurs les Eſtats* ſe fait par l'Infanterie, comme par regle commune, ſans en eſtre payée. A ceſte fin je voy au precedent deſſeing ſur le papier du premier Article de ce Chapitre (ce qui eſt encore plus clair en la figure de l'onzieſme Article do premier Chapitre) de quelle loſigueur ſont les rayons, & les deux coſtez qui ſont les plus longs; ſe trouvent chacun de 2000 pieds, & les deux plus courts, chacun de 1750, qui font enſemble 7500 pieds; en quoy il y a 8560 Soldats, à ſçavoir en chaque regiment comme cy-deſſous, tiré de la premiere Liſte du deuxieſme Chapitre.

Chaſtilloo	1660
Bethune	1660
Friſons	760
Veer	1320
Comte Iean Erneſt	1310
Quatre Gardes	800
Comte Erneſt.	1050

Somme 8560 *Soldats ont à fouïr* 7500 *pieds.*

Avec cecy je dis ſelon la maniere de la regle de Compagnie: 8560 Soldats doivent fouïr 7500 pieds, combien 1660 Soldats de Chaſtillon? 1454 pieds, que je mets joignant de Chaſtillon: & faiſant le ſemblable des autres regiments, la diſpoſition du calcul, & ce que chacun doit fouïr eſt comme cy-deſſous:

Chaſtilloo	1660 *Soldats ont à fouïr*	1454
Bethune	1660	1454
Friſoos	760	666
Veer	1320	1157
Comte Iean Erneſt	1310	1148
Quatre Gardes	800	701
Comte Erneſt	1050	920
	8560 *Soldats ont à fouïr*	7500 *pieds.*

La longueur des pieds que chaque regiment doit fouïr, ſe marque hors de l'extreme bord de l'extreme rayon avec une croix fouïe en terre. Poſons par exemple qu'une telle marque commence au coing de H de la figure de l'onzieſme Article du premier Chapitre, là où une croix eſtant marquée, on meſure de là en avant 1454 pieds pour le regiment de Chaſtillon, leſquels s'eſtendent juſques à I, là où ſe met auſſi une croix, & ayant ſemblablement meſuré 1454 pieds pour Bethune, ils viennent juſques à la croix K: Et en procedant ainſi, la derniere partie reſtante eſt pour le regiment do *Comte Erneſte*, laquelle (s'il n'y a point de faute és meſures) ſe doit trouver ſur la terre de 920 pieds. Et ainſi j'ay demonſtré la maniere de marquer ou meſurer uo Camp, laquelle je m'eſtois propoſée de deſcrire en ce troiſieſme Chapitre.

VI Article.

Contenant une admonition, pour entretenir en bon ordre ce qui eſt bien marqué & baſti.

AYant parlé juſques icy de la maniere de marquer uo Camp, il faut encore faire quelque advertiſſement de ce que les Quartiermaiſtres oot à obſerver chacun en ſon quartier, à fin que ce qui eſt bien marqué & baſti, ſoit entretenu en bon ordre.

En premier lieu, que nuls Soldats, leors Femmes, Enfans, ou quelqoe aotre de leur part, ne pourront tenir Taverne, ou veodre des dentées dans les regimens parmy les Soldats; car à tels ſont ordonnées les huttes des Vivandiers derriere les regimens.

En ſecond, que les Quartiermaiſtres, chacun devant, derriere, oo de coſté de ſon quartier, ne permettent de fouïr ſur les places d'armes & ruës aucuns poits à cuiſiner, tables à jouër aux dez, ni autres puits; parce qu'il y a du danger d'aller par tels chemins, en hazard de ſe rompre un bras ou le col, principalement s'il y ſurvient des allarmes lors que la ouict eſt obſcure; ce qui eſt defendu pour bonne raiſoo, par ce que derriere toutes les huttes des Vivandiers eſt ordoonée place hors de tels chemins pour faire des puits à cuiſiner.

En troiſieſme, que chaque Quartiermaiſtre ne permette devant, derriere, ou à coſté de ſon quartier aucun baſtiment de huttes, poſition de Tentes, ou Bouriques, vendition de biens ſur des chariots, ou autremeot; mais leur commande d'aller au Marché.

En quatrieſme, veu qu'on permet icy aux Bouchers de loger és huttes derriere les regiments, & qu'il vient une mauvaiſe odeur & puanteur des entrailles des beſtes tuées, cauſant des maladies, dont quelques uns de oos Camps precedents, comme auſſi d'autres, en ont eſté infectez, on peut pourvoir à cela fouiſſant eo terre des puits profonds, ſur leſquels on met des forts bois, & deſſus des branches d'arbres avec leors fueilles, ou de la paille, mais obſervant qu'il demeure un petit trou au milieu, ſur lequel on met un chaſſis de telle forme que ceſtuy-cy, avec une petite feoeſtre quartée, d'environ 16 ou 18 doigts;

puis apres on met au-deſſus la terre qui eſt venue du puits, mais en telle ſorte qu'icelle feneſtre ſe peut librement ouvrir & fermer pour ceux qui y jettent les entrailles ou ordures, & alors n'en ſort nulle puanteur, comme il ſe trouve par experience, à quoy ſe peut auſſi adjouſter une raiſon, à ſçavoir que les corps puants des hommes enterrez és cemetieres, voire és Egliſes fermées, oe rendent aucune puanteur. Notez qu'encore bien que ces puits ſe facent és ruës ou chemins, ils ſont ſans aucun danger tant pour les hommes que pour les beſtes, qui de ouict ne peuveot tomber dedans, veu qu'ils ſont eſtouppez. On s'en ſert aoſſi commodement pres les cuiſines des grands Seigneurs, qui ſans cela ſoot communement infectées de puanteur.

En cinquieſme, le Quartiermaiſtra fera fouïr aux Pionniers un petit foſſé de la largeur de deux pieds, & autant profond au bout de dix pieds qui ſoot doonez pour place vuide des huttes des Vivandiers, & ce à fin de les faire demeurer dans telles limites; car autrement les puits à cuiſiner que l'un met plus loing de ſa horte que l'autre, viennent ſur la grande ruë, avec les incommoditez dont j'ay parlé cy-devant, cauſant auſſi des ruës tortues & irregulieres, ce qui eſt empeſché par le dit foſſé.

En ſixieſme, il faut ſçavoir qo'il y en a quelqoes uns qui ſe diſeot Marchands & Vivandiers, & ne le ſont pas; leſqoels au commencement qu'on diſtribuë les places, prenent les meilleurs, mais comme en apres elles demeurent vuides, & n'y apportent aucunes dentées faiſans

faisans semblant de les atteodre d'heure à autre, ils traînent si longuement, qu'ils vendent icelles places le plus cher qu'ils peuveot, à d'autres Marchands qui viennent en apres: Pour obvier à ceste ioconvenient, oo distribue les places à telle condition, que si un autre vient qui la veille, ayant ses biens prests à la main, qu'elle luy sera donoée, & le bastimeot de hottes que sous pretexte ils pourroyent avoir commeneé, sera perdu, sans pouvoir demander aucuoe chose de leur peioe, ne aussi pour la matiere, car quaod ils l'oor prinse do Païs, elle oe leur appartieot: quant aux Tentes vuides ou Boutiques qui leur appartieoóeot, ils les peuvét oster & teoir pour eux.

IV. CHAPITRE.

De ce qui selon mon opinion seroit utile & necessaite, à la forme durable d'un Camp qui pourroit continuellement demeurer le mesme.

ARGUMENT DE CE IV CHAPITRE.

IL y aura icy trois Articles conteoant ce qui s'ensuit:

Le 1 Article, pourquoy en la precedente Castrametation la maniere des Romains n'est pas imitée d'aussi pres qu'on eust bien peu faire.

Le 2 Article, contenant le dessein d'un Camp, dont la forme pourroit continuellement demeurer le mesme.

Le 3 Article de la partition de la gendarmerie necessaire à la Castrametation reguliere.

I ARTICLE.

Pourquoy en la precedente Castrametation, la maniere des Romains n'est pas imitée d'aussi pres qu'on eust bien peu faire.

PLusieurs estiment que la Castrametation des Romains a esté tres-singuliere, telleotent que leur eonemy le Roy Pyrrhus (comme recite Plutarche) s'eo esmerveillant, disoit que ceste ordre des Barbares o'estoit point barbare. Quand aussi on considere la forme selon la description de Polybe (laquelle est mise cy-devant au premier Article du premier Chapitre) on y trouve, outre la commodité, que la symmetrie de similitude entre le eoste dextre & seoestre y est imitée, laquelle les vieux Architectes observoyent curieusement: Le Camp aussi avoit tousiours eo divers lieux uoe mesme forme, tellemeot que par tout où il estoit planté, chacun pouvoit trouver tous logis, comme si sans mutation de lieu il eust tousiours demeuré en une mesme place, ce qui sans doute causoit une grande commodité, tellement que ceste maniere est à bon droit louée de plusieurs. Cecy estant ainsi, quelqu'on pourroit penser pourquoy SON EXCELLANCE ne l'a entieremeot suivi, ooplus qu'il o'a fait. A quoy on respond: Premierement que la cause pourquoy la susdite egalité de forme en tous lieux ne se peut practiquer en nos Camps, à l'exemple des Romains, est qu'ils n'avoyent pas seulement egalité de gens aux compagnies & regimeots, qu'ils nommoyent manipules & cohortes, mais aussi encore en deux degrez plus haut, à sçavoir eo Legions & Camp, dont il sera parlé plus particulierement au troisiesme Article suivant de la partition de la gendarmerie des Romains, lequel eotretenement accompli, requiert uo plus grand pourvoir qu'il n'y a pour le present (comme il semble) en quelques Prioces ou Repohliques menana la guerre. SON EXCELLENCE aussi estime pour plusieurs raisons, que les Camps de Romains u'ont pas toosiours esté si reguliers, comme quelques uns se persuadeot. Premierement, pont ce qu'on oe trouve pas par tout (mais rarement comme il luy est notoire par experience) des Camps aussi loogs que largea de 400 pieds, ausquels il n'y aye quelques incommodite'z de hauteurs, profondeurs, marescages, ou autres lieux où l'oo oe peut loger, ce qui se rencontraot ainsi, il faut qu'il s'ensuive grand changement en la forme. En second lieu, au siege des Villes, où il faut departir les Legions seloo qu'il est requis pour la eloisture de la Ville, la reguliere Castrametation ne se pouvoit faire. En troisiesme, à cause que le oombre de leur Infanterie nommée *Evocati*, estoit iocertain & souveot plus grand qoe ne pouvoit comprendre la place marquée seloo la regle generale. En quatriesme la gendarmerie estoie quelquefois logée sur le Marché, qui à ceste occasion fut transporté au questoire. Eo cinquiesme, il y advenoit souvent en peu de temps grand chaogemeot de la gendarmerie qui s'eofuioit, mourroit de maladie, qui estoit battue des ennemis, qui estoit aussi mise eo garuison dans les Villes & Forteresses gaignées, tellement que les manipules, cohortes & legions ne se pouvoyent remplir à la haste: A quoy se doit aussi rapporter ce qu'escrit Cesar eo son cinquiesme livre, à sçavoir qu'encore bien que le Camp fut petit, & à peine de sept mille hommes & sans bagage, qu'il l'amoindrit tant qu'il peut, faisaot les chemins plus estroicts. Eo sixiesme, Polybe dit que les Legions estans plus remplies, les longueurs & largeurs estoyent augmeotées, selon qu'il estoit requis: Par lesquelles choses la Castrametation oe se pouvoit tousiours faire sur une mesme façon, selon les mesures definies par la regle generale, mais il falloit faire oouveau calcul & plan selon ce qoe le Camp proposé requeroit: Mais il est à estimer qu'ils suivoyent tousiours la regle le plus pres qu'ils pouvoyent, tellemét que par cela les commoditez des ruës & le trouver des logis estoit plus facile qu'il n'eust esté autrement.

Il est encore à ooter, que le Geoeral de Camp des Romains avec les Officiers logeoyeot d'un costé du Camp, mais la grande multitude de la gendarmerie, comme les deux Legions Romaines, avec les *Socii*, empliſſoyent la grande place du Camp D E F G: Desquelles choses ils avoyeor leors raisons particulieres, mais passant root cela, il semble plus expedient de suivre la regle generale de Xenophon mentioonée cy-devant, à sçavoir que le General du Camp avec le train, soit logé au milieu de la gendarmerie, comme il en sera mis exemple au deuxiesme Article suivant: Il semble aussi, selon la Castrametatioo de Polybe, qu'il n'y a point de places au Camp pour les machines, chariots, juments, mulets, magazins de munitiou de Guetre, magazins de vivres & fourrage, ny aussi pour les gens hors de service, comme Marchands, Taverniers, & gens de mestier, qoi doiveot avoir grande place, à quoy, comme l'on estime, servoyent leurs Fauxbourgs qu'ils nommoyent *procestria*, ausquels ils mettoyent des gardes particulieres: Mais il semble qu'on les ordonne tous par meilleure raison selon la susdite regle geoerale de Xeoophon dedans le Camp, car en augmentant sa largeur seulement de 200 pieds, ils l'auroyent agrandi d'une superficie large de 200 pieds, & loogue de 2000, cela faisaut seulement 400 pieds de tetrenehement d'avantage; tellement qoe par cela les susdites choses pourroyent estre comprioses dedaos le Camp avec moiodre peine, despens, & garnison ou garde, & aossi avec plus de commodité & asseurance, que d'en faire Fauxbourgs particuliers.

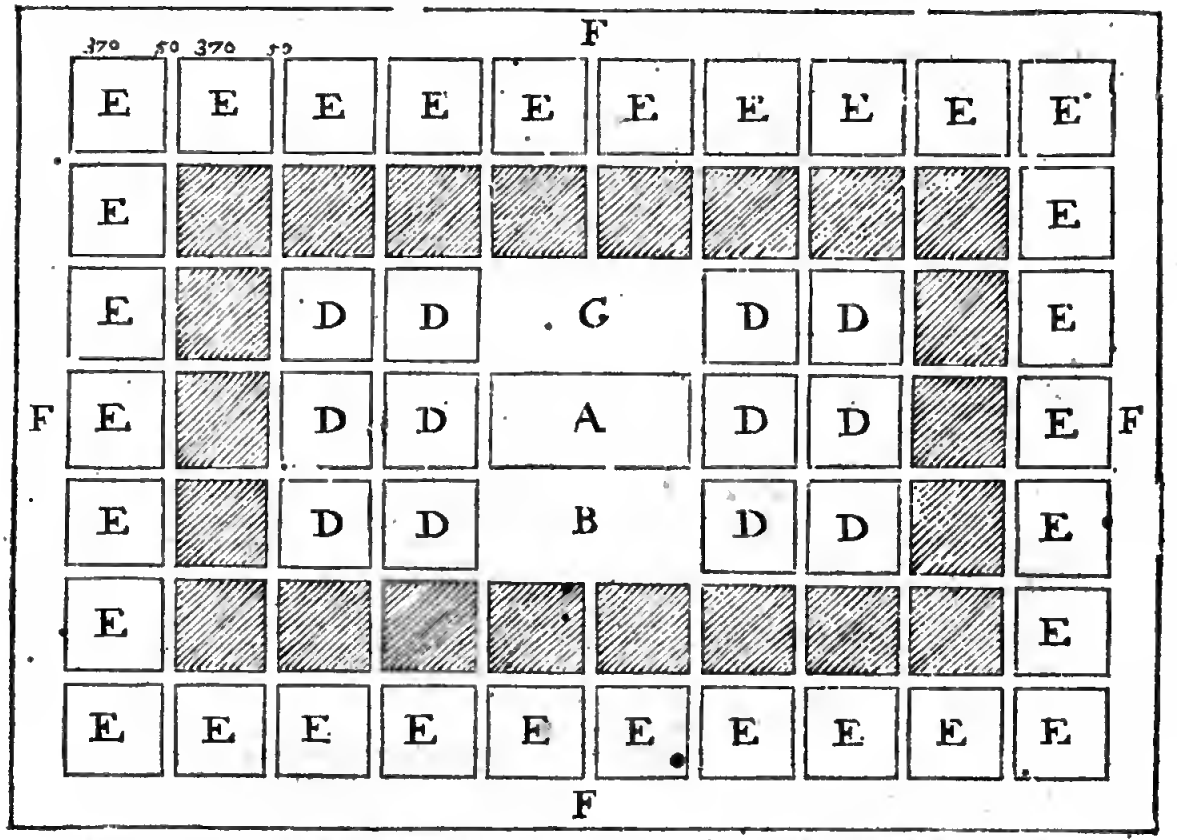
Toutes

Toutes leſquelles raiſons ont eſté cauſe pourquoy SON EXCELLENCE n'a point imitée en la precedente Caſtrametation, la maniere des Romains d'auſſi pres qu'on eut peu bien faire; ce que j'avois envie de declarer en ce premier Article.

II ARTICLE.

Contenant le deſſein d'un Camp qui pourroit demeurer coutmuellement de meſme forme.

COmbien qu'on ne ſe puiſſe point faire de pourtraict qui demeure touſiours le meilleur, & qu'encore qu'il ſoit faiſable qu'il ne ſe puiſſe prouver eſtre tel, ſi eſt-ce toutefois qu'un chacun peut declarer ſon opinion de ce qui luy ſemble preſentement le meilleur, pour demeurer longuement & eſtre continuellement amendé. A telle intention je mettray la figure ſuivante, en laquelle A ſignifie le quartier du General du Camp, B une place vuide devant, ſervant pour aſſembler ceux qui ont journellement affaire à luy, C le Marché derriere le quartier du General, D divers quartiers pour les Officiers, artillerie, munition de guerre, vivres, chariots, fourrage, Seigneurs eſtrangers, & autres qui ſe trouvent neceſſaires en un Camp: Les quarrez noircis alentour de ces quartiers, ſignifient les regiments de la Cavallerie, & alentour d'iceus les regiments d'Infanterie marquez par E, deſquels les particulieres partitions n'eſtans point marquées, à cauſe de leur petiteſſe, il faut ſuppoſer qu'ils ſont faits comme il eſt declaré és troiſieſme & cinquieſme Articles du premier Chapitre; Alentour de l'Infanterie ſont les places d'armes F: Toutes les ruës ſont d'egale largeur de 50 pieds.



Mais pour reciter ce qui eſt dit juſques icy avec des mots, par leſquels ſi la figure eſtoit abuſivement marquée, on pourroit faire une autre nouvelle mieux que par icelle narration, je dis que ce Camp ſans places d'armes comprend 70 quarrez, 10 en longueur, & 7 en largeur, dont les 30 exterieurs marquez E ſont pour l'Infanterie, les 22 quarrez noircis touchants les quartiers E, ſont pour la Cavallerie: Les deux quarrez enſemble marquez de A, ſont pour le General de Camp: Les deux quarrez devant enſemble marquez par B, ſont la place vuide: Les deux quarrez enſemble derriere le quartier A, marquez C, ſont le Marché: Les 12 quarrez avec D, à ſçavoir ſix de chaque coſté, ſont pour le train. Or que le marquement ſur la campagne en ſeroit facile, appert à la veuë. Ainſi faiſant, on ſuivroit la ſuſdite regle generale de Xenophon, à ſçavoir que le General de Camp avec les Officiers, bagage & train, ſont au milieu, environnez de la Cavallerie, & à l'entour d'icelle l'Infanterie. A ce que dit eſt ſert la Figure ſuivante, ſur laquelle on adviſeroit plus particulierement quand il ſeroit queſtion de la mettre en practique, par laquelle j'eſtime avoir aſſez declaré mon intention de ce deuxieſme Article.

III ARTICLE.

De la partition de la gendarmerie neceſſaire à la reguliere Caſtrametation.

POur loger touſiours un Camp regulierement d'une meſme forme, il eſt neceſſaire d'avoir bonne partition de la gendarmerie, & parce que cela emporte beaucoup, tant en d'autres parties militaires, que pour la Caſtrametation, j'en traicteray un peu plus amplement.

Diverſes Nations ont fait la partition de la gendarmerie diverſement, chacune ſelon ſon opinion, dont je mettray icy quelques unes des principales pour exem-

exemple, à ſçavoir les partitions des Hebrieux, Grecs, Romains & Tartares.

Partition de la gendarmerie des Hebrieux.

Moyſe (ſelon ce qu'eſcrit Joſephe) a mis par le conſeil de Raguël, Pere de ſa Femme, des Chefs ſur chaque troupe de quantité, comme s'enſuit:

10000. 1000. 500. 100. 50. 30. 20. 10.

Partition de la gendarmerie des Grecs.

Les Grecs avoyent en leurs divers gouvernements en divers temps, diverſes partitions, leſquelles Patritius recite en ſon huictieſme Livre, mais veu que la plus particuliere diſtinction ſe trouve en la partition deſcrite par Elian, j'en mettray icy ſeulement le ſens en bref. Ils ont choiſi une continuelle progreſſion binaire, commençant par une file de 16 Soldats, qui avoyent le nom premier, ſecond, troiſieſme, & ainſi des autres juſques au ſeizieſme: Il y avoit en l'enſeigne 16 files, qui avoyent chacune de nom de premiere, ſeconde, troiſieſme, & ainſi des autres juſques à la ſeizieſme: Ils mettoyent auſſi ſur ces files & enſeignes de progreſſion binaire des Commandeurs nommez comme s'enſuit:

	1 file de	16	hommes.	
Sur	2 files de	32		*Dilochita.*
Sur	4 files de	64		*Tetrarcha.*
Sur	8 files de	128		*Taxiarcha.*
Sur	1 enſeigne de	256		*Syntagmatarcha.*
Sur	2 enſeignes de	512	hommes	*Pentacoſiarcha.*
Sur	4 enſeignes de	1024	commandoit un	*Chiliarcha.*
Sur	8 enſeignes de	2048		*Merarcha.*
Sur	16 enſeignes de	4096		*Phalangarcha.*
Sur	32 enſeignes de	8192		*Diphalangarcha.*
Sur	64 enſeignes de	16384		*Tetraphalangarcha.*

Quant à ce que quelques uns pourroyent dire que la ſuſdite progreſſion ne doit point commencer par une file de 16 hommes, mais ſoivant l'intention d'Elian par un homme, je reſpondray à ceſte objection cy-apres en ſon lieu.

Partition de la gendarmerie des Romains.

Au temps dont eſcrit Polybe, une Legion Romaine eſtoit de 4200 gens de pied, & 300 chevaux: Les gens de pied eſtoyent partis en 10 regiments, qu'ils nommoyent *Cohortes*, chacune de 3 compagnies, nommées par eux manipules, qui avoyent chacune deux Capitaines nommez *Centuriones*: Les cohortes ou regiments n'avoyent point chacun un propre Colonel, mais ſur les dix regiments de la Legion commandoyent ſix Officiers enſemble, nommez Tribuns. La premiere enſeigne des trois d'un regiment eſtoit de 120 *Haſtati*; La deuxieſme de 120 *Principes*; La troiſieſme de 60 *Triarij*; eſtans tous armez peſemment, & chaque compagnie avoit avec elle 40 legerement armez, à ſçavoir Jaculareurs ou Tireurs qu'ils nommoyent *Velites*, ce qui eſtoit comme on fait maintenant les compagnies de Piquiers armez & Moſquettiers: Les compagnies ſe partiſſoyent en files & rangs, les files eſtoyent de 10 Soldats, leſquelles (la compagnie eſtant en ordre de bataille) eſtoyent aux lignes depuis le front juſques au dos & rangs qui eſtoyent aux lignes depuis le coſté droit juſques au coſté gauche, chacun des dix Soldats ſe nommoit en ſa file, le premier, deuxieſme, troiſieſme, & ainſi des autres ſelon ſa place: Les files ſe nommoyent auſſi la premiere, deuxieſme, troiſieſme, & ainſi des autres juſques à la derniere, celle des *Haſtati* & *Principes* alloit juſques à la douzieſme, & des *Triarij* à la ſixieſme. Les ſuſdits 300 chevaux eſtoient partis en 10 troupes, chacune de 30, nommées *Turmæ*: Ces manipules & cohortes avoyent des baoderolles pour enſeignes, & les Legions chacune un aiglé d'argeot. Le Camp des Romains avoit deux Legions, & environ encore autant de ceux qui n'eſtoyent point Romains, comme *Socij*, *Evocati*, *Ablecti* & *Extraordinarij*, tellement qu'il eſtoit environ de 16000 hommes: Quand on avoit à faire de plus de gendarmerie, il y avoit deux Camps, chacun ayant ſon General, de ſorte comme le precedeot, & ordonnez dos contre dos, ce qui eſtoit avec les coſtez pres leſquels logeoyent les Generaux.

Partition de la gendarmerie des Tartares.

Caogio qui a eſté le premier graod Cam, comme Aiton eſcrit, a uſé en la partition de ſa gendarmerie de la continuelle progreſſion denaire, commençant par 10, mettant des Chefs ſur 10, 100, 1000, 10000 hommes, lequel ordre duroit encore au temps de Tamerlan, qui faiſant corriger quelques abus, & reduire à ſes principes aucun des ordres, y introduit, comme il eſt dit au commencement do premier Article du premier Chapitre.

Juſques icy ont eſté deſcrites quelques partitioos anciennes: quant à celles du temps preſent, il n'y a maintenant au monde à ce que je ſçache partition ordonnée ſelon regle, combien qu'elle ſoit fort neceſſaire & utile, mais on trouve en un Camp des enſeignes d'un, deux, ou trois, les autres de quatre & cinq cens hommes, plus ou moins, & ainſi des regimeots: de ſorte que mon intention eſtant de declarer mon opinion touchaot la meilleure partitioo, je ne parleray point de celles-la. Quant aux ſuſdites autres, j'eſtime que la partition Hebraïque & celle des Tartares eſt une meſme, conſiſtantes toutes deux en continuelle progreſſion denaire, commençant par 10; car encote bieo que Moyſe miſt eotre 100 & 10 encore 500, 30, 20, ſemblablemeot entre 1000 & 100 eocore 500, cela ne fait rien contre la regle de progreſſion denaire. Ce que pour declarer par exemple, poſons qu'il y euſt une partition de gendarmerie à preſent avec telle progreſſion, en laquelle une enſeigne de 100 hommes aye la moitié de 50 Piquiers, l'autre moitié de 30 Mouſquettiers, avec 20 Arquebuſiers, & que ſur chacune de ces troupes ſoit en combatant un Conducteur ou Commandeur, cela ne cauſeroit à la progreſſion premierement poſée (qui demeure en eſtre) aucune confuſion, non plus ſi 00 y ordonnoit eo l'enſeigne encore un Lieutenant & des Sergeans avec un Port'enſeigne & des Tambourins, qui menent auſſi la gendarmerie à l'Ennemy, l'un par ſigne viſible, l'autre par la voix & l'ouye. Il faut auſſi entendre le meſme de l'enſeigoe des 100 Hebrieux; car ſi on prend que les 50 ſoyent peſemment armez, les autres 50 de 30 Sagittaires & 20 Jetteurs, comme les Grecs, Romains, & autres avoyeot auſſi leurs Sagittaires & Jetteurs, & comme il ſemble que la raiſon naturelle vueille telle maniere d'ordre, la cauſe ſeroit notoire pourquoy la partition des Hebrieux de 50, 30 & 20 y eſt faite entre 100 & 10, ſans toutefois rompte la progreſſioo denaire premieremeot poſée, par ce que chacun demeure commandant ſur ſes dix comme au paravant: Quant aux 500 eotre 1000 & 100, ceux qui concedeot qu'uo Lieutenaot Colonel commandant à un regiment entier de 1000 hommes, ne rompent point la progreſſion deoaire, ceux-la concederoot facilemeot le meſme de deux Lieoteoants commandans chacuo à la moitié du regiment, veu que le Colonel & chaque Capitaioe demeu-

demeurent en commandement ſur leurs dix comme devant : Tellement que ſi quelqu'un diſoit que l'ordre Hebraïque conſiſte en progreſſion denaire de Chefs ſur 10. 100. 1000. 10000 gendarmes, la proprieté en ſeroit exprimée, car iceux Officiers entrepoſez (auſquels on pouttoit encore adjouſter les Port'enſeignes & Tambourins) ne ſont que narration de l'appendice de ceſte progreſſion denaire.

Quant à ce que quelqu'un pourroit demander, pourquoy les Hebrieux ne faiſoyent ceſte partition entre 100 & 10 de 50. 25 & 25, diviſant les 50 teſtans en deux troupes egales, comme les 100 ſe diviſoyent en 50 & 50, & comme ils faiſoyent auſſi avec 1000 en 500 & 500: Il ſemble que la cauſe ſoit, que par deux troupes chacune de 25, l'ordre des files euſt eſté rompu; parce qu'il euſt fallu qu'un Decurien euſt eu ſous luy 5 Sagittaires & 5 Jetteurs, ce qui euſt eſté abſurd: parquoy la partition de 30 & 20 eſtoit meilleure, parce que par cela les Decuriens avoyent des files entieres de meſmes armes: Et ſi ce qui eſt dit n'eſt point la vraye cauſe, ſi eſt-ce qu'il ſeroit bon de le ſuivre, comme s'il eſtoit ainſi.

On pourroit encore demander que puis que Moyſe a voulu obſerver la progreſſion denaire, pourquoy il n'avançoit un degré plus outre, à ſçavoir aux Capitaines ſur 100000, veu que le Camp contenoit plus de 500000 hommes: La raiſon eſt qu'ils eſtoyent repartis en onze lignées, ayant chacune ſon Chef, de ſorte qu'il n'y avoit proprement qu'à prendre garde ſur ces onze Chefs, & non pas ſur une multitude outre 50, deſquels il n'euſt ſceu obſerver le comportement de chacun en particulier, comme la choſe le requeroit: Mais ſi l'accident d'icelles onze lignées ny euſt pas eſté, il ſemble qu'il auroit avancé le ſuſdit degré, & mis des Chefs ſur 100000 hommes.

Or ayant ainſi declaré que la partition Hebraïque conſiſte en parfaicte continuelle progreſſion denaire, commençant avec 10, comme celle ces Tartares, il reſte à conſiderer que les Hebrieux ayant eſté les premiers, & que leur ordre eſtant long temps apres imité des Tartares, qu'il eſt raiſonnable de la nommer là où il viendra à point, la partition Hebraïque. Quant à ce que quelques uns voudroyent ſouſtenir, que Moyſe n'eſtoit pas le premier qui la mit en practique, & que Raguël qui luy donnoit le conſeil, le pouvoit avoir apprins des tres-ſçavants Egyptiens, je ne veux point tirer les armes à cauſe de cela; mais veu qu'elle eſt la premiere qu'on trouve par eſcrit, & qu'on a couſtume de la nommer l'Hebraïque, je m'y arreſteray, & dis de plus qu'elle me plaiſt ſur la Grecque, Romaine, & toutes autres partitions: voire je ne penſe pas qu'il s'en puiſſe trouver une meilleure: car encore bien qu'il ne ſe face rien de main d'homme ſi artificiellement, qu'on puiſſe dire qu'il eſt impoſſible de mieux faire, parce qu'on ne le ſçauroit prouver; ſi eſt-ce qu'icy a autre raiſon en cecy, à peu pres comme de propoſitions mathematiques, dont il y a ſolution ſi certaine, qu'il ne s'en peut donner autre plus vraye. Pour doncques venir à la declaration des raiſons, pourquoy j'eſtime qu'il n'y peut avoir de meilleure partition que ceſte-cy, il faut premierement ſçavoir, que puis qu'elle conſiſte en continuelle progreſſion denaire, dont j'ay deſcrit un particulier livret, contenant ſa dignité & utilité aux negotiations humaines, auſſi ne ſera-il pas beſoing de le repeter, d'autant plus qu'il y a pluſieurs qui levent la progreſſion denaire, non ſeulement par parolles & eſcritures, mais qui s'en ſervent auſſi en effect. Quant à ſon utilité particuliere en ceſte partition de la gendarmerie, je la deſcriray comme s'enſuit: En premier lieu pour me faire bien entendre, je prendray premierement que les Soldats en chaque file (comme il a eſté dit cy-devant des Grecs & Romains) ſont nommez premier, deuxieſme, troiſieſme, & ainſi des autres juſques au dixieſme: Apres je poſe que le nom de la marque de chaque 100 Soldats ſoit enſeigne, & de chaque 1000 guimple, & de chaque 10000 eſtandart: Que les files auſſi en chaque enſeigne, les enſeignes en chaque guimple, les guimples en chaque eſtandart, ſoyent nommez premier, deuxieſme, troiſieſme, & ainſi des autres juſques au dixieſme, ſi la multitude de la gendarmerie eſtoit d'un degré plus hant, qui eſt juſques à 100000, on choiſiroit le nom d'une quatrieſme marque: Les troupes de 10, 100, 1000, 10000, 100000 Soldats ſe nomment auſſi decurie, centurie, troupe de mille, troupe de dix mille, troupe de cent mille; & leurs Commandeurs Decurien, Centurien, Conducteur de mille, Conducteur de dix mille, Conducteur de cent mille. Cecy eſtant entendu, je traiteray maintenant de l'utilité procedant de la partition Hebraïque.

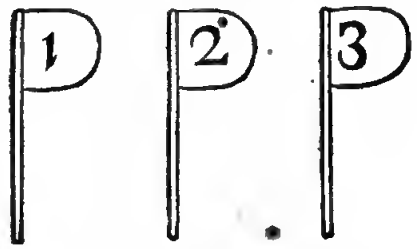
Premierement que chaque Commandeur, de quelle grandeur que ſoit auſſi le Camp, n'a proprement à ſoigner que ſur dix hommes qui ſont immediatement ſous luy, obſervant que chacun d'eux face ſon devoir comme il appartient, ce qui pour la petite & commode quantité luy eſt poſſible, & par ainſi le tout peut eſtre bien gouverné: Comme par exemple chaque Decurien a à aprendre garde ſur ſes dix Soldats, chaque Centurien ou Capitaine ſur ſes dix Decuriens: Quant aux difficultez qui arrivent entre ſes 100 Soldats és choſes qui ſont ſous le jugement des Decuriens, ils en pourvoyent chacun en ſa file, ou s'ils ne le font pas, le Capitaine en doit parler aux Decuriens, auſquels la choſe touche, & les admoneſter ou conſeiller ſelon que la choſe le requiert: Semblablement chaque Colonel n'a ſeulement qu'à prendre garde ſur ſes dix Capitaines; quant aux difficultez qui ſe rencontrent entre ſes cent Decuriens avec les 1000 Soldats en choſes qui ſont ſous le jugement des Capitaines, ils en pourvoyent chacun en ſa compagnie, où s'ils ne le font pas, le Colonel en doit parler aux Capitaines, auſquels la choſe touche, & les admoneſter ou conſeiller ſelon ce que la choſe requiert; & ainſi des Chefs 10000 & de 100000.

En deuxieſme lieu, on peut par ceſt ordre advancer beaucoup en peu de temps les ouvrages de Camp comme fouïr, couper branches, faire des fagots, gabions, & clayes, à cauſe que perſonne ne ſe peut cacher qu'avec peril, parce qu'il y a ſur chaque dixaine un Decurien qui a l'œil ſur eux, prenant continuellement garde à leur travail, parce auſſi qu'il y a un Capitaine qui commande ſur chaque dixaine de Decuriens, lequel a ſoin de leur faire faire leur devoir, comme il appartient: Il y a encore des Colonels, ſur dix deſdits Capitaines, & ainſi des autres.

En troiſieſme, ceſte maniere de partition n'eſtoit point de longue declaration ny difficile à retenir par memoire, comme la precedente des Romains & autres; car ſçachant ſeulement que c'eſt de progreſſion denaire, tout eſt aſſez cognu: ce qui cauſe auſſi facilité aux livres de Finance qu'on tient de la gendarmerie, de leurs payements & deſcomptes. Les monſtres peuvent auſſi par là eſtre fort faciles, par ce qu'on peut journellement voir ce qui y manque ſans faire monſtre, pour ceſte occaſion: Eſtant commandé par regle generale que les compagnies ne ſoyent meſlées en marchant, mais qu'elles aillent diſtinctement en leurs files & rangs, à ſçavoir

chacune 50 Mouſquettiers devant ou derriere leurs 50 Piquiers, quand on peut marcher ſeulement cinq de front, mais joignant leurs Piquiers quand la largeur du chemin le permet (ce que requeroit auſſi l'ordre de bataille des Romains, que je tiens pour le meilleur, dont il ſera parlé ailleurs) alors on voit en un clin d'œil ſi tout y eſt, à ſçavoir cinq files de Piquiers avec autant de Mouſquettiers; & ſi quelqu'un defaut, le Commiſſaire des monſtres, ou quelque autre qui a la charge, peut demander au Decurien de la file, d'où vient la faute, où eſt demeuré ceſt homme, comme eſtant ſon office d'y prendre garde, & eſtant interrogué d'en dire ce qu'il en ſçait, dont on peut faire encore plus particuliere enqueſte par le Soldat qui alloit derriere luy, eſtant obligé d'en dire ce qu'il en ſçait; & par ainſi on deſcouvre la qualité de l'offence; pour le chaſtier ſelon le merite, & prevenir aux difficultez & malheurs, qui procedent du deſordre, comme la tromperie de tirer des gages ſans en faire ſervice, en marchant ſe ſepater de la compagnie & piller les Payſans, en cheminant en des ſurpriſes dangereuſes ſe cacher, ne comparoiſtre point aux gardes & choſes ſemblables; ce que pour la grande multitude des tranſgreſſeurs (qui par faute d'ordre s'y font ordinairement) il faut laiſſer impuni, ou quelquefois par grande neceſſité punir trop rudement, ſans pouvoir avoir conſideration des cauſes.

En quatrieſme, il y peut avoir une grande commodité au logement du Camp par ceſte partition denaire, & pour la declarer, il faut ſçavoir qu'on mettra aux guimples les nombres de leur ordre, avec des lettres



treſ-grandes, comme la premiere guimple avec 1, la deuxieſme avec 2, la troiſieſme avec 3, & ainſi des autres juſques à la dixieſme, comme il eſt icy monſtré par exemple en ces trois figures. Les enſeignes ont deux nombres, le premier ſignifie la quantieſme elle eſt, l'autre ſignifie le nombre de la guimple, ſous laquelle elle appartient, comme par exemple ceſte enſeigne avec 5. 7, monſtre qu'elle eſt la cinqmeſme de la ſeptieſme guimple, & ainſi conſequemment des autres. Ces guimples eſtans en un Camp qui a touſjours une meſme forme, mis par ordre tout de ſuite, chacune devant ſon regiment, & les enſeignes chacune devant ſa compagnie, un chacun peut trouver telle guimple ou enſeigne qu'il deſire, ſans le demander, pourveu que leſdits nombres luy ſoyent cognus: En outre, il peut trouver chaque Soldat y logé, moyennant que les deux nombres competens luy ſoyent cognus, à ſçavoir la quantieſme de la file eſt ſon enſeigne, l'autre le quantieſme Soldat il eſt en ſa file. Il eſt auſſi manifeſte par les raiſons ſuſdites, qu'une armée entiere eſtant en campagne, en ordre de bataille, chaque homme qu'on veut avoir ſe peut trouver ſans demander, pourveu que les ſuſdits nombres neceſſaires ſoyent cognus. Quant à ce que quelqu'un pourroit propoſer qu'il peut advenir que quelque Soldat manqueroit en ſa file, & que par cela l'ordre ſeroit rompu: On reſpond à cela, qu'il y a peu de difficulté en telle exception, car le cercleur ayant trouvé la file en laquelle ſon homme deſité eſt, il y peut facilement trouver.

En cinquieſme, l'on peut par ceſte partition denaire commodement marquer les armes des Soldats, comme piques, mouſquets, & harnois, tellement que de pluſieurs milliers de pieces ſe peut dire en un clin d'œil à qui chaque piece appartient: Comme par exemple, une pique marquée avec ces quatre nombres 8. 2. 7. 3. bruſtez au bois, ou battu dedans le fer avec formes d'acier, on dit qu'elle appartient au huictieſme Soldat dedans la deuxieſme file de la ſeptieſme compagnie de la troiſieſme guimple, & ainſi des autres armes: La marque des armes des Officiers, comme Decuriens, Capitaines, Colonels, & Chef d'Infanterie, eſt d'un, de deux & de trois nombres, comme par exemple 7. 3. 5, qui ſignifie les armes du Decurien de la 7 file de la 3 compagnie du 5 regiment: Secondement, 5. 8 ſignifie les armes du Capitaine de la 5 compagnie du 8 regiment: Tiercement 7, ſignifie les armes du Colonel du 7 regiment: Quartement 0, comme le commencement ſignifie les armes du Chef de l'Infanterie. Et le meſme ſe peut faire des armes de la Cavallerie. Et par ce moyen on peut prevenir beaucoup de debats, qui arrivent ſouvent entre les Soldats, à cauſe des armes: Quelques unes de ces armes auſſi eſtant deſrobées, le larron ne les oſe vendre ni monſtrer; car on verroit incontinent l'homme à qui elles appartiennent; ou ſi les lettres en ſont oſtées, cela donne ſoubçon que celuy qui les monſtre l'a fait, & donne occaſion d'en faire enqueſte. Les Soldats Romains marquoyent bien leurs armes chacun de ſa marque, mais cecy eſt plus commode.

En ſixeſme, ceſte partition denaire ſert pour apprendre en fort peu de temps aux nouveaux Soldats l'art militaire, conſiſtant principalement à bien tirer des mouſquets & arquebouſes, à bien manier les piques & armes à main, entendre le faict des revolutions, des eſcarmouches, les choſes auſſi touchant la garde, & les rendre auſſi experts que s'ils avoyent hanté la Guerre beaucoup d'années, car chaque Decurien n'auroit qu'à inſtruire ceux qui entrent de nouveau en ſa file. Par exemple, quand ce ſeroit une quantité de 10000 hommes du tout inexperts en matiere de Guerre, qui ſe devroient deffendre à la haſte il y en a qui en peu de temps pourroient parvenir à la cognoiſſanee, moyennant qu'il y en euſt un bien expert, qui inſtruiſiſt les 10 Colonels; puis chaque Colonel euſt ſes 10 Capitaines, puis chaque Capitaine ſes 10 Decuriens, puis chaque Decurien ſes 10 Soldats; par ainſi les 10000 inexperts ſe pourroient advãcer & inſtruire tous enſemble en un meſme temps, & à peu de peine; parce que chaque Decurien en a ſi peu à enſeigner, & qu'en outre il y a tels Surintendents, comme Capitaine, Colonel, & Chef de Camp, qui prennent garde s'ils ſe comportent comme il appartient.

En ſeptieſme, l'on peut par ceſte partition denaire acquerir une grande commodité au faict des chariots, les diviſant comme s'enſuit: 10 chariots ſous un Decurien, 100 ſous un Centurien, 1000 ſous un Chiliarche, & ſeront (comme il a eſté dit cy-devant des armes de la gendarmerie) marquez de quatre nombres peincts ſur telles petites enſeignes de fueille de fer qu'on met en quelques Camps ſur les chariots: Comme par exemple, une de ces enſeignes avec ces quatre nombres 2. 7. 3. 2. ſignifie

ſignifie le deuxieſme chariot ſous le ſeptieſme Decurien du troiſieſme Centurien du deuxieſme Chiliarche : La premiere enſeigne de chaque dix, peut (pour en avoir une viſible diſtinction) eſtre plus grande que les autres neuf. Semblablemẽt chaque premiere enſeigne de 100 peut eſtre plus grande que chaque premiere de 10, & chaque premiere de 1000 plus grande que chaque premiere de 100. En marchant chaque Decurien eſt tenu de faire ſuivre ſes dix chariots par ordre tout de ſuite & demeurer continuellement auprés. Eſtant campé, les faire mettre en ordre au quartier des chariots: De bien cognoiſtre perſonnellement ſes dix Chartiers, de rendre compte & donner advis des abſents, quand & où ils ſe ſont abſentez, ou pourquoy ils ne ſont preſents; ce qui leur eſt facile de faire pour la petite quantité de dix. Chaque Centurien commandera ſur ſes dix Decuriens, prenant garde que chacun obſerve ce qui eſt de ſon devoir & office, comme il appartient, & jugera des differens qui ſurviennent entr'eux; Demeurera auſſi en marchant touſiours pres de ſes 100 chariots: Et ſemblablement chaque Chiliarche commandera & prendra garde ſur ſes dix Centuriens, & le General des chariots ſur les Chiliarches, & en general ſur tous. Lés commodirez qui en proviennent ſont telles.

Pour le premier, puis que la place de chaque chariot eſt cognue, on le peut facilement trouver avec les perſonnes & biens qui ſont deſſus, tant en marchant qu'en un Camp logé, ſans eſtre tenu de s'en enqueſter, moyennant que les nombres en ſoyent cognus, tendant à grande commodité non ſeulement des Officiers en l'adminiſtration de leurs affaires militaires, mais auſſi pour un chacun en particulier.

Les monſtres auſſi des chariots peuvent par ce moyen eſtre facilitées, parce que l'on peut bien voir journellement, ſans faire monſtre, s'il y en a qui manqueut; ce qu'advenant, un Commiſſaire des monſtres, ou quelqu'autre qui en a la charge, peut demander au Decurien de la file en laquelle ſe trouve l'abus, où ce chariot eſt dementé, dont il eſt tenu ſelon les conditions, ſur leſquelles il eſt entré en office, de dire tout ce qu'il en ſçait.

Outre cela, il eſt poſſible par ce moyen en un Camp logé, de faire travailler les chariots egalement, chacun attendant ſon tour, là où autrement il y en a qui ſont eſpargnez, les autres ſe cachent, voire ſe retirent hors du Camp, gaignans ailleurs de l'argent, & la charge tombe ſur les autres Chartiers, qui ſont tant travaillez leurs chevaux qu'ils en meurent, & ce ces Chartiers ſont ſouvent battus comme des aſnes, de ſorte qu'avec beaucoup de chariots ſe fait moins de ſervice qu'il ne ſe feroit autrement par peu, tendant au grand couſt du Païs, ce qui eſt ſouvent cauſe que pour la grande multitude de leurs chevaux, il n'y a point de fourrage pour la Cavallerie, & que pourtant il faut que le Camp deſloge avec grand des-avantage.

Es ſurprinſes, là où il faut que l'Infanterie, aille en chariot avec la Cavallerie, pour haſtivement faire le chemin, il ne faudroit faire advertiſſement au paravant pour amaſſer les chariots, parce qu'ils ſeroyent touſiours preſts.

Par ce moyen s'eviteroyent auſſi les querelles qui ſurviennent en marchant, parce que l'un chariot ne veut ceder à l'autre, car chacun deſirant d'eſtre le premier au quartier, ils courent au grand gallop ſans ordre, ſe renverſant l'un l'autre, rompant leurs chatiots avec les biens, & bleſſant les hommes qui ſont deſſus. Il y a auſſi grande diſſention là où il faut que les chariots paſſent les Rivieres avec les Pontons, chacun voulant eſtre le premier, leſquelles difficultez n'arrivent point icy, parce que chaque Decurien obſerve l'ordre de ſes dix chariots, par là ſe peut auſſi prevenir le dommage de la munition de Guerre & autres biens qui ſe deſrobent des chariots, ou demeurent perdus, à cauſe que par ceſte maniere on cognoit celuy qui en doit & ſçait reſpondre, parce qu'il a ſeulement dix chariots ſous ſa charge: On peut auſſi ſçavoir ce qu'il y a chargé ſur chaque chariot, mettant en la Liſte des charges, joignant les biens, le nombre des chatiots ſur leſquels ils ſont chargez.

Notez encore que les chariots eſtans ſans reguliere partition, & s'il y en manque pour executer les choſes neceſſaires, il faut que le General du Camp excuſe les Officiers d'iceux, leſquels n'en peuvent rendre compte, car il voit qu'il leur eſt impoſſible, à cauſe du deſordre, par où auſſi la porte leur eſt ouverte de franchement faire leur profit au dommage du Païs.

J'ay parlé juſques icy des chariots eſtans en ſervice, mais on pourroit auſſi en marchant tenir tel ordre de partition denaire avec les chariots qui ſont hors de ſervice, faiſant touſiours marcher derriere ceux qui arrivent les derniers, ou en mettant telle regle comme on verroit eſtre convenable.

Quant à ce que quelqu'un pourroit dire, qu'il faudroit ſouvent rompre l'ordre de la regle, premierement à cauſe que quelquefois en marchant les chariots de quelques quartiers, comme par exemple des regiments de la gendarmerie, ſuivent leur regiment, leſquels chatiots n'eſtans des files entieres que par accident, il faudroit que quelques Decuriens commandaſſent ſur plus ou moins de dix chariots, & aucuns leur eſtre abſens. D'autre part le Camp eſtant logé, il advient que quelques chariots ne ſe metteut point en leur quartier, mais ſont continuellement employez par certaines perſonnes auſquelles ils ſervent particulierement, comme ceux qui apportent journellement de l'eau, du bois, & toutes choſes neceſſaires aux cuiſines des grands Seigneurs, leſquels n'eſtans de files entieres que par cas fortuit, il y auroit auſſi ſeparation des dix chariots ſur leſquels commande un Decurien, avec d'autres ſemblables accidents, qui romproyent la regle de l'ordre. Je dis là deſſus qu'on pourroit reſpondre à chacun en particulier, mais veu qu'il ne ſemble pas que cela ſe mette ſi toſt en practique, je n'y veux employer le temps, ains dite ſeulement qu'on s'en eſt ſouvenu, & cependant on peut prendre ceſte commemoration par maniere de rheorie, que cela eſt poſſible avec le temps, & ſe pourroit amender, en le practiquant.

En huictieſme, on peut par ceſte partition denaire acquerir une telle commodité au faict des batteaux que celle des chatiots, car les partiſſant en telle façon, & en mettant tels Officiers, & chaque Navire ayant de jour une bandetolle avec ſes nombres comme il eſt dit des chariots, & de nuict des lanternes deſquelles la lumiere demonſtre la forme de tres-grandes lettres (telles que j'en ay vẽ) & en ſuivant une regle, comme il a eſté dit des chariots, tant en navigeant qu'eſtant aux Havres, on peut entendre par là les advantages qu'on en pourroit tirer.

En neufieſme, on pourroit par ceſte partition denaire tenir auſſi bon ordre des Pionniers & Marelots ou Tireurs de l'Artillerie, qu'avec moins de gens on expedieroit plus d'ouvrage qu'autrement avec beaucoup, chacun ayant outre cela meilleur contentement qu'en deſordre, dont on pourroit eſcrire plus amplement,

mais veu que cela ſe peut aſſez entendre patce que dit eſt de la gendatmerie, je paſſeray outte.

Ayant declaré juſques icy mon intention de l'utilité de la continuelle progreſſion denaire commençant par 10, quelqu'un pourroit dire là deſſus que la precedente partition Grecque, eſtant de continuelle progreſſion binaire, commençant par 16, a ſa particuliere utilité fort eſtimée de divers Autheurs, qui eſt que par continuelle mediation on patvient à l'unité, tellement qu'on peut diviſet toutes ttoupes en deux parties egales, comme 16384 de la Tettaphalangarchie continuellement mediée juſques à la file, elle ſe ttouve de 16, & diviſant la meſme continuellement en deux, on ttouve les moitiez de 8. 4. 2. 1. qui finiſſent en unité. On reſpond à cecy, que ceſte mediation n'eſt pas ſi patfaite, & qu'elle ne patvient à l'unité comme on eſtime, mais ceſſe au Commandeut de deux files de 32 Soldats pout ceſte taiſon. La fin de la partition eſt pout eſtablit ſut chaque partie un Commandeur; comme par exemple, ſur 16 files commande un Syntagmatatche, ſur les 8 un Taxiatche, ſur les 4 un Tettatche, ſur les 2 un Dilochite, mais il n'y a point de Commandeur eſtabli comme devant, ſur la ſeule file de 16 hommes. Il eſt bien vray que le ptemier, à ſçavoir le Condncteur de la file eſt tenu pour tel, mais il commande ſenlement ſur 15, eſtant luy meſme un des 16. La file partie en deux, chaque ttoupe eſt de 8 hommes ſans Commandeut, ou ſi pour l'une des moitiés on prend le premier, pour l'autre le neufieſme nommé Diomerita, ils ne commandetont chacun que ſur 7, & ainſi des autres, comme les Intergatotes qui commandent ſur 3, & point ſur 4, auſſi des Antiſtites qui commandent ſur 1, & point ſur 2: De ſorte que tels Officiers ne commandent point ſur tronpes de binaire progreſſion, comme font les autres ſur les troupes de files en montant; ce qui eſtoit propoſé de declarer.

Quant à ce qu'on eſtimetoit que par la mediation de 16384 jnſques à 32, qui a ſes Commandeuts eſtablis, on ſeroit mieux pourveu d'nn Commandeur eſtabli ſur toutes les partiers des troupes, que par la partition denaire, cela ne ſuccede point ainſi. Par exemple, la neceſſité requetant (comme il advient ſouvent en effect) qu'il faille partir une Phalangarchie de 16 enſeignes Grecques en 9 & 7, ou en 10 & 6, ou en 11 & 5, ou en 12 & 4, ou en 13 & 3, ou en 14 & 2, ou en 15 & 1, il n'y a point par tout des Commandeurs eſtablis.

Outre les ſuſdites abſurditez il y a encore ſur certaines troupes & Officiers des noms impropres, tirez hors de la progreſſion denaire, ſans toutefois qu'il y aic quelque denaireté, comme de nommer decurie les 16 Soldats d'une file, & le premier d'iceux Decurien, qui toutefois ne commande point ſur dix, mais ſur 15: Ils nomment le Commandeur ſur la troupe de 256 (comme ſi elle eſtoit de 100) *Centurio*; & la troupe *Centuria*: Le Commandeur ſur la troupe de 1024 ils l'apellent (comme ſi elle eſtoit de 1000) Chiliarcha; & la troupe Chiliarchie, lequel abus de noms faic pluſtoſt conjecturer une antiquité & dignité de la progreſſion denaire, que de faire croire qu'elle ſoit bien imitée.

Quant à la partition Romaine mentionnée cy-devant, laquelle (joignant l'abus des noms tirez de la progreſſion denaire ſans denatité) eſt fort inegale, ſans obſervation d'aucune reguliere progreſſion: Il eſt bien vtay qu'elle eſt meilleure que de ne ſuivre point de regle, comme cela ſe fait maintenant par tout le monde, mais il ne la faut point accomparer à l'Hebraïque. Quant à ce qu'on pourroit dire ſur cecy, que les actes militaires des Romains ont aſſez teſmoigné ſa bonté: On peut reſpondre à cela, qu'ils euſſent peu par une meilleure partition executer d'avantage en meilleur ordre & avec moindre peine qu'ils n'on fait, & le confermet par l'exemple de Tamerlan, qui en matiere de Guetre a plus fait que les Romains, les Grecs, on quelque autre du monde, dont la memoire nous en eſt demeurce, lequel entretenoit en ſon Camp Imperial la progreſſion denaire, comme il a eſté dit cy devant au premier Article du ptemier Chapitre: Sur quoy je fineray ce que j'avois envie de declater, touchant la commodité de la continuelle progreſſion denaire en la partition de la gendarmetie, neceſſaire à la Caſtrametation reguliere.

Fin de la Caſtrametation.

NOUVEL.

NOUVELLE MANIERE DE FORTIFICATION PAR ESCLUSES.

Argument de ce traicté.

VEu que ceſte nouvelle maniere de Fortification, ſe fait par une nouvelle maniere d'Eſcluſes invensée nagueres, laquelle pourtant eſt incognue à pluſieurs, j'en feray premierement la declaration, enſemble de l'affermiſſement de leurs fonds: En apres s'enſuivra la maniere & regle generale d'approfondir les Foſſez & Havres des Villes, ce qui en matiere de Fortification ſe peut executer par leſdites Eſcluſes: Mais parce que les exemples que je prendray ſeront d'une Ville de forme reguliere, comme eſtant idoine à la declaration de la ſuſdite regle generale, & que toutefois l'uſage ſe doit faire en effect avec des Villes, de telle forme qu'elles ſe propoſent, j'en traicteray à la fin, comprenant le tout en quatres Chapitres, deſquels les ſuſcriptions ſont comme s'enſuit:

Le I. CHAPITRE, de la nouvelle invention des Eſcluſes.

Le II. CHAPITRE, de l'affermiſſement des fonds des Eſcluſes & Dodanes.

Le III. CHAPITRE, contenant une regle generale de la nouvelle maniere de la Fortification des Villes par Eſcluſes.

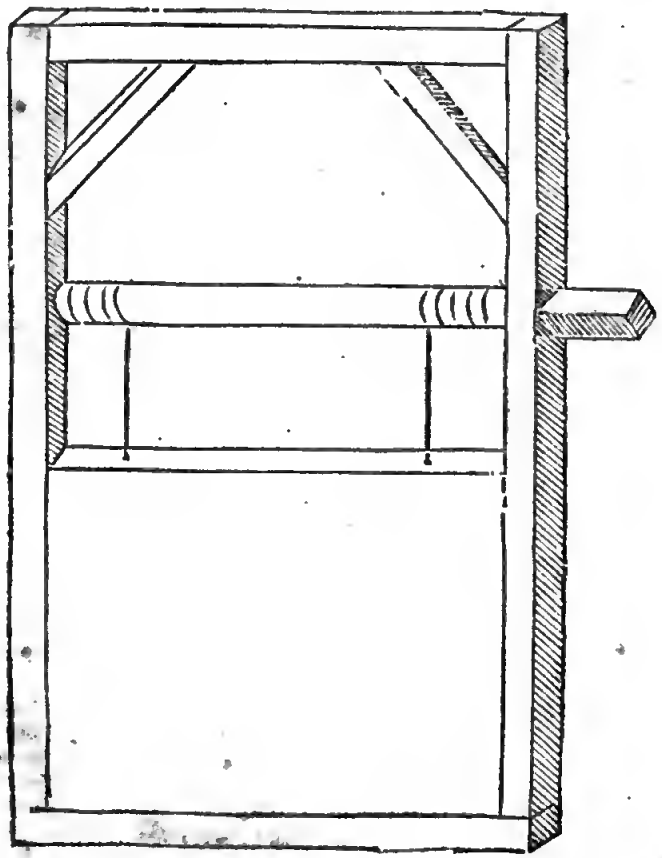
Le IV. CHAPITRE, contenant des exemples comment certaines Villes conſiſtantes en effect, ſe peuvent fortifier par les regles generales du troiſieſme Chapitre.

I CHAPITRE.

De la nouvelle invention des Eſcluſes.

POur bien declarer en quoy git ceſte nouvelle invention d'Eſcluſes, je dis premierement que leur uſage conſiſte en trois diverſitez principales, comme pour approfondir les Havres, ſeicher des bas Terroirs aquatiques: Et pour faire paſſer des Navires avec leurs maſts droits. La premiere diverſite d'approfondir les Havres, & la plus commode qu'on aye fait dés long temps, eſt avec des portes d'Eſcluſes guindées à mont, comme il eſt monſtré par ceſte 1 Figure, dont l'uſage eſt tel:

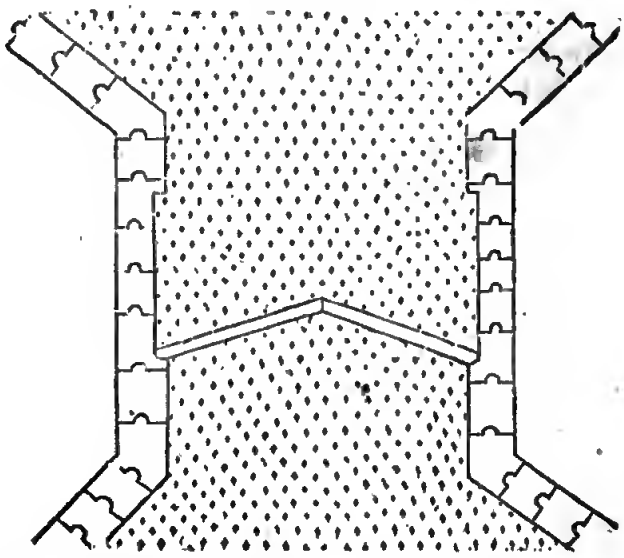
1 FIGURE.



La porte eſtant guindée à mont, & le flux courant au receptacle juſques à ce qu'il ſoit au plus haut, on avalle la porte, la laiſſant cloſe juſques a ce que l'eau du reflux ſoit au plus bas: & alors la porte eſtant guindée à mont, l'eau ſouſtenuë au receptacle tombe dans le Havre ſec, & l'approfondit. Ceſte profondeur ſe fait auſſi avec eau de pluye, ou de petites Rivieres, laquelle amaſſée au receptacle aſſez haute, l'on en fait comme devant: Mais les grands Navires à maſts droits ne peuvent paſſer par telles Eſcluſes, à cauſe de l'empeſchement de la porte, & de l'eſſieu par lequel on la guinde à mont.

Quant à la deuxieſme ſorte d'eſcluſes, ſervant à ſeicher les baſſes Terres aquatiques, les Eſcluſes les plus commodes à cet effect ſont celles, qui ont des portes poinctues (qu'on nomme auſſi portes tournantes) qui ſe mettent ſous les Digues, dont le plan eſt comme demonſtre la 5 Figure ſuivante, qui eſt telle que l'eau exterieure eſtant plus baſſe, les portes s'ouvrent d'elles-meſmes, quand l'eau ſort: Mais quand l'eau exterieure devient plus haute, elles ſe ferment d'elles-meſmes. Et combien que quelques uns ſe ſervent à cecy de portes guindées à mont, comme celles de la 1 Figure, ſi eſt-ce qu'elles ne ſont pas les plus commodes pour cela, car c'eſt choſe moleſte là où il y a journellement flux & reflux, d'obſerver nuict & jour le temps pour ouvrir telles portes, le guindement à mont eſt auſſi choſe laborieuſe: en outre on ne les peut faire ſi larges pour vuider beaucoup d'eau, pource quelles ſeroyent trop peſantes à guinder: Il eſt vray que les portes tournantes ont auſſi leurs incommoditez, en ce que les

5 FIGURE.



grands Navires avec les maſts debout n'y peuvent paſſer, à cauſe de la Digue qui eſt deſſus: Secondement, qu'elles n'approfondiſſent gueres les Havres, parce que l'eau n'y tombe point d'enhaut en fond ſec, comme en la premiere ſorte, mais decoule peu à peu.

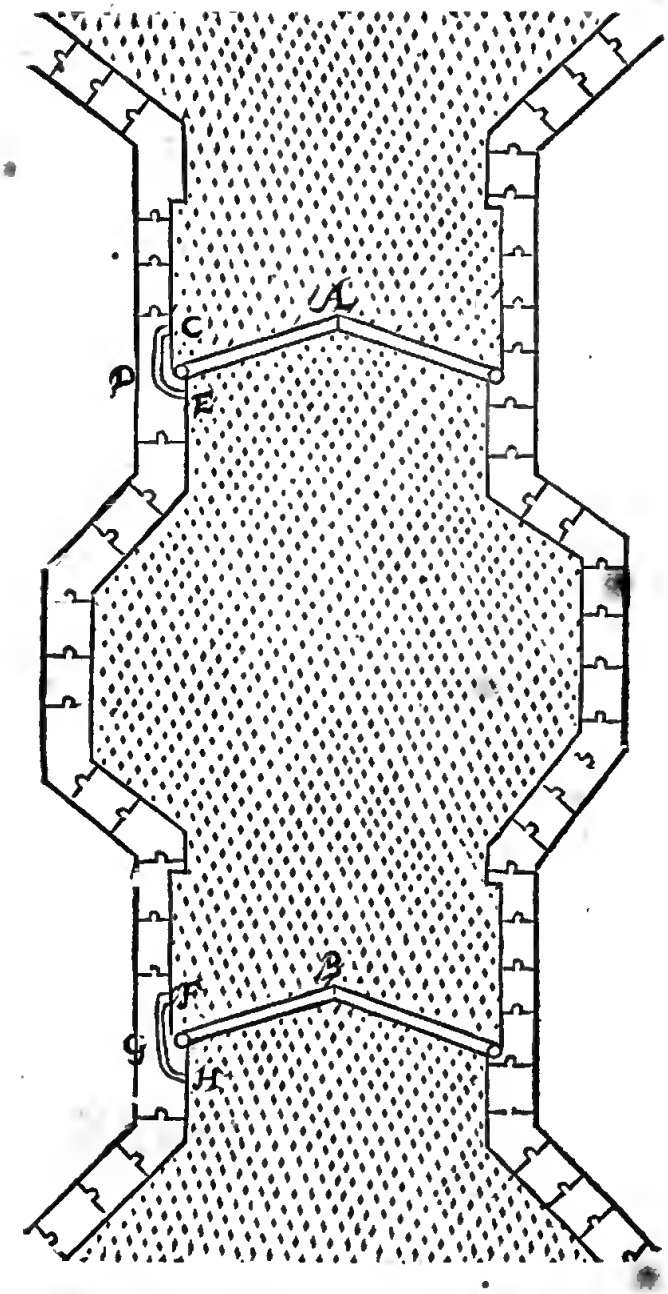
Quant à la troiſieſme ſorte d'Eſcluſes ſervant pour paſſer les Navires avec leurs maſts droits, elle ſe fait avec deux paires de portes poinctues, qui ne ſont pas ſous la Digue, comme celle de la deuxieſme ſorte, mais en la Digue ſi haut que la Digue meſme, tellement qu'elles ſervent de Digues du fond juſques en haut, pour reſiſter à toutes eaux hautes, dont le plan ſe demonſtre par la 3 Figure ſuivante; en laquelle la premiere paire eſt A, la deuxieſme paire B, comprenant entre deux un receptacle de Navires, avec deux petites Eſcluſes faites dedans les murailles, comme C D E & F G H: Autrement on fait des petites portes à guinder dedans les grandes portes poinctues. L'uſage en eſt tel: Quand un Navire avec le maſt droit veut entrer, comme de A vers B, & que l'eau exterieure eſt plus haute que l'interieure, on emplit par la petite Eſcluſe C D E, le receptacle plein d'eau, laquelle eſtant à la hauteur de l'eau exterieure, les deux portes de B ſe ſont fermées, mais celles de A ſe peuvent ouvrir avec la main, & les Navires qui doivent paſſer dedans le receptacle, leſquelles y eſtant, on ferme la petite Eſcluſe C D E, auſſi les deux portes de A, & on ouvre la petite Eſcluſe F G H, laiſſant ſortir l'eau du receptacle juſques à ce qu'elle ſoit auſſi baſſe que l'eau interieure, tellement qu'on ouvre les portes de B avec la main, & les Navires paſſent dedans le Païs. Par ce que j'ay dit icy de l'entrée des Navires, la maniere de les faire ſortir eſt aſſez intelligible.

Outre les precedentes manieres de portes, on en a bien fait d'autres, qui s'ouvrent d'elles-meſmes, avec le reflux tombant ſur le lict, & remontant avec le flux: des portes auſſi que l'on guinde de coſté dedans le païs, mais l'uſage n'en eſt pas ſi commode.

Nous avons parlé juſques icy de ce qui a eſté uſité paſſé long temps, à fin de declarer par ce moyen plus proprement la nouvelle invention comme s'enſuit:

Depuis que l'on a veu que ces grandes larges portes poinctues de la 2 & 3 Figure, ſervoyent fort au ſeichement des Terres, & paſſage de Navires avec le maſt droit, & que pont approfondir les Havres, il n'y manquoit que le moyen par lequel on pourroit commodement ouvrir ces portes quand l'eau ſeroit de l'un coſté au plus haut, & de l'autre coſté au plus bas; pluſieurs perſonnes s'y ſont tres-ſerieuſement occupé, principalement icy en Hollande, là où és Villes, Villages, & plat Païs, il y a ſi grande quantité d'Eſcluſes, & il s'en fait continuellement tant des nouvelles, avec bonne deliberation, tant de grand conſt que mediocres & petits, que j'eſtime qu'il n'y a Païs à preſent en tout l'uni-

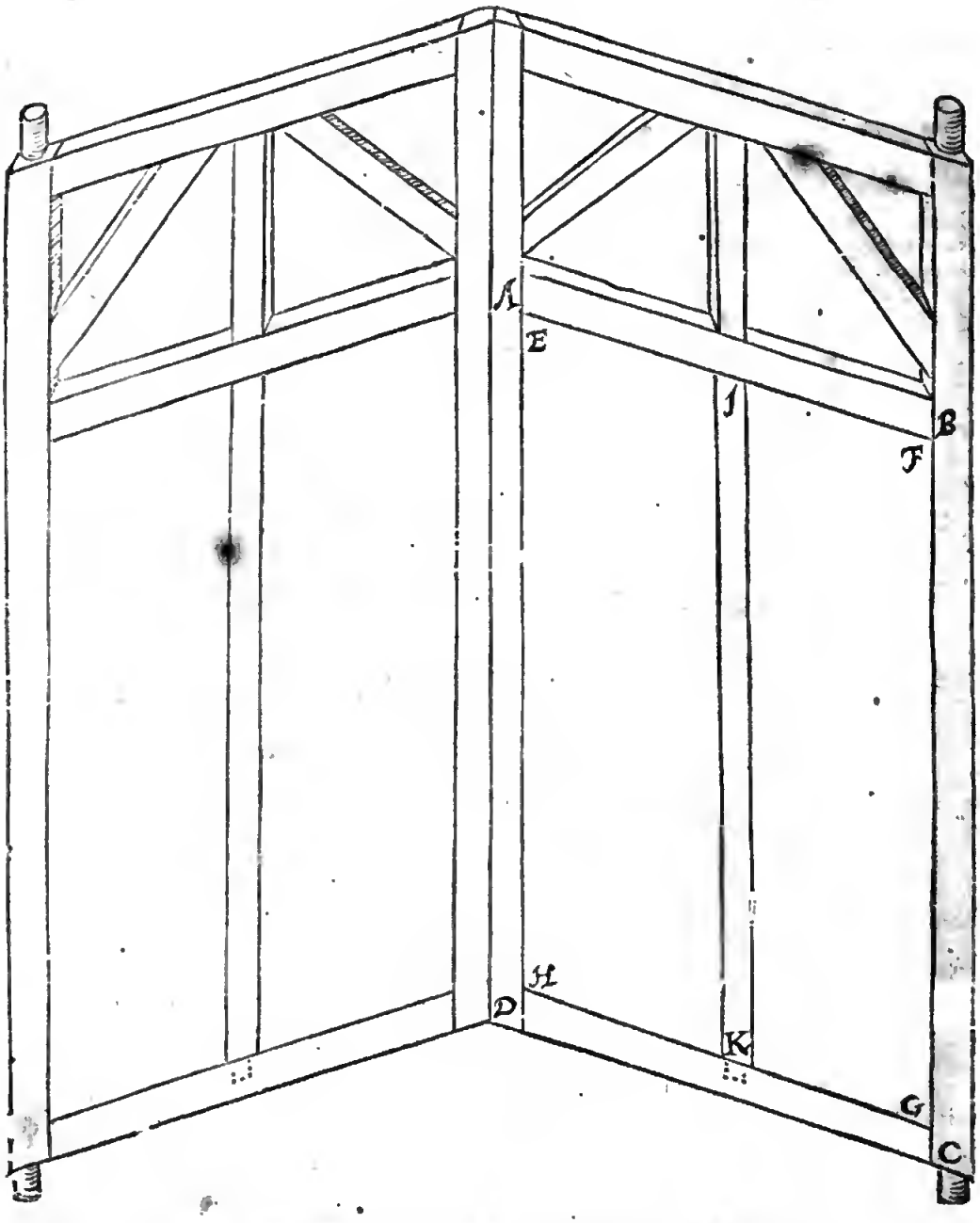
3 Figure.



l'univers où on ayt fait plus d'experience de ceſte matiere, ny là où plus de ſubtils eſprits ayent travaillé pour cercher & trouver amendement aux Eſcluſes : D'iceux eſt venue en uſage la maniere que je declareray, & qui me ſemble la meillente.

Soit à icelle fin par ceſte 4 Figure ſignifiée une Eſcluſe avec deux portes poinctues de ceſte qualité : A B C D eſt un chaſſis quadrangulaire, auquel ſoit une porte, comme E F G H, tournant ſur une eſguille I K pres le milieu du chaſſis, ainſi que la partie I F G K, eſt environ 5 ou 6 doigts plus large que la partie I E H K, ou autant plus ou moins que la grandeur des portes pourroit requerir, & ainſi que les trois coſtez I E, E H, H K de la moindre partie, viennent à preſſer contre des fueillieres ou fillerets faits au coſté interieur du chaſſis, mais les trois coſtez I F, F G, G K, de la majeure partie, ne viennent point contre des fueillieres, tellement que l'eau la plus haute preſſant contre ces deux parties, la porte E F G H tourneroie (parce que contre la majeure partie eſt le plus grand preſſement) juſques à ce qu'elle auroit fait environ un quart de toue : Mais pour la tenir ferme & l'ouvrir facilement, lors qu'on veut, cela ſe fait avec une barriere de fer, qui eſtant debout, comme une eſguille, & eſtant tournée, vient devant le coſté F G de la porte, la tenant fermement ſerrée.

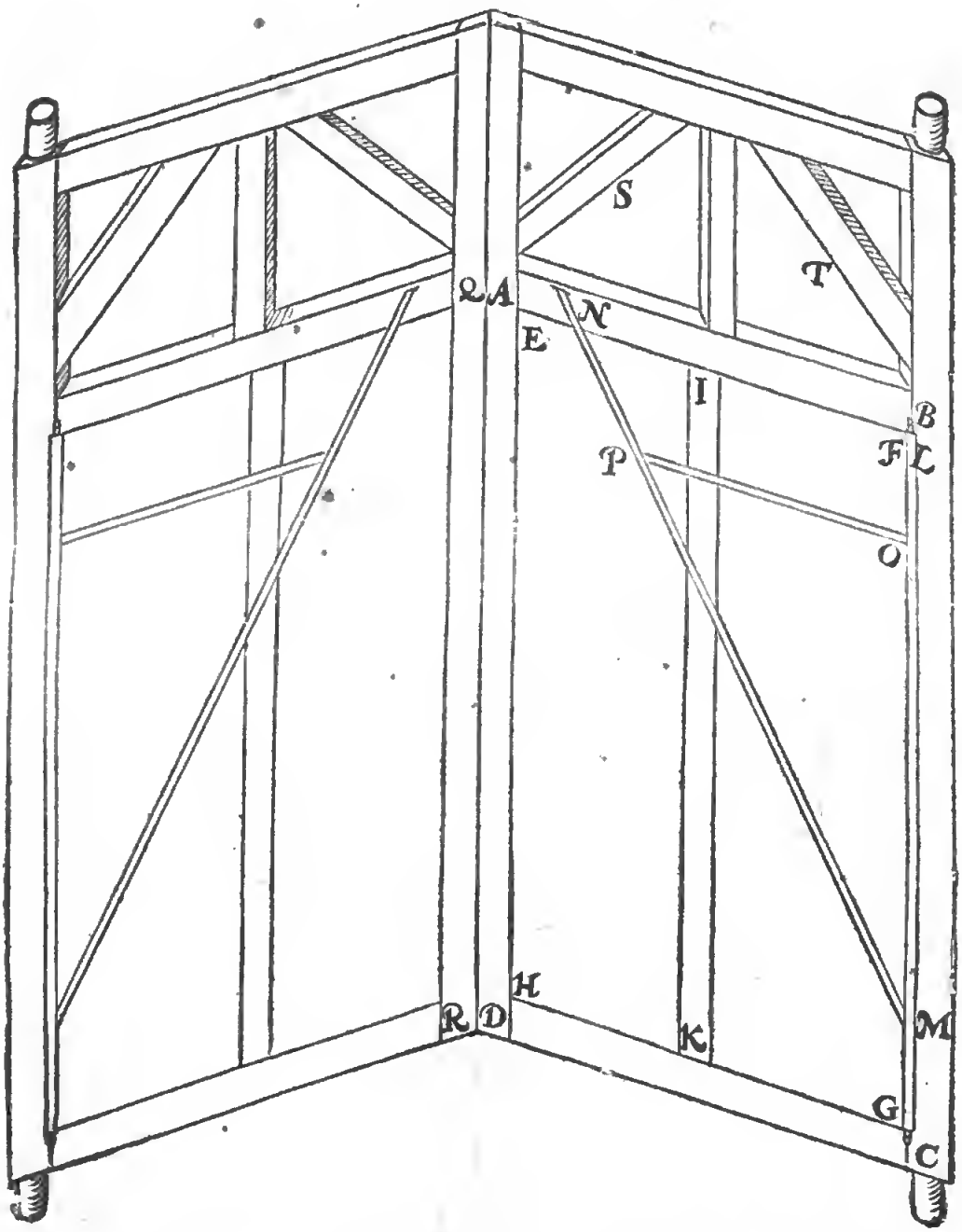
4 Figure.



Mais pour declarer cecy plus amplement, qu'on remarque encore la 4 Figure, comme il ſe peut voir en ceſte 5 Figure, y adjouſtant la ſuſdite barriere de fer comme L M, venant devant le coſté F G, laquelle ſe tourne avec la regle M N, ayant au bout N un loquet de fer, tombant en un nez auſſi de fer, attaché du coſté d'enhaut du chaſſis. Or quand l'eau interieure eſt plus haute, elle preſſe contre le coſté interieur de la porte, & lors que du coſté exterieur la barriere de fer eſt fermée avec ſon loquet, la porte E F G H a par tout une grande fermeté, pour pouvoir porter le preſſement de l'eau ſans bouger, car les trois coſtez I F, F G, G H viennent contre les fueillieres du chaſſis, comme il eſt dit cy-deſſus; & le coſté E H contre l'arbre L M: Là deſſus il y advient encore renforcement avec les deux regles M N, O P de la barriere, qui touchent contre le coſté exterieur de la porte. Ce que j'ay dit icy de l'une des portes poinctues, s'entend pareillement de l'autre, à ſçavoir, qu'elle a ſemblable chaſſis, porte tournante ſur une eſguille & barriere de fer.

Il eſt encore à noter que les portes poinctues ſur eſguilles, ne doivent pas eſtre plus hautes que ne viennent les hautes eaux, avec leſquelles on veut approfondir le Havre, comme de D à A: Mais parce que les portes poinctues entieres doivent eſtre un peu plus hautes, à ſçavoir à la hauteur de la Digue, pour reſiſter à tou-

5 Figure.



à toutes eaux extraordinairement hautes qui viennent rarement, on faict le reſte de A en haut fermé avec des ſouſtenemens, comme pres de S, T, pour donner fermeté au chaſſis A B C D, afin qu'il ne ſe diſloque, ce qui pourroit avenir facilement ſi ce renforcement n'y eſtoit pas.

Pour parler maintenant de l'uſage, poſé que l'eau interieure ſoit au plus haut, & l'eau exterieure au plus bas, & qu'on vueille ouvrir les portes pour approfondir: Pour cecy ne faut autre choſe que lever le loquet N, & faire tourner la battiere comme l'on ouvre les autres battieres: ce qu'eſtant fait, & le coſté F G eſtant libre de la barriere L M, la porte E F G H tourne ſur l'eſguille I K tout doucement, juſques à ce qu'elle ait fait environ un quart de tour; ce qu'eſtant ainſi, l'eau ſouſtenuë au receptacle ſort des deux coſtez de l'eſguille, approfondiſſant le Havre: Puis les deux portes avec leurs chaſſis eſtans ouvertes, les Navires avec les maſts droits y peuvent paſſer. Il faut encore noter que le cours de l'eau reçoit quelque empeſchement des deux coſtez A D & Q R, de l'eſpeſſeur auſſi des deux portes, qui amoindriſſent l'ouverture de l'Eſcluſe autant que cela monte; ceſt empeſchement ſe peut oſter, tirant les chaſſis (quand l'eau eſt en ſon cours) contre le meſme cours; ce qui ſe peut facilement faire, à cauſe que l'eau eſt alors devant & derriere d'egale hauteur.

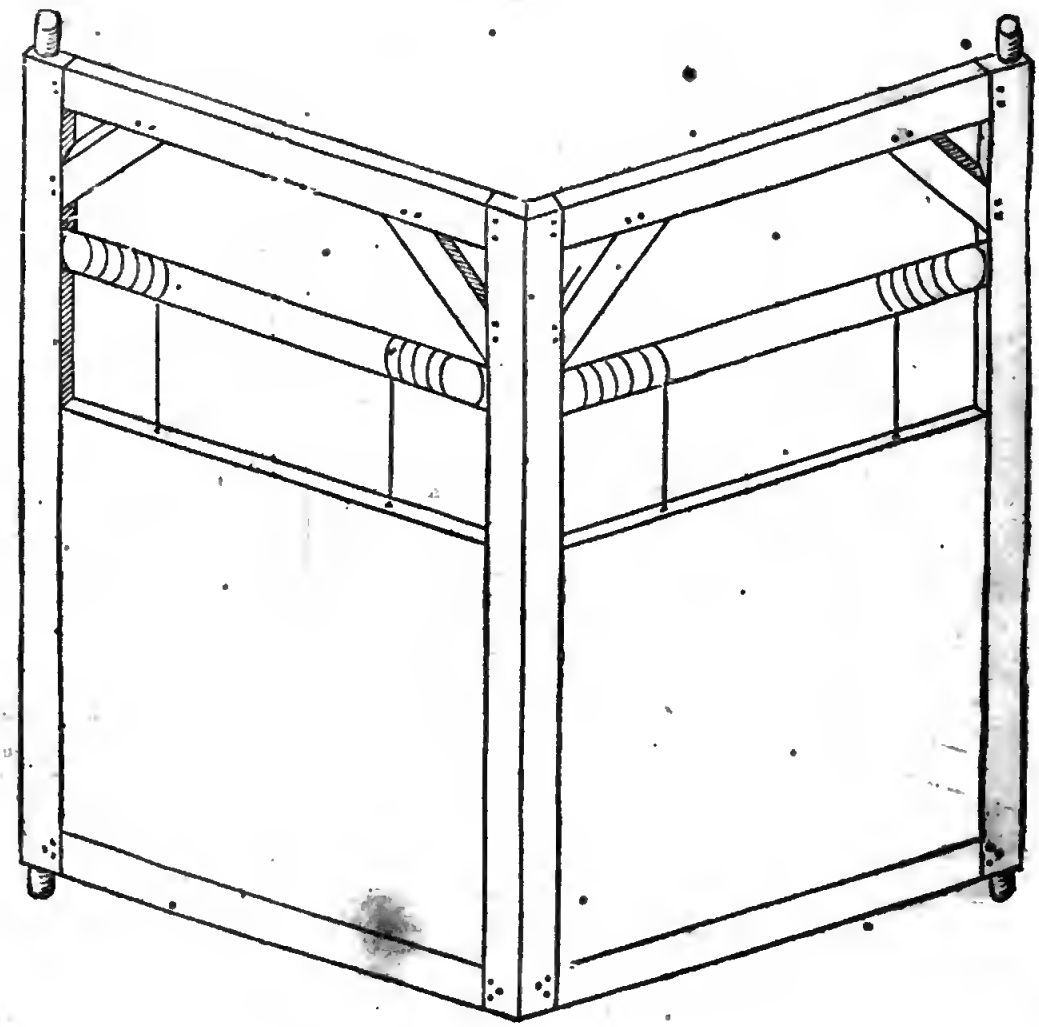
Mais

Mais pour dire maintenant comment ceſte grande invention a prins ſon origine, il faut ſçavoir qu'on avoit premierement fait une Eſcluſe à la Briele, dont la porte tournoit ſur une eſguille, & de laquelle l'entier coſté inferieur, tant de la partie majeure que de la moindre, preſſoit contre une fueilliere faite dedans le chaſſis, à cauſe dequoy ladite porte eſtoit guindée par un inſtrument de fer ſi haut qu'elle eſtoit libre de fueilliere, ce qui eſtoit environ de 3 doigts, car alors elle ſe tournoit de ſoy meſme vuidant l'eau.

Et parce qu'alors (comme auſſi preſentement) entre les Maiſtres Charpentiers fut fort conteſté de la maniere d'approfondir les Havres, & pour y faire paſſer des Navires à maſts droits, il eſt advenu que comme je diſconvoye d'icelle matiere avec Adrien Ianſſen, Maiſtre Charpentier de la Ville de Rotterdam, & avec Cornelis Dirickſen Muys, Maiſtre Charpentier de la Ville de Delf, chacun de nous trois diſoit avoir ſongé quelque choſe qu'il eſtimoit eſtre bonne, & accordaſmes entre nous, que chacun declareroit ſon invention, à condition que s'il en venoit profit ou dommage, que nous le porterions egalement, & que nous nous ayderions l'un l'autre: L'invention d'Adrien Ianſſen eſtoit, qu'au lieu de guinder la porte hors de la fueilliere comme à la ſuſdite Eſcluſe de la Briele, il y appliquoit une barriere comme il eſt dit cy-deſſus (ne la mettant point en un chaſſis ouvrant) avec quelque autre changement qu'il y adjouſtoit.

Mon invention eſtoit de deux portes poinctues, tellement qu'on pourroit guinder chaque porte en hant, ſelon la vulgaire maniere, comme la 6 Figure ſuivante le demonſtre, car des grands Navires avec les maſts droits pourroient paſſer par icelle, & elle ſerviroit en outre pour approfondir les Havres.

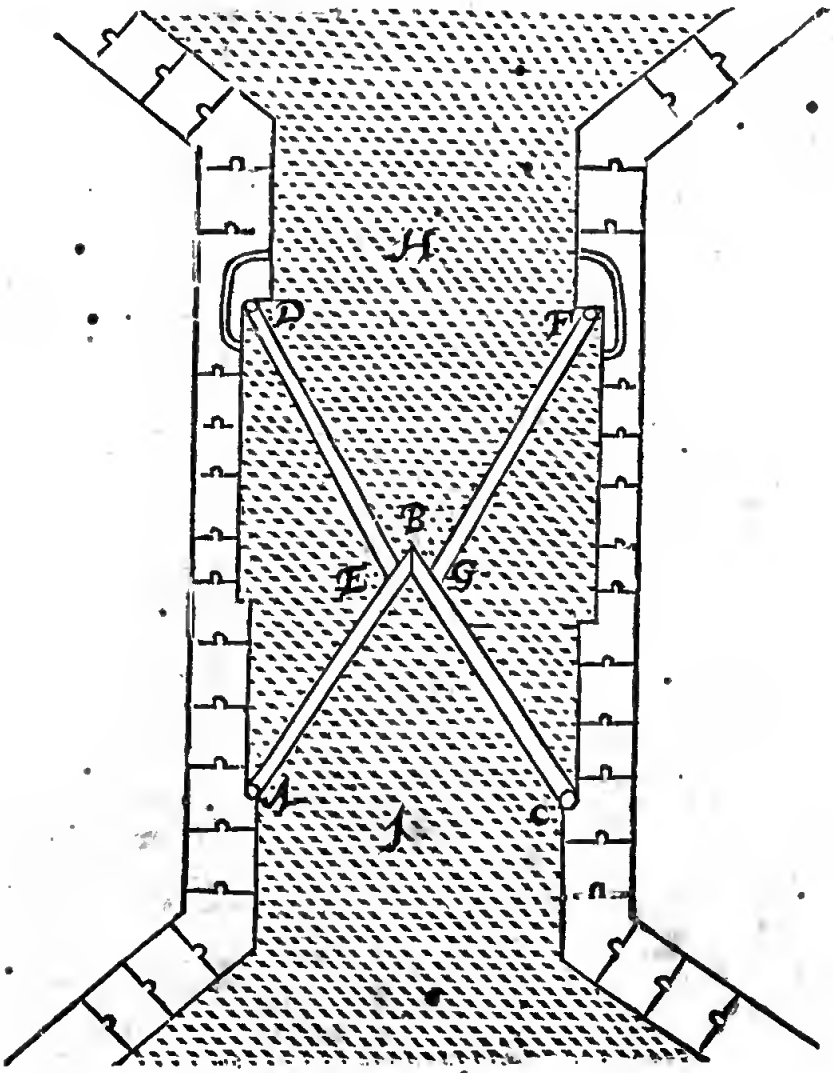
6 Figure.



L'inven-

L'invention de Cornelis Dirixſen eſtoit comme il eſt demonſtré avec le plan ſuivant : Soyent par A B & B C ſignifiées deux portes poinctues, s'aſſemblants à la poincte B : Et encore une autre paire de portes poinctues comme D E & F G, entre leſquelles vient ladite poincte B : Puis il y a deux petites Eſcluſes, l'une pres de D, l'autre pres de F : L'eau baſſe exterieure eſt du coſté de H, & du coſté de I l'eau haute retenuë au receptacle : Pour declarer maintenant l'ouverture de ceſte Eſcluſe, il faut noter premierement que l'eau eſt aux deux triangles A E D, C G H de la hauteur de la plus haute eau interieure I, avec quoy les deux portes D E, F G preſſent contre la poincte B des deux portes A B, C B, leſquelles neantmoins demeurent cloſes enſemble : Mais l'eau des ſuſdits deux triangles A E D, C G F, eſtant vuidée par les deux petites Eſcluſes pres de D & F, il n'y a alors aucun preſſement contre les deux portes D E, F G, comme auparavant, mais vient contre les deux portes A B, C B, qui s'ouvrent pourtant & pouſſent les autres deux portes D E, F G, tellement qu'elles s'ouvrent auſſi, l'eau ſortant ainſi qui fait la profondeur.

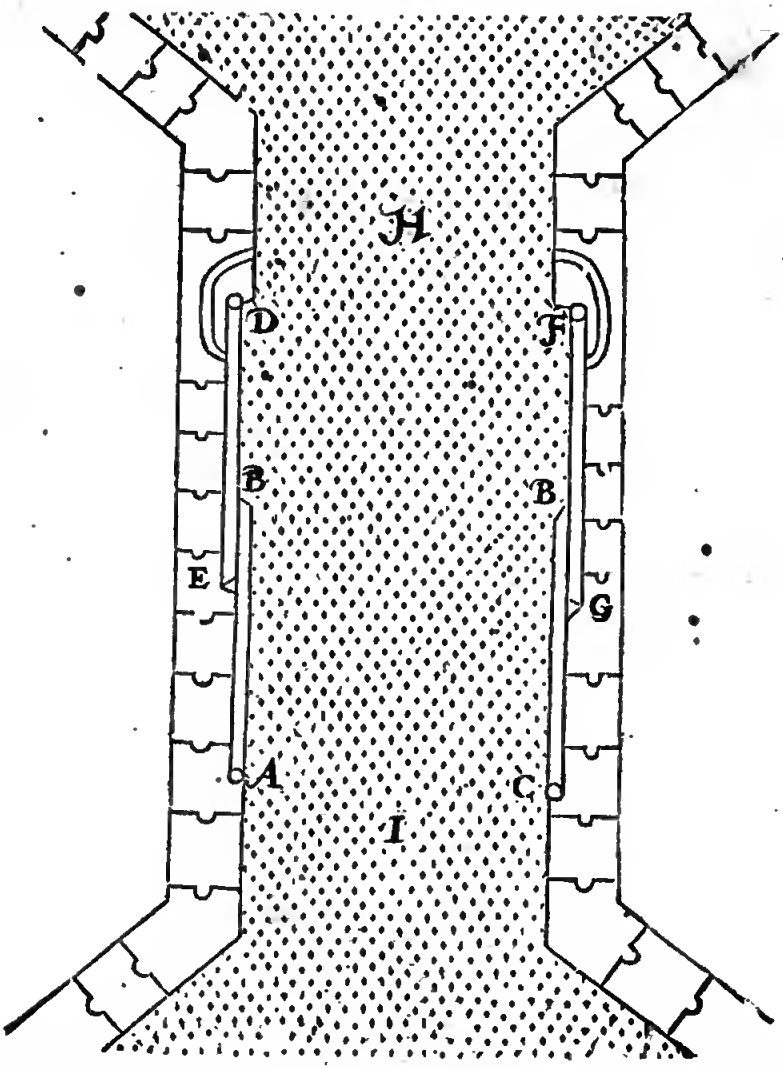
7 FIGURE.



Mais

Mais pour demonſtrer la diſpoſition d'icelles portes ouvertes, je marque ceſte 8 Figuete.

8 Figure.



La ſuſdite maniere d'Adrien Ianſſen, a eſté en apres amendée par Adrien Diricxſen Charpentier à Delf, & appliquée en denx portes poinctues, comme il eſt declaré cy-devant par la 5 Figure, dont il a obtenu octroy des *Tres-Puiſſants Seigneurs les Eſtats*, de les pouvoir faire luy ſeul : On a mis deux Eſclnſes à Maſelantſluys, & encore une à Hellevoetſluys, ſelon cette maniere.

On en a fait auſſi une à Vlaerdingen, une antre à Schiedam, & une troiſieſme à Winnoxbergen en Flandres, ſelon la maniere de la 7 Figure.

Mais s'il eſtoit queſtion, laquelle de ces denx manieres eſt la meilleure, & ſi j'en devois dire mon advis, il ſeroit que les portes de la 5 Figure me plaiſent par deſſus les autres : Premierement, pource que chacune des quarre portes de la 7 Figure ſont environ deux fois auſſi longues que chaque de la 5 Figure, à cauſe que l'angle D E A en la 7 Figure, doit eſtre fort obtus pour les pouvoir ouvrir, laquelle ouverture ſeroit impoſſible ſi cet angle eſtoit droit, tellement qu'icelles portes ſont auſſi longues que l'Eſcluſe eſt large ; celle de Schiedam eſt de 30 pieds ; là où les Eſcluſes à portes toutnantes ſur eſguilles avec leur chaſſis ne requerrent chacnne que 16 pieds : Ceſte grande longueur de portes cauſe grand poids, tellement qu'à Schiedam on les fait aller ſur des roulles de cuivre appliquées au coſté inferieur des chaſſis, & tournant ſur un fond ferré ; de ſorte que quand on voudroit faire des portes toutnantes ſur eſguilles de telle longueut, l'Eſcluſe deviendroit environ deux fois auſſi large : Secondement, que l'ouverture d'une Eſcluſe qui ſe fait en levant ſeulement un loquet, eſt plus commode que l'autre maniere.

II Chapitre.

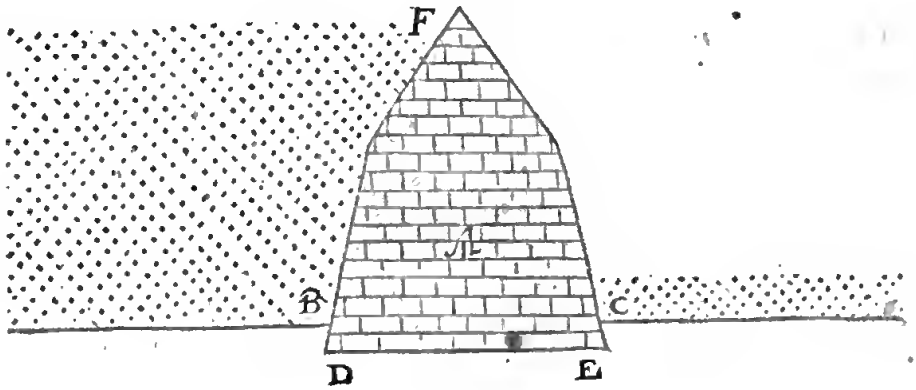
De l'affermiſſement des fonds des Eſcluſes & Dodanes.

QUoy que les fonds des Eſcluſes & Dodanes ou Retenuës ſe facent en ces Païs d'une bonne prevoyance, & grand couſt, toutefois on n'a ſçeu parvenir à telle aſſeurance, qu'il n'en advienne ſouvent des grands inconvenients par les haures eaux, deſquelles les

les fonds ſont tellement ruinez ou minez, que les Eſcluſes deviennent infructueuſes, les Dodanes rombent & s'enfonçent bien avant ſous l'eau, noyant le Païs. Mais puis que cecy advient à des Eſcluſes qui à beaucoup pres, n'ont telle largeur & profondeur, que les Eſcluſes d'eſguilles propoſées, par leſquelles paſſeroyent les plus grands Navires; quelqu'un pourroit douter, & non ſans raiſon, ſi ceſte imperfection de fonds ne ſeroit point cauſe finalement de ne pouvoir ſuivre ce qu'on en attend: Mais parce que mon opinion eſt toute autre, je deſcriray premierement, pour bien la declarer, la cauſe d'icelle imperfection, à fin que par telle cognoiſſance ceſte maniere d'affermiſſement puiſſe avoir meilleur ſuccés.

Soit à ceſte fin A relief d'un Dodane, B l'eau exterieure, C l'eau interieure, ou le foſſé, D E le fond ſur lequel git le Dodane: Ceſte eau exterieure B venant environ le ſommet du Dodane pres F, comme il arrive quelquefois, il y a deux cauſes principales qui le font tomber: Premierement la profonde rupture, qui avec telles eaux extraordinairement hautes vient quelquefois au pied du Dodane là où auparavant, on n'avoit point eſté: Ceſte rupture venant plus bas que la maſſonnerie du Dodane, & puis deſſous le Dodane, ruine & diſſipe le fond, renverſant le Dodane: Et combien que telle rupture n'advienne pas quand on met le Dodane plus en arriere, auſſi loing de l'embouchure du foſſe que le flot de la Riviere n'y vienne point alencontre, il y a l'eau eſtant baſſe, un bout de foſſé ſec, depuis le Dodane juſques à l'embouchure, endommageable à la Fortification de la Ville. L'autre cauſe eſt le preſſement, qui, telle eau eſtant extraordinairement haute, eſt ſi extremement fort, que le coulement de l'eau haute ſous le Dodane de B par D E juſques en l'eau baſſe C,

1 Figure.



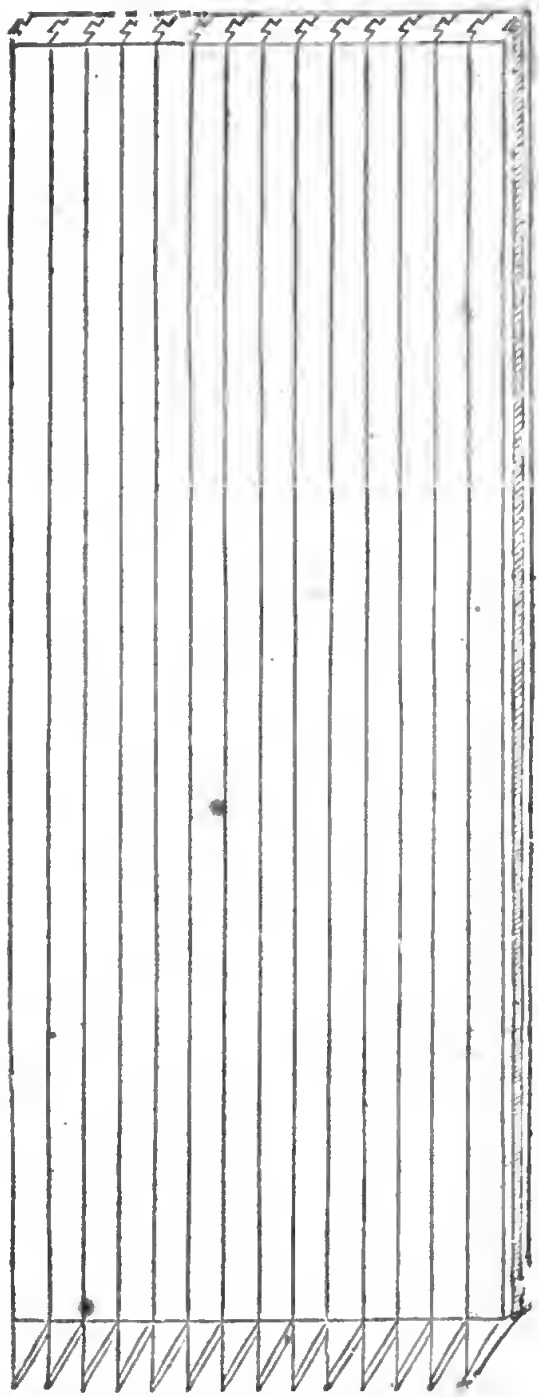
acquiert la force de mouvoir ou remuer le ſable; ce qui eſtant venu ſi avant, ce remuement devient ſubitement de grand en plus grand, procedant comme le feu és maiſons, lequel commençant par un petit feu, s'augmente incontinent: De ſorte que le fond eſtant diſſipé, le Dodane ſe rompt, & aucunefois s'enfonçe entierement ſous l'eau: Ces deux cauſes adviennent à quelques Dodanes enſemble, qui alors le font tomber plus facilement.

Quant au hiement de pieux pour le renforcement du fond des Dodanes, on ne pourvoit pas par là à ces deux incunveniens, veuque la diſſipation du ſable, enſemble le preſſement de l'eau au travers du ſable, prend ſon cours entre les pieux: Tellement que la cauſe de ces inconveniens ſemble plus advenir, parce qu'on n'en peut trouver regle baſtante, que par la faute des Ouvriers ou Entrepreneurs d'ouvrage, leſquels on accuſe aucunefois à tort.

Mais d'autant qu'on peut maintenant mieux pourvoir à ces deux inconveniens, que l'on n'a fait par cy-devant, & cela avec des pieux hiez, ouvrez, & attachez en la longueur l'un à l'autre avec des queuës d'arondelles, j'en mets icy ceſte 2 Figure, en laquelle il faut ſçavoir que la largeur d'une queuë d'arondelle eſt enviton la troiſieſme partie de l'eſpeſſeur du pieu, les bouts inferieurs ſont coupez de bihay, à fin qu'en hiant l'on face preſſer chaque pieu contre le pieu qui eſt hié.

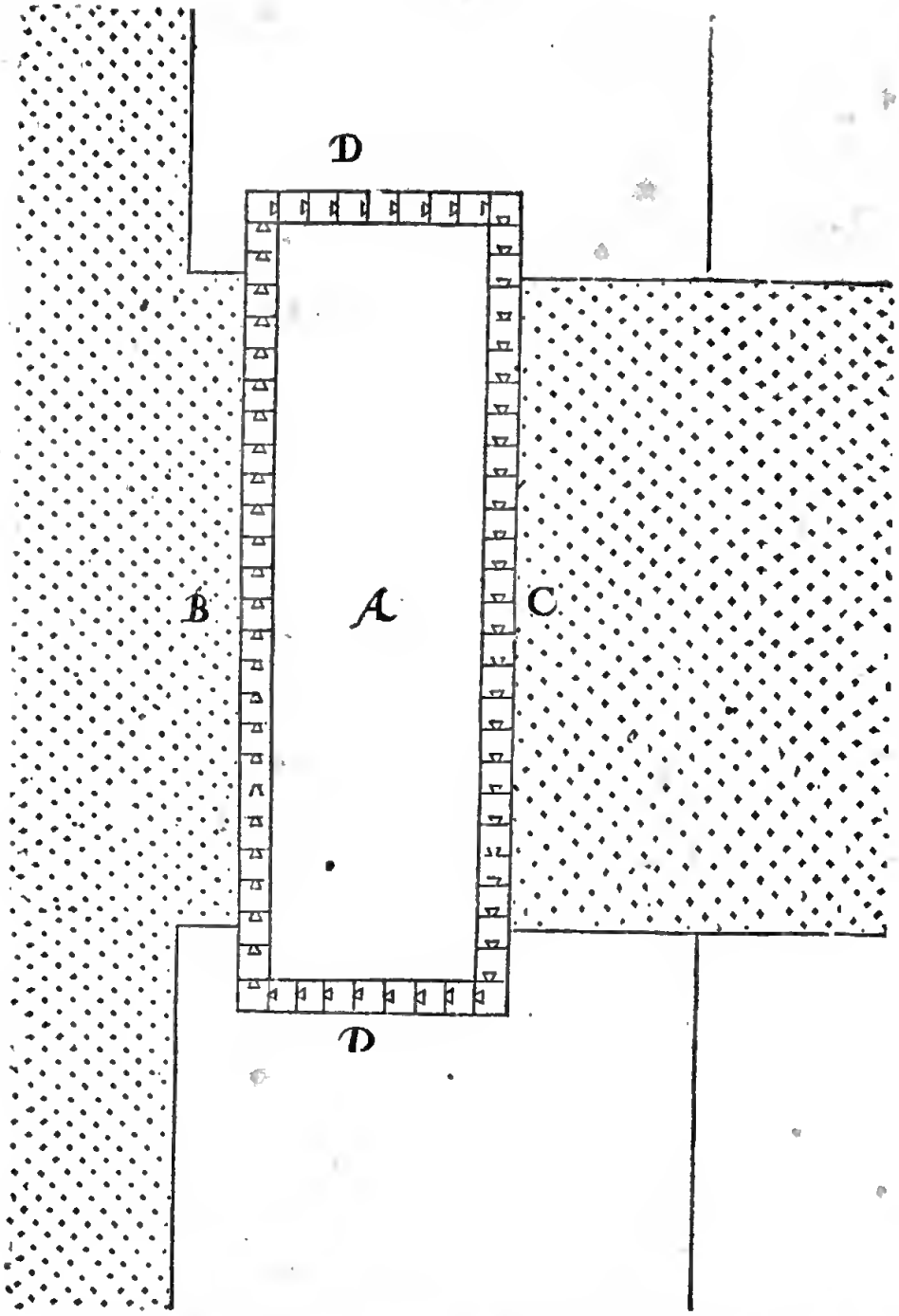
Notez qu'encore bien que ces pieux ſoient marquez quarrez pour labienſeance, que toutefois il eſt libre de les faire plats ſeulement les deux coſtez, auſquels viennent la queuë d'arondelle & fueilliere, laiſſant demeurer la rondeur arbreuſe des deux autres coſtez, à fin que par ce moyen le pieu comprenne plus de bois, à moindre couſt du labeur. En outre, on peut faire les queuës d'arondelles d'une regle de bois particuliere, & l'attacher de clous contre l'un des coſtés plats du pieu, & contre l'autre coſté deux regles particulieres, auſſi clouées, comprenant la fueilliere entre deux, car ainſi le pieu des deux coſtez tient auſſi plus de bois, & avec moindre couſt de labeur, que s'ils eſtoyent faits par cavement du bois des pieux.

2 Figure.



Poor declarer maintenant comment les fonds des Dodanes ſe peuvent aſſeurer avec ces pieux à queuës d'arondelles, j'en donne premierement le plan de ceſte 3 Figure, en laquelle A ſignifie le fond du Dodane, eſtant un quadrangle comprins en pieux à queuës d'arondelle, qui ſont hiez bien profund, & dont ſe voyent icy ſeulement les ſommers, B eſt l'eau exterieure, D la Digue: Le ſable ou ſange qui eſt dedans le quadrangle A, ſe tire en hant ſous l'eau, avec des outils tels que ceux dont on tire les tourbes en Hollande, qui ſe fait bien juſques à la profondeur de 20 pieds (j'ay dit icy ſous l'eau, ce qui eſt à fin que le ſable flottaor oe monte en haut) apres on hie en ce puits quadrangulaire des pieux ſa os queuës d'arondelle, pour porter la maſſonnerie; apre s on emplit les places vuides entre les pieux de bonne argille. Notez encore que ee Dodane vient aux deux bouts D dedans la Digue, & non ſimplement alencontre, depeur qu'à cauſe du trop peu de

3 Figure.

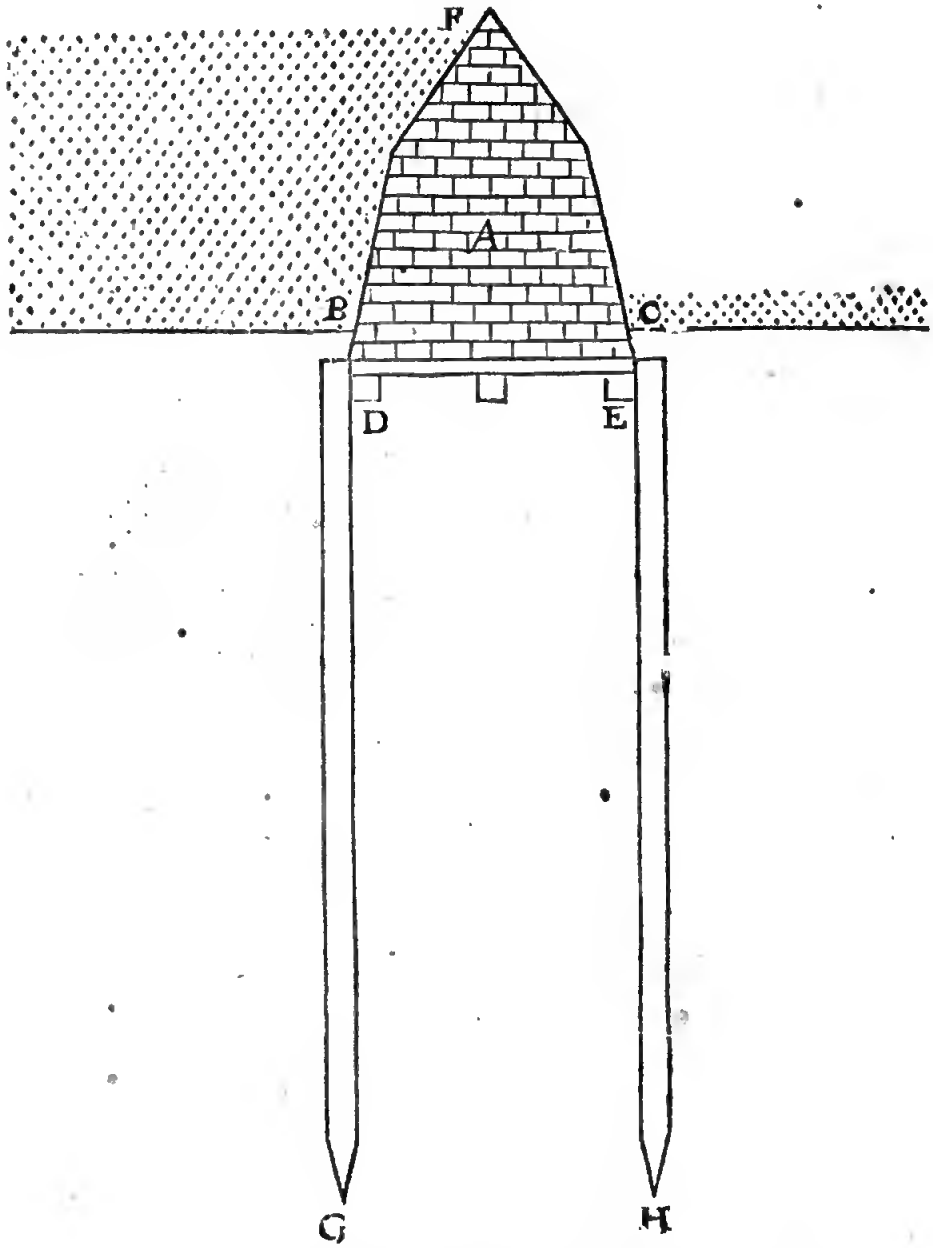


de matiere, il advienne un tel percement de coſté, qu'il eſt advenu pour le peu de matiere deſſous le Dodane, dont nous avons parlé cy-devant en la premiere Figure.

Ceey eſtant ainſi, on maçonne ſur ce fond un Dodane de pierre, dont le ptofil eſt comme demonſtre ceſte 4 Figure, en laquelle A, B, C, D, E, F ſont de telle ſignification qu'en la 1 Figure, & on y applique encore les pieux à queuës d'arondelle P G, C H: Il appert en icelle Figure comment on pourvoit contte les ſuſdites deux cauſes, car y ayant devant le Dodane une ptofondeur de 20, 30 ou 40 pieds, & que les pieux demeurent encore trois ou quatre pieds dedans le ſable, le fond du Dodane demeure en ſon entier: Et apres que l'eau haute eſt finie, la Riviere eſt ordinairement encline de porter du ſable en ceſte profondeur, comme elle eſtoit auparavant. Quant à la deuxieſme cauſe du grand preſſement de l'eau qui ruine le fond, cela eſt icy auſſi empeſché, car ſi le Dodane recevoit de deſſous quelque coulement, cela ſe devroit faire deſſous les

pieux à queuë d'arondelle, comme pres G & H, mais cela n'eſt pas bien poſſible, pour le grand corps d'argille & ſable de B juſques à G, de G à H, & auſſi de H à C en haut, qui en ſi grande ptofondité ſe devroit mouvoir : Et encore qu'il ſeroit diſſipé de B juſques auptes de G, la grande quantité de ſable de B juſques à H, & de H en haut juſques à C, ne ſe pourroit facilement mouvoir.

4 Figure.



Quant à ce que quelqu'un pourroit dire, que quand il arrive devant les pieux de B juſques à G, une plus grande profondeur que la longueur des pieux, & que la diſſipation du ſable vient plus avant ſous le Dodane deſtruiſant le fond, qu'il faut alors que le Dodane avec les pieux, & tout ce qu'il y a dedans vienne à tomber : On reſpond là deſſus, qu'il y a grande difference entre un fond comme ceſtuy-cy, qui ne ſe peut diſſiper que par une precedente profonde ruine, & un fond qui ſe diſſipe ſeulement par preſſement ſans precedente ruine, comme celuy de la 1 Figure : Auſſi qu'il advient rarement, qu'icelle ruine vienne auſſi profonde que la longueur de longs pieux.

J'ay bien communiqué ceſte mienne opinion de pieux à queuës d'arondelles à quelques Ingenieurs, dont s'en eſt enſuivi qu'on a mis en ces Païs devant quelques baſtiments au bord de l'eau, des planches 3 ou 4 pieds de profond, & eſpaiſſes ſeulement de deux doigts, avec des fueillieres triangulaires fichées l'une en l'autre, mais telles planches ne peuvent ſupporter la hie pour venir à la profondeur cõperente ; mon intention eſt de tels pieux à queuë d'arondelles, comme j'ay declaré cy-devant.

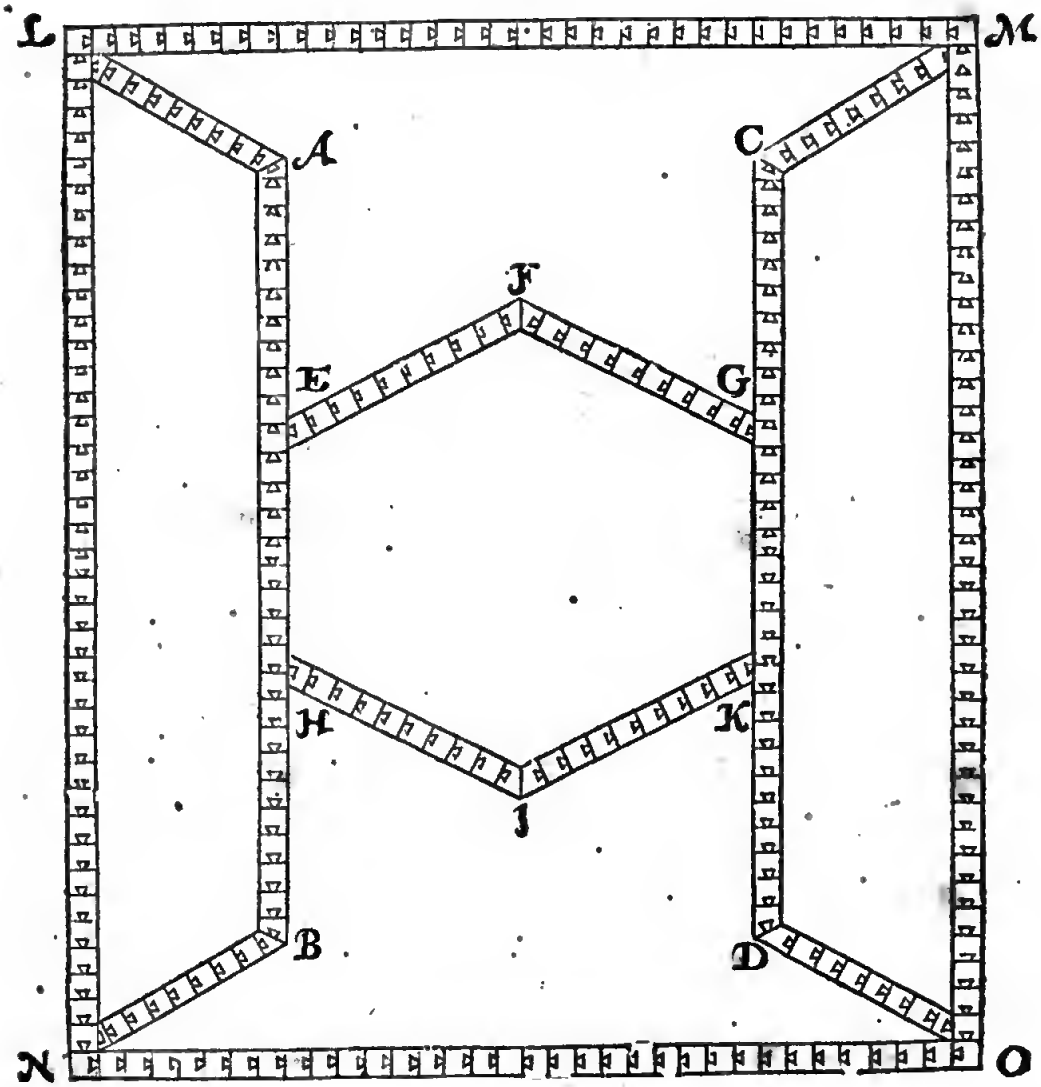
Cecy

Cecy eſtant dit des fonds des Dodanes, je viendray maintenant aux fonds des Eſeluſes, metrant à icelle fin le plan de ceſte 5 Figure, qui comme la 3 Figure conſiſte auſſi en rangs de pieux à queuës d'arondelles (c'eſt aſſavoir qu'il y a encore en icelle autant de pieux ſans queuës d'arondelles, comme requiert l'eſpeſſeur des murailles & contreforts pour repoſer là deſſus) entre leſquelles AB, CD ſignifient les deux jouës, & la place comprinſe entre deux eſt le ruiſſeau pour le cours de l'eau, EFG ſe ſueil de devant, HIK le ſueil de derriere, AL, CM les aiſſes de devant, la place entre deux eſt le liƈt ſur lequel l'eau rombe, BN, DO les aiſſes de derriere, la place entre deux eſt le liƈt, encore y a-il deux rangs LN, MO.

Des pieux eſtant ainſi fichez que tant leurs ſommets que les pointes inferieures ayent leur competente profondeur, on en tirera toute la mariere (comme il eſt dit cy-devant du Dodane) de ſable ou fange, & on remplira les places avec de l'argille chacune à ſa hauteur requiſe, à ſçavoir que le ruiſſeau & les deux liƈts demeureront auſſi profonds que les conditions requierrent, pour fabriquer là deſſus l'aire de bois & maſſonnerie, mais les deux places LABN, MCDO auſſi hautes d'argille comme la Digue.

Pour declarer maintenant la fermeté de tel fond, je dis ainſi: Si lon poſe que les pieux du rang LM ont la profondeur de 40 pieds, il s'enſuit qu'encore que l'eau tombante outre iceluy LM, feroit un puits profond

5 Figure.

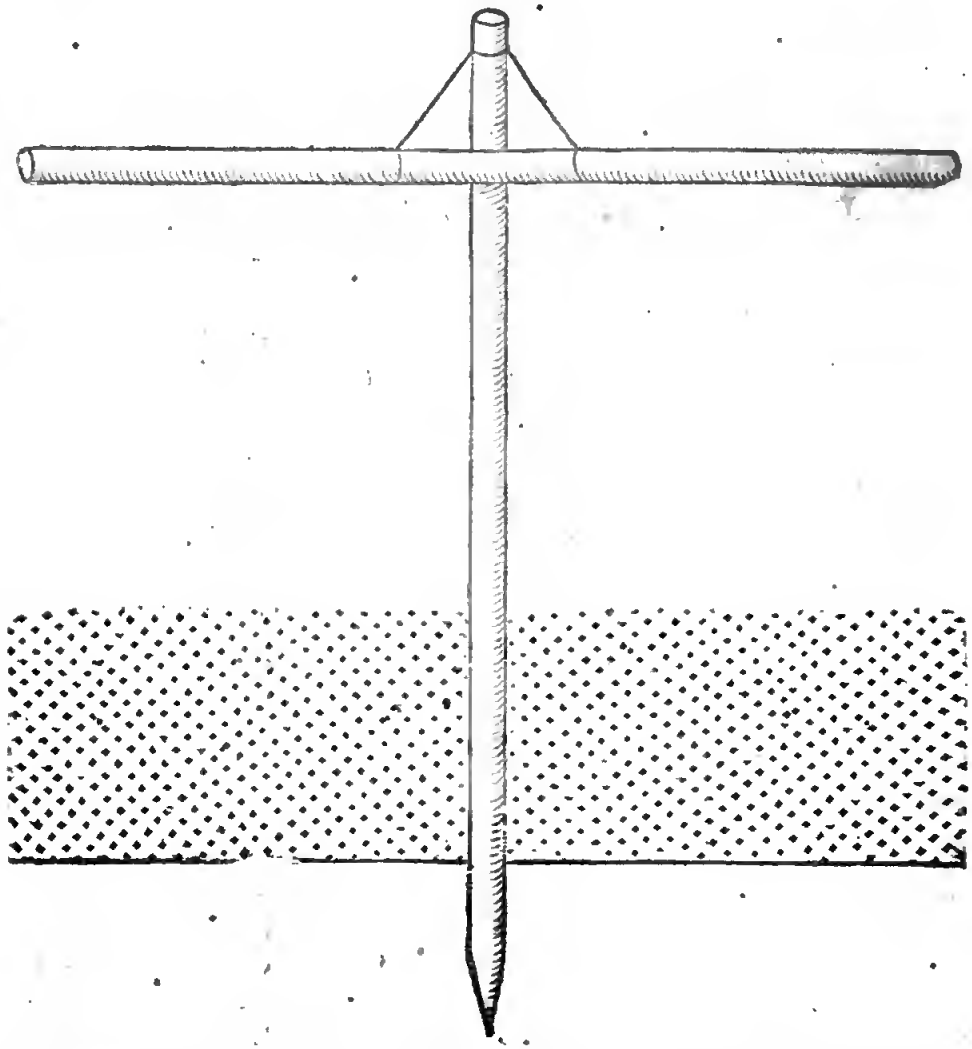


de 30 pieds, le liƈt LAEFGCM, & tout le reſte demeure ferme: Secondement, encore qu'avec le temps l'argille comprinſe entre les ſuſdits pieux à queuë d'arondelle ſeroit diſſipée bien profondement (ce qui ſe peut remplir & reparer) ſi eſt-ce que l'Eſeluſe demeurera toutefois fermement cloſe, car les portes eſtans fermées, les pieux à queuë d'arondelle font par tout ferme cloſture.

Il faut encore ſçavoir, qu'il eſt utile de mettre pres le bout du liƈt des groſſes pierres, auſſi peſantes qu'elles ne ſe meuvent par la cheute de l'eau, à fin d'en garder le fond, car il pourroit advenir que le ſable ſeroit cavé plus profondement que n'eſt la longueur des pieux à queuë d'arondelle, ce qu'advenant le fond du liƈt ſe diſſiperoit, & autre malheur en pourroit enſuivre.

Notez encore qu'il a bien eſté parlé icy de l'aſſeurance des fonds avec des pieux, eſtans hiez à la profondeur de 40 ou 50 pieds, mais quelqu'un pourroit penſer que cela eſt par tout impoſſible, à cauſe que les pieux venant à toucher le ſable flottant, ne veulent entrer plus avant. On reſpond à cecy, que cela ſe dit & ſe croit ainſi en ces Païs; mais il en eſt autrement, car pendant aſſez de poids au ſommet du pieu ils ſe hient bien avant dans le ſable flottant, ſans puis apres ſe lever ou tomber: Cecy a eſté en uſage à Melving en Pruyſſe, là où l'Architecte de ceſte Ville, nommé Maiſtre Martin, natif de Haerlem, me dit avoir aprins cela d'un ouvriet Polonois, qui hioit avec les autres, lequel voyant qu'on deſiſtoit de hiër, patce qu'on eſtoit parvenu au ſable mouvant, ſans pouvoit venir plus avant, diſoit & monſtroit par effect comment on hioit en ſon Païs; ce qui ſe faiſoit avec un des pieux qui flottoyent en l'eau, qu'on pendoit au pieu qu'on hioit, comme ceſte 6 Figure demonſtre, par laquelle ſe peut entendre que tant plus on pend de poids au pieu, que tant meilleur en eſt le ſuccès;

6 Figure.



car on ne tient pas ſeulement ainſi ce qu'on gaigne à chaque coup, mais d'avantage le pieu entre à chaque coup plus avant.

On s'eſt ſervi au ſiege d'Oſtende d'une maniere de faire enttet des pieux dedans le ſable par remuement, à ſçavoir titant avec des cordes d'un coſté & d'autre, & cela ſans ceſſe, juſques à ce qu'ils avoyent leur profondeur competente; car eſtant coy auſſi long temps que la ſable ſe ſoit aſſis, on ne ſçait en aptes remuer le pieu: Et eſt à notet que le ſuſdit pendement de poids au pieu donne icy auſſi grand avantage. Ceſte maniere vint de ce que l'ouvrage ſe devoit faire de nuict, ſans faire bruit avec le tombemẽt de la hie, vers lequel l'ennemy titoit des canonades: Mais on ne peut faire entrer ces pieux par tel remuement, à cauſe qu'ils ſont fichez les uns aux autres avec les queuës d'arondelles, tellement que cecy eſt ſeulement recité pour memoire. Il faut auſſi ſçavoir, qu'on ne ſe peut ſervir de ce remuement quand deſſous le ſable il y a de l'argille, fange ou ſemblable matiere ferme, par laquelle il faut hiër les pieux.

III Chapitre.

Contenant une regle generale de la nouvelle maniere de fortification des Villes par Eſcluſes.

ARGUMENT DE CE Chapitre.

AYant parlé en l'Argument de ce Teaicté de la difference en general entre ce 3 Chapitee & le 4; laquelle ſuivant les ſuſcriptions paeticulieees des exemplés de ce 3 Chapiece ſera comme s'enſuit:

1 *Exemple d'une Ville ſituée au bord de l'eau, là où les Dunes ou Digues viennent contre les remparts, & requerrent amendement.*

2 *Exemple de l'amendement de la Ville du premier exemple par deux Eſcluſes.*

3 *Exemple des Ravelines devant les Eſcluſes.*

4 *Exemple des Moulins joignane les Eſclaſes, & des Ravelins devant iceux, avec l'utilité qui en procede.*

5 *Exemple de la meilleure fortification & autres commoditez, que la ſuſdite Ville acquiert par le fouiſſement d'un autre foſſé.*

6 *Exemple contenant la maniere d'approfondir les foſſez des Villes qui ne ſont point ſituées aux bords de l'eau comme les precedentes, mais auſſi loing de là qu'on pourroit mettre un Camp entre deux.*

7 *Exemple de l'approfondiſſement, qu'on peut faire és foſſez des Villes ſituées au bord de la Mer, ou de grandes Rivieres ſans flux & reflux, mais ayant ſeulement une petite Riviere venant à la Ville.*

8 *Exemple pour approfondir avec une grande Riviere navigable ſans flux & reflux, ſans petites Rivieres auſſi venances à la Ville.*

9 *Exemple de l'approfondiſſement des foſſez des Villes loing de la Mer, ou de grandes Rivieres navigables, mais ayant une petite Riviere non navigable.*

10 *Exemple de l'amendement des receptacles qui ſont en uſage aux plats Païs, tant pour approfondir les Havres, que pour ſecher les Terres.*

11 *Exemple de l'approfondiſſement des foſſez par tourbieres (qu'on nomme en Hollande Veuen) où l'on fonit des tourbes.*

12 *Exemple de la maniere d'approfondir les Rivieres ou Foſſez navigeables entre deux Iſles, ou entre Terre ferme & une Iſle, là où il y a flux & reflux.*

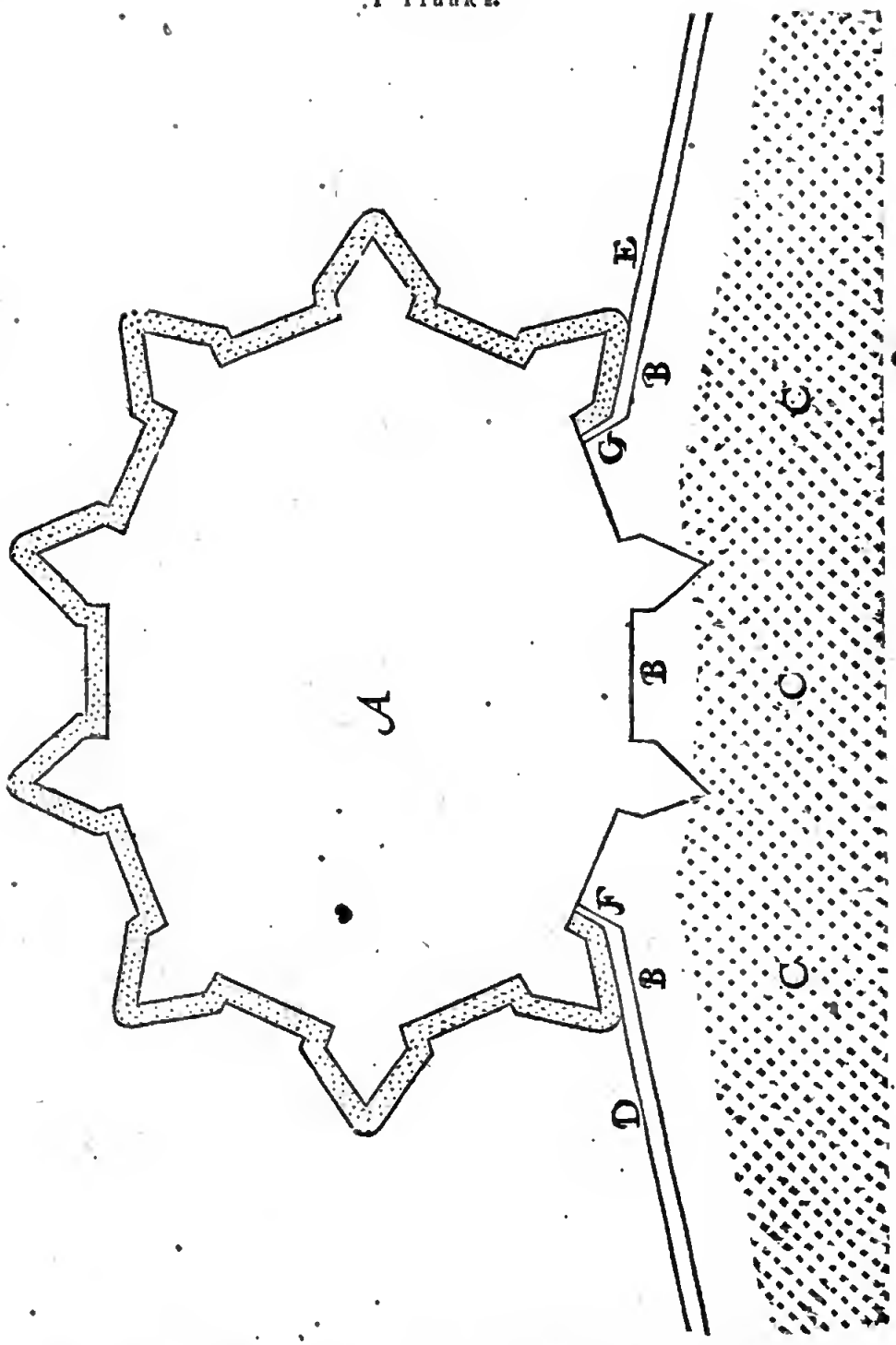
1 Exemple.

D'une Ville ſituée au bord de l'eau, là où les Dunes ou Digues viennent contre les remparts, & requerrent amendement.

SOit à telle fin en ceſte 1 Figure A une Ville ſituée au boed B, tellement que la Mee ou geande Riviere, ayant flux & reflux frappe, quand la Mee eſt haute contee la Ville, ſans qu'entre l'eau & la Ville il y ait place pour logee un Camp: D & E ſignifient les Dunes ou Digues, des deux coſtez touchant aux remparts. Telles Villes ont eu juſques à maintenane cet inconvenient, qu'on ne les a ſceu fortifiee comme il appartiene, parce qu'aux lieux de D & E on ne peut faire des foſſez, cae s'il y a des Dunes de ſable, la peofondeue qu'on y ceeuſe ne peut demeuree, mais ſe eemplie ineontinent avec ſon ſable à la hauteur du bord, pae le mouvement de l'eau, & les vents auſſi rendent encore les Dunes plus hautes: Mais eſtane auſdits lieux D & E des Digues qui touchent contre les remparts, elles empliſſent les foſſez; & encore qu'on y mette des Dodanes de pieeee comme ceux qui ſont matquez pees de F & G, le long du bord eſt ſec. comme de F à G, principalement la maeée eſtant baſſe, & les vents venants du coſté de la Teere.

Poue obvier aux inconveniens de la peecedenté Ville du 1 Exemple, je declaeeray ma ſuſdite intention, peopoſant premieeement les Exemples de moindee couſt; & apres ceux de plus grand, pour ſe pouvoie gouvernee en l'amendement, ſelon la neceſſité & l'argent qu'on y pourroie employer.

1 Figure.



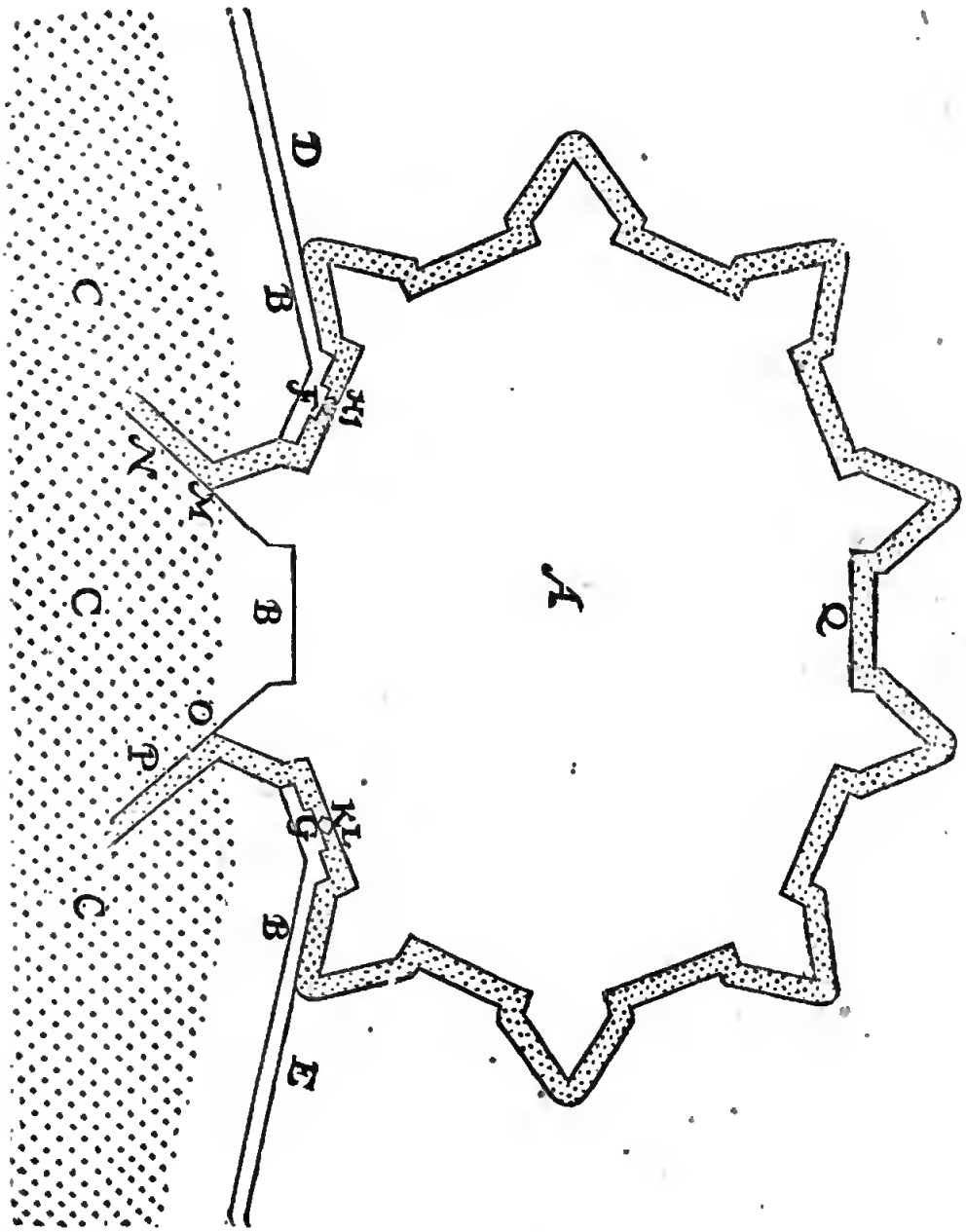
2 Exemple.

De l'amendement de la Ville du 1 Exemple par deux Escluses à portes d'esguilles.

ON ostera les deux Dodanes F, G, du 1 Exemple; & on mettra près de chacune d'icelles places une Escluse à portes d'esguille, large par exemple de 50 pieds, chacune avec deux paires de portes, comme en ce 2 Exemple, là où au lieu du Dodane F, sont mises les deux paires de portes H & I, & où au lieu du Dodane G, les deux paires de portes K L estant de forme comme le Sas de Flissinge, qui est large de 40 pieds 10 doigts mesure de Rhinlande, ayant aussi deux paires de portes poinctues: Apres on fouïra d'icelles portes jusques à l'eau de la Mer ou Riviere, aussi avant qu'il est necessaire, comme est demonstré par les deux Fossez ou Havres

Havres MN & OP, leſquels ſont mis icy comme ſi par imagination ils eſtoient produits juſques à ce qu'ils ſe touchaſſent l'un l'autre, & fiſſent un rectangle ; & ce à telle fin que je diray cy-apres : Il faut auſſi ſçavoir que ces deux Havres doivent eſtre pourveus de teſtes, auſſi longues que la neceſſité le requiert, à fin que le Havre demeure en icelle forme, pour faire meilleure profondeur par le bord de la Mer ou de la Riviere.

2 Figure.



Cecy eſtant ainſi, je declareray maintenant l'uſage : la Mer haute du flux eſtant retenuë par les portes H, L, & apres l'eau exterieure eſtant venuë par le reflux au plus bas, on ouvrira unefois les portes L, laiſſant celles de H fermées, & alors toute l'eau qui eſt dans le foſſe H Q L vuidera par les portes L, faiſant profondeur à la partie du foſſe K O P, une autrefois on ouvrira les portes H, laiſſant celles de L fermées, & alors toute l'eau qui eſt dans le foſſe L Q H ſortira par les portes H, faiſant profondeur à la partie du foſſe I N M, & outre cela approfondira tout le foſſe ; parce que l'eau a le cours tres-fort. Il y a encore icy à conſiderer, qu'en-

qu'encore bien qu'à cauſe du fort cours il y aye dedans le foſſé bonne profondeur, que toutefois elle ne ſera pas ſi profonde qu'aux deux parties du foſſe ou Havres H M N, L O P; parce que l'eau tombe en iceux de haut en lieu bas & vuide. Mais à fin d'avoir auſſi tel approfondiſſement au foſſé H Q L, cela ſe fera ainſi: L'eau du reflux eſtant dedans le foſſé au plus bas, on fermera les portes K I: Puis apres l'eau exterieure du flux eſtant venuë au plus haut, on ouvrira l'une paire des portes, je prens I, & alors la haute eau exterieure tombera dans le foſſé vuide, en faiſant la profondeur plus grande que ſelon la premiere maniere: Et combien que le ſable ſe porte de H par de là Q & K, s'aſſemblant là ſans ſortir pour icelle fois hors du foſſé, parce que K demeure fermée; cela ſe peut puis apres oſter par L, avec l'eau haute du foſſé ſur l'eau baſſe exterieure, ſelon la maniere cy-devant expliquée. Telle façon d'approfondir le foſſé, l'une fois par l'ouverture des portes I, celles de K demeurant cloſes, ſe peut faire une autrefois par l'ouverture des portes K celles de I demeurant cloſes.

Par ceſte maniere toute la Ville eſt entierement environnée d'eau, ſans qu'il y ait des parties ſeiches aux Dodanes F G, car en temps de neceſſité les portes eſtant ouvertes, & attachées contre les jones, avec des fortes ſerrures, il y aura à icelle place la largeur de 50 pieds de foſſé de grande profondeur, & ce encore l'eau eſtant baſſe: Outre cela on peut pour eſtre plus aſſeuré mettre devant ces Eſcluſes des Ravelins, dont je feray la declaration au 3 Exemple.

Cecy peut encore ſervir d'exemple, que preſque par telle maniere la Ville d Oſtende a acquis la force, par laquelle elle a reſiſté le temps du ſi renommé & durable ſiege: Car au paravant c'eſtoit (comme ſont communement telles Villes) une place foible, laquelle reçeut ſa force par le percement de ſes deux extremitez ſablonneuſes.

Il faut encore ſçavoir, que par deſſus le renforcement que la Ville acquiert par ceſte maniere, tel foſſé eſt commode pour ſervir de Havre, pour en temps d'aſſiegement laiſſer entrer les Navires, & apporter toutes choſes neceſſaires: Puis pour en temps de Paix, lors qu'on n'a point crainte de l'ennemy, pouvoir faire grand traffique: Pour ſauver auſſi les Navires, lors que la glace flotte, & y hyverner, tendant non ſeulement au grand avantage des Villes; mais auſſi, comme il eſt dit cy-devant, à la grande commodité & aſſeurance des Navires, corps & biens des hommes navigans: Et par ainſi les foſſez qui auparavant eſtoient pleins d'eau puante, peuvent par ce moyen eſtre exempts de tels inconveniens.

Apres, puis que les Havres M N, P O eſtans produits par imagination, ainſi qu'ils facent un angle droit, s'enſuit que ſi l'on ſuppoſe que l'un des Havres, comme M N tende vers Septentrion, l'autre P O tendra vers Occident, d'où ſe peut conclurre qu'on pourroit preſques avec tout vent entrer & ſortir, & ne pouvoir jamais avoir le vent entierement contraire, moyennant qu'on choiſiſſe un Havre auquel le vent a le plus grand avantage: De ſorte qu'un tel foſſé eſt comme une rade, à laquelle les Navires bien aſſeurées peuvent attendre le bon vent, pour ſortir par l'un ou l'autre Havre.

Mais parce que quelqu'un pourroit douter, ſi telles grandes profondeurs ſe pourroyent ainſi faire par les Dunes, comme au lieu de N M, P O, je dis qu'on le peut veoir par exemple, entre autres aux Havres à Calais, Dunkercke, Nieuport, Oſtende, & pluſieurs autres, leſquels ſont faits & entretenus avec petites portes d'Eſcluſes, leſquels Havres ſeroyent ſans ces Eſcluſes (combien qu'elles ſont fort petites en comparaiſon de celles-cy) en peu de temps remplis de ſable: En outre, on voit pluſieurs Havres aux Villes, faits fort avant, avec petites Eſcluſes & petits receptacle: Comme à Fliſſinge, là où on entretient la profondeur du viel Havre, avec une porte large ſeulement de 3 pieds 3 doigs, & avec un receptacle qui a la longueur & largeur environ de 55 verges, qui deſcend viſtement, faiſant toutefois dans le Havre une telle grande profondeur comme il appert: La porte du nouveau Havre eſt environ de 6 pieds 2 doigts, dont ſe peut conjecturer quelle grande profondeur ſe feroit avec des portes larges de 50 pieds, là où le foſſé tout entier ſerviroit de receptacle, qui ne deſcendroit pas ſi haſtivement qu'un petit receptacle.

Ceſte maniere auſſi eſt fort propre, & apporte une grande commodité au faict des Moulins aquatiques, dont je parleray au 4 Exemple.

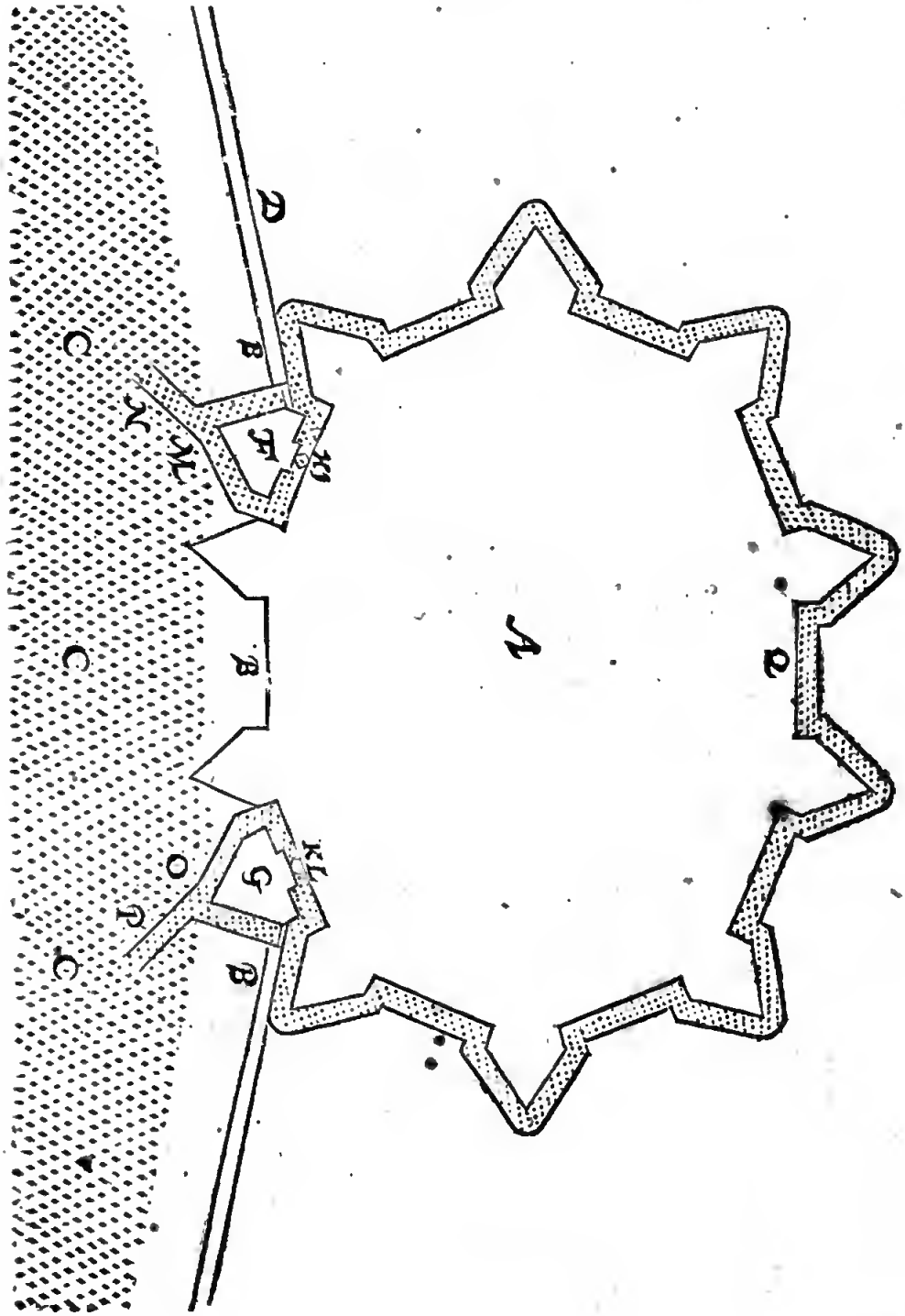
3 Exem-

3 Exemple.

Des Ravelins devant les Eſcluſes.

COmbien que quelques Villes qui ne ſont point en guerre, ne veulent du commencement faire des Ravelins, aimant mieux laiſſer les Eſcluſes nues comme au 2 Exemple, toutefois pour ceux qui les veulent, j'en mets icy ce 3 Exemple, auquel devant les Eſcluſes H I & K L ſont ſignez les Ravelins F & G, deſquels les faces ſe nettoyent hors des boulevarts joincts, comme il ſe void.

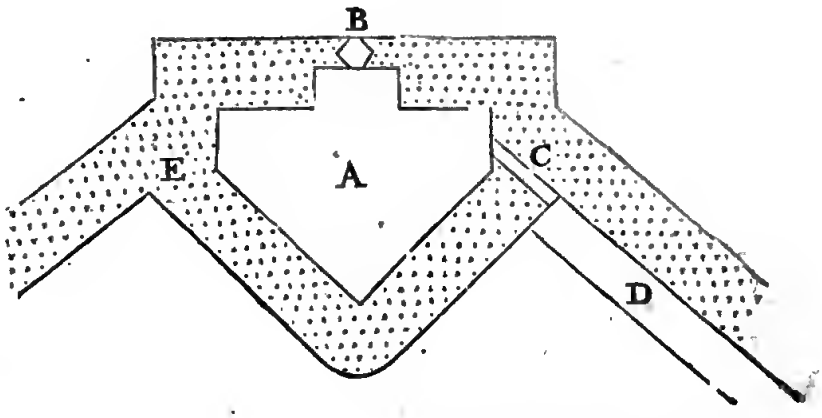
3 Figure.



Mais

Mais à fin que le ſens ſoit mieux declaré par une Figure plus grande, je marqueray icy ceſte 4 Figure du Ravelin A, mis ſeul devant les deux paires d'Eſcluſes pres B : Puis C ſignifie un Dodane au bout de la Digue D, dedans lequel doit (comme auſſi aux Dodanes des Figures ſuivantes) eſtre faite une petite Eſcluſe, ſeulement large d'un pied, qu'on leue en hant pour approfondir le foſſé du Ravelin, de C juſques à E. Les places pointées eſt l'eau du foſſe.

4 Figure.



4 Exemple.

Des Moulins joignant les Eſcluſes, & des Ravelins devant iceux, avec l'utilité qui en procede.

LEs Moulins ſelon la maniere dont on a uſé juſques à maintenant, ont fait grand empeſchement en la fortification des Villes, car moulant avec l'eau qui a flux & reflux, leur receptacle eſt dehors ou dedans la Ville : Eſtans dehors, le foſſé a (pour le premier) deux dommageables Dodanes.

Au ſecond, quand l'eau eſt vuidée par la mouture, le receptacle (eſtans partie du foſſé) eſt ſec.

Au troiſieſme, la fange & le ſable accroiſt fort ſur le fond du receptacle, tellement que devant qu'on le face profond, il comprend peu d'eau, & pour l'approfondir il couſte beaucoup.

Au quartieſme, ſi le receptacle eſt ordonné dedans la Ville, alors ne viennent à cauſe de cela point des Dodanes au foſſé, mais cela occupe dedans la Ville une grande place vuide, ſur laquelle on pourroit baſtir des maiſons quand il n'y auroit point de receptacle : auſſi tel receptacle eſt ſubject, comme l'autre à l'accroiſſement de la fange, au peu de profondeur, peu d'eau, & grands deſpens pour quelquefois l'approfondir.

Au cinquieſme, les Moulins moulans non pas avec la marée, comme deſſus, mais par des petites Rivieres, & lequels ſont dedans la Ville, icelles petites Rivietes ſont conduites par le foſſe entre deux dommageables Dodanes ou Terrains.

Au ſixieſme, ſi on les met hors de la Ville, & qu'on face courir les petites Rivieres par les foſſez, elles les empliſſent de ſable.

Au ſeptieſme, ſi on fait courir les petites Rivieres hors du foſſe, & qu'on y applique les Moulins, ils ſont en temps de guerre en peril d'eſtre bruſlez.

Mais quand on ordonne les Moulins comme en la 5 Figure (qui eſt comme on les met vulgairement joignant leur potte qui ſe leve en guindant pour paſſer les hautes eaux) les ſuſdits accidens ſont prevenus : Car premierement il n'y a point des dommageables Dodanes ou Terrains dedans les foſſez.

Au ſecond, tel receptacle ne ſe pourra vuider en une marée, ni demeurer ſec ; car en ce temps l'eau deſcendra fort peu pour ſa grandeur.

Au troiſieſme, le fond de tel receptacle ne s'accroiſtra point, ni ne le faudra aucunefois approfondir à grands frais, mais il demeurera continuellement profond, ou pour le continuel approfondiſſement deviendra plus profond, & comprendra beaucoup d'eau.

Au quatrieſme, il n'eſt pas beſoing d'ordonner des receptacles dedans la Ville qui comprennent une grande place inhabitée, & ſont comme les autres encore ſubjects à l'accroiſſement du fond, au peu de profondeur, peu d'eau, & grand deſpens pour aucunefois les approfondir.

Quant à la prevention des accidens des Moulins, qui vont avec les petites Rivieres, il en ſera parlé au 7 Exemple.

Touchant l'entrée des Navires hors des Havres M N, O P au foſſe, auſſi l'iſſue hors du foſſé auſdits Havres, cela ſe peut faire ſans empeſcher la mouture ſi long temps que le flux court au foſſé, ſi long temps auſſi que l'eau haute ou baſſe eſt coye, les Eſcluſes eſtant ouvertes.

Il a eſté parlé juſques icy des Moulins mis joignant les Eſcluſes, comme on les met communement joignant leurs portes qui ſe levent en guindant, pour paſſer les hautes eaux, mais pour en faire plus ample declaration, enſemble du Ravelin mis devant l'un & l'autre, je mets icy le plan de ceſte 5 Figure, dont le ſens eſt tel :

A Allée voûtée par le rempart, pour aller vers le Moulin, & vers le Ravelin, ſervant auſſi aux ſotties.

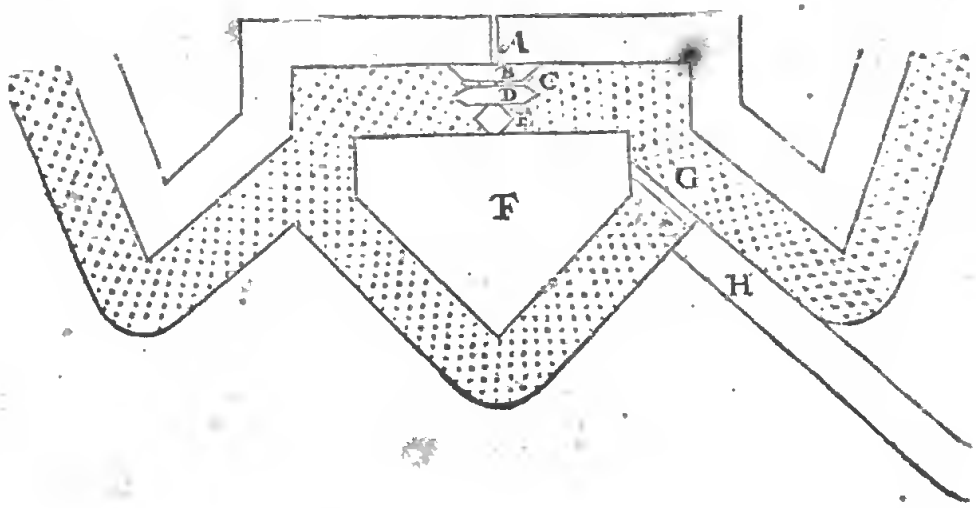
B La maiſon du Moulin, laquelle quand il y a une fauſſe braye, ſe peut mettre au chemin d'icelle.

C Le lieu de la grande rouë que l'eau fait tourner.

D L'un des coſtés de l'Eſcluſe.

E Les

5 Figure.



E Les deux paires des portes de l'Eſcluſe.
F Le Ravelin dont les faces ſe nettoyent hors des deux boulevarts qui ſont de coſté, auquel en temps de neceſſité on peut faire garde exterieute, & eſtant commodement ſitué pour y entret par le rempart, ſans ouvrir les portes de la Ville.
G Le Dodaoe de pierre.
H La Digue.

5 Exemple.

De la meilleure fortification & autres commoditez, que la ſuſdite Ville acquiert par l'enfouiſſement d'encore un autre foſſé.

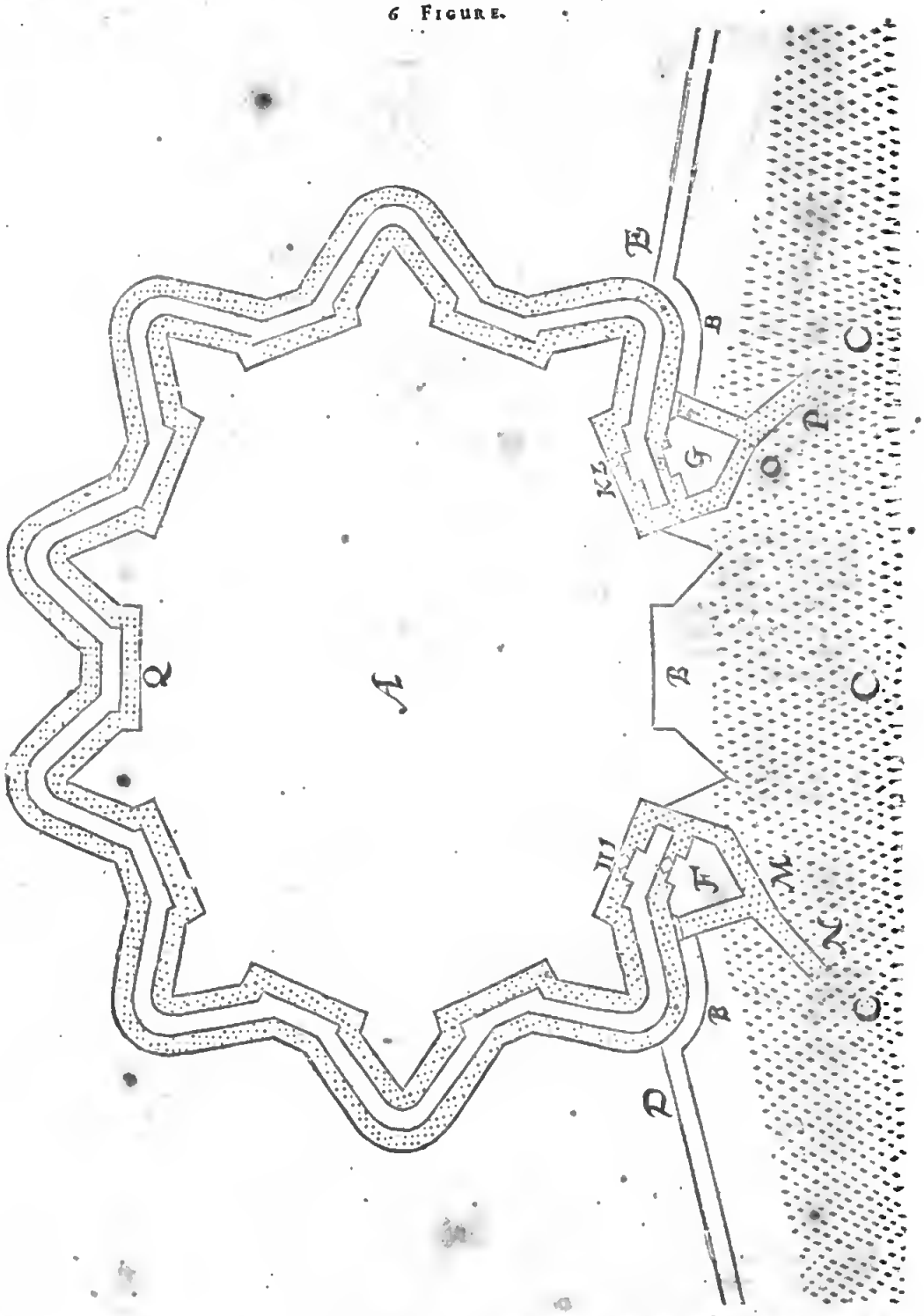
LEs exemples precedens ont eſté avec un foſſé qui ſert auſſi de Havre, mais telles Villes ont en temps de guerre trois ioconveniens : Le premier que les Navires ſont là dedans nus, pouvans eſtre canonnez de l'Ennemy : Le deuxieſme que l'Ennemy peut venir à pied ſec à ces Navires, & les bruſler : Le troiſieſme qu'il eſt dangereux de mettre les Navires contre les temparts de la Ville, parce qu'on peut facilement montet d'iceux ſur les temparts, & par trahiſon ou ſurpriſe prendre la Ville. Or combien que pluſieurs Villes permettent ce peril, toutefois ceux qui pour l'eviter veulent faire les deſpens, peuvent le long du premier foſſé faire un autre foſſé ou Havre alentour de la Ville, jettant la terre qui en ſort entre deux, en faiſant uo parapet de chemin couvert, de telle hauteur que les Navires peuvent eſtre cachés derriere, & avec telle deſcente ou eſcarpe qu'il ſoit par tout oettoyable des remparts, comme il eſt demonſtré en ceſte 6 Figure ; en laquelle a l'entour d'une Ville, laquelle la Mer ou quelque grande Riviere navigable frappe, (comme de la 3 Figure) eſt fait encore un foſſé ou Havre avec ſes deux Eſcluſes, dont l'uſage ſera comme du precedent : Mais il eſt notoire qu'on peut apprfondit ces deux Havres M N, O P avec plus d'abondance d'eau, que les deux precedens Havres, parce qu'oo peut ouvrir en un meſme temps les deux Eſcloſes reſpondant ſur un Havre ; de ſorte que quatre telles Eſcluſes large chacune de 50 pieds, feroyent enſemble ûne largeur de 200 pieds, par laquelle les Havres ſe pourroyent approfoodir plus qu'on n'eo a jamais ouy parler par cy-devant.

Par cecy eſt auſſi manifeſte, que les trois ſuſdites difficultez ſeroyent prevenuës en temps de guerre. Premietement, pource que les Navires durant un ſiege ſe peovent mettre au foſſé intetieur, là où avec le haut parapet ils ſeront couverts cootre le Canon de l'Eonemy : Auſſi contre le feu, veu qu'il n'y peut avenir pour le foſſé exterieur ; & combien qu'alors les Navires ſoient contre les temparts, on ne craint pas qu'on vienoe montet par iceux ſur les temparts, & qu'en tel temps d'une part on prend bien garde aux Navires, d'autre part qu'ils ſont là comme dedans la Ville, à cauſe du foſſé ou Havre exterieut : Mais en temps de paix, ou quand on ne craint point l'Ennemy, on les peue mettre au Havre exterieut, qui pour les raiſons ſuſdites peut ſervit de tade.

Notez.

Quant le terroit eſt ſi bas, qu'à cauſe de la terre fouïe pour faire le parapet du chemin couvert, on a un foſſé ayant de l'eau commune avec l'autre grand foſſé, & courrant par deux paſſages voûtez mis ptes les Dodanes deſſous le ſuſdit parapet : Il eſt notoire, qu'on aſſeureroit ainſi les Navires au grand foſſé contre l'Ennemy, & cela avec auſſi peu de couſt, qu'on employe commuoement aux chemins couverts qu'on fait és Fortereſſes, & le ſuſdit foſſé recevroit ſon apprfoodiſſement comme le teſte.

6 Figure.

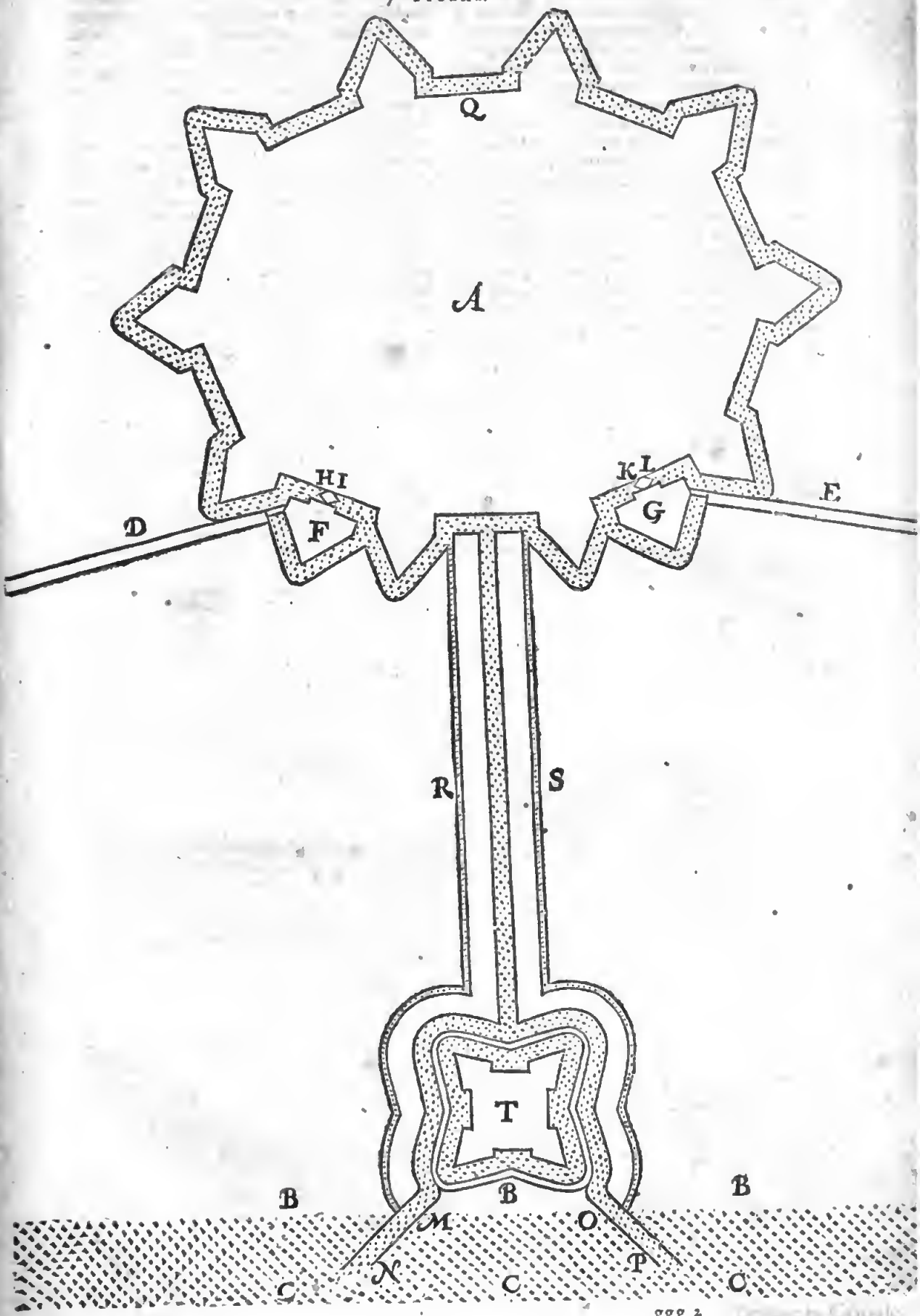


6 Exemple.

Contenant la maniere d'approfondir les foſſez des Villes qui ne ſont point ſituées aux bords de l'eau, comme les precedentes, mais auſſi loing de là qu'on pourroit mettre un Camp entre deux.

ON peut bien fouïr tout alentour de telles Villes ſans faire des Dodanes aux foſſez, mettant les Digues, ſi elles y ſont devant les foſſez, tellement que leurs deſcentes ou talus ſe peuvent nettoyer des remparts, & ſervir de parapets de chemins couverts, mais alors les Navires ne peuvent entrer en la Ville, ni aux foſſez; parce qu'ils ſeroyent à ſec l'eau eſtant baſſe: tellement que quand on y a voulu la naviger, il y a fallu juſques à maintenant mettre des Dodanes aux foſſez, comme à Middelbourg, à la Briele, & autres ſemblables Villes.

7 FIGURE.



Villes. Mais pour declarer comment cela ſe peut faire ſans Dodanes, je marque icy ceſte 6 Figure avec ſes deux Eſcluſes H I, K L, comme devant, mais avec un foſſé de l'un à l'autre : De ce foſſé courtvers la grande eau un Havre, diviſé en deux, aux deux parties M N, O P, venans l'un ſur l'autre à angle droit; dont l'uſage eſt maoifeſte par les Exemples precedens.

Mais parce qu'en temps d'aſſiegement on pourroit empeſcher l'entrée, & ſortie des Navires par un tel Havre, pource que l'Ennemy peut venir à pied ſec juſques aux bords, il y a fouï icy joignant le Havre deux petits foſſez, comme R & S, & de la terre jettée ſur le coſté interieur ſe font des parapets : Quant à ce qu'on pourroit douter que l'eau courante par ces deux petits foſſez pourroit trop amoindrir au milieu l'eau du Havre, qui par cela pourroit avoir trop peu de profondeur; Il faut conſiderer qu'on peut faire l'emboucheure d'iceux auſſi eſtroicte qu'on veut, car encore qu'elles ne fuſſent chacune que d'un pied ou deux de largeur, on en pourroit faire aſſez de profondeur : Quatre tels pieds, voire quand ce ſeroit cinq ou ſix, ſont de peu d'importance, eſtans comparez à l'ouverture de 100 pieds des deux Eſcluſes, & encore de moindre, quand il y a quatre telles Eſcluſes, comme au 5 Exemple.

Encore eſt-il utile de mettre à l'embouchure du Havre un fort, comme il eſt demonſtré par T, entre lequel & la Ville les ſuſdits deux parapets ſe peuvent nettoyer le long des deux petits foſſez (qui ſont tirez tout droit) auſſi bien hors des deux boulevarts du Fort, comme hors de la Ville. Notez auſſi qu'encore qu'entre la Ville & le Fort il y euſt 1500 pieds de diſtance, il ſemble qu'il n'y faudroit autre Fort entre deux, mais telle diſtance eſtant trop longue, on en pourroit mettre un ou deux d'avantage.

7 Exemple.

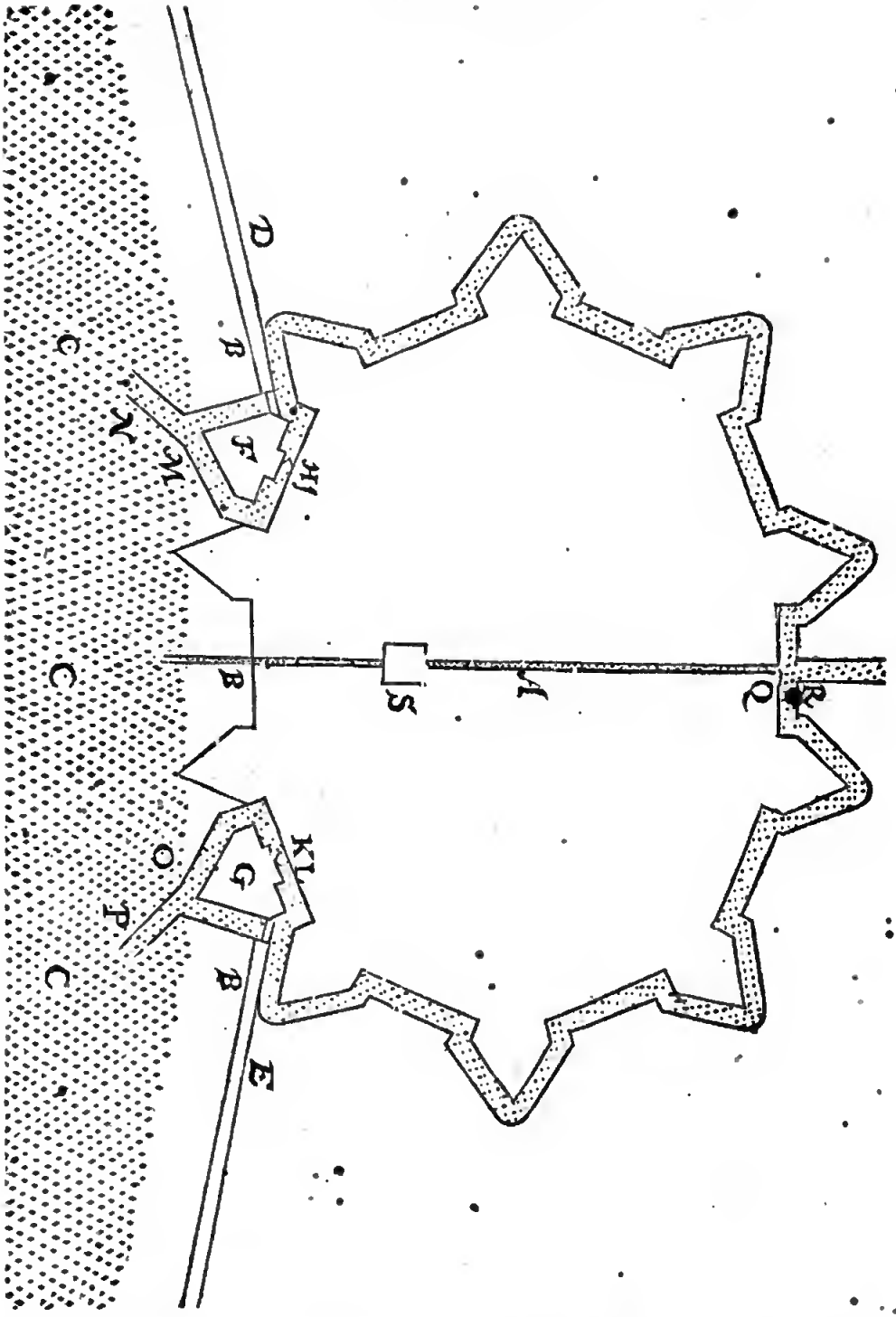
De l'approfondiſſement qu'on peut faire aux foſſez des Villes ſituées au bord de la Mer, ou de grandes Rivieres ſans flux & reflux, mais ayans une petite Riviere venant à la Ville.

J'Ay parlé juſques icy des Villes ſituées au bord de la Mer ou de grandes Rivieres navigables avec flux & reflux : Mais d'autant que pluſieurs Mers & grandes Rivieres navigables n'ont point de flux & reflux, les Villes ſituées au bord d'icelles ne ſe peuvent point approfondir par la maniere precedente : Mais cela ſe peut effectuer avec des petites Rivieres qui viennent communement aux Villes, pour la grande commodité que les Bourgeois en tirent tant de l'eau claire & freiche, fort neceſſaire à leur uſage, comme auſſi pour les Moulins qui en moulent, & d'autres ſemblables. Mais joignant ces commoditez, telles petites Rivieres ont juſques à preſent cauſé de grands dommages à la Fortification; car ſi on les fait courir par les foſſez, elles les empliſſent de ſable, ſi on les conduit par la Ville entre deux Dodanes ou Terrains ſans venir plus avant au foſſé, les Moulins ſont dedans la Ville bien aſſeurez contre le feu de l'Ennemy, les Bourgeois reçoivent auſſi la commodité de l'eau, mais le foſſé a quatre lieux emplis & foibles : Si on conduit icelles petites Rivieres dehors alentour du foſſé, les Moulins ſont bruſlez en temps de Guerre, les Bourgeois auſſi n'ont point la commodité de l'eau dedans la Ville. Mais pour declarer maintenant comment oot peut prevoir à tous ces inconveniens, ſoit marquée en ceſte 8 Figure la petite Riviere R, entrant au foſſé de la Ville pres Q, ſans Dodanes, & de là auſſi par la Ville juſques au Moulin S, & puis de là par les remparts vers B juſques en la grande eau, comme (par exemple) il a couru au paravant. L'uſage de cecy eſt tel : Les deux paires de portes L H eſtaot cloſes, & l'eau de la petite Riviere R courant continuellement, le foſſé s'amaſſe plein d'eau auſſi haute qu'il ſe trouve par experience que les Terres & fruits peuvent endurer : Ceſte eau eſtant ainſi au plus haut, on en approfondit comme devant eſtoit fait avec l'eau du flux retenue au receptacle, dont il eſt parlé au 2 & 3 Exemple, à ſçavoir qu'on ouvre unefois les portes L, laiſſant celles de H fermées, une autrefois ouvrant les portes H, laiſſant les portes de L fermées, avec quoy eſt chaſſé tout le ſable que la petite Riviere apporte avec les haures eaux au foſſé.

Juſques icy eſt parlé d'approfondir les foſſez pleins d'eau, ſervant principalement pour approfondir les Havres M N, O P; mais la profondeur des foſſez ſe peut faire encore mieux par foſſez vuides, ou auſquels l'eau eſt au plus bas, mettant une autre Eſcluſe au lieu où la petite Riviere entre au foſſé, comme il eſt ſigné pres R; car icelle Eſcluſe eſtant fermée, & l'eau du foſſé entierement vuidée par les Eſcluſes H I, K L & l'eau tenue en la petite Riviere de R enhaut, tombant par l'Eſcluſe pres R, és ſecs foſſez, elle y fait plus grande profondeur que par la precedente maniere. Il eſt auſſi notoire que quand la grande Riviere eſt au plus bas (comme il advient és Eſtez ſecs, & és Hyvers apres longue gellée) qu'alors telle maniere eſt de meilleur ſuccés, parce qu'alors les foſſez ſe peuvent rendre plus ſecs. Mais il faut noter icy qu'il eſt requis que les foſſez qu'on approfondit ainſi avec des petites Rivieres, doivent par tout eſtre d'egale largeur, ſans lieux irregulierement larges, comme il advient aucunefois pour la diſpoſition des places; car l'eau eſtant en tels endroits de foible cours, le ſable pourroit s'y amaſſer.

Il eſt encore notoire que l'eau du Moulin pres S, aura ſa cheute & vuidement pour moudre comme devant, quand ceſte maniere d'approfondir les foſſez n'y eſtoit pas.

8 Figure.



8 Exemple.

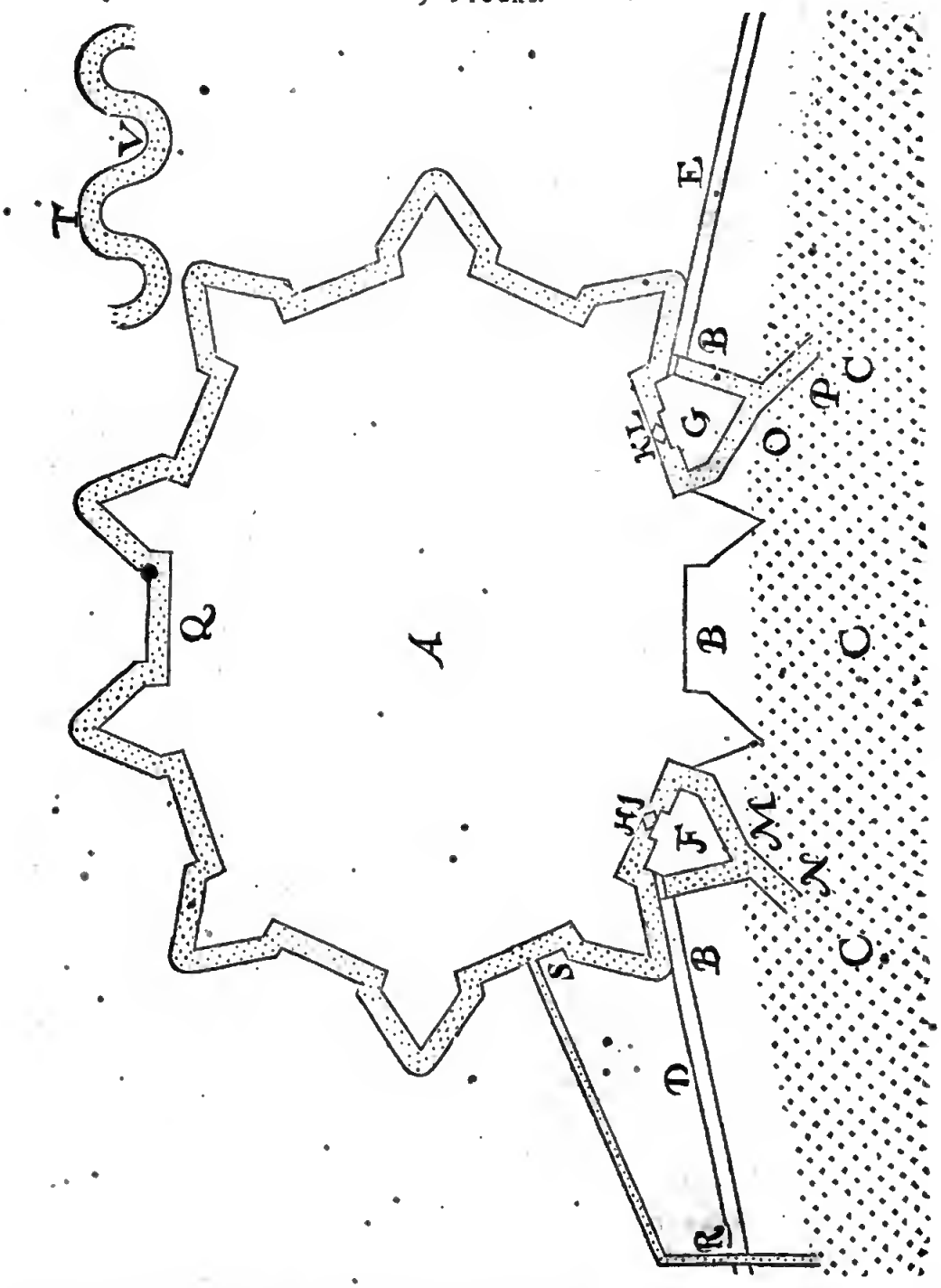
Pour approfondir avec une grande Riviere navigable ſans flux & reflux, ſans petites Rivieres auſſi venantes à la Ville.

POſé que la Ville de ceſte 9 Figure ſoit ſituée ſur une grande Riviere navigable ſans flux & reflux, ſans petite Riviere auſſi par laquelle on pourroit hauſer l'eau comme en la 8 Figure : Or pour approfondir le foſſé & les deux Havres M N, O P, ſeulement avec ceſte grande Riviere que je poſe courir de N vers P, on le peut executer comme s'enſuit :

Premierement pour approfondir le Havre O P vers le coſté plus bas de la Riviere, il s'expediera en faiſant

hauſſer l'eau du foſſé au plus haut qu'elle peut veoir, fermant l'une paire des portes à L, & ouvrant l'aotre paire à I : Ce qu'eſtant ainſi, l'eau viendra finalement ſur le coſté interieur des portes L autant plus haute qu'au coſté exterieur, qu'emporte la cheute ou deſcente de la Riviere ſur la longueur de I à L ; pourtant les portes à L eſtant oovertes, l'eau retenuë plus haute, fera profoodeur par le Havre O P, & auſſi par tout le foſſé I Q K : Mais pour approfondir le Havre M L vers le plus haut bout de la Riviere, cela s'expediera en fuſaot

9 FIGURE.



deſcendre l'eau du foſſé au plus bas qu'il peut venir, fermant l'upe paitè des portes à I, & ouvrant l'autre paire à L : Ce qu'eſtant ainſi, l'eau devien⁂a fioalement ſur le coſté interieur des portes aotant plus baſſe qu'au coſté exterieur, qu'emporte la cheute ou deſcente de la Riviere ſur la longueur de I à L, pourtant les portes

tes à I eſtant ouvertes, l'eau exterieure de la Riviere tombera au bas foſſé, faiſant profondeur par le Havre M N, & auſſi par tout le fuſſé I Q K.

Il eſt encore notoire que les longues Villes, là où l'Eſcluſe inferieure eſt beaucoup diſtante de la ſuperieure, reçoivent plus de deſcente & differeuce d'eau iotenieure & exterieure, que là où elles ſoot plus proches l'une de l'autre, car comme plus grande longueur à moindre, ainſi aſſez prés plus grande difference de deſcente à moindre.

Il eſt auſſi manifeſte que les Rivieres ont plus de cheute avec on cours viſte, que les Rivieres d'un cours lent; d'où l'on peut entendre que telle maniere d'approfondir ſera plus forte lors que les Rivieres ſont hautes, qu'eſtant baſſes; poutce que le foſſé lors que les eaux ſont hautes eſtant autant approfondi que la Riviere y puiſſe paſſer lors qu'elle eſt ao plus bas, il eſt apparent qu'en apres il n'y viendra templiſſement de ſable ou fange, mais plus grande profondeur, & cela ſans mettre des Dodanes. ce qui autrement eſt neceſſaire, parce que le ſable s'amaſſeroit au fuſſé.

Il faut encore ſçavoir qu'en telle maniere d'approfondiſſement, que ceſte-cy, il n'y faut pas les deux paires de portes à H & K, comme au ſuſdit 2 & 3 Exemple.

Notez encore, que ſi dedans la Digue aſſez loing de la Ville vers le coſté ſuperieur de la Riviere, eſtoit une Eſcluſe d'eſguille, comme au lieu de R, de laquelle quelque foſſe vint juſques aux foſſez de la Ville, comme de R à S, il eſt notoire qu'avec cela la difference de l'eau la plus haote & plus baſſe devieodroit d'aotant plus grande qu'auparavant, comme porte la deſcente de la Riviere de R juſques joigoant S. On auroit auſſi ſemblable difference d'eau plus haute & plus baſſe, ſi oo mettoit telle Eſcluſe à la Digue depuis la Ville vers le coſté plus bas de la Riviere. Mais ſi c'eſtoit terre haote poiot diguée, comme il advient en aucuns lieux, alors on pourroit fouïr le foſſe de R à S, ſans mettre à R une Eſcluſe, ordonnant (poor des raiſons cognues) l'enrtée eomme R, à one courbure de la Riviere approfondiſſante comme T, & poiot à une courbure accroiſſante, comme V.

9 Exemple.

De l'approfondiſſement des foſſez des Villes loing de la Mer, ou de grandes Rivieres navigables, mais ayans une petite Riviere point navigable.

SOit eo ceſte 10 Figure A une Ville loing de la Mer ou d'one grande Riviere navigable, mais ayant une petite Riviere navigable B C, entrant illec au foſſé: L'affoibliſſement des Villes & les inconveniens qu'apporrent telles petites Rivieres, ſoit qo'elles ſoient conduites par la Ville, ou par les foſſez, ou alentour des foſſez, ſont deſcrits ao 7 Exemple; là où il eſt bien dit eommeot on y temediera, mais s'il s'agiſſoit d'une Ville ſituée au bord de la Mer ou d'une grande Riviere navigable, entre laquelle & la Ville il n'y a point de place de grande eſteodue eomme icy, pourtant ceſte maniere d'approfondir le foſſé requiert une autre maniere qui peut eſtre telle.

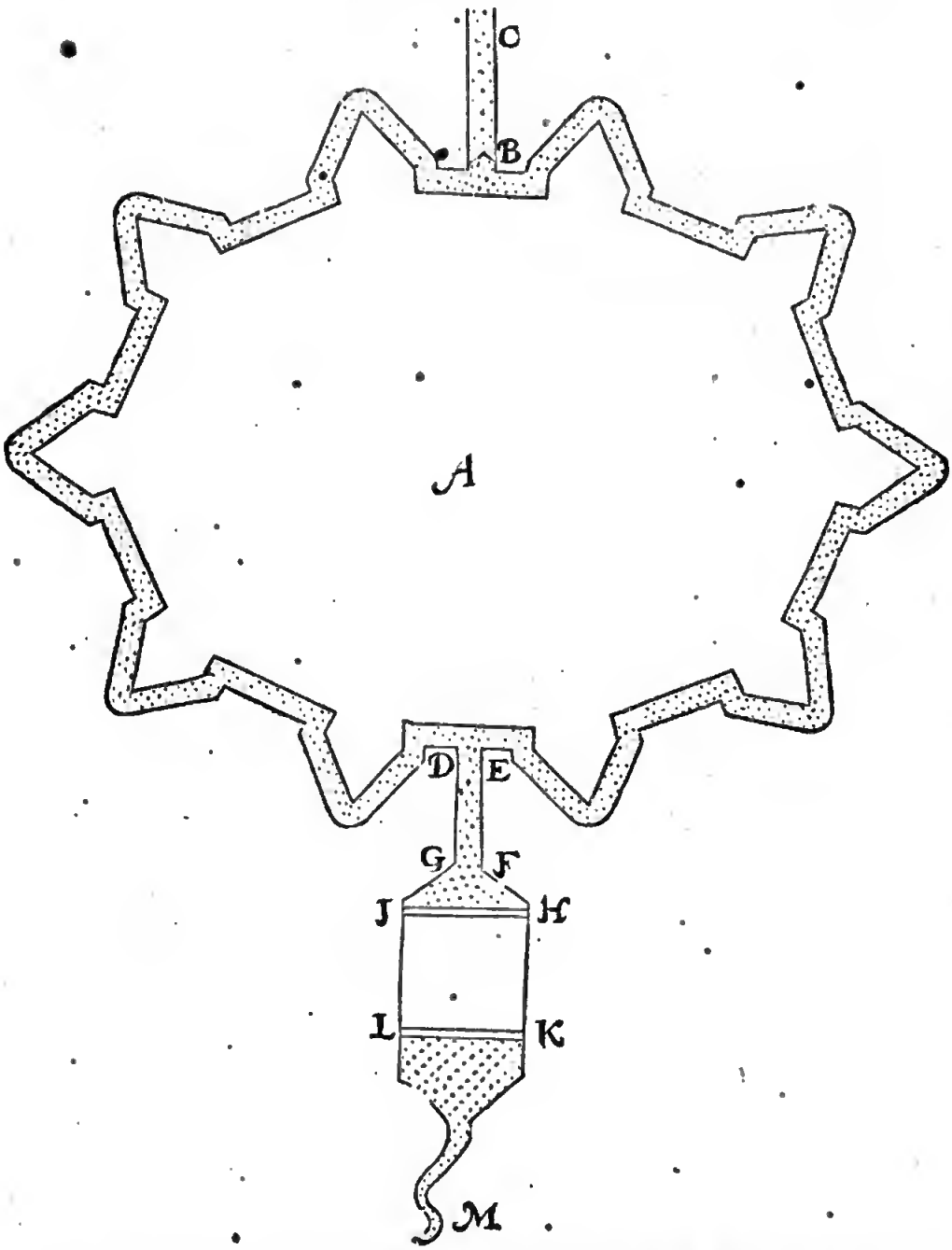
On mettra à l'embouchore de la petite Riviere, là où elle entre au foſſé, eomme au lieu de B. une Eſcluſe à portes d'eſguille, comme il y eſt demonſtré, & au lieu où la petite Riviere ſort hors du foſſe, qui ſoit pres D E, on fouïta un bout de foſſé D E F G, de la longueur de trois ou quarre cens pieds, & de largeor comme les autres foſſez, ou environ, puis on tirera les coſtez des foſſez, comme de F à H, & de G à I, s'eſloignant l'un de l'autre, comme de F à H, & de G à I; de ſorte que H I ſoit cinq oo ſix fois auſſi large que F G, & qo'à ſon eſtendue de H à I ſoit mis au niveau on arreſtemeot d'eao, à telle haureur que le foſſé de la Ville puiſſe touſjours tenir du moins 6 pieds d'eau: Puis ſuient tirez H K & I L, ainſi que I H K L ſignifie un foſſé trés-large, mais peu profond, au bout duquel comme au lieu de K L, eſt mis encore au niveau un arreſtement d'eau de la meſme hauteur que H I. L'eau paſſant outre ce H I qu'on laiſſe prendre ſon cours vers la petite Riviere comme il adviendra fait une Figure, par exemple, comme de K L vers la petite Riviere à M.

Cecy eſtant ainſi, & l'approfondiſſement eſtant fait avec l'Eſcluſe B auſſi ſouvent qu'on le trouve neceſſaire, on parviendra à ſon ſouhait; car le foſſé eſt ſans Dodanes, eſtaot par tout approfondi: Et eombien qo'il ſe trouvé auptes de G peu de profondeur, cela ne ouit point, veu qu'il y a profoodeur ptes D E. Le parc quadrangulaire I H K L aura fort peu de profondeur, & l'accroiſſement de ſable ou fange y viendra, peut eſtre à la hauteor des arreſts I H, K L, à cauſe du petit cours qoe l'eao y aura; mais cela ne fait aucun dommage, ains au contraire donoe de l'advantage; car ſi l'Ennemy vouloit deduire par là l'eau du foſſe, il luy faudroit premierement fouïr tout au travers. Et quoy que cecy ſeroit malpropre pout la navigation, ſi eſt-ce ſans prejudice, veu que comme il eſt dit cy-devant, il n'y en aura nul.

Il faut encore conſiderer qu'il eſt utile, de faire qu'on aye pres de l'Eſcluſe, comme de B C en haut, autant d'eau qu'il eſt poſſible ſelon l'aſſiette & qualité du lieu, à fin qu'il ne s'avalle pas incootinent par trop, quand on commence à la faire courir.

Notez encore, que ſi au lieu entre D E, on mettoit une Eſcluſe d'eſguille, comme il eſt demonſtré avec deux portes illec marquées, (leſquelles on pourroit couvrir d'un Ravelio) on feroit par ce moyen devaller l'eau du foſſe plus avant qu'auparavant, & on approfondiroit avec plus grande differeuce d'eau exterieure & interieure. Il pourroit auſſi advenir eo aucuns lieox, que par tel moyen on feroit navigable une petite Riviere innavigable, ou que les petites Rivieres qui portent des petits Navires, en pourroieot porter de plus grands.

10 Figure.



10 Exemple.

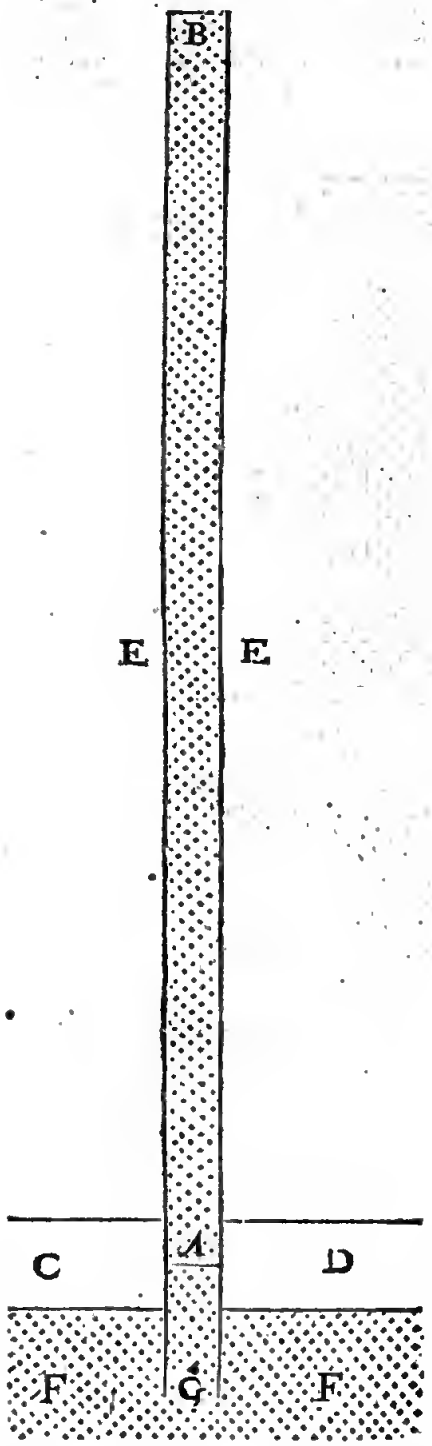
De l'amendement des receptacles qui ſont en uſage aux plats Païs, tant pour approfondir les Havres, que pour ſecher les Terres.

IL a eſté dit cy-devant, comment les foſſez des Villes peuvent commodement ſervir de receptacles, tant pour approfondir les Havres, & pour la mouture, que pour la fortification des Villes : Mais outre ce il y a icy hors des Villes au plat Païs pluſieurs receptacles, ſervants non ſeulement pour approfondir les Havres, par leſquels paſſent des Naſſelles & Navires, & entrent aux Païs & Villages, mais auſſi pour les Moulins qui ſechent les Terres, jettans ſans ceſſe l'eau là dedans, cependant que l'eau exterieure eſt plus haute que l'interieure: Mais veu qu'à mon advis la forme d'iceux receptacles ſe peut amender de beaucoup, & que je puis facilement declater mon intention par le precedent, j'en diray ce qu'il m'en ſemble.

Soit à icelle fin en ceſte 11 Figure A B un receptacle, tel que ceux dont on s'eſt ſervi ordinairement juſques à preſent, qui en certains lieux ſont de la longueur de quelques milliers de verges, ou de quelques heures de chemin, C D ſignifie la Digue ſous laquelle ptes de A giſt

gist une Escluse à potte guiodante, puis E est la terre, F l'eao exterieure, comme la Mer, ou quelque grande Riviere, A G le Havre qui avec l'eau haute tereouë A B, s'approfondit quand l'eau exterieure F est au plus bas.

11 FIGURE.

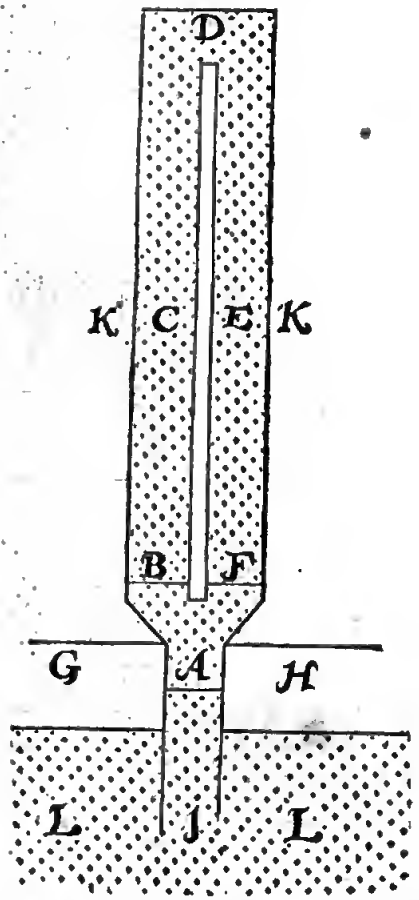


Tels receptacles ont le malheur de se combler continuellement de sable & fange, & principalement au boot B, parce que l'eau n'y a point de passage, tellement que comprenaot peu d'eau, ils font peu de profondeur.

Au second, on ne peut mettre d'Escluses pour secher les terres E; ou y estant mises, elles font peu ou nul service. Au troisiesme, oo n'y peut mettre des Moulins pour vuider l'eao de ces receptacles ou y estaot mis, il font peu d'effect; parce qu'il leur faut porter l'eau plus haut qu'ils ne feroyent qoand le receptacle est de boone profondeur. Au quatriesme, quaod par oecessité on les approfoodit par fouïssement, eela oe se fait qu'avec tres-grands despens.

Poor prevenir à tous ces ineonveniens on peut faire comme s'ensuit: Posé qu'en ceste 12 Figure le receptacle soit fouï depuis l'Escluse à potte guindée A outre B, & C jusques à D, estant la moitié de la longueur de A B de la 11 Figure: Apres soit de D en-fouïssant retourné outre E & F jusques à A, une ceincture de terre demeurant entre C & E; puis par G H se signifie la Digue,

12 FIGURE.



sous laquelle gist l'Escluse à potte guindée A, & A I est le Havre, K la terre, L l'eau exterieure: Au lieo de B est une porte, comme il y a aossi au lieu de F. L'usage en est tel: La potte de l'Escluse A estant goindée à mont, au temps de la plus haute eau interieure, & la plus basse eao exterieure, l'approfondissement s'en fera l'une fois par F, B demeurant close, l'autre fois par B, F demeuraot close; quelque fois estans les deux portes B & F ouvertes ensemble, quand oo veut approfondir le Havre A I avec plus grande quantité d'eau, comme cela se peut entendre plus manifestement par ce que dit est de l'usage des Escluses au 2 Exemple de ce Chapitre, où l'on voit aussi qu'on peut eocore plus fort approfondir le re-

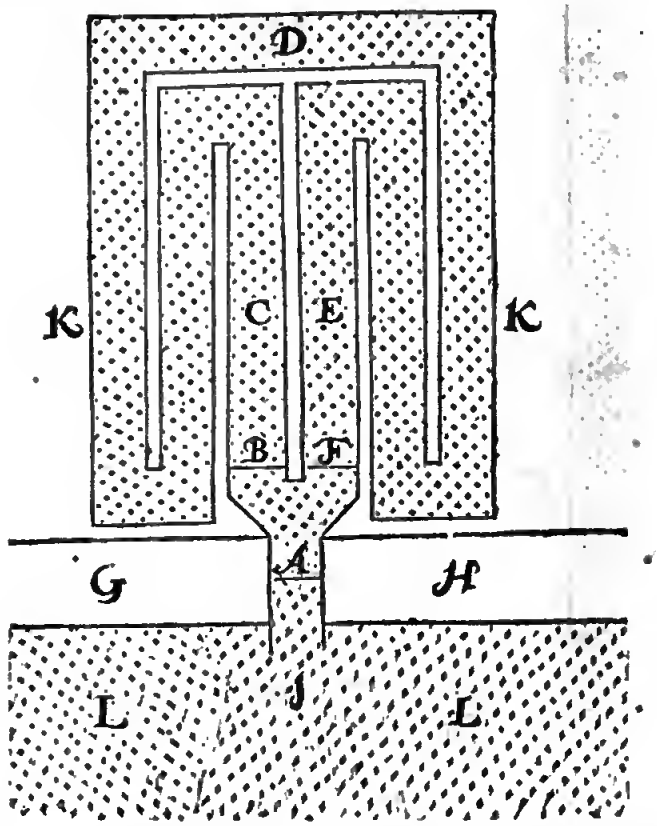
le receptacle, en laiſſant tomber l'eau haute exterieure en l'eau interieure quand elle eſt au plus bas.

Quant aux deux portes miſes pres de B & F, il ne faut pas que ce ſoyent des ouvrages de grand couſt, veu qu'il n'y a point de chente d'eau, comme à l'Eſcluſe A, & que l'eau des portes fermées B F eſt preſque auſſi haute devant que derriere, dont on peut voir l'exemple en ſemblables portes, qui ſont faites à aucuns ponts de Delf, pour conduire l'eau par devant les portes ſans y entrer, quand les Moulins rafraichiſſent l'eau.

Notez auſſi, qu'encore bien que la ceincture entre C & E ſoit icy marquée par exemple longue & eſtroicte, toutefois on peut luy donner telle forme qu'il viendra à poinct ſelon les circonſtances du lieu, à ſçavoir longue ou large, droite ou tortue, prenant les foſſez à ſon advantage & ſelon qu'on trouve utile.

S'il vient mieux à propos en quelques Pays d'ordonner le receptacle plus pres du Havre, ſans tant l'eſloigner, & que toutefois il contienne aſſez d'eau, cela ſe pourroit faire comme en ceſte 13 Figure, en laquelle

13 Figure.



les lettres ſont de telle ſignification qu'en la 12 Figure, mais l'eau de chaque coſté des portes B, F, fait un tour d'avantage, de ſorte qu'ouvrant une fois la porte B, l'autre fois F, il en vient approfondiſſement par tout le receptacle.

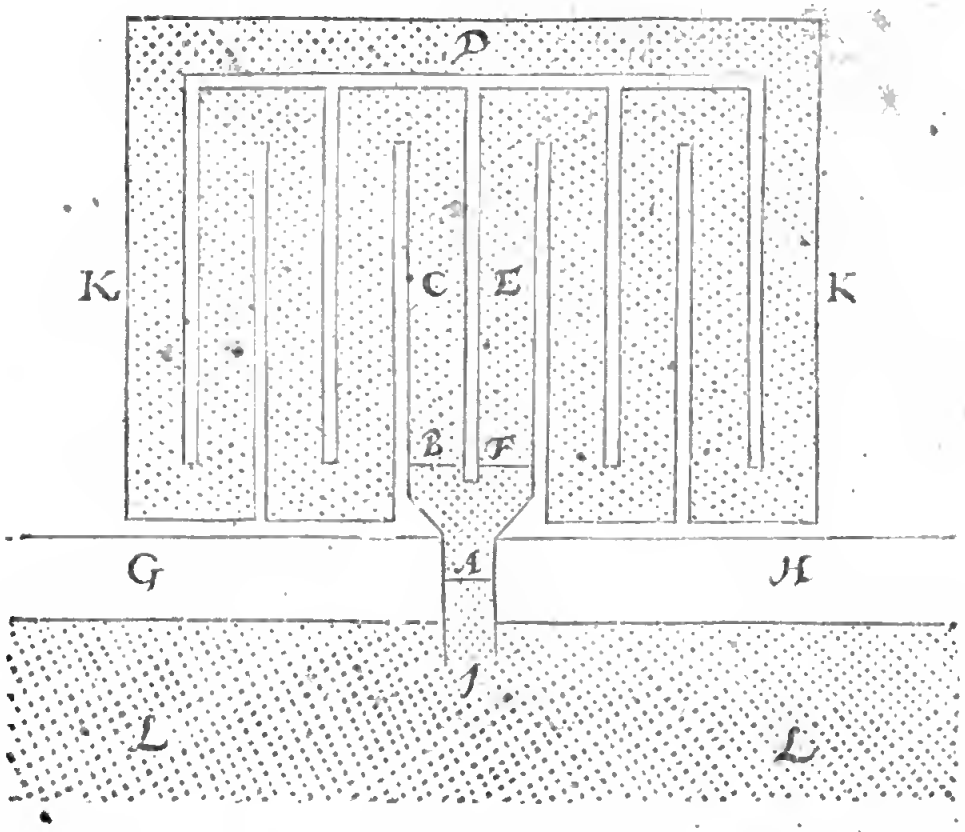
Mais ſi on vouloit encore à chaque coſté un tour d'avantage, cela ſe pourroit faire comme en ceſte 14 Figure, en laquelle les lettres ſont auſſi de la meſme ſignification, de ſorte qu'ouvrant l'une fois la porte B, l'autre fois F, il en vient profondeur par tout le receptacle.

On voit aſſez l'intention par ceſte 13 & 14 Figure, & la maniere pour faire que les receptacles comprennent encore plus d'eau.

Il ſemble qu'il eſt poſſible par ce que dit eſt cy-devant, d'empeſcher non ſeulement l'accroiſſement qui vient és receptacles de la 11 Figure, mais encore de les pouvoir faire auſſi profonds, qu'avec pluſieurs petites Eſcluſes de peu de couſt, vuidans leurs eaux dans les receptacles, on pourroit ſecher pluſtoſt les Terres qu'auparavant, & auſſi avec moindre quantité de Moulins, qui pourront moudre aux profonds receptacles, pendant qu'ils ſont plus bas que l'eau exterieure: Les receptacles qui ſervent de foſſez navigables, ſeront plus commodes à la Navigation pour la grande profondeur: On evitera auſſi ſelon ceſte maniere les grands deſpens qui ſe font quand on approfondit avec des houës.

J'ay traité juſques icy de la maniere d'approfondir les receptacles avec des Eſcluſes guindées qui y ſont maintenant, d'où eſt aſſez notoire, que les Eſcluſes à eſguilles tournantes feroyent encore beaucoup meilleur ſervice.

14 FIGURE.



51 EXEMPLE.

De l'approfondiſſement des foſſez aux tourbieres (qu'on nomme en Hollande Veen) où l'on fouit des tourbes.

LEs tourbes en ces Pays ſe tirent hors de la terre en deux manieres; l'une de deſſous l'eau juſques à la profondeur de 20 pieds & d'avantage, avec des rets apptoptiez à tirer des mares. L'autre maniere ſe fait au deſſus de l'eau, en hoüant les tourbes avec des huuës. Il eſt fort utile pour cet effect de faire un foſſé par les tourbieres ſervant à deux fins principales; l'une à paſſer les Navires chargés de tourbes, pour venir à la grande Riviere ou Mer, & de là en divers lieux là où on veut: L'autre eſt, que l'eau deſcendant hors des tourbieres en iceluy foſſé les tourbieres deviennent ſi ſeches, qu'on peut bouër à ſon aiſe les tourbes au deſſus de l'eau. Mais veu que j'ay intention de traiter principalement de ceſte deuxieſme maniere, il faut ſçavoir que pluſieurs d'iceux foſſez ont cet inconvenient de devenir ſecs, tellement qu'on fait des Eſcluſes en divers lieux qui ſouſtiennent l'eau: Cecy eſtant ainſi, & à fin de remedier audit inconvenient de ſechereſſe, on fera tourner les portes des Eſcluſes ſur eſguilles, ſelon la maniere deſcrite cy-devant, & les parties inferieures s'approfondiront par l'eau ſouſtenuë des parties ſuperieures du foſſé, & le ſable eſtant ainſi continuellement oſté, on fera une profondeur plus grande qu'il n'y avoit auparavant, non pas ſeulement plus commode à la navigation, mais auſſi pour l'enfouïſſement des tourbes, & ſechement des terres: Et encore bien qu'en temps de longue ſechereſſe, on n'aye point d'eau pour approfondir, mais qu'il la faille garder pour la navigation des Navires; quand cela adviendroit, on peut approfondir plus ſouvent quand il y a abondance d'eau. Notez encore qu'à cauſe de ceſte plus grande profondeur, il y a en tel temps ſec moindre defaut l'eau pour naviger: Auſſi qu'à cauſe de cela on pourra en temps de ſechereſſe, faire decouler l'eau plus bas que par cy-devant, les navires tenant toutefois aſſez de profondeur pour naviger. Tout cecy conſideré, & en outre le petit couſt du changement des ſuſdites portes d'Eſcluſes, ceſte admonition m'a ſemblé pouvoit eſtre utile.

Mais parce que quelqu'un pourroit penſer, que ceſte choſe eſt de ſi petite importance, qu'elle ne merite pas d'en faire une telle narration, il faut ſçavoir qu'en ces Pays, certaines tourbieres ſteriles vallent plus en achapt que les meilleures terres labourables; & il advient encore en certains lieux, que les tourbes eſtans tirées des tourbieres, qui eſtoyent auparavant infructueuſes, qu'on trouve deſſous icelle de bonnes terres labourables, & de paſture; de ſorte que pluſieurs en ont acquis des grandes richeſſes, leſquelles ſe pourroyent auſſi acquerir en d'autres Pays, ſi la cognoiſſance en eſtoit commune.

Or cecy touchant les tourbieres eſtant conſideré, il ne ſemble pas hors de propos qu'on taſche de ſçavoir leur origine, parce que telle cognoiſſance pourroit ayder à la choſe: Je dis donc que les tourbieres ont eſté des grands boſcages eſpais, & que tous les grands boſcages eſpais preſentement en ſont, & deviendront avec le temps tourbieres, en cas que les hommes n'exitepent point les boſcages, mais là où la nature a ſon cours: Pour demonſtrer cecy, il eſt notoire premierement que

les

les arbres periſſent avec le temps, qooy qu'il y en ait quelques eſpeces qui dorent les unes plus long temps que les autres, comme les cheſoes, qu'on dit durer environ trois cens ans, à ſçavoir cent aos croiſſants, cent ans demeurans en eſtat, & cent ans declinans.

Or donc poſé que le cheſne ſoit le plus durable, comme aucuns eſtiment, il s'enſuit neceſſairement que de tous les arbres qui croiſſent maintenant, il n'y en reſtera pas uns d'iey à trois cens ans. Quant à ce qu'on pourroit repliquer, qne des glands & autres fruits ou ſemences qui rombent en terre, croiſſent des arbres nouveaux, & que par ainſi les boſcages demeurent continuellement en eſtre : On reſpond là deſſus que cela prend auſſi fin, ponr ceſte raiſon : On voir aux boſcages, que par les grandes tempeſtes les branches frappent tellement les unes contre les autres, qu'elles ſe rompent, & tombant couvrent la terre de deſſous les arbres, auſſi bien de grandes branches, que de perites vergettes, qui en apres ſe pourriſſent : Mais ce qui advenait ſouvenefois annuellement, & durant pluſieurs centaines d'années, cela cauſe une grande quantité de branches pourries, leſquelles briſées s'amaſſent les nnes ſur les autres quelques pieds de haur, ſur leſquelles finalement s'accumulent encore les arbres entiers ruinez & pourriſſants ; ce qui eſt une mariere de bois ſans terre, en laquelle les glands & autres ſemences d'arbres tombant, ne peuvent croiſtre: Cecy eſtant venu juſques à la, les boſcages s'aneantiſſent du rout, & demeurent terres ſteriles que nous nommons tourbieres.

Quaot à ce que quelqu'un pourtoit penſer, comment cecy ſe peut accorder avec la ſuſdite premiere ſorte de tourbieres, dont les mates ſe tirent avec des rets plus de vingt pieds du deſſous l'eau, là où il ſemble que nnls arbres o'ayent peu croiſtre; mon opinion eſt que cela ſe peut faire comme s'enſuit : Les terres diguées n'acctoiſſent plus hautes apres le diguement, les boſcages eſtaot en icelles deviennent tourbieres, comme il eſt dit cy-devant; mais les Terres hors des Digues accroiſſent continuellemeot, ce qu'on trouve en pluſieurs endroits en vingt ou trente années, eſtre acreu de la hauteur de deux ou trois pieds & plus, mais par longne contiouatioo telle difference eſtaot ſi grande, que le fond de la Riviere eſt beaucoup plus haur que la Terre diguée, comme l'on trouve par effect en pluſieurs lieux, dont j'ay eſcrit plus particulierement à la 13 propoſition du mouvement materiel de la ſphere terreſtre, les Terres diguées ne peuvent decouler leur eau de pluye, mais demeurent deſtruites, & l'eau exterieure y entrant, les tourbieres, qui ſont de matiere de bois, montent auſſi haut que l'eau, puis le ſable avec la matiere argilleuſe qui vient avec les haures eaux, tombant par les tourbieres juſques au fond, le Pays rectoiſt en haut, la tourbiere flottant ſur l'eau ; ce qui eſt auſſi l'occaſion que les profondes tourbieres branlent quand on marche deſſus, ce qui va comme de la ſieure de bois, laquelle miſe en l'eau, & preſſant deſſus, elle s'encline eo bas; mais quand on ceſſe de la preſſer, elle remonte en ſoo premier lieu : Et hors de telles tourbieres on peut tirer des tourbes fort avant ſous l'eau, comme j'avois propoſé de declarer.

Les arbres qu'on trouve communement dedans les tourbieres, teſmoignent auſſi que ces lieux ont eſté des boſcages : La raiſon pourquoy tels arbres ne ſont point pourris, ni changez en matiere de marais ou tourbes comme les autres, mais qu'ils ſont fort durs, ſemble telle : A ſçavoir qu'avant que d'eſtre pourris, ils ont eſté converts du ſuſdit accroiſſement, & demeurant ainſi hors de la gelée & ſplendeur du Soleil, en apres ils ne ſe pourriſſent point, mais deviennent d'autant continuellement plus durs.

Voy-là ce que j'avoys propoſé de declarer, toochant mon opinion de l'origine des tourbieres ; ſi la choſe n'eſt aſſez claire, elle pourra (peut eſtre) ſervir de commencement pour cy-apres y prendre garde de plus pres.

12 Exemple.

De la maniere d'approfondir les Rivieres ou Foſſez navigables entre deux Iſles, ou entre Terre ferme & une Iſle, là où il y a flux & reflux.

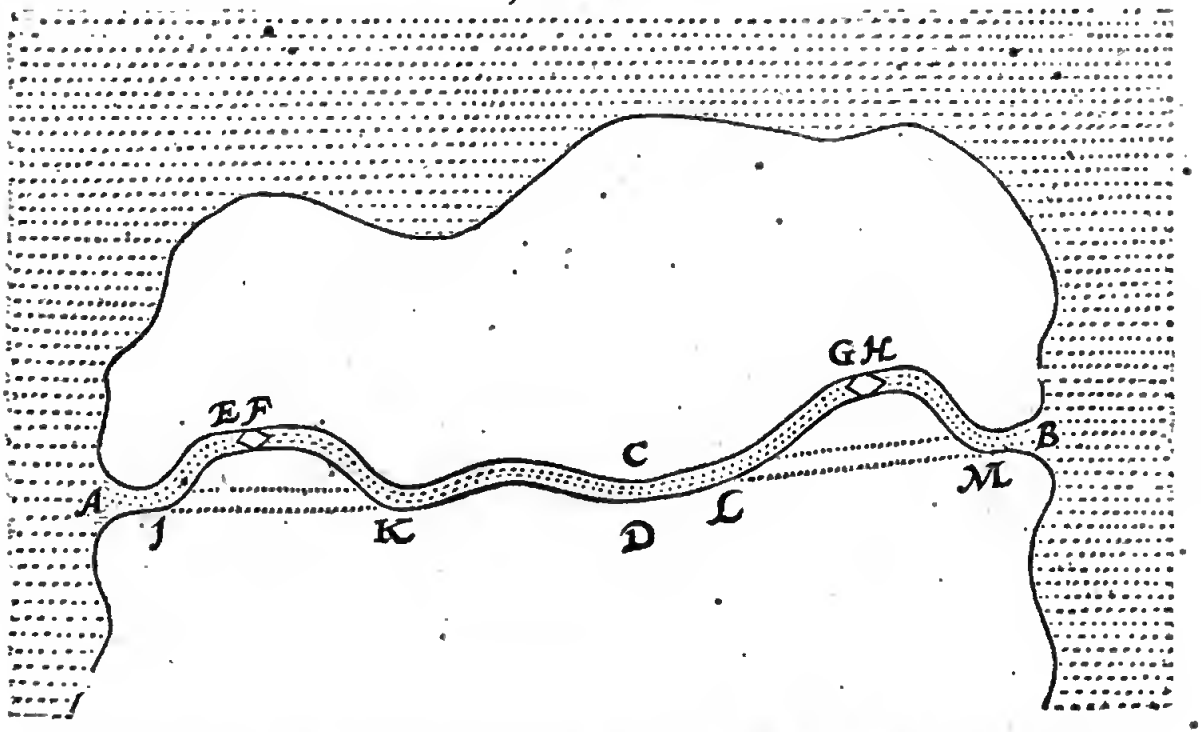
L'On ſe propoſe preſentement eo divers lieux de ces Pays de faire profondeur entre deux Iſles, ou entre Terre ferme & une iſle, par laquelle elles peuvent demeoret ſeparées l'une de l'autre, ſans devenir ſeches: Comme la Nieuwerhavenſche Vaert de long de Cadſant & de Groe : La Riviere Eendrecht ou Voſmeer le long de Ter-Tolen : La Roovaerts pres le Clunder : Le Foſſé par le Schorre joignant Ter-Muyden, & pluſieurs antres. La caoſe des guais ou peu de profondeur de tels foſſez eſt de deux ſortes : Premierement pour le wan-tije (qui ſignifie en Flamen nn lien où le flux vient de deux coſtez, l'nn des flux contre l'autre) Au ſecond, ponr le grand rediguement (advenu nagueres durant les Treves) des Terres dont les Digues au temps de Guerre eſtoyent percées, deſquelles tetres l'eau de reflux ne tombe maintenaot au foſſé, & n'y fait telle profondeur qu'elle faiſoit devant le rediguement. Les raiſons pourquoy on deſire tant ces profondeurs ſont diverſes : Premierement, pour naviger par icelles : Ao ſecond, à fin qu'elles aſſeurent les terres contre l'Ennemy : Au troiſieſme, veu que les terres qui ne ſont point diguées, ont d'on & d'autre coſté du foſſé un grand accroiſſement, & que ponrrant par les reflux journels il avalle moins d'eau au foſſé, il eſt apparent qu'icelles tetres & les fonds de tels foſſez ſe hauſſeront ſi fort en brief, qu'on ne pourra en temps de Guerre les merrte ſous l'eau : Il eſt bien vray que l'accroiſſement des terres eſt empeſché par diguage ; mais alors l'accroiſſement du foſſé eſt encore plus grand, parce qu'il n'y a point d'avallement de la ſuſdite ean de reflux de terres joignantes. Au quatrieſme, veu que ceſte maniere d'approfondiſſement ſe fait par diguage des terres, il s'enſuivroit le profit qui en procede les terres demeurant là deſſus idoines pour (par leurs Eſcluſes ou percement de Digues) les pouvoir ſubmerger quand la neceſſité le requiert. Au cinquieſme, quaod les foſſez ſont profonds, alors les terres diguées peuvent vuider en iceux abondament l'eau par leurs Eſcluſes, & eſtre ſeches de boone heure, ce qui ne reüſſit pas ainſi quand les foſſez ſont eſtouppez, pour leſquels advantages on pourroit par bonne raiſon faire contribuer les Digueurs, aux deſpens des Eſcluſes & leurs forts qui y ſont neceſſaires.

Mais pour parvenir aux ſuſdits profits, & eviter ces difficultez, la regle en pourroit eſtre comme s'enſuit:

Soit A B un Foſſé entre l'Iſle C, & l'Iſle ou Terre ferme D, leſquelles terres n'eſtant point diguées, le reflux journalier tombe vers le bas Foſſé A B, en faiſant grande profondeur; mais il devient annuellement pour les raiſons ſuſdites, comme on void par experience, moins profond. Pour obvier à cecy, & ne retenir ſeulement la profondeur qui y eſt, mais pour l'augmenter encore, on mettra (les terres eſtans premierement diguées)

diguées) aux deux bouts des Foſſez, des Eſcluſes d'eſguille, chacune avec deux paires de portes, comme E F & G H, par leſquelles ſe peut faire profondeur de deux ſortes : L'une avec l'eau haute du Foſſé, tombant en la baſſe Mer : L'autre avec l'eau haute de la Mer, tombant au bas Foſſé : Car l'eau du Foſſé eſtant venue par le flux au plus haut, on ferme les deux paires des portes F & G : Le reflux eſtant en apres au plus bas, on ouvre l'unefois une des paires de portes, comme F, une autre fois l'autre paire, comme G ; & l'eau fera ſa profondeur ſans rencontrer le ſuſdit wan-tije. Mais pour approfondir ſelon la deuxieſme maniere, avec le flux de la Mer au bas Foſſé, on ferme les deux paires de portes E H, quand le reflux eſt au plus bas : Le flux eſtant puis apres au plus haut, on ouvre l'unefois l'une des paires de portes, comme E, une autre fois l'autre

15 Figura.



paire, comme H : Et combien que le ſable ne ſorte ainſi hors du Foſſé, & qu'il s'amaſſe à l'un des bouts, ſi eſt-ce que par le ſuivant reflux on le peut oſter par l'eau haute du Foſſé, comme il eſt dit d'un ſemblable au 2 Exemple de ce 3 Chapitre.

La premiere maniere d'approfondir des ſuſdites deux, n'eſt au Foſſé pas ſi forte que la deuxieſme, à cauſe que les Digues ſont en certains lieux fort eſloignez l'un de l'autre ; parquoy l'eau haute entre deux eſt fort large, ce qui eſt cauſe qu'au commencement le cours de l'eau eſt fort lent : Mais d'autre part il fait un cours plus fort & durable aux bancs devant les embouchures du Foſſé : Là deſſus il faut encore conſiderer que la terre entre les Digues & le Foſſé, acroiſt & hauſſe continuellement, de ſorte qu'en peu de temps les communes hautes marées ſeront comprinſes en un Foſſé eſtroit, y faiſant plus de force.

La deuxieſme maniere d'approfondir, eſt plus forte au Foſſé, à cauſe que l'eau haute exterieure du flux, tombe dedans la baſſe eſtroite carine ou cave du Foſſé. De ceſte deuxieſme maniere de la cloſture des portes E H ſur eau baſſe peut ſuivre un autre notable advantage au ſechement des terres, parce que les Eſcluſes d'icelles terres peuvent au bas Foſſe exonder autant de l'eau comme il peut comprendre ſans empeſchement de l'eau croiſſante.

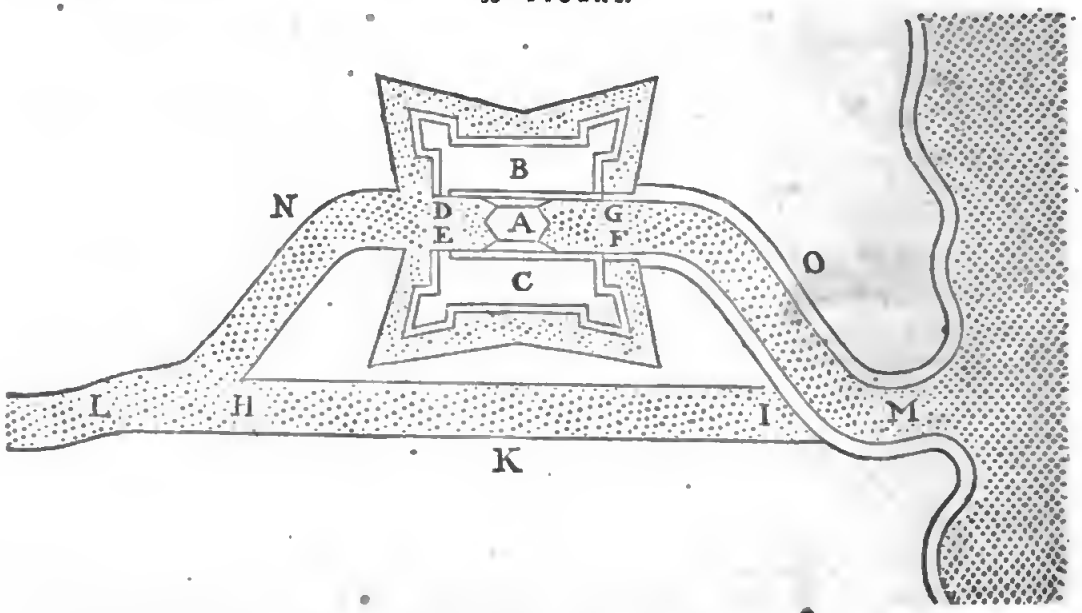
Mais veu que par ceſte 15 Figure avec la 16 ſuivante, on peut facilement declarer encore un autre advantage, & auſſi quelque deſavantage, procedant de ceſte maniere de digage, j'en diray ce mot : Si la terre entre E & H des deux coſtez du Foſſé, eſtoit auſſi haute que les plus hauts flux vulgaires dont on veut approfondir, il ne faudroit point faire des Digues de chaque coſté du foſſe, qu'il y faudroit mettre autrement ſans telles Eſcluſes, dont les deſpens montent beaucoup quand la diſtance de E à H eſt grande : Outre ce on eſt deſchargé des deſpens annuels des reparations de telles Digues, comme auſſi du peril de rupture cauſant inondation, qui en advient quelquefois : Mais ladite terre entre E & H eſtant plus baſſe que les plus hauts flux dont on veut approfondir, alors il faut ſeulement des petites Digues, auſſi hautes qu'il ſuffit auſdits plus hauts flux, ſans faire des hautes groſſes Digues contre toutes tempeſtes & eaux d'extraordinaire hauteur. Mais d'autre coſté eſt à conſiderer, qu'ainſi faiſant, il faut eſtouper non ſans grands deſpens le Foſſé en deux lieux, comme pres de I & M, avec la Digue qui y paſſe, ce qui n'advient point ſelon l'autre maniere de digage, de ſorte qu'en la calculation des deſpens, on ſe peut ſouvenir de ce deſavantage contre les ſuſdits advantages.

La maniere d'approfondir ayant eſté declarée, reſte à conſiderer, que la navigation ne ſoit empeſchée, pendant qu'on fait l'Eſcluſe ce qui redonderoit au grand dommage du Pays : Mais pour effectuer cecy, ſoit par les lignes poinctées de I à K, & de L à M, ſignifié le cours du Foſſé comme il eſtoit, devant que les Eſcluſes

y ayent eſté miſes, à ſçavoir de A rout droit par I K, & de là à L; & puis par L M joſques à B, la terre eſtant alors au lieo des Eſcluſes ſans Foſſé : Cecy eſtant ainſi, on mettra les Eſcluſes ſur icelle terre, comme ao lieo de E F & G H (ce qui eſt auſſi oeceſſaire, parce qu'on ne les doit mettre entre I K & L M au plus mol fond du Foſſé) leſquelles eſtant faites, on fouïra de chaqoe coſté de l'Eſcluſe une profondeur nouvelle, tant qu'on vienoe au Foſſé, & puis oo eſtouppera le vieil Foſſé avec la Digue qui y paſſe au travers, comme au lieu de I & M: Toot cecy ſe peut faire ſans empeſcher la navigation d'une ſeule journée.

Notez encore, que par ceſte maniere de la coorbure oouvellement fouïe, par laquelle la oavigation demeure libre cependant qu'ou fait les Eſcluſes, s'enſuit un autre advantage : Mais pour en faire plus ample declaration, enſemble de la maniere des Forts qu'on pourroit ordoooer devant les Eſcluſes, je mets icy la ſuivante 16 Figure d'une Eſcloſe ſeule avec ſon fort, auquel A ſignifie les deux paires de portes d'eſguille : B & C ſont deux parapets auſſi hauts que les Digues, empeſchant que de debors oo oe ſoit veu dedans le Fort : Aux deux bouts d'ieeux parapets pres D & E ſont des ouvertures, par leſquelles on peut paſſer pour venir le long du talu aux portes des Eſcluſes, pour les ouvrir & ſerrer : Auſſi pour de là venir de l'une partie du Fort à l'autre, outre uoe allée faite ſur les portes : F G ſont deux Dodanes aux bouts des Digues, là où ils toucheor eootre le Forr :

56 FIGURE.



H I eſt le vieil Foſſé eſtouppé au bout I, avec la Digue traverſant le meſme vieil Foſſé : K eſt la terre là où l'Ennemy peut venir : Tellement qu'avec ceſte courbure L A M, I H eſt ſignifié en majeure forme, ce qu'en la 15 Figure ſigoifioit la partie L G H B M.

L'advantage procedaot de ceſte courbure L A M nouvellemeor fouïe, eſt (outre ce qu'eo faiſant ainſi on ne doone aucuo deſtourbier à la navigation cependant qu'oo baſtit) qu'elle cauſe que les portes des Eſcluſes ne ſont veuës, ou canooées de debors, car de l'autre coſté du Foſſé comme au lieu de N & O, où l'on ſuppoſe que l'Ennemy oe peut venir, ces portes ſont entierement deſcouvertes.

Notez encore, que ſi au commencement quand les Eſcluſes ſont premierement miſes, il n'y euſt pas eu aſſez de profondeur au Foſſé & que de noict on craignit quelque ſurpriſe de l'Enoemy, oo pourroit de nuict retenir l'eau haute du flux, & approfoodir de jour, juſques à ce qu'avec la baſſe marée il y aye aſſez de profondeur.

Il faut eoeore ſçavoir qu'en des foſſez fort longs, on pourroit mettre ooe troiſieſme Eſcluſe, avec deux paires de portes, environ le milieo du Foſſé, & approfoodir l'une moitié baſſe, avec l'autre moitié haute, l'une fois d'un coſté, une autre fois de l'autre.

Ceſt approfoodiſſement eſtant fait une fois la ſepmaine, ou auſſi ſouvent qu'on le trouve neceſſaire, & y mettant bon ordre, comme és Villes là où on approfondit les Havres par Eſcluſes, le paſſage journel des Navires n'en ſeroit noo plus incommodé qu'eſdites Villes.

Or dooc les terres de la 15 Figure eſtant ainſi diguées, n'accroiſteroor poiur puis apres plus hautes, pouvant quand il eſt beſoing eſtre miſes ſous l'eau, par l'ooverture des Eſcluſes ou percement de Digues : Le profond Foſſé empeſche le paſſage de l'Ennemy : Il eſt idoine à la navigation : Il eſt auſſi fort utile pour ſecher les terres diguées, dont il eſt parlé cy-devant plus particuliereoeot. Tellemenr que par cecy l'intentiou de ceſt 11 Exemple ſemble eſtre aſſez declarée.

IV. CHAPITRE.

Contenant des exemples comment certaines Villes conſiſtantes en effect, ſe peuvent fortifier par les regles generales du 3 Chapitre.

5 EXEMPLE

DE CALAIS.

NOus avons declaré aſſez manifeſtement par les Exemples du 3 Chapitre, eommeot les Villes & Forteresſes qu'on fait de nouveau, ſe peuveor fortifier avec des Eſcluſes : Mais parce que le principal oſage eſt d'appliquer cecy à des Villes vieilles toutes faites avec

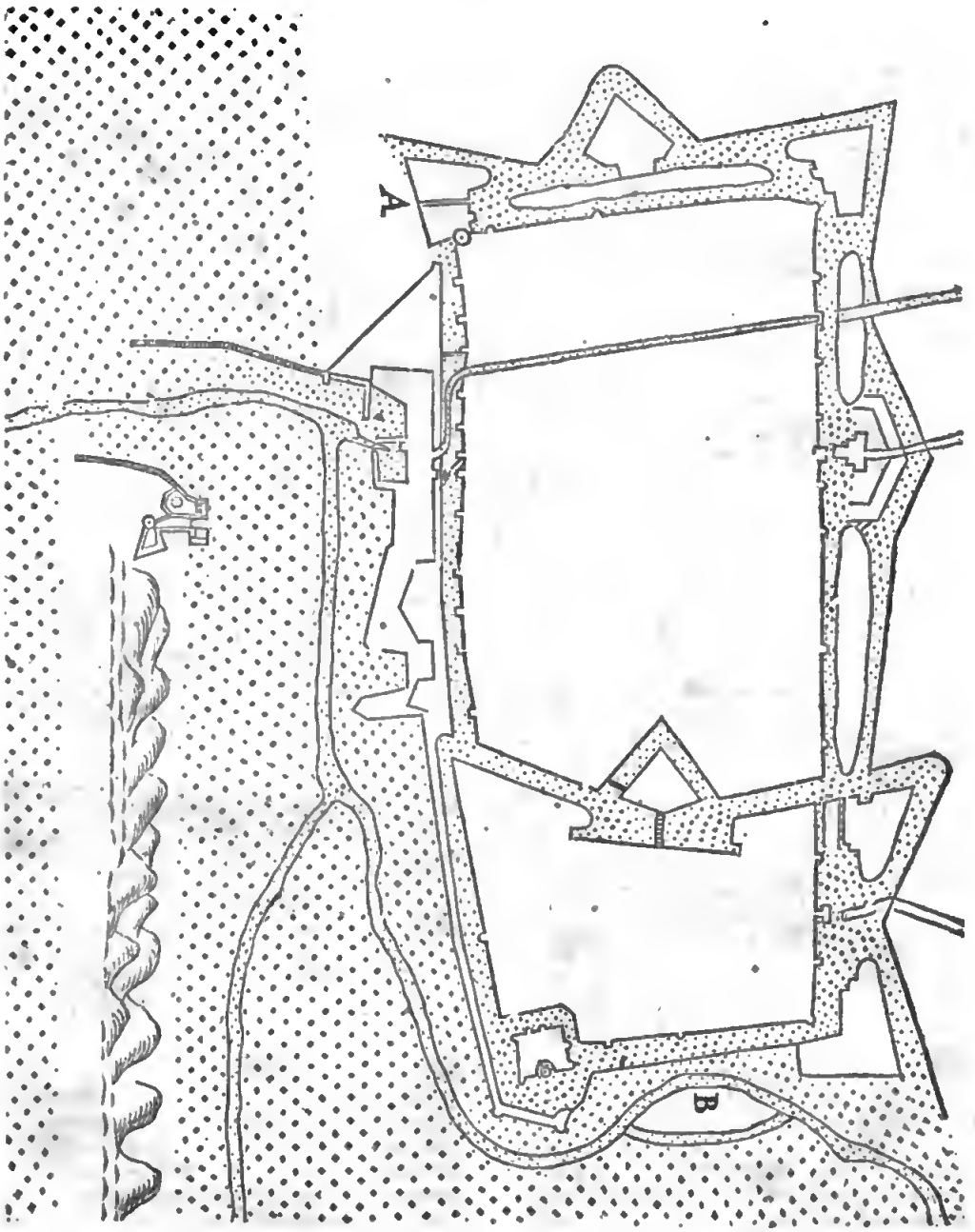
conſi-

conſideration des circonſtances, j'en deſeriray ce particulier Chapitre.

Calais eſtant une Ville de grande importance, contre laquelle la Mer frappe avec flux & reflux, a du coſté d'Orient des Dunes, outre leſquelles on peut venir à pied ſec contre les remparts. Pour fortifier ce lieu foible, on y fait une haute muraille, & auſſi un haut bonlevart de pierre, de ſi grand couſt (ſelon que m'ont dit ceux qui en diſoyent avoir cognoiſſance) que je ne le veux icy eſcrire, & le tour avec peu d'avancement; car puis qu'on y peut advenir à pied ſec, comme il eſt dit, il ne peut longuement reſiſter contre les approches dont on uſe maintenant, ni eſtre aſſeuré d'eſcalades.

Mais comme le Gouverneur *Monſeigneur de Vic* de bonne memoire, eſtoit en peine de ceey, il deſira devant ſon treſpas que je me portaſſe ſur ſe lieu, pour adviſer ſur la fortification de la Ville; ce que je fis, & me fut livré (outre la viſitation) que je faiſoye un plan ſemblable à ceſte 1 Figure, en laquelle A ſignifie le ſuſdit coſté d'Orient ſans foſſé, là où on peut venir contre les remparts; B eſt le coſté d'Occident.

1 Figure.

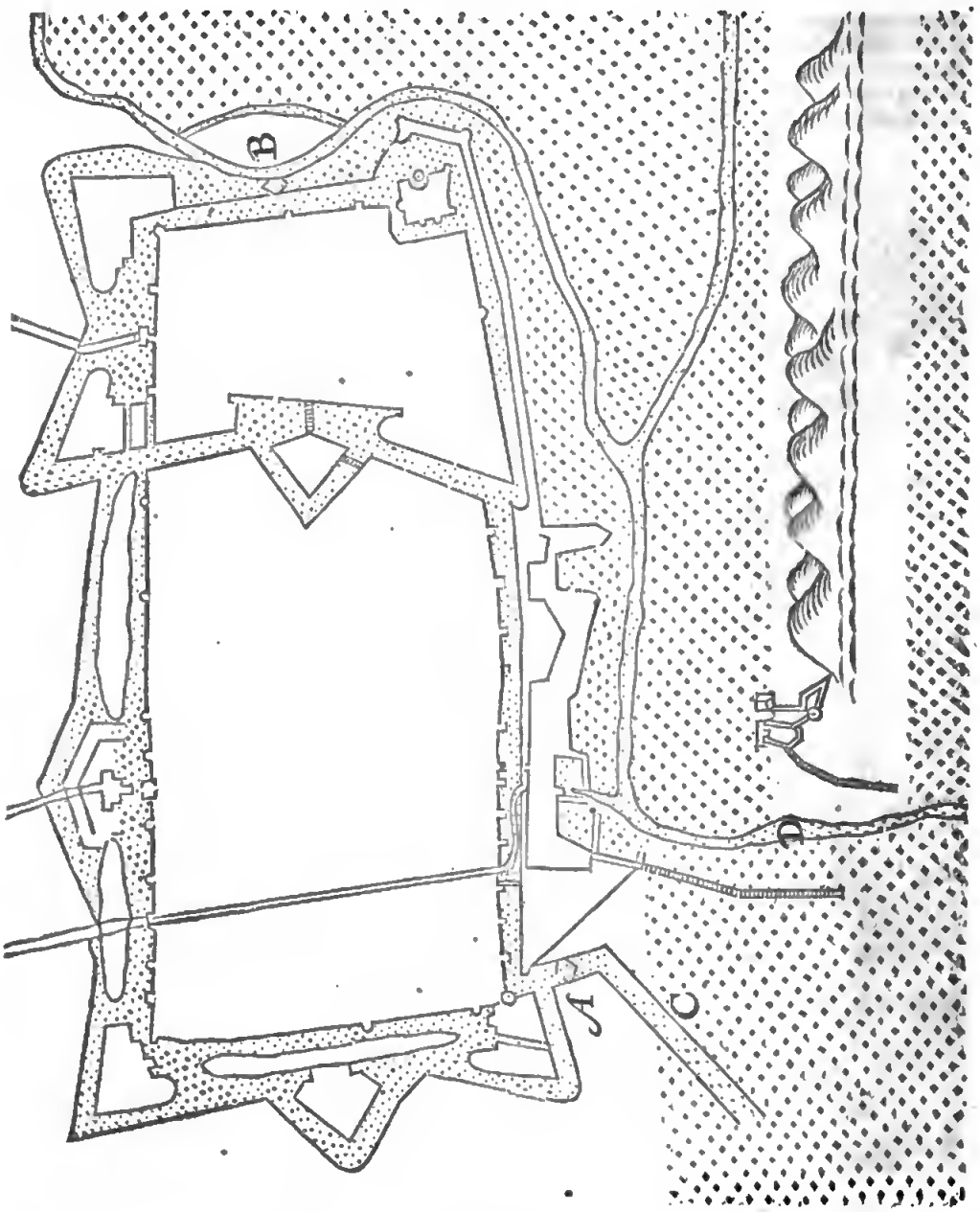


Sur quoy je declaray mon opinion, laquelle eſtoit que ſuivant la precedente regle du 2 Exemple du 3 Chapitre, on devroit mettre deux Eſcluſes à portes d'eſguille, l'une exondant ſon eau par un Havre nonveau,

qu'elle feroit comme C, l'autre à B exondant ſon eau par le vieil Havre D, comme il eſt demonſtré au ſuivaot plan changé de la 2 Figure.

Avec quoy ſe feroit une profondeut ſelon la maniere plus amplement declarée au 2 Exemple ſuſdit du 3 Chapitre, dont l'effect ſeroit treſ vehement, pour la

2 Figure.



grande difference entre l'eau haute & baſſe, eſtant illec ſur les marées communes de 15 pieds: Outre ce, eſt encore à conſiderer, que devaot ces Eſcluſes ſe peuvent mettre des Ravelins pour leur defenſe, avec leurs Moulins, dont il eſt parlé particulierement au 3 & 4 Exemple du 3 Chapitre, mais ils ne ſoot point icy marquez pour brievete.

Or comme le ſuſdit Gouverneur (homme de grand jugement, & fort experimenté eo matiere de Guerre) croyoit fermement que de cela ſuivroit bonne fortification d'icelles deux places foibles, enſemble de la Ville entiere, & auſſi au grand avancement du traffic, & cela avec deſpeos, qui aecomparez à la grandeur de la choſe, ſeroyent fort petits, il ſe retira vers le Roy, pour le perſuader aux deſpens, mais en fin il ne peut obtenir ſa propoſition: Pluſieurs tontesfois prenans eognoiſſance de la choſe par ce qui a eſté dit, elle pourroit bien avec le temps avoir meilleur ſneeés, j'en ay auſſi voulu faire ceſte admonition.

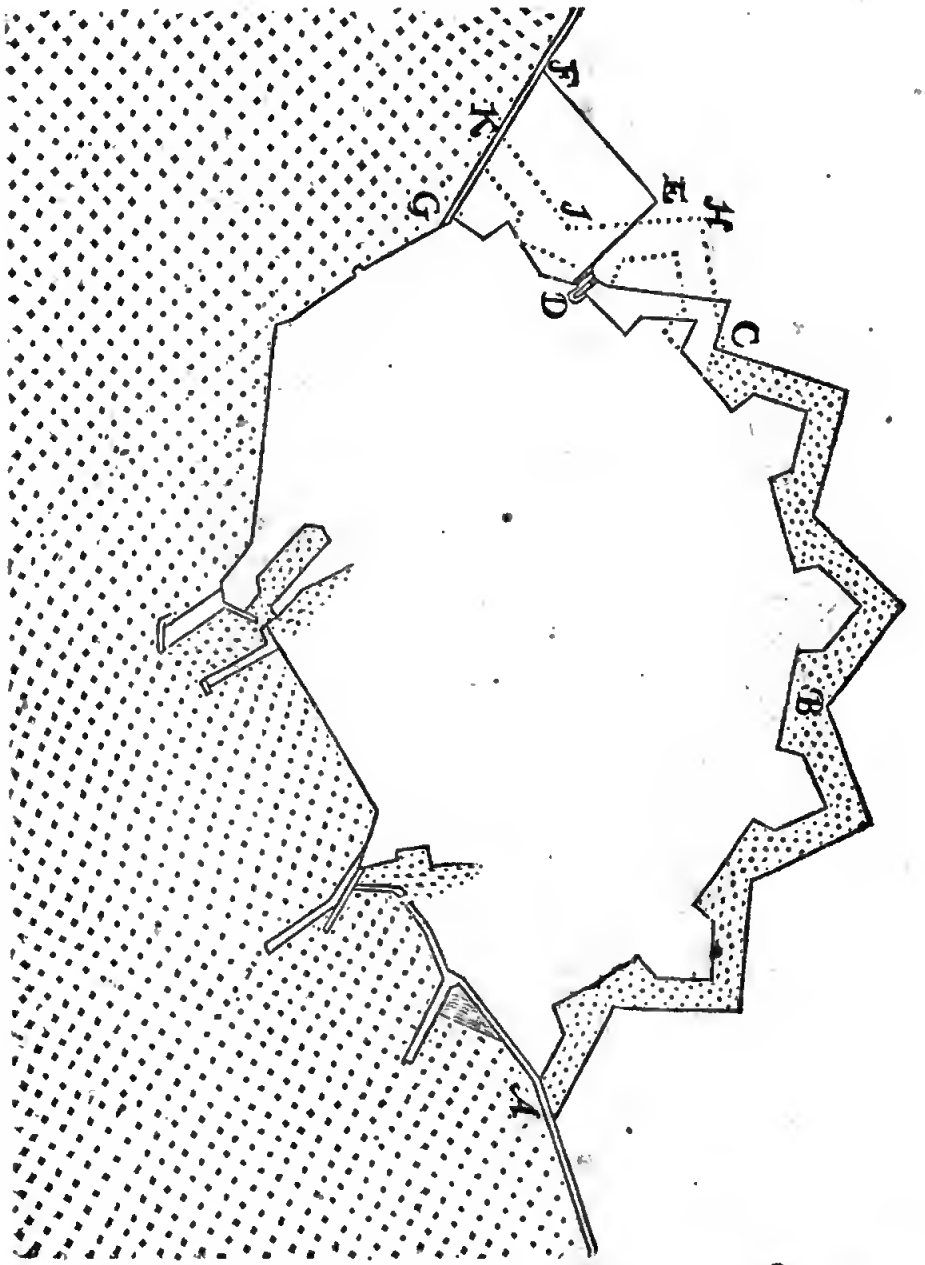
2 Exem-

2 Exemple

DE FLISSINGUES.

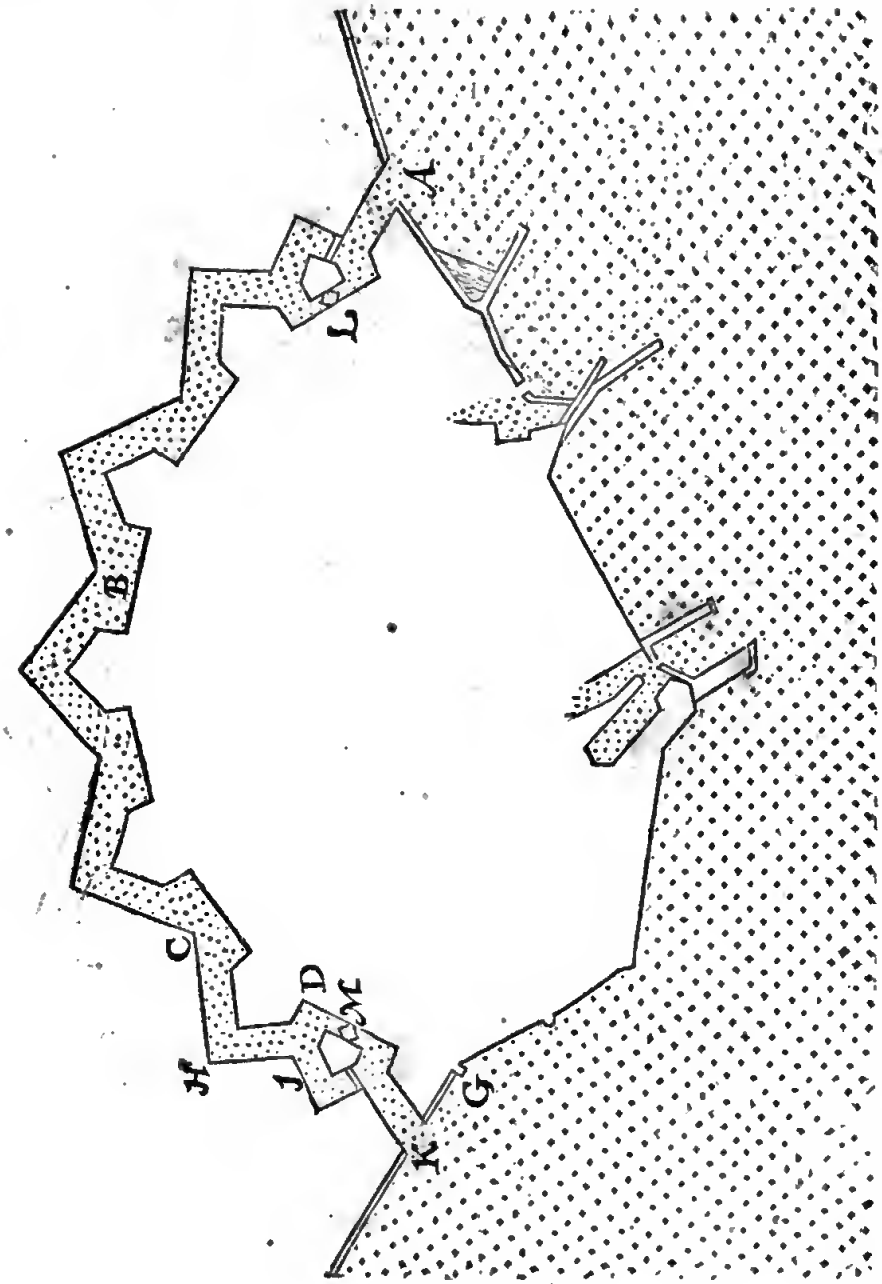
PAr les lignes de la 3 Figure ſuivante de A outre B à C, s'entendent les nouveaux ouvrages des rem-parts & Foſſez qui ſont faits à Fliſſingues : Les lignes de C outre D E F G ſignifient les vieux ouvrages qui ne ſont point refaits, dont le parc D E F G eſt le receptacle de l'eau du Moulin, les lignes poinctées de C outre H I K ſignifient le changement qu'on pretend de faire cy-apres, pour accomplir l'ouvrage regulier.

3 Figure.



Mais ſi la choſe venoit ſi avant, & qu'on voulut baſtir des Eſcluſes à portes d'eſguille, on pourroit oſter les trois Dodanes pres A, G, D, de la 3 Figure, & mettre deux Eſcluſes à L & M, comme en la 4 Figure ſuivante, rompant le receptacle D E L G, & moudre ſelon la maniere declarée au 4 Exemple du 3 Chapitre : Et ſi on ne vouloit laiſſer les Navires dedans le foſſé, mais les ordonner de venir en la Ville, cela ſe pourroit faire avec une entrée par le tempart, ou par les autres vieux Havres. On pourroit traicter icy plus amplement des particularitez qui ſont à conſiderer en ceſte matiere, oyant l'advis & inſtruction de ceux à qui la choſe touche; Mais ceſte regle commune n'eſtant entendue ni concedée, ne priſe reſolution de refaire les vieux remparts, il pourroit eſtre que ce que j'en ferois ſeroit peine perdue, pourtant il ſuffira d'en avoir fait ceſte narration.

4 Figure.

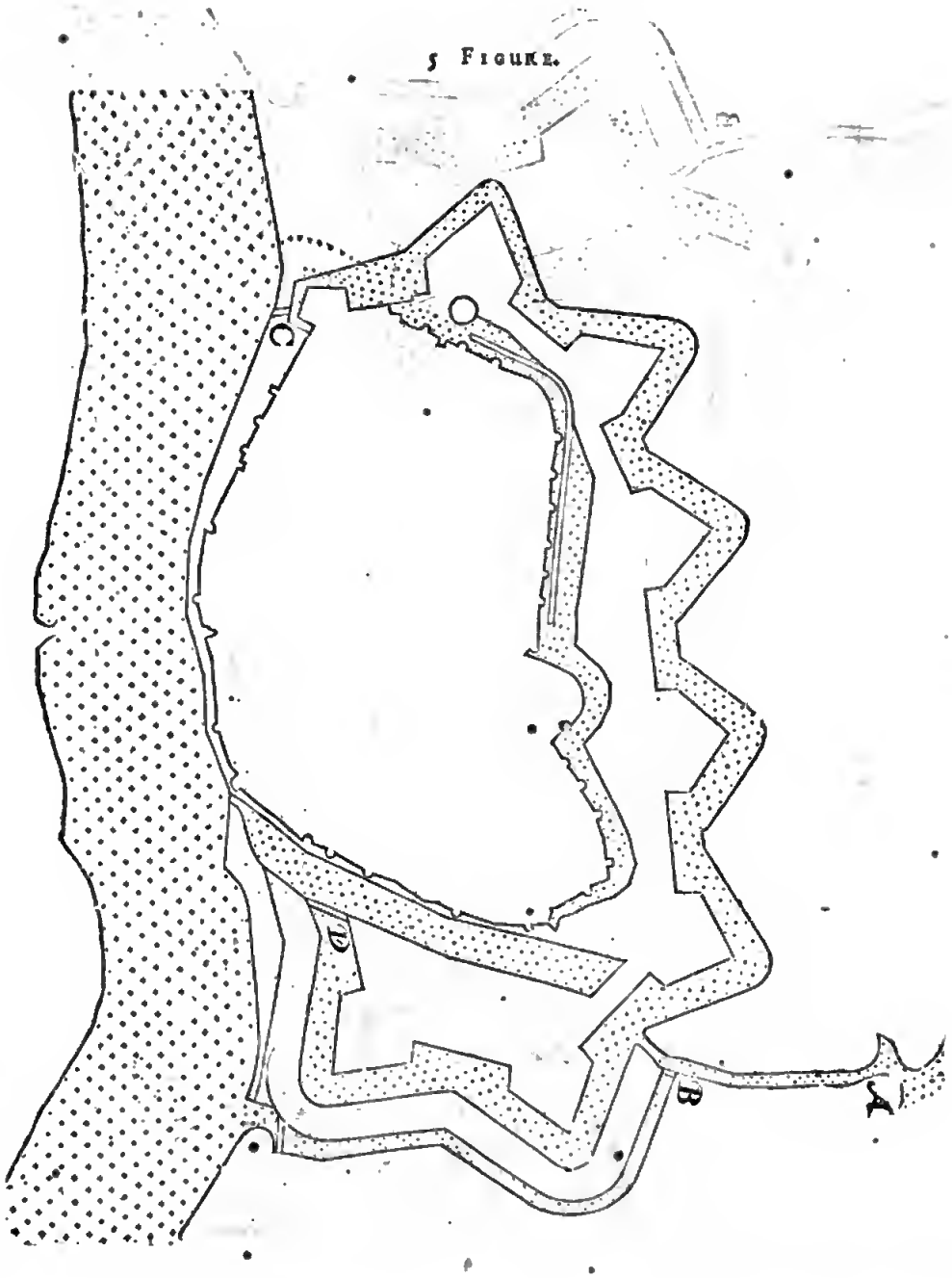


3 Exemple
DE DEVENTER.

Deventer eſt preſentement de telle forme que eſtle 5 Figure demonſtre.

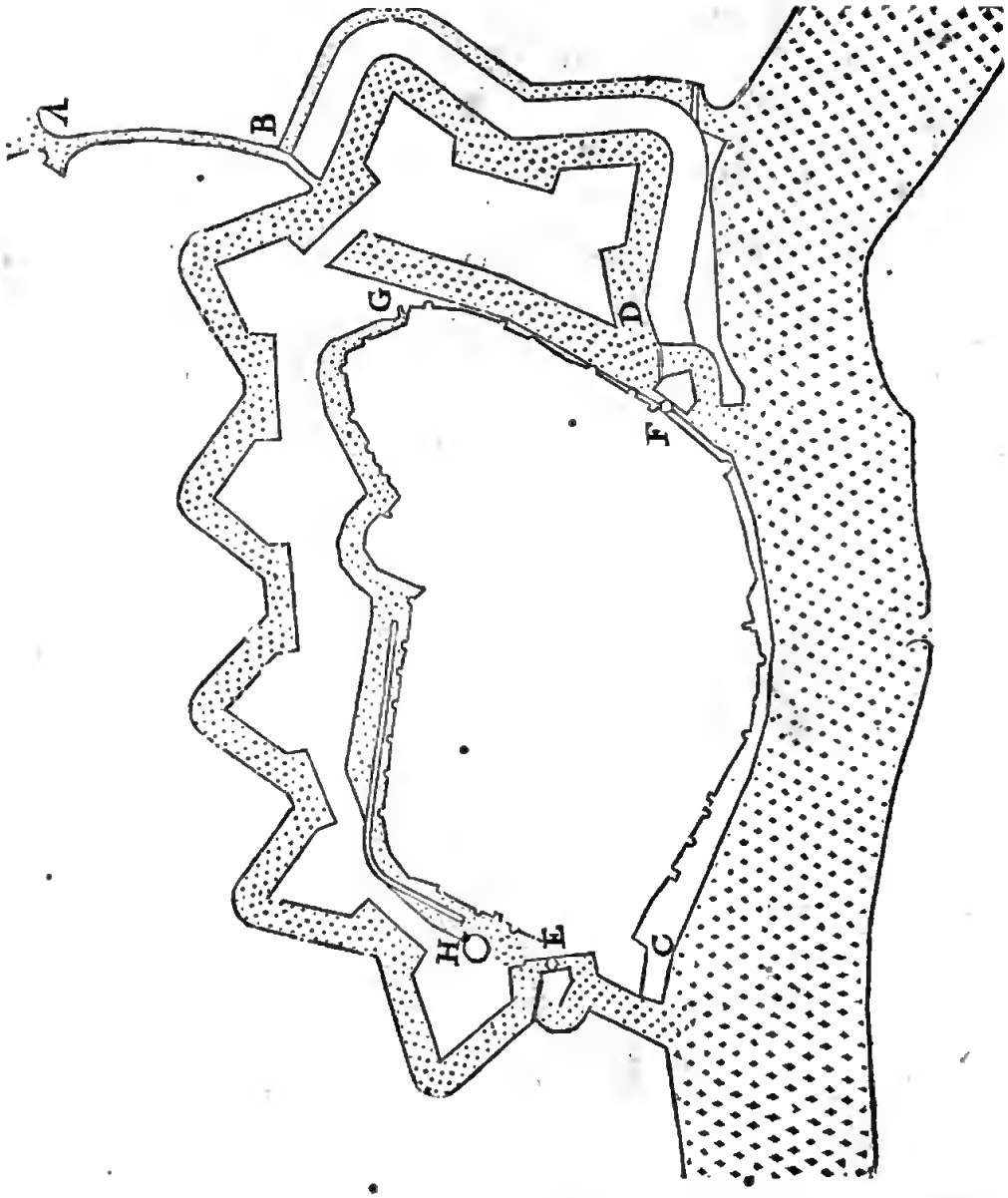
ET combien que l'Iſſel qui y court à l'encontre n'a flux ne reflux, toutefois l'approfondiſſement s'y peut faire de grande vehemence, avec la petite Riviere A B nommé Schibbeke, laquelle donne ſouventefois grande abondance d'eau, pour y faire grande profondeur de Foſſez & Havres, ſans deux bouts ſabloneux, comme en la 5 Figure, mais au lieu deux Havres profonds, & cela ſelon la commune regle du 7 Exemple du 3 Chapitre, à ſçavoir qu'oſtant les deux Doda-

5 Figure.



Dodanes C D de la 5 Figure, on mettroit comme à la ſuivante 6 Figure deux Eſcluſes à portes d'eſguille au lieu de E F, ou ailleurs ſi on le croyoit plus utile : Et pour ſauver les Navires contre le cours de la glace, on les pourroit cacher & mettre dedans la Ville au vieil foſſé, lequel avec l'approfondiſſement ordinaire ſe pourroit auſſi faire plus profond, ſi on perçoit le bout pres G.

6 Figure.



Notez.

Ma premiere intention eſtoit de deſcrite plus d'Exemples en la fortifieation de ces Villes qui conſiſtent en effect, mais voyant qu'il y faudroit plus de temps que je n'y peux employer, & qu'outre cela tel amendement ne peut ſouvent ſucceder, pour les pretentions & oppoſitions des Pays & Villes circonvoiſines; de ſorte qu'on pourroit perdre beaucoup de peine, j'ay reſolu de changer tel deſſein, & au lieu de cecy, dire quelque choſe en general, comme s'enſuit:

Les Villes ſituées au bord des grandes eaux avec flux & reflux, comme en ces Pays, Yſendieque, l'Eſcluſe, Ter-Tolen, Ter-Vere, Ziericzee, Willemſtadt, Geertruyden Bergue, Rotterdam, Dordrecht, Enchuyſen, Amſterdam, & ſemblables, ſe peuvent fortifier par Eſcluſes ſelon la maniere du 2, 3, 4 & 5 Exemple du 3 Chapitre: Comme auſſi les Villes pres des grandes eaux ſans flux & reflux, ayant des petites Rivieres, comme Aernhem, Zutphen, Deventer, & ſemblables.

Les Villes ſituées pres des grandes eaux avec flux & reflux, mais auſſi loing de là, qu'il ſe peut mettre un ſiege entre deux. comme Bergues op den Zoom, Middelbourg, la Briele, Schiedam, & ſemblables, ſe peuvent fortifier par Eſcluſes ſelon la maniere du 6 Exemple du 3 Chapitre: Comme auſſi telles Villes pres des grandes eaux ſans flux & reflux, moyennant qu'il y ait une petite Riviere, comme Douſbourg, & ſemblables.

Les Villes ſituées au bord des grandes Rivieres ſans flux & reflux, & ſans petite Riviere, comme Worckum, Heuſden, Bommel, Kampen, Emmerie, Reez, & ſemblables, ſe peuvent fortifier avec des Eſcluſes ſelon la maniere du 8 Exemple du 3 Chapitre.

Les Villes loing des grandes eaux, mais ayans des petites Rivieres innavigables: Comme Breevoort, Moers, la Haye, & ſemblables, ſe peuvent fortifier par

des

des Eſcluſes ſelon la maniere du 9 Exemple du 3 Chapitre: Comme auſſi les Villes loing des grandes eaux, avec de petites Rivieres navigables qui ſont entierement eſtouppées par des Eſcluſes, comme Breda, & ſemblables.

Les Villes qui ont peu de flux & reflux. mais des petites Rivieres, comme Harderwijc & ſemblables, ces deux enſemble, à ſçavoir la petite Riviere avec le petit flux & reflux, peuvent faire l'approfondiſſement plus fort avec plus grande difference de l'eau haute & baſſe, que celle qui vient ſeulement de la marée.

Combien que le fond du haut foſſé d'Aernhem, ſoit environ 14 pieds plus haut que le bas fond hors de ſes Dodanes; ſi eſt-ce que je tiens pour choſe poſſible (moyennant qu'il n'y ait point au fond de rochers ou de matiere trop dure) de le pouvoir approfondir par des Eſcluſes, auſſi profond que ſans Dodanes on pourroit naviguer avec des batteaux alentour de la Ville: Car combien que le Rhin n'y ait point de flux & reflux, toutesfois pour la commodité de la petite Riviere nommée la Beque, par laquelle on peut amaſſer l'eau fort haute, j'eſtime que cela ſe pourroit effectuer. Les raiſons qui me le font croire plus franchement, eſt l'experience advenue à Lingue, devant laquelle Ville du temps que SON EXCELLENCE la gagna, il y avoit aux bords des foſſez des hautes montagnes, qui commandoyent à la Ville: Mais par la bonne conduite des eaux hautes de ſa petite Riviere nommée Aa, les montagnes ſont anichilées bien juſques à mille pieds du foſſé, & cela à fort peu de deſpens: Et que cecy n'eſt point un ſonge, ſe peut croire d'autant plus fermement, parce que les Bourgeois ſortoyent ſouvent pour voir les montagnes qui tomboyent, eſtans cavées au deſſous par le cours de ladite petite Riviere. Il eſt bien vray que c'eſtoyent des montagnes entierement ſablonneuſes, eſquelles la diſſipation eſt plus facile qu'en matiere ferme; mais on peut tirer ſon profit de cecy, pour s'en ſervir ſelon que les circonſtances le permettent. Par ce qui eſt dit icy d'Aernhem, le ſemblable ſe peut entendre des autres Villes qui ont telle diſpoſition.

Il y a pieçà long temps, que ceux de Leyde commencerent à faire une Eſcluſe pres de Carwijc, pour naviguer par icelle de Leyde à la Mer, & pour vuider auſſi les eaux; mais les troubles ſurvenans, le deſſein demeura imparfait, tellement que l'œuvre commencé a obtenu le nom de Mallegat, qui eſt autant à dire que trou follement conceu. Mais pour declarer mon opinion d'un tel deſſein, je dis ainſi: Si on faiſoit à ce lieu trois Eſcluſes d'eſguilles l'une dans l'autre, larges cahcune de 50 pieds, faiſant enſemble une ouverture de 150 pieds, & hors des Dunes deux teſtes longues ſelon qu'il appartiendroit, j'eſtime qu'il deviendroit un des plus fameux Havres dont on parle maintenant, qui ne ſeroit auſſi ſubject à tel changement de bancs accroiſſants à l'embouchure, comme les Havres cauſes par des Rivieres, dont je traiteray plus particulierement cy-deſſous: Mais ſi on mettoit pres de la Ville d'autres Eſcluſes d'eſguilles ſelon que requerroit un tel deſſein, on pourroit faire qu'il n'y auroit point aucun meſlange de l'eau marine avec la fraiche de la Ville, laquelle auſſi en temps que le vent demeure longuement en un endroit, ſeroit journellement rafraiſchie mieux que maintenant.

Je diray encore un mot de certaines proprietez, qui en matiere d'Eſcluſes ſont à remarquer: Quelques uns n'eſtiment point profitable de tirer entierement en haut à un coup la porte d'une Eſcluſe; parce (diſent-ils) que l'approfondiſſement eſt alors incontinent fini, mais qu'il vaut mieux qu'on la hauſſe par intervalles, pour moderer le cours, & faire que l'approfondiſſement dure plus long temps: Mais quant à moy, la maniere de ceux qui font deſgorger l'eau tout à coup, auſſi toſt qu'il eſt poſſible, me ſemble meilleure. Et pour en donner raiſon, je dis par exemple ainſi: Comme une balle de Canon de 48 lb, roullant en une goutriere miſe de biais, & courant de là en un mocceau de pots de terre, y fera plus de breſche en peu de temps, que 48 lb de petites balles de mouſquet, roullant l'une apres l'autre en icelle goutiere pendant un plus long temps: Ainſi dis-je qu'une grande eaue ſouſtenue, rombant tout enſemble par une grande ouverture en un fond ſablonneux, y fait plus de breſche ou approfondiſſement en peu de temps, que l'eau tombant lentement par une petite ouverture ſur le meſme fond durant un plus long temps: Ce que ſemblant aſſez conſiſter en raiſon, je n'en diray d'avantage, mais je paſſeray à une autre queſtion.

On a veu ſouvent qu'il s'eſt fait plus de degorgement d'eau ou ſecbement de terre avec une Eſcluſe plus eſtroite, qu'il n'avoit eſté fait auparavant avec une plus large; ou que pluſieurs Eſcluſes l'une joignant l'autre, faiſoyent auparavant moindre ſervice que peu d'Eſcluſes qu'on y faiſoit apres: Comme entre autres au lieu des cinq Eſcluſes ptes de Schiedam on y avoit fait une grande Eſcluſe, mais beaucoup moindre que les cinq enſemble; rendant toutefois beaucoup meilleur ſervice que n'avoyent fait les cinq premieres, dont quelques uns pourroyent conclurre avec des raiſons d'apparence, que les plus larges Eſcluſes, auſquelles nous butrons ſi fort, ne font point touſiours la plus grande profondeur. Pour reſpondre à cecy, il faut ſçavoir qu'en l'ordonnance d'icelles cinq Eſcluſes, & des ſemblables eſquelles ſe rencontre tel accident, on a commis une faute, de laquelle il ſe faut garder en l'ordonnance des Eſcluſes d'eſguille: Mais à fin de donner à cognoiſtre cette faute à ceux auſquels elle eſt incognue, il eſt notoire que ſi l'ouverture d'une Eſcluſe, ou toutes les ouvertures de pluſieurs Eſcluſes enſemble, eſtoit auſſi large que la commune largeur du Canal ſur lequel l'Eſcluſe, où les Eſcluſes ſont baſties, qu'alors c'eſt choſe naturelle, que tel ſable ou fange s'aſſemble en l'Eſcluſe, comme il y a des deux coſtez du Canal le long de la terre devant & derriere l'Eſcluſe, à cauſe que le cours n'eſt pas plus fort dans l'Eſcluſe, que dehors le Canal: Mais le ſable eſtant ainſi eſſemblé dedans & devant les portes de l'Eſcluſe, elles demeurent fermes ſans ſe pouvoir ouvrir ny fermer, & par conſequent ſans rendre ſervice aux terres: Il eſt bien vray que la regle eſt certaine, à ſçavoir que par les plus grandes ouvertures des Eſcluſes ſe fait la plus grande profondeur, mais cela s'entend à condition que les portes n'ayent tel empeſchement: Pourtant il faut en ordonnant les Eſcluſes d'eſguilles, ſoigner que l'ouverture ſoit touſiours autant plus eſtroicte que la largeur du Canal ou du receptacle, que tel eſtouppement n'en provienne.

J'adjouſteray à ce qui eſt dit encore cecy: A ſçavoir, que les Havres faits par Eſcluſes d'eſguilles avec eau marine ſans qu'il y entre aucune Riviere, acquerront moindre accroiſſement de bancs que les Havres faits par Rivieres, à cauſe que là advient ſeulement accroiſſance du ſable, qui vient aucunefois ſous l'eau avec les grandes tempeſtes, & qui apres en eſt rejetté avec le cours des Eſcluſes: Mais l'accroiſſement devant l'embouchure des Rivieres, eſt outre cela autant plus grand que cauſent les hautes eaux qui apportent telle quantité de ſable, des montagnes & hautes terres, que les bancs

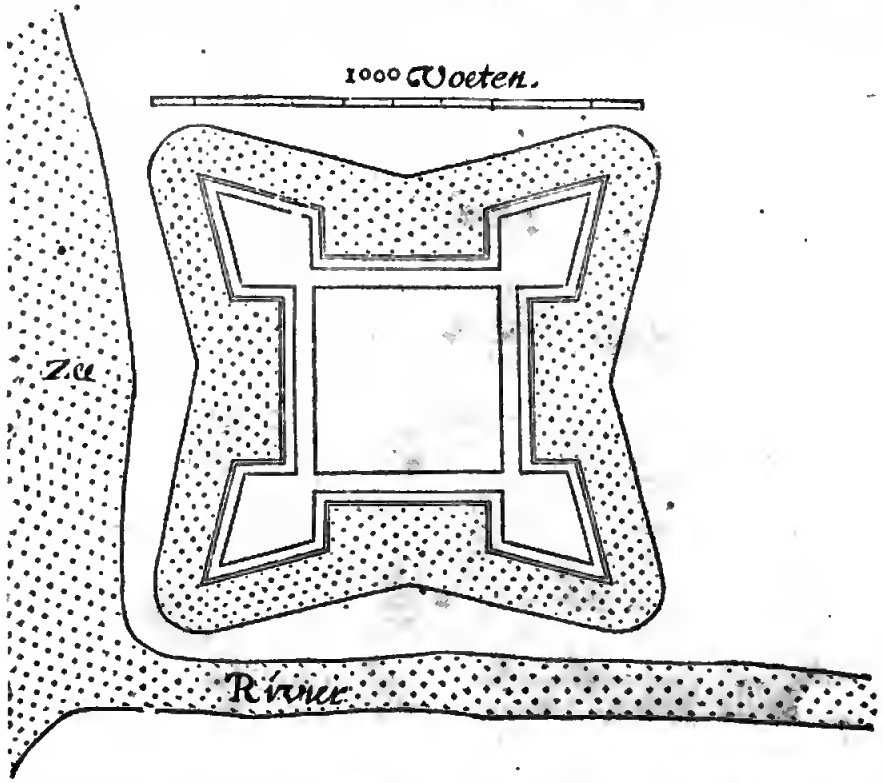
en

en acquietent ſi grand changement, qu'on cerche ſouventefois la plus grande profondeur pour remettre les tonneaux : Voire cet accroiſſement eſt tel, que les grandes Iſles qu'on voit accroiſtre à l'embouchure des Rivieres en viennent, comme devant l'Eſcau les Iſles de Zeelande, & devant la Meuſes les Iſles d'Hollande, comme Briele, Vooren, Goeree, Beyerlandt, & pluſieurs autres qui au temps de *Ptolomée* n'y eſtoyent pas, & depuis ſont fort changées, comme il ſe peut voir par ſes Cartes & celles du temps preſent : de ſorte que pluſieurs Villes qui eſtoyent alors Maritimes, ſont depuis devenuës champeſtres : On voit auſſi que devant les Havres, comme de Marſeille, Genes, Napels, & ſemblables, par leſquels il ne court point de Rivieres en Mer, un tel accroiſſement ne vient point comme és autres. Tellement que les Havres des Villes ſituées au bord de la Mer loing de Rivieres. & approfondis par Eſcluſes, ne ſont point ſubjects à telle difficulté comme la premiere ſorte de Villes ſituées aux bords des Rivieres. Quant à ce que quelqu'un pourroit repliquer, que les Villes ſituées au bord des grandes Rivieres navigables, ont joignant la navigation externe en Mer, encore la navigation interne dedans le Pays, & que les Villes ſans Rivieres n'ont point tel advantage : On peut reſpondre, qui ayant depuis icelles Villes juſques à la grande Riviere, des Foſſez avec des Eſcluſes d'eſguille és Diguées, les Navires peuvent par iceux Foſſez entrer dans les Rivieres, & naviguer dedans le Pays comme ſi les Villes eſtoyent ſituées aux bords des Rivieres, & ſi tels Foſſez n'y ſont pas, on les y peut (quand la commodité le permet) fouïr de nouveau.

Or ayant mis premierement en ce 4 Chapitre des Exemples comment certaines Villes conſiſtentes en effect, ſe peuvent fortifier par Eſcluſes, & puis apres ayant encore diſcouru en general de ceſte matiere, je mettray fin à ce Traité.

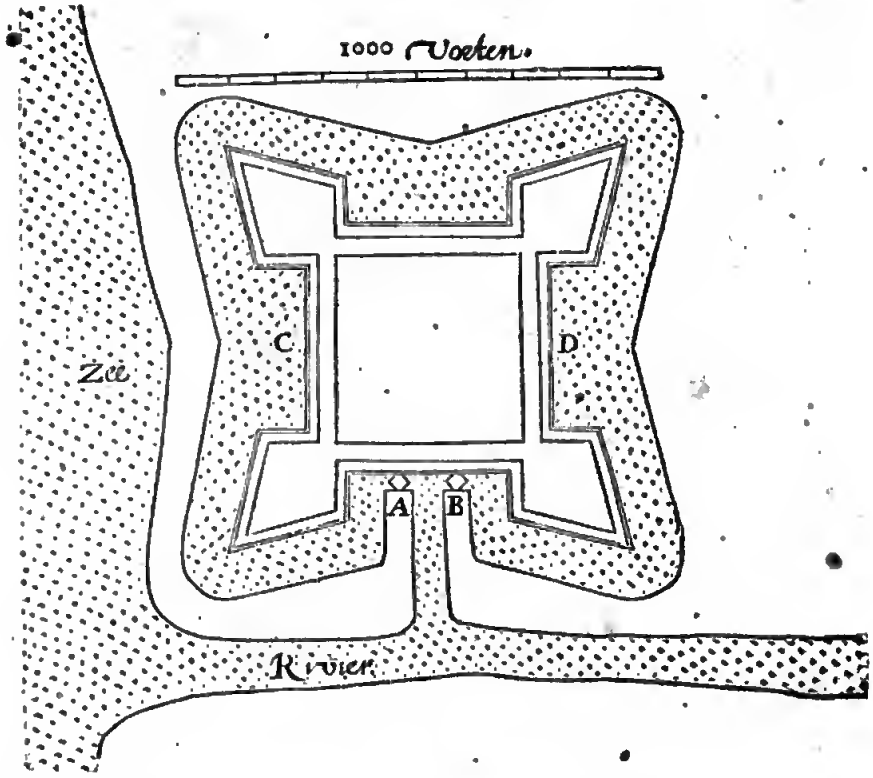
APPENDICE.

IL eſt advenu lors qu'on imprimoit la fin de ce Traité, qu'on fit le plan d'un grand Fort quarré, comme en ceſte premiere Figure ſuivante, lequel on a envie de baſtir en quelque lieu, ayant un coſté le long d'une Riviere, l'autre le long de la Mer, & à l'entour un foſſe, eſtant icy marqué auſſi pres de la Riviere, & de la Mer, qu'il n'y demeure point de place pour loger un Camp : Laquelle maniere on eſtime meilleure, que de faire battre les ondes contre les bonlevarts, pour les raiſons amplement declarées cy-devant. Telles places ſont entre autres Gorckum, Aernbem, Tbiel, le Fort ſur la Vooren, S. André, Lillo, Liefkens Hoec, & pluſieurs autres en Flandres. Le ſuſdit plan m'a eſté monſtré pour en dire mon advis, lequel j'ay voulu joindre au precedent comme s'enſuit : Premierement il eſt bien vray, qu'à telle maniere de foſſé il ne faut point de Dodanes pour ſouſtenir l'eau du foſſé : Mais d'autre part pas un Navire ne peut entrer au foſſé, pour y eſtre aſſeuré contre l'Ennemy, ce qui toutefois eſt fort neceſſaire en temps de ſiege, pour eſtre garanti contre les canonnades & le feu.



Il eſt bien vray qu'on peut prevenir ces difficultez avec des Eſclnſes d'eſguille, ſelon la maniere deſcrite au 3 Chapitre; Mais parce que ceſt Exemple ſemble requerir plus ample declaration, je mets à ceſte fin le plan ſuivant dudit Fort, là où A ſignifie l'une des Eſcluſes d'eſguille, B l'autre, miſes entre deux boulevarts devant une meſme courtine, faiſant l'approfondiſſement par le Havre C, l'unefois avec A, B demeurant cloſe, l'autre

l'autre fois avec B, A demeurant cloſe, ſelon la maniere declarée plus amplement au 3 Chapitre. On doit auſſi ſçavoir, que la contreſcarpe aura ſon chemin couvert, avec ſon foſſé devant, pour couvrir les Navires, ſelon ſa maniere deſcrite à la fin du 5 Exemple du 3 Chapitre.



La difference entre ceſt Exemple, & les Exemples du 3 Chapitre, eſt qu'il y a icy deux Eſcloſes d'eſguille ordonnées entre deux boulevarts devant une meſme courtine, là où chacune des autres eſt devant une courtine particuliere, dont la raiſon eſt telle : Si chaque Eſcluſe d'eſguille giſant icy pres de A & B, eſtoit miſe devant le milieu d'une courtine, comme au lieu de C & D, comme elles ſont miſes aux Exemples du 3 Chapitre, il eſt notoire qu'on ne pourroit tenir qu'une moitié de l'eau du foſſé pour approfondir, là où autrement on a l'entier foſſé. Secondement, les deux Eſcluſes d'eſguille A, B, l'une auprés de l'autre, ſont mieux deffendues avec leurs boulevarts tous deux vers la Riviere, là où on n'attend point de ſiege, & ſans avoir meſtier de Ravelin, qu'une Eſcluſe pres de D, par où on peut eſtre aſſiegé du coſté de la terre, & qui requerroit bien un Ravelin pour ſa defenſe : De ſorte que pour ceſte raiſon, les Eſcluſes d'eſguille és petits Forts avec peu de boulevarts, veulent eſtre miſes l'une auprés de l'autre devant une meſme courtine, pourveu que l'eau de la Mer ou de la Riviere ne frappe point contre la Forteresſe, auquel cas les Eſcluſes d'eſguille veulent eſtre miſes ſelon l'autre maniere.

La cauſe pourquoy je ne mettoye ceſt Exemple avec ceux du 3 Chapitre, eſtoit qu'il me ſembloit alors aſſez manifeſte, & que chacun le pourroit facilement conſiderer par ſoy-meſme, ſans en faire plus ample declaration : Mais venant au faict, & tirant le plan d'uo fort, lequel on veut faire en effect, ceſte plus ample explication me ſembloit convenable : De ſorte qu'à cauſe de cela je l'ay appliquée en ceſt Appendice, en intention de faire le meſme des autres ſemblables qui doreſnavaot ſe pourroyeot rencontrer.

Fin de la Fortification par Eſcluſes.

LA

LA FORTIFICATION.

ARGUMENT.

Au premier Chapitre nous declarerons les significations des mots propres à ce Traicté en 21 definitions. Au second, la maniere de projecter une forteresse Hexangulaire accomplie en petite forme. Au troisiesme, la structure de semblable forteresse Hexangulaire en grande forme, à sçavoir comme elle doit estre dressée en effect. Au quatriesme, le project & la structure des forteresses accomplies, qui ne sont point Hexangulaires tant en petite qu'en grande forme. Puis quand l'apprentif aura entendu par les choses susdites les proprietez, & circonstances requises en une forteresse accomplie, & pouvant par là comprendre les questions, qui se rencontrent entre les Architectes, qui sçavent bien la façon des forteresses : il trouvera puis apres ces mesmes questions deduites. Mais par ce qu'il est expedient pour en bien juger, d'avoir premierement cognoissance du but de ceste matiere, nous en declarerons au cinquiesme tous les poincts principaux. Le susdit but selon lequel en jugeant il se faut souvent gouverner, estant ainsi descrit, s'ensuivront au sixiesme quelques questions des forteresses accomplies : & au dernier des forteresses imparfaictes, qu'il faut bastir selon la qualité du lieu. Par ainsi le tout sera comprins en sept Chapitres.

Et pour declarer encore plus apertement la nature de la Methode de ceste matiere, nous comprendrons toute la matiere de ce livre en une table comme s'ensuit :

- Ceste fortification cõsiste en la declaration des
  - choses comprenant
    - propres mots, declarés en 21 definitions du premier Chapitre.
    - la maniere de la structure des forteresses accomplies lesquelles sont, ou
      - Hexangulaires, esquelles se considere le
        - project en petite forme, lequel se rencontre
          - sur le fond dit Ichnographie,
          - eslevé qui se nomme Orthographie,
          - ombré qui s'appelle Scenographie,

          tous trois compris au deuxiesme Chapitre.
        - project de la grande structure comme elle doit estre bastie en effect, descrit au troisiesme Chapitre.
      - d'autres angles que de six, dont le project tant en petite qu'en grande forme est declaré au quatriesme Chapitre.
    - les raisons de la meilleure maniere de structure, consistant en
      - la declaration du but d'icelle matiere, la cognoissance de laquelle estant utile à l'intelligence des arguments & au jugement d'iceux, nous en descrirons trois poincts principaux comprins au cinquiesme Chapitre.
      - Arguments sur les
        - forteresses accomplies compris en 17 questions du sixiesme Chapitre.
        - forteresses imparfaictes compris en 12 questions du dernier Chapitre.

CHAPITRE I.

Contenant les definitions des mots propres à ce traicté.

COmbien que nostre intention soit de descrire la fortification, si est ce que par cela nous n'entendons point un commun recit des forteresses du temps passé : mais seulement de celles, qui pour le present, sont estimées les plus propres selon les moyens, dont on a besoin contre un vaillant ennemy, pour le vaincre. Mais veu qu'il faut avoir la cognoissance des mots propres à ceste matiere, à fin de pouvoir entendre ce qu'ils signifient, nous definirons premierement ceux qui nous semblent avoir besoin d'explication pour ceux qui n'y sont point versez, & cela par trois communes manieres de projects : assavoir Ichnographie, Orthographie & Scenographie, qui seront representées au deuxiesme Chapitre suivant par huict diverses figures, dont la premiere est de l'Ichnographie ; mais veu qu'aucunes parties y sont marquées fort petites & peu visibles ; és figures 2. 3. 4. & 5. elles sont representées plus grandes : La 6. & 7. sont de l'Orthographie : La 8. de la Scenographie.

DEFINITION I.

BOulevarts sont telles qui sortent des forteresses.

Comme en la premiere figure les six boulevarts B, C, D, E, F, G, où en la 8 figure les deux A, B. Quant à l'etymologie du nom, elle est des Allemans, qui l'appellent *Bolwerck*, nom composé de *Bol* & *werck*, qui signifient *Boulle* & *ouvrage* : comme pour dire ouvrage pour le fait des boulles, à sçavoir pour leur resister estans tirées là dessus par l'ennemy. Les Italiens usans

uſans de ce mot Allemand, diſent en langue corrompuë *Balvardo*, aucuns *Belovardo*, autres *Balluvardo*: lequel Jacomo Caſtriotto definiſſant au 1. liv. chap. 9. Le fait deriver de *Bellum & garda*; aotant à dire que *guarde contre la guerre*. Mais ſi la vraye etymologie Allemande luy euſt eſté cognuë, j'eſtime qu'il oe l'euſt point defini de telle ſorte.

DEFINITION II.

REmparts, ſont les terrains entre deux Boulevarts.

Comme K H en la premiere figure C Q R I en la 6. C en la 8.

DEFINITION III.

CAies, ſont les bords exterieurs du foſſé.

Comme en la premiere figure *b d c*: en la 6. *b* L P: eo la 8. D.

DEFINITION IV.

GRaud foſſé, eſt ce qui eſt contenu entre les Boulevarts & Remparts d'un coſté, & le Caies de l'autre.

DEFINITION V.

COutre-foſſé, eſt celuy qui giſt aux foſſez ſecs environ le milieu du grand foſſé.

Comme en la premiere figure *k h i*: en la 6 Y: en la 8 E.

DEFINITION VI.

TErrepleins, ſont les chemins deſſus les remparts.

Comme en la premiere figure entre les deux lignes *o p*; en la 6 S K ſignifient le Terreplein du rempart inferieur. Mais *q r* en la premiere figure, Q i en la 6, & F eo la 8, le Terreplein do rempart ſuperieur.

DEFINITION VII.

PArapet, eſt la levée derriere laquelle on eſt deffendu juſques à la poictrine.

Comme en la premiere figure *n o, p q*; en la 6 *k* T, & *i* R Parapets du haur, & bas rempart, leſquels ſe nomment auſſi vulgaitement Courtines, par ce que l'on s'y cache comme derriere uoe courtine.

DEFINITION VIII.

PEnte de parapet, c'eſt ſon coſté ſuperieur panchant vers le dehors.

Comme R *c*, & T *d* en la 6 figure: G & H en la 8.

DEFINITION IX.

EScarpe, eſt le coſté oblique qui ſe fait devant les remparts, & murailles, pour les garder de cheoir.

Comme en la 6 figoie *c*, S, I, V, L, *b*.

DEFINITION X.

CHemin couvert, eſt ce qui giſt ſur la Caie, & dans lequel on peut aller couvert derriere un parapet.

Comme en la premiere figure *b d e f*: en la 6 L P: eo la 8 D.

DEFINITION XI.

NEttoyer, eſt tirer les boulets d'artillerie au long d'un mur, rempart, chemin, ou ſemblable.

DEFINITION XII.

FLancs, ſont les coſtez des boulevarts.

Comme eo la premiere figure les flancs LPH, & QK.

DEFINITION XIII.

OReillon, eſt la partie du boulevart, qui couvre le flanc.

Comme en la 1 figure P *l m* M: en la 8 I, K, L, M.

DEFINITION XIV.

SUperieure, moyenne, & inferieure place, ſont les trois divers lieux aux flanc là où l'artillerie prend ſa reculée.

Comme en la 3 figure, l'aire où ſont les lettres N, O, P, Q, R, B, H, G, inferieure.

DEFINITION XV.

CAonnieres, ſont les ouvertures, qui ſe font aux parapets des trois places, & ailleurs, pour mettre en icelles l'artillerie.

Comme en la 3 figure, les caoonnieres de la place ſuperieure N, O, P, Q, R: de la moyenne C, E: & de l'inferieure I, K.

DEFINITION XVI.

MErlon, eſt la partie du parapet, qui demeure entre deux caonnieres.

Comme en la 2 & 3 figure, routes les parties des parapets eotre les ſuſdites caoonnieres.

DEFINITION XVII.

CAvaliers, ſont certaines hauteurs aux forteresſes en forme de montagnes.

Comme en la 1 figure, les Cavaliers ſur les boulevarts B, C, D, E, F, G: en la 7 A: en la 8 A, B: pour deſcoovrir par iceux la campaigne, & mieux moleſter l'ennemy de loing.

DEFINITION XVIII.

PLattes formes, ſont Cavaliers, ou boulevarts qui ſont plats pardevant.

Comme qoand on met deſſus, ou derriere la Courtine quelque baoteur, qui eſt par devant toute platte, ſans poincte; comme ſont les boulevarts, cela s'appelle Platte-forme. Semblablement quand on met quelque teſte platte par devant ſortant de la grande courtine (ce qui vient ſouvent à poinct és courtines avec angles interieurs: à fin de pouvoir nettoyer iceluy coſté plat, comme il ſera plus emplement declaré en ſon lieu) telle teſte, ou boulevart s'appelle auſſi Platte-forme. De ſorte qoe Platte-forme eſt comme genre ayant deux eſpeces, qui ſoot Cavallier plat, & Boulevart plat.

DEFINITION XIX.

COntre-mine, eſt l'allée voûtée au fond du rempart, à l'entour de la Forteresſe.

Comme en la 6 figure *f g h*: & s'appelle Contremine, parce qu'on reſiſte par là aux mines des ennemis.

DEFINITION XX.

SOrties ou Fauſſes portes ſont celles, par leſquelles on ſort ſecretement hors de la forteresſe, deſquelles l'iſſuë ſe met communement pour le preſent au coſté interieur de l'Oreillon.

Comme eo la 5 figure, la ſortie D E F G, dont la porte de l'iſſuë giſt hors le meilon de la place inferieure: comme en la 3 figure eotre K & L.

DEFINITION XXI.

LEt deſfencts, qui ſe font d'un coſté & d'autre de la parfaicte forteresſe, pour s'aſſeurer encore mieux; s'appellent Caſemattes.

Le mot Caſematte me ſemble Eſpagnol compoſé de *Caſe* & *matta*: comme qui diroit *caſa por donde ſe matta*: qui ſignifie maiſoo, ou baſtimeor par lequel on toë.

Aucuns on par cy-devant auſſi nommé Caſemattes la moyenne, & inferieure place des flancs : mais l'uſage a obtenu entre les derniers Authenrs qu'elles ſoyent appellées plus proprement moyenne, & inferieure, ou ſeconde & troiſieſme place ; à cauſe (peut eſtre) qu'on ne les baſtit plus enuvertes & vnûtées comme maiſons, ſelon la maniere ancienne, dont il ſera parlé plus amplement en ſon lieu.

Outre les explicatinns precedentes touchaot les huict figures ſuivantes, nous mettons en brief par eſcrit les ſignifications de leurs parties, pour plus grande evidence.

Chapitre II.

Contenant l'exemple du pourtraict d'une forteresse Hexangulaire, en petite forme.

VEu que l'on doit ſçavoir l'ordre des fortereſſes avant que venir à l'œuvre de baſtir, à fin de ne s'abuſer en ce qui ne ſçaurnit pois apres eſtre changé ſans de treſgrands frais qui en deſpendent, on a de couſtume de pourtraire premierement diverſes figures ſelon la ſiruarion du lieu & de toutes les eirconſtances ; à fin que les perſonnes qui en ont à diſcourir ſe puiſſent facilement entendre l'un l'autre par tels pourtraicts, & finalement en mieux conclure. Ces projects ſe font eo deux manieres : Premierement, plats ſor le papier, puis apres ſolides d'argille, cire, bois, ou d'autre matiere commode : finalement oo vieot au baſtiment meſme. Oe pour ſuivre icy cet ordre naturel, nous avons propoſé premierement de faire le pourtraict d'une forteresse accomplie Hexangulaire equilaterale inſcriptible au cercle ſans avoir egard aux empeſchemens, avantages ou deſavantages de hauteurs, profondeurs, mers, ou mareſcages : mais comme ſur un champ egal & commode pour y baſtir toot ce qui eſt requis à une forteresse parfaicte ſelon la maniere du temps preſent ; à ſçavoir avec doubles courtines, l'une haute l'autre baſſe, avec foſſez ſecs chaque flanc ayant trois places. Et pac ce que la pourtraicture en plat ſe rencontre (comme dit eſt) eo trois manieres, l'une ſur le fond dite Ichnographie ; l'autre debout nommée Orthographie, deſquelles chacune ecquiert ſes propres meſures, nous mettrons pour en traicter plus diſtinctement, toutes les meſures de l'Ichnographie en one partieuliere deſcription. Puis apres les meſnres de l'Orthographie en one autre. Au deenier ſuivea la pourtraicture Schenographique.

Il faut auſſi ſçavoir qu'eo la deſcription oous n'uſerons point de methode par Dichothomie du tout en ſes parties, ains mettrons devant ce qui precede commodement en l'effectuel pourtraict.

Mais avant que traicter de ces meſures oous voulons dire eneore un mot au Lecteur expert. C'eſt qu'au cas qu'il trouve quelqué meſure ou ordonnances leſquelles ne ſoyent pas bonnes à ſon advis, nous n'avons pas deliberé de luy en tendre eompte en ce lieu, mais à fin que noſtre doctrine ne ſoit obſcurcie par argumens, oous n'en traicterons qu'aux Chapitres ſoivans 6 & 7.

Meſures de l'Ichnographie.

PRemierement chaque coſté de l hexagone, ſur lequel ſe figurent les boulevarts ſera long de 1000 pieds, par leſquels nous entendons pieds de Delf ; de la eomparaiſon deſquels, avec aotres meſures, nous parlerons en la premiere queſtion du ſixieſme Chapitre.

Secondement, de ehaque angle de l'hexangle, juſques au coſté exterieur du merlon il y aura 180 pieds.

3. La largeur des flancs ſur le eoſté exterieur du merlon de la moyenne place avec l'eſpaiſſeur de l'oreillon, ſont enſemble 140 pieds.

4. La largeur du flanc meſurée ſur le coſté exterieur du merlon de la moyenne place de 30 pieds.

5. L'eſpaiſſeur du merlon de 20 pieds.

6. Quand on prolonge de 120 pieds la ligne ſignifiant la largeur du flanc, avec ſon oreillon (laquelle nous avons dite cy-deſſus devoir eſtre de 140 pieds) alors ſe tirera le raid qui dnit venir à l'oppoſite par la poincte exterieure d'icelle ligne de ſorte que le grand foſſe ſera large en ce lieu de 120 pieds.

7. Le chemin enovert ſera large ao eoing à l'oppoſite du milieu de la grande courtine de 20 pieds.

8. Le contre-foſſé ſe mettra nettoyable par la canonniere inferieure, & ſera large ſur le coing à l'nppoſite du milieu de la grande courtine de 20 pieds ; & puis par tout de meſme largeur.

9. La lnngueur de l'oreillnn, de 100 pieds.

10. L'eſpaiſſeur du merlon de la courtine baſſe taot du bnolevart comme de la grande, de 20 pieds.

11. La largeur de ſon terre-plain, ou allée de 20 pieds.

12. L'eſpaiſſeur de l'eſcarpe du haut tempart, de 10 pieds, adjnuſté encore au meſme l'eſpaiſſeur du parapet 20 pieds, qui font enſemble 30 pieds. Ce parapet ſuperieur ſe produira, & on en fera une guirlande ſuperieure du boulevart ; comme on avoit fait la guirlande inferieure du parapet inferieur ; tirant les couetines des boulevarts hors du coing interieur de la place ſuperieure ; laiſſant pour longueur de la place moyenne, 30 pieds.

13. La largeor du terre-plain de 50 pieds.

14. L eſpaiſſeor de l'eſcarpe interieure du baut eempart, 20 pieds.

15. La largeur de la ruë entre les maiſons, & le tempart, de 30 pieds.

16. L'eſpaiſſeur de l'eſcarpe du cavalliee de 10 pieds : auſquels adjouſtez l'eſpaiſſeur de ſon parapet de 20 pieds, font enſemble 30 pieds. Et ſeeoni les coſtez du devant du cavalliee ritez du coing intecieur de la place ſuperieore : Et le conteoo entre le parapet de la place ſuperieore, & le cavallier, ſera pour largeur de la place ſupersieure de 30 pieds.

17. Il y aura un chemin au coing, où ſe conjoignent deux chemins couverts, par lequel peuvent allee & venir, tant les chevaux & beſtail, que les hommes, pour venir du foſſé au chemin couvert : mais en moorant ſans degrez en tout 40 pieds : le meſme chemio ſera long de 140 pieds, large par deſſus de 20 pieds ; & ſera tire hors du coſté exterieur du flanc. Si il ſe fait de bois, on le peut plus facilement desfaire ou compte quand on veut.

18. On meitra ſemblables cheminsen chaque coing, où ſe conjoignent deux paeapets, qui ont des chemins couverts : pour par iceux montee du chemin couvert deſſus ſon parapet ; leſquels chemios ſeront longs de 40 pieds, larges de 20 : & ſeront, comme les precedents, ſans degrez, & tirez du coſté exterieue des flancs. On entend auſſi, que l'on baſtira de ſemblables chemins dedans la forteresſe en chaqoe coing où ſe raſſemblent deux remparts, par leſquels on pourra montee de la ruë au terre-plain, pour pat iceux ameoer la groſſe artillerie, & autres choſes neceſſaires.

19. Il y aura une petite voûte eo chaque partie du haur rempart giſant ſur l'oreillon, pour pouvoir venir par là, de l'allée du bas rempart, qui eſt eotre deox boolevarts, outre la moyenne placc, eo l'allée du bas tem-

patr

patt des boulevatts : pour ainſi pouvoir aller tout à l'entour de la forteresſe ſans empeſchement. La meſme voûte doit eſtre ſi baſſe, qu'elle ſoit aſſez couvette du parapet, qui eſt devant, à ſçavoir de la hauteur de 6 pieds, & autant de large.

20. Les deux canonnieres de la moyenne place ſeront larges au lieu où elles ſont les plus eſtroictes, de 2 pieds; & ſeront auſſi miſes en ſorte qu'on puiſſe voir par icelles, juſques au coing du parapet du chemin couvert, qui eſt appoſé au milieu de la grande courtine.

21. La longueur de la place inferieure qui eſt l'ouvetture entre le merlon de la place inferieure, & le merlon de la moyenne place, de 30 pieds.

22. L'eſpaiſſeur du merlon de la place inferieure de 20 pieds.

23. Les trois canonnieres de la place inferieure ſeront au lieu le plus eſtroict, larges comme les autres de 2 pieds, & tendans vers le chemin couvert, juſques à ce qu'on puiſſe par icelles nettoyer la contreſcarpe.

24. Au parapet de la place ſupetieure on mettra cinq canonnieres, deſquelles les trois interieures, ſeront accommodées en ſorte qu'elles puiſſent nettoyer le parapet du chemin couvert: mais les deux exterieures en telle ſorte, qu'elles puiſſent nettoyer un coſté de la baſſe courtine, & tirer vers le coſté exterieur, auſſi loing, que l'oreillon le permet.

25. Dedans les remparts & cavalliers giſans derriere leſdites canonnieres des trois places, on fera des voûtes larges de 12 pieds, longues de 20: qui viendront à la haureur d'iceux, & d'autant qu'elles ſe rencontreront auſſi peu en la ſuivante pourtraicture Orthographique, qu'en cette Ichnographique, nous mettons icy ſeulement, comme par memoire, qu'elles ſeront de 7 pieds; à ſçavoir ſi baſſe, qu'elles ſoyent couvertes des merlons: On entend auſſi que derriere chaque canonniere, elles ſe peuvent baſtir en divers lieux de la courtine baſſe, tellement qu'aux flancs il y aura une telle voûte: auſſi ſeront miſes en leur lieu propre & commode les montées pour venir de la place ſuperieute à la moyenne & de la moyenne à l'inferieure.

26. Les portes ſeront larges de 10 pieds, au milieu de la grande courtine la voute tendant tout droit à travers du tempart.

27. Il y aura au bout de la porte, dans la forteresſe, un petit rempart de l'eſpaiſſeur de 40 pieds, ayant par dedans ſon parapet, & canonnieres: Et il y aura de coſté une autre porte de meſme largeur que la precedente à ſçavoir de 10 pieds, & le reſte ſelon la neceſſité des circonſtances. Nous entendons auſſi, qu'il y aura un pont de bois traverſant le foſſé, depuis la potte, tout droit juſques au coing du chemin couvert, qui eſt à l'oppoſite, & ſera tellement fait, que quand il ſera beſoing on le pourra facilement rompre, ou demolir.

28. Les ſorties ſeront dans les boulevarts, voûtées & larges de 8 pieds, ayans leur entrée de dedans és angles, où ſe raſſemblent deux remparts: Et à fin que les chevaux y puiſſent commodement paſſer, elles pancheront egalement ſans degrez 40 pieds en profondeur, à ſçavoir juſques à la porte de l'iſſuë, qui ſera en chaque coſté interieur des oreillons, au bout du merlon de la place inferieure, & ſeront leſdites voûtes hautes de 8 pieds.

29. Pour venir dedans la forteresſe en la place inferieure, & à fin d'y pouvoir amener de la groſſe artillerie, & autres choſes neceſſaires, l'on ira par la ſuſdite ſortie, juſques à ce qu'on vienne environ les voûtes qui ſont au bout de la place inferieure, & deſpuis là il y aura un chemin voûté particulier, tendãt vers la ſuſdite voûte.

30. Pour venir auſſi à telle fin (comme deſſus) de dedans la forteresſe à la place moyenne, & à l'allée de la courtine baſſe, qui ſont 10 pieds plus haut que le commun terroir, l'on fera depuis la porte interieure de la ſortie, un autre chemin voûté, large & haut de 8 pieds; montant en tout 10 pieds, & ſortant à la voûte interieure qui eſt au bout de la moyenne place. Le devant de l'entrée de la contre-mine ſera commodement au lieu où elle ſe rencontre avec la ſortie.

Pourtraicture Ichnographique, ſelon les precedentes meſures.

OR pour faire un pourtraict ſelon les meſures ſuſdites, & pour avoir premierement l'hexangle; je pren avec le compas ſur l'eſchelle 1000 pieds pour un coſté, & parce qu'il eſt egal au demy-diametre de ſon cercle circonſcriptible, par la 15 propoſition du quatrieſme livre d'Euclide, j'en tire ſur le centre A un cercle occulte B C D E F G, lequel je parti avec la meſme diſtance du compas en ſix parties egales és poincts B, C, D, E, F, G, & tire des lignes de poinct à autre: ce qui me donne l'hexangle requis.

2. Je mets le compas ſur 180 pieds, pour la longueur, deſpuis chaque angle de l'hexangle, juſques au coſté exterieur du merlon de la moyenne place, & marque ladite diſtance deſpuis B juſques à H d'un coſté: & deſpuis B juſques à I, d'autre coſté: puis de C à K, & de G à L: & ainſi des autres.

3. Pour avoir la largeur du flanc avec l'eſpaiſſeur de ſon oreillon, je tire H M longue de 140 pieds en angle droit ſur B C. Et de meſme ſorte, je tire I N en angle droit ſur B G, & K O en angle droit ſur C B; faiſant le meſme des autres lieux ſemblables.

4. Je tire H P 30 pieds, pour la largeur du flanc, ſur le coſté exterieur du merlon de la moyenne place: ſignant auſſi 30 pieds de K à L: & ainſi de toutes autres ſemblables lignes.

5. Je ſigne H R de 20 pieds en la ligne C B, poue l'eſpaiſſeur du meſme merlon, & tire R S parallele à H P, faiſant de meſme à tous les autres lieux ſemblables. Puis je mets le poinct T au milieu de H R, & ſemblable poinct pres de K en V, & pres de L en X. Puis je tire deſpuis A par le poinct C une ligne infinie: pareillement des lignes infinies par tous les autres poincts ſemblables. Puis du poinct T, je tire une autre ligne par le poinct O touchant l'infinie A C en Y. Semblablement la ligne deſpuis le poinct V par le poinct M touchant l'infinie A B en Z, puis la ligne Z X: Et ſi en l'œuvre on n'a point failli, la ligne Z X paſſera par le poinct N. Le meſme ſe fera auſſi à tous autres lieux ſemblables.

6. Pour avoir la largeur du grand foſſé, je tire la ligne H M plus avant juſques à *a*, ſi bien que M *a* fait 120 pieds: Je tire puis apres une ligne du poinct Q par le poinct *a*, juſques à ce qu'elle touche l'infinie A B au poinct *b*. Apres je prens la longueur B *b* & la marque de C à *c* à ſçavoir en l'infinie A C: & tire la ligne P *c*, coupant Q *b* en *d*. Ce qui eſtant ainſi, les deux lignes *c d* & *d b* ſignifient les rayës d'iceluy coſté de la forteresſe & ſelon la meſme maniere on tirera toutes les autres rayës & le foſſé ſera large deſpuis M juſques à *a* de 20 pieds, ſelon le requis.

7. Pour figurer le chemin couvert, je tire une ligne infinie de A par *d* & par tous les autres endroits ſemblables. Puis je ſigne deſpuis *d* juſques *e* la longueur de 20 pieds, pour la largeur du chemin couvert, là où il eſt le plus eſtroict; & tire la ligne de Q par *e*, juſques à ce qu'elle touche l'infinie A B en *f*: Puis je prens avec le

compas la longueur *bf*, & la marque deſpuis *e* juſque à *g*; à ſçavoir en l'infinie A C, & tire la ligne *ge*, de ſorte que les deux lignes *ge*, & *ef*, ſignifient le parapet du chemin couvert d'iceluy coſté de la forteresſe : & ce qui eſt compris entre iceluy paraper, & les extremités du raid *ed*, *db*, ſignifie le chemin couvert lequel ſera de meſme figure aux autres lieux à l'entour de la forteresſe.

8. Pour avoir le contre-foſſé, je marque le poinct *b* au milieu de *Ma*; par lequel je tire V*i* (ou pour dire encore plus proprement, ladite ligne ſera tirée vers P, deſpuis un poinct qui eſt diſtant de V vers O d'un pied, à ſçavoir au milieu du plus eſtroict de la canonniere, lequel eſt declaré au precedent huictieſme article) coupant A*e* en *k*, & touchant A F en *i*. Puis des deux coſtez de ceſte ligne *ki*, je tire deux paralleles finiſſantes en A*e*, & A*f*: tellement que deſpuis la ligne *ki*, juſques à chaque ligne qui eſt tirée joignant icelle, on trouve l'eſpace de 10 pieds, leſquels eſtans comptés auſſi en la ligne A*e*, ou M*a*, font enſemble, pour la largeur du contre-foſſé au coing, qui eſt à l'oppoſite dn milieu de la grande courtine 20 pieds, comme il a eſté mis cy-devant aux meſures. Or comme ceſte partie de contre-foſſé eſt deſignée icy, ainſi s'achevera tout le reſte, qui eſt à l'entour de la forteresſe.

9. Pour avnir la longueur de l'oreillon de 100 pieds, je marque deſpuis le poinct P en la ligne P*e* 100 pieds, comme P*l*. Puis je tire la ligne *lm* parallele à P M, à ſçavoir le poinct *m* en la ligne M V; & le trapeſe *m*M P*l*, eſt le parapet requis.

10. Il faut que l'eſpaiſſeur du paraper de la courtine baſſe ſoit de 20 pieds, laquelle je marque deſpuis *n* juſques à *o*, & tire par *o* une parallele à *n*. Je marque auſſi une ſemblable eſpaiſſeur pour les parapets inferieurs des boulevarts.

11. Je marque deſpuis *o* juſques à *p*, 20 pieds, pour la largeur de l'allée du rempart inferieur: & tire par *p* une parallele à *e*.

12. Je marque deſpuis *p* juſques à *q* 30 pieds, pour l'eſpaiſſeur de l'eſcarpe, & parapet du haut rempart, & tire par *q* une parallele à *p*. Puis je conduis ce parapet ſuperieur d'une telle façon, qu'il en ſort une guirlande du parapet ſuperieur; comme du paraper inferieur ſe faiſoit la guirlande inferieure, en tirant leſdictes faces des boulevarts de l'angle interieur de la place ſuperieur joignante, laiſſant pour la longueur de la moyenne place 30 pieds.

13. Je marque deſpuis *q* juſques à *r* 50 pieds pour largeur du haut terre-plein : & tire par *r* une parallele à *q*.

14. Je marque deſpuis *r*, juſques à *f*, 20 pieds, pour eſpaiſſeur de l'eſcarpe inferieure du haut rempart : & tire par *f* une parallele à *r*.

15. Je marque deſpuis *f* juſques à *t* 30 pieds, pour largeur de la ruë entre les maiſons, & le rempart : & tire par *t* une parallele à *f*.

16. Je pren pour eſcarpe, & parapet du cavallier tout enſemble 30 pieds; & marque ſur telle eſpaiſſeur la guirlande du cavallier F, & tire les coſtez anterieurs d'iceluy de l'angle interieur de la place ſuperieure, laiſſant entre le parapet de la place ſuperieure & le cavallier 30 pieds, pour largeur de ladite place ſuperieure : puis je fay les choſes ſuſdites à toutes les autres places ſemblables.

17. Pour avoir le chemin, par lequel on vient du fond du foſſé, ſur le chemin couvert, je marque le poinct *u* d'une telle façon, que *cu* face 20 pieds. Je tire puis apres la ligne P*u*, prenant la longueur d'icelle pareille à la longueur *ux* de 240 pieds. Ainſi j'ay le chemin requis *uxc*.

18. Pour avoir le chemin par lequel on va du chemin couvert, juſques au deſſus de ſon parapet, je marque le poinct *y* en ſorte que *fy* fait 20 pieds. Je tire puis apres la ligne Q*y*, prenant la longueur d'icelle pareille à la longueur *fz* de 40 pieds. Ainſi j'ay le chemin deſiré *yzf*.

19. Il faut qu'il y ait une petite voûte en chaque parrie, giſant ſur l'oreillon comme au lieu de V, ayant ſon iſſuë à un coſté de la moyenne place : d'autre coſté en l'allée de la courtine baſſe, à ſçavoir haut & large de 6 pieds, à telle fin qu'il a eſte dit au precedent dixneufieſme article des meſures.

20. Il nous faut avoir deux canonnieres de la moyenne place : mais veu que le contenu de la premiere forme en ſeroit trop petit; & que le tout viendroit trop inviſible, nous mettons en la deuxieſme figure un flanc tout ſeul, & plus grand, où par A B eſt ſignifié la ligne T P de la premiere figure; à ſçavoir la largeur du flanc de 30 pieds : le coſté A C ſignifie T R, eſpaiſſeur du merlon de 20 pieds : par le coſté C D s'entend une partie d'icelle grande courtine R K : & le coſté B E denote P*l* coſté interieur de l'oreillon : le coſté C F eſt pour R S coſté interieur du merlon, laquelle C F eſt touchée au poinct G par la produicte E B. Or pour faire cy-deſſus ſelon le requis, je donne à G H, & à C I chacun 2 pieds, pour largeur des canonnieres, où elles ſont le plus eſtroictes; apres je tire H K en telle façon que au long d'icelle, on puiſſe voir une partie de la courtine A D. Puis I L tout droit vers la poincte du parapet du chemin couvert, qui (ſi la figure eſtoit parfaicte) ſeroit vis à vis du milieu de la grande courtine. Ce qui eſtant ainſi, l'on peut voir, ſelon le contenu du 20 article des meſures, par ces deux canonnieres ladite poincte du parapet du chemin couvert : car G E coſté interieur y regarde tout droit, & *il* eſt tirée vers iceluy.

21. Il nous faut marquer la longueur de la place inferieure entre le merlon de ladite place inferieure, & le merlon de la moyenne. A ceſte fin nous prennons pour plus grande evidence une autre figure à part, à ſçavoir la troiſieſme, où A ſignifie le merlon de la deuxieſme figure, duquel le coſté anterieur, avec ſon eſcarpe, eſt B: & C D ſignifie la courtine, H F le coſté interieur de l'oreillon. En ladite figure je tire la ligne G H, parallele à B, en ſorte qu'il y ait entre les deux lignes 30 pieds, pour l'ouverture requiſe de la place inferieure.

22. Je tire dans ladite troiſieſme figure la ligne I K parallele à G H, de ſorte qu'il y aye entre deux 20 pieds pour l'eſpaiſſeur du merlon y comprenant 3 pieds pour l'eſcarpe. Or à fin de figurer icy les canonnieres, ſelon le requis; à ſçavoir en telle façon que l'eſcarpe des remparts, & la contreſcarpe n'empeſchent point de nettoyer, je tire premierement les eſcarpes des ſuſdites K L, I M tellement qu'il y ait entre deux 6 pieds, pour l'eſpaiſſeur de l'eſcarpe, ſur la hauteur de l'artillerie.

23. Je marque en la meſme troiſieſme figure les deux canonnieres pres K & I, comme ſelon le 20 article elles ont eſté marquées en la moyenne place. Puis encore une au milieu, comme il appert plus amplement par la figure.

24. Il y a encore à mettre cinq canonnieres de la place ſuperieure, leſquelles nous denorons en la troiſieſme figure par N, O, P, Q, R. Les trois interieures N, O, P, doivent eſtre conſtituées en telle façon, que les coſtez exterieurs tendent vers la poincte du parapet du chemin couvert, à fin que par icelles on puiſſe

nettoyer

nettoyer le parapet, auſſi de telle ſorte que P puiſſe nettoyer la baſſe courtine du boulevart. Mais les deux canonnieres exterieures QR giſent en tel eſtat qu'elles peuvent nettoyer d'un coſté la baſſe courtine CD, & les coſtez exterieurs de ces deux canonnieres ſont tirez vers le coing de l'oreillon pres S, pour pouvoir tirer par là autant de coſté, que l'oreillon le permet. Ce qui eſtant ainſi Q peut auſſi nettoyer la baſſe courtine du boulevart.

25. Pour avoir les voûtes dans les remparts derriere les canonnieres, je tire premierement en la ſuſdite douzieſme figure la ligne MN, ſignifiant l'eſcarpe du rempart derriere les canonnieres de la moyenne place: tellement que le contenu entre les deux lignes CF & MN eſtant large de 30 pieds, ſignifie le pavé deſcouvert de la place moyenne. Puis je marque dans le rempart les deux voutes requiſes OP, chacune large de 12 pieds longue de 20. Et s'entend que ſemblables voûtes ſeront auſſi miſes derriere les canonnieres des places ſuperieures, auſſi derriere les canonnieres, qui ſe peuvent mettre en divers lieux de la baſſe courtine, à fin que s'il eſtoit beſoing, l'artillerie y puiſſe prendre ſa reculée.

Quant à la montée, pour venir couvertement & commodement de la place ſuperieure à la moyenne, elle ſera baſtie pres TV en la troiſieſme figure: & eſt bon de ſçavoir, que ledit TV ſignifie un trou haut de 20 pieds, large de 10. Mais pour declarer la qualité d'icelle plus apertement, je marque XY, ſignifiant l'allée voûtée, qui tend de la place moyenne au travers du rempart, juſques à la baſſe courtine dont nous avons parlé au dixneufieſme article. Or quand on deſcend ceſte montée TV juſques en l'allee XY, on pourra tourner à main gauche vers l'buis X pour venir à la place moyenne, & à la main droite pour venir en l'allée de la baſſe courtine.

La raiſon pourquoy le trou TV eſt ſeulement de 20 pieds de haut, & que le reſte de la montée vient ſous terre, c'eſt à fin que l'artillerie d'enhaut au lieu de S, y puiſſe prendre ſa reculée. J'enten que ceſte montée ſoit ſeparée de la place moyenne avec un mur, qui eſt ſignifié par les deux lignes entre leſquelles eſt l'huis X, & ledit mur vient plus haut que le pavé de la place ſuperieure (comme auſſi ſont les petites murailles dont le trou de la montée eſt entourné) quatre pieds ſervant de parapet. Puis pour avoir l'autre montée par laquelle on vient de la place moyenne à l'inferieure, elle prendra ſon commencement en hant à un coſté de l'allee XY, & tendra de là ſous S juſques à ce qu'elle ſorte en la voûte, qui eſt derriere la canonniere exterieure de la place inferieure: de ſorte que, ſi l'on veut prendre toute la largeur de l'allée, comme pour un degré, l'on pent venir de la place ſuperieure à l'inferieure par une continuë & droite montée.

26. Il nous faut avoir les portes; mais pour voir en plus grande forme plus clairement la pourtraicture, nous en mettrons la ſuivante quatrieſme figure, là où ABCD ſignifié l'eſpaiſſeur du rempart; en icelles je ſigne EF de 10 pieds, pour largeur de la porte, & deſpuis EF juſques à GH il y a une voûte tendant tout droit ſous les remparts.

27. Je marque au bout de la porte un petit rempart, comme I, large de 40 pieds (qui avec les autres coſtez) doit avoir par dedans un parapet avec ſes canonnieres large de 2 pieds: La ſuſdite largeur de 40 pieds, eſt à fin qu'une piece d'artillerie giſant vis à vis du milieu de la porte y puiſſe prendre ſa reculée. Puis il y aura encore une porte au lieu de K, large comme l'autre de 10 pieds.

Devant ce petit rempart ſera encore une profondeur en maniere de foſſé, large de 10 pieds, comme demonſtre le lieu punctüé; la meſme profondeur ſera tout à l'entour garnië d'apuis de bois, à fin que ni hommes, chevaux, ni chariots ne tombent dedans: il y aura encore par deſſus ceſte profondeur un pont levis devant la potte K au lieu de L. La place quarrée M ſert à ceſte fin: Quant il y a des chariots venans par la porte K pour ſortir, qui voyans qu'il y en a d'autres entrans ſous la voûte EFGH pourront alors reculler à la meſme place M pour laiſſer paſſer ceux qui doivent entrer.

28. Il faut marquer les ſortiës. A ceſte fin nous ferons la ſuivante cinquieſme figure, là où ABC ſignifie un boulevart, & D le coing, où ſe rencontrent deux remparts. En ce coing j'enten qu'il y ait un huis, deſpuis lequel il y ait une allée voûtée large & haute de 8 pieds, deſcendant egalement vers E, de là vers F, & ainſi juſques à G, ſortant au coſte inferieur de l'oreillon, devant le metlon de la place inferieure ſur le fond du foſſé, qui giſt 40 pieds plus bas, que le commun terroir, ſur lequel eſt mis l'huis D. De ſorte que ladite allée doit deſcendre en tout 40 pieds. Puis comme elle tourne d'un coſté de E vers F à G, ainſi ſe tourne de l'autre coſté deſpuis E vers H à I.

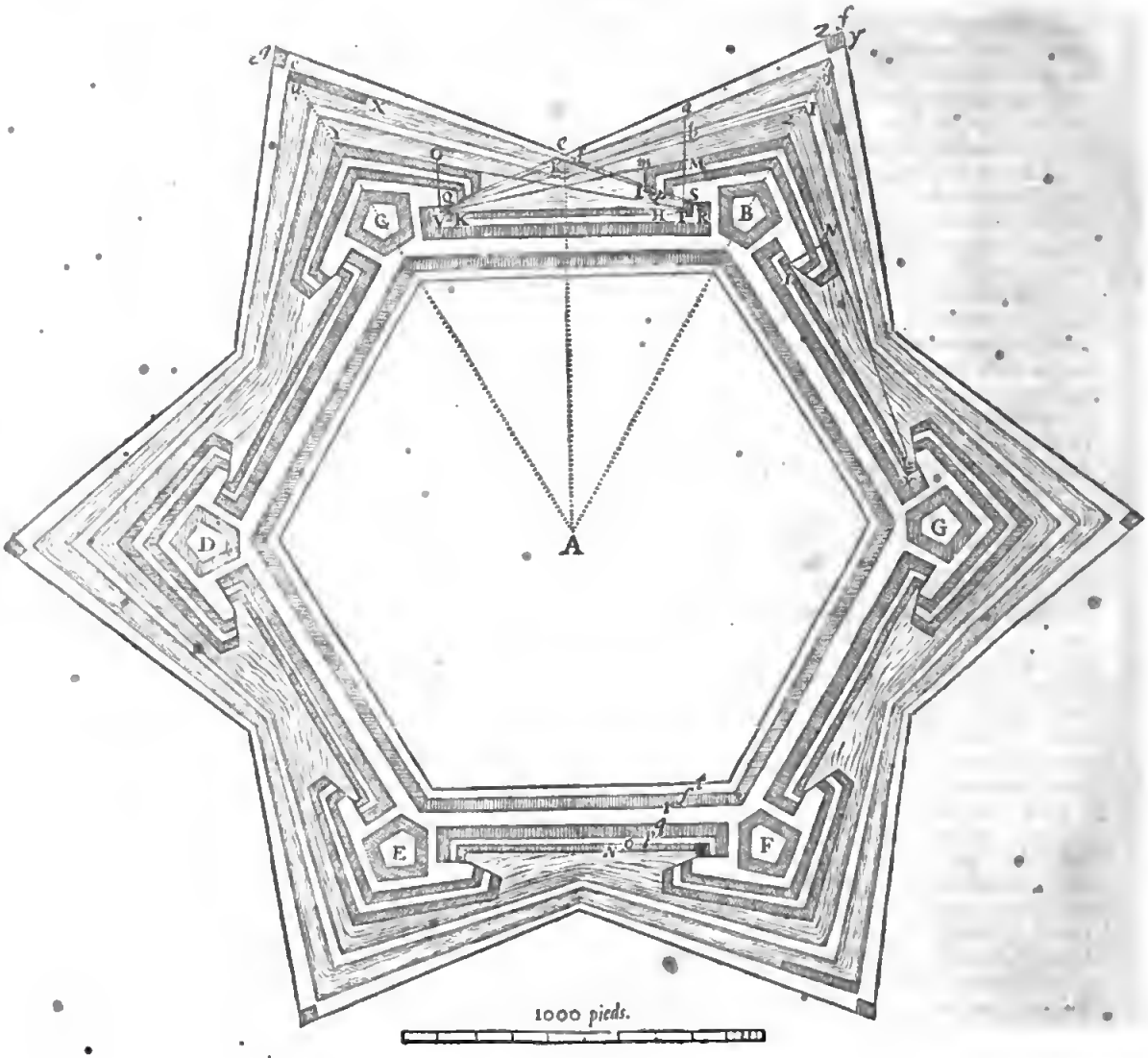
29. Pour ſigoer le chemin par lequel on peut commodement venir vers la place inferieure, laquelle eſt de 30 pieds plus baſſe que le commun terroir, l'on y ira de D à E en la cinquieſme figure, de là à K, & deſpuis K ſera miſe une autre voûte, pour venir de derriere en la voûte, qui eſt au bout de la place inferieure.

30. Reſte l'allée, par laquelle on peut venir de dedans la fortereſſe vers la place moyenne, de là ſur l'allée de la baſſe courtine à l'entour de la fortereſſe. A ceſte fin, nous prennons la cinquieſme figure, là où deſpuis l'huis inferieur eſt miſe encore une autre allée voûtée, tendant vers L, haute & large, comme les auttes, de 8 pieds: mais montant en tout 10 pieds (car d'autant giſt l'allée de la courtine baſſe, où la place moyenne plus haute que le commun terroir) & ſortant à la voûte inferieure, qui eſt au bout de la place moyenne. Quant à l'entrée de la contre-mine, elle ſera au lieu où la meſme contre-mine, & la ſortie ſe rencontrent, ptes de l'huis exterieur de la ſortié entre G & F.

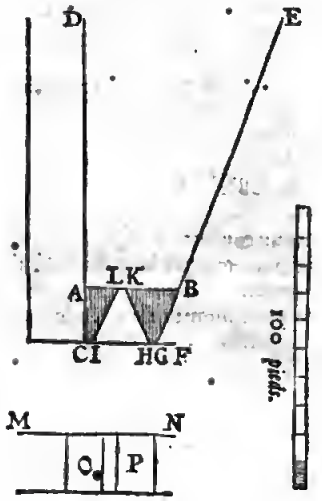
Parties de la premiere Figure, eſtant l'Ichnographie d'une fortereſſe entiere.

tſ Ruë entre les maiſons & le rempart.
fr Eſcarpe interieure du haut rempart.
rq Terre-plein du haut rempart.
qp Parapet, avec l'eſcarpe du haut rempart.
po Terre-plein du bas rempart.
on Parapet du bas rempart.
Ma Grand foſſé.
kbi Contre-foſſé.
bdc Cajes.
bdef Chemin couvert.
eux Allée pour monter hors du foſſé ſur le chemin couvert.
fyz Allée pour monter du chemin couvert ſur ſon parapet.
*l*PSRTH Flanc.
P*lm*M Oreillon.
P*lm*MZN Boulevart.
BCDEFG Cavalliers.

1 Figure.



2 Figure.



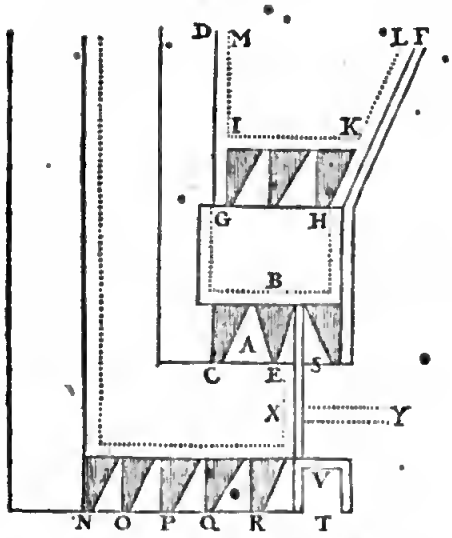
Parties de la deuxiesme Figure estant l'Ichnographie d'un flanc avec sa place.

G E Costé interieur de l'oreillon.
C D Partie de la basse courtine.
A C I L Canonniere interieure.
K H G B Canonniere exterieure.
L I K H Merlon.
M C F N Moyenne place du flanc.
O P Voûtes derriere la moyenne place.

3 Figure.

Digitized by Google

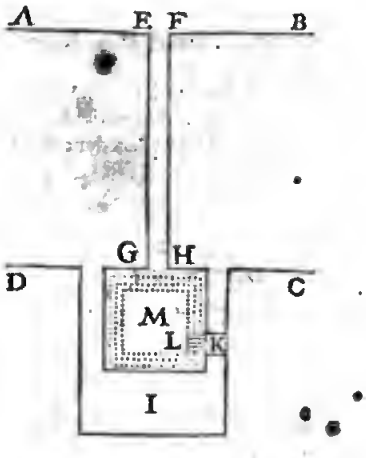
3 FIGURE.



Parties de la troiſieſme Figure eſtant l'Ichnographie d'un flanc auec ſes trois places.

H F Coſté interieur de l'oreillon.
K L Son eſcarpe.
C D Partie de la baſſe courtine.
M I Son eſcarpe.
G B H La place inferieure, entre G H, ſont ſes trois canonnieres.
C E X Place moyenne.
C E Ses deux canonnieres.
Le lieu ſur lequel ſont N O P Q R ſignifie la place ſuperieure.
N O P Q R. Ses cinq canonnieres.
S Une canonniere ſur la meſme hauteur des autres N O P Q R.
X Y L'allée voûtée depuis la place moyenne vers l'allée de la baſſe courtine.
T V Le trou deſſus la montée, pour venir de la place ſuperieure vers la moyenne.

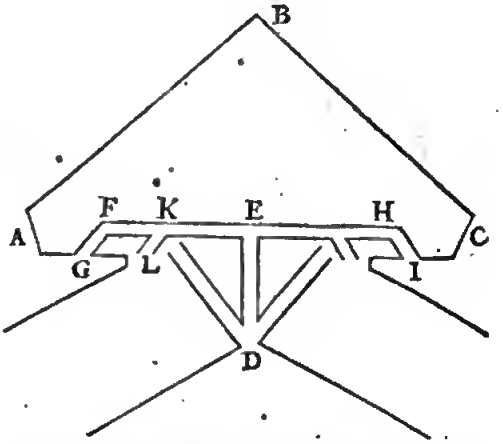
4 FIGURE.



Parties de la quatrieſme Figure eſtant l'Ichnographie d'une porte.

A B C D Eſpaiſſeur des remparts.
E F Largeur de la porte.
E F G H Voûte ſous les remparts.
I Petit rempart derriere la porte.
M Place entre le petit rempart I & la voûte.
K Deuxieſme porte.
L Pons levis.

5 FIGURE.



Parties de la cinquieſme Figure, eſtant l'Ichnographie d'un boulevart avec ſes allées voutées interieures.

D Huis au coing où ſe rencontrent deux remparts.
D E F G Sortie d'un coſté.
D E H I Sortie de l'autre coſté.
G I Huis des ſorties aux coſtez interieurs des oreillons.
D E K L Allée vers la place inferieure.
D L Allée vers la place moyenne.

Veu que la precedente Ichnographie monſtre ſeulement la forme de la forteresſe ſelon ſa longueur & largeur, & que la contemplation de ſa ſituation en hauteur, ou profondeur, eſt fort neceſſaire à la parfaicte cognoiſſance, nous viendrons maintenant à l'Orthographie : mais pour declarer le ſens d'icelle un peu plus amplement ; je ſuppoſe qu'une forteresſe corporelle ſoit coupée par un plan infini par le milieu, entre deux boulevarts (telle eſt la maniere de faire des Mathematiciens qui coupent ainſi Cieux & Terre, pour trouvee ce qu'il y a dans la coupure) où à fin d'en parler ſelon le vulgaire, poſons qu'il y ait un modele corporel de bois coupé ou ſcié en deux par le milieu entre deux boulevarts : ce qui eſtant ainſi, la figure qui ſe voit en la coupure, eſt celle que nous propoſons de pourtraire.

Meſures de l'Orthographie, procedant d'une coupure, par le milieu, de la grande courtine.

PRemierement, il nous faut marquer ſur le commun terroir la largeur de la ruë, entre les maiſons & le rempart, de 30 pieds.

2. L'eſpaiſſeur de l'eſcarpe interieure du rempart de 20 pieds.

3. La largeur du terre-plein du haut rempart de 50 pieds.

4. L'eſpaiſſeur du parapet du rempart de 20 pieds.

5. L'eſpaiſſeur de l'eſcarpe, qui eſt devant 10 pieds.

6. La largeur de l'allée de la baſſe courtine de 20 pieds.

 7. L'eſpaiſ-

7. L'eſpaiſſeur du parapet qui eſt devant de 20 pieds.

8. L'eſpaiſſeur de l'eſcarpe de la baſſe courtine de 8 pieds.

9. La largeur du grand foſſé meſuré ſur le bord de 140 pieds : mais qu'elle doive faire autant ſuivant le ptopoſé, on le demonſtre mathematiquement.

10. L'eſpaiſſeur de la contreſcarpe de 8 pieds.

11. La largeur du contre-foſſé de 20 pieds, & faut ſçavoir, que le coſté interieur du meſme contre-foſſé viendra 88 $\frac{24}{71}$ pieds de l'eſcarpe de la courtine. Comment ceſte longueur ſe trouve arithmetiquement, ſuivant le propoſé, ſera annoté au troiſieſme Chapitre.

12. La largeur du chemin couvert de 20 pieds.

13. La hauteur du haut terre-plein de 40 pieds.

14. La hauteur du parapet, qui eſt devant de 47 pieds.

15. La hauteur de l'allée de la baſſe courtine de 10 pieds.

16. La hauteur des parapets, qui ſont devant de 17 pieds.

17. La profondeur du grand foſſé de 40 pieds.

18. La profondeur du contre-foſſé de 15 pieds.

19. La hauteur du parapet du chemin couvert de 7 pieds.

20. L'on fera la pente du parapet du haut rempart, auſſi du parapet du bas rempart, en telle façon qu'on puiſſe voir au long d'icelle les deux tiers de la contreſcarpe.

21. La pente du parapet du chemin couvert ſe tirera ſelon le cours du rayon, venant du parapet de la baſſe courtine, par le ſommet du parapet du chemin couvert, juſques au commun terroir, laquelle longueur contée deſpuis le parapet, juſques au commun terroir, fait 126 pieds, dont l'operation Arithmetique ſera declarée au troiſieſme Chapitre.

22. La courtine ſera ſous le bas rempart de 8 pieds de l'extremité de l'eſcarpe, & ſera large de 5 pieds, haute de 6 & par deſſus une voûte.

23. Il y aura derriere chaque parapet un banc haut de 3 pieds, & large de 3; à fin que quand on eſt deſſus on puiſſe regarder en la campagne : mais en eſtant deſcendu, qu'on ne ſoit alors veu de ceux qui ſont en la campagne.

Pourtraict Orthographique, ſelon les precedentes meſures.

PRemierement, je tire en la ſuivante 6 figure le commun terroir (que l'on nomme autrement ligne horiſontale) A B & marque en icelle A C de 30 pieds, pour largeur de la ruë entre les maiſons & le rempart.

2. C D de 20 pieds, pour l'eſpaiſſeur de l'eſcarpe interieure du rempart.

3. D E de 50 pieds, pour largeur du haut terre-plein.

4. E F de 20 pieds, pour l'eſpaiſſeur du parapet du haut rempart.

5. F G de 10 pieds, qui ſont l'eſpaiſſeur de l'eſcarpe, qui eſt devant.

6. G H de 20 pieds, qui ſont la largeur de l'allée de la baſſe courtine.

7. H I de 20 pieds, qui ſont l'eſpaiſſeur du parapet, qui eſt devant.

8. I K de 8 pieds, qui ſont l'eſpaiſſeur de l'eſcarpe de la baſſe courtine.

9. I L 140 pieds, qui ſont la largeur du grand foſſé meſure ſur le bord.

10 M L de 8 pieds, qui ſont l'eſpaiſſeur de la contreſcarpe : mais tellement que N K face 88 $\frac{24}{71}$ pieds, ſelon le contenu du precedent 11 article.

11. N O de 20 pieds, pour la largeur du contre-foſſé.

12. L P de 20 pieds, pour la largeur du chemin couvert.

13. D Q de 40 pieds, pour la hauteur du haut terre-plein.

14. E R de 47 pieds, pour la hauteur du parapet, qui eſt devant.

15. G *ij* de 10 pieds, pour la hauteur de l'allée de la baſſe courtine.

16. H T de 17 pieds, pour la hauteur du parapet.

17. K V de 40 pieds, pour la profondeur du grand foſſé.

18. X Y de 15 pieds, pour la profondeur du contre-foſſé.

19. P Z de 7 pieds, pour la hauteur du parapet du chemin couvert.

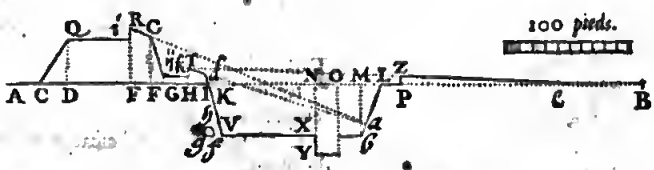
20. Je marque le poinct *a* en la contreſcarpe L *b* tellement que *a* L ſoyent deux tiers de L *b* : & tire ſur le poinct *a* deux lignes R *a*, T *a*; & ſur la ligne R *a* je tire le coſté ſuperieur du parapet du haut rempart, comme R *e* juſques à F *e*, qui eſt à angle droit ſur A B : Semblablement ſur la ligne T *a* le coſté ſuperieur du parapet, comme T *d*.

21. Je tire la ligne de T, patapet de la baſſe courtine par Z, juſques à ce qu'elle vienne à toucher le commun terroir en *e*: & P *e* devienne long de 126 pieds, pour la levée de la pente.

22. Pour ſigner la contre-mine, je pren de V à *f* 8 pieds, & de *f* à *g* 5 pieds: & tire la deſſus l'arc *h* juſques à la hauteur de 6 pieds; & j'ay la contre-mine requiſe *g h f*.

23. Je marque derriere les trois parapets R, T, Z, les bancs *i k*, chacun haut de 3 pieds, & large auſſi de 3, à telle fin qu'il a eſté dit au precedent vingt-troiſieſme article.

6 Figure.



Parties de la ſixieſme Figure eſtant Orthographie, procedant d'une coupure par le milieu de la grande courtine.

A C Largeur de la ruë entre les maiſons & le rempart.
C D Q Eſcarpe interieure du rempart.
Q *i* Largeur du haut terre-plein.
i Son banc.
i R Parapet, qui eſt devant.
R *e* Pente du parapet.
ij e Eſcarpe du haut rempart.
ij k Largeur de l'allée de la baſſe courtine.
k Son banc.
k T Son parapet qui eſt devant.
T *d* Pente du parapet.

IV Eſcar-

I V Eſcarpe de la baſſe courtine.
g h f Contre-mine.
I L Largeur du grand foſſé.
X Y Contre-foſſé.
b L Contreſcarpe.
L P Largeur du chemin couvert.
P Z Parapet avec ſon bane.
Z *e* Sa peote.
e B Commun terroir, ou horizon.

Nous avoos juſques icy deſcrit l'Orthographie, procedant d'uoe coupure par le milieu de la grande courtine : mais veu que le cavallier ne ſe preſente en icelle, nous mettrons encore la 7 figure pour voir repreſentée une forme precedente de la coupure par le milieu du boulevart, paſſant auſſi par le milieu du cavallier, là où les chemins & les foſſez ſont beaucoup plus larges, comme l'on voit auſſi dans la premiere figure.

Le pavé de ce cavallier doit geſir 40 pieds par deſſus le terre-plein du haur rempart.

Les parapets là deſſus 7 pieds plus hauts.

Les parapets ſeront, comme dit eſt cy-deſſus, de l'eſpaiſſeur de 20 pieds.

Les eſcarpes de 10 pieds.

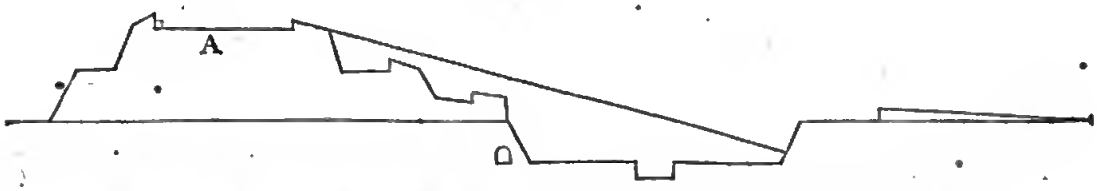
La pente du parapet du cavallier, ſera faite en ſorte qu'on puiſſe voir les deux tierces parties de la contreſcarpe.

Nous entendons auſſi que le ſuſdit parapet s'abaiſſera tout à l'entour du cavallier, tant vers les maiſons de la forteresſe, que vers le foſſé ; à fin qu'on n'y ſoit pas à deſcouvert par derriere aux ennemis, deſquels on pourroit eſtre veu & riré.

Il faut auſſi entendre qu'on ira en hant vers le pavé par une montée baſtie dedans le cavallier, de laquelle l'huis ſera en l'eſcarpe, ayant ſon iſſuë au terre-plein.

Selon toutes ces choſes nous pourrions reciter au long la maniere d'en tirer le pourtraict orthographique de poinct en poinct : mais veo que cela meſme eſt aſſez notoire par les precedents, nous le paſſerons outre ; pour la briefveté, en mettant ſeulement la 7 figure, comme s'enſuit.

7 Figure.



Parties de la ſeptieſme Figure, eſtant Orthographie, procedant d'une coupure par le milieu d'un boulevart.

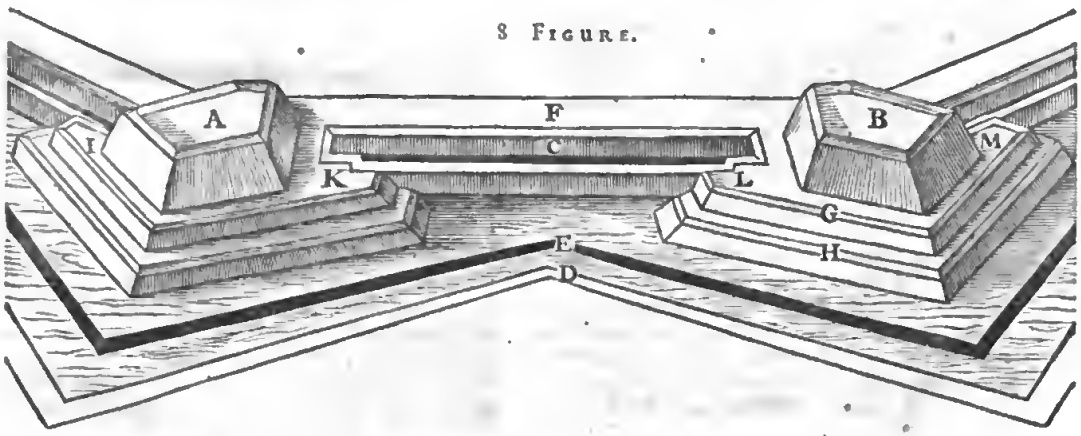
A Le cavallier.

Les autres parties ſont aſſez notoires par la declaration de la 6 figure.

Pourtraict Scenographique, deſcrit ſelon les meſures precedentes.

VEu que nous avons cy-devant aſſez apertement declaré le ſens de l'Ichnographie, & de l'Orthographie de la forteresſe propoſée ; J'eſtime que ceſte figure Scenographique ou ombragée s'expliquera aſſez clairement ſoy meſme : & combien que de ſix boulevarts on n'y en a mis que deux ; toutesfois, veu que par la diſpoſition d'iceux tous les autres ſont facilement entendus, nous les avons obmis pour briefveté, & pour voir en de plus grands boulevarts plus de particularitez. Je ſouheteroye à ceſte fin encore icy la Scenographie d'un demy-boulevart avec ſon flanc, trois places, & tout ce qui vient en icelles : mais je craindroye que le travail me fiſt eſvanouïr le deſir de le faire.

8 Figure.



Parties de la huictieſme Figure, eſtant Scenographie de deux boulevarts ſelon les precedentes meſures.

F Haut rempart.
C Courtine ſuperieure.
G Pente de la courtine ſuperieure.
H Pente de la baſſe courtine.
E Contre foſſé.
D Chemin couvert.
I, K, L, M, Oreillons.
A, B, Cavalliers.

Apres

Aptes avoir ainſi deſcrit les trois communes eſpeces des pourtraictures en plat, il ſera utile, pour ceux qui deſirent une parfaite cognoiſſance des proprietez & ordonnances des forteresſes, d'avoir encore outre cela des modelles corporels de quelque matiere propre, comme bois, cire ou argille : car comme il ſert beaucoup en la Coſmographie d'avoir avec les pourtraictures plattes, encore diverſes ſpheres corpotelles: comme de la Terre, du Firmament, des Planetes & ſemblables: ainſi ſont icy fort utiles les figures corporelles des forteresſes, pour entendre encore plus parfaictement toutes les circonſtances y appartenantes ; & pour comprendre, non pas ſeulement ce que diſent les autres, mais à fin de pouvoir juger qu'elles opinions entre les diſcordantes ſont les meilleures. A ceſte fin j'eſtime profitable d'avoir un modelle ſur ſa propre meſure de deux boulevarts, comme eſt la Scenographie de la 8 figure en plat: & outre cela il eſt bon d'avoir encore deux autres modelles de bois, l'un d'une forteresſe accomplie, avec ſes boulevarts : l'autre ſeulement d'un demy-boulevart, ſans foſſez : la raiſon eſt telle : quand ces trois modeles de bois ſeront tous d'egale grandeur, on verra en celuy de la forteresſe entiere (qui ſert pour contempler l'entier comme les ruës, Egliſe, maiſons, avec le reſte) peu de perfection des parties dont l'Ichnographie eſt faite en la 3 figure, comme de canonnieres, merlons, voûtes, monrées, huis, & choſes ſemblables contenuës au flanc, leſquelles choſes y viendroyent trop petites & inviſibles : mais un demy boulevart eſtant auſſi grand comme l'autre forteresſe entiere, l'on y pourra avoir ces choſes aſſez grandes & ſelon leur meſure. Le modelé de deux boulevarts, qui deviennent plus grands, que deux boulevarts du modele entier, eſt commode, pour rechercher avec un fillet tendu tous les flancquements, ou nettoyemens, venans tant des flancs, que des parapets, des remparts, & des cavalliers, vets tous les lieux nettoyables.

Chapitre III.

De l'Ichnographie des forteresſes en effect, & du baſtiment qu'il faut dreſſer ſuyvant icelle.

COmbien que l'Ichnographie, & baſtiment ſur la campagne ait grande convenance avec l'Ichnographie & Orthographie ſur le papier, leſquelles ſemblent avoir eſté cy-devant aſſez copieuſement deſcrites, toutesfois ceſte operation effectuelle eſt ſi differente d'icelle theorique, qu'elle requiert des explications particulieres. Pourtant nous en declarerons ce qui nous ſemble neceſſaire, propoſant qu'il y ait à baſtir en plaine campagne une forteresſe de forme & meſures, comme la precedente du deuxieſme Chapitre. A ceſte fin la premiere choſe qui ſe preſente à faire, ceſt de deſigner l'hexagone equilateral inſcriptible au cercle, ayant de chaque coſté 1000 pieds : laquelle forme ſe pourtraict communement par l'ayde d'une Aſtrolabe, ou autre ſemblable petit inſtrument : mais pour avoir le tout plus parfait avec moins de peine, je prendroye (ſuivant la commune regle, contenant que les plus grands inſtrumens Mathematiques ſont les plus certains) deux cordes d'egale longueur, chacune de 1000 pieds, metrant l'une d'icelles avec une laiſſe au baſton qui eſt au lieu de A (en la precedente premiere figure) comme centre de la forteresſe à faire, & menant l'autre bout vers B, en ſorte que la corde ſoit mediocrement tenduë, je mettroye là un baſton de bout, ſignifiant un des ſix angles requis. Or pour avoir un autre angle, je prens en la main gauche le bout de ladite corde, ſignifiant le demy-diametre du cercle circonſcriptible ; & en la main droite un bout de la corde qui ſignifie le coſté de l'Hexagone, faiſant tenir ferme l'autre bout par une perſonne, & m'en vay ainſi avec ces deux cordes vers C, juſques à ce qu'elles ſoyent tenduës ; & au lieu ou s'aſſemblent leurs extremitez j'y plante le baſton C, pour le deuxieſme angle. Et pour avoir le troiſieſme, je m'en vay vers D, & comme l'Arpenteur ſe fait communement ſuyvre par quelqu'un avec le bout de la chaiſne ; ainſi je me fay ſuivre par l'autre perſonne, juſques à ce qu'elle ſoit avec le bout de la corde au lieu de C : eſtant là, je tire les deux cordes tellement qu'elles ſoyent renduës comme devant: & là où s'aſſemblent les deux bouts qui ſont en D j'y mets un baſton, ſignifiant le troiſieſme angle : je fay auſſi le meſme pour avoir le quartieſme angle E avec les autres. Or les ſix angles eſtant ainſi marqués & trouvant par la veuë que les trois baſtons E, A, B, ſont en un meſme rayon, & que le ſemblable ſe trouve de F A C, & de G A D, je tend au long du terroir une corde, deſpuis le baſton B juſques au baſton C : & au long du meſme, je fay creuſer une petite graveure large & profonde environ de demy pied: le ſemblable eſtant auſſi fait des autres cinq coſtez, j'ay ſur le terroir une figure hexangulaire marquée de rayës, comme l'hexangle B C D E F G eſt tiré de lignes ſur le papier.

Secondement, je meſure dans l'entiere B C depuis B vers C 180 pieds, pour la longueur deſpuis l'angle juſques au coſté anterieur du merlon ; & à la fin de ces 180 pieds, qui ſont au lieu de H, j'y mets une crois d'Arpenteur.

Tiercement, pour avoir la largeur du flanc, avec ſon oreillon, enſemble 140 pieds, je tourne ladite croix, juſques à ce qu'on voye par les deux dioptres ou viſieres les deux baſtons B C. Puis je fay mettre un baſton M 140 pieds loing de H, en ſorte que je puiſſe voir le baſton M par les autres deux dioptres.

Quartement, pour avoir la largeur du flanc, je meſure 30 pieds en la gourtiere deſpuis H juſques à M, & au bout, qui eſt P, je mets un baſton ; y faiſant fouïr une raye deſpuis H juſques à P, par le moyen d'une corde tenduë comme devant.

Quintement, pour avoir l'eſpaiſſeur des merlons, je meſure dans la raye deſpuis H juſques à B 20 pieds, je ſuppoſe que la fin d'iceux vient en R. Puis je mets un baſton en T milieu de H R, & mets ſemblablement un baſton au lieu de V. Puis je viens pres de Z, y appliquant encore un autre baſton, lequel je mets & remets d'un coſté & d'autre, juſques à ce que je le voye d'un coſté en ligne droite les trois baſtons B A E, & d'autre coſté en ligne droite les deux baſtons M V. Ce baſton Z y eſtant ainſi fiché, ſignifie l'extreme pointe de l'angle d'iceluy boulevart. Et de meſme maniere ſe trouveront tous les autres angles, avec les rayes qui y ſeront neceſſaires. Mais encore faut il norer qu'au lieu des lignes occultes on ne doit point marquer de rayes, pour ce qu'elles pourtoyent puis apres cauſer de la confuſion ; car on les peut trouver par la veuë, par le moyen de la croix d'Arpenteur : comme il appert aſſez clairement par ce qui en a eſté dit cy-deſſus.

Il faut encore ſçavoir que quand on pourtraict ainſi en grande forme, il eſt neceſſaire de ſçavoir la longueur d'aucunes lignes, leſquelles par faute d'autres œuvres imparfaictes, ne ſe peuvent commodement tirer ; comme par exemple : poſons le cas qu'avec la terre, qui vient du grand foſſé, l'on vueille faire la longue pente du

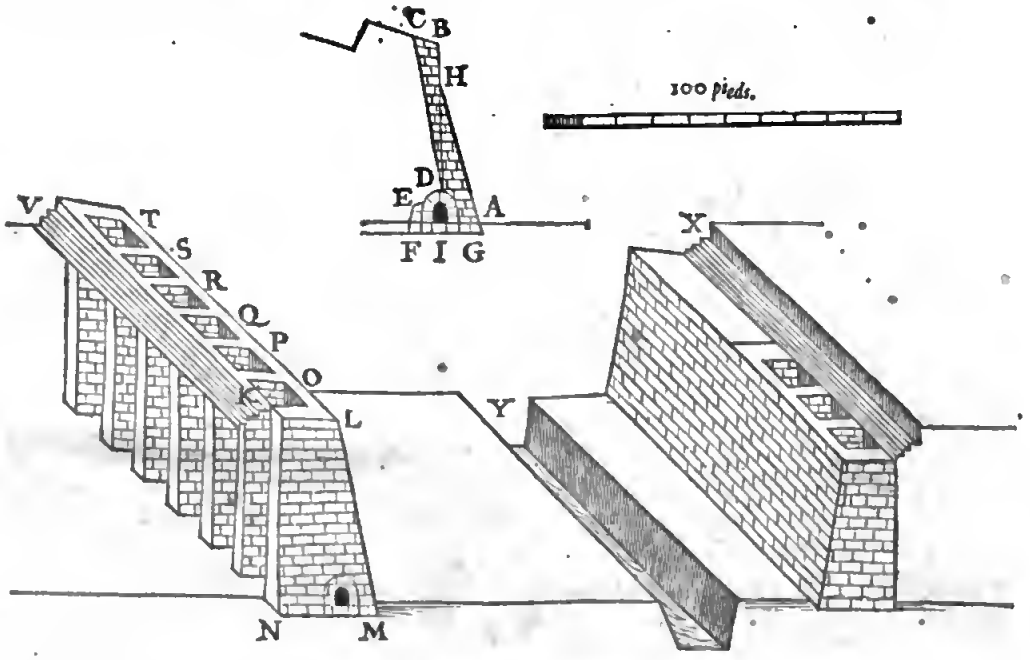
du parapet du chemin couvert, & que les parapets de la baſſe courtine (de la haureur deſquels la longueur deſirée ſe trouveroit par la veuë) ne ſont pas encore faits : poſons auſſi qo'oo les vueille avoir plus aſſeuremeñt par operation d'Arithmetique, que par petites figures qu'on pourtraict à telle fio ſur du papier : c'eſt à dire, qu'op vueille ſçavoir par pieds la longueur de la ligne P *e* en la precedente 6 figure. Pour ce faire je poſe en mon imagination que la ligne droite du poinct P y foit tirée juſques à l'ioferieut du paraper T, à ſçavoir 7 pieds ſous T ; qui eſt 10 pieds par deſſus H : pourtant je dis qu'icelle ligne paſſe deſſus H de 10 pieds, donoe H P 180 pieds (comme il ſe peut conter aux meſures Orthographiqoes) combieo P Z 7 pieds ? (car veu que le parapet Z P, eſt egal au parapet ſous T ; le triangle compris entre P H, & le poioct ioterieur du paraper ſous T, eſt ſemblable au triangle *e* P Z) vient P *e* 126 pieds. Et comme ceſte ligne P *e*, eſt icy trouvée de 126 pieds ; ainſi ſe peuvent troover les longueurs de toutes les autres lignes : Comme la ligne N K (dont il eſt parlé au ſecond Chapitre en l'onzieſme article des meſures de l'Orthographie) fait 88 $\frac{2.7}{7.1}$ pieds : ainſi la ligne I L 140 pieds : mais veu qo'il eſt oeceſſaire en telle operation d'avoir la cognoiſſance de l'Arithmériqoe, & de la Geomertie, les regles deſquelles nous n'avons point propoſé d'enſeigner icy, à cauſe qu'elles doivent eſtre cerchées en leurs propres lieux, chacune eo ſoo art, nous o'eo ferons plus de mention.

De la Maſſonnerie.

OR le pourpris de la forteresſe eſtant ainſi tracé avec des rayoos au lieu de lignes, il reſte encore à parler de la maſſonnerie, en laquelle viene premierement à eooſiderer, qu'il y faut uo ſood dur & ferme, pour ſupporter les boulevarts & remparts ſans enfoocer, ou renverſer ; comme il advient aucunefois : à ceſte fin on pilorera aux lieux, ou la debilité du fond le requerrra.

La maniere de la maſſonnerie des eſcarpes, parapets & contre-mines, qui doivent venir ſur ledit fond à l'entour de la forteteſſe, ſera declarée par la figure ſuivante, en ceſte ſorte. Ce qui eſt compris entre A B C D E F G ſignifie la muraille anterieure de la forteteſſe avec ſa contre-mine voûtce, dont les meſures ſoot telles : A G fait 2 pieds, outre que la maſſonnerie ſe met plus profonde que le fond du foſſé A : puis B C eſt l'eſpaiſſeur do mur, faiſant 4 pieds. La perpendiculaire B H à angle droit ſur l'horizoo, ſignifiant le coſté anterieur du paraper, eſt produite juſques au fond du foſſé, au lieu de I ; de ſorte que I A eſt l'eſpaiſſeur de l'eſcarpe venant devaor le rempart de 8 pieds : ceſte ligne H I coupe l'arc de la voûte au poinct D, duquel ſe tire la ligne D C. La largeur de la contre-mine eſt de 5 pieds ; la hauteur do 6 : l'eſpaiſſeur du mor vers E, ſur lequel repoſe l'arc & le coſté, eſt de 5 pieds.

Ceſte muraille doit encore avoir ſes contre forts, à fin que la terre du rempart s'attache à la muraille. Ot



pout declaret cecy pleioemeot nous mettons la ſuivante 2 figure, là où K L M N ſignifient la longueor, largeur, & haureur d'un contre-fort : & de meſme ſe baſtiſſeot au mur de 10 en 10 pieds, comme les contre-forts O P Q R S T. Et faut ooter qu'ils ſoot plus eſpois au bout vers le rempart, qo'an coſté ou ils touchent le mur, à ſçavoir vers le rempart de 3 pieds, & au mur ſeulement de 2 : pout faire ainſi mieux attacher la terre qui vient entredeux à la muraille. Puis, pour renforcemeot de la contreſcarpe, oo baſtiſt auſſi (comme il eſt demooſtré clairement eo la preſente figure) des contre-forts tels qu'il y a pour la fermeté do rempart. La deſſus ſe repteſeote encore la diſpoſitioo des bancs V X derriere chaque parapet, hauts de 3 pieds, & par deſſus larges auſſi de 3 pieds, doot il eſt fait mention au deuxieſme Chapitre, & au 23 article de la pourtraicture Orthographique.

Touchaor le haut rempart, avec ſon parapet & les cavalliers deſſus les boulevarts, ils ſeroor ſans murailles tout eotierement de terre, ſemée de quelque herbe propre : M. Aurelio de Paſtino conſeille de preodre à ceſte fin l'herbe appellée des Latines *Medica*, dont la proprieté ſeloo Columella, Pline, Mathiole & autres eſt telle, qo'elle s'enracine treſ-profoodement eo la terre, ce qui n'eſt pas ſeulement bon, pour entretenir longue-

ment

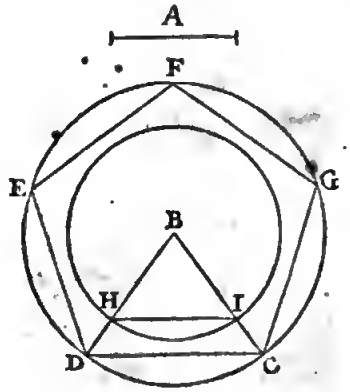
ment le rempart ſans ſe ruïner, mais un tel entrelacement donne auſſi force contre le canon de l'ennemy. Secondement elle ſert de bonne paſture pour les beſtes, ce qui en temps de ſiege vient fort à propos. Tiercement, elle defend les remparts en temps de pluye contre le degout de l'eau, & durant la ſechereſſe empeſche que les vens n'emportent la pouſſiere.

Chapitre IV.

Comment on figurera les fortereſſes de pluſieurs angles autres que de ſix, tant en grande forme qu'en petite.

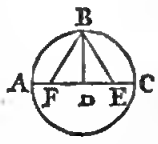
NOus avons deſcrit aux precedents ſecond & troiſieſme Chapitre, la maniere de la pourtraicture, tant en petite forme qu'en grande, d'une fortereſſe hexangulaire equilaterale inſcriptible au cercle, dont le demy-diametre eſt touſiours egal au coſté, ſans y avoir dit comment l'on ſeroit aux fortereſſes, que l'on requiert avec plus, ou moins de coſtez: La raiſon eſtoit, que nous avions, pour plus grande evidence, deſtiné à ceſte fin ce Chapitre particulier, à fin de ne m'arreſter là ennuyeuſement és choſes, qui n'eſtoyent point requiſes en iceux Chapitres.

A fin de venir au faict; poſons qu'il nous faille pourtraire en petite forme ſur le papier une fortereſſe pentangulaire equilaterale inſcriptible au cercle; & que chaque coſte du pentagone, ſur lequel la fortereſſe ſera ſignée doive eſtre egal à la ligne A, l'on demande de qu'elle longueur doit eſtre le demy-diametre? Je prens ſur le compas quelque demy-diametre B C, qui eſt plus long que celuy que je requiers; & deſcris par iceluy un cercle, lequel je diviſe, en taſtant, en cinq parties egales C D E F G, & tire la dedans le pentagone CDEFG:



pareillement la ligne B D. Puis je pren avec le compas la longueur de la ligne A, & l'applique entre les deux lignes B C, B D, tellement qu'elle ſoit parallele avec C D, comme la ligne H I. Ce qui eſtant fait, B H eſt le demy-diametre deſiré, à ſçavoir du cercle, dont H I ſera le coſté de ſon pentagone. Or par cet exemple du pentagone, eſt aſſez notoire la regle commune de tous les polygones.

Nous avons dit cy-devant, qu'on partira le cercle en cinq parties egales en taſtant; mais ſi quelqu'un au lieu de telle operation mechanique aymoit mieux l'operation Mathematique, ſelon le contenu de la 11 propoſition du quatrieſme livre d'Euclide, il pourra ſuivre ceſte maniere: Je tire dans le cercle A B C par le centre D le diametre A C, partiſſant D C au milieu en E: puis je note la longueur E B, deſpuis E juſques à F, qui eſtant



ainſi, la longueur F B eſt egale au coſté du pentagone deſiré. Et F D (pour celuy qui le demande) au coſté du decagone. Mais veu qu'en la practique on cerche la plus grande facilité, & que la maniere theorique d'Euclide ſert plus pour demonſtrer mathematiquement la compoſition, & les proprietez des corps reguliers, auſſi des proportions qu'il y a entre les lignes de telles formes ſervant à la conſtruction des tables de Sinus, & ſemblables; la ſuſdite maniere en taſtant m'a ſemble en ce lieu plus commode: principalement au regard des polygones dont la conſtruction Mathematique eſt incognuë, comme de l'Hepragone & autres.

Nous avons parlé juſques icy de la vulgaire pourtraicture en petite forme. Mais veu que l'Ichnographie du troiſieſme Chapitre eſt auſſi declarée en grande forme à ſçavoir en campagne par un hexagone, là où les deux cordes pour le coſté & demy-diametre ſont egales; l'on pourroit icy demander comment on ſera pour former d'autres polygones, dont telles deux cordes ſont inegales: car la precedente maniere de ceux cy ſetoit à telle fin impropre ſur la campagne. Poſons dõc que l'on deſire un pentagone ayant chaque coſté de 1000 pieds, on demande, de qu'elle longueur devra eſtre l'autre corde, ſignifiant le demy-diametre? L'on verra en une table de Sinus qu'elle raiſon a le demy-diametre à une corde tirée ſous un arc contenant la cinquieſme partie du cercle, qui eſt un arc de 72 degrez, & ſe trouve comme de 10000000 à 11755704: car le demy-arc 36 deg. a ſa demy corde 5877852, leſquels eſtant doublés ſont le nombre, comme deſſus, pourtant je dis 11755704, donne 10000000, combien 1000 pieds? fait pour la longueur requiſe de l'autre cot de 805 pieds $7\frac{952972}{1175704}$ pouces, il faut ſçavoir qu'il y a 12 pouces au pied.

Mais s'il falloir ſigner un heptagone, l'on trouve la raiſon du demy-diametre an coſté:

Du meſme heptagone de	10000000 à 8677674.
De l'octogone de	10000000 à 7653668.
De l'enneagone de	10000000 à 6840402.
Du decagone de	10000000 à 6180340.

Chapitre V.

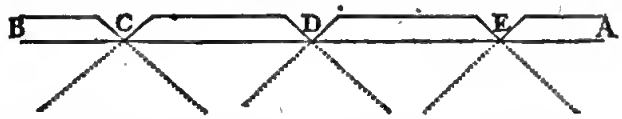
Contenans le but ou poinct principal dont la conſideration eſt requiſe en l'ordonnance des fortereſſes du temps preſent.

VEu que noſtre intention eſt de recueillir au ſuivant ſixieſme Chapitre quelques queſtions touchant les fortereſſes accomplies: & au ſeptieſme Chapitre quelques queſtions des fortereſſes imparfaictes, ſelon l'exigence de la ſituation du lieu, il m'a ſemble utile de deſcrire premierement le but ou les poincts principaux & neceſſaires à l'ordonnance deſdites fortereſſes; à fin de pouvoir plus ſeurement juger par la cognoiſſance d'iceux, de ces qneſtions. Je dis donc que comme les hommes ſont de diverſes opinions quant à la forme de leurs accouſtremens: car une façon eſt eſtimee en un pays qui ne l'eſt pas en l'autre; voire en une meſme province deſplaiſt maintenant, ce qui auparavant y eſtoit fort agreable. Et ce qui touche encore la choſe de plus pres, c'eſt, qu'une meſme perſonne tenoir hier un accouſtrement pour commode, qui luy ſemble aujourd'huy mal ſeant. Il eſt de meſme des humeurs differentes touchant l'ordonnance des fortereſſes: pourtant comme quelqu'un ſe romperoit la teſte en vain, s'il vouloir par

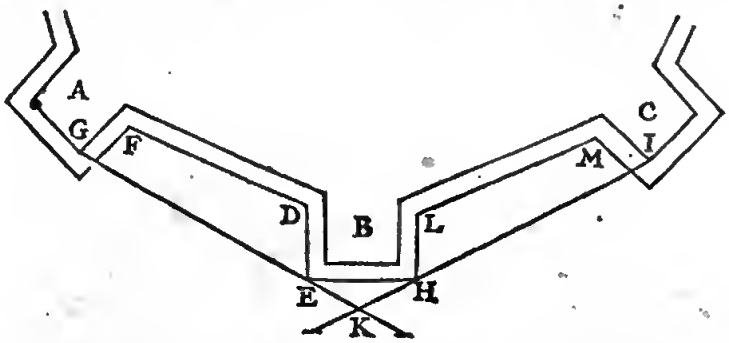
taiſun

raiſon perſuadet les hommes à porter tous enſemble une meſme façon d'accouſtrement, ſelon ſon inſtruction, veu meſmement que luy meſme ne ſçait pas combien de temps luy dutera ſoo opinion : Tout ainſi travaillent en vain ceux qui és ordonnances des forteresſes, veulent qu'un chacun face à leur fantaſie. Toutesfois, comme l'opinion des hommes en la forme des accouſtremens, n'eſt pas en tous poincts ſi diverſe, qu'ils n'ayent quelque choſe de commun : comme par exemple, veu qu'il ne oous eſt pas expedient en nos beſoignes, d'avoir les orteils ſeparez, nous les mettons bien tous eoſemble daos un chauſſon : mais de mettre les deux jambes dans une chauſſe, perſonne ne l'aptouve, & n'y a homme qui deſire tel accouſtrement : car veu qu'il faut ſe ſervir des jambes ſeparées pour allet d'un lieu eo un autre, la raiſon tequiert de donoer à chaque jambe ſa ptopre chauſſe. Puis d'ot donnet uo accouſttement qui couvriroit la veuë, de ſorte qu'on ne pourroit voir où l'on itoit, ni ce qu'on ſeroit, perſonne ne le fait, ni le deſire. Il en eſt de meſme pour la compoſition des forteresſes : car les opinions des Architectes ne ſont pas tellement differentes, qo'ils n'ayeot par un ioſtinct naturel quelque but commun, tel, que celuy qui y contreditoit ſeroit eſtimé faire contre le ſens commun.

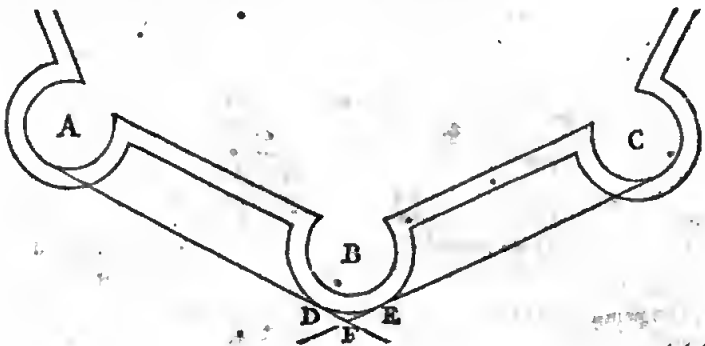
Ot pouv venir à la declaration du but, ſervant comme de touche à laquelle on peut examiner diverſes inventions, ou opinions, qui de jour en jour ſe rencontrent ; il faut premietement ſçavoir, qu'on ſouloit jadis, avant l'invention de la poudre à canon, faire pour la defeoce des forteresſes, des murailles droites ayans des trous, pour tirer par iceux avec des fleches, & autres tels inſtrumens, qui alors eſtoyeoten uſage : comme cy-deſſous le mur A B avec les trous C D E.



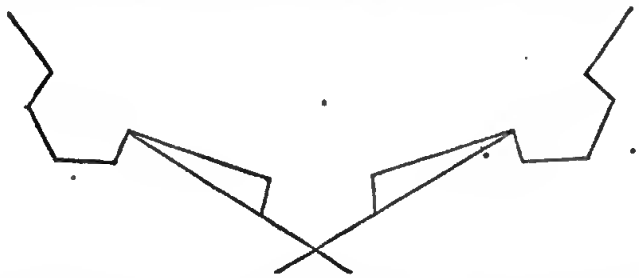
Mais pource que les aſſiegez ne poovoyent ainſi reſiſter à leur eonemy qu'en front, & que la deſſus les ennemis ſe couvroyent par devant de leurs targes, & qu'eſtans tout pres du mur entre deux trous, ils eſtoyent en ſeureté contre ſceux trous ; & contre l'artillerie, oo baſtit puis apres des teſtes, ou tours quarrées ſortans deſdites murailles droites, autaot eſloignées l'une de l'autre, que leur attilletie pouvoit portet : comme cy-deſſous les trois tours A B C, à fin d'endommager par les coſtez D E, F G, l'enoemy aſſaillant le mur F D entre deux tours, & tirer ſur luy, non ſeulement de devant, mais auſſi des deux coſtez là où il n'avoit point de targe ; à fin de bien defendre par ce moyen le mur F D, & plus ſeurement repouſſer laſſaut.



Mais l'ennemy cetchaot d'autre coſté ſon advantage, laiſſoit le mur entre deux tours, & aſſailloit ſeulement les coſtez exterieurs, comme E H : car l'artillerie venant (au pis allet) des angles enterieurs G & I des tours qui ſont à coſté, tout ce qui eſtoit dans le triangle E H K, eſtoit aſſeuré contre les deux tours A & C. Eux conſiderans ceſte faute firent puis apres des tours tondes, au lieu des quarrées, comme cy-deſſous A B C, à fin de poovoir ainſi mieux voir d'une tout la partie aoterieure de l'autre, & mieux s'eotraydet : car l'artillerie venant des deux tours A & C, pouvoit beaocoup mieux attaindre l'ennemy aſſaillant la partie anterieure de la tour B, qo'avec les ptecedeotes tours quarrées : & combien qoe cela ne ſe peuſt parfaictemeot, toutesfois le triangle D E F eſt beaucoup plus petit, que celuy de E H K.



Mais puis apres le gros canon venant à eſtre en vſage, par la grande vehemence duquel on oe bleſſoit ou tuoit pas ſeulement un homme à la fois, comme d'une fleche, ou d'une foode; mais on emportoit pluſieurs hommes, eſchelles, & inſtrumens; on apperçeut, que ni teſtes, ni tours toodes ou quarrées n'eſtoyent les formes commodes, pour s'en ſervir à ſon plus grand avantage contre les canons: mais qu'icelles teſtes doivent eſtre poſées en telle ſorte qu'oo puiſſe tirer de chaque angle des deux teſtes de coſte, au long de la face de celuy du milieu, & que l'oo puiſſe auſſi tirer au long des murailles entre deux teſtes, comme cy-deſſous.



Or cecy eſtant puis apres mis en œuvre, & trouvé fort bon en effect (car l'on pouvoit defendre la forteresſe tout à l'entour avec des traicts venans de coſté au long des murs, & des teſtes, par leſquelles on peut tuër beaucoup d'ennemis, ſans toutesfois rompre ſes propres baſtimens) on y a plus ſoigneuſement pris garde, ſi bien que la choſe parvint quaſi à la perfection d'une ſcience particuliere; comme eſtant fondée en la perſpective, & ayant grande communauté avec les mathematiques. L'on donna (ce que tequietent communement les ſciences nouvelles) aux choſes ioventées des noms nouveaux, & entre autres, tiret au long des murs, & des coſtez anterieurs des teſtes, ils nommerent cela nettoyet, comme nous avons dit en la 11 definition. Ils trouverent puis apres, que nettoyer n'eſtoit ſeulement pas utile au long du coſté interieur du foſſe, mais auſſi à pluſieurs autres endroits; comme de pouvoir commodement nettoyer la contreſcarpe: le deſſus du parapet du chemin couvert, & meſme iceluy chemin couvert. Puis apres il fut quelque temps en uſage de mettre le contre-foſſé environ le milieu du grand foſſe à taſtons: mais quand on eut prins de plus pres garde à l'utilité de nettoyer, on a finalement ſitué ledit contre-foſſe en ſorte qu'il puiſſe eſtre nettoyé tout du long: Et afin de ne nettoyer pas ſeulement le long des courtines, rayes, & parapers des chemins couverts, mais auſſi du commun terroit: On ordonne des doubles tempatts; l'inferieur, ou baſſe courtine, pour nettoyer ledit commun terroit: Et le haut rempart (parce que les autres courtines ſont trop baſſes) ſert à fin que la forteresſe ſoit mieux gardée: auſſi pour plus aiſement deſcouvrir l'ennemy derriere ſes forts. De ces doubles tempatts, procedoit encore une maniere de doubles boulevarts, deſquels les places ſuperieures, auſſi bien que les inferieures, nettoyent leurs boulevarts vis à vis, & à coſté les grandes courtines, avec tous les autres coſtez exterieurs oettoyables: puis on fit aux forteteſſes ayans les foſſez ſecs, encore une place au flanc, à ſçavoir l'inferieure, à fin de nettoyer le fond dudit foſſé, enſemble la contreſcarpe, haſſe courtine, & tous lieux nettoyables ſe preſentans à la veuë. En ſomme NETTOYER, NETTOYER dije, eſt le but & poinct principal de l'ordonnance des forteresſes du temps preſent, & celuy qui veut oſter ou meſpriſer ce nettoyement, il veut faire un accouſtrement, auquel on fourre deux jambes dans une chauſſe, ou qui couvre la veuë: je veux dire qu'il parle contre le ſens commun.

Secondement, l'on peut adjouſter encore à cecy, pour regle commune, que les bouleuarts les plus obtus, ou moins aigus (moyenant qu'ils ſoyent nettoyables) ſoot tenus pour les meilleurs: car veu que les boulets tirez entrent dans la terre vingt pieds & plus, s'enſuit que les acutangles peuvent eſtre de coſté facilement tenvetſez voire qu'on y peut tirer tout à travers: mais quant aux boulevarts qui ſont aſſez obtus on n'y peut faire breche de coſté.

Tiercement, que les forteresſes equilaterales inſcriptibles au cercle, que l'on nomme autrement polygones reguliers, ſont les plus commodes figures: car ils comprennent en moins de tempart plus de terrain, ce qui n'eſt pas ſeulement de moindre frais pour baſtir, mais outre cela il n'y faut pas tant d'artillerie, ni de gens pour la defendre. Qui plus eſt, ſes boulevarts ont de meilleurs angles: car celles des coſtez inegaux, ont bien quelques angles plus obtus, ou moins aigus, mais ils en ont au contraire d'autres moins obtus ou plus aigus; ce qui n'eſt pas profitable, veu que l'ennemy expert laiſſe les endroits plus forts, & attaque les plus foibles. Cet avantage de faire plus comprendre aux remparts, ne s'obſervera ſeulement pas és polygones regulieres, mais auſſi en toutes formes autant que les ſituations le permettront.

Ayant doncques ainſi deſcrit ces trois communs & principaux poincts; à ſçavoir Nettoyer, Boulevarts obtus, & de faire comprendre plus aux remparts, ſervans en matiere de forteteſſes, comme de but, auquel il faut touſiours prendre garde, nous viendrons aux deux derniers Chapitres des queſtions, eſquelles le ſouvenir de ces choſes aura ſouvent ſon uſage, à fin de pouvoir plus ſeurement juger des opinions contraires les unes aux autres.

CHAPITRE VI.

Queſtions ſur une forteresſe accomplie, comme eſt la precedente.

I'Ay dit au commencement du deuxieſme Chapitre la raiſon, pourquoy nous ne voulions meſler les queſtions, qui ſe tiennent au fait des forteteſſes, avec les pourtraictures du meſme Chapitre: auſſi que ce 6 Chapitre, enſemble le ſuivant ſeptieſme ſont deſtinez à la particuliere declaration d'icelles: Or ſuivant ceſte reſolution nous procederons comme s'enſuit.

I. QUESTION,

Des Meſures.

LEs opinions des Architectes ſont fort differentes, quant aux meſures des forteresſes: quelques uns veulent

lent (comme dit *Girolamo Maggi*) que la longneur de la grande courtine, entre deux boulevarts ſoit de 600 à 700 *bracci*: D'autres de 300 à 400: *Tartaglia* de 250 à 300 pas: *Capitan Frate da Modena* 140 *cannes*: *Cataneo* prend pour diverſes forteresſes diverſes longueurs, comme 192, 232, 240, 244, 256, 510 *bracci*: Les forteresſes de 149, 152 *bracci* (comme dit *Maggi*, mais en l'impreſſion que j'en ay, je la trouve d'environ autant de pas) *Secretario Fiorentino* 200 *bracci*: *Girolamo Maggi* de 250 à 300 *bracci*: *Carlo Theti* de 80 à 100 *cannes*: *M. Aurelio de Paſino* aux pourtraictures de ſes deux forteresſes, environ de 80 & 90 toiſes. *Daniel Specle*, en diverſes figures 500, 600, auſſi 650 pieds. Cecy eſt dit de la grande courtine, & pourrions aſſembler encore icy ſemblables differences des autres parties des forteresſes: mais nous le laiſſons pour ne perdre point de temps.

Il y a pluſieurs cauſes de telles diverſitez. Premierement, c'eſt que le nom des meſures, nous abuſe quelque fois, leſquelles combien qu'elles ayent ſouvent un meſme nom, ſont toutesfois en une ville beaucoup plus longues, qu'en une autre: pourtant quand la raiſon des meſures de diverſes Villes, n'eſt aſſez expreſſement definie, nous n'avons nulle ſeurete de leurs ſimples noms.

Or pour en faire quelque declaration, nous aſſemblerons quelques meſures vulgaires és impreſſions Italiennes, Françoiſes & Allemandes, leſquelles un chacun, à qui il plaira, pourra conferer les unes aux autres, & à noſtre meſure de Delf.

Le pied de Delf, ſur lequel les precedentes pourtraictures ſont ſignées, contient 12 poulces, & les 12 pieds font une verge: mais nous n'avons point expliqué cy-devant les longueurs par verges; pource qu'il nous ſemble plus commode de le faire par pieds. Le $\frac{1}{4}$ d'un deſdits pieds, eſt de cette longueur:

Les quatre meſures ſuivantes ſont tirées de Carlo Theti.

La *canna* contient 10 paumes, la moitié d'une paume eſt de ceſte longueur.

La *canna* contient quatre *bracci*, la $\frac{1}{6}$ d'un *braccio* eſt de ceſte longueur:

La *canna* contient 8 paumes, le $\frac{1}{4}$ d'une paume eſt de ceſte longueur:

Le *paſſo* contient 6 pieds, le $\frac{1}{4}$ d'un pied eſt de ceſte longueur:

Les trois meſures ſuivantes ſont tirées de Girolano Cataneo.

Le pas contient cinq pieds de Veniſe, le $\frac{1}{4}$ d'un pied eſt de cette longueur:

Ceſte longueur eſt le $\frac{1}{4}$ d'un *braccio Breſciano*:

Ceſte longueur eſt le $\frac{1}{4}$ d'un pied antique:

Les quatre meſures ſuivantes ſont tirées de Jacomo Caſtriotto.

La *canna* contient 10 paumes Romaines antiques, le $\frac{1}{4}$ d'une telle paume eſt de ceſte longueur:

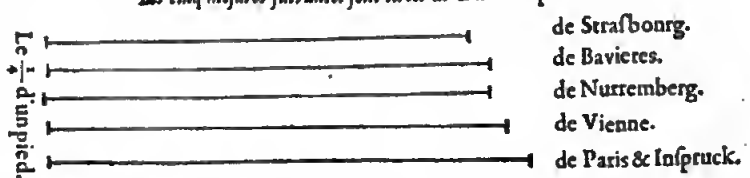
La toiſe de France contient 6 pieds, le $\frac{1}{4}$ d'un d'iceux pieds eſt de ceſte longueur:

La *canna* contient 10 pieds *d'Vrbin*, ou de la *Marque* le $\frac{1}{4}$ d'un pied eſt de ceſte longueur:

La *canna* contient quatre *bracci Toſcani*, le $\frac{1}{6}$ d'un *braccio* eſt de ceſte longueur:

Les deux pas de Veniſe, comme dit *Caſtriotto*, font une *canna*.

Les cinq meſures ſuivantes ſont tirées de Daniel Speckel:



Aux figures de *Sebaſtiano Serlio* Antique Latin lib. 3. tranſlaté d'Italien en Latin par *Ioannes Carolus Saracenus*, il y a auſſi diverſes meſures de *Brachia*, *Palmi*, *Pedes Antiqui*, *Pedes recentiores*, qui ſont fort differentes tant entre elles, comme entre les precedentes. Juſques icy nous avons rapporté aſſez de meſures de diverſes longueurs.

Secondement, il y a ſouvent de la difference entre les meſures d'un baſtiment & d'un autre; par ce qu'il faut, que les Architectes s'accommodent à la qualité du lieu, laquelle les empeſche de pouvoir ſuivre la regle commune.

Tiercement, pource qu'une piece d'Artillerie tire plus loing qu'une autre, voire qu'une meſme piece fait plus de force avec une ſorte de poudre, qu'avec une autre, ce n'eſt point de merveille ſi les hommes en jugent differemment chacun ſelon ſon experience.

Quartement, il y en a qui font leur compte de tirer avec de la groſſe artillerie, qu'ils appellent reale, par laquelle ils entendent pieces, dont les boulets peſent depuis 8 livres en montant: Les autres avec non reale, qui eſt depuis 8 livres en deſcendant, laquelle ne porte point ſi loing.

Quintement, l'opinion d'aucuns eſt, que deſſus la grande courtine doivent eſtre quelques baſtimens, comme cavaliers plates formes, ou flancs, pour l'ayde deſquels ils ordonnent la grande courtine entre deux boulevarts, plus longue, que ne font ceux qui n'ordonnent point de tels baſtimens.

Sextement, aucuns veulent, comme *Iacome Caſtriotte*, & autres que la grande courtine ſoit ſi longue, & les boulevarts ſi loing l'un de l'autre, qu'ils ne ſoyent endommagez de la groſſe artillerie de leurs flancs qui ſont vis à vis : Laquelle regle eſt rejectée par d'autres, les raiſons & demonſtrations deſquels ſeront declarées en la ſuivante huictieſme queſtion de ce Chapitre, contre ceux qui à telle fin font des courtines obliques.

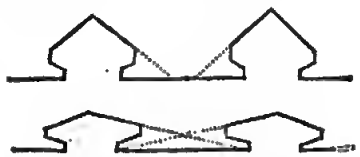
Finalement, j'adjouſte encores, que l'on ne veut eſtre reputé avoir ſa ſçience d'un autre ; principalement de ceux qui ſont encore en vie (des treſ-paſſez comme *Vitruve*, *Archimede*, & autres d'n'y a point de danger) eſtimant que par là leur eſtime ſeroit amoindrie. C'eſt pourquoy les hommes ſont communement enclins à ſe mettre en differend entre eux, & conſequemment toutes choſes ont leur cours naturel.

Quant aux meſures miſes cy-devant au deuxieſme Chapitre, j'en ay ſuivi, (apres la conſideration des argumens de pluſieurs Autheurs, & des circonſtances) ce qui me ſembloit alors le plus conforme à la raiſon : S'il y a quelque choſe plus longue ou plus courte ; plus eſpoiſſe ou plus menue, qu'il ne plaiſt au Lecteur, il le pourra changer, ou accommoder à ſon opinion, & ce que je pourray cognoiſtre devoir eſtre corrigé, je le ſuivray en cela auſſi volontieres, comme j'ay fait les autres: Ce que requiert auſſi la raiſon, pour ce que noſtre but principal ne doit point tendre à ſouſtenir ce que nous avons une fois dit, mais à faire les meilleures forterefſes qu'il nous eſt poſſible.

II. Queſtion.

Des boulevarts obtus & aigus.

COmbien que l'on tienne pour regle generale, qu'on peut plus facilement tirer à travers des angles aigus des boulevarts, & les demolir, que non pas des obtus; toutesfois il y en a qui ſont d'opinion, qu'on n'en doit point faire d'obtus, encore qu'on le peuſt commodement faire, & que pour l'eviter, on doit tirer les courtines du boulevart depuis le milieu, ou quelque autre poinct de la grande courtine, comme en la ſuivante premiere figure non pas des flancs, ſelon la commune maniere de la deuxieſme figure, leſquelles ſont deſcrites ſur une courtine droite.



Mais pour demonſtrer, que les Architectes des forterefſes fameuſes taſchent, à bonne raiſon, de ſe ſervir des angles obtus, nous debatrons ceſte matiere par articles diſtincts.

I. Article.

Si la breche ſe fait plus large és boulevarts aigus, ou és obtus.

PRemierement, il y en a qui propoſent, qu'en la poincte d'un boulevart qui à l'angle aigu, eſtant taſtée, il s'y fait une breche plus eſtroite, qu'en l'obtus: ce qui eſt bien vray, quand on preſuppoſe, que la poincte de l'un eſt taſtée auſſi longue que celle de l'autre : mais mettons la comparaiſon à l'equité ; à ſçavoir qu'il y ait autant de coups tirez ſur une poincte que ſur l'autre; & puis examinons la choſe. Car poſez le cas, que le boulet entraſt ſeulement 20 pieds en terre (aucuns teſmoignent de beaucoup d'avantage) l'on pourra tirer au travers de la poincte du rectangle ſur ſa longueur (comme ſçait le Geometre) de 1/200, qui eſt plus de 14 pieds : Que ne feroit-on doncques à travers les angles fort aigus ? mais ceux qui ſont aſſez obtus, ne ſe peuvent ruiner par coups de canon venans de coſté.

Quant à ce qu'on dit, que quand l'ennemy plante ſon artillerie devant le milieu d'un boulevart obtus, qu'il peut alors d'une ſeule place faire breche aux deux coſtez des boulevarts : Je reſpons que quand l'ennemy aura planté ſon artillerie devant le milieu de la grande courtine, joignant laquelle ſont des boulevarts aigus, il pourra faire breche és quatres coſtez des deux boulevarts : car veu que, comme dit eſt, les boulets y paſſent tout au travers, chacun ſera endommagé de deux coſtez, avec grande extenſion de la matiere : mais au boulevart obtus, ſur lequel on tire de devant pour rompre deux courtines enſemble, les boulets y entrent, & demeurent dedans, avec beaucoup moindre dommage.

II. Article.

De la defence des courtines des boulevarts de deſſus la grande courtine.

QUand la face, ou courtine du boulevart aigu eſt tirée du milieu, ou de quelque autre poinct de la grande courtine, on pourra, diſent ils, d'une partie de la meſme grande courtine, defendre la face du boulevart. A cecy on reſpond que de la grande courtine, on ne pourroit pas bien defendre la face du boulevart ; parce qu'une bonne partie d'icelle demeure couverte à cauſe de l'eſpaiſſeur de la grande courtine : car (à fin d'expliquer cecy par contemplation perſpective) ſi l'on produit à l'infini par imagination le plan de la pente du parapet de la grande courtine, tout ce qui de l'oreillon, & de la courtine du boulevart, giſt ſous ledit plan, demeure caché pour celuy qui voit au long de ladite pente du parapet : mais cela n'avient point quand on voit du flanc qui eſt vis à vis, ou de la courtine de l'oreillon. Car de là ne ſe decouvre pas ſeulement la face toute entiere, juſques au fond de l'autre boulevart, mais encore une grande partie du fond du foſſé. Secondement, on ne peut commodement faire des canonnieres au parapet de la grande courtine : pour nettoyer la partie de la face du boulevart qui ſe pourroit preſenter à la veuë, par ce que le traict devroit paſſer trop de biais par la largeur du parapet. Pourtant, veu qu'il ne vient aucun flanquement ou nettoyement qui vaille de la grande courtine, & que du flanc meſme le boulet ne pourra alors parfaitement nettoyer, la face n'auroit point de nettoyement accompli.

Quant à ce qu'aucuns veulent qu'on face la grande courtine joignant le flanc avec un giron, dont le coſté anterieur du parapet ſe tourne vers la courtine du boulevart oppoſite, à fin de pouvoir ainſi mieux defendre la meſme face du boulevart par des canonnieres, qui n'auront point le ſuſdit empeſchement de l'eſpaiſſeur du parapet, comme nous avons dit de la grande courtine : & à fin de deſcouvrir de ce lieu là une partie de la campagne ; à cecy on reſpond. Premierement, que telles canonnieres eſtans peu couvertes de l'oreillon, ſont expoſées & fort deſcouvertes à la veuë de l'ennemy, & qu'il

qu'il vaut mieux defendre la face du boulevart obtus, avec des canonnieres qui foyent ſuffiſamment dans le flanc. Secondement, touchant le moyen de deſcouvrir la campagne, il y a d'autres lieux de la grande courtine, comme auſſi des faces des boulevarts, qui ſont plus pres de l'ennemy pour luy tirer à laiſe des coups de canons. Tiercement, que la grande courtine, au lieu de ce giron ne peut eſtre parfaitement nettoyée. Quartement, que de ces canonnieres ne ſe peut nettoyer la grande courtine, comme du flanc: en ſomme que cet œuvre eſt defectueux, dont il ne procede point d'avantage.

III. Article.

Du nettoyement des boulevarts aigus avec des arquebuſes à main.

QUant à ce qu'on face l'angle d'un boulevart ſi aigu, qu'on tire de deſſus la grande courtine de plus parfaits coups nettoyans les faces avec mouſquets, ou ſemblables petites arquebuſes à main, cela n'eſt pas de grande eſtime pour une invention impropre; car celuy qui prendra bien garde à la qualité du nettoyement, & conſiderera comment ſur une petite largeur, eſt ordonnée une ſi grande multitude de groſſe artillerie, venant des cavalliers, des places hautes & baſſes des courtines, des oreilloos hauts & bas, & ce tout, comme dit eſt, ſur une ſi petite largeur, il confeſſera que tout cela n'eſt pas neceſſaire: mais que c'eſt contre la raiſon de vouloir encore nettoyer la face du boulevart avec de petites arquebuſes, qui ne peuvent rompre les eſchelles, ni les parapets des ennemis, ni l'endommager deſſus la breche avec des pieces de pierre, ou brique, qui rejailliſſent. Il eſt bien vray que les arquebuſes à main ſont fort commodes & neceſſaires en temps d'aſſaut pour tirer, à ceux qui viennent à la veuë: mais d'en vouloir uſer comme de coups principaux nettoyans les courtines des boulevarts, dont une grande partie ne s'offre à la veuë pour les raiſons du ſecond article; à quoy auſſi l'autre groſſe artillerie eſt deſtinée plus proprement, & par un tel abus faire le nettoyement defectueux, qui ſe fait par la groſſe artillerie, & d'ordonner les boulevarts d'angles foibles, & d'eviter les forts obtus angles, cela ne ſemble point eſtre fondé ſur aucune raiſon.

IV. Article.

Du demolliſſement des remparts, que l'ennemy peut renverſer dans le foſſé contre la face des boulevarts.

AUcuns eſtiment, que ſi l'ennemy ſe retranche devant la face d'un boulevart, pour s'aſſeurer contre les flancs, qu'on ne ſçauroit en tel cas ſi bien endommager ſes retranchemens à coups de canon nettoyans les boulevarts obtus parfaitement, comme par ceux qui ne nettoyent pas les boulevarts aigus: mais la choſe, eſtant bien conſiderée va tout autrement: Car le coup nettoyant parfaitement & jettant la matiere en arriere eſpard au long & au large les pieces rejailliſſantes, & les boulets traverſans moleſtent l'ennemy, & tel rempart peut eſtre explané juſques à la face: mais le coup venant de biais, & entrant dans le boulevart jette les ruines contre le boulevart, de ſorte que la matiere ne ſe peut ſi bien eſpardre autrement, & le boulet traverſant n'apporte tant de dommage à l'ennemy: parce qu'il demeure dans la face, ou bien y fait un bond incertain. Mais pour declarer cecy plus intelligiblement; notez qu'on tient pour regle generale, que les remparts ſe peuvent plus facilement endommager par coups horiſontaux, que par ceux qui viennent de haut en bas: pourtant la face du boulevart eſtant priſe pour l'horiſon, & le parapet de l'ennemy pour rempart, alors le coup nettoyant parfaitement, ſervira comme de coup horiſontal; mais celuy qui vient de biais, n'eſt pas ſi bon, non plus que celuy qui viendroit de haut en bas.

V. Article.

De la defence de la face d'un boulevart par l'autre.

ILs diſent encore, que quand les angles des boulevarts ne ſont pas obtus, alors les deux faces des deux boulevarts ſe peuvent mieux voir l'une l'autre; pourtant ſi l'oreilon & ſon flance eſtoit raſé, l'on pourroit de la face de l'un mieux voir & defendre la face de l'autre boulevart. A cecy on reſpond, que telle imagination de voir n'eſt pas fondé ſur ce à quoy on doit principalement prendre garde à ſçavoir ſur le nettoyer; car peut eſtre qu'une telle largeur de la face d'un boulevart obtus y eſt dommageable. De ſorte que les boulevarts aigus, outre qu'il requierent plus de matiere & frais que les autres, cauſent en pluſieurs manieres grand prejudice.

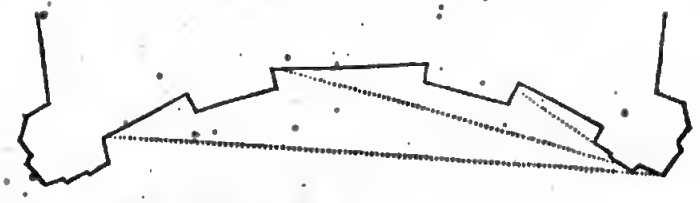
L'on y pourroit encore adjouſter cecy. Veu que vous meſmes eſtimez la grande courtine pour mieux gardée, laquelle toutesfois peut eſtre nettoyée du flanc à coups de canon qui volent tout au long d'icelle luy eſtant quaſi parallele; pourquoy ſemblable maniere de nettoyer au long des faces des boulevarts ſeroit elle mauvaiſe? ou ſi voſtre nettoyement imparfait des boulevarts eſt le meilleur, pourquoy n'appliquez-vous une pareille meilleure maniere ſur la grande courtine, faiſant les cols des boulevarts ſi longs, ou y adjouſtant quelque autre telle choſe, qu'on y puiſſe gagner ſemblable advantage? Mais comme il vous eſt cognu, que ce ſeroit au dommage de la grande courtine, ainſi eſt il notoire que cela ſeroit auſſi prejudiciable aux faces des boulevarts.

Les argumens precedens ſont plus fermes encore par l'expetience des fortereſſes fameuſes baſties en divers lieux: comme entre autres en celle de Malte l'une des principales du monde, qui eſt de grande conſequence, & laquelle on peut eſtimer l'une des plus remarquables, qu'on a commencé à edifier, l'an 1566, par meure deliberation des principaux Architectes de toute la Chreſtienté & exercez au fait de la guerre, leſquels cerchans ſoigneuſement tous advantages ont (comme il ſe peut voir aux figures, qui en ont eſté imprimées & divulgées) tiré des flancs les courtines des boulevarts nettoyables, à fin d'acquerir ainſi les angles des boulevarts les plus obtus qu'il eſtoit poſſible, avec les autres advantages qui en peuvent proceder. Nous concluons doncques avec les plus experts, que les plus obtus boulevarts qu'on peut former, ſelon les regles perſpectives, ont la meilleure forme de baſtiment qu'on ait ordonné juſques à ceſte heure ſelon l'exigence des fortereſſes accomplies du temps preſent.

III. Queſtion.

Des boulevarts ronds, ou polygones, tendans à la rondeur.

AUcuns ont pris plaiſir aux boulevarts ronds: d'autres à deux courtines ſe rencontrans en façon d'arc: d'autres à pluſieurs angles, dont les coſtez eſtoyent nettoyez de divers flancs baſtis dans la grande courtine, comme demunſtre la figure ſuivante:



Ot veu que la precedente figure des boulevarts eſtant de pluſieurs angles approche de la rondeur, & que la forme ronde diſent ils eſt la plus forte, parce que la matiere canonnée s'amaſſe plus vers le centre, & s'endurcit, il faut que telle maniere de boulevarts ſoit plus forte que de deux faces droites. On reſpond à cecy, qu'en un tel commun jugement il y a faute de diſtinction: car combien que le Maſſon choiſiſſe aux voutes la figure ronde, ou multangulaire, à fin de faire des arcs ſeſtrans mieux: Le Charpentier au contraire taſche de joindre ou fortifier ſon ouvrage par corbeaux, c'eſt, pour parler plus clairement; il evite le polygone, & tend vers le triangle, lequel encore qu'au contraire il ſoit la plus ſimple forte toutes les figures rectilignes, toutesfois il eſt ferme, mais non pas le quadrangle, le pentagone encore moins, & conſequemment tant plus de coſtez aura le polygone du Charpentier, d'autant plus approche elle de la rondeur, & d'autant plus ſera elle foible. Pourtant, de dire par regle commune, que les figures de plus de coſtez tendans à la rondeur, ſont les plus fortes, & l'affirmer ſimplement par l'hautorité de quelqu'un: il ſemble, veu qu'on donne des exemples de contraires effects, que l'opinion de telles perſonnes d'autorité n'a pas eſté bien entenduë, ou autrement qu'on donne plus de credit à l'autorité, qu'à la raiſon. Il faut doncques, avant que donner ſon jugement conſiderer la qualité de l'ouvrage, puis conclure ſelon le requis d'icelle. Car les baſtimens qui ſont creux, en dedans ou caves recevans preſſement par le dehors requierent la rondeur, comme voûtes de caves, ponts, egliſes & ſemblables, là où la meſme portant avec ſoy la peſanteur preſſant la rondeur, en cela eſt le plus grand advantage: pource que les pierres de l'arc eſtans plus eſtroictes par dedans que par dehors, tel preſſement cauſe leur plus ferme cloſture. Semblablement un puits, contre lequel la terre preſſe de tous coſtez, la figure rondé y eſt la plus commode: mais ſi, par exemple, on mettoit le tuyau du puits deſſus la terre, & qu'on le remplit de terre, en ſorte que le preſſement de dedans pouſſaſt vers l'exterieur; il eſt notoire qu'on n'en auroit point d'advantage; car comme les pierres par le preſſement de dehors vers l'interieur (pource qu'elles ſont plus larges au coſté exterieur) ſont forcées à faire plus ferme cloſture; ainſi elles ſont au contraire (eſtans plus eſtroictes par dedans) plus faciles à ſe deſjoindre par le preſſement de l'interieur vers l'exterieur: partant, ſi en l'uſage des boulevarts il eſtoit beſoin d'un preſſement qui reſiſtaſt à tous les coſtez de la partie exterieure qui pouſſeroit à l'encontre, la figure multangulaire ou ronde ſeroit à telle fin la plus forte. Mais on n'y peut attendre un tel preſſement. Quant aux boulets qui s'y tirent à l'encontre par dehors, cela n'eſt point preſſement, à ſçavoir portant la qualité pour laquelle on doive faire des ouvrages tonds: car comme quelqu'un fait auſſi facilement un trou avec une barre de fer dans le mur d'un boulevart rond ou multangulaire, comme dans celuy d'un boulevart de peu d'angles, ainſi fait le boulet autant de breche ſur l'un que ſur l'autre. Pourtant il ne faut pas taſcher, pour telle fantaſie, de faire des boulevarts tonds, ou multangulaires, veu que cela repugne aux articles du but, ſur leſquels les forteresſes du temps preſent ſont fondées, notement au nettoyet, & plus grande comprehenſion de place: Contre le nettoyet, parce qu'aux boulevarts tonds, ou multangulaires il faut beaucoup d'artilletie, pour faire ce qu'autrement on peut faire avec peu: Contre le moyen d'avoir plus grande compreheoſion, parce que la grande courtine ayant une flechiſſeure interne, & eſtant pource plus longue & de plus grands frais, perd toutesfois autant de place, qu'il en pourroit eſtre compris entre la courtine oblique, & la ligne droite. Gardons nous bien doncques de nous eſtudier à la recetche des boulevarts multangulaires, comme s'il eſtoit poſſible de clore une forteresſe avec des boulevarts nettoyables eſtans par devant tous plats ſans angle (deſquels il ſera parlé en ſon lieu, à ſçavoir en la 2 queſtion du ſeptieſme Chapitre) les devant faire ainſi par election. Finalement j'adjouſte cecy, que le vice & incommodité des vieux boulevarts tonds nous à par cy-devant apris d'inveoter des boulevarts nettoyables, comme il a eſté dit au precedent cinquieſme Chapitre. Nous finitons icy concluaos que les boulevarts, avec leurs courtines entietes & droites ſont la meilleure forme, dont on ait uſé juſques à maintenant, ſelon la maniere des forteresſes de ce temps.

IV. Queſtion.

Des Ravelins ou Moineaux.

ON a en pluſieurs endroits; durant ces guerres, aux Pays-bas, & en France, fait des boulevarts (qu'on appelle Ravellins ou Moineaux) hors de la grande courtine, & ſeparez d'icelle, comme des Iſles, eſquels on entre par un pont de bois. L'advantage qu'on en eſpere c'eſt qu'encore que l'ennemy aye gagné un tel boulevart, il n'a pas pour cela la ville, veu qu'il y a encore une profondeur entre le boulevart, & la courtine.

Les dommages d'autre coſté ſont tels. Premierement, que les aſſieges dutaot laſſaut, ne ſe peuvent ſi bien aſſiſtet l'un l'autre pour y amener toutes choſes neceſſaires & entendre les parolles qu'ils diſent & crient. Outre que quand l'ennemy tient le chemin couvert pour ſoy, il peut facilement demolir ce pont de bois à coups de canon, de ſorte qu'ils ſont entierement ſeparez les uns des autres: il eſt vray qu'aux foſſez ſecs, on peut venir de la ville au boulevart par un chemin voûte ſous terre: mais on ne remedie pas pourtant aux autres inconveniens: car n'ayans toutes choſes neceſſaires, on s'ayde l'un l'autre à la haſte, qui n'eſt pas une petite incommodité: de ſorte que tels boulevarts ſe peuvent plus facilement gagner que d'autres: & combien que l'ennemy n'aye pourtant point la ville alors, ce-pendant il eſt maiſtre du foſſé, ou le peut facilement devenir. La matiere de cela meſme luy peut ſervir pour remplir le lieu entre le boulevart, & la courtine. En ſomme apres qu'on a veu, que le plus grand advantage ne conſiſte point en tels boulevarts ſeparez, on les reſait en pluſieurs lieux comme les boulevarts ordinaires attachez à la courtine. Suivant laquelle invention nous

ne

ne les avons voulu ordonner comme par election aux forteresses accomplies: mais là où il se faut accommoder, selon la situation du lieu, la chose pourroit requerir autre consideration.

V. Question.

Des Oreillons ronds ou angulaires.

CEux qui desirent des oreillons ronds, estimeot la figure roode la plus forte, & que les parties rejaillissantes des oreillons angulaires, endommageor plus les assiegez, & empliſſent d'avantage le fosse.

Quant à la fermeté, qui seroit plus en la figure ronde qu'eo l'autre, la consideration en peut estre en deux sortes; à sçavoir des coops qui y viennent dessus directement pour raser tont à fait le bastiment, ou du canonner seulemeot de costé pour rompre les angles. Quant au premier, nous avons prouvé, en la precedente troisieſme question, le contraire, & demonstré qu'à cause d'une telle imagination, il se faut davantage abstenir d'ordonner des ouvrages ronds qui seroyent defectueux. Touchaot l'autre cooſideration, il faut confeſſer, que les angles se rompent plus facilemeot, que les costez exterients des figures rondes: mais si on presuppose, que l'oreilloo rond cooſiste potentuellement dans l'angulaire, & que par dessus sa rondeur il est eocore espaiſsi garoi & renforcé d'iceux coings, la chose requerera uo autre jugement.

Quant à ce qu'aucun pourroit dire cy dessus, qu'on peut aussi bien imaginer un oreillon angulaire dans le rond, duquel les angles soyent espaiſsis de rondeur, comme un rond dans l'angulaire, duqoel la roodeur est espaiſsie avec des angles: On respond la dessus, que si on le presuppose d'egale largeur, comme en tel cas la raiſoo le semble requeuir, le premier demeure & l'autre doit faire place.

Toochant les pieces rejailliſſaotes, suivant leſquelles on ne peut encore recognoiſtre la difference des pieces des oreillons angulaires d'avec celles des Ronds: On respond que supposant le cas que telle differeoce fuſt appercevable les assiegez sont munis de parapets. Notez auſsi qu'aucuns ordonnent les costez des caoonnieres avec des degrez, au lieo de costez uois, sans craindre tel rejailliſſement. Pource que telle petite difference, avec la petite differenee de l'empliſſement du fosse qui pourroit suivre de l'un plus que de l autre n'est de nulle estime en comparaiſon des advantages procedans des oreillons angulaires: comme d'avoir leur forme parfaite selon le requis du oettoyement; qu'ils couvrent mieux les flancs; qu'au long d'iceux on nettoye plus parfaitement. A quoy on peut encore adjouſter que pour avoir jadis evité telle rondeur, on est parvenu à l'artificiele ſtructure des forteresses nettoyables du remps present; comme nous l'avons declaré plus amplement au precedent cinquieſme Chapitre. Or apres avoir compté & peſé ces advantages contre les dommages, les oreillons aogulaires m'oot esté plus agreables que les autres.

VI. Question.

Si le costé interieur de l'oreillon doit estre mené parallel à la grande courtine, ou non.

AUcuns veulent que le costé interieur de l'oreillon, comme la ligne P*l* en la premiere figure du deuxieſme Chapitre, soit tirée parallele à la grande courtine HK; estimans que le flanc seroit ainsi plus couvert, & mieux gardé, que si on le mettoit au costé de devant plus ouvert. D'autres au contraire veulent tirer ledit costé de biais, selon le cours de l'extreme qu'on se propoſe de vouloir tirer devers la contreſcarpe; l opinion deſquels me plaiſt le mieux, pour ces raiſons: Il est certain, ou au moins on le peot ſuppoſer, que par la canonniere exterieure on ne veut pas ſeulement nettroyer la grande courtine, mais auſsi la neceſſité le requerant, tirer plus de costé peu ou beaucoup vers le boulevart oppoſite, ou vers la coortreſcarpe: pourtant, quand on tire ainſi, & qu'alors le costé interieur de l'oreillon deſigné par L est parallel à la graode courtine, il faut qu'entre la ligne deſcrite du bouſet volant, & l'angle de l'oreillon P, soit une place vuide ou creuſe ſi grande, que telle declination le requiert: Or ſi ce lieu vuide estoit empli le flanc seroit-il pourtant plus deſcouvert l'extremité de l'oreillon, demeurant ſur ſa meſme place? Non point du tout, mais l'oreillon en sera d'autant plus espais, & plus fort & ſon aogle *b* d'autant plus obtus, & meilleur que ne seroit iceluy saos rempliſſement: Ou, pour plus grande evidence, diſons ainſi: Quand le costé iotericur P L decline ainſi de la grande courtine, ſi lon rompoit alors du meſme costé tant de matiere, qu'il fuſt parallel à ladite grande courtine le flanc en seroit-il pourtant mieux aſſeuré? Sans doute non, mais l'oreillon en seroit d'autant plus attenué & affoibli, & l'angle d'autant plus aigu à cauſe de la matiere qui en seroit oſtée. Nous concluons donc, que le costé interieur de l'oreillon se deſigne avec plus grand avantage ſeloo la declination, que l'on ſe propoſe de vouloir tirer de costé, que parallel à la grande courtine.

VII. Question.

Touchant les places du flanc, & ce qui est en icelles.

IL y a quelque temps que l'on couvroit par des voûtes, la place inferieure & moyenne de l'angle flancqué, à fin de donner ainſi plus de lieu à la place ſuperieure ſur les voûtes de la moyenoe. De ces voûtes s'enſuivent, comme à monſtré puis apres l'experience, quelques inconveoiens, à ſçavoir que ce pendaot que l'ennemy les canonnoit oo ne pouvoit estre aſſeuré la deſſus, à cauſe des pieces rejailliſſaotes, en apres les voûtes ſe fendoyent, & rompoyent par la force de leur propre artillerie, tellemeot qu'on n'y estoit aſſeuré ni deſſus, ni deſſous. Tiercemeot ces places ſe rempliſſoyent ſi fort de la fumée de l'artillerie, qu'on ne voyoit pas ce qu'on y avoit à faire, & on ne pouvoit demeurer dedans sans grande anxieté, qui cauſoit la perte de l'ouyë & de la veoë: & combien qu'on fiſt à ceſte fio des ſouſpiraux, pour faire exhaller la fumée, eocore o'eſtoit-ce pas aſſez, pour obviet à tel accident: on n'a point deſpuis ce temps là baſti ces places droitement l'une ſur l'autre, mais la moyenne un peu plus reculée que la baſſe, & la ſuperieute un peu plus reculée qne la moyenne; de ſorte que les places ſont ouvertes par enhaut: & on fait ſeulement des voûtes dans le rempart, qui y est dertiere, comme nous avons dit au 25 article de l'Ichnographie du ſecond Chapitre, à fin d'eſtre ſous icelles à couvert de la pluye, neige, & chaleur du Soleil, auſsi pour mettre la deſſous en lieu ſec l'artilletie, boulets; & ſemblables choſes neceſſaires.

Quant à la montée pour venir de la place moyenne à la ſuperieure, qu'aucuns ordonnent du tout ouverte, & decouverte ſaos aucune cloſture, cela ne ſemble point ſans quelque peril, car l'ennemy eſtant venu par force, ou par fineſſe en ceſte place moyenne, il peut aller de là par deſſus le haut rempart, & entrer dans la forteresse, ſans qu'il y ait aucun baſtiment qui l'empeſche: Pourtant nous avons, au ſuſdit projet Ichnographi-

graphique, ſeparé par un mur ceſte montée, en ſorte que la moyenne place puiſſe eſtre ſeparée par un huis, de la ſupetieure.

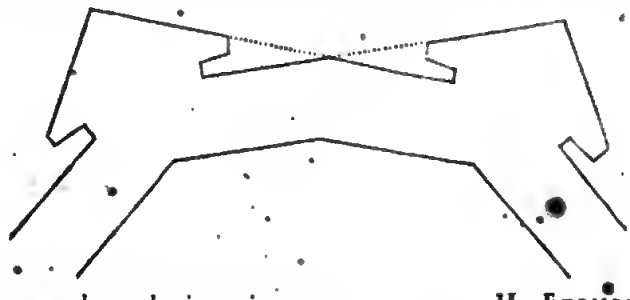
Touchant les canonnieres des trois places, on les a jadis baſties en telle façon, que le plus eſtroict d'icelles, vient au bout exterieur du parapet, & de là vers le coſté interieur s'eſlargiſſent de plus en plus. Or par telle maniere les aſſiegez eſtoyent bien mieux gardez contre le gliſſement des boulets de l'ennemy, que maintenant avec des canonnieres, qui ſont au contraire plus larges par dehors & plus eſtroictes par dedans: Mais, au contraire les coings des merlons deveſtoyent ainſi fort attenuez & foibles, & eſtoyent facilement rompus de canonnades, & les trous fort agrandis. Secondement, les merlons ſe fendoyent, & rompoyent par la violence de la poudre allumée qui devoit paſſer par un lieu fort eſtroict. Pour remedier à ceſt inconvenient, on ordonna puis apres le plus eſtroict de la canonniere au milieu du parapet: mais tout l'advantage eſtant puis apres bien comparé avec le deſadvantage, on eſtime maintenant le plus expedient de mettre le plus eſtroict ſur le coſté interieur, en telle maniere, qu'il eſt fait en l'Ichnographie de la deuxieſme & troiſieſme figure du ſecond Chapitre.

VIII. Question.

Des courtines droites, & obliques.

I. Exemple.

Aucuns ont eſtimé, que ſi on vouloit defendre du flanc la grande courtine toute droite, qu'en canonnant, l'un des flancs endommagerоit l'autre, enſemble ſon artillerie, & boulevart. Pour à quoy obvier ils ont donné à la grande courtine, au milieu un pli exterieur, en façon, que chaque moitié correſpoude en ligne droite à la courtine d'un boulevart comme en la figure cy-deſſous là où chaque moitie couvre un flanc en ſorte qu'on ne peut voir de l'un à l'autre.



On reſpond à cecy, que chaque demi-courtine en telle maniere ne ſe peut nettoyer que d'un coſté, ce qui autrement ſe peut faire de deux coſtez; pource que l'ennemy ayant demoli un flanc, ſa demi-courtine demeure ſans defence.

Secondement, c'eſt une incommodité en toute grande courtine, qui ne peut eſtre nettoyée que d'un coſté ſeulement, qu'il y demeure un lieu indefenſable: pour deſcrire ce lieu, prenons par imagination deux plans infinis, tendans, l'un au long de la pente du parapet de la grãde courtine, l'autre au long de la pente du parapet du flanc, ou de l'oreillon: car le lieu qui eſt compris entre ces deux plans, devant le flanc ou oreillon ne peut en aucune maniere venir à la veuë de celuy, qui regarde au long deſdites pentes des patapets, & par conſequent, tout ce qui eſt audit lieu entre les plans, demeure caché: de ſorte que l'ennemy pourroit fouïr, & rompre de ſes mains à ſon plaiſir tant ſous le flanc que dans la grande courtine, ſans pouvoir eſtre empeſché des aſſiegez.

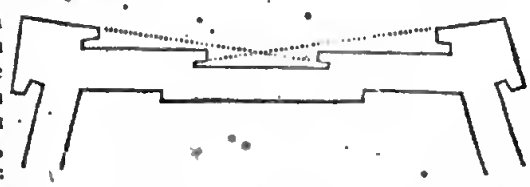
Tiercement, ſi l'ennemy aſſaut la grande courtine avec des eſchelles ſans breche, en tel cas on tire des flancs des pierres, chaiſnes, & choſes ſemblables, qui font grand murtre d'ennemis ſans endommager les boulevarts.

Quartement, ſi l'aſſaut ſe fait par breche, l'on rire franchement de la groſſe artillerie aux pieces de la tuine, pour endommager l'ennemy avec les pieces rejailliſſantes, & cela ſans rompre les boulevarts: car le boulet venant ſur la matiere de la breche, ou il y demeure dedans, ou y perd ſa force ou prend un ſaut incertain.

Quintement, les aſſauts ſe font rarement & ne durent pas ſi long temps, que les boulevarts cependant puiſſent ſouffrir ſi grand dommage que le profit ne ſoit plus grand, lequel procede de la continuelle crainte que l'ennemy a de donner l'aſſaut entre deux flancs.

II. Exemple.

Aucuns ont party la grande courtine entre deux boulevarts en trois: la partie moyenne miſe en dedans, à laquelle ſont appliquez deux flancs de ſquels on nettoye non ſeulement ceſte partie moyenne, mais auſſi la courtine des boulevarts, comme cy-deſſous; eſtimans, que par ainſi la courtine eſt plus forte & mieux deffenduë.



On reſpond à cela, qu'il faut de deux choſes l'une, ou que les deux boulevarts ſoyent ſi eſloignez l'un de l'autre, que l'artillerie de chacun ne puiſſe nettoyer toute la courtine, ou ſi pres qu'elle la puiſſe defendre. Que s'ils ſont ſi eſloignez, chaque tierce partie de courtine, qui eſt joignant chaque boulevart, ſera ſeulement defenduë d'un flanc, à ſçavoir de celuy auquel elle eſt adjointe: car l'autre flanc eſt trop loing, & elle ne peut eſtre nettoyée du flanc de la moyenne partie: de ſorte que l'ennemy ayant coupé un flanc des boulevarts, la tiercè partie de la courtine qui luy eſt adjoincte, demeure ſans defence. Ou autrement un flanc de la partie moyenne eſtant demoli, une face du boulevart demeure ſans nettoyement par ce que l'autre boulevart eſt trop loing. Que ſi les deux boulevarts ſont aſſez prés l'un de l'autre pour nettoyer toute la courtine, entre deux, & auſſi pour pouvoir nettoyer du flanc de l'un la face de l'autre, les deux flancs de la partie moyenne n'y ſont point neceſſaires, car ſi l'artillerie peut defendre

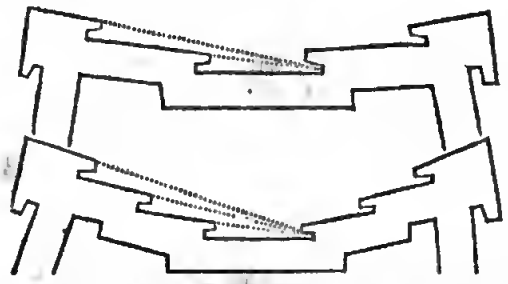
dre l'extremité de la courtine du boulevart ; à plus forte raiſon pourra elle defendre la moyenne tierce partie de la grande courtine, qui luy eſt plus proche. Ce qu'eſtant bien cõſideté, telles courtines apres de grands frais ſont plus foibles que les droites: car l'artillerie peut faire plus grande breche ſur les coins des oreſillons des cortines diviſées, que ſur celles qui ſont toutes droites: Secondement, elles ſont de moindre comprehenſion de place : Tiercement, les angles anterieurs des boulevarts en deviennent plus aigus, ou moins obtus, ce qu'on doit eviter ſelon la regle commune.

III. Exemple.

D'autres n'ont pas ſeulemeut party la grande courtine en trois parties, comme deſſus, mais en cinq comme cy-deſſous : Laquelle maniere doit pour les raiſons ſuſdites eſtre eſtimée pire, que celle du ſecond exemple, comme eſtant de defence moins propre, de moindre comprehenſion, & de boulevarts plus aigus, ou moins obtus, & le tour avec des deſpens plus grands & inutiles.

IV. Exemple.

Comme on s'eſt puis apres apperçeu de la faute du ſuſdit ſecond, & troiſieſme exemple ; à ſçavoir que de chaque flanc on ne pouvoit voir ni nettoyer les autres parties de la courtine on les a ordonnées autrement plus nettoyables, comme cy-deſſous.



Sur quoy je dis que ceſte correction cauſe un plus grand defaut ; à ſçavoir que les angles des boulevarts deviennent ainſi encore plus aigus : & qu'avec pluſieurs remparts de grands frais l'on comptend encore moins de place. Nous concluons donc qu'une grande courtine entiere & droite entre deux boulevarts, eſt la plus commode maniere dont l'on ait uſé juſques à maintenant és forteresſes accomplies.

IX. Question.

De l'eſpaiſſeur de la baſſe courtine, & de la largeur de ſon allée.

Le nettoyement requis en toutes forteresſes eſt de deux ſortes; l'un au long des plans qui ſont debout, comme des eſcarpes & contreſcarpes du coſté interieur & exterieur du foſſé, auquel eſt proprement deſtinée l'artillerie des flancs: L'autre au long des plans horiſontaux, comme de la campagne, & des pentes du parapet du chemin couvert, dont le plus parfait nettoyement eſt celuy qui ſe fait de la courtine baſſe, à fin de tuer ainſi plus d'ennemis, & pouvoir plus facilement tompre ſes remparts que par coups venans d'enhant, parce que la matiere des remparts s'eſpard ainſi plus au long & au large, & que le boulet en les traverſant, peut faire plus de dommage. Pourtant les forteresſes, qui ne peuvent parfaitement nettoyer les plans horiſontaux ſont privées d'une bonne partie de la perfection: Telles ſont celles, leſquelles, au lieu de la baſſe courtine, ont un parapet de muraille d'un pied & demy, ou de deux pieds d'eſpaiſſeur, avec leurs canonnieres, par leſquelles on tire les mouſquets & autres arquebuſes à main, puis une allée large ſeulement de cinq ou ſix pieds. La raiſon de leur defectuoſité eſt telle : Premierement, qu'on ne peut ſur telles courtines ſe ſervir de groſſe artillerie, pour nettoyer la campagne ; parce que l'allée eſt trop eſtroicte & eſt trop toſt remplie de la matiere qui tombe de la breche du haut rempart. Secondement, que tel parapet de pierre ne peut reſiſter contre la groſſe artillerie de l'enemy, & que les pieces rejailliſſantes font un grand dommage aux aſſiegez, lent empeſchant de s'y pouvoir defendre. Pour eviter tel inconvenient, & jouïr des ſuſdites advantages, nous avons ſuivi aux pourtraictures des forteresſes accomplies, l'intention de ceux qui ordonnent le parapet de la baſſe courtine auſſi eſpais que le parapet de la haute, avec une allée de 20 pieds, avec des voûtes dans le haut rempart, és lieux convenables, à fin que l'artillerie y prenne ſa recullée. Et ſi, outre les choſes ſuſdites, l'on conſidere encore que les places inferieures des flancs requierent, par regle commune, la plus groſſe artillerie, il s'enſuit, que l'on ſe doit ſervir d'artillerie ſur la baſſe courtine : non ſeulement auſſi groſſe que ſur la haute, mais meſme plus groſſe, & conſequemment la raiſon requiert, que le baſtiment de ladite baſſe courtine ſoit accommodé à tel effect.

Aucuns cognoiſſans aſſez bien la grande utilité de ce nettoyement horiſontal, ordonnent certains manieres de flancs à la poincte du parapet du chemin couvert, qui eſt à l'oppoſite du milieu de la grande courtine, pour de là moleſter l'ennemy de flanc, & de front, & rompre ſes remparts ſur la pente & ſur le terroir : Mais la baſſe courtine eſtant ordonnée comme elle doit eſtre, elle y eſt beaucoup plus commode : car quand l'ennemy eſt ſur la pente du parapet du chemin couvert à l'oppoſite d'un boulevart, on eſt non ſeulement plus pres de luy en eſtant deſſus la baſſe courtine dudit boulevart, que d'un tel flanc : mais qui plus eſt on luy demolit ſes remparts, les aſſiegez eſtans en plus grande ſeureté, & commodité : Auſſi, quand il faut delaiſſer ces flancs exterieurs, cela apporte grand dommage aux aſſiegez.

Quand au cordon qui ſe fait communement, pour ornement de la baſſe courtine deſſus ſon eſcarpe, ceux qui diſent qu'ils n'en voudroyent, ne me deſplaiſent pas.

X. Question.

S'il eſt utile de marquer les deux coſtez du chemin couvert, comme auſſi la contreſcarpe, avec ſon parapet, en ſorte que des flancs ils ſoyent nettoyez parfaitement.

Quand le cay eſt tiré de la moyenne place, aucuns ſont d'advis, qu'on ne ſçauroit de la place inferieure nettoyer le cay, qui eſt le bord de la contreſcarpe, à cauſe de ſa peote en biais, eſtimans, que pour la nettoyer parfaitement, il la faudroit deſigner par traicts s'eſlargiſſans : Or encore que cela cauſeroit un baſtiment deſordonné, à ſçavoir des contreſcarpes plus eſpaiſſes d'un coſté que d'autre, ils n'y veulent point

avoir

avoir d'egard. A cecy je reſpons, que celuy qui par contemplation perſpective conſidere la qoalité du 22 article de l'Ichnographie, entendra aſſez que les canonnieres de la place inferieure, ſont conſtituées de telle ſorte, qu'elles nettoyent parfaitement ladite contreſcarpe: eſtant toutesfois par tout degale eſpaiſſeor; en outre que les deux canonnieres deviennent plus eſloignees l'une de l'autre, que les canonnieres de la moyenne place; en ſorte que l'on y peut mettre encore une troiſieſme canonniere entre deux, à cauſe que le parapet de la place inferieure s'aggrandit, par l'inclinaiſon de l'oreillon.

Veu doneques que de cecy il n'y a point de danger, & qo'il faut que l'ennemy aye le paraper du chemin convert avec la contreſcarpe, avant que venir aux boulevatts, ou à la grande courtine, il eſt utile à fin de luy pouvoir là faire beaucoup d'empeſchement, de faire ledit parapet, & contreſcarpe, en telle ſorte qu'on en aye le plus grand advantage qui ſe puiſſe, eſtans parfaitement nettoyables des flancs, comme on voit en la premiere figure du deuxieſme Chapitre: car les remparts, & travaux, que l'eonemy y peut faire & baſtir, peuvent ainſi plus commodement eſtre ruïnez, que par coups venans dudit parapet, & contreſcarpe; comme on peut aſſez clairement voir par le parfait nettoyement des courtines des boulevarts, dont nous avons plus amplement parlé en la deuxieſme queſtion, & principalement au quatrieſme article d'icelle. Secondement, autant de fois que l'ennemy s'avance de venir au foſſe, ſou pour donner aſſaut, ſoit pour y cercher autrement ſon advantage, il o'y peut entrer, ni en ſortir, que par le chemin convert: Pourtant quand ſon parapet & contreſcarpe, ne ſont point deſignez ſeloo le requis du nettoyet, il y a defaut de ce qui autrement ſeroit de grand advantage, & qui le voudroit faire ainſi, il ſeroit contre le commun ſentiment; comme nous avons dit au cinquieſme Chapitre.

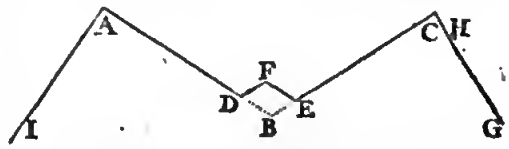
Quant à ce que par ceſte maniere le chemin couvert devient plus large aux angles comme C, qu'aupres les poinctes comme *d*, cela vient à poinct avec les ſuſdits advantages, pour y mettre les chemins, par leſquels oo vient ſur la pente: car ainſi peut on encore tenir aſſez de largeur ſur le chemin couvert.

Touchant la largeur du foſſé, laquelle vient par ceſte maniere plus eſtroicte devant le milieu de la grande courtine, que qnand on la tire parallele aux faces du boulevatt, ou plus large devant les oreillons, que devant l'angle du boulevatt. On reſpond que comme ainſi ſoit, que le milieu de la grande courtine, laquelle ſe nettoye de deux coſtez, eſt le plus fort & invincible lieu, & que ſur cela le foſſé y devient plus large que devant les oreillons, leſquels puis qu'ils ſe nettoyent ſeulement d'un coſté, ſont plus foibles, il n'eſt point neceſſaire d'y faire le foſſe encore plus large, & d'ordonner pourtant des contreſcarpes, & parapets du chemin couvert, qui ne puiſſent eſtre parfaitement nettoyez.

Quant à ce qoe le foſſé, par ceſte maniere, devient plus large devant les poinctes des boulevarts, cela requiert auſſi que j'en die la raiſon, veu qne la forteresſe eſt en ces poinctes plus debile pour pluſieurs eaoſes: Premierement, parce que chaque coſté d'iceluy eſt nettoyé ſeulement d'un flanc: Secondement, les faces ſont là plus eſloignées des flancs; parquoy les remparts de l'ennemy y peuvent eſtre moins endommagez des flancs: Tiercement, les faces des boulevarts peuvent eſtre plus facilement endommagées & recevoit breche és poinctes des boulevarts par les canonnieres de coſté, qne d'autres endroits. Quartement, l'ennemy pour les raiſons ſuſdites, peut en icelles poinctes plus facilement emplir le foſſe, ſans receevoit beaucoup d'empeſchement des aſſiegez: Pourtant ſi on le deſigne plus eſtroict, au lieu, ou il requiert plus grande largeur, & plus large, ou il doit eſtre plus eſtroit, c'eſt donner advantage à l'ennemy, qui recerche en pluſieurs manieres, le deſavantage des aſſiegez.

Aucuns de ceux qui ne tirent pas les contreſcarpes & parapets du chemin couvert, pour eſtre parfaitement nettoyez, cognoiſſans bien en qu'elle neceſſité ils ſont quand l'ennemy s'y tempare, ordonnent ſur le coſté exterieur du foſſé devant la poincte de la contreſcarpe, qui eſt à l oppoſite du milieu de la grande courtine, diverſ parapets avec leurs canonnieres, à fin de pouvoir de là nettoyer des deux coſtez leſdites contreſcarpes, & parapets du chemin couvert: mais veu que cela ſe peut faire plus commodement des flancs joniſſant encore de tous les autres advantages mentionnez c'y deſſus, il n'eſt point de beſoing de mettre hors de la forteresſe des nouveaux, & particuliers baſtimens, leſquels outre les ſuſdits deſadvantages de la vicieuſe largeur des foſſez, & chemins couverts, on ne peut defendre ni tenir qu'avec plus de peine, deſpens, incommodité, & incertitude, & quand finalement il les faut abandonner, cela vient au grand advantage de l'ennemy.

Aucuns mettent au parapet du chemin couvert, à l'oppoſite du milieu de la grande courtine, un giron avec ſes canonnietes, pour de là, diſent ils, pouvoir nettoyer la pente des deux coſtez: Ce qui ne ſemble pas mal à ptopos, encores qu'on puiſſe d'un parapet nettoyer en flanc la pente de l'autre ſans giton Mais pour declarer cecy plus intelligiblement, ſoit A B C le parapet du chemin couvert, dont B eſt la poincte à l oppoſite du milieu de la grande courtine. Or poſez le cas, qu'on ne tire les lignes A B & C B toutes droites, mais ſeulement juſques a D, & E de là vers F, de façon que le paraper du chemin couvert ſoit maintenant A D F E C, ſon giron eſtant D F E, à fin de pouvoir, du parapet D F, nettoyer de coſté la pente de A D, & du parapet E F de coſté la pente de E C: poſons auſſi, qu'a icelle fin, il y ait des canonnietes aux parapets D F & E F.



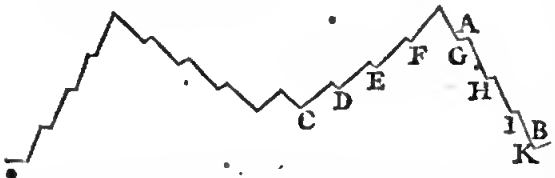
On dit la deſſus qne quand ledit parapet eſt ſans giton, ayant ſeulement deux lignes droites A B, B C, qu'alors les aſſiegez tirent auſſi bien o de derriere le parapet B E au long de la pente de B A, qu'ils pourroyent faire autrement, de la pente D F. Semblablement ils peuvent auſſi bien tirer de B D, au long de la pente de B C, qu'ils feroyent de E F; de ſorte que le giron n'apporte en cecy nul advantage. Mais ſi on vouloit poſer le cas qu'il n'y euſt point de gens de defence ſur le chemin couvert C G, tellement que l'ennemy s'advançaſt pour venir par deſſus le parapet au lieu de H, en tel cas le giron D F E donneroit de l'advantage; car les aſſiegez eſtans devant le parapet D F, pour ocroyer la pente de D A, ils ſeroyent couverts par deniere du coing E devant l'ennemy qui eſt audit lieu de H. Mais les aſſiegez, qui à telle fin ſont devant le parapet B E, ſeroyent deſcouverts à l'ennemy au lieu de H, & tirez à dos, ou de coſté. Sur cecy on peut repliquer, que ſi l'on veut

poſer

poſer que l'ennemy ſoit ſi hardi que de venir au lieu de H deſſus le parapet, ſans craindre l'artillerie qui peut venir des boulevarts & courtines, il faut pour la meſme raiſon auſſi poſer, qu'il aura la hardieſſe de venir à l'un des girons, auquel il appercevra ſon plus grand advantage: car l'entrée en eſt auſſi facile, & d'autre part on peut facilement deſcendre au bas du parapet qui eſt de 4 ou 4 $\frac{1}{2}$ pieds de haut: comme par exemple l'ennemy occupant le giron DFE ſe ſervira des deux coings D & E pour oreilles, à fin de tirer de là avec plus d'advantage ſur les aſſiegez qui ſeroyent ſur les chemins couverts E C & D A. Quant à ce que quelqu'un pourroit objecter, que les aſſiegez qui ſont dans la forteresſe ne permettroyent pas à l'ennemy de demeurer au giron, on reſpond à cela, que cela ainſi ſuppoſé, il faut auſſi quant & quant ſuppoſer qu'on ne permettra pas non plus à l'ennemy de ſe tenir ſur ledit parapet. Ce qu'eſtant conſideré, ledit giron ſervit de cette façon auſſi bien au dommage qu'a l'advantage de la forteresſe.

Quant à ce qu'aucuns fortifient iceluy giron par maniere de flancs, pour de là avec de groſſe artillerie rompre les remparts de l'ennemy ſur la pente, cela ne ſemble point utile à telle fin, mais au contraire dommageable; veu que cela ſe peut faire plus commodement de la baſſe courtine, comme dit eſt plus clairement ſur la fin de la precedente 9 queſtion.

Il y en a d'autres, qui au devant du parapet ne font pas ſeulement un giron, comme deſſus, mais diviſent chaque parapet en forme de cremaillere, avec quatre nez, comme cy-deſſous:

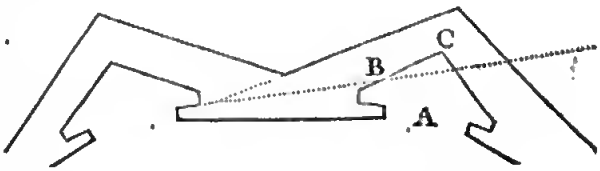


Les raiſons pour l'advantage, & deſadvantage en ſont aſſez cognuës en celles que nous avons mentionnées du giron cy-deſſus: car ou l'on preſuppoſe, que l'ennemy aura la hardieſſe de venir ſur le parapet A B, pour de là moleſter ceux du chemin couvert C D E F, ou qu'il ne l'oſera entreprendre: s'il le fait, il oſera quant & quant, pour avoir encore plus d'advantage, venir du parapet ſur le chemin couvert, & ſe ſervir des nez G H I K, avec auſſi grand advantage, que les aſſieges ſe pourroyent ſervir des nez C D E F. Mais s'il n'oſe apparoiſtre ſur le parapet A B, il n'eſt point beſoin de baſtir courte luy les nez, C D E F, pour en eſtre couvert. Il eſt auſſi bon de ſçavoir, que ces cremailleres, pour eſtre nettoyables des flancs, requierent plus grande ouverture des oreillons; parquoy les canonnieres deviennent plus deſcouvertes, de ſorte qu'elles pourroyent eſtre canonnées de la campagne. Pour concluſion, apres avoir compté tout le profit contre le dommage, la maniere de ceux qui deſignent le chemin couvert tout droit, ſans giron, ou cremailleres, veu qu'il eſt nettoyable des flancs, comme au project de la precedente Ichnographie du ſecond Chapitre, eſt meilleure qu'aucune autre.

XI. Queſtion.

S'il ſe faut ſervir de la canonniere exterieure de la moyenne place ſur le chemin couvert, ou non.

SI l'oreillon s'ouvre tant (comme veulent aucuns) que par la canonniere exterieure de la moyenne place, on puiſſe nettoyer le parapet du chemin couvert, comme en la premiere figure du deuxieſme Chapitre, l'ennemy pourra auſſi du meſme chemin couvert (s'il s'en rend maiſtre) emboucher ou rompre ladite canonniere. Mais ſi l'oreillon eſt formé par devant ſi eſtroit, que ladite canonniere exterieure demeure couverte du boulevart oppoſé A, de ſorte qu'elle ne puiſſe eſtre veuë d'aucun endroit du chemin couvert, comme cy-deſſous, l'ennemy ne peut rompre telle canonniere. De ſorte qu'il eſt bon de conſiderer lequel ſeroit le plus utile, ou de mieux couvrir le flanc ſans ſe pouvoir ſervir du canon exterieur ſur le chemin couvert, ou de mettre le flanc plus ouvert & qu'icelle piece d'artillerie y puiſſe tirer.



Pour le premier, on pourroit dire, veu que l'artillerie eſt ordonnée au flanc, auſſi bien pour rompre les remparts, & autres inſtrumens de l'ennemy ſur le chemin couvert, que dans le foſſé, la raiſon requiert, que l'on y employe toute l'artillerie laquelle y peut faire commodement ſervice. Cy-deſſus a eſté dit que quand la canonniere exterieure eſt couverte de l'oreillon, & du boulevart oppoſite, elle ne peut eſtre endommagée de dehors: C'eſt pourquoy, encore que tout le reſte du flanc fuſt demoli, l'on tient touſiours cette canonniere exterieure aſſeurée contre l'aſſaut, que l'ennemy pourroit faire. Contre cecy on dit, que comme l'oreillon empeſche l'ennemy de pouvoir rompre la canonniere exterieure, ainſi empeſche il auſſi les aſſiegez de s'en pouvoir ſervir ſur la partie du boulevart B C: de ſorte que la canonniere interieure eſtant raſée, il pourra librement aſſaillir ladite partie B C, ſans recevoir empeſchement d'icelle canonniere exterieure ainſi gardée: pourtant qu'el advantage eſt-ce de pouvoir tenir une canonniere entiere par laquelle on ne puiſſe endommager l'ennemy? Aquoy on peut encore adjouſter cecy, que ſi l'on euſt peu nettoyer le chemin couvert auſſi bien de la canonniere exterieure, que de l'interieure, & qu'une piece euſt peu ayder l'autre, peut eſtre que l'ennemy n'euſt ſceu fortifier, ne tenir pour ſoy ledit chemin couvert, ni par conſequent avoir le moyen de venir à l'aſſaut. Pour concluſion, ayant bien peſé l'advantage contre le deſadvantage, conſiderant auſſi que l'ennemy n'ayant pas le chemin couvert, il ne peut faire notable dommage aux flancs, parce qu'il en eſt trop loin; Que la deſſus la canonniere R de la place ſuperieure en la troiſieſme figure du ſecond Chapitre, & la canonniere, qui en la meſme figure peut eſtre miſe au lieu de S, ſont deux canonnieres ainſi couvertes, la ſuſdite maniere de l'Ichnographie, qui eſt en la premiere figure nous a ſemblé la meilleure, là où le parapet du chemin couvert, & la contreſcarpe, recoivent leurs traicts du coſté exterieur du flanc P, & la canonniere exterieure ordonnée ſelon tel deſſein; ſans qu'il faille point cela que ladite canonniere exterieure puiſſe de coſté deſcouvrir plus avant la campagne, comme veulent aucuns, qui à cette fin ouvrent le flanc encore plus large: car l'artillerie des courtines & cavaliers ſert plus proprement à tel effect.

XII. Ques-

XII. Question.

Si le parfait nettoyement de la face d'un boulevart, ſe fait mieux de la canonniere interieure de la moyenne place, que de la canonniere interieure de la place ſuperieure.

SI l'on tire la face baſſe d'un boulevart, comme veulent aucuns, de la canonniere de la moyenne place, l'on ne pourra voir ni nettoyer icelle face par la canonniere interieure de la place ſuperieure. A cecy on peut repliquer, que ſi on deſigne la meſme face par un traict venant de la canonniere interieure de la place ſuperieure, que tel nettoyement venant de haut en bas, ne peut ſi parfaitement paſſer au long de toute la face, que s'il venoit de la moyenne place, qui eſt de la meſme hauteur. Secondement, qu'on ne pourra nettoyer alors ſi parfaitement cette face de la moyenne place, de ſorte qu'elle n'aura point de nettoyement parfait. Tiercement, ſi l'on tire icelle face d'enhaut cela cauſera des boulevarts plus aigus, ou moins obtus, ce qu'il faut eviter ſelon la regle commune. Quartrement, icelle face du boulevart (encore qu'elle ſoit deſignée cõme cy devant au 2 Chapitre) ſe peut nettoyer par deux canonnieres de la haute place, comme P I en la 3 figure du deuxieſme Chapitre. Ces advantages, & deſadvantages eſtans conferez, il m'a ſemblé plus convenable d'ordonner, que le parfait nettoyement de la baſſe face des boulevarts ſoit fait de la canonniere interieure de la moyenne place: Ce qu'auſſi la qualité naturelle de la forme ſemble requerir, ſi l'on conſidere, que la haute & baſſe face ſont quaſi comme deux forteresſes l'une par deſſus l'autre, dont chacune peut parfaitement nettoyer ſa propre face du boulevart par ſa propre canonniere interieure.

XIII. Question.

Des Cavalliers.

COmbien que de deſſus les cavalliers on ne puiſſe bien nettoyer la campagne, par ce que le coup vient d'en haut, toutesfois leur uſage eſt eſtimé fort neceſſaire, parce, qu'avec le nettoyement des autres places, l'on a encore de l'artillerie plus haute pour decouvrir l'ennemy derriere ſes remparts: de ſorte qu'il eſt contraint de les faire plus hauts, avec plus de travail, & perte de temps, en quoy les Architectes s'accordent aſſez bien les uns avec les autres: mais quant au plus propre lieu du cavallier, ils en ſont en diſpute. Car les cavalliers, ſur le milieu de la grande courtine, eſtans canonnez, les pieces tombantes empliſſent grandement les foſſez: Mais ſi pour obvier à cecy on les mettoit plus en arriere, on ne peut de là, diſent ils, voir ni defendre les faces des boulevarts. Cecy a eſté corrigé ailleurs en ritant les faces des boulevarts juſques aux cavalliers, en ſorte qu'ils puiſſent eſtre raſés d'iceux, ce qui ſeroit boo pour ce regard: Mais mauvais puis apres pource que les faces des boulevarts ne pourroyent eſtre nettoyées des flancs. Et outre cela les angles flancqués du boulevart ſeroyent plus aigus, ou moins obtus. Pluſieurs les ont juſques à preſent mis autre-part, comme par deſſus la gorge ou angle du polygooe: aucuns ſur chaque angle du polygone: autres ati devant de l'angle du polygone, toutesfois ſeparez du boulevatr. Mais ſi ooconſidere chaque ſituation bien particulierement, ôoy trouvera de la faute ſur tout. Il m'a ſemblé que la methode de ceux qui les mettent ſur les boulevarts eſt la meilleure, ſelon la maniere declarée au deuxieſme Chapitre.

Quant à ce que quelqo'un pourtoit penſer, que la place du cavallier y ſeroit trop petite: Je reſpons à cela, que l'experience en donne un cognoiſſance certaine; aſſavoir, que le terre plein d'enhaut où eſt le cavallier entre ſes parapets ſe trouve de 80 pieds de large, & on le pourtoit bien faire de beaucoup moins. Le calcul peut eſtre fait par les coſtez de l hexagone, ſur lequel la forteresſe eſt figutée, comme les deux parties des deux coſtez B C, B G, qui ſont compriſes entre le poinct B, & le parapet du cavallier qui ſe trouvent eo longueur chacun de 40 pieds, les coſtez exterieurs du terre-plein eſtans encore plus longs, & qui plus eſt, les parapets & eſcarpes auſſi eſpaiſſes qu'elles doivent eſtre, comme auſſi les plàces inferieutes, & les allées auſſi larges qu'il eſt neceſſaire.

Mais pource que pluſieurs ſont opioiatres à vouloir qu'il y ait une grande place entre les cavalliers & la guirlande du boulevart, il nous en faut parler plus amplement. L'experience oous apprend (comme il eſt aiſé à cognoiſtre) que la place eutre la courtine du boulevart inferieur, & le rempart de la courtine du haut boulevart qui eſt derriere luy, ne doit pas eſtre pris auſſi large qu'on pourroit bien, mais ſeulement un chemin autant large, qu'il eſt neceſſaire pour la reculée de l'artillerie, & recevoir les ruines d'une breche. Ce qui eſt fondé ſur la raiſon, car une ſi grande place ſervitoit à l'ennemy, qui arrivant deſſus, en tiretoit ſon advantage, car elle luy fournitoit de la matiere pour ſe fortifier, & commodité, pour avec plus grandes troupes aſſaillir & advancer fort & ferme: Car ſi vous penſés faire une grande place ſur le boulevart à fin de la pouvoir garder avec beaucoup de gens, vous faites une choſe bonne à l'enoemy, qui avec multitude d'aſſaillans vous y attaquera; ce qui eſt inutile, remarquant qu'on n'y peut courir devant eux par le haut rempart. Meſme l'ennemy ſçachant, qu'il n'auroit commodité d'y demeurer, la neceſſité l'induit à taſcher de faire breche en la haute coûrtine avant que donner l'aſſaut. C'eſt pourquoy les Architectes par une regle geoerale, & pour bonne raiſon foot l'allée de la courtine baſſe ſi eſtoicte, comme nous avous dit; de peur d'y donner de l'advantage à l'ennemy: & au contraire à fin que des flancs & cavalliers prochains de l'allée eſtroicte de la courtine, on puiſſe nettoyer d'un bout à l'autre. Cecy eſtant juſtemeot requis pour l'allée de derriere, & la baſſe courtine: remarquez auſſi que la guirlande du boulevart où il y a derriere un cavallier & la baſſe courtioe, ont la veuë de la face du cavallier, c'eſt pourquoy l'allee qui eſt derriere ladite guirlaode, requiert eo ſuite ceſte forme & façon; à fin que l'ennemy ſoit contraint de faire auſſi breche au cavallier, avant que pouvoir donner l'aſſaut, & que pour prendre un advantage, il luy faille eviter un deſadvantage comme il eſt dit cy-deſſus.

Pour mieux eclaircir ce qui eſt dit, prenez qu'il y ait un boulevart ſeulement (comme on trouve en pluſieurs endroits) avec une courtine, en ſorte qu'il n'y ait autre courtine qui luy puiſſe reſpondre ſoit haute, ſoit baſſe pour y eſtre commodement. Pour plus grande ſeureté de ce boulevart on y veut encore faire une hauteur par deſſus: on demande qu'elle largeur aſſez commode on y laiſſera, entre ceſte hauteur, & le parapet du boulevart? Oo pourroit juſtement reſpondre en ceſte ſorte, que la face de ceſte hauteur ſe conſidere comme la haute & la face du boulevart comme la baſſe, & qu'ainſi on deſignera la haute face, telle que l'experience nous apprend qu'il eſt convenable és autres faces baſſes & hautes; aſſavoir avec une allée nettoyable entre deux, autant large qu'elle ſuffiſe à la reculée du canon, & pour les ruines d'une breche. Quant à ce que quel-

quelqu'un pourroit icy dire, que ceſte hauteur n'eſt point miſe par devant ſur la grande courtine, & que par conſequent elle ne peut eſtre courtine ſuperieure, mais un cavallier, & qu'à cauſe de cela il voudroit pour ceſte raiſon bailler à ceſte hauteur une autre forme, ne voyant pas qu'il ſe trompe aux noms, ne prenant pas garde à la choſe.

Mais à fin que je ferme la bouche à tous controlleurs par un argument qui les preſſe de deux coſtez, & qui monſtre qu'ils ſe contrediſent eux meſmes. Poſons derechef qu'il y ait un boulevart comme auparavant, ayant ſeulement une courtine, laquelle il faut fortifiee avec une hauteur de terre pour avoir plus d'avantage. Vous mettrés ceſte hauteur, ou loing du parapet de la courtine du boulevart, ou bien fort pres tellement qu'elle rempliſſe preſque le terre-plein du boulevart. Si vous la metrés loing vous l'appellerés cavallier; ſi vous la mettés prés vous l'appellerés haute courtine. Or eſt-il que de ces deux façons il ny en a qu'une qui puiſſe eſtre la meilleure: Laquelle eſt ce donc à voſtre advis? ſi vous me dites ſur cecy que c'eſt la premiere, aſſavoir la hauteur qui eſt loing de la courtine du boulevart; Pourquoy eſt-ce doncques que vous n'ordonoés point ſelon ce choix tous les boulevarts remarquant le plus grand advantage par tout où il peut eſtre recerché? Pourquoy conſeillés vous ailleurs tout le contraire pour en faire une choſe incõmode, aſſavoir un boulevart avec des hautes courtines ce qui ſelon voſtre dire n'eſt pas ſi bon? Mais ſi vous reſpondiés icy que l'autre methode eſt la meilleure, aſſavoir la hauteur ſituée pres la courtine du boulevart; Pourquoy donc dites vous ailleurs le contraire que la hauteur loing de la courtine eſt meilleure? Nous avons juſques icy parlé touchant les places entre les cavalliers & les parapets.

Quant à ce que quelqu'un pourroit encore dire que la matiere qui tombe lors qu'on tire contre les cavalliers, empeſcheroit qu'on ne ſe peuſt ſervir de la place ſuperieure du flanc. A cecy je dis que la place ſuperieure ne peut recevoir non plus de dommage des ruines du cavallier que la moyenne place des ruines du haut rempart, car il y a telle eſpace entre les merlons de la place ſuperieure & l'eſcarpe du cavallier, qu'il y a entre l'autre merlon & le tempart qui eſt derriere. N'y ayant donc nul danger de ce coſté, nous ferons mention de la commodité qui provient des cavalliers: Premierement, ils peuvent eſtans ſitués en ce lieu là, raſer de deux coſtez les grandes courtines haute & baſſe. Secondement, ils peuvent eux meſmes eſtre raſés des flancs tout joignans. Tiercement, quand l'ennemy veuſt tirer à ceux qui ſont deſſus le chemin couvert, on le decouvre bien mieux derriere ſes tranchées, qu'on ne feroit en eſtant ſur quelque autre place. Quartement, ils n'amoindriſſent point la le contenu de la forteresſe, comme ils font derriere les remparts. Quiotement, on ne les conſtruit pas là à ſi grand frais, que derriere les remparts, à cauſe que (par maniere de dire) ils ſont bien a demy faits avant qu'eſtre commencés, pour ce que le boulevart leur apporte desja ſa propre hauteur. Sextement, alors que les boulevarts, les faces deſquels ne ſont nettoyées que d'un coſté, ſont plus foibles que la grande courtine, adonc pour pouvoir nettoyer de coſté & d'autre, le plus expedient eſt de fortifier les places foibles avec des cavalliers. Septiemement, ils ſont là plus commodes, à fin qu'an beſoing on en puiſſe faire des rertanchemens (les Italiens les appellent *retirati*, & les Flamans *vertreck-vvallen*) car l'ennemy ayant ruïné la guirlande, ou la face du boulevart, on n'a que faire, pour ſe fortifier, de mettre une demi-lune où autre forme auſſi grande que la breche, comme on fait és boulevarts ſur leſquels il n'y a point de cavalliers, mais ſeulement deux petits remparts à travers la largeur du chemin entre le cavallier & les deux bouts de la breche, avec un foſſé profond par devant, pour donner de la peine à l'ennemy, & de cet endroit là jettant du cavallier en bas, du feu, des fagots ardans, de la poix bouillante, & telles choſes, il ne s'en pourra garantir à cauſe que le chemin eſt fort eſtroit. Finalement, ſi avec tous ces advantages vous venés encor à ſonger qu'une partie des tours de la vieille fortification s'advançoit hors des murailles, & que maintenant les cavalliers leur reſſemblent en cela, il ſemble que la raiſon naturelle te quierr qu'ils doivent tenir cette ſituation, de maniere qu'une partie advance hors de la grande courtine.

IV. Queſtion.

Touchant les portes.

Quelques uns veulent que les portes ſoyent defenduës par leurs propres boulevarts & autres ouvrages fortifiés: ce que d'autres n'approuvent pas, car ils diſent, que ſi les forteresſes, qui meritent le nom de forteresſes, ſe prennent de force par les portes, ces ouvrages ne ſont que des deſpens inutiles, qui gaſte or parfois la forme naturelle d'une forteresſe, dont pour autre conſideration on reçoit quelque fois du dommage. Et pourtant ils veulent qu'elles ſoient miſes ſimplement au milieu de la grande courtine ou autrepart en ladite courtine pres du flanc, tellement qu'elles ſoyent aſſés couvertes par l'oreillon: Et au devant on y baſtira un pont tortu advançant à l'entour de l'oreillon juſques au chemin couvert. Nous avons au deuxieſme Chapitre ſuivi le premier advis, où la porte eſt miſe au milieu de la grande courtine, & ainſi la voûte de la porte eſt fort bien ordonnée ſous le rempart, comme le pont à travers du foſſé. Il y a deux raiſons pour leſquelles on tient que c'eſt là la place qui leur eſt la plus propre, l'une eſt priſe de la forteresſe, l'autre du oettoyement, ſur leſquelles choſes, comme principales en ceſte matiere il faut attentivement prendre garde. La forteresſe conſiſte en cecy: remarqués qu'au bout de la voûte il y a un fort rempart avec ſes parapets & canonnieres au meſme endroit, ainſi il y a là dequoy tenir bon, encor que la premiere porte E F en la quatrieſme figure du deuxieſme Chapitre fuſt ouverte, & que le pont demeuraſt en eſtat pour y courir librement à travers (ſans parler de la couſtume renuë quant on voit l'ennemy s'appreſter pour donner ſur une porte, on leve le pont levis & on romp l'autre, on ferme les portes, leſquelles par dedans on remplit de terre, & telles autres choſes) l'ennemy pourtant ſçachant comment on eſt bien appreſté dedans, n'oſeroit prendre la hardieſſe d'y entrer, car la deuxieſme porte de la place K ne peut eſtre endommagée par l'artillerie. Il luy faudroit donc demeurer là à la veuë d'un fort rempart & devant ſon paraper & ſes canonnieres, en plus grand danger que lors qu'il eſtoit devant le rempart exterieur pouvant là eſtre tiré juſques au bout du pont. On peut avoir pareil advantage de ce nettoyement à l'encontre des attaques ſubites de l'ennemy voulant ſurprendre la place à l'improviſte.

Pluſieurs eſtiment que les portes qui advancent hors des murailles avec des colomnes & tels autres ornemens (que je ne trouve pas mal à propos) ne ſont pas bien ordonnées, diſans qu'une forteresſe qui eſt bien forte à aſſes d'ornement en ſa force, car tels ouvrages

advancez empeſchement qu'on ne puiſſe parfaitement nettoyer les courtines & peovent ſervir d'oreillous à l'ennemy pour aſſaillir.

XV. Qvestion.

Touchant les contreforts.

QUant on fait les contreforts moins eſpais vers la muraille que vers le coſté du rempart, comoie nous les avons marqués au troiſieſme Chapitre, alors la muraille & le rempart de terre peuvent durer enſemble bien mieux qu'autrement : Mais au lieu de cela il adviendra un plus grand inconveoient, dira quelqu'autre, ſi dehors on tire à travers la muraille, car le trou qui ſe fait entre deux contreforts, eſt plus large vers le foſſé, que vers le rempart, en ſorte que la terre d'entre deux eſt plus preſte à tomber, que ſi au contraire ceſte place eſtoit plus eſtroite vers le foſſé, & plus large vers le rempart, c'eſt à dire, avec des contreforts plus eſpais vers la muraille, que vers le rempart. Mais ſi on les fait de ceſte façon, ils ne peuvent eſtre de telle durée, car ſi la muraille vouloit panchet d'un coſté, ou le rempart de l'autre, alors la terre qui eſt entre deux ne les tient pas ſi fort enſemble. Quelques uns les font auſſi eſpez derriere que devant. Quelques autres pour prevenir ces incommodités, le font moins eſpés au milieu, où une moitié de la terre qui eſt entre deux contreforts joint la muraille & le rempart enſemble, & l'autre moitié devient plus eſtroite vers le foſſé, afin que la terre s'y tienne mieux unie ſi la muraille venoit à eſtre rompuë. Il y en a encore d'autres qui ne font point eſtat de faire une mutaille au rempart & qu'on n'a fait cela pour autre commodité que pour l'opinion qu'on a que les pierres peuvent mieux reſiſter contre le canon que ne fait la terre, veu qu'au contraire la boooe terre fait meilleure reſiſtance que les pierres : mais que ſeulement il eſt meré pour eſtre teou plus long temps en eſtat à fin qu'il oe tombe. Pour ce regard donc il n'eſt pas beſoin que nous prenions le ſoin de fortifier la terre deſtituée de mutailles avec des contreforts plus larges vers le foſſé : Mais au contraire il les faut plus eſtroits & ſuivant ce deſein nous l'avons ainſi repreſenté au ſuſdit troiſieſme Chapitre. Ceux auſquels l'experience ou une raiſon plus ſubtile aura appris une meilleure methode, la pourront mettre eo practique.

XVI. Qvestion.

Touchant les ſorties ou fauſſes-portes.

POurce qu'au temps paſſé il n'y avoit poiut de chemin couverr ſur les cayes les fauſſes-portes pouvoyent peu ſervir, de ſorte qu'une ou deux ſuffiſoyent eo une grande forteresſe. Mais comme on eſt venu à ſe ſervir de chemins couverts, on en a mis deux à chaque boulevart des forteresſes qui ont un chemin couvert. Quelques uns ont fait la ſortie ou la porte de ladite ſortie au deſſous du flanc & pour y aller faiſoyent des degrés par dedans le boulevart. Il y en a d'autres qui ne font point de degrez, mais aiment mieux (ſur tout ès forteresſes qui ont les foſſez ſecs) un chemin qui devale ſans degrez pour y faire entret de la eavallerie : Et ceux cy n'ont pas auſſi mis la porte au deſſous du boulevart, mais juſtement par dehors au coſté iotcrieur de l'oreillon, comme il eſt declaré au deuxieſme Chapitre 22 article de l'Ichnographie, & auſſi en la cinquieſme figure.

XVII. Qvestion.

Touchant les Caſematres.

PLuſieurs veulent que dans le foſſé entre deux boulevarts il y ait un petit mur & peu eſpais ayant pluſieurs caoonnieres qui tirent en tous endroits. Contre cela, voicy ce qu'on dit : Premierement, que ce mur empeſchetoit l'eſcarpe du rempart inferieur de pouvoir eſtre nettoyée par les flancs qui luy ſont à coſté : Puis apres que delà on ne pourra avec l'artillerie empeſcher l'ennemy de ſe fortifier dans le foſſé : Tiercement, que les pieces qui tomberoyent de la courtine, aecableroyene ceux qui ſont derriere ce mur. Autres deſirent qo'on face une caſemarte au bout de l'oreillon, comme devant le coſté *l m* en la premiere figure du deuxieſme Chapitre : Mais à cauſe qu'il eſt trop petit & foible poue y mettre du canon à fin de s'en ſervir pluſieurs rejettent ce conſeil. D'autres (dont l'opinion m'agtée d'avantage) veulent avoir les caſemattes aux coings des cayes vis à vis de l'angle flanequé comme au lieu *b*, diſaos que celles la ſont mieux defenduës & qu'on pourroit avec moins de peine de ce lieu là endommaget long temps l'ennemy, ear s'il advançoit au foſſé, on le moleſteroie par derriere & par devant.

Ils ſont auſſi d'advis qu'on ne face pas ces caſemartes ſi fortes, ni fort grandes à fin que s'il les falloit abandonner on les puiſſe mieux abattre ſans qu'elles rempliſſent beauconp le foſſé, & auſſi à fin que les pieces rejalliſſantes puiſſent plus endommager l'ennemy. Il veulent auſſi que depuis ees angles juſques à l'angle flancqué do boulevart qui eſt vis à vis, & delà juſques dans la forteresſe, on face des voûtes en terre deſſous le foſſé, pour aller & venir à couvert au long d'icelles depuis la forteresſe juſques auſdites caſemartes.

Toutesfois d'autant que ces caſemattes ne ſemblent point eſtre parties de la forteresſe, mais pourroyent ſeulement eſtre faites en temps de guerre en telle place & eo telle forme que la neceſſité requiert, poortant nous ne les avons poiot deſcrites en la pourtraicture du deuxieſme Chapitre, eſtimans que ceſtoit aſſez d'en faire icy mention.

Chapitre VII.

Traitant quelques queſtions des forteresſes imparfaictes, à ſçavoir celles qu'on ordonne ſelon l'aſiette du lieu & autres circonſtances.

NOus avons deſcrit ey-deſſus là maniere de baſtir uoe forteresſe parfaite de tout poinct, ſelon la maniere d'aujourd'huy : avec un Chapitre des principales queſtions qui peuveot eſtre propoſées touchant les forteresſes parfaites. Mais poutce qu'il arrive ſouvent que l'aſſiette du lieu & autres circooſtances ne permettent pas de faire tout ce qu'on voudroit bien, & que l'on eſt contraint de s'aceommoder autrement. Nous recueillerons en ee Chapitre quelques queſtions là deſſus.

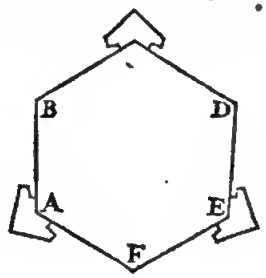
I. Qvestion,

Touchant les Demy-boulevarts.

POſons qu'oo ait à baſtir une figure equilaterale hexangulaire inſcriptible au cercle, de laquelle oo veut pour certaine caoſe nettoyer la graode eourtioe ſeulement d'un coſté. On demande lequel des deux eſt le meilleur, ou de faire trois boulevarts entiers, comme en l'hexangulaire A B C D E F, ou bieo ſix demy-boulevarts, eomme en l'hexangulaire G H I K L M ? (or je

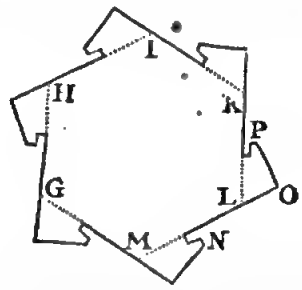
les

les nomme demy-boulevarts, poorce que NO eſtant conſiderée comme one entiere grande courtine droire, il ne reſte que OP pour la moitié d'un boulevart entier) les demy-boulevarts me plaiſent plus pour pluſieurs raiſons. La premiere, pource que leurs angles flancqués peuvent eſtre rendus plus obtus ou moins aigos que non pas aux entiers : Ou ſi on les fair egalement aigoz alors le demy-boulevart pourra eſtre nettoyé de bien plus pres par la grande courtine. Secondement, la courtine du demy-boulevart peut ainſi bien mieux eſtre neſtoyée pour ce qu'il n'eſt pas oecceſſaire de tirer ſi forr de travers par deſſus le paraper de la grande courtine : Car de tirer ſi forr de travers n'eſt pas ſi bon



NOTEZ.

Toutes les forteresſes dont la grande courtine ne peut eſtre nettoyée que d'un coſté ſoit du flanc d'on demy ou entier boulevart n'eſt pas bien defenduë. En partie d'autant que ni la courtine des merlons n'y la courtine du boulevart ne peut eſtre bien defenduë de deſſus la grande courtine à cauſe de la pente de leur parapet, comme plus amplement eſt declaré ao ſixieſme Chapitre, deuxieſme qoeſtion, deuxieſme article. D'autre part pource que la grãde courtine meſme à uo eſpace pour ſe deffendre & le lieu eſt aſſez mal propre pour y faire des canonnieres. Tiercement, on peut avoir plus d'eſpace ſur les gorges des demy-boulevarts pour y mettre des cavalliers, ou hauteurs. On peut adjouſter à cecy que les demy-boulevarts conviennent mieux aux figures door les angles ſont impairs que ne ſont les boulevarts entiers; à ſçavoir quant ſelon la maniere ſuſdite on ne veut nettoyer chaque grande courtine que d'un coſté. Comme pour exemple, trois boulevarts entiers en un pentagone ſont trop : pource que contre l'intention il y a une courtine pouvant eſtre raſée de deux coſtés. Mais deux ſont trop peu, car one grande courtine y demeureroit ſans pouvoir eſtre nettoyée.



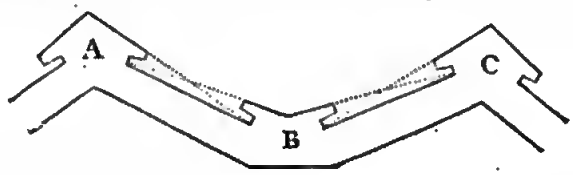
qui ne peot eſtre defendu comme nous avons monſtré au ſixieſme Chapitre, huictieſme queſtion, au deuxieſme article du premier exemple.

II. QUESTION.

Pour fortifier les remparts avec des angles obliques ou internes.

I. EXEMPLE.

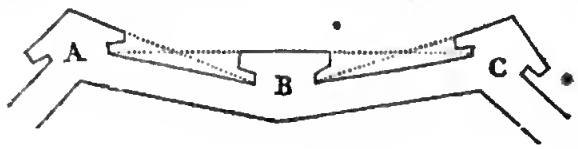
SOit un rempart A B C avec un coing iotetieur au milieu de la place B, comme s'enſuit :



Je preſuppoſe qu'il ſe faille accommoder à cet angle recourbé ponr y mettre un boulevart eo la meilleure façon qu'il eſt poſſible de l'y faire. Je dis que tels coins interieurs ont une incommodité pour y pouvoir mettre des boulevarts plus forts (comme icy eſt le boulevart B) qu'aucune autre forme equilaterale inſcriptible au cercle & auſſi plus forr qu'en un rempart tout droir; le boulevart B eſt meilleur qu'on des deux A C, & cecy pour deux raiſons : La premiere tout le coſté par devant du boulevart B eſt veu & defendu de chaque boulevart d'un coſté & d'aurre A & C, ce qui ne peut eſtre ao regard de A & C. Car leurs faces ne peuvent eſtre raſées que d'un coſté. Secondement, pour ce que le boulevart B n'a point d'angle poinctu en dehors comme un aotre, on ne luy peut endommager ni rompre ſoo angle n'eſtant pas poinctu en dehors.

II. EXEMPLE.

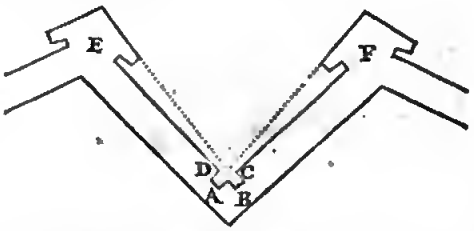
ET pour declarer plus parfaictemeot le commun naturel du flancquement. Remarqués que quant le coing eſt mis eo telle furme que le devaot du boulevart peut eſtre tout entier tiré en droire ligne, comme ceſte deuxieſme platre forme repreſente (tel eſt à Malte le boulevart de *S. Barbara*, ſuivant les figures qu'oo en trouve imprimées) relle forme eſt la plus forte qu'on puiſſe donner à un boulevart, car la face de devant peut eſtre raſée tout entiere parfaictement de deux coſtés. Pourtant ſi quelqu'un venoit à penſer que le boulevart du milieu n'a pas la forme reqoiſe d'un boulevart, pour ce qu'il n'a pas par devant un angle avancé en dehors, il ſemble qo'il s'arreſte plus à la mode qu'à la raiſon qui doit faire la mode.



Mais encor que nous ayons dit que ceſte forme eſt la plus forte de toutes celles qu'on pourroit donner à un boulevart : Il ne faut pas pourtant que vous imaginiez qu'il ſoit loiſible d'en faire toutes les fois que vous voudrés és places, où vous deſignetés à voſtre volonté des temparts. Car pour une de ces formés là, il faudroit que les autres boulevarts fuſſent plus foibles eſtans neceſſairement plus aigus ou moins obtus, ce qui ne donneroit aucun advantage ; d'autant qu'un ennemy ruſé laiſſe les places les plus fortes, & attaque les plus foibles. Puis apres c'eſt que l'on comprend ainſi moins de place avec plus de tempart.

III. Exemple.

LEs angles internes des remparts eſtans aſſez aigus ou pen obtus peuvẽt eſtre auſſi fortifiés ſans boulevarts, à ſçavoir avec des angles flancquans en tenaille baſtis outre le parapet dans le rempart comme cy-deſſous, ſe voyent deux angles flancquans A, B, nettoyans la grande courtine l'un de l'autre, & les faces des boulevarts. Les Italiens appellent ceſte maniere de fortifier *à fordui*, & les François *en tenaille*, les Flamans *tange-vvijs*, pour ce que cela à la façon d'une tenaille.



Ces angles interieurs flanequans ſont quelque fois voûtés : Mais remarqués en bien les defauts, ſuivant les angles flancquans voûtés dont eſt fait mention en la ſeptieſme queſtion du ſixieſme Chapitre, dont ceux cy ne peuvent eſtre garantis.

Les angles interieurs fort obtus des remparts, ne ſont pas ſi commodes que les autres pour fortifier avec des angles flancquans en tenaille : pource que les angles comme C & D, advançans en place d'oreillon demeurent trop aigus & foibles. Pourtant on pourroit pour le plus expedient y faire un boulevart, ſelon la maniere du premier ou deuxieſme exemple.

Combien que ceſte façon de fortifier ſoit belle en apparence, & qu'elle puiſſe ſervir quant la neceſſité nous y contraint, ce neantmoins il ne faut pas à ſon plaiſir l'ordonner, comme veulent aucuns, és places où l'on en a la liberté. Car ſi d'aventure il y avoit une courtine droite depuis le boulevart E, juſques au boulevart F, elle ſeroit cauſe qu'il y auroit des angles plus obtus à ces boulevarts. Secondement, cela couſteroit moins que ces deux icy. Tiercement, elle comprendroit plus d'eſpace.

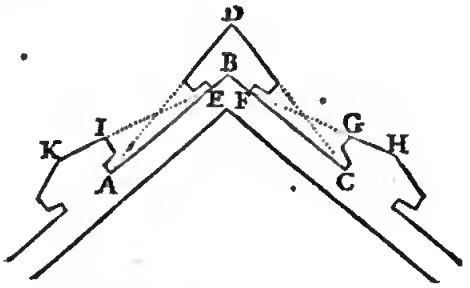
III. Queſtion.

De la fortification des remparts ayans des angles exterieurs.

I. Exemple.

QUant il ſe faut accommoder aux angles exterieurs, il y peut avoir des conſiderations diverſes, ſelon la commodité qu'ils ont, eſtans ou aigus ou obtus avec quelques autres circonſtances. Si d'aventure un angle comme A B C, eſtoit ſi obtus ou ſi peu aigu que l'on y puiſſe mettre un boulevart convenable au devant, duquel l'angle flanqué comme D demeurtaſt aſſez obtus ou peu aigu, & ſi outre cela la longueur des courtines A E, C F, peuſſent permettre un tel boulevart, il vaudroit mieux alors y en faire un que de n'y en point faire du tout, & ce pour trois notables raiſons.

Premierement, ceſt que par ce moyen les courtines, qui ſont entre deux boulevarts, comme A E, C F, peuvent eſtre nettoyées de deux coſtez, au lieu que ſans le boulevart B D, l'une & l'autre ne peut eſtre nettoyée que d'un coſté.



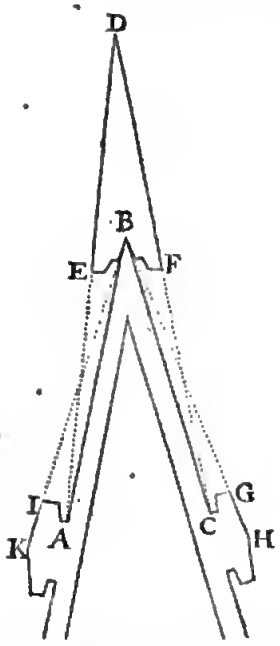
Secondement, les deux faces G H, I K des deux boulevarts, peuvent eſtre nettoyées de leurs flancs, au lieu qu'autrement elles devroyent eſtre nettoyees de quelque place de la courtine entre A E, & entre C F. Or ce nettoyement n'eſt pas ſi bon, ſi bien qu'à cauſe de la pente de la grande courtine, on ne peut voir une partie de la face du boulevart, n'y mettre commodement des canonnieres de travers dans la grande courtine, comme il eſt declaré plus amplement au ſixieſme Chapitre, deuxieſme queſtion, deuxieſme article, & auſſi au ſixieſme Chapitre, huictieſme queſtion, deuxieſme article du deuxieſme exemple.

Tiercement, quand les faces G H, I K du boulevart ſont nettoyées du milieu, on de quelque autre poinct des grandes courtines A E, C F, il faudroit tirer les faces deſdits boulevarts vers ce milieu, ou autre poinct, & ainſi les angles H & K des boulevarts deviendroyent plus aigus, ou moins obtus, & conſequemment plus foibles.

II. Exemple.

Poſons maintenant que l'angle exterieur A B C ſoit beaucoup plus aigu que le precedent, ſur lequel il faut tracer un boulevart, duquel les flancs & oreillons ayent leur largeur & eſpaiſſeur requiſe, alors l'angle flancqué D ſe fait trop aigu, non ſeulement pource qu'avec le temps on le pourroit abbatre avec le canon : mais auſſi à cauſe qu'il eſt ſi eſtroict qu'on le percetoit de chaque coup de canon, à cauſe de l'obliquité des eſcarpes ayans leur hauteur convenable. Il peut auſſi arriver que les deux faces E D & F D (ſi on baille aux flancs & aux oreillons leur conuenable largeur & eſpaiſſeur) ſe rencontreront paralleles l'une à l'autre ou que tant plus elles ſeront prolongées, tant plus elles ſ'elargiront, & en tel cas il eſt impoſſible de faire un boulevart convenable ſur l'angle B. De ſorte que ſi l'on ne veut changer ni le rempart ni l'angle A B C, il ſeroit meilleur de laiſſer ſans boulevart l'angle B, lequel eſt moins aigu que l'angle D, que de faire un boulevart ſi defectueux tirant les faces G H, I K, des deux autres boulevarts nettoyables de quelque poinct entre A B & entre C B. Car encor que les courtines entre C F & A E, ſoyent autrement nettoyées des deux coſtez ; ſi eſt ce que l'on

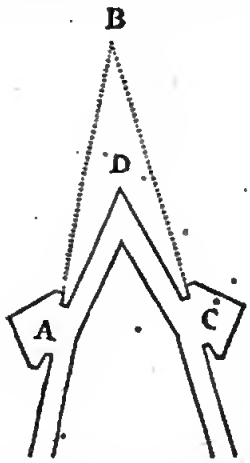
ſeroit



ſeroit (outre le defaut qu'à le boulevart eſtant ſi fort aigu) deux faces, à ſçavoir F D, E D, ſi extremement eſloignées, que l'artillerie ne ſçaurroit advantageuſement porter depuis C juſques au bout D.

III. Exemple.

MAis ſi d'aventure l'angle B peut eſtre racourci, alors il y a pluſieurs methodes pour mieux faire. Premieremẽt, l'angle qui auparavant eſtoit B, eſtant tranſporté au lieu D, cõme cy-deſſous, alors l'angle ADC eſt bien

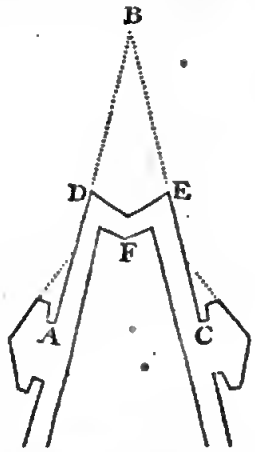


meilleur que l'angle A B C pour demeurer ſans boulevart. Ou ſi d'aventure l'angle B eſtoit aſſés obtus, on y pourroit mettre un boulevart, comme au premier exemple, ſi la place le permet, c'eſt à dire ſi les grandes courtines n'en eſtoyent pas trop courtes, & que les trois boulevarts ne fuſſent point trop pres l'un de l'autre, ce qui ſeroit cauſe ſans doute non ſeulemẽt qu'on deſpendroit beaucoup pour la defence de peu de remparts, mais auſſi que les boulevarts ne ſeroyent pas bons ayans l'angle trop aigu.

Si l'on deſire que les trois ſuſdits boulevarts, comme A, C, & celuy qu'on voudroit avoir en D, foyent d'egale force (comme il eſt raiſonable de faire, ſi ce n'eſt que les circonſtances donnent plus d'avantage à l'un qu'aux autres) il faudroit approcher le poinct D ſi pres de A C, que leurs angles flancqués fuſſent egaux. Car ſi quelqu'un des boulevarts eſtoit plus obtus, il faudroit que l'un des autres fut plus aigu, ce qui ſeroit incommode. Outre cela trois boulevarts d'angles egaux ont plus de contenu, ſi on regarde la proportion de la grandeur de leur ſuperficie à la longueur des remparts.

IV. Exemple.

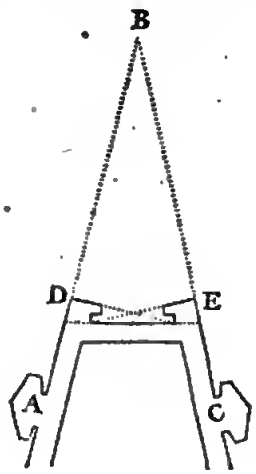
ON peut encor changer convenablement l'angle aigu A B C, en deux angles egaux plus obtus, ou moins aigus, comme cy-deſſous, les deux angles D E, faiſans un



angle interieur F, lequel peut eſtre fortifié avec un angle flancquant en teoaille. Selon la maniere du deuxieſme exemple de la deuxieſme queſtion. Puis on peut laiſſer les angles D, E, ſans boulevarts, ſoit entiers ſoit demy-boulevarts, ſi la commodité de la longueur des courtines & autres circonſtances le permettent.

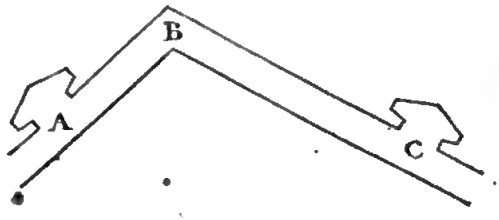
V. Exemple.

ON peut encor autrement racourcir l'angle A B C avec une ligne droite DE, laquelle face deux angles obtus, à ſçavoir A D E & C E D, pour y mettre deux boulevarts entiers ſi la commodité du lieu le permet, & non pas deux demy boulevarts comme cy-deſſous:

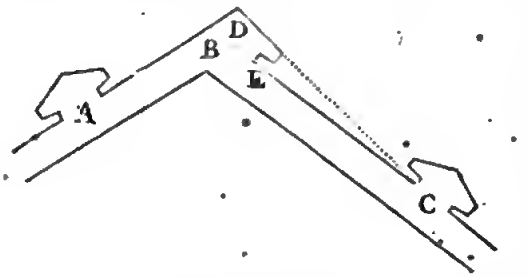


VI. Exemple.

POſons qu'il y ait un rempart avec un angle exterieur ABC, & deux boulevarts A C : Mais tellement que le boulevart A, ſoit bien prés de B, & le boulevart C, eſloigné du meſme boulevart B, à cauſe dequoy oo deſire faire un boulevart à B, de telle ſorte que la courtine B C tacourcie puiſſe eſtre nettoyée d'une part & d'autre. Mais ce boulevart eſtant là mis, la courtine A B qui maintenant n'eſtoit pas aſſez longue, ſera encor plus courte.

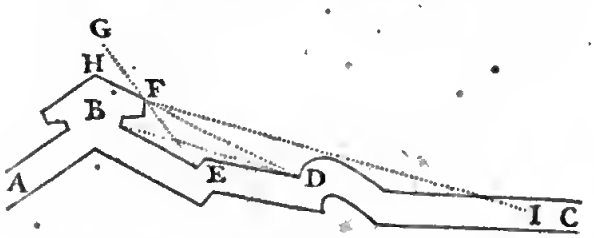


Pour donc remedier à ces deux incommodités, oo pourra plus commodement mettre un demy-boulevart à l angle B, cõme cy-deſſous: car par ce moyen on alonge la courtine A B de B D, & la courtine B C eſt racourcie de B E.



VII. Exemple.

SI d'aventure il falloit mettre un boulevart en quelque endroit au devant d'un vieux rempart ou d'une porte, comme il arrive en pluſieurs lieux, alors on doit prendre garde aux prochaines poinctes ou angles du rempart, s'il y en a, & tirer les faces du boulevart vers leſdits angles, ou poinctes, d'où leſdites faces pourront eſtre aiſement nettoyées, en ſorte neantmoins que l'angle flancque ſoit aſſés obtus. Prenés par exemple qu'il y ait un rempart A B C auquel il faut avoir un boulevart en la place B, lequel rempart à deux poinctes D, E. Poſés maintenant que la poincte E ſoit ſi proche de B, que ſi de là on tiroit la courtine du boulevart, il faudroit qu'elle vint de F juſqu'à G, ce qui feroit un boulevart avec un angle trop aigu. Poſés encor que I en ſoit ſi eſloigné que le canon n'y puiſſe pas bien porter:

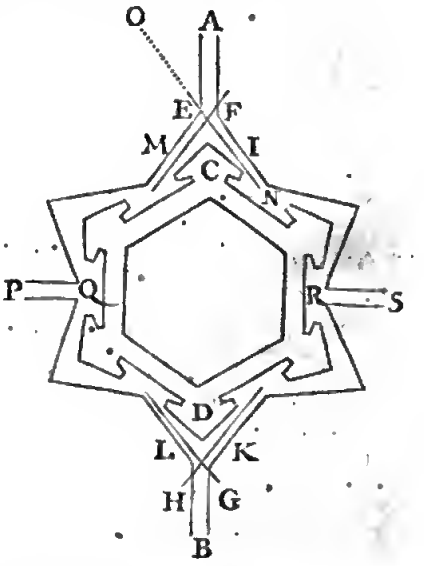


Mais la poincte D eſt (comme je poſe) en une diſtance convenable de B, & ſa ligne D H fait un bon angle aſſez obtus au boulevart, s'il eſt ainſi, la face F H du boulevart eſt meilleure eſtant tirée & nettoyée de la poincte D, que d'aucune autre place. Car puis que le poinct I eſt trop loing, le parapet ne pourroit aſſez bien defendre en travers, comme il eſt plus amplement declaré au ſixieſme Chapitre deuxieſme queſtion deuxieſme article: mais en la poincte D vous pouvés, ſi vous voulés, faire un flanc convenable, avec des canonnieres par leſquelles on peut bien nettoyer la face F H du boulevart.

IV. Question.

Touchant les rivieres, ou canaux propres pour l'entrée & ſortie des foſſés d'une forteresſe.

IL arrive en pluſieurs lieux, que d'un coſté de la forteresſe il ſe rencontre une riviere ou canal avec les foſſés, ſortant par un autre coſté. Icy la queſtion eſt touchant l'entrée & la ſortie. Quelques unes ſont vis à vis les angles flancqués, comme cy-deſſous les canaux A, B, vis à vis des angles des boulevarts C, D. Mais les chemins couverts (à ſçavoir des forteresſes qui en ont) ſont par ainſi à deſcouvert & en danger. Car quelqu'un eſtant és places de E, F, G, ou de H, peut voir les chemins couverts I, K, L, M, d'un bout à l'autre. Ceſt pourquoy l'ennemy de telles places comme E, F, G, H, tire en droite ligne tout au long d'iceux, comme O N, & y ayant fait des forts les aſſiegés n'en peuvent tirer aucun ſervice. Meſmes eſtant un contre un il y a plus de ſeureté & d'advantage en la place E, ou en la ligne E O, que dans le chemin couvert I. Car en E, ou en la ligne E O, oo a la campagne pour ſe retirer au long & au large: mais au chemin eſtroict I, on peut eſtre nettoyé *depuis* un bout du chemin juſques à l'autre ſans qu'oo ſe puiſſe retirer ou gauchir d'un ou d'autre coſté. Pour remedier à ce defaut, il faut ordonner une plus commode entrée & ſortie du canal vis à vis le milieu de la grande courtine, comme les canaux des places P Q, & R S.



Conſiderés, que ſi d'aventure l'eau qui entre, avoit ſa ſource d'un pays haut en ſorte que la pluye & la neige la fit deborder, amenant quant & ſoy quantité de bouë, ſable, & rets amas, & qu'enſuite de cela, la quantité de l'eau coulaſt aupres des foſſés, & devint ſi baſſe, que ſon cours ſe fiſt trop lent, & preſque point remarquable, pour ne pouvoir retenir une juſte profondeur, au contraire ſe rempliſſant touſiours: En tel cas il ſeroit bon de faire un petit conduit d'eau traverſant le foſſé par le milieu

milieu de la fortereſſe, pour detoorner les ordures qui rempliroient le foſſe. Mais ſi la riviere eſtoit ſi groſſe & forte, qu'elle emportaſt avec ſoy ſes ordures, & qu'ainſi elle laiſſaſt durer la profondeur du foſſe, il ne ſeroit pas beſoing de faire un tel conduit d'eau.

Quant à ce que quelqu'un pourroit peoſer que le lieu de ceſte cinquieſme queſtion, conviendroit auſſi bien au precedent ſixieſme Chapitre, és queſtions des fortereſſes accomplies, qu'en ce ſeptieſme Chapitre, és queſtioos des fortereſſes imparfaites. Il faut qu'il ſache là deſſus qo'en ces precedentes fortereſſes accomplies nous eotendions des fortereſſes qui ont les foſſes ſecs pour dooner des exemples de flancs de trois lieux, qui nettoyent le fond du foſſé. C'eſt pourquoy il oous à ſemblé que ceſt exemple conviendroit mieux icy.

V. Queſtion.

Touchant les hauteurs qui peuvent incommoder, & doivent eſtre hors la fortereſſe.

SI hors de la place, qu'on deſire fortifier, il y a quelque hauteur qui puiſſe incommoder, laquelle pour quelque autre incommodité on ne vueille pas enclorre dans la fortereſſe; alors quelques uns eſtiment qu'il ſeroit expedient de faire un boulevart vis à vis de ceſte hauteur ineõmode. Il y en a d'autres qui veulent qu'au devant d'icelle on accommode le milieu de la grande courtine, diſans que cela vaut mieux qu'un boulevart: La raiſoo eſt qu'elle eſt defenduë avec deux flancs, au lieu que chaque face du boulevart eſt defenduë ſeulement d'un coſté, ce qui n'eſt pas ſans raiſon: Mais ſi d'aventure il y avoit un cavallier eſlevé ſur le boulevart ſelon la façon declarée cy-deſſus au deuxieſme Chapitre, à fin de commander avec iceluy ſur la hauteur incommode, il ſemble de prime abord que cela ſeroit advantageux.

Juſques icy nous avons diſcouru touchant les demy-boulevarts. la fortification des remparts avec desangles internes & externes, les ſorties & eotrées des rivieres pât des canaux, & des haoteurs incommodes qui doivent demeurer hors d'une fortereſſe. Pour ce qui touche le reſte, à ſçavoir quand on ne peut ſuivre les regles generales des fortereſſes accomplies, pour d'autres empeſchemens, nous en toucherons un mot: C'eſt qu'il faut approcher des parfaites le plus qu'on pourra diſpoſant le nettoyement autant à l'advantage de la fortereſſe & la couvrant ſi bien au deſadvantage des eonemis, que les circonſtances le permettront. Mais puis que cecy eſt dit trop generalement on deſireroit encor une maniere & declaration adreſſant plus particulierement eomment on doit faire. Là deſſus on dit que la forme des lieux eſquels on peut faire des fortereſſes aecomplies eſt ſimple: mais qne les diverſes formes des autres ſont (par maniere de dire) infinies, ceſt pourquoy qui commenceroit à l'entreprendre ſeroit capable de commencer un ouvrage infini. Il me plairoit fort qu'on aſſemblar rous les pourtraicts mis en lumiere par diverſes perſoones de fortereſſes ſemblables diverſes & notables, qui ſe trouvent en effect en diverſes places, avec une declaration en Flaman des choſes qui ſelon le temps preſent eſt bieo ou mal: mais je craindroy qu'il ne falluſt fioalemeot que les imprimeurs vendiſſent leurs papiers aux Apothicaires pour en enveloppper leurs epiceries: ne ſçachant combien long temps nos Flamans aymeront mieux dire, à la façon des papegais, *contreſcarpe, flanquer, ſapper*, que comme les gens d'eſprit & qui ont do ſçavoir dire *cabeſchoeyſel, ſtrijcken, graven*, &c.

Laiſſant ces choſes à patt; nous mettrons au lieo de tels exemples particuliers, quelques queſtions generales touchant les advantages ou deſadvaotages qui ſont en diverſes ſituations des places où l'on veut avoir des fortereſſes, comme des plattes campagnes, pays de montagnes, pays ſecs & humides, & tels aortres, ſaos toutefois conclure qu'elle aſſiette eſt la meilleure: car le pour & le contre des deux coſtez eſt ſi douteux que l'on ne ſçait qu'en juger. Le profit que l'on peut recevoir de ces qu'eſtions irreſoluës, eſt, que quiconque voudra diſcourir touchant les aſſietes des fortereſſes, ou en donner des raiſons, ou deſirera ordonner en quelque lieu une fortereſſe, trouve icy en bref un recueil des advantages & deſadvantages qui luy peuvent ſurvenir, comme auſſi ce qui pourroit eſtre expedient en l'architecture, & cela ſur les diverſes opinions des Autheurs, qui pour le preſent ſont eſtimés y eſtre treſ bien verſés deſquels j'ay recueillis briefvement ces queſtions.

Nous commencerons donc par les fortereſſes ſur pays plat & uni: Mais puis qu'il y en a de deux ſortes, aucunes ſur des hauteurs leſquelles ont leur egalité quelque fois de quelque vallée inſenſible (je parle d'egalité fort juſtement horizontale) d'autres qui reçoivent leor egalité au bas des rivieres, ceſte derniere ſorte doit eſtre icy principalement deſcrite, ceſt pourquoy je declareray premierement la façon de leur debordement, à fin que par ceſte cognoiſſance les deſſeins des Architectes, & ſemblables choſes appartenantes aux tertes qui pourroient ſervir à cecy ſoyent plus aiſées à cognoiſtre.

Il faur ſçavoir que l'eau de pluye & encor l'eau de neige fonduë tombe en grande abondance des lieux hauts és lieux bas, d'où finalement elle ſe degorge dans les rivieres, y apportant quant & ſoy de la terre, de l'argille, de la bouë & telle matiere qu'on voit deſcendre avec l'eau des montagnes & pays haurs. Et pource que ceſte eau eſpaiſſe des rivieres s'eleve fort pour la grande abondance qui y devale, elle coule à travers la baſſe campagne d'alentour. Ceſt pourquuy le fleuve venant à s'elargir, il perd la force de ſon cours qu'il avoit eſtant eſtroict, & pourtant devenant fort coye, la matiere d'argille & de bouë occupe le fond, dont puis apres l'eau ne eoulant que tout doucement, la terre ſe hauſſe de plus en plus. Ceſt accroiſſement arrive en deux ſurtes de places, l'un icy és prairies qui ſont des deux coſtés des rivieres, l'aotre aux emboucheures des rivieres lors qu'elles trouvent un lieu large & aboutiſſent en la mer: car auſſi l'eau des rivieres perdans là la rapidité de leur cours, laiſſent au foods la matiere eſpaiſſe. Ceſt ainſi que la Hollande eſt accruë (comme on peut juger des auttes ſemblables pays) à l'emboucheure du Rhin par la matiere qu'il à apporté d'eohaut. Ayant tellement nettoyé avec le temps la terre en haute Allemagne par la pluye & les neiges, que finalement eo plusieurs endroits il n'y eſt reſté que dures pierres des rochers tous ſecs, cõme les Alpes d'où ceſte matiere eſt devalée: Et la Hollande avec quelques prairies joignant le Rhin ont reçeu ces accroiſſemens & en reçoivent encor d'an en an. Et comme le Rhin eſt grand, venant d'un pays grand & lointain, à auſſi de grands accroiſſemens, ainſi voit on les petites rivieres, meſmes les footeioes deſquelles l'ean eſtroicte au eommencement n'a qu'un pied de largeur, ont leur petit accroiſſement, grand ſelon la ſituation du pays, leurs ordures s'en vont à val avec la pluye & l'eau de neige. De ces petites fonteioes, nous avons dequoy appreodre en ceſte affaire. Car comme avec des boules figurées que nous tournons & renverſons eomme nous voulons, on

parvient aiſement à la cognoiſſance de l'idée de la grande boule de l'univers : Ainſi par des petites fonteines (deſquels nous detournons & faiſons aller leur cours comme il nous plaiſt, & nous ſervent comme de quelque inſtrument à laver & nettoyer, faiſant un peu plus loing des petits bancs de ſable, allieurs aſſemblant la bouë, & choſes ſemblables) nous venons aiſement à la cognoiſſance de la nature & proprieté des grands fleuves.

Mais pour parler plus amplement de la Hollande, ſçachez qu'au temps paſſé le Rhin paſſoit par Leide aupres du Chaſteau Breton en la mer, alors le grand acroiſſement de Hollande eſtoit à l'embnucheure dn Rhin en ceſte place, tellement que ceſte maiſon eſtnit quelques lieuës eſlnignée de l'Ocean. Mais puis apres par une grande tempeſte à l'endroit du Rhin (comme cela arrive en beaucnup d'autres lieux) vint un banc de ſable qui le boucha ſi bien, qu'il a eſté contraint de prendre ſa courſe vers Utrecht dans le Lecque, ayant trnuvé paſſage aupres de là Brile & Goedcrede : tel a eſté de ce remps-là juſqu'a maintenant le grand acroiſſement de Hollande en ceſt endrnit, ſi abnndant, qu'en certains endroits le pays eſt forteſleve tant avec des digues que ſans digues eſquels il y a encnr des hommes qui ſe ſouviennent y avoit paſſé avec des grands bateaux. Et ce pays acreu, joignant le Chateau Breton, n'ayant plus la nnurritnre accouſtumée de la matiere qui devalloit, par le lavement continuel de l'Ocean, s'eſt eſcnulé rellement que le fnndement de ceſte maiſnn eſt maintenant par delà les dunes & montagnes de ſable dans la mer. Et cnmme il y a encor un ſemblable accroiſſement à l'embnucheure d'une partie dn Rhin aupres de la Brile ſe dechargeant dans la mer, auſſi y a-il un pareil accroiſſement à l'emboucheure de l'autre entne du Rhin, qu'on appelle Iſſel, qui ſe va rendre dans la mer Auſtrale aupres de la ville de Campe. Tellement que la mer Auſtrale avec le temps ſera un jnur un pays, comme elle eſtnit anciennement, par lequel le Rhin paſſera comme il fait maintenant par le pays d'Over-Iſſel. Et quant la mer Auſtrale ſera remplie, alors ſon accroiſſement (pourveu que comme nous avons dit la riviere ne ſe deſtoutne point ou què par une grande tempeſte il n'arrive une nnuvelle breche des montagnes de ſable) prendra ſa ſnrtie dn Texel & Fliclant : Car encor que l'Ocean ſemble gagnet ceſte place, cela pourtant n'arrivera point tant que l'emboucheure du Rhin apportera là ſon accroiſſement. Et ſi quelqu'un ne peut advonër cecy, ceſt pource qu'il en ignore la cauſe ; car ſi lóng temps qu'il y aura de la matiete venante du pays haut, lequel ſe diminuë, il faut qu'un autre s'accroiſſe. Voila l'origine du mouvement terreſtre, dont Ariſtote a fait mention, lequel, comme les autres Elemens à une ſucceſſinn continuelle devenant terre ce qui paravant n'eſtoit que mer (comme en font foy les coquilles de Mer qui ſe trouvent en terre fort loing de la mer) & devenaot mér, ce qui eſtoit auparavant une terre. Quant àce qui eſt de quelques rivieres ou fonteines, leſquelles entre leur ſource & la mer courent par les rochers & fnnds graveleux, & n'ameinent avec eux aucun accroiſſement à leurs emboucheures, quant elles ſe rendent en la mer, mais que tout au contraire il y fait tres profond comme entre les rochers de Norwege & ſemblables places. On en peut dnnner une bonne raiſon & aiſée à comprendre : Car quand toute la matiere des pays hauts, qui fait maintenant accroiſſement ſera nne fois toute emportée par le courant des pluyes & des neiges, & que les alpes ſe trouveront dans la met, comme ſont maintenant les rochers de Norwege, alors on verra que la meſme chnſe y artivera. Nous pourrions bien encor icy rapportet comment & pourquoy en diverſes places il ne s'aſſemble que du ſable, eo d'autres des cailloux & des pietres, en quelques endroires de la bnuë molle, en d'autres de l'argille dure, avec telles autres circonſtances : Mais conſiderant que j'en ay aſſez dir pource qui peut couceruer les forterelles, oous o'en parlerons plus.

Ayant donc ainſi declaré la façnn de l'accroiſſement des pays bas, leurs proptierés generales en peuvent eſtre coguuës par les cauſes : & s ils n'avoyent pas des digues, ils ſernyent ſubmergés, par les plus grands fleuves, ainſi qu'il advient communement au Printemps (en quelqnes endroits de l'Eutope aux pays qui ne ſont pas plus Meridionaux que l'Egypte) car ſi d'aventure le contraire arrive, à ſcavoir que les hautes rivieres o'entrainaſſent pas la terre pas deſſous, il faudroit dire que ces hautes rivieres la auroyenr fait des accroiſſemens auſſi hauts, ou plus hauts qu'elles ſont elles meſmes, ce qui ne peut eſtre abſnlument en ce ſeul regard. Je dis en ce ſeul regard, d'autant que pour declarer les exceptions il faudroit un plus grand diſcours que nous n'avons deliberé d'eſcrire icy. Secondement, puis que cela eſt notoire, pnurquoy eſt ce que telles terres ſont ſi uniës vnire paralleles à la ſuperfice de l'eau. Tiercement, pourquoy eſt ce qu'elles ſont graſſes. Quartement, pourquoy eſt ce qu'elles ſont ordinairement aupres de quelqne riviere : Je dis ordinairement, en patrie pource que les rivieres quelques fois ſi debordent, en partie à cauſe qu'en pluſieurs places il vient beancoup d'accroiſſement qui ne dnre ſeulement que juſques à ce que l'eau de pluye, ou de neige, ſoit eoulée. Ce qu'eſtant enteodu nous viendrons à l'application.

VI. Question.

Touchant les advantages & deſadvantages des forteresſes ſur un pays plat ayant accroiſſement.

Advantages.

PRemiercment, on y a abondance de bonne terre graſſe pour en faire de bons remparts & des cavalliers.

2. On peut mener aiſement par la riviere à peu de frais tnut ce qui eſt neceſſaire pour baſtir la forteresſe, comme auſſi tnut ce dont les citoyens ont affaire.

3. C'eſt un terroit fertile lequel eſtant labonré donne abondance de vivres pour les habitans de la forteresſe.

4. Quand la riviere monte plus haut que les terres, on peut noyer tont le pays ouvrant des eſcluſes ou rompant les digues pour perdre l'armée de l'ennemy,

5. Il n'eſt pas ſi ſuiet à eſtre miné, en partie pout ce que la terre eſt aquatique : en partie pour ce qu'oo peut voir de loing ceux qui mihent.

6. On y peut faire la forterelle de telle forme qu'il plaira, & plus accomplie qu'es autres places.

7. L'ennemy a de la peioe de s'y cacher & convrir pouvant eſtre incommodé de loing.

Les deſadvantages.

Premierement, les 2, 3, & 4 articles peuvent eſtre auſſi au deſadvantage de la forteteſſe. Pour le premier, ſi la terre eſt bonne pour faire de bons remparts, boulevarts & cavalliers, elle eſt auſſi bonne à l'enoemy pour faire de bons forts, parapets & hauteurs.

2. Si

2. Si ou peut aiſement amener par la riuiere toutes choſes neceſſaires pour baſtir la forteresſe, & tout ce qui eſt de beſoing aux habitans, auſſi pourra l'ennemy aiſement amener avec peu de deſpens tout ce qu'il faut à ſon armée.

3. Les vivres viennent auſſi fort bien à poinct à l'ennemy pour entretenir ſon armée.

4. Quant à ce que les aſſiegés peuvent noyer le pays pour leur advantage, auſſi peut l'ennemy ſe faire maiſtre de la digue, & noyer le pays au deſadvantage des aſſiegés quand il luy plaira, les reduiſant par ce moyen à l'extremité avec peu de gens, & avec la plus grande partie de ſon armée ſonger à quelque autre execution.

5. Une telle forteresſe (ſi ce n'eſt que l'eau empeſche) peut eſtre aſſaillie de tous coſtez.

6. Elle couſte beaucoup pour ce qu'il faut qu'elle ait de grands cavalliers ſur les boulevarts & grands foſſés, où il n'y a pas tant d'advantage que ſur une montagne.

7. Le foudement eſt ſi mol qu'il peut bien arriver qu'un boulevart ou rempart s'enfonce qui ne pourroit pas eſtre redreſſé en peu de temps & à peu de frais.

VII. Question.

Touchant les advantages & deſadvantages des forteresſes ſur les montagnes.

Advantages.

PRemierement, elles ſont aſſeurées à l'encontre des profondeurs & vallées inegales, contre la cavallerie, les tranchées, & groſſe artillerie.

2. S'il y a aſſez de terre la forteresſe peut eſtre achevée pluſtoſt & à moins de deſpens qu'au pays plat, car elle ne requiert pas de ſi grands foſſés, boulevarts, ni cavalliers, au lieu deſquels elle meſme peut ſervir.

3. Il faut que l'ennemy s'en eſloigne fort, d'où vient que le ſecours des uns ne peut ſi bien à temps aider les autres.

Deſadvantages.

1. Les profondeurs inegales d'alentour & les vallées, compriſes au premier article, peuvent auſſi tourner à l'advantage de l'ennemy, pour y venir à couvert par les lieux bas & la ſurprendre inopinement par aſſaut.

2. Toutes les neceſſités pour baſtir ſoit pour ſouſtenir le ſiege n'y peuvent eſtre tranſportées qu'avec grand peine & deſpens.

3. Les hauteurs ont d'ordinaire faute d'eau.

4. Elles ſont ſuietes à eſtre minées.

5. Elles reçoivent do dommage de la pluye, pourtant la terre ordinairement n'eſt pas la ſi bonne qu'en un pays plat, qui reçoit accroiſſement, & auſſi pour ce que l'eau de pluye demolit grandement.

6. Les Architectes n'y peuvent pas choiſir telle forme qu'il leur plaiſt; mais il faut qu'ils s'accommodent à l'aſſiete du lieu, pleuſt plus de place qu'il n'eut de beſoing, ou moins qu'il ſeroit neceſſaire.

VIII. Question.

Touchant les advantages & deſadvantages des forteresſes environnées de la mer.

Advantages.

PRemierement, quant elles ſont eſloignées de 1500 pieds de terre, elles ſont garanties du canon.

2. Elles ſont aſſeurées contre les tranchées.

3. Elles ſont ſeures contre les aſſauts, car on ne peut empeſcher qu'elles ne reçoivent bien toſt du ſecours.

4. Elles ne requierent point de boulevarts de grands fraiz.

5. Elles n'ont pas beſoing de beaucoup de proviſions de bouche, de guerre, ni de gens veu qu'on y en peut aiſement porter.

6. Elles ne peuvent pas eſtre beaucoup incommodées du canon ou navires, car elles ſont foibles & inconſtantes à cauſe de l'agitation de la mer, mais pluſtoſt les navires peuvent eſtre endommagées.

7. On y peut tenir des navires pour la garde de la forteresſe & meſmes pour moleſter l'ennemy.

8. On en peut faire une ville marchande, & y entretenir auſſi des gens de meſtiers & de trafique.

Deſadvantages.

Premierement, elles n'ont pas les bornes ſi commodes que ſur terre ferme, à cauſe qu'on n'en peut pas touſiours ſortir librement.

2. La cavallerie y peut eſtre peu profitable & on auroit de la peine à l'y faire paſſer.

IX. Question.

Touchant les advantages & deſadvantages des forteresſes ſituées au bord de la mer.

Advantages.

PRemierement, elles ſont participantes des advantages de celles qui ſont en mer principalement du 5, 6, 7, & 8 article, comme auſſi de celles qui ſont tout à fait ſur terre.

2. L'ennemy doit avoir deux armées pour l'aſſieger, l'une ſur terre l'autre ſur mer.

3. Elles ont l'uſage libre des bornes du coſté de la mer & de la terre, car au beſoing elles peuvent recevoir par terre autant de cavallerie & d'infanterie qu'il luy en faut auſſi bien que par les navires de guerre.

Deſadvantages.

Elles ſont en danger de pouvoir eſtre aſſiegées, non ſeulement par l'ennemy voiſin, mais auſſi d'un autre qui de pays loingtain y aborderoit, pouvant recevoir ſecours de divers quartiers du monde & pourroit auſſi mettre à terre ſon armée.

X. Question.

Touchant les advantages & deſadvantages des forteresſes dans les marais loing de terre.

Advantages.

PRemierement, on y eſt fort, car on n'y peut aborder par aucun coſté.

2. Elles ne requierent point de boulevarts de grande conſequence ni de remparts ni de cavalliers.

Deſadvantages.

Premierement, elles couſtent beaucoup à baſtir pour ce que la terre doit eſtre apportée de loing, & que les foudemens ſont fort mauvais.

2. Elles ont un air puant (principalement aux pays chauds) qui cauſe des maladies aux habitans.

3. Ils ſont aiſés à aſſieger avec peu de gens, car l'ennemy peut faire un fort à l'endroit où paſſent les aſſiegés pour venir en terre. Pourtant comme elles ſemblent eſtre plus fortes d'aſſiette, autant ſont elles plus dommageables à elles meſmes.

4. La

4. La vaillance des bons ſoldats qui ſont pour la garder ou pour repouſſer l'ennemy ne peut pas s'y faire paroiſtre.

XI. Qvestion.

Touchant les advantages & deſadvantages des foſſés ſecs.

Advantages.

PRemierement, une deſroute de gens tant de guette que de paiſans avec leurs beſtes & meubles le peuvent ſauver dans les foſſés ſecs en temps de neceſſité.

2. Si l'ennemy y jette du bois pour le templir, on y pent mettre le feu, mais ſi ceſt de la terte, des pierres & matiere incombuſtible qu'il y jette, il y a moyen d'en tetirer une gtande partie par le moyen des chemins couverts.

3. S'il y a aſſez de monde dans la forteresſe, on peut aller à ſon plaiſir dans le foſſé pour le garder, & auſſi ſurprendre l'ennemy par les fauſſes-pottes: ptincipalement quand il y a un chemin couvett.

4. En ces places ſeches l'air y eſt fott ſain.

Deſadvantages.

Premierement, ſi l'ennemy devient maiſtre des cayes, il empeſchera les aſſiegés de tenir leurs beſtes dans le foſſé & en recevra beaucoup d'autres commodités.

2. On ne pourra pas alors ſi aiſement empeſcher l'ennemi d'emplir le foſſé, d'y miner & y faire des travaux avec leſquels il ſe defendra à l'encontre des ſurptiſes des aſſiegez.

3. Il pourra avec l'ayde de ſes petits forts venir fort pres pour ſapper le pied du boulevart, ou courtine pour l'abbattre par le moyen qu'il trouvera à propos, & cela ſans recevoir aucun dommage du flanq.

XII. Qvestion.

Touchant les advantages & deſadvantages des foſſés remplis d'eau.

Advantages.

PRemierement, ils ſont mieux aſſeurez contre les mines.

2. Encor qne l'ennemy ait gagné les cayes, ce n'eſt pas à dire pourtant qu'il puiſſe enter au foſſé.

3. Si l'ennemy en veut eſpuiſer l'eau, il y employetoit beaucoup de temps & de travail.

4. Il ne peut pas approcher la muraille avec l'ayde des petits forts ni la ſapper dans le foſſé.

5. Si l'eau conle, & s'il y jette de la matiere pour eſtre empottée, elle ne s'arreſte pas ou il deſire.

6. S'il y jette d'une matiere qui enfonce, cela emporte beaucoup de temps & de peine avant qu'il empliſſe le foſſé.

Deſadvantages.

Premierement, l'ennemy y peut faire un pont ſur des batteaux.

2. Les aſſiegés ne peuvent pas ſi commodement y faire des chemins couverts.

3. L'eau ſe gele ſi fort és pays froids, que les hommes y peuvent paſſer deſſus & pluſieurs choſes peſantes.

4. L'eau y engendre un mauvais air aux pays chauds.

Dans les precedentes 11 & 12 queſtions, nous avons declare les advantages & deſadvantages des foſſes ſecs, & humides, & combien qu'il y ait des gens de differente opinion touchant cecy, l'un eſtimant que cecy eſt bon, l'autre que cela eſt meilleur, s'y eſt ce toutefois qu'ils conviennent en cecy, qu'il eſt tres bon de tenir les foſſés pour y garder le beſtial, les pouvant emplir d'eau lors qu'on veut, & de techef les ſeicher.

F I N.

AQ 166655

G. 95.